

TD 02



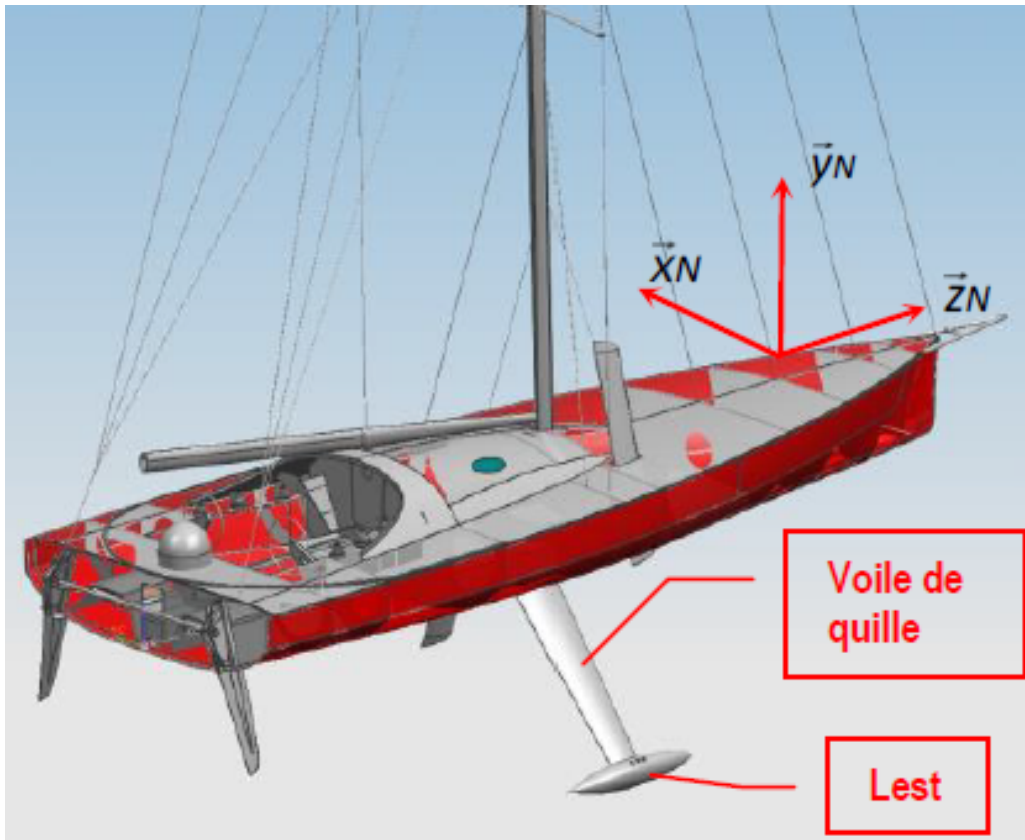
Quille pendulaire

Concours Commun Mines Ponts 2014

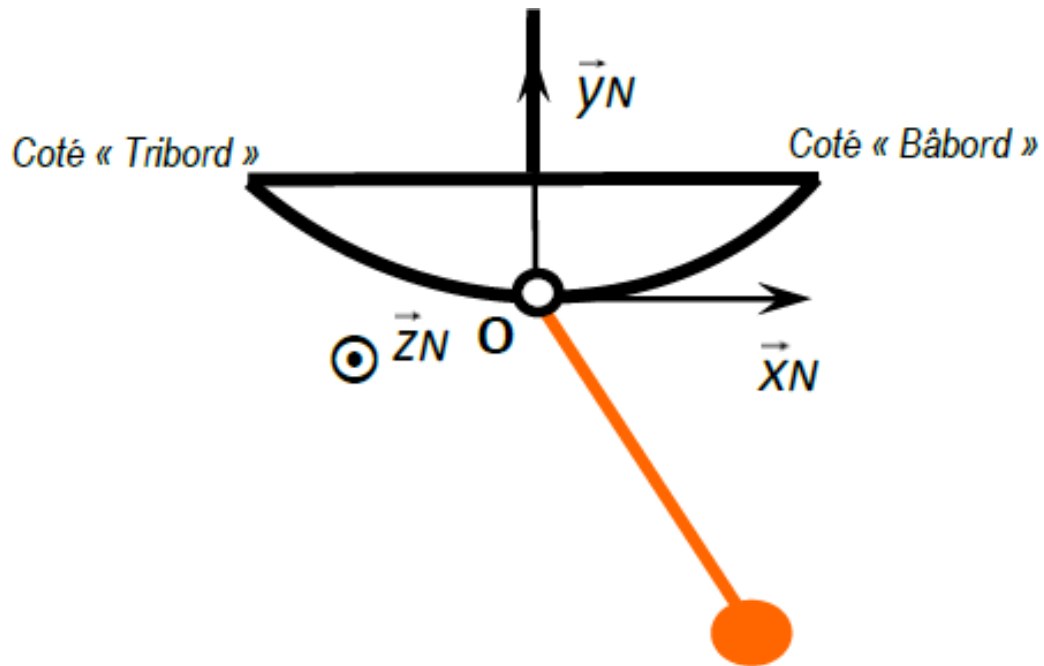
Savoirs et compétences :

Mise en situation

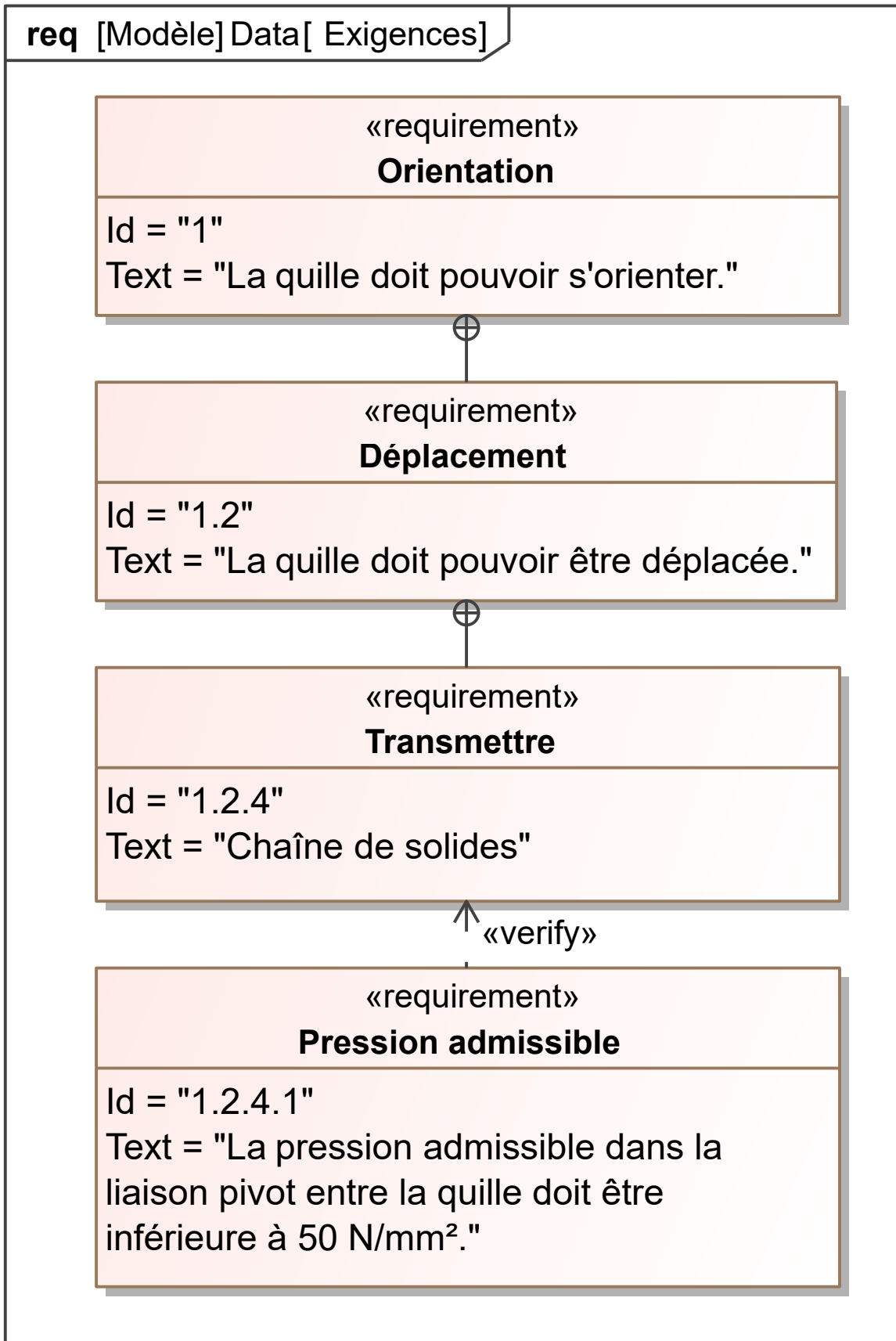
Les actions de l'air et de l'eau permettent au voilier d'avancer mais provoquent aussi son inclinaison autour de l'axe longitudinal \vec{z}_N . C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille joue le rôle de contrepoids.



Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire. Cette quille est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_N) avec la coque du navire et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci.



Objectif L'objectif de cette partie est de valider la solution technologique de réalisation de la liaison pivot entre la quille et la coque.

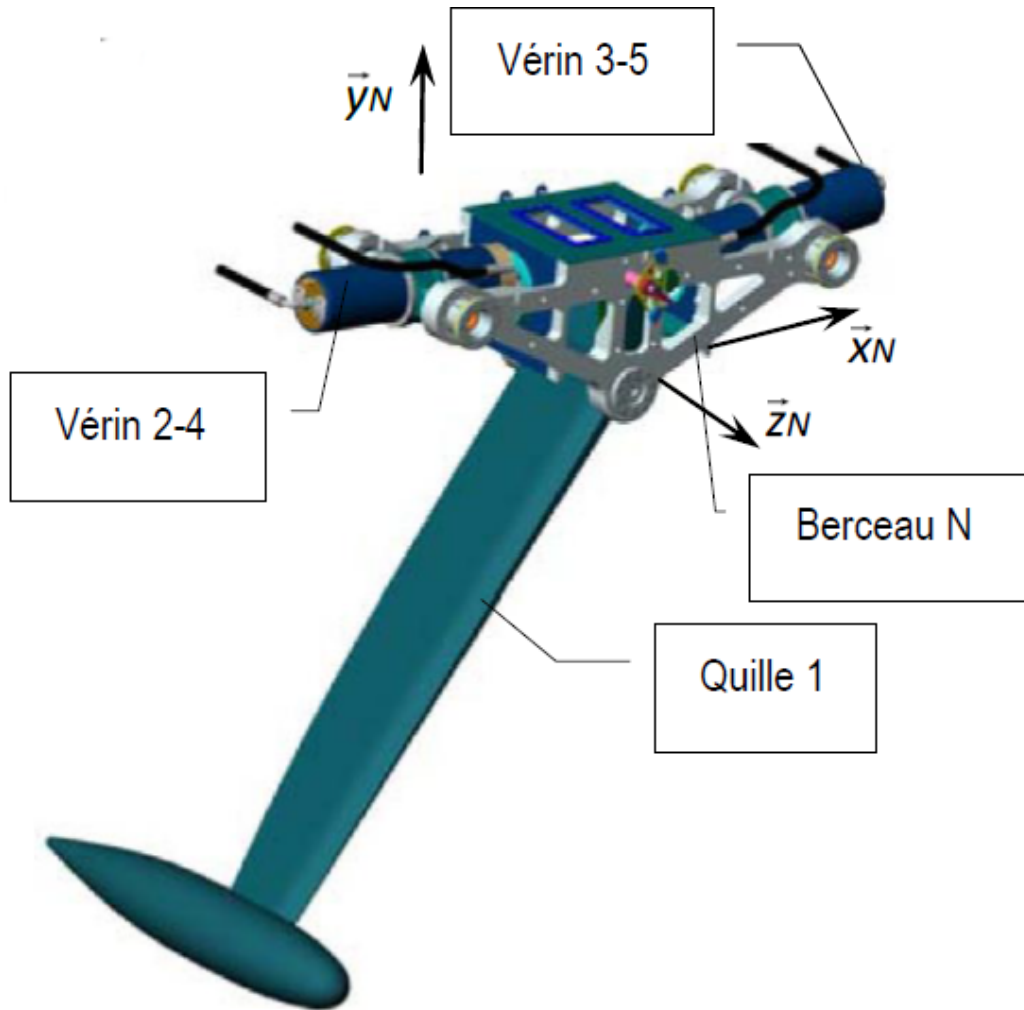


Travail à réaliser

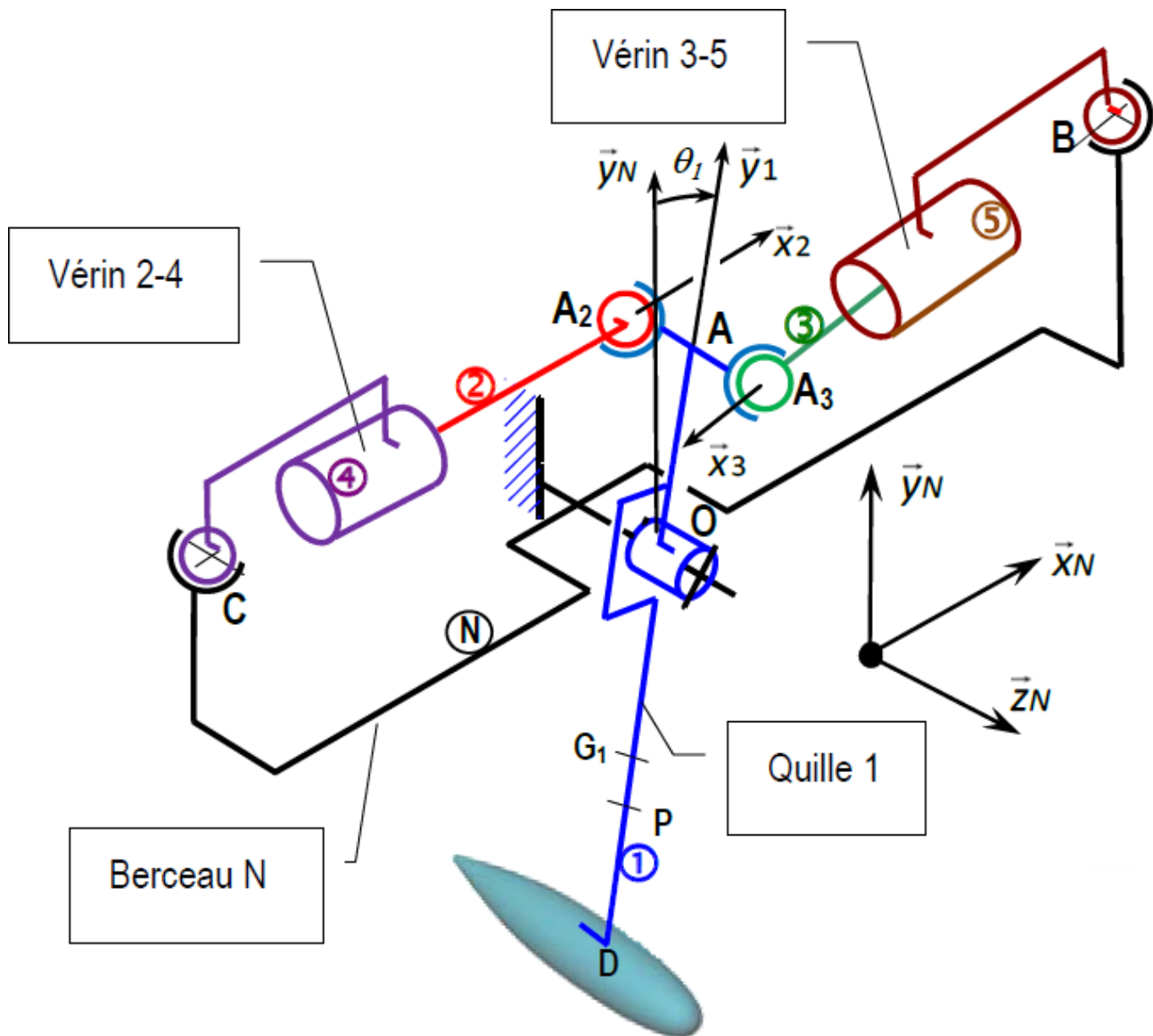
Le modèle de calcul est donné dans les figures suivantes.

Hypothèses

- Les liaisons sont toutes parfaites.
- Seul le vérin 2-4 est moteur ($F_{h3} = 0$) : l'action mécanique motrice est donnée par $\{\mathcal{T}(\text{ph} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_{h2} \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_C$.
- Les actions mécaniques de frottement visqueux provenant du déplacement du fluide dans les canalisations sont toutes négligées.
- Les actions hydrodynamiques sur le voile et le lest de quille sont également négligées.
- Les poids des éléments constitutifs des deux vérins sont négligés.
- La variation de θ_2 pour toute l'amplitude du mouvement de relevage de la quille est faible; θ_2 sera pris égal à 0 : les bases \mathcal{B}_2 , \mathcal{B}_4 et \mathcal{B}_N sont donc confondues. Cependant l'angle θ_1 est différent de zéro.
- Les conditions de déplacement rendent négligeables les effets dynamiques. Les théorèmes de la statique seront donc utilisés dans la suite.



Modèle volumique 3D



Rév - Stat

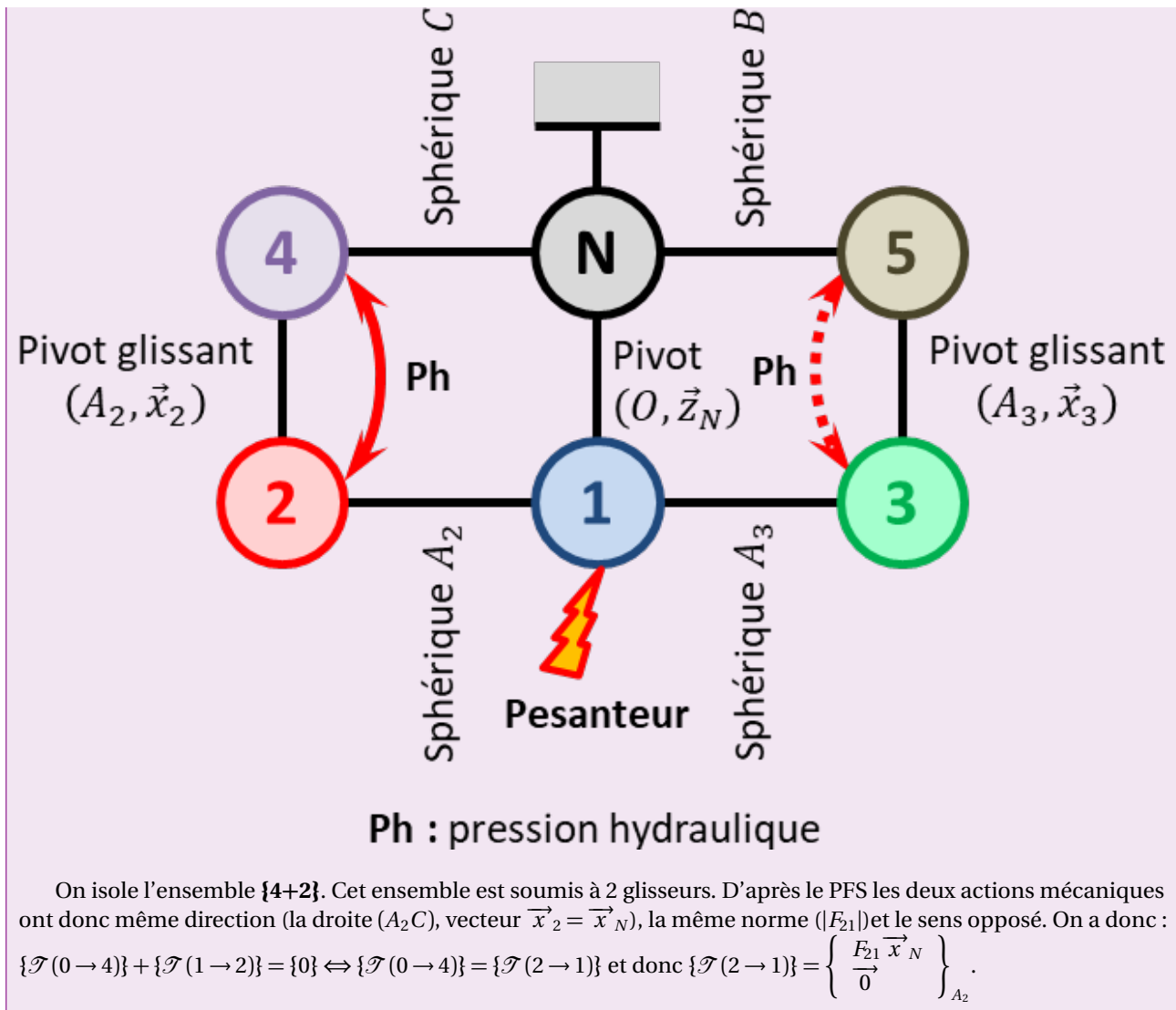
$$\overrightarrow{OA} = R \overrightarrow{y_1}, \theta_1 = (\overrightarrow{x_N}, \overrightarrow{x_1}), \overrightarrow{OG_1} = -L_1 \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{AA_2} = -d \overrightarrow{z_N}, \overrightarrow{AA_3} = d \overrightarrow{z_N}.$$

Schéma cinématique 3D

Schéma cinématique 3D

Question 1 En isolant le bon système, montrer que l'action de 2 sur 1 en A_2 est représentable par le glisseur dont la forme sera notée : $\left\{ \begin{array}{c} F_{21} \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_{A_2}$ ou $\left\{ \begin{array}{c} F_{21} \vec{x}_N \\ 0 \end{array} \right\}_{A_2}$ puisque $\mathcal{B}_N = \mathcal{B}_2$.

Correction Le graphe de structure associé au modèle cinématique est donné dans la figure suivante.



Question 2 Déterminer l'effort F_{21} nécessaire au déplacement de la quille.

Correction On isole la quille 1.

On réalise le BAME :

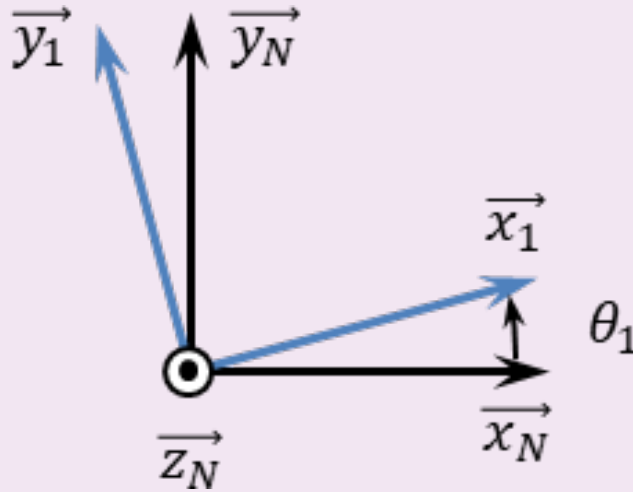
- action de 2 sur 1 : $\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{F_{21} \vec{x}_N}{0} \end{array} \right\}_{A_2}$;
- action de 3 sur 1 : $\{\mathcal{T}(3 \rightarrow 1)\} = \{0\}$ (pas d'action mécanique dans le vérin) ;
- action de N sur 1 : $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{pivot}} = \left\{ \begin{array}{c} X_{N1p} \vec{x}_N + Y_{N1p} \vec{y}_N + Z_{N1p} \vec{z}_N \\ L_{N1p} \vec{x}_N + M_{N1p} \vec{y}_N + N_{N1p} \vec{z}_N \end{array} \right\}_O$;
- action de la pesanteur sur 1 : $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} M_1 g \vec{y}_N \\ 0 \end{array} \right\}_{G_1}$.

La quille étant en pivot d'axe (O, \vec{z}_N) par rapport à 0 , réalisons le théorème du moment statique en O en projection sur \vec{z}_N :

$$\begin{aligned} & (\vec{OA}_2 \wedge F_{21} \vec{x}_N + \vec{OG}_1 \wedge M_1 g \vec{y}_N) \cdot \vec{z}_N = 0 \\ \Leftrightarrow & ((R \vec{y}_1 - d \vec{z}_N) \wedge F_{21} \vec{x}_N - L_1 \vec{y}_1 \wedge M_1 g \vec{y}_N) \cdot \vec{z}_N = 0 \\ \Leftrightarrow & -F_{21} \vec{y}_N (R \vec{y}_1 - d \vec{z}_N) - L_1 M_1 g (\vec{x}_N \cdot \vec{y}_1) = 0 \\ \Leftrightarrow & -R F_{21} \cos \theta_1 - L_1 M_1 g \sin \theta_1 = 0 \\ \Leftrightarrow & F_{21} = -\frac{L_1}{R} M_1 g \tan \theta_1. \end{aligned}$$

Question 3 Exprimer, en fonction de d , g , M_1 , et F_{21} , par ses éléments de réduction en O , dans la base $(\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$, le torseur d'action mécanique de N sur 1, $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{pivot}}$.

Correction



En conservant le même isolement et le même bilan des actions mécaniques, on réalise le PFS en O et on a :

$$\begin{cases} F_{21}\vec{x}_N + X_{N1p}\vec{x}_N + Y_{N1p}\vec{y}_N + Z_{N1p}\vec{z}_N + M_1g\vec{y}_N = \vec{0} \\ \overrightarrow{OA_2} \wedge F_{21}\vec{x}_N + \overrightarrow{OG_1} \wedge M_1g\vec{y}_N + L_{N1p}\vec{x}_N + M_{N1p}\vec{y}_N + Z_{N1p}\vec{z}_N = \vec{0} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_{21}\vec{x}_N + X_{N1p}\vec{x}_N + Y_{N1p}\vec{y}_N + Z_{N1p}\vec{z}_N + M_1g\vec{y}_N = \vec{0} \\ F_{21}(R\vec{y}_1 \wedge \vec{x}_N - d\vec{z}_N \wedge \vec{x}_N) + L_1M_1g \sin \theta \vec{z}_N + L_{N1p}\vec{x}_N + M_{N1p}\vec{y}_N + Z_{N1p}\vec{z}_N = \vec{0} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_{21}\vec{x}_N + X_{N1p}\vec{x}_N + Y_{N1p}\vec{y}_N + Z_{N1p}\vec{z}_N + M_1g\vec{y}_N = \vec{0} \\ F_{21}(-R \cos \theta_1 \vec{z}_N - d\vec{y}_N) + L_1M_1g \sin \theta \vec{z}_N + L_{N1p}\vec{x}_N + M_{N1p}\vec{y}_N + Z_{N1p}\vec{z}_N = \vec{0} \end{cases}$$

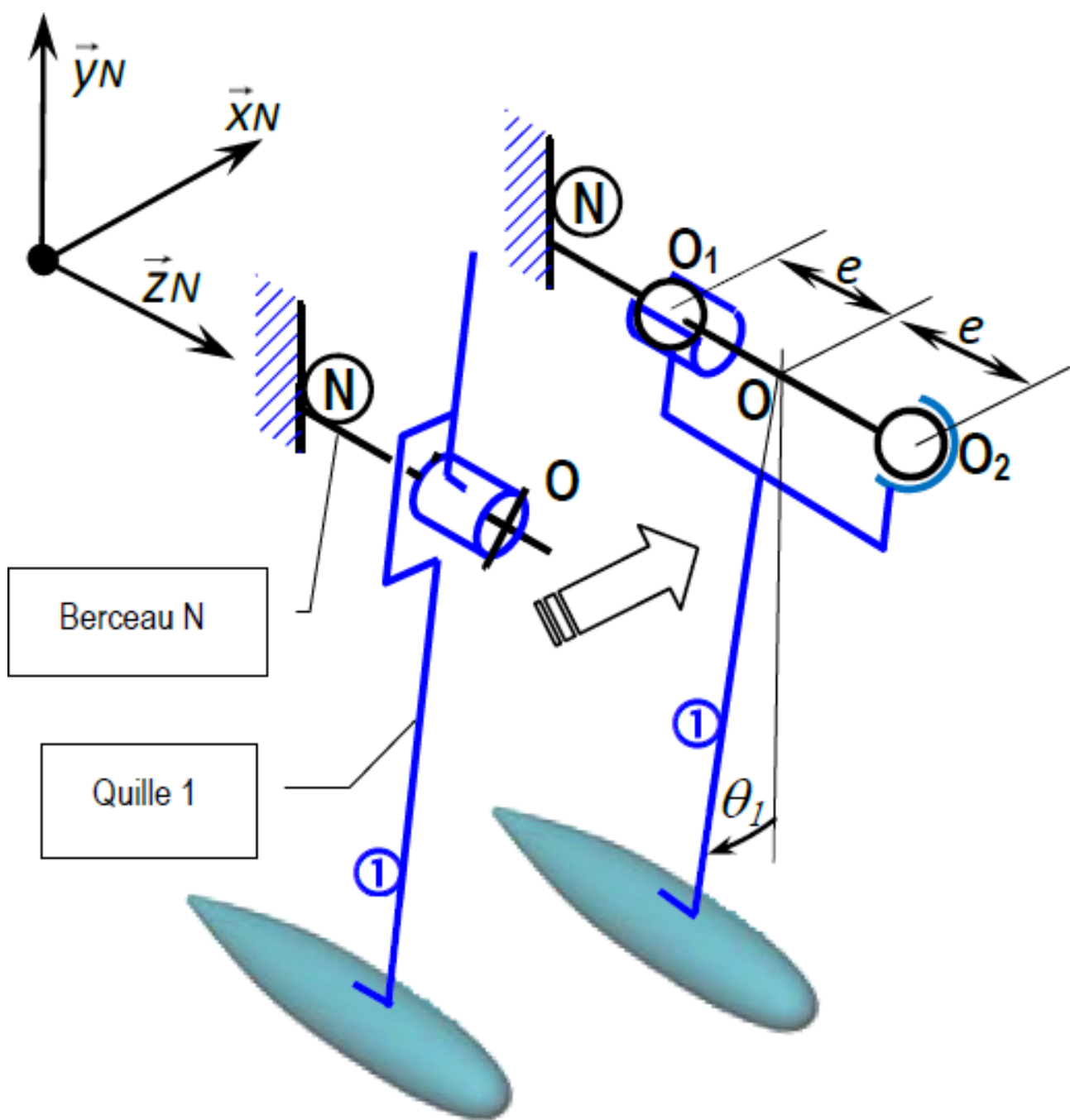
On a :

$$\begin{cases} F_{21} + X_{N1p} = 0 \\ Y_{N1p} + M_1g = 0 \\ Z_{N1p} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} L_{N1p} = 0 \\ -dF_{21} + M_{N1p} = 0 \\ -F_{21}R \cos \theta_1 + L_1M_1g \sin \theta + Z_{N1p} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X_{N1p} = -F_{21} \\ Y_{N1p} = -M_1g \\ Z_{N1p} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} L_{N1p} = 0 \\ M_{N1p} = dF_{21} \\ Z_{N1p} = F_{21}R \cos \theta_1 - L_1M_1g \sin \theta \end{cases}$$

Question 4 La liaison pivot de N sur 1 est composée de deux paliers modélisés par une liaison sphère-cylindre et une liaison sphérique placées en parallèle (voir figure suivante). La géométrie de l'assemblage est telle que : $\overrightarrow{OO_2} = e\vec{z}_N$; $\overrightarrow{OO_1} = -e\vec{z}_N$ avec $e = 350$ mm.

Correction



Question 5 Écrire la relation liant les torseurs d'action mécanique $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{sphère-cylindre}}$, $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{sphérique}}$ et $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{pivot}}$. En déduire, par ses éléments de réduction en O_1 , dans la base $\mathcal{B}_N = (\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$, en fonction de d , g , M_1 , et F_{21} , le torseur d'action mécanique de N sur 1 en O_1 , $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{sphère-cylindre}}$.

Correction

Retour sur le cahier des charges

On se place dans les conditions suivantes :

- la valeur maximale de l'action F_{21} a été estimée dans l'étude précédente : $F_{21\text{Maxi}} = 2 \times 10^5$ N. De plus : $M_1 g = 4.1 \times 10^4$ N, $e = 350$ mm et $d = 200$ mm;
- les « paliers » sont constitués côté quille de contacts cylindriques de diamètre $d_c = 80$ mm et de longueur $L_c = 50$ mm, O_1 étant dans le plan médian du cylindre de contact. Un coussinet de nylon sert d'interface entre la quille et le navire. Ce coussinet est caractérisé par sa pression de contact maximale admissible : $p_{\text{adm}} = 50$ N mm⁻². Par ailleurs on peut montrer que lorsqu'un coussinet est chargé par une pression uniforme sur un demi-cylindre, la relation entre l'effort radial est la pression est donnée par : $p_{21} = \frac{F_{21}}{d_c L_c}$.

Question 6 Dans ces conditions, calculer la valeur de l'effort radial (perpendiculaire à l'axe géométrique du coussinet) qui sollicite ce coussinet en O_1 . Valider ensuite l'usage de ce coussinet de nylon.