TD 01

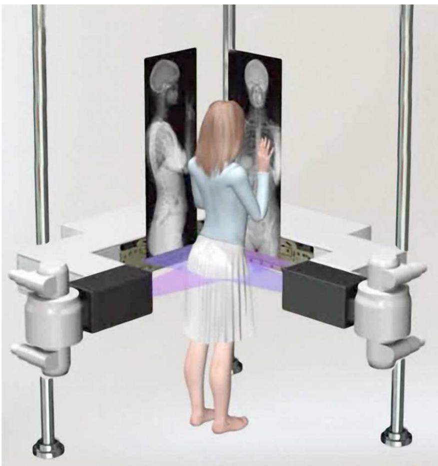
Système EOS ★

Banque PT SIA – 2016

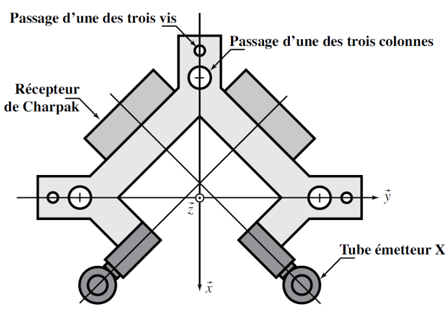
Savoirs et compétences :

Mise en situation

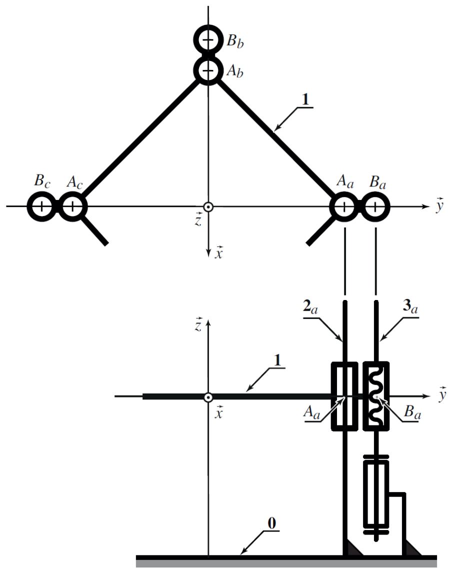
Le système EOS permet l'acquisition simultanée de radiographies de face et de profil du corps entier (ou d'une zone anatomique localisée) avec une réduction de la dose de rayons X de l'ordre de 90 % par rapport à un système radiographique conventionnel ou un scanner.



Le mécanisme interne, constitué d'un bras mobile, guidé par rapport au bâti par trois colonnes verticales. Le bras supporte deux chaînes d'acquisition, chacune d'entre elles étant composée d'un tube à rayons X et d'un détecteur.

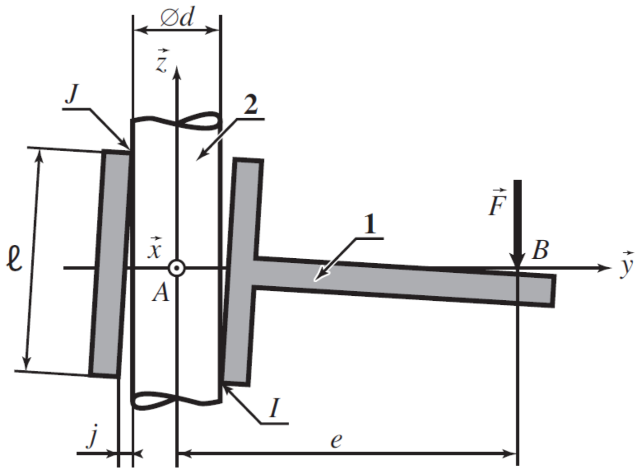


La figure suivante représente le bras mobile en vue de dessus, ce qui permet de voir les passages des colonnes et des vis. Le modèle cinématique permettant d'appréhender le fonctionnement interne.



On s'intéresse plus précisément à une des trois chaînes réalisant la liaison entre le bras mobile 1 et le bâti 0. Cette liaison est principalement réalisée par le biais d'une colonne 2, qui est en liaison complète avec 0. Un schéma de principe est représenté sur la figure suivante. La colonne est de diamètre d, l'alésage du bras de diamètre $d+j$ et de longueur ℓ. On suppose que le jeu j, bien que négligeable devant d ($j \ll d$), permet un léger basculement du bras par rapport à la colonne, ce qui conduit à considérer cet assemblage comme l'association en parallèle de deux liaisons sphère-plan, en I et J. Le contact est modélisé en utilisant la modèle de Coulomb et on note f le coefficient de frottement. Le bras 1 est soumis à une action mécanique motrice (issue de la liaison hélicoïdale) modélisée par un glisseur en B noté $F = -F_z$ ($F > 0$) dont l'axe central est distant de e de l'axe de la liaison. On se propose d'étudier le risque d'arcboutement de cette liaison, supposée plane, en négligeant les actions de la pesanteur.

Objectif Déterminer les conditions de non arcboutement du guidage du système EOS.



Travail à réaliser

Question 1 *En introduisant $F_I = Y_I\overrightarrow{y} + Z_I\overrightarrow{z}$ et $F_J = Y_J\overrightarrow{y} + Z_J\overrightarrow{z}$, les glisseurs en I et J qui résultent des actions mécaniques exercées par la colonne 2 sur le bras 1, écrire les trois équations scalaires traduisant l'équilibre du bras.*

Question 2 *En supposant que $F > 0$, comme précisé ci-dessus, donner les signes des composantes Y_I, Z_I, Y_J et Z_J puis écrire, en utilisant le modèle de Coulomb, les inéquations qui lient ces composantes.*

Question 3 *En supposant qu'on est à la limite du glissement au niveau d'un des contacts, donner la condition nécessaire entre ℓ, f et e pour qu'il n'y ait pas d'arcboutement dans la liaison.*

Conclusion vis-à-vis de l'objectif

Question 4 *Vérifier que la condition de non arcboutement est satisfaite sur le système EOS pour lequel les grandeurs caractéristiques fournies ci-dessous?*

Grandeur	Notation	Unités	Valeur numérique
Diamètre des colonnes de guidage	d	cm	10
Diamètre des vis de guidage	d'	cm	5
Hauteur totale des colonnes	H	cm	200
Limite de course du bras	h0	cm	10
Longueur de guidage des colonnes	ℓ	cm	20
Coefficient de frottement colonne/bras	f	–	0,2
Excentration guidage en translation	e	cm	20

1. $\begin{cases} Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J\dfrac{\ell}{2} - Z_J\left(e + \dfrac{d}{2}\right) + Y_I\dfrac{\ell}{2} - Z_I\left(e - \dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{cases}$
2. .
3. $\dfrac{\ell}{2e} \leq f$
4. .

TD 01

Système EOS ★

Banque PT SIA – 2016

Savoirs et compétences :

Mise en situation

Objectif Déterminer les conditions de non arcboutement du guidage du système EOS.

Travail à réaliser

Question 1 *En introduisant $F_I = Y_I \overrightarrow{y} + Z_I \overrightarrow{z}$ et $F_J = Y_J \overrightarrow{y} + Z_J \overrightarrow{z}$, les glisseurs en I et J qui résultent des actions mécaniques exercées par la colonne 2 sur le bras 1, écrire les trois équations scalaires traduisant l'équilibre du bras.*

Correction

En appliquant le PFS en B, on a :

$$\begin{cases} Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J \dfrac{\ell}{2} - Z_J \left(e + \dfrac{d}{2}\right) + Y_I \dfrac{\ell}{2} - Z_I \left(e - \dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

Question 2 *En supposant que $F > 0$, comme précisé ci-dessus, donner les signes des composantes Y_I, Z_I, Y_J et Z_J puis écrire, en utilisant le modèle de Coulomb, les inéquations qui lient ces composantes.*

Correction

On a de plus : $\begin{cases} Y_I \geq 0 \text{ et } Z_I \geq 0 \\ Y_J \leq 0 \text{ et } Z_J \geq 0 \\ |Z_I| \leq f|Y_I| \text{ et } |Z_J| \leq f|Y_J| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y_I \geq 0 \text{ et } Z_I \geq 0 \\ Y_J \leq 0 \text{ et } Z_J \geq 0 \\ Z_I \leq f\,Y_I \text{ et } Z_J \leq -f\,Y_J \end{cases}$

Question 3 *En supposant qu'on est à la limite du glissement au niveau d'un des contacts, donner la condition nécessaire entre ℓ, f et e pour qu'il n'y ait pas d'arcboutement dans la liaison.*

Correction

On considère qu'on est à la limite du glissement au point I. En conséquences,

$$\begin{cases} Z_I = f\,Y_I \\ Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J \dfrac{\ell}{2} - Z_J \left(e + \dfrac{d}{2}\right) + Y_I \dfrac{\ell}{2} - Z_I \left(e - \dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_I = f\,Y_I \\ Y_J = -Y_I \\ Z_J = F - Z_I = F - f\,Y_I \\ Y_I \dfrac{\ell}{2} - (F - f\,Y_I)\left(e + \dfrac{d}{2}\right) + Y_I \dfrac{\ell}{2} - f\,Y_I \left(e - \dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

$$Y_I \frac{\ell}{2} - (F - f\,Y_I)\left(e + \frac{d}{2}\right) + Y_I \frac{\ell}{2} - f\,Y_I \left(e - \frac{d}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_I \left(\frac{\ell}{2} + f\left(e + \frac{d}{2}\right) + \frac{\ell}{2} - f\left(e - \frac{d}{2}\right)\right) - F\left(e + \frac{d}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_I (\ell + f\,d) - F\left(e + \frac{d}{2}\right) = 0$$

et $\Leftrightarrow F = Y_I \dfrac{\ell + f\,d}{e + \dfrac{d}{2}} = Y_I \dfrac{2\ell + 2f\,d}{2e + d}$

De plus, au point J, on a nécessairement : $Z_J \leq -f\,Y_J$. En conséquences,
$F - f\,Y_I \leq f\,Y_I$
$\Leftrightarrow F - f\,Y_I \leq f\,Y_I \Leftrightarrow F \leq 2f\,Y_I \Leftrightarrow F \leq 2f\,Y_I \Leftrightarrow Y_I \dfrac{2\ell+2fd}{2e+d} \leq 2f\,Y_I \Leftrightarrow \dfrac{2\ell+2fd}{2e+d} \leq 2f \Leftrightarrow 2\ell+2fd \leq 4fe+2fd$
$\Leftrightarrow \ell \leq 2fe \Leftrightarrow \dfrac{\ell}{2e} \leq f$

Correction

On considère qu'on est à la limite du glissement au point J. En conséquences,

$$\left\{\begin{array}{l} Z_J = -f\,Y_J \\ Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J\dfrac{\ell}{2} - Z_J\left(e+\dfrac{d}{2}\right) + Y_I\dfrac{\ell}{2} - Z_I\left(e-\dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} Z_J = -f\,Y_J \\ Y_I = -Y_J \\ Z_I = -Z_J + F = f\,Y_J + F \\ -Y_J\dfrac{\ell}{2} + f\,Y_J\left(e+\dfrac{d}{2}\right) - Y_J\dfrac{\ell}{2} - \left(f\,Y_J + F\right)\left(e-\dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{array}\right.$$

Et donc $Y_J\left(-\ell + f\left(e+\dfrac{d}{2}\right) - f\left(e-\dfrac{d}{2}\right)\right) - F\left(e-\dfrac{d}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow Y_J\left(-\ell+fd\right) - F\left(e-\dfrac{d}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow Y_J\left(-\ell+fd\right) = F\left(e-\dfrac{d}{2}\right) \Leftrightarrow F = Y_J\dfrac{-\ell+fd}{e-\dfrac{d}{2}}$

Par ailleurs, on a : $Z_I \leq f\,Y_I \Leftrightarrow f\,Y_J + F \leq -f\,Y_J$
$\Leftrightarrow 2f\,Y_J + F \leq 0 \Leftrightarrow 2f\,Y_J + Y_J\dfrac{-\ell+fd}{e-\dfrac{d}{2}} \leq 0 \Leftrightarrow 2f + \dfrac{-\ell+fd}{e-\dfrac{d}{2}} \geq 0\ (Y_J<0) \Leftrightarrow \dfrac{2fe-fd-\ell+fd}{e-\dfrac{d}{2}} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2fe-\ell}{e-\dfrac{d}{2}} \geq 0$.

???

- Si $e-\dfrac{d}{2} > 0 : 2fe-\ell \geq 0$ et $f \geq \dfrac{\ell}{2e}$.
- Si $e-\dfrac{d}{2} < 0 : 2fe-\ell \leq 0$ et $f \leq \dfrac{\ell}{2e}$.

Conclusion vis-à-vis de l'objectif

Question 4 *Vérifier que la condition de non arcboutement est satisfaite sur le système EOS pour lequel les grandeurs caractéristiques fournies ci-dessous ?*

Correction Pour ne pas arcbouter, il faut donc vérifier la relation $\dfrac{\ell}{2e} > f$: $\dfrac{20}{2\times 20} > f$ et donc $0,5 > 0,2$. La condition de glissement est donc vérifiée.