LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR
CLASSE PRÉPARATOIRE P.S.I.
ANNÉE 2016 - 2017

C3 : PERFORMANCES DYNAMIQUES DES SYSTÈMES

DS 3 - Modélisation dynamique et de la commande d'un système(C3)

I. Système de maintenance de Tramway

1 Étude de la transmission de puissance d'un système d'élévation d'une rame de Tram

L'étude repose sur un système permettant de soulever une rame de Tramway du sol pour effectuer des opérations de maintenance. On s'intéresse dans cette études aux exigences (figure 1) : **1.2 Générer un mouvement vertical**

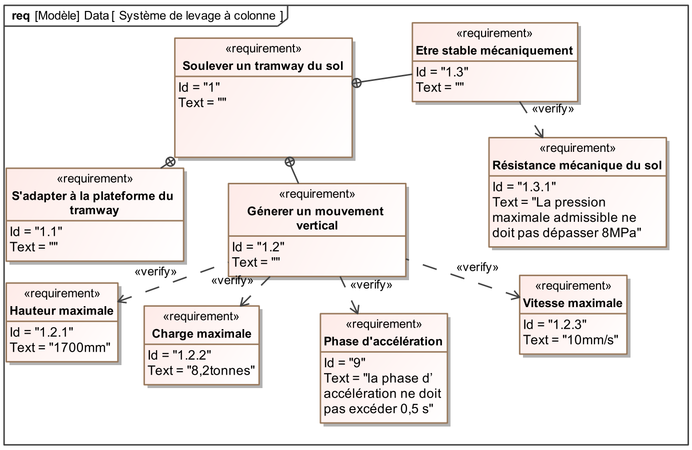
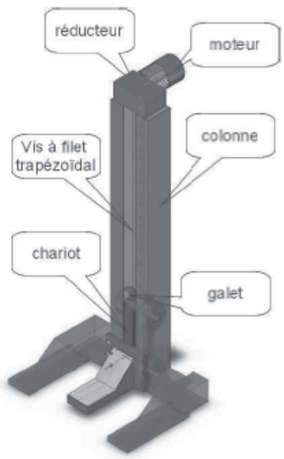


FIGURE 1 – Diagramme des exigences partiel



2 Exigence 1.2 Générer un mouvement vertical

Le système permettant de générer le mouvement vertical du Tramway est modélisé par le schéma cinématique de la figure 2.

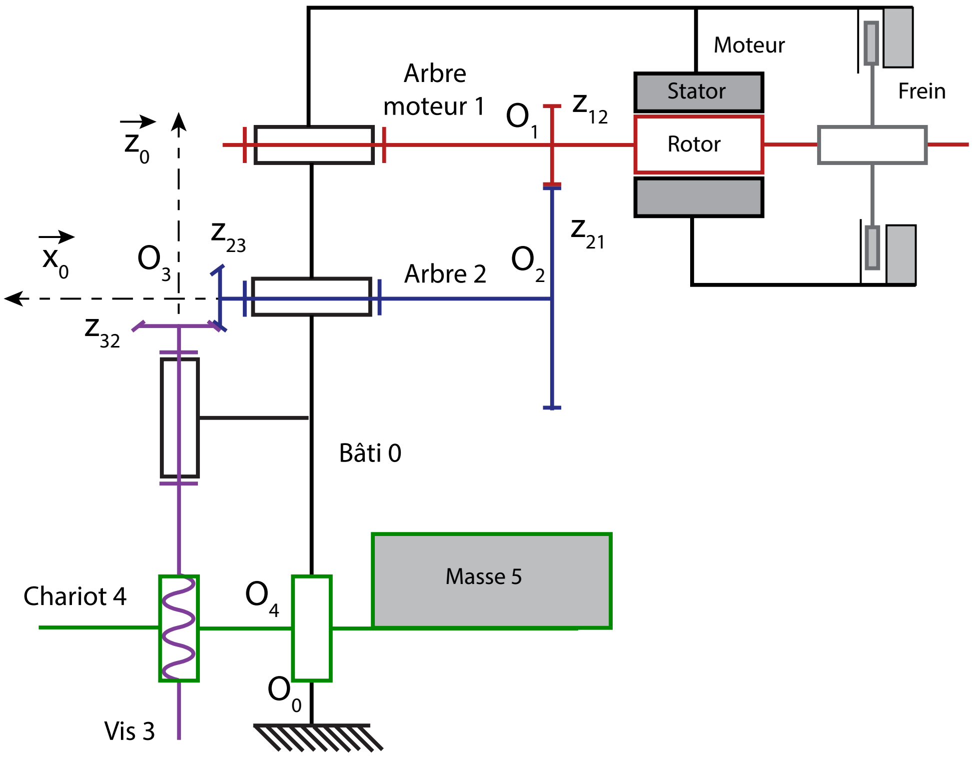


FIGURE 2 – Schéma Cinématique du système permettant de soulever les tramway

On note :
- la vitesse de rotation de l'arbre moteur : $\vec{\Omega}(1/0) = \omega_{10} \cdot \vec{x}_0 = \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_0$;
- la vitesse de levé du tramway : $V_L = \dot{z}_4 = \vec{V}(O_4 \in 4/0) \cdot \vec{z}_0$.

a) Données sur les liaisons

- Liaison L_{12} :
  - Pignon de l'arbre 1 engrenant avec l'arbre 2 : nombre de dents : $Z_{12} = 15$,
  - Pignon de l'arbre 2 engrenant avec l'arbre 1 : nombre de dents : $Z_{21} = 75$,
- Liaison L_{23} :
  - Pignon de l'arbre 2 engrenant avec la vis 3 : nombre de dents : $Z_{23} = 14$,
  - Pignon de la vis 3 engrenant avec l'arbre 2 : nombre de dents : $Z_{32} = 35$,
- Liaison L_{34} : pas du système vis-écrou : $p_{34} = 5\ mm$

b) Étude du réducteur de vitesse

Q 1 : Déterminer l'expression littérale des rapports de réduction en fonction des données concernant les roues dentées :

1. $r_{12} = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}$,
2. $r_{23} = \frac{\omega_{30}}{\omega_{20}}$,

Q 2 : En déduire les expressions de :

1. $\vec{\Omega}_{2/0}$,
2. $\vec{\Omega}_{3/0}$.

en fonction de $\dot{\theta}_1$ et des données concernant les roues dentées

Q 3 : Déterminer numériquement les rapports :

1. $r_{12} = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}$,
2. $r_{23} = \frac{\omega_{30}}{\omega_{20}}$,

c) Étude du système de transformation de mouvement

Q 4 : Tracer le graph des liaisons du système de transformation de mouvement constitué des solides $0-3-4$**.**

Q 5 : Écrire les torseurs cinématiques associé à chaque liaison en précisant les lieux d'invariance.

Q 6 : Écrire la fermeture cinématique.

Q 7 : En déduire une relation entre la vitesse de levée : $V_L = \overrightarrow{V}(O_4 \in 4/0) \cdot \overrightarrow{z}_0$ **et** $\omega_{30} = \overrightarrow{\Omega}_{3/0} \cdot \overrightarrow{z}_0$

Q 8 : En déduire les rapports :

1. $r_{34} = \frac{V_L}{\omega_{30}}$,
2. $r_g = -\frac{V_L}{\omega_{10}}$.

Q 9 : Déterminer la vitesse de rotation du moteur souhaitée (à exprimer en tours par minute) pour obtenir une vitesse de levée conforme au cahier des charges.

d) Dimensionnement dynamique du système.

Données

- Le référentiel associé au repère $R_0 = \left(O_0, \overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{z}_0\right)$ est supposé galiléen ;
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites ;
- Masse du solide 4 : $M_4 = 67kg$;
- Masse du solide 5 : $M5 = 6000kg$;
- accélération de la pesanteur : $\overrightarrow{g} = -g \cdot \overrightarrow{z}_0$ avec $g = 9,81 m \cdot s^{-2}$;
- Les solides 4 et 5 sont supposés encastrés ;
- Moment d'inertie du solide 1 selon l'axe $\left(O_1, \overrightarrow{x}_0\right)$: $J_{(O_1,\overrightarrow{x}_0)}(S_1) = J_1 = 10,5 \times 10^{-3} kg \cdot m^2$.
- Inerties des solides 2 et 3 négligeables ;
- C_m le couple qu'exerce le moteur sur le solide 1 (selon l'axe $\overrightarrow{x}_0$) ;
- C_{21} le moment de l'action de l'arbre 2 sur l'arbre 1 en projection sur $\left(O_1, \overrightarrow{x}_0\right)$: $\overrightarrow{M}_{O_1}(2 \to 1) \cdot \overrightarrow{x}_0 = C_{21}$;
- C_{23} le moment de l'action de l'arbre 2 sur l'arbre 3 en projection sur $\left(O_3, \overrightarrow{z}_0\right)$: $\overrightarrow{M}_{O_3}(2 \to 3) \cdot \overrightarrow{x}_0 = C_{23}$;
- En supposant un rendement égal à 1 au niveau du réducteur on obtient la relation entre C_{21} et C_{23} :

$$C_{23} = -\frac{p_{34}}{r_g \cdot 2 \cdot \pi} \cdot C_{21}$$

- On rappelle le résultat de la partie précédente :

$$\dot{z}_4 = -r_g \cdot \dot{\theta}_1$$

et quelle que soit la valeur trouvée pour r_g, la valeur utilisée dans la suite du sujet sera : $r_g = 6,36 \times 10^{-5} m$.

Q 10 : Donner le graphe de structure de l'ensemble $0-3-4-5$**.**

Q 11 : Donner la forme du torseur de l'action mécanique du à la liaison de $3 \to 4$**.**

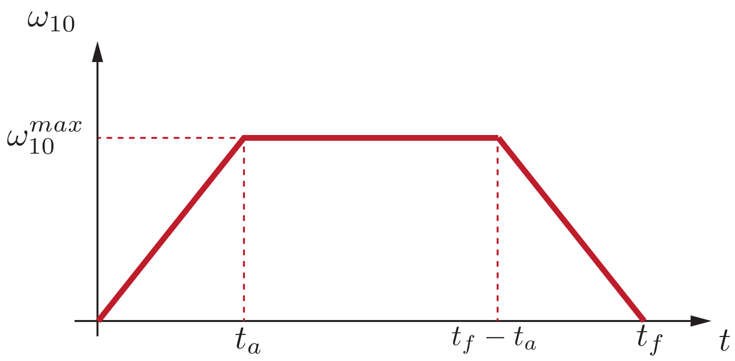
Q 12 : En isolant l'ensemble $E = \{4+5\}$ **et en appliquant un théorème général de la dynamique, déterminer une équation reliant** $\ddot{z}_4$**,** M_4**,** M_5**,** g **et le(s) inconnue(s) de l'action mécanique du solide 3 sur 4.**

Q 13 : En isolant le solide 1 **et en appliquant un théorème général de la dynamique, déterminer une équation reliant** $\ddot{\theta}_1$**,** J_1**,** C_m **et** C_{21}

Q 14 : En isolant le solide 3 **et en appliquant un théorème général de la dynamique, déterminer une équation reliant** C_{23} **à(aux) inconnue(s) de l'action mécanique du solide 3 sur 4.**

Q 15 : Déduire des questions précédentes l'expression de C_m **en fonction de** $\ddot{z}_4$**,** M_4**,** M_5**,** g**,** r_g**, et** J_1**.**

Q 16 : On souhaite piloter le moteur avec un trapèze en vitesse. Donner les caractéristiques du trapèze en fonction des données du cahier des charges.



Q 17 : Pour chaque phase du trapèze, donner l'expression du couple moteur C_m ainsi que les applications numériques associées.

e) Étude de la commande du système

On donne le schéma bloc de l'asservissement en position du système selon la position verticale (figure 3).

- $z_c(t)$ est la consigne en position selon $\vec{z}_0$ du chariot 4.
- $z_s(t) = z_4(t)$ est la position du chariot 4 selon $\vec{z}_0$.
- Le correcteur $C_1(p)$ est pris égal à 1.
- La charge maximale est de $6 tonnes$.
- pour la charge moyenne de $5,6 tonnes$, la vitesse de montée doit être de $10 mm/s$;
- $U_m(p)$ et $C_r(p)$ seront considérés comme des échelons.
- L'étude est conduite pour la phase de montée et la tension d'alimentation du moteur $U_m(p)$ est limitée à U_{sat}.
- Valeurs numériques : $R = 3\Omega$; $L = 0,03H$, $K_m = 1,4Nm/A$; $J = 0,02kg \cdot m^2$; $f_v = 0,012Nm/(rad/s)$; $K_e = 1,4V/(rad/s)$; $r_g = 6,36 \times 10^{-5} m$.

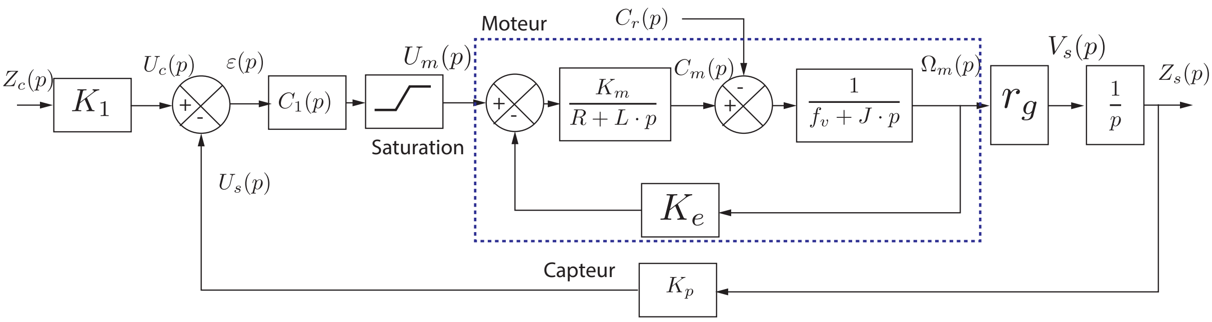


FIGURE 3 – Schéma bloc de l'asservissement en position du système

Traitons tout d'abord le cas où $C_r(p) = 0$.

Q 18 : Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{V_s(p)}{U_m(p)}$ et la mettre sous forme canonique.

Q 19 : Déterminer l'expression de la valeur finale de la vitesse Vs en réponse à un échelon $U_m(p)$ d'amplitude U_0.

Q 20 : En déduire la valeur de U_0 pour obtenir une vitesse $V_s = 10 mm/s$.

Traitons ensuite le cas où $U_m(p) = 0$.

Q 21 : Déterminer la fonction de transfert $H_2(p) = \frac{V_s(p)}{C_r(p)}$ et la mettre sous forme canonique.

Q 22 : Déterminer l'expression de la valeur finale de la vitesse V_s en réponse à un échelon $C_r(t)$ d'amplitude C_{r0}.

Q 23 : Effectuer l'application numérique pour $C_{r0} = 12 Nm$.

Enfin traitons le cas où $C_r(p) = 12 N \cdot m$ et $U_m(p) \neq 0$.

Q 24 : Déterminer la valeur de l'amplitude de l'échelon $U_m(p)$, noté U_1, afin de compenser l'effet de la perturbation $C_r(t)$.

Q 25 : Effectuer l'application numérique.

Q 26 : Justifier qu'un correcteur proportionnel-intégral $K_i \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right)$ permettrait d'avoir un système précis, en boucle fermée.