# Activation 1

## Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie

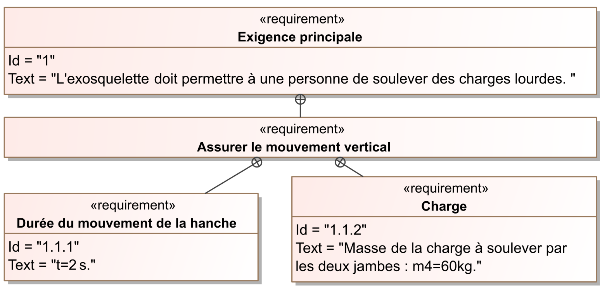
*Concours Centrale Supelec TSI 2017*

***Savoirs et compétences :***

- *Mod2.C17.SF1 : déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide*
- *Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique*

## Mise en situation – Assurer le mouvement vertical

L'exosquelette est un appareil qui apporte à un être humain des capacités qu'il ne possède pas ou qu'il a perdues à cause d'un accident. Ce type d'appareil peut permettre à une personne de soulever des charges lourdes et diminuer considérablement les efforts à fournir sans la moindre fatigue. Après avoir revêtu un exosquelette adapté à sa morphologie et à sa taille, l'utilisateur peut faire ses mouvements en bénéficiant d'une grande fluidité.

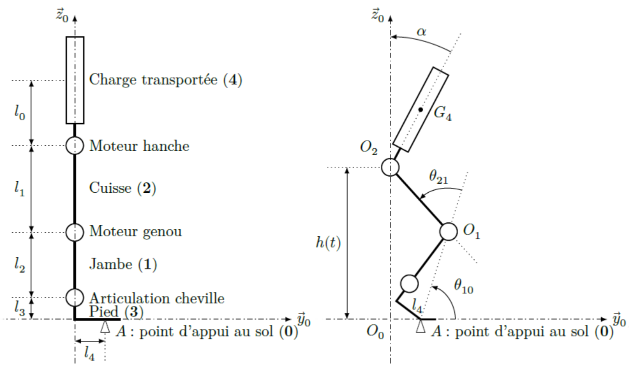


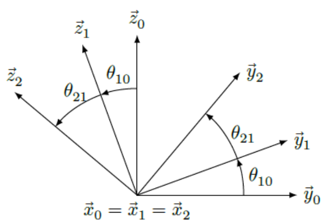

**Objectif** Proposer un modèle de connaissance des éléments réalisant l'exigence fonctionnelle « assurer le mouvement vertical » puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

### Élaboration du modèle dynamique

**Objectif** Dimensionner le moteur situé au niveau d'un genou permettant à l'exosquelette de soulever une masse de 60 kg de la position accroupie à la position debout.

Ces calculs visent à déterminer l'équation dynamique qui permet d'obtenir le couple moteur (minimal) en fonction des caractéristiques géométriques et massique de la charge à soulever ainsi que des conditions d'utilisation. Le modèle d'étude est celui représenté à la figure suivante correspondant au modèle d'étude plan position fléchie.




**Hypothèses :**

- L'étude est modélisable dans le plan.
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites.
- Les inerties des pièces sont négligées sauf la masse de la charge à soulever.
- L'angle $\alpha$ entre la charge transportée et la verticale $\overrightarrow{z_0}$ reste constant.
- $G_4$, centre de gravité de la charge transportée (4), reste en permanence à la verticale du point $A$ d'appui au sol.

**Données :**

- $\overrightarrow{O_1G_4}=\lambda(t)\overrightarrow{z_0}-L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}$ ;
- Accélération de la pesanteur $g=9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ ;
- Longueur de la cuisse $l_1=43{,}1\,\mathrm{cm}$.
- Longueur de la jambe $l_2=43{,}3\,\mathrm{cm}$.
- Longueur de l'articulation de la cheville à la plante arrière du pied $l_3=6{,}9\,\mathrm{cm}$.

- Longueur de la plante arrière du pied au point d'appui sur le sol $l_4 = 13\,\text{cm}$.
- Longueur $\overrightarrow{O_0 O_1} = L\,\overrightarrow{y_1}$ avec $L = 51{,}8\,\text{cm}$.
- Rapport de réduction : $r = \dfrac{1}{120}$.

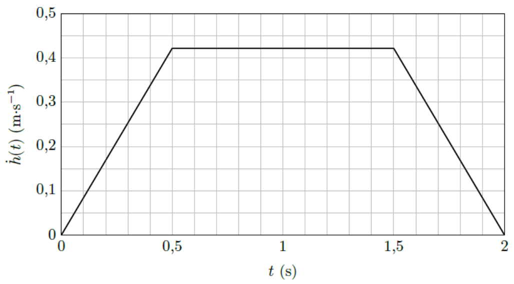
On note E={cuisse(2)+charge transportée(4)}.

**Question 1** *Donner qualitativement le mouvement de 4 par rapport à 0. Tracer le graphe de structure du système.*

**Question 2** *Déterminer $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0}$ en fonction de $m_4$, $\dot{h}(t)$, $L$ et $\cos\theta_{10}$.*

**Question 3** *Déduire $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0}$ en fonction de $m_4$, $\ddot{h}(t)$, $L$ et $\cos\theta_{10}$.*

La loi d'évolution de la vitesse de la hanche est donnée à la figure suivante.




**Question 4** *Déterminer l'expression littérale du couple $C_r$ exercé par l'arbre de sortie du réducteur sur le genou imposé par la loi d'évolution de la hanche et calculer numériquement ce couple pour une valeur de $\theta_{10}$ égale à 54,5°correspondant à la valeur maximale du couple.*

**Question 5** *Calculer le couple $C_m$ au niveau de l'arbre moteur du genou en prenant un facteur de perte $\eta = 0{,}75$ (estimé à l'aide du modèle multiphysique).*

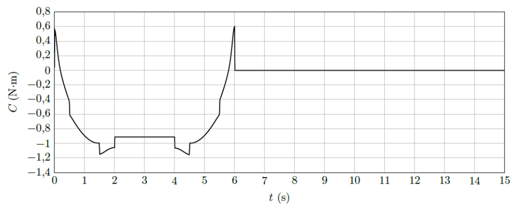
**Question 6** *Expliquer en moins de 5 lignes comment estimer un rendement à partir d'un modèle multiphysique.*

## Validation du dimensionnement du moteur

**Objectif** Vérifier que le moteur choisi convient pour une utilisation intensive comprenant 4 cycles par minute de descente suivie d'une montée.

Le cycle suivant obtenu à l'aide du modèle multiphysique de représente l'évolution du couple moteur, et ce en tenant compte du moment d'inertie du rotor, sur un cycle de période $T = 15\,\text{s}$.
Quatre phases sont définies sur cette période :

- phase 1 pour $0 \leq t < 2\,\text{s}$, valeur efficace du couple moteur $C_1 = 0{,}838\,\text{Nm}$;
- phase 2 pour $2 \leq t < 4\,\text{s}$, couple moteur constant $C_2 = -0{,}912\,\text{Nm}$;
- phase 3 pour $4 \leq t < 6\,\text{s}$, valeur efficace du couple moteur $C_3 = 0{,}838\,\text{Nm}$;
- phase 4 pour $6 \leq t < 15\,\text{s}$, couple moteur nul.




**Question 7** *Préciser à quels mouvements correspondent les 4 phases de ce cycle.*

Le couple efficace est également appelé couple thermiquement équivalent, il est défini par : $C_{\text{eff}} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T c(t)^2 \mathrm{d}t}$. On a aussi $C_{\text{eff}} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} C_{\text{i,eff}}^2 T_i}$

**Question 8** *Calculer la valeur efficace du couple moteur du genou pour ce cycle périodique de* 15 s.

## Retour sur l'objectif

Le couple moteur varie entre $-1{,}156\,\text{Nm}$ et $0{,}596\,\text{Nm}$. Les caractéristiques du moteur choisi sont :

- vitesse à vide de $3120\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ pour une alimentation nominale en amont de l'onduleur de 36 V;
- couple permanent admissible de $0{,}560\,\text{Nm}$;
- pente de la courbe de la vitesse en fonction du couple de $423\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}\text{N}^{-1}\text{m}^{-1}$.

De plus une étude cinématique précédente a montré que le moteur permettant d'actionner le moteur doit pouvoir atteindre une vitesse de $2200\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$.

**Question 9** *Conclure quant au choix de ce moteur au regard de la valeur maximale de la vitesse angulaire calculée lors d'une étude précédente et du couple efficace calculé à la question précédente et compléter le schéma bilan.*

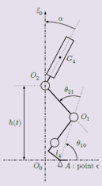
Éléments de corrigé :

1. .
2. $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = -L m_4 \cos\theta_{10} \dot{h}(t)$.
3. $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = -L m_4 \cos\theta_{10} \ddot{h}(t)$.
4. $C_r = -m_4 L \cos\theta_{10} \left(g + \ddot{h}(t)\right) \simeq 190{,}5\,\text{Nm}$.
5. $C_m \simeq 2{,}12\,\text{Nm}$.
6. ...
7. ...
8. $C_{\text{eff}} \simeq 0{,}546\,\text{Nm}$.

**Problématique**
**Le moteur pré-choisi permet d'assurer le fonctionnement de l'exosquelette ?**

**Domaine de la modélisation**

**Modèle cinématique**



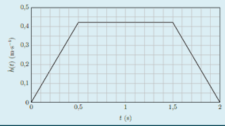
**Résolution Cinématique**

- $N_{mot} = 2200$ tr min$^{-1}$

**Domaine du client**

**Moteur choisi**

- Vitesse à vide : 3120 tr.min$^{-1}$
- Couple permanent admissible : 0,56 Nm



# Activation 1 – Corrigé

## Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie

*Concours Centrale Supelec TSI 2017*

***Savoirs et compétences :***

- ❒ *Mod2.C17.SF1 : déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide*
- ❒ *Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique*

## Mise en situation – Assurer le mouvement vertical

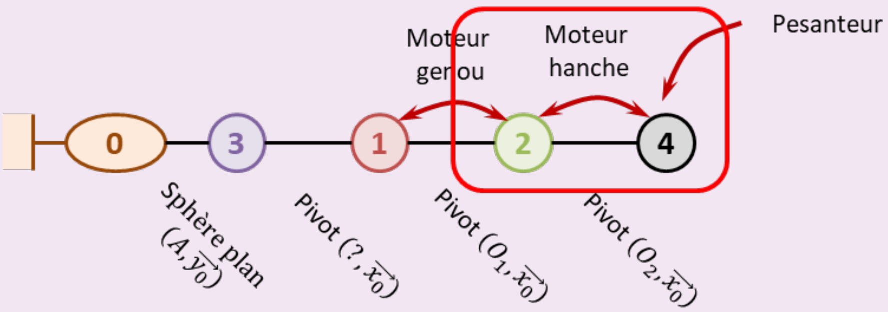
**Objectif** Proposer un modèle de connaissance des éléments réalisant l'exigence fonctionnelle « assurer le mouvement vertical » puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

### Élaboration du modèle dynamique

**Objectif** Dimensionner le moteur situé au niveau d'un genou permettant à l'exosquelette de soulever une masse de 60 kg de la position accroupie à la position debout.

**Question 1** *Donner qualitativement le mouvement de 4 par rapport à 0. Tracer le graphe de structure du système.*

**Correction** Étant donné que l'on souhaite que l'angle $\alpha$ reste constant pendant la levée d'une charge, le mouvement de 4 sera donc un mouvement de translation rectiligne.




**Question 2** *Déterminer $\overrightarrow{\sigma(O_1,E/0)}\cdot\overrightarrow{x_0}$ en fonction de $m_4$, $\dot{h}(t)$, $L$ et $\cos\theta_{10}$.*

**Correction** $E$ étant en translation, on a $\overrightarrow{\sigma(G_4,E/0)}=\overrightarrow{0}$. On a alors $\overrightarrow{\sigma(O_1,E/0)}=\overrightarrow{\sigma(G_4,E/0)}+\overrightarrow{O_1G_4}\wedge\overrightarrow{R_c(E/0)}$.

Par ailleurs, $\overrightarrow{R_c(E/0)}=m_4\overrightarrow{V(G_4\in E/0)}=m_4\dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}$.

On a donc : $\overrightarrow{\sigma(O_1,E/0)}\cdot\overrightarrow{x_0}=\left(\left(\lambda(t)\overrightarrow{z_0}-L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}\right)\wedge m_4\dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right)\cdot\overrightarrow{x_0}=-Lm_4\cos\theta_{10}\dot{h}(t)$.

**Question 3** *Déduire $\overrightarrow{\delta(O_1,E/0)}\cdot\overrightarrow{x_0}$ en fonction de $m_4$, $\ddot{h}(t)$, $L$ et $\cos\theta_{10}$.*

**Correction** **Méthode 1 – Calcul de $\overrightarrow{\delta(G_4,E/0)}$ et déplacement**

On a $\overrightarrow{\delta(G_4,E/0)}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\sigma(G_4,E/0)}}{\mathrm{d}t}=\overrightarrow{0}$. En conséquences, $\overrightarrow{\delta(O_1,E/0)}\cdot\overrightarrow{x_0}=\left(\left(\lambda(t)\overrightarrow{z_0}-L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}\right)\wedge m_4\ddot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right)\cdot\overrightarrow{x_0}=-Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t)$.

**Méthode 2 – Calcul de $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)}$**

On a aussi $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} = \left(\dfrac{d\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)}}{dt}\right) + m_4 \overrightarrow{V(O_1/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_4 \in E/0)}$.

Par suite on a $\left(\overrightarrow{V(O_1 \in E/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_4 \in E/0)}\right)\overrightarrow{x_0} = \left(\left(L\overrightarrow{y_1} \wedge \dot{\theta}_{10}\overrightarrow{x_0}\right) \wedge \dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right)\overrightarrow{x_0}$
$= \left(-L\dot{\theta}_{10}\overrightarrow{z_1} \wedge \dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right)\overrightarrow{x_0}$
$= -L\dot{\theta}_{10}\dot{h}(t)\sin\theta_{10}$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = -Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t) + Lm_4\dot{\theta}_{10}\sin\theta_{10}\dot{h}(t) - m_4L\dot{\theta}_{10}\dot{h}(t)\sin\theta_{10} = -Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t)$.

**Question 4** *Déterminer l'expression littérale du couple $C_r$ exercé par l'arbre de sortie du réducteur sur le genou imposé par la loi d'évolution de la hanche et calculer numériquement ce couple pour une valeur de $\theta_{10}$ égale à 54,5°correspondant à la valeur maximale du couple.*

**Correction**
- On isole l'ensemble $E$.
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
  - action de la liaison pivot : $\{\mathscr{T}(1 \rightarrow E)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R(1 \rightarrow E)} \\ \overrightarrow{\mathscr{M}(O_1, 1 \rightarrow E)}\end{array}\right\}_{O_1}$ avec $\overrightarrow{\mathscr{M}(O_1, 1 \rightarrow E)} \cdot \overrightarrow{x_0} = 0$ ;
  - action du réducteur : $\{\mathscr{T}(1_r \rightarrow E)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0} \\ C_r\overrightarrow{x_0}\end{array}\right\}_{O_1}$ avec $\overrightarrow{\mathscr{M}(O_1, 1 \rightarrow E)} \cdot \overrightarrow{x_0} = 0$ ;
  - action de la pesanteur : $\{\mathscr{T}(\text{pes} \rightarrow E)\} = \left\{\begin{array}{c}-m_4 g\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_4}$. On a alors $\overrightarrow{\mathscr{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E)} \cdot \overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{\mathscr{M}(G_4, \text{pes} \rightarrow E)} \cdot \overrightarrow{x_0} + \left(\overrightarrow{O_1G_4} \wedge -m_4 g\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(\left(\lambda(t)\overrightarrow{z_0} - L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}\right) \wedge -m_4 g\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(-L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0} \wedge -m_4 g\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = m_4 g L\cos\theta_{10}$.
- $E$ étant en pivot d'axe $\left(O_1, \overrightarrow{x_1}\right)$, on applique le théorème du moment dynamique en $O_1$ en projection sur $\overrightarrow{x_1}$ : $-Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t) = C_r + m_4 g L\cos\theta_{10} \Leftrightarrow C_r = -m_4 L\cos\theta_{10}\left(g + \ddot{h}(t)\right)$.

En réalisant l'application numérique, on a : $C_r = -60 \times 51,8 \times 10^{-2} \times \cos 54,5\left(9,81 + \dfrac{0,425}{0,5}\right) \simeq 190,5\,\text{Nm}$.

**Question 5** *Calculer le couple $C_m$ au niveau de l'arbre moteur du genou en prenant un facteur de perte $\eta = 0,75$ (estimé à l'aide du modèle multiphysique).*

**Correction** En régime permanent, on a $\eta = \dfrac{C_r\omega_r}{C_m\omega_m} = r\dfrac{C_r}{C_m}$ et $C_m = \dfrac{r}{\eta}C_r = \dfrac{1}{0,75 \times 120} \times 190,5 \simeq 2,12\,\text{Nm}$.

**Question 6** *Expliquer en moins de 5 lignes comment estimer un rendement à partir d'un modèle multiphysique.*

**Correction** Si on en avait la possibilité, il faudrait mettre un capteur de puissance au niveau de la commande (mesure de la vitesse et du couple de commande) puis un capteur de puissance au niveau de la charge (mesure de vitesse et du couple en sortie au niveau du genou). Le rendement peut s'observer en régime permanent en faisant le rapport des puissances. Pour observer une perte de rendement, il est nécessaire que soient modélisées les actions de frottement.

## Validation du dimensionnement du moteur

**Objectif** Vérifier que le moteur choisi convient pour une utilisation intensive comprenant 4 cycles par minute de descente suivie d'une montée.

**Question 7** *Calculer la valeur efficace du couple moteur du genou pour ce cycle périodique de* 15 s.

**Correction** $C_{\text{eff}} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\sum_{i=1}^{n} C_{\text{i,eff}}^2 T_i} = \sqrt{\dfrac{1}{15}(0,838^2 \times 2 + 0,912^2 \times 2 + 0,838^2 \times 2)} \simeq 0,546\,\text{Nm}$.

## Retour sur l'objectif

**Question 8** *Conclure quant au choix de ce moteur au regard de la valeur maximale de la vitesse angulaire calculée lors d'une étude précédente et du couple efficace calculé à la question précédente et compléter le schéma bilan.*

**Correction**

1. Le couple thermiquement équivalent calculé est de 0,546 Nm ce qui est inférieur aux couple admissible par le moteur.
2. La fréquence de rotation à atteindre par le moteur est de 2200 tr min$^{-1}$. Le moteur proposé tourne à 3120 tr min$^{-1}$ à vide. On peut donc supposer qu'en charge, il atteindre les 2200 tr min$^{-1}$.

Su ces deux critères le moteur proposé est donc validé.

**Problématique**
**Le moteur pré-choisi permet d'assurer le fonctionnement de l'exosquelette ?**