

## TD 02



## Quille pendulaire

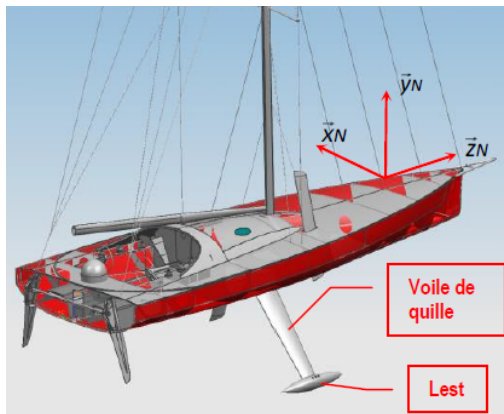
Concours Commun Mines Ponts 2014

## Savoirs et compétences :

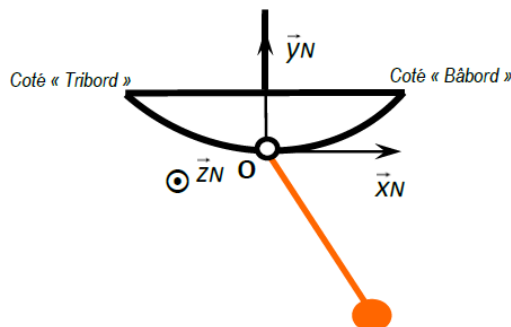
- Res1.C2.SF1 : Proposer une méthode permettant la détermination d'une inconnue de liaison.
- Res1.C3.SF1 : Choisir une méthode pour déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre.
- Res2.C18 : Principe fondamental de la statique
- Res2.C19 : Équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides
- Res2.C20 : Théorème des actions réciproques

## Mise en situation

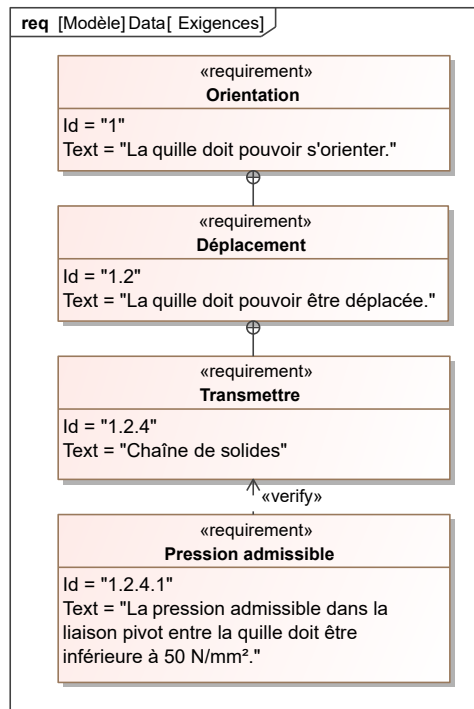
Les actions de l'air et de l'eau permettent au voilier d'avancer mais provoquent aussi son inclinaison autour de l'axe longitudinal  $\vec{z}_N$ . C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille joue le rôle de contrepoids.



Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire. Cette quille est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_N)$  avec la coque du navire et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci.



**Objectif** L'objectif de cette partie est de valider la solution technologique de réalisation de la liaison pivot entre la quille et la coque.



## Travail à réaliser

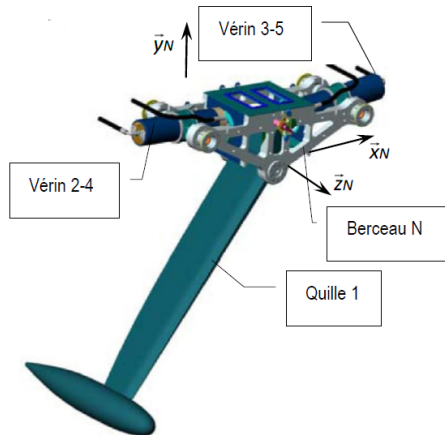
Le modèle de calcul est donné dans les figures suivantes.

## Hypothèses

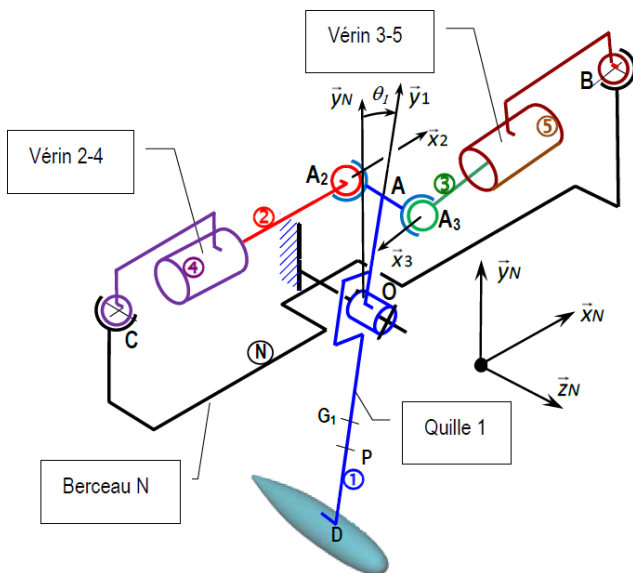
- Les liaisons sont toutes parfaites.
- Seul le vérin 2-4 est moteur ( $F_{h3} = 0$ ). Le fluide (pression hydraulique) agit simultanément sur les pièces 2 et 4. L'action du fluide sur 2 est donnée par  $\{\mathcal{T}(\text{ph} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{matrix} F_{h2} \vec{x}_2 \\ 0 \end{matrix} \right\}_C$ .
- Les actions mécaniques de frottement visqueux provenant du déplacement du fluide dans les canalisations sont toutes négligées.
- Les actions hydrodynamiques sur le voile et le lest de quille sont également négligées.
- Les poids des éléments constitutifs des deux vérins sont négligés.
- La variation de  $\theta_2$  pour toute l'amplitude du mouvement de relevage de la quille est faible;  $\theta_2$  sera

pris égal à 0 : les bases  $\mathcal{B}_2$ ,  $\mathcal{B}_4$  et  $\mathcal{B}_N$  sont donc confondues. Cependant l'angle  $\theta_1$  est différent de zéro.

- Les conditions de déplacement rendent négligeables les effets dynamiques. Les théorèmes de la statique seront donc utilisés dans la suite.



Modèle volumique 3D



$$\overrightarrow{OA} = R \vec{y}_1, \theta_1 = (\vec{x}_N, \vec{x}_1), \overrightarrow{OG_1} = -L_1 \vec{y}_1, \overrightarrow{AA_2} = -d \vec{z}_N \\ \overrightarrow{AA_3} = d \vec{z}_N.$$

Schéma cinématique 3D

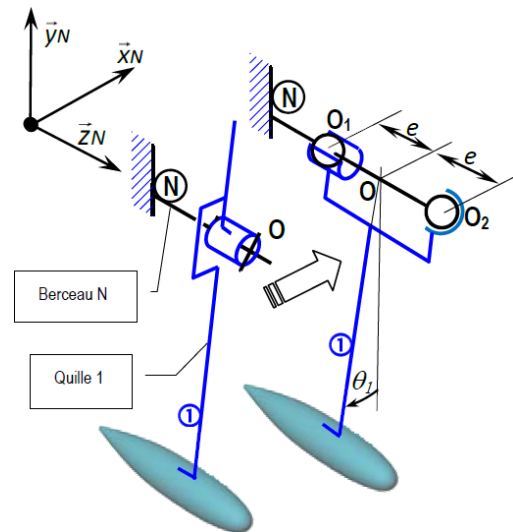
**Question 1** En isolant le bon système, montrer que l'action de 2 sur 1 en  $A_2$  est représentable par le glisseur dont la forme sera notée :  $\left\{ \begin{matrix} F_{21} \vec{x}_2 \\ 0 \end{matrix} \right\}_{A_2}$  ou  $\left\{ \begin{matrix} F_{21} \vec{x}_N \\ 0 \end{matrix} \right\}_{A_2}$  puisque  $\mathcal{B}_N = \mathcal{B}_2$ .

**Question 2** Déterminer l'effort  $F_{21}$  nécessaire au déplacement de la quille.

**Question 3** Exprimer, en fonction de  $d$ ,  $g$ ,  $M_1$ , et  $F_{21}$ , par ses éléments de réduction en  $O$ , dans la base  $(\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$ , le torseur d'action mécanique de  $N$  sur 1,  $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{pivot}$ .

La liaison pivot de  $N$  sur 1 est composée de deux paliers modélisés par une liaison sphère-cylindre et une liaison sphérique placées en parallèle (voir figure suivante).

La géométrie de l'assemblage est telle que :  $\overrightarrow{OO_2} = e \vec{z}_N$ ;  $\overrightarrow{OO_1} = -e \vec{z}_N$  avec  $e = 350$  mm.



**Question 4** Écrire la relation liant les torseurs d'action mécanique  $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{sphère-cylindre}$ ,  $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{sphérique}$  et  $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{pivot}$ . En déduire, par ses éléments de réduction en  $O_1$ , dans la base  $\mathcal{B}_N = (\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$ , en fonction de  $d$ ,  $g$ ,  $M_1$ , et  $F_{21}$ , le torseur d'action mécanique de  $N$  sur 1 en  $O_1$ ,  $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{sphère-cylindre}$ .

### Retour sur le cahier des charges

On se place dans les conditions suivantes :

- la valeur maximale de l'action  $F_{21}$  a été estimée dans l'étude précédente :  $F_{21Maxi} = 2 \times 10^5$  N. De plus :  $M_1 g = 4.1 \times 10^4$  N,  $e = 350$  mm et  $d = 200$  mm;
- les « paliers » sont constitués côté quille de contacts cylindriques de diamètre  $d_c = 80$  mm et de longueur  $L_c = 50$  mm,  $O_1$  étant dans le plan médian du cylindre de contact. Un coussinet de nylon sert d'interface entre la quille et le navire. Ce coussinet est caractérisé par sa pression de contact maximale admissible :  $p_{adm} = 50$  N mm<sup>-2</sup>. Par ailleurs on peut montrer que lorsqu'un coussinet est chargé par une pression uniforme sur un demi-cylindre, la relation entre l'effort radial est la pression est donnée par :

$$p_{21} = \frac{F}{d_c L_c}.$$

**Question 5** Dans ces conditions, calculer la valeur de l'effort radial (perpendiculaire à l'axe géométrique du coussinet) qui sollicite ce coussinet en  $O_1$ . Valider ensuite l'usage de ce coussinet de nylon.

### Corrigé résumé

- .
- $\Leftrightarrow F_{21} = \frac{L_1}{R} M_1 g \tan \theta_1$ .
- $X_{N1p} = -F_{21}$ ,  $Y_{N1p} = M_1 g$ ,  $Z_{N1p} = 0$ ,  $L_{N1p} = 0$ ,  $M_{N1p} = d F_{21}$ .
- $X_{N1sc} = -\frac{d}{e} F_{21} - \frac{M_1 g}{2}$  et  $Y_{N1sc} = \frac{M_1 g}{2}$  (ou  $X_{N1sc} = -\frac{e+d}{2e} F_{21}$ ).
- $F = 136336$  N et  $p_{21} \approx 34$  MPa <  $p_{adm}$  (ou  $F = 158000$  N et  $p_{21} \approx 40$  MPa).