# Application 2

## Chaîne ouverte – Banc d'essai vibrant★

*Pôle Chateaubriand – Joliot Curie*

***Savoirs et compétences :***

- *Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique*
- *Res1.C1.SF1 : proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement*

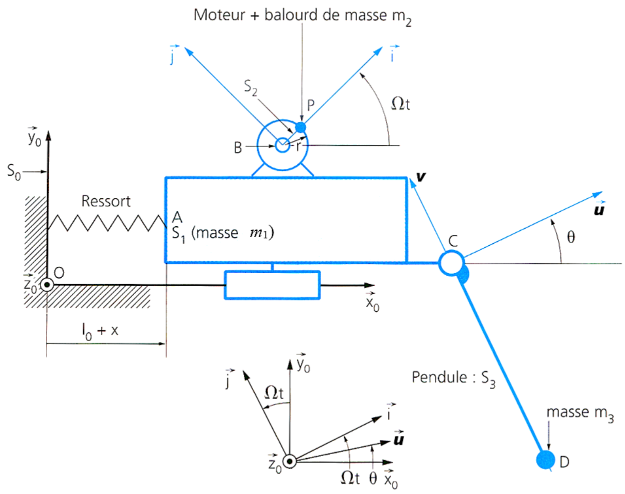
### Présentation

Les vibrations se retrouvent dans tous les systèmes et nuisent à leur durée de vie. On s'intéresse à un banc d'essai permettant d'étudier les conséquences de ces vibrations sur l'usure et la fatigue des pièces mécaniques. La figure ci-après représente un modèle cinématique du dispositif étudié. Une modélisation plane a été retenue. Le bâti vibrant est modélisé par un solide $S_1$, de masse $m_1$ en liaison glissière parfaite avec un support $S_0$, fixe par rapport à un repère $\mathcal{R}_0$ supposé galiléen.

Le solide $S_1$ est rappelé par un ressort de longueur libre $l_0$ et de raideur $k$. Une masse ponctuelle $m_2$ excentrée, placée en $P$, tourne sur un rayon $r$ et est entraînée à vitesse constante $\Omega$. Elle modélise le balourd du rotor d'un moteur $S_2$.

Un pendule simple de longueur $L$, porte à son extrémité $D$ une masse concentrée $m_3$, l'ensemble constitue le solide $S_3$, en liaison pivot parfaite d'axe $\left(C,\overrightarrow{z_0}\right)$ avec $S_1$.

Les masses autres que $m_1$, $m_2$ et $m_3$ sont négligées.




**Objectif** Déterminer les conditions géométriques permettant de supprimer les vibrations.

**Question 1** *Préciser les théorèmes à utiliser permettant de déterminer deux équations différentielles liant $x$, $\theta$ et leurs dérivées et les paramètres cinétiques et cinématiques utiles. Déterminer ces deux équations.*

On souhaite supprimer les vibrations du bâti vibrant. On recherche alors une solution du système d'équations différentielles déterminé précédemment autour de la position d'équilibre $(x_0,\theta_0)=(0,0)$ en supposant que $x$, $\theta$, $\dot{x}$, $\dot{\theta}$ sont des petites variations de position ou de vitesse autour de cette position d'équilibre.

**Question 2** *Proposer une linéarisation, à l'ordre 1, des deux équations différentielles précédentes.*

On s'intéresse uniquement au régime d'oscillations forcées. On cherche donc des solutions de la forme $x(t)=A\cos(\Omega t)$ et $\theta(t)=B\cos(\Omega t)$.

**Question 3** *Déterminer le système d'équations permettant de calculer $A$ et $B$.*

**Question 4** *Indiquer la condition que doit vérifier la longueur $L$ afin d'assurer $x(t)=0$ en régime forcé.*

### Éléments de correction

1. $(m_1+m_2+m_3)\ddot{x} + kx + m_3L\ddot{\theta}\cos\theta - m_3L\dot{\theta}^2\sin\theta = m_2r\Omega^2\cos(\Omega t)$ et $\ddot{x}\cos\theta + L\ddot{\theta} + g\sin\theta = 0$.
2. $(m_1+m_2+m_3)\ddot{x}+kx+m_3L\ddot{\theta} = m_2r\Omega^2\cos(\Omega t)$ et $\ddot{x}+L\ddot{\theta}+g\theta = 0$.
3. $A = \dfrac{m_2r\Omega^2\left(-L\Omega^2+g\right)}{\left[-(m_1+m_2+m_3)\Omega^2+k\right]\left(-L\Omega^2+g\right)-m_3L\Omega^4}$ et $B = \dfrac{m_2r\Omega^2}{\left[-(m_1+m_2+m_3)\Omega^2+k\right]\left(-L\Omega^2+g\right)-m_3L\Omega^4}$.
4. $L=\dfrac{g}{\Omega^2}$.