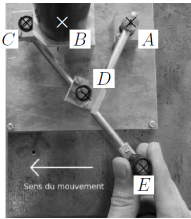


TD 03



Interface maître et esclave d'un robot **

CCP PSI 2015

Savoirs et compétences :

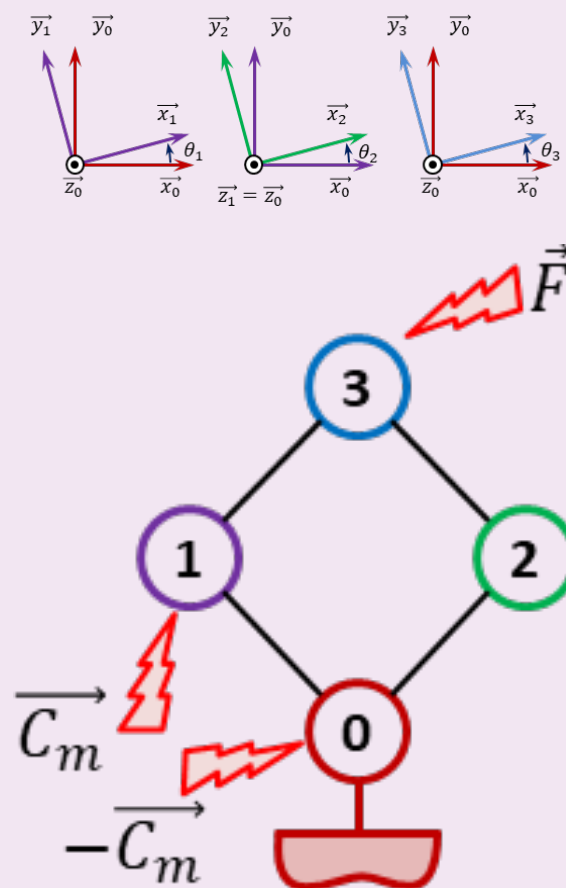
- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Modélisation de l'interface maître

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse du mécanisme (liaisons et efforts).

Correction



Question 2 #CCMP Proposer une démarche permettant d'exprimer le couple moteur en fonction de l'effort de l'opérateur et des paramètres géométriques.

Correction

- On commence par isoler le solide S_2 soumis à deux forces. D'après le PFS, on a donc $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 2)\} = -\{\mathcal{T}(3 \rightarrow 2)\} =$

$$\left\{ \begin{array}{c} F_{23} \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_D.$$

- Le solide S_1 est en rotation d'axe (B, \vec{z}_0) . On réalise un TMS en B .
- On isole S_3 . Pour ne pas introduire les inconnues de liaison en D , on réalise un TMS en D .

XP : à ce stade il manque une équation, on verra laquelle à la question suivante.

Question 3 #CCMP Mettre en œuvre cette démarche et montrer que

$$C_m = \frac{L_1 F}{\sin(\theta_2 - \theta_3)} (\sin \theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) - 2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3).$$

Correction

Après avoir isolé S_2 , on a vu que $\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 3)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_{23} \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_D$.

On isole S_1 .

On réalise le BAME.

- Action de la liaison pivot.
- Action du couple moteur.
- Action de S_3 sur S_1 : $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{31} \vec{x}_0 + Y_{31} \vec{y}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_C$.

On applique le TMS en B en projection sur \vec{z}_0 et on a :

$$\begin{aligned} C_m + \vec{BC} \wedge (X_{31} \vec{x}_0 + Y_{31} \vec{y}_0) \cdot \vec{z}_0 &= 0 \\ \Leftrightarrow C_m + L_1 \vec{x}_1 \wedge (X_{31} \vec{x}_0 + Y_{31} \vec{y}_0) \cdot \vec{z}_0 &= 0 \\ \Leftrightarrow C_m + L_1 (-X_{31} \sin \theta_1 + Y_{31} \cos \theta_1) &= 0 \end{aligned}$$

On isole S_3 .

On réalise le BAME.

- Action de la liaison pivot en C (1 sur 3).
- Action de la liaison pivot en D (2 sur 3).
- Action de l'opérateur en E .

On applique le TMS en B en projection sur \vec{z}_0 et on a :

$$\begin{aligned} \vec{DC} \wedge -(X_{31} \vec{x}_0 + Y_{31} \vec{y}_0) + (\vec{DE} \wedge F(t) \vec{x}_0) \cdot \vec{z}_0 &= 0 \\ \Leftrightarrow (L_2 \vec{x}_3 \wedge -(X_{31} \vec{x}_0 + Y_{31} \vec{y}_0)) \cdot \vec{z}_0 - (L_2 \vec{x}_3 \wedge F(t) \vec{x}_0) \cdot \vec{z}_0 &= 0 \\ \Leftrightarrow L_2 (X_{31} \sin \theta_3 - Y_{31} \cos \theta_3) + L_2 F(t) \sin \theta_3 &= 0 \end{aligned}$$

À ce stade, il manque une équation pour éliminer X_{31} ou Y_{31} . Il faut donc une équation de la résultante. Pour ne pas faire apparaître F_{23} , on peut isoler S_3 et réaliser un théorème de la résultante statique suivant \vec{y}_2 :

$$\begin{aligned} -(X_{31} \vec{x}_0 + Y_{31} \vec{y}_0) + F_{23} \vec{x}_2 + F(t) \vec{x}_0 \cdot \vec{y}_2 &= 0 \\ \Leftrightarrow -(-X_{31} \sin \theta_2 + Y_{31} \cos \theta_2) - F(t) \sin \theta_2 &= 0 \\ \Leftrightarrow X_{31} \sin \theta_2 - Y_{31} \cos \theta_2 - F(t) \sin \theta_2 &= 0. \end{aligned}$$

On a donc :

$$\begin{aligned} &\left\{ \begin{array}{l} C_m + L_1 (-X_{31} \sin \theta_1 + Y_{31} \cos \theta_1) = 0 \\ L_2 (X_{31} \sin \theta_3 - Y_{31} \cos \theta_3) + L_2 F(t) \sin \theta_3 = 0 \\ X_{31} \sin \theta_2 - Y_{31} \cos \theta_2 - F(t) \sin \theta_2 = 0 \end{array} \right. \\ \Leftrightarrow &\left\{ \begin{array}{l} C_m + L_1 (-X_{31} \sin \theta_1 + Y_{31} \cos \theta_1) = 0 \\ X_{31} \sin \theta_3 - Y_{31} \cos \theta_3 + F(t) \sin \theta_3 = 0 \\ X_{31} = \frac{Y_{31} \cos \theta_2 + F(t) \sin \theta_2}{\sin \theta_2} \end{array} \right. \\ \Leftrightarrow &\left\{ \begin{array}{l} C_m + L_1 (-X_{31} \sin \theta_1 + Y_{31} \cos \theta_1) = 0 \\ Y_{31} \cos \theta_2 \sin \theta_3 + F(t) \sin \theta_2 \sin \theta_3 - Y_{31} \cos \theta_3 \sin \theta_2 + F(t) \sin \theta_3 \sin \theta_2 = 0 \\ X_{31} = \frac{Y_{31} \cos \theta_2 + F(t) \sin \theta_2}{\sin \theta_2} \end{array} \right. \\ \Leftrightarrow &\left\{ \begin{array}{l} C_m + L_1 (-X_{31} \sin \theta_1 + Y_{31} \cos \theta_1) = 0 \\ Y_{31} = -2F(t) \frac{\sin \theta_2 \sin \theta_3}{\sin(\theta_3 - \theta_2)} \\ X_{31} = \frac{Y_{31} \cos \theta_2 + F(t) \sin \theta_2}{\sin \theta_2} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C_m + L_1(-X_{31} \sin \theta_1 + Y_{31} \cos \theta_1) = 0 \\ Y_{31} = -2F(t) \frac{\sin \theta_2 \sin \theta_3}{\sin(\theta_3 - \theta_2)} \\ X_{31} = \frac{Y_{31} \cos \theta_2 + F(t) \sin \theta_2}{\sin \theta_2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C_m + L_1(-X_{31} \sin \theta_1 + Y_{31} \cos \theta_1) = 0 \\ Y_{31} = -2F(t) \frac{\sin \theta_2 \sin \theta_3}{\sin(\theta_3 - \theta_2)} \\ X_{31} = -2F(t) \frac{\sin \theta_2 \sin \theta_3}{\sin(\theta_3 - \theta_2)} \frac{\cos \theta_2}{\sin \theta_2} + F(t) = F(t) \left(-2 \frac{\cos \theta_2 \sin \theta_3}{\sin(\theta_3 - \theta_2)} + 1 \right) \end{cases}$$

On a donc $C_m = L_1 X_{31} \sin \theta_1 - L_1 Y_{31} \cos \theta_1 = -2F(t) \frac{\sin \theta_2 \sin \theta_3}{\sin(\theta_3 - \theta_2)} L_1 \sin \theta_1 + 2F(t) \frac{\sin \theta_2 \sin \theta_3}{\sin(\theta_3 - \theta_2)} L_1 \cos \theta_1$

$$= 2F(t) L_1 \frac{\sin \theta_2 \sin \theta_3}{\sin(\theta_3 - \theta_2)} (-\sin \theta_1 + \cos \theta_1)$$

XP : je ne trouve pas la même expression que dans le sujet, je n'ai pas eu le temps de comprendre pourquoi.

$$C_m = \frac{L_1 F}{\sin(\theta_2 - \theta_3)} (\sin \theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) - 2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3).$$

Cette relation n'étant pas linéaire, on propose d'analyser les résultats d'une simulation numérique en traçant le couple moteur/effort opérateur en fonction de l'abscisse du point E Q6.

Question 4 Retrouver ces graphes en utilisant Python. J'ai pas essayé, mais si eux ont réussi, pourquoi pas vous ? Il faut peut-être utiliser le premier devoir de vacances.

Correction

Question 5 Déterminer, à partir de la figure précédente, sur quel intervalle de l'abscisse X_E l'exigence « Linéarité couple/effort » (id 1.3.2.2) est satisfaite. (On ajoute que la course sur X_E doit être supérieure à 50 mm.)

Correction

Pour un rapport C_m/F de 33,25 mm, la fourchette de 1 % est comprise entre 32,9175 mm et 33,5825 mm. La course de X_E est donc de $20 - (-36) = 56$ mm. L'exigence est vérifiée.