Modéliser le comportement des systèmes mécaniques dans le but d'établir une loi de comportement ou de déterminer des actions mécaniques en utilisant le PFD

Chapitre 4 - Méthodologie: détermination des équations de mouvement

l'Ingénieur

Application 2



Dynamique du véhicule - Véhicule à trois roues Clever*

Concours Banque PT - SIA 2013

Savoirs et compétences :

- Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique
- Res1.C1.SF1: proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement

Le Clever, présenté sur la ??, est un démonstrateur technologique développé par un tissu d'industriels européens — dont BMW, l'Institut Français du Pétrole (IFP) et de nombreux équipementiers — grâce au financement de l'Union Européenne. Clever est la contraction de Compact Low Emission VEhiclefor uRban tRansportation (véhicule compacte à faibles émissions pour le transport urbain) car, avec une consommation de seulement 2,5 L/100km, il s'annonce très écologique. Les premiers prototypes ont vu le jour en 2006. Ce type de véhicule pourrait être un des prochains commercialisés par BMW si le prix de vente peut être ramené sous la barre des 10000 euros.



Véhicule à trois roues Clever

La présente un diagramme partiel des interacteurs, issu de l'analyse fonctionnelle du besoin dans la phase d'utilisation normale (véhicule Clever utilisé pour se déplacer). Le Tableau décrit les fonctions de service correspondantes. À l'issue de l'analyse fonctionnelle technique, les solutions qui ont été retenues sont les suivantes : le Clever se présente comme un véhicule à trois roues pouvant embarquer deux personnes assises en tandem. Il adopte une architecture pendulaire, c'est-à-dire qu'il se penche dans les virages (cf.). Le déplacement du centre de gravité qui en résulte lui confère une grande stabilité malgré une faible largeur du véhicule (légèrement inférieure à 1 m, contre 60 à 75 cm pour une moto, et 1,5 m pour une petite voiture). Cette étroitesse se veut une réponse aux problèmes d'encombrement dans les villes mais permet aussi une surface frontale moins importante que sur une voiture conventionnelle et donc des pertes aérodynamiques réduites. En outre, les sensations de conduite sont semblables à celle d'une moto mais avec un pilotage,

à l'aide d'un volant, propre à un véhicule à 4 roues. Le moteur est un monocylindre à gaz naturel qui a été développé par l'IFP et dont les performances permettent d'atteindre une vitesse de pointe de 100 km h⁻¹ avec une accélération en phase avec les attentes pour un véhicule urbain.

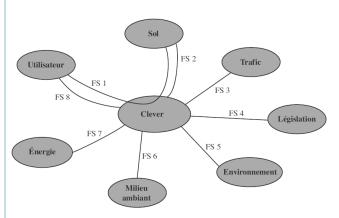


Diagramme partiel des interacteurs dans la phase d'utilisation normale

N°	Fonction de service
FS 1	Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol
FS 2	Rester insensible aux perturbations de la route
FS 3	S'insérer facilement dans le trafic
FS 4	Respecter la réglementation en vigueur
FS 5	Contribuer au respect de l'environnement
FS 6	Résister au milieu ambiant
FS 7	Utiliser les énergies disponibles et ne pas trop consommer
FS 8	Être confortable

Caractérisation partielle des fonctions de service

Du point de vue de l'architecture cinématique (cf.), le groupe motopropulseur est placé à l'arrière. À l'avant, l'habitacle repose sur une roue de moto et pivote par rapport au bloc arrière autour d'une liaison pilotée angulairement par le biais de deux vérins hydrauliques. L'inclinaison est contrôlée par un ordinateur de bord en fonction de l'angle au volant et de la vitesse. Le Tableau regroupe les caractéristiques techniques annoncées par l'équipe de développement.







Vue de la cinématique pendulaire

Type de véhicule	inclinable à 3 roues
Disposition des sièges	en tandem
Longueur hors tout	3 m
Largeur hors tout	1 m
Hauteur hors tout	1,35 m
Poids à vide	395 kg
Châssis	aluminium
Carrosserie	matériau synthétique
Moteur	monocylindre à gaz naturel de 213 cm ³
Puissance maxi	20 Ch DIN (soit 15 kW) à 9000 tr/min
Couple maxi	16 Nm à 6500 tr/min
Vitesse maxi	100 km/h
Accélération	0-60 km/h en un temps inférieur à 7 s
Autonomie	100 km

Caractéristiques techniques

1 Validation de la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle »

Objectif Dans cette partie, on s'intéresse à la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle » qui a été proposée pour assurer les fonctions de service FS1 «Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol » et FS3 « S'insérer facilement dans le trafic » du Tableau donné en introduction. Ce choix doit en effet permettre de garantir la stabilité du Clever dans les virages tout en permettant une faible largeur du véhicule afin de s'insérer dans la circulation.

On donne ci-dessous deux extraits du cahier des charges relatifs aux fonctions de service FS1 et FS3.

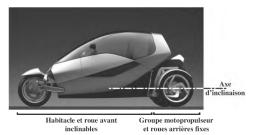
Fonction de service	Critères d'appréciation	Niveau	
FS1 Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol	Renversement du véhicule pour une vitesse de 55 km/h dans un vi- rage de rayon de courbure 20 m	• Interdit	
	Glissement du véhicule pour une vitesse de 55 km/h dans un virage de rayon de courbure 20 m	• Interdit	
Fonction de service	Critères d'appréciation	Niveau	
FS3	Largeur hors tout du véhicule	• < 1 m	
S'insérer facilement			
dans la circulation			

1.1 Conditions de non renversement et d'adhérence

On se propose maintenant d'étudier l'influence du mécanisme d'inclinaison de l'habitacle du Clever sur la stabilité de celui-ci dans les virages. En particulier, on va montrer que cette technologie pendulaire lui permet d'avoir une largeur faible, comparée à une voiture qui n'est pas équipée de cette technologie, tout en assurant un non renversement à vitesse élevée.

Le mécanisme d'inclinaison peut être décrit globalement par la subsection 2.1. Le groupe motopropulseur, comportant entre autres le moteur et les roues arrière, reste en permanence perpendiculaire au sol. La partie avant, constituée de l'habitacle et de la roue avant, peut

au contraire s'incliner dans les virages grâce à un mécanisme hydraulique qui sera étudié ultérieurement dans le sujet. Les deux parties du Clever sont reliées par une liaison pivot d'axe parallèle au sol, schématisée sur la subsection 2.1.



Présentation du mécanisme d'inclinaison

Pour simplifier l'étude, on ne s'intéresse pas dans un premier temps à la roue avant, ce qui permet de se ramener au système schématisé sur la 2. On donne les caractéristiques géométriques et cinématiques suivantes :

- la route **R** est munie du repère $\mathcal{R}_e = (O; \overrightarrow{x_e}, \overrightarrow{y_e}, \overrightarrow{z_e})$. Le référentiel associé est supposé galiléen;
- le groupe motopropulseur $\mathbf{0}$ est animé d'un mouvement de rotation par rapport au sol dont le centre instantané de rotation est O. Le rayon de courbure de la trajectoire du point C dans \mathcal{R}_g est R_C . Le repère lié à $\mathbf{0}$ est $\mathcal{R}_0 = \left(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ tel que $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_e}$ et on note $\theta = \left(\overrightarrow{x_e}, \overrightarrow{x_0}\right) = \left(\overrightarrow{y_e}, \overrightarrow{y_0}\right)$. On a donc $OC = R_C \overrightarrow{x_0}$. On remarquera bien que \mathcal{R}_0 est mobile par rapport à \mathcal{R}_g ;
- l'habitacle $\mathbf{1}$ est liée au groupe $\mathbf{0}$ par une liaison pivot d'axe $(C, \overrightarrow{y_0})$. Le repère lié $\mathcal{R}_1 = (C; \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ est tel que $\overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{y_0}$. On note $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_1})$ l'angle d'inclinaison du système pendulaire. Le centre de gravité de $\mathbf{1}$ est G tel que $\overrightarrow{CG} = e \overrightarrow{z_1}$ et sa masse est m. On note $I_G(1)$ son opérateur d'inertie en G.
- les roues arrière 2 et 3 sont liées au groupe 0 par des liaisons pivots d'axe $(C, \overrightarrow{x_0})$.
- les contacts entre les roues 2 et 3 et la route R ont lieu en A et B définis par $\overrightarrow{CA} = \frac{\ell}{2}\overrightarrow{x_0} r\overrightarrow{z_0}$ et $\overrightarrow{CB} = -\frac{\ell}{2}\overrightarrow{x_0} r\overrightarrow{z_0}$, r désignant le rayon des roues et ℓ la voie arrière du véhicule. Les contacts sont modélisés par des liaisons sphère-plan de centres A et B et de normale $\overrightarrow{z_0}$. Le contact dans ces liaisons se fait avec frottement et le coefficient de frottement est noté f (on supposera pour simplifier que les coefficients de frottement et d'adhérence sont identiques). Les actions mécaniques de la route R sur les roues 2 et 3 sont modélisées dans le plan $(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{x})$ per des glisseurs en A et B de x de x

rence sont identiques). Les actions mécaniques de la route R sur les roues $\mathbf{2}$ et $\mathbf{3}$ sont modélisées dans le plan $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$ par des glisseurs en A et B de résultantes $R(R \to 2) = T_A \overrightarrow{x_0} + N_A \overrightarrow{z_0}$ et $R(R \to 3) = T_B \overrightarrow{x_0} + N_B \overrightarrow{z_0}$.

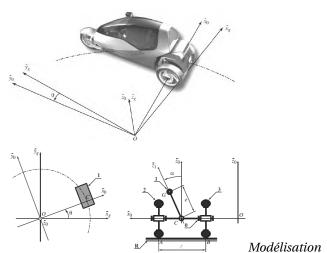
Dans les questions qui suivent, mises à part la liaison entre **R** et **2** et celle entre **R** et **3**, pour lesquelles le frottement est pris en compte, toutes les liaisons sont considérées parfaites. En outre, on négligera la masse des pièces **0**, **2** et **3** devant celle de l'habitacle **1**. On note $E = 0 \cup 1 \cup 2 \cup 3$. L'accélération de la pesanteur est $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{z_0}$.



On se place dans un cas où le rayon de courbure $R_C \mathrm{ld} 2$ la trajectoire du point C, ainsi que la vitesse V de ce point par rapport au référentiel \mathcal{R}_g sont constants. L'angle d'inclinaison α du système pendulaire est lui aussi supposé constant.

Question 1 Exprimer la vitesse, notée $V(G/\mathcal{R}_g)$, du point G dans son mouvement par rapport à \mathcal{R}_g en fonction de V, e, R_C et α .

Question 2 Exprimer l'accélération, notée $a(G/\mathcal{R}_g)$, du point G dans son mouvement par rapport à \mathcal{R}_g en fonction de V, e, R_C et α .



simplifiée du Clever en position inclinée

Question 3 En rappelant que le rayon R_c , la vitesse V et l'angle α sont supposés constants, calculer le moment dynamique en G, noté $\overline{\delta(G,E/\mathcal{R}_g)}$, de l'ensemble E dans son mouvement par rapport à \mathcal{R}_g .

Question 4 En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble E dans son mouvement par rapport à \mathcal{R}_g , écrire les trois équations scalaires qui lient les actions mécaniques de contact entre le sol et les roues T_A , N_A , T_B et N_B aux données du problème.

Question 5 Déduire de ces trois relations l'expression des efforts normaux N_A et N_B en fonction de m, ℓ , r, e, g et R_c , α , V. Tous les autres paramètres étant fixés, une augmentation de la vitesse V risque-t-elle de susciter un décollement de la roue intérieure ou de la roue extérieure au virage?

Question 6 Déduire de la question précédente la condition de non renversement, écrite sous la forme d'une inéquation, qui lie le rapport V^2/R_c aux paramètres ℓ , r, e, g et α , R_c .

Question 7 Exprimer les conditions d'adhérence liant T_A , T_B , N_A , N_B et f. En utilisant les équations qui avaient été montrées précédemment et en appliquant le principe fondamental de la dynamique, en déduire la condition d'adhérence, écrite sous la forme d'une inéquation, qui lie le rapport $\frac{V^2}{R_c}$ aux paramètres e, f, g et α , R_c .

Cas d'un véhicule sans architecture pendulaire

Afin de montrer l'intérêt de l'architecture pendulaire comme solution technique à la fonction de service FS3 « S'insérer facilement dans la circulation », on imagine maintenant que le véhicule Clever n'en est pas équipé, ce qui se traduit par la condition $\alpha=0$.

Question 8 Réécrire les conditions d'adhérence et de non renversement dans ce cas particulier.

On se propose d'étudier la configuration suivante :

- rayon d'une roue, r = 30 cm, position du centre de gravité, e = 50 cm;
- accélération de la pesanteur, $g = 9.81 \,\mathrm{m \, s^{-2}}$ coefficient d'adhérence pneu-route, f = 0.8.

Question 9 Calculer la valeur de la voie arrière du véhicule (largeur l'entre les roues arrières) en dessous de laquelle le phénomène limitant la vitesse à laquelle on peut prendre un virage est le risque de renversement et non celui de dérapage. En déduire quel est le phénomène limitant dans le cas d'une voiture traditionnelle (voie de l'ordre de 1,5 m) et dans le cas d'un véhicule étroit comme le Clever (voie égale à 0,9 m)?

Question 10 Calculer la valeur de la vitesse maximale V à laquelle il est possible de prendre un virage de rayon de courbure $R_c = 20\,\mathrm{m}$ avec un véhicule étroit de voie $\ell = 0.9\,\mathrm{m}$ si celui-ci n'est pas inclinable. On exprimera cette vitesse en km/h. Celle-ci est-elle compatible avec la norme qui prescrit de pouvoir rouler à $55\,\mathrm{km}\,\mathrm{h}^{-1}$ dans un virage de rayon de courbure $20\,\mathrm{m}$?

Cas d'un véhicule à architecture pendulaire

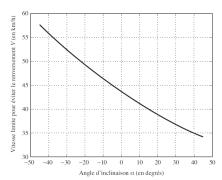
On considère maintenant l'architecture pendulaire. L'angle a peut varier dans la plage $[-45^\circ, 45^\circ]$.

Question 11 Commenter le signe de l'angle α pour contribuer au non renversement du Clever dans la configuration de la 2 (virage à gauche). Le véhicule doit-il s'incliner vers l'intérieur ou vers l'extérieur de la trajectoire (comme c'est le cas sur la 2 en bas à droite)?

Le graphique de la 12, représente, en fonction de l'angle d'inclinaison α et dans la configuration précédente (même géométrie et rayon de courbure $R_c=20\,\mathrm{m}$), l'évolution de vitesse maximale V en dessous de laquelle il n'y a pas renversement.

Question 12 En utilisant la 12, déterminer l'angle d'inclinaison a qu'il faut imposer à l'habitacle pour respecter la norme.





Représentation graphique de la condition de non renversement

Modéliser le comportement des systèmes mécaniques dans le but d'établir une loi de comportement ou de déterminer des actions mécaniques en utilisant le PFD

Chapitre 4 - Méthodologie : détermination des équations de mouvement

Sciences
Industrielles de

PS

l'Ingénieur

Corrigé



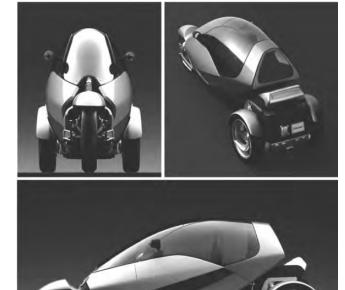
Dynamique du véhicule - Véhicule à trois roues Clever*

Concours Banque PT - SIA 2013

Savoirs et compétences :

- Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique
- Res1.C1.SF1: proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement

Le Clever, présenté sur la **??**, est un démonstrateur technologique développé par un tissu d'industriels européens — dont BMW, l'Institut Français du Pétrole (IFP) et de nombreux équipementiers — grâce au financement de l'Union Européenne. Clever est la contraction de Compact Low Emission VEhiclefor uRban tRansportation (véhicule compacte à faibles émissions pour le transport urbain) car, avec une consommation de seulement 2,5 L/100km, il s'annonce très écologique. Les premiers prototypes ont vu le jour en 2006. Ce type de véhicule pourrait être un des prochains commercialisés par BMW si le prix de vente peut être ramené sous la barre des 10000 euros.



Véhicule à trois roues Clever

La présente un diagramme partiel des interacteurs, issu de l'analyse fonctionnelle du besoin dans la phase d'utilisation normale (véhicule Clever utilisé pour se déplacer). Le Tableau décrit les fonctions de service correspondantes. À l'issue de l'analyse fonctionnelle technique, les solutions qui ont été retenues sont les suivantes : le Clever se présente comme un véhicule à trois roues pouvant embarquer deux personnes assises en tandem. Il adopte une architecture pendulaire, c'est-à-dire qu'il se penche dans les virages (cf.). Le déplacement du centre de gravité qui en résulte lui confère une grande stabilité malgré une faible largeur du véhicule (légèrement inférieure à 1 m, contre 60 à 75 cm pour une moto, et 1,5 m pour une petite voiture). Cette étroitesse se veut une réponse aux problèmes d'encombrement dans les villes mais permet aussi une surface frontale moins importante que sur une voiture conventionnelle et donc des pertes aérodynamiques réduites. En outre, les sensations de conduite sont semblables à celle d'une moto mais avec un pilotage, à l'aide d'un volant, propre à un véhicule à 4 roues. Le moteur est un monocylindre à gaz naturel qui a été développé par l'IFP et dont les performances permettent d'atteindre une vitesse de pointe de 100 km h⁻¹ avec une accélération en phase avec les attentes pour un véhicule urbain.



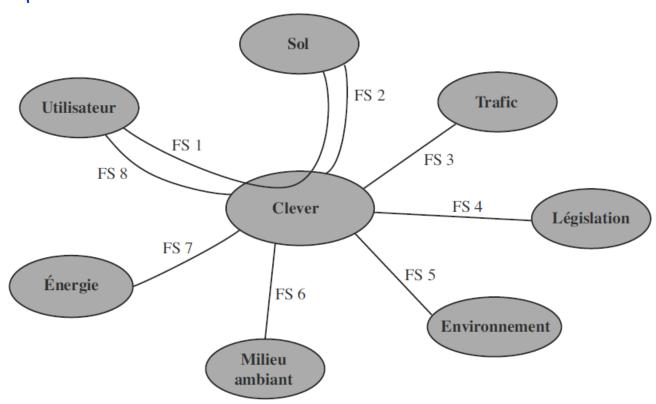


Diagramme partiel des interacteurs dans la phase d'utilisation normale

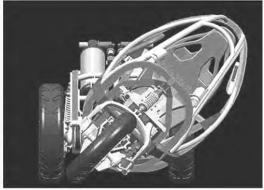
N°	Fonction de service
FS 1	Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol
FS 2	Rester insensible aux perturbations de la route
FS 3	S'insérer facilement dans le trafic
FS 4	Respecter la réglementation en vigueur
FS 5	Contribuer au respect de l'environnement
FS 6	Résister au milieu ambiant
FS 7	Utiliser les énergies disponibles et ne pas trop consommer
FS 8	Être confortable

Caractérisation partielle des fonctions de service

Du point de vue de l'architecture cinématique (cf.), le groupe motopropulseur est placé à l'arrière. À l'avant, l'habitacle repose sur une roue de moto et pivote par rapport au bloc arrière autour d'une liaison pilotée angulairement par le biais de deux vérins hydrauliques. L'inclinaison est contrôlée par un ordinateur de bord en fonction de l'angle au volant et de la vitesse. Le Tableau regroupe les caractéristiques techniques annoncées par l'équipe de développement.







Vue de la cinématique pendulaire

Type de véhicule	inclinable à 3 roues	
Disposition des sièges	en tandem	
Longueur hors tout	3 m	
Largeur hors tout	1 m	
Hauteur hors tout	1,35 m	
Poids à vide	395 kg	
Châssis	aluminium	
Carrosserie	matériau synthétique	

Moteur	monocylindre à gaz naturel de 213 cm ³
Puissance maxi	20 Ch DIN (soit 15 kW) à 9000 tr/min
Couple maxi	16 Nm à 6500 tr/min
Vitesse maxi	100 km/h
Accélération	0-60 km/h en un temps inférieur à 7 s
Autonomie	100 km

Caractéristiques techniques

2 Validation de la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle »

Objectif Dans cette partie, on s'intéresse à la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle » qui a été proposée pour assurer les fonctions de service FS1 «Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol » et FS3 « S'insérer facilement dans le trafic » du Tableau donné en introduction. Ce choix doit en effet permettre de garantir la stabilité du Clever dans les virages tout en permettant une faible largeur du véhicule afin de s'insérer dans la circulation.

On donne ci-dessous deux extraits du cahier des charges relatifs aux fonctions de service FS1 et FS3.



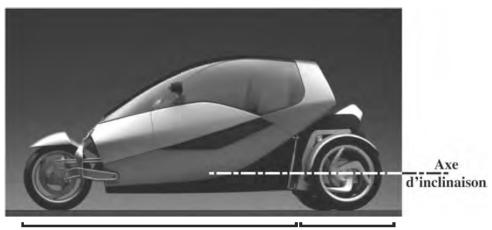
Fonction de service	Critères d'appréciation	Niveau
FS1	Renversement du véhicule pour	Interdit
Permettre à	une vitesse de 55 km/h dans un vi-	
l'utilisateur de se	rage de rayon de courbure 20 m	
déplacer sur le sol		
	Glissement du véhicule pour une	Interdit
	vitesse de 55 km/h dans un virage	
	de rayon de courbure 20 m	

Fonction de service	Critères d'appréciation	Niveau
FS3	Largeur hors tout du véhicule	• < 1 m
S'insérer facilement		
dans la circulation		

2.1 Conditions de non renversement et d'adhérence

On se propose maintenant d'étudier l'influence du mécanisme d'inclinaison de l'habitacle du Clever sur la stabilité de celui-ci dans les virages. En particulier, on va montrer que cette technologie pendulaire lui permet d'avoir une largeur faible, comparée à une voiture qui n'est pas équipée de cette technologie, tout en assurant un non renversement à vitesse élevée.

Le mécanisme d'inclinaison peut être décrit globalement par la subsection 2.1. Le groupe motopropulseur, comportant entre autres le moteur et les roues arrière, reste en permanence perpendiculaire au sol. La partie avant, constituée de l'habitacle et de la roue avant, peut au contraire s'incliner dans les virages grâce à un mécanisme hydraulique qui sera étudié ultérieurement dans le sujet. Les deux parties du Clever sont reliées par une liaison pivot d'axe parallèle au sol, schématisée sur la subsection 2.1.



Habitacle et roue avant inclinables

Groupe motopropulseur et roues arrières fixes

Présentation du mécanisme d'inclinaison

Pour simplifier l'étude, on ne s'intéresse pas dans un premier temps à la roue avant, ce qui permet de se ramener au système schématisé sur la 2. On donne les caractéristiques géométriques et cinématiques suivantes :

- la route **R** est munie du repère $\mathcal{R}_e = (O; \overrightarrow{x_e}, \overrightarrow{y_e}, \overrightarrow{z_e})$. Le référentiel associé est supposé galiléen;
- le groupe motopropulseur **0** est animé d'un mouvement de rotation par rapport au sol dont le centre instantané de rotation est O. Le rayon de courbure de la trajectoire du point C dans \mathcal{R}_g est R_C . Le repère lié à $\mathbf{0}$ est $\mathcal{R}_0 = \left(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ tel que $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_e}$ et on note $\theta = \left(\overrightarrow{x_e}, \overrightarrow{x_0}\right) = \left(\overrightarrow{y_e}, \overrightarrow{y_0}\right)$. On a donc $OC = R_C \overrightarrow{x_0}$. On remarquera bien que \mathcal{R}_0 est mobile par rapport à \mathcal{R}_g ;
- l'habitacle 1 est liée au groupe 0 par une liaison pivot d'axe $(C, \overrightarrow{y_0})$. Le repère lié $\mathcal{R}_1 = (C; \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ est tel que $\overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{y_0}$. On note $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_1})$ l'angle d'inclinaison du système pendulaire. Le centre de gravité de 1 est G tel que $\overrightarrow{CG} = e \overrightarrow{z_1}$ et sa masse est m. On note $I_G(1)$ son opérateur d'inertie en G.

 • les roues arrière $\mathbf{2}$ et $\mathbf{3}$ sont liées au groupe $\mathbf{0}$ par des liaisons pivots d'axe $(C, \overrightarrow{x_0})$.
- les contacts entre les roues **2** et **3** et la route **R** ont lieu en A et B définis par $\overrightarrow{CA} = \frac{\ell}{2} \overrightarrow{x_0} r \overrightarrow{z_0}$ et $\overrightarrow{CB} = -\frac{\ell}{2} \overrightarrow{x_0} r \overrightarrow{z_0}$, r désignant le rayon des roues et ℓ la voie arrière du véhicule. Les contacts sont modélisés par des liaisons sphèreplan de centres A et B et de normale $\overrightarrow{z_0}$. Le contact dans ces liaisons se fait avec frottement et le coefficient de



frottement est noté f (on supposera pour simplifier que les coefficients de frottement et d'adhérence sont identiques). Les actions mécaniques de la route R sur les roues $\mathbf 2$ et $\mathbf 3$ sont modélisées dans le plan $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$ par des glisseurs en R et R de résultantes R de R de résultantes R de R d

Dans les questions qui suivent, mises à part la liaison entre **R** et **2** et celle entre **R** et **3**, pour lesquelles le frottement est pris en compte, toutes les liaisons sont considérées parfaites. En outre, on négligera la masse des pièces **0**, **2** et **3** devant celle de l'habitacle **1**. On note $E = 0 \cup 1 \cup 2 \cup 3$. L'accélération de la pesanteur est $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{z_0}$.

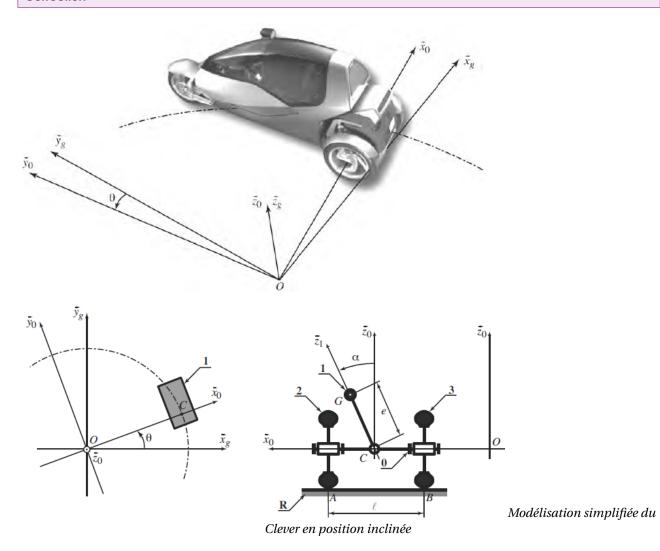
On se place dans un cas où le rayon de courbure R_C de la trajectoire du point C, ainsi que la vitesse V de ce point par rapport au référentiel \mathcal{R}_g sont constants. L'angle d'inclinaison α du système pendulaire est lui aussi supposé constant.

Question 1 Exprimer la vitesse, notée $V(G/\Re_g)$, du point G dans son mouvement par rapport à \Re_g en fonction de V, e, R_C et α .

Correction

Question 2 Exprimer l'accélération, notée $\overline{a(G/\mathcal{R}_g)}$, du point G dans son mouvement par rapport à \mathcal{R}_g en fonction de V, e, R_C et α .

Correction



Question 3 En rappelant que le rayon R_c , la vitesse V et l'angle α sont supposés constants, calculer le moment dynamique en G, noté $\delta(G, E/\Re_g)$, de l'ensemble E dans son mouvement par rapport à \Re_g .

Correction

Question 4 En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble E dans son mouvement par rapport à \mathcal{R}_g , écrire les trois équations scalaires qui lient les actions mécaniques de contact entre le sol et les roues T_A ,



 N_A , T_B et N_B aux données du problème.

Correction

Question 5 Déduire de ces trois relations l'expression des efforts normaux N_A et N_B en fonction de m, ℓ , r, e, g et R_c , α , V. Tous les autres paramètres étant fixés, une augmentation de la vitesse V risque-t-elle de susciter un décollement de la roue intérieure ou de la roue extérieure au virage?

Correction

Question 6 Déduire de la question précédente la condition de non renversement, écrite sous la forme d'une inéquation, qui lie le rapport V^2/R_c aux paramètres ℓ , r, e, g et α , R_c .

Correction

Question 7 Exprimer les conditions d'adhérence liant T_A , T_B , N_A , N_B et f. En utilisant les équations qui avaient été montrées précédemment et en appliquant le principe fondamental de la dynamique, en déduire la condition d'adhérence, écrite sous la forme d'une inéquation, qui lie le rapport $\frac{V^2}{R_c}$ aux paramètres e, f, g et α , R_c .

Correction

2.2 Cas d'un véhicule sans architecture pendulaire

Afin de montrer l'intérêt de l'architecture pendulaire comme solution technique à la fonction de service FS3 « S'insérer facilement dans la circulation », on imagine maintenant que le véhicule Clever n'en est pas équipé, ce qui se traduit par la condition $\alpha = 0$.

Question 8 Réécrire les conditions d'adhérence et de non renversement dans ce cas particulier.

Correction

On se propose d'étudier la configuration suivante :

- rayon d'une roue, $r = 30 \,\mathrm{cm}$, position du centre de gravité, $e = 50 \,\mathrm{cm}$;
- accélération de la pesanteur, $g = 9.81 \,\mathrm{m \, s^{-2}}$ coefficient d'adhérence pneu-route, f = 0.8.

Question 9 Calculer la valeur de la voie arrière du véhicule (largeur l'entre les roues arrières) en dessous de laquelle le phénomène limitant la vitesse à laquelle on peut prendre un virage est le risque de renversement et non celui de dérapage. En déduire quel est le phénomène limitant dans le cas d'une voiture traditionnelle (voie de l'ordre de 1,5 m) et dans le cas d'un véhicule étroit comme le Clever (voie égale à 0,9 m)?

Correction

Question 10 Calculer la valeur de la vitesse maximale V à laquelle il est possible de prendre un virage de rayon de courbure $R_c = 20 \,\mathrm{m}$ avec un véhicule étroit de voie $\ell = 0.9 \,\mathrm{m}$ si celui-ci n'est pas inclinable. On exprimera cette vitesse en km/h. Celle-ci est-elle compatible avec la norme qui prescrit de pouvoir rouler à $55 \,\mathrm{km}\,h^{-1}$ dans un virage de rayon de courbure $20 \,\mathrm{m}$?

Correction

2.3 Cas d'un véhicule à architecture pendulaire

On considère maintenant l'architecture pendulaire. L'angle a peut varier dans la plage [-45°,45°].

Question 11 Commenter le signe de l'angle α pour contribuer au non renversement du Clever dans la configuration de la 2 (virage à gauche). Le véhicule doit-il s'incliner vers l'intérieur ou vers l'extérieur de la trajectoire (comme c'est le cas sur la 2 en bas à droite)?

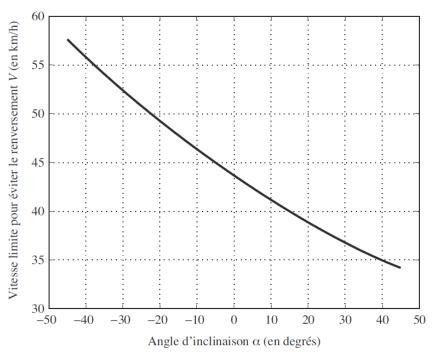
Correction



Le graphique de la 12, représente, en fonction de l'angle d'inclinaison α et dans la configuration précédente (même géométrie et rayon de courbure $R_c=20\,\mathrm{m}$), l'évolution de vitesse maximale V en dessous de laquelle il n'y a pas renversement.

Question 12 En utilisant la 12, déterminer l'angle d'inclinaison a qu'il faut imposer à l'habitacle pour respecter la norme.

Correction



Représentation graphique de la condition de non renversement