## Modéliser le comportement des systèmes mécaniques dans le but d'établir une loi de comportement ou de déterminer des actions mécaniques en utilisant le PFD

Chapitre 1 - Introduction à la dynamique du solide indéformable

l'Ingénieur

## **Activation**



## Activation – Système de dépose de composants électroniques

Émilien Durif - E3A PSI 2011

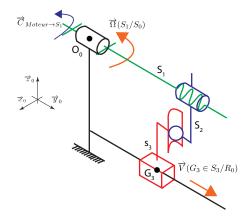
Savoirs et compétences :

Le système étudié permet de déposer automatiquement des composants électroniques sur un circuit. On s'intéresse ici à la modélisation d'un seul axe (selon la direction notée  $\overrightarrow{v_0}$ ). actionné par un moteur électrique et utilisant un mécanisme de transformation de mouvement.

Hypothèses:

- le référentiel associé au repère  $R_0 = (O_0; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ est supposé galiléen;
- les solides seront supposés indéformables;
- on notera  $J_1$  le moment d'inertie du solide 1 selon l'axe  $(O_0, \overrightarrow{y_0}): J_1 = I_{(O_0, \overrightarrow{y_0})}(S_1);$
- on note  $M_3$  et  $G_3$  respectivement la masse et le centre d'inertie du solide  $S_3$ ;
- la position de  $G_3$  est définie par  $\overrightarrow{O_0G_3} = x\overrightarrow{x_0} + y\overrightarrow{y_0} +$  $z\overrightarrow{z_0}$
- les liaisons sont supposées parfaites (sans jeu ni frottement).

Le système est modélisé par le schéma cinématique ci-dessous:



On note:

- S<sub>0</sub> : poutre transversale considérée comme fixe par rapport au bâti;
- $S_1$ : vis à billes (hélice à droite) de pas  $p = 20 \,\mathrm{mm}$ ;
- $S_2$ : écrou de la vis à billes;
- $S_3$ : chariot supportant la tête de dépose (masse  $M_3$ ).

On donne les caractéristiques du moteur entraînant l'axe et la vis  $S_1$ :

- moment d'inertie du moteur suivant l'axe  $\overrightarrow{y_0}$ :  $I_m =$  $1.610^{-4} \text{kgm}^2$ ;
- moment d'inertie de la vis à billes suivant l'axe  $\overrightarrow{y_0}$ :  $I_{\nu} = 2,110^{-4} \text{kg m}^2$ .

De plus  $\overrightarrow{\Omega}(S_1/R_0) = \dot{\theta}(t) \cdot \overrightarrow{v_0}$ 

Objectif L'objectif de cette étude est de relier les grandeurs liées à l'actionneur du système (moteur) :

- couple transmis à  $S_1$ :  $C'_{\text{Moteur} \to S_1}$ ;
- vitesse de rotation de  $S_1$ :  $\overrightarrow{\Omega}(S_1/R_0) \cdot \overrightarrow{y}_0 = \dot{\theta}$ . à celles liée à l'effecteur (tête de dépose  $S_3$ ):
  - masse:  $M_3$ ;
  - cinématique de  $S_3$ :  $\Gamma(G_3 \in S_3/R_0) \cdot \overrightarrow{y}_0 = \ddot{y}$ .

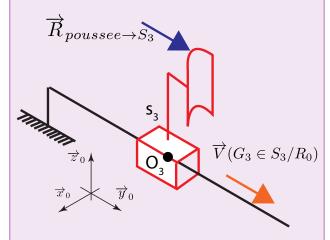
Question 1 Réaliser le graphe de structure associé au mécanisme.

**Question** 2 Proposer une stratégie pour répondre à l'objectif.

**Question** 3 Déterminer la relation entre l'effort de poussée dans la liaison linéaire annulaire et l'accélération du chariot.



**Correction** On connaît la masse  $M_3$  de la tête de dépose et on cherche l'effort (  $\hat{R}_{\text{poussée} \to S_3}$ ) de poussée que doit fournir l'actionneur pour obtenir l'accélération souhaitée.

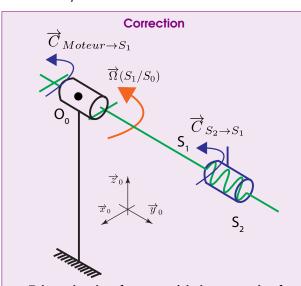


On utilise le théorème de la résultante dynamique en projection sur  $\overrightarrow{y_0}$ . On obtient :  $M_3 \Gamma(G_3 \in 3/R_0) \cdot \overrightarrow{y_0} =$  $\sum \overrightarrow{R}_{\text{ext}\to S_3} \cdot \overrightarrow{y_0}$ .

Au final  $M_3 \cdot \ddot{y} = Y_{23}$ .

Application numérique : détermination de  $R_{\text{pouss\'ee} \to S_3}$  pour obtenir une accélération de 4 m/s<sup>2</sup> :  $R_{\text{pouss\'ee} \rightarrow S_3} = 20 \times 4 = 80 \text{ N}.$ 

**Question** 4 Déterminer la relation entre le couple moteur et le couple transmis dans la liaison hélicoïdale.



## Détermination des caractéristiques maximales :

On se place de la cas le plus limite (Couple maximal, accélération angulaire constante pour atteindre la fréquence de rotation maximale en  $t_a = 0.2$  s) Déterminer le couple résistant maximal que le moteur peut équilibrer dynamiquement ( $C_{S_2 \to S_1}$ ):

En appliquant un théorème du moment dynamique à  $S_1$  selon  $(O_0, \overrightarrow{y_0})$ :  $(I_m + I_\nu) \cdot \ddot{\theta} = C_{\max} + C_{S_2 \to S_1}$ .

On obtient alors :  $C_{S_2 \to S_1} = (I_m + I_v) \cdot \ddot{\theta}_{\max} - C_{\max} = (I_m + I_v) \cdot \frac{N_m \times 2 \cdot \pi}{60 \cdot t_a} - C_{\max} = -20 \,\text{Nm}.$ 

**Question** 5 Donner la relation entre le couple transmis par la liaison hélicoïdale et l'effort axial.

Correction On a: 
$$M_{12} = Y_{12} \frac{\text{pas}}{2\pi}$$
.

**Question** 6 Déterminer la relation entre l'effort axial dans la liaison hélicoïdale et l'effort de poussée dans la liaison sphère – cylindre.

Correction On isole  $S_2$ , soumis aux actions mécaniques de  $S_3$  et  $S_1$ . La masse de  $S_2$  est négligée. On applique le TRD suivant  $\overrightarrow{y_0}$  et on a :

$$Y_{32} + Y_{12} = 0 \iff Y_{23} = Y_{12}$$

**Question** 7 Quel doit être le couple moteur pour déplacer le chariot  $S_3$ ?

- - $(I_m + I_\nu) \cdot \ddot{\theta} = C_{\max} + M_{21}$ ;  $M_3 \cdot \ddot{y} = Y_{23}$ .

On a donc  $C_{\text{max}} = (I_m + I_v) \cdot \ddot{\theta} + M_3 \ddot{y} \frac{\text{pas}}{2\pi}$ 

Le cahier des charges impose les performances dynamiques suivantes:

- l'accélération minimale de l'axe transversal est de  $21 \,\mathrm{m}\,\mathrm{s}^{-2}$ ;
- · la vitesse minimale pour respecter la cadence souhaitée est de 7 m s<sup>-1</sup>;
- la course de l'axe est de 2 m.

La loi de commande est une loi en trapèze de vitesse.

**Question** 8 Donner les caractéristiques dynamiques que doit respecter le moteur.

Correction Avec un pas de 20 mm,  $\dot{\theta} = \dot{y} \frac{2\pi}{\text{pas}}$  et  $\ddot{\theta} =$ AN :  $\dot{\theta} = 7 \cdot 2\pi/2010^3 = 2200 \,\text{rad}\,\text{s}^{-1} = 230 \,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$  et

 $\ddot{\theta} = 21 \cdot 2\pi / 2010^3 = 6600 \,\mathrm{rad}\,\mathrm{s}^{-2}$ .

**Question** 9 Quel est le temps nécessaire pour parcourir la course de la machine? Commenter.

• Temps d'accélération pour atteindre la vitesse maximale :  $V_m = a_m T_a \Leftrightarrow T_a = \frac{V_m}{a_m} =$ 

• Distance parcourue :  $\frac{1}{2} T_a V_m = 1.17 \,\mathrm{m}$ .

En conséquence, la course de la machine ne permet pas d'atteindre la vitesse maximale.

Temps pour parcourir 1 m :  $\frac{1}{2}a_m T_a^2 = 1 \Rightarrow T_a = \frac{2}{21} = 0.309$  s. Temps pour parcourir la course : 0.62 m.



**Question 10** Quel est le couple que doit fournir le moteur pour déplacer le chariot dans le « pire des cas »?

Correction