

## Application 3

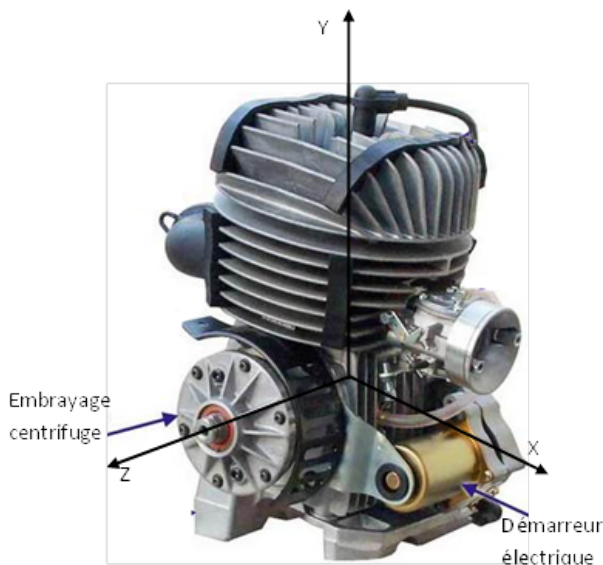


### Application – Moteur de kart

C. Gamelon & P. Dubois

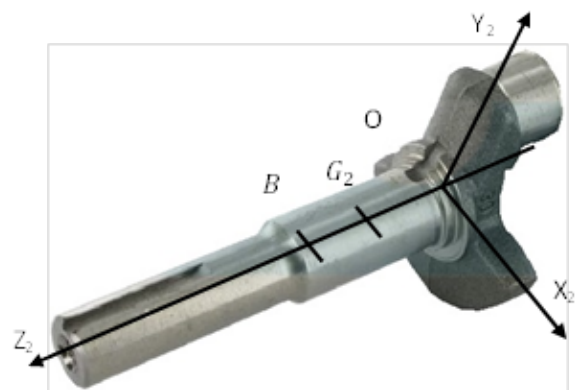
**Savoirs et compétences :**

Au démarrage, le kart est bridé au sol. Le démarreur électrique exerce un couple de  $C_m = 1 \text{ Nm}$  sur le vilebrequin et lorsque la vitesse de rotation atteint  $1200 \text{ tr/min}$ , la combustion du mélange air essence commence et le moteur thermique démarre. Dans cette phase de démarrage l'embrayage est ouvert et ne transmet pas de mouvement. Le vilebrequin est guidé en rotation par rapport au carter moteur. Ce guidage est modélisé par une liaison rotule en  $O$  et linéaire annulaire en  $B$  d'axe  $(O, \vec{z})$ .  $\vec{OB} = a \vec{z}$ .



Le vilebrequin est de masse  $m_2$  et de centre de gravité

$$G_2 \text{ avec } \vec{OG}_2 = l_2 \vec{z}. \text{ On a : } I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & -D \\ 0 & -D & C \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}.$$



**Question 1** Faire un graphe de liaison correspondant à la situation de démarrage.

**Question 2** Déterminer le temps de démarrage du moteur (équation du mouvement) et les actions dans le guidage en rotation.

Nouvelle situation de démarrage : le kart de masse  $m_1$  et centre d'inertie  $G_1$  n'est plus bridé et peut se déplacer horizontalement.  $\vec{OG}_1 = \lambda \vec{x} + h \vec{y}$  et  $\vec{OG}_1 = b \vec{y}$ .

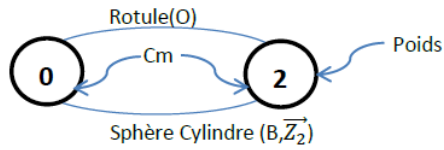
**Question 3** Faire un graphe de liaison correspondant à la nouvelle situation de démarrage.

**Question 4** Déterminer les déplacements du kart au démarrage.

**Question 5** Identifier les modifications des résultats si  $\vec{OG}_2 = l_2 \vec{z} + e \vec{y}_2$ .

Éléments de corrigé:

Question 1:



$$\left\{ \begin{matrix} X_O \cdot \vec{X}_2 + Y_O \cdot \vec{Y}_2 + Z_O \cdot \vec{Z}_2 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_O, \left\{ \begin{matrix} X_B \cdot \vec{X}_2 + Y_B \cdot \vec{Y}_2 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} X_B \cdot \vec{X}_2 + Y_B \cdot \vec{Y}_2 \\ a(X_B \cdot \vec{Y}_2 - Y_B \cdot \vec{X}_2) \end{matrix} \right\}_O$$

Question 2 :

On isole 2: BAME: Torseurs de  $0 \rightarrow 2$  et Cm:  $\left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{Z} \end{matrix} \right\}_O$ ; poids:  $\left\{ \begin{matrix} m_2 \cdot g \cdot \vec{Y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} m_2 \cdot g \cdot \vec{Y} \\ m_2 \cdot g \cdot l_2 \cdot \vec{X} \end{matrix} \right\}_O$

Calcul du torseur cinétique:

$$\{C(2/R)\} = \left\{ \begin{matrix} m_2 \overline{VG \in 2/0} \\ \sigma(G_2; 2/0) \end{matrix} \right\}_G; \overline{VG \in 2/0} = \vec{0}; \sigma(G_2; 2/0) = I(G_2, 2) \overline{\Omega(2/0)} = -D \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{Y}_2 + C \dot{\theta}_2 \cdot \vec{Z}$$

Calcul du torseur dynamique:

$$\{D(2/R)\} = \left\{ \begin{matrix} m_2 \overline{\Gamma G \in 2/0} \\ \delta(G_2; 2/0) \end{matrix} \right\}_G; \overline{\Gamma G \in 2/0} = \vec{0}; \delta(G_2; 2/0) = -D \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{Y}_2 + D \dot{\theta}_2^2 \cdot \vec{X}_2 + C \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{Z}$$

PFS en O dans la base 2:

$$\text{Sur } \vec{X}_2 : X_O + X_B = 0$$

$$\text{Sur } \vec{Y}_2 : Y_O + Y_B = 0$$

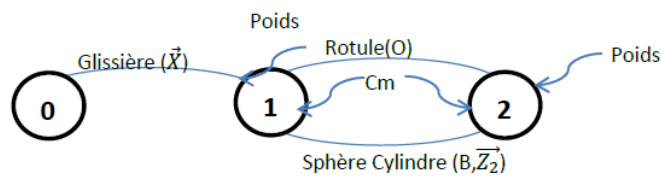
$$\text{Sur } \vec{Z} : Z_O = 0$$

$$\text{Sur } \vec{X}_2 : -a \cdot Y_B + m_2 \cdot g \cdot l_2 \cdot \cos(\theta_2) = D \dot{\theta}_2^2$$

$$\text{Sur } \vec{Y}_2 : a \cdot X_B - m_2 \cdot g \cdot l_2 \cdot \sin(\theta_2) = -D \cdot \ddot{\theta}_2$$

$$\text{Sur } \vec{Z} : C_m = C \ddot{\theta}_2$$

Question 3:



Question 4:

On isole {1+2} BAME:  $\left\{ \begin{matrix} Y_{01} \cdot \vec{Y} + Z_{01} \cdot \vec{Z} \\ L_{01} \cdot \vec{X} + M_{01} \cdot \vec{Y} + N_{01} \cdot \vec{Z} \end{matrix} \right\}_O$

$$\{C(1 + 2/R)\} = \{C(1/R)\} + \{C(2/R)\}$$

$$\{C(1/R)\} = \left\{ \begin{matrix} m_1 \cdot \overrightarrow{V(G \in 1/0)} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} m_1 \cdot \dot{\lambda} \cdot \vec{X} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_O$$

$$\{C(2/R)\} = \left\{ \begin{matrix} m_2 \overrightarrow{VG \in 2/0} \\ \sigma(G_2, 2/0) \end{matrix} \right\}_G ; \overrightarrow{VG \in 2/0} = \dot{\lambda} \cdot \vec{X};$$

$$\overrightarrow{\sigma(G_2; 2/0)} = I(0,2) \overrightarrow{\Omega(2/0)} = -D \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{Y}_2 + C \dot{\theta}_2 \cdot \vec{Z}$$

Torseur dynamique:

$$\{D(1 + 2/R)\} = \{D(1/R)\} + \{D(2/R)\}$$

$$\{D(2/R)\} = \left\{ \begin{matrix} m_2 \overrightarrow{\Gamma G \in 2/0} \\ \delta(G_2, 2/0) \end{matrix} \right\}_G ; \overrightarrow{\Gamma G \in 2/0} = \ddot{\lambda} \cdot \vec{X};$$

$$\overrightarrow{\delta(G_2; 2/0)} = -D \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{Y}_2 + D \dot{\theta}_2^2 \cdot \vec{X}_2 + C \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{Z}$$

$$\overrightarrow{\delta(O; 2/0)} = \overrightarrow{\delta(G_2; 2/0)} + \overrightarrow{OG_2} \wedge m_2 \cdot \overrightarrow{\Gamma(G_2 \in 2/0)}$$

$$\overrightarrow{\delta(O; 2/0)} = -D \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{Y}_2 + D \dot{\theta}_2^2 \cdot \vec{X}_2 + C \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{Z} + l_2 \cdot \vec{Z} \wedge m_2 \cdot \ddot{\lambda} \cdot \vec{X}$$

$$\overrightarrow{\delta(O; 2/0)} = -D \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{Y}_2 + D \dot{\theta}_2^2 \cdot \vec{X}_2 + C \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{Z} + l_2 \cdot m_2 \cdot \ddot{\lambda} \cdot \vec{Y}$$

PFS à {1+2}:

$$\text{Sur } \vec{X}_0 : 0 = (m_1 + m_2) \cdot \ddot{\lambda}$$

$$\text{Sur } \vec{Y}_0 : Y_{01} = m_1 g + m_2 g$$

$$\text{Sur } \vec{Z} : Z_0 = 0$$

$$\text{Sur } \vec{X}_0 : L_{01} = D \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2) + D \cdot \ddot{\theta}_2 \sin(\theta_2)$$

$$\text{Sur } \vec{Y}_0 : M_{01} = D \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) - D \cdot \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2) + m_2 \cdot l_2 \cdot \ddot{\lambda}$$

$$\text{Sur } \vec{Z} : N_{01} = 0$$

Question 5:

Idem question 4 mais ajouter tous les termes complémentaires.