

## TD 02



## Dépose de bagage automatique dans les aéroports (DBA) \*

Concours Centrale Supélec TSI 2018

## Savoirs et compétences :

- Res2.C18 : principe fondamental de la statique;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

## Mise en situation

## Recherche de la vitesse de rotation maximale

**Objectif** Le bagage et le chariot sont animés par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone triphasée avec un réducteur entraînant la manivelle. L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation maximale de la machine asynchrone triphasée actionnant le basculeur en accord avec l'exigence 1.4 (le basculement du bagage doit se faire en 8 s).

**Question 1** Déterminer  $\omega_{\max}$  en fonction des différents  $t_i$ . Faire l'application numérique.

**Correction** En calculant l'aire sous la courbe (l'intégrale de la vitesse est la position) et sachant que le réducteur doit faire un demi-tour ( $\pi$  rad), on a :  $\pi = \frac{1}{2} t_1 \omega_{\max} + \frac{1}{2} (t_3 - t_2) \omega_{\max} + (t_2 - t_1) \omega_{\max} = \left( \frac{1}{2} t_1 + \frac{1}{2} (t_3 - t_2) + (t_2 - t_1) \right) \omega_{\max}$ . On a donc  $\omega_{\max} = \frac{\pi}{\frac{1}{2} t_1 + \frac{1}{2} (t_3 - t_2) + (t_2 - t_1)} = \frac{\pi}{-\frac{1}{2} t_1 + \frac{1}{2} t_2 + \frac{1}{2} t_3} = \frac{\pi}{-\frac{1}{2} 0,5 + \frac{1}{2} 2,5 + \frac{1}{2} 3} = \frac{\pi}{2,5} = 1,26 \text{ rad s}^{-1}$ .

**Question 2** En déduire la vitesse de rotation de l'arbre moteur maximale  $\omega_{\text{mot max}}$ . Faire l'application numérique et donner le résultat en  $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

**Correction**  $\omega_{\text{mot max}} = 107,7 \times 1,26 = 135 \text{ rad s}^{-1} = 1292 \text{ tr min}^{-1}$ .

## Recherche du couple moteur maximal en vue du dimensionnement de la machine asynchrone

**Objectif** La seconde étape du dimensionnement consiste à rechercher le couple moteur maximal en accord avec l'exigence 1.2 (la masse du bagage pouvant être manœuvré par le système est de 50 kg).

**Question 3** Déterminer la forme des torseurs  $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1$  au point  $A_1$  et  $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2$  au point  $A_2$  des actions mécaniques des rampes du bâti  $S_0$  s'appliquant sur le chariot  $S_1$ . Ces torseurs sont-ils des glisseurs ?

**Correction**  $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1 = \left\{ \begin{array}{c} F_1 \vec{x}_{11} \\ 0 \end{array} \right\}_{A_1}$  et  $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2 = \left\{ \begin{array}{c} F_2 \vec{x}_{12} \\ 0 \end{array} \right\}_{A_2}$ . Ces torseurs sont des glisseurs (il existe un point où le moment est nul, ici les droites  $(A_i, I)$ ).

**Question 4** La somme des torseurs  $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1$  et  $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2$  est-elle un glisseur ? Si oui, déterminer un point de son support.

**Correction** On a  $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\} = \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1 + \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2 = \left\{ \begin{array}{c} F_1 \vec{x}_{11} + F_2 \vec{x}_{12} \\ 0 \end{array} \right\}_I$ . Ce torseur est un glisseur dont le point  $I$  appartient au support.

**Question 5** Déterminer la forme du torseur  $\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\}$  de l'action mécanique de la bielle  $S_2$  sur l'ensemble  $S_1$  au point  $B$ . On notera  $F_B$  la norme de la résultante de ce torseur.

**Correction** On prendra  $F_B$  comme valeur algébrique et pas comme norme de la résultante. On isole la bielle  $S_2$ , elle est soumise à deux glisseurs. D'après le PFS, ces glisseurs sont de même norme, de même direction (la droite  $(DB)$ ) et de sens opposés. On a  $\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_B \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_B$ .

**Question 6** En isolant  $S_1$ , et en ramenant les moments en  $I$ , déterminer l'expression de  $F_B$  en fonction de la masse  $m$  de  $S_1$ , des angles  $\alpha_i$  et des constantes du problème.

**Correction** On isole  $S_1$ .

On réalise le BAME :

$$\begin{aligned} \bullet \{ \mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} F_B \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_B \\ &= \left\{ \begin{array}{c} F_B \vec{x}_2 \\ L_2 F_B \sin(\alpha_{12} - \alpha_2) \vec{z} \end{array} \right\}_I \quad (\vec{IB} \wedge F_B \vec{x}_2 = \\ &L_2 \vec{x}_{12} \wedge F_B \vec{x}_2 = L_2 F_B \sin(\alpha_{12} - \alpha_2) \vec{z}); \\ \bullet \{ \mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} F_1 \vec{x}_{11} + F_2 \vec{x}_{12} \\ 0 \end{array} \right\}_I; \\ \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow S_1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -mg \vec{y}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_G \\ &= \left\{ \begin{array}{c} -mg \vec{y}_0 \\ -mg x_G \vec{z}_0 \end{array} \right\}_I \quad (\vec{IG} \wedge -mg \vec{y}_0 = \\ &(x_G \vec{x}_0 + y_G \vec{y}_0) \wedge -mg \vec{y}_0 = -mg x_G \vec{z}_0). \end{aligned}$$

En appliquant le TRS en  $I$  en projection sur  $\vec{z}_0$ , on a :  $L_2 F_B \sin(\alpha_{12} - \alpha_2) - mg x_G = 0$  soit  $F_B = \frac{mg x_G}{L_2 \sin(\alpha_{12} - \alpha_2)}$ .

**Question 7** On note  $C_{\text{red}}$  le couple exercé par l'arbre de sortie de réducteur sur la manivelle  $S_3$ . Montrer que  $C_{\text{red}} - R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$ .

**Correction** En isolant 2, on montre que  $\{ \mathcal{T}(2 \rightarrow 3) \} = \{ \mathcal{T}(1 \rightarrow 2) \}$ .

On isole 3.

On fait le BAME :

$$\begin{aligned} \bullet \{ \mathcal{T}(2 \rightarrow 3) \} &= -\{ \mathcal{T}(2 \rightarrow 1) \} = \left\{ \begin{array}{c} -F_B \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_D \quad \text{et} \\ &\text{on a } \overrightarrow{\mathcal{M}}(E, 2 \rightarrow 3) = \overrightarrow{\mathcal{M}}(D, 2 \rightarrow 3) + \overrightarrow{ED} \wedge -F_B \vec{x}_2 \\ &= R \vec{x}_3 \wedge -F_B \vec{x}_2 = -R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2); \\ \bullet \{ \mathcal{T}(\text{red} \rightarrow 3) \} &= \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ C_{\text{red}} \vec{z}_0 \end{array} \right\}_E; \\ \bullet \{ \mathcal{T}(0 \rightarrow 3) \} &\text{ avec } \overrightarrow{\mathcal{M}}(E, 0 \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_0 = 0. \end{aligned}$$

On applique le TMS en  $E$  en projection sur  $\vec{z}_0$  :  $C_{\text{red}} - R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$ .

Dans la configuration choisie, on a  $x_G = 506 \text{ mm}$ ,  $L_2 = 140 \text{ mm}$ ,  $\alpha_3 = 91^\circ$ ,  $\alpha_{12} = 108^\circ$  et  $\alpha_2 = 3^\circ$  (on montre par une simulation numérique que cette position conduit au couple maximal).

**Question 8** En déduire l'expression du couple  $C_{\text{red}}$  qu'exerce le réducteur sur la manivelle  $S_3$  en fonction du poids du chariot, des angles  $\alpha_i$  et des constantes du problème. Faire l'application numérique.

**Correction** On a  $C_{\text{red}} = R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = \frac{R m g x_G \sin(\alpha_3 - \alpha_2)}{L_2 \sin(\alpha_{12} - \alpha_2)} \simeq 252 \text{ Nm}$ .

**Question 9** En déduire la valeur numérique  $C_m$  du couple qu'exerce l'arbre de la machine asynchrone sur l'arbre d'entrée du réducteur (on supposera le rendement du réducteur égal à 1).

**Correction** Le couple moteur est alors de 2.34 Nm.