## Modéliser le comportement des systèmes mécaniques dans le but d'établir une loi de comportement ou de déterminer des actions mécaniques en utilisant le PFD

Chapitre 3 – Cinétique et application du Principe Fondamental de la

Dynamique

Sciences
Industrielles de
l'Ingénieur

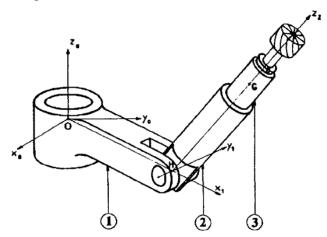
## Colle 01

## Porte-outil d'affûtage

Équipe PT - PT\* La Martinière Monplaisir

Savoirs et compétences :

Le dispositif porte-outil d'une machine d'affûtage est composé de trois solides 1, 2 et 3.



Le repère  $\mathcal{R}_0 = (O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ , avec  $(O, \overrightarrow{z_0})$  vertical ascendant, est lié au bâti  $\mathbf{0}$  de la machine. Il est supposé galiléen. Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Le repère  $\mathcal{R}_1 = (O; \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0})$  est lié au support tournant 1 en liaison pivot d'axe  $(O, \overrightarrow{z_0})$  avec le bâti **0**. La position de 1 par rapport à l'axe  $(O, \overrightarrow{z_0})$  est repérée par  $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$ .

On note  $I_1$  le moment d'inertie de 1 par rapport à l'axe  $(O, \overrightarrow{z_0})$  et H le point tel que  $\overrightarrow{OH} = hx_1$ .

Le repère  $\mathcal{R}_2 = (H; \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_2})$  est lié au bras pivotant **2** en liaison pivot d'axe  $(H, \overrightarrow{y_1})$  avec **1**. La position de **2** est repérée par  $\beta = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_2})$ .

On note  $m_2$  la masse de (2), de centre d'inertie H de

matrice d'inertie 
$$I_H(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$$
.

Le repère  $\mathcal{R}_3 = (G; \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_2})$  est lié au porte-outil (3) (avec l'outil à affûter tenu par le mandrin) en liaison pivot glissant d'axe  $(H, \overrightarrow{z_2})$  avec (2).

La position de (3) est repérée par  $\gamma = (\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3}) = (\overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{y_3})$  et par  $\overrightarrow{HG} = \lambda \overrightarrow{z_2}$ .

On note  $m_3$  la masse de (3), de centre d'inertie G de

matrice d'inertie 
$$I_G(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}.$$

**Question** 1 Justifier la forme de la matrice de la pièce (3).

**Question 2** Calculer  $V(G \in 3/0)$ .

1

**Question 3** Indiquer la méthode permettant de calculer le torseur dynamique en G de (3) en mouvement par rapport à  $\Re_0$  en projection sur  $\overline{z_2}$ .

**Question** 4 Calculer le moment dynamique en H appliqué à l'ensemble  $\{2,3\}$  en mouvement par rapport à  $\mathcal{R}_0$  en projection sur  $\overline{y_1}$ .

**Question** 5 Calculer le moment dynamique en O appliqué à l'ensemble  $\{1, 2, 3\}$  en mouvement par rapport à  $\mathcal{R}_0$  en projection sur  $\overline{z_0}$ .

1. 
$$\{\mathcal{V}(3/\mathcal{R}_0)\} = \begin{cases} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_0} + \dot{\beta} \overrightarrow{y_1} + \dot{\gamma} \overrightarrow{z_2} \\ r \dot{\beta} \overrightarrow{x_2} + (h + r \sin \beta) \dot{\alpha} \overrightarrow{y_1} + \dot{r} \overrightarrow{z_2} \end{cases} _G$$

2. 
$$\overline{\Gamma(G \in 3/\mathcal{R}_0)} = (2\dot{r}\dot{\beta} + r\ddot{\beta})\overline{x_2} 
+ [2\dot{\alpha}(\dot{r}\sin\beta + r\dot{\beta}\cos\beta) + (h+r\sin\beta)\ddot{\alpha}]\overline{y_1} 
- (h+r\sin\beta)\dot{\alpha}^2\overline{x_1} 
+ (\ddot{r}-r\dot{\beta}^2)\overline{z_2}.$$