# Modéliser le comportement statique des systèmes mécaniques

Révision 1 - Résolution des problèmes de statique - Statique plane

# **Application 04**

# Étude d'un robot Kuka

CCP MP 2010

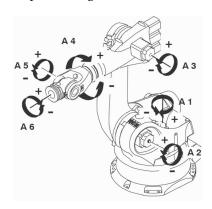


#### Savoirs et compétences :

- Appliquer le PFS à un solide ou un système de solides;
- Réaliser l'inventaire des actions mécaniques agissant sur un solide ou un système de solides;
- Identifier les puissances extérieures à un solide ou à un système de solides.

### Mise en situation

Le robot Kuka, objet de cette étude, a pour objectif la palettisation de bidons utilisés en agriculture biologique (compléments permettant d'améliorer les qualités nutritives des produits agricoles).



Objectif Suite à l'appui sur le bouton d'arrêt d'urgence, le robot doit immédiatement s'immobiliser dans la position courante. On souhaite alors vérifier que les freins équipant le robot sont suffisants pour assurer sa configuration d'équilibre dans le cas d'une charge maximale de 50 daN (préhenseur + bidon de 40 litres) et qu'il ne faudra pas mettre des actionneurs en parallèle.

On se place dans la situation particulière définie figure suivante avec  $\alpha_2 = -90^{\circ}$  et  $\alpha_3 = +90^{\circ}$ .

#### On donne:

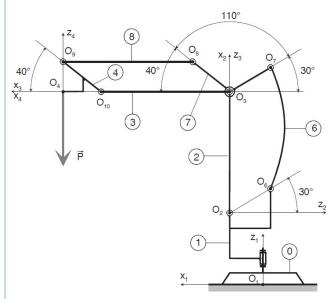
- $O_2 O_3 = O_6 O_7 = 1250 \,\mathrm{mm}$ ;
- $O_3 O_{10} = O_8 O_9 = 1350 \,\mathrm{mm}$ ;
- $O_2 O_6 = O_3 O_7 = O_3 O_8 = O_9 O_{10} = 500 \,\mathrm{mm}$ ;
- $\overrightarrow{P} = -500\overrightarrow{z_4}$ .

On admettra pour simplifier que le point O<sub>4</sub> est situé sur l'axe  $\overrightarrow{x_3}$  et que l'axe  $\overrightarrow{z_4}$  passe par le point  $O_9$ . De même, les poids propres des pièces seront négligés par rapport aux autres actions.

Les liaisons pivot sont supposées parfaites (pas de frottement).

Les couples de freinage maxi  $M f_2$  et  $M f_3$  des freins associés aux moteurs  $M_2$  et  $M_3$  sont de 5 mN sur l'arbre | nible en sortie du réducteur?

moteur. On leur adjoint en série un réducteur de rapport 1/200.



Question 1 Réaliser le graphe de structure du mécanisme.

**Question 2** Déterminer les actions de la barre 8 et du bras 3 sur le poignet 4.

**Ouestion** 3 En isolant l'ensemble 3 et 4 et en considérant les informations fournies dans le tableau suivant, déterminer l'expression du moment  $M f_3$  correspondant à l'action du frein sur la pièce 3 en  $O_3$ .

Moteur	Axe	Monté	Entraîne	Nmaxi	Puissance	Réducteur	Frein
		sur		(tr.min <sup>-1</sup> )	(kW)		(Nm)
M1	A1	0	1	3500	4,5	200	5
M2	A2	1	2	3500	3,5	200	5
М3	A3	2	3	3500	2,5	200	5
M4	A4	4	5	3500	1,5	100	5

Le dispositif de freinage ne permet qu'un couple maxi de 5 mN sur l'axe moteur.

Question 4 Quel est alors le couple de freinage dispo-

1



**Question** 5 Le maintien du freinage est-il assuré? On veut alors vérifier que le dispositif de freinage du moteur  $M_2$  convient.

**Question** 6 En isolant la pièce 7, déterminer l'action de la barre 6 sur la pièce 7.

**Question 7** En considérant l'ensemble 2, 3, 4, 7, 8, déterminer l'expression du moment  $M f_2$  correspondant à l'action du frein sur la pièce 2 en  $O_2$ . Calculer  $M f_2$ .

**Question 8** Le dispositif de freinage étant identique à celui de l'axe 3, le maintien du freinage est-il assuré?



- a) On isole 8, le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures donne alors :
- -action de 4 sur 8 en O<sub>9</sub>
- -action de 7 sur 8 en O<sub>8</sub>

Le système étant soumis à deux glisseurs, ils sont donc directement opposés suivant la ligne d'action, on pose donc :  $\overline{R_{48}} = R_{48}.\overline{x_3} = -\overline{R_{78}}$ 

On isole alors 4, le BAME donne alors : 
$$\left(O_9, \overline{R_{84}}\right)$$
;  $\left(O_4, \overrightarrow{P}\right)$ ;  $\left(O_{10}, \overline{R_{34}}\right)$ 

$$\overrightarrow{R_{84}} + \overrightarrow{P} + \overrightarrow{R_{34}} = \overrightarrow{0}$$

$$\overline{R_{84}} + \overline{P} + \overline{R_{34}} = \overline{0}$$
 Le Théorème de la Résultante Statique fournit alors : 
$$\overline{x_3} : -R_{48} + 0 + X_{34} = 0$$
 
$$\overline{z_3} : 0 - P + Y_{34} = 0$$

$$\vec{z}_3 : 0 - P + Y_{34} = 0$$



Le Théorème du Moment Statique en O<sub>10</sub> fournit alors :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{84}}) + \overrightarrow{M}(\overrightarrow{P}) + \overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{34}}) &= \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{O_{10}O_9} \wedge -R_{48}.\overrightarrow{x_3} + \overrightarrow{O_{10}O_4} \wedge -P.\overrightarrow{z_4} + \overrightarrow{0} &= \overrightarrow{0} \\ 500.\left(\cos 40.\overrightarrow{x_3} + \sin 40.\overrightarrow{z_3}\right) \wedge -R_{48}.\overrightarrow{x_3} + 500.\cos 40.\overrightarrow{x_3} \wedge -P.\overrightarrow{z_4} &= \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{y_3} &: -500.R_{48}.\sin 40 + 500.P.\cos 40 &= 0 \end{aligned}$$

- b) On isole l'ensemble [3+4], le BAME nous donne :
- -action de 8 sur 4 en O<sub>9</sub>,
- -action du poids en O<sub>4</sub>,
- -action de la pivot en O<sub>3</sub>,
- couple de freinage

Le TMS en O<sub>3</sub> permet alors d'écrire :

$$\begin{split} \overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{84}}) + \overrightarrow{M}(\overrightarrow{P}) + \overrightarrow{M_{o_3}} + M_{f_3}.\overrightarrow{y_3} &= \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{O_3O_9} \wedge \frac{-P}{\tan 40}.\overrightarrow{x_3} + \overrightarrow{O_3O_4} \wedge -P.\overrightarrow{z_3} + (L_{o_3}.\overrightarrow{x_3} + N_{o_3}.\overrightarrow{z_3}) + M_{f_3}.\overrightarrow{y_3} &= \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{y_3} :- 500.\sin 40.\frac{P}{\tan 40} + P.(1350 + 500.\cos 40) + M_{f_3} &= 0 \end{split}$$

Soit: 
$$M_{f_3} = -1350.P = -675N.m$$

# Question 3-2

Grâce au réducteur, le couple de freinage disponible en sortie est de 5x200=1000N.m>675Nm. La fonction est donc assurée convenablement.

4

# **Question 3-3**

- a) On isole 7, le BAME fournit alors :
- action de 8 sur 7 en O<sub>8</sub>,  $\overline{R_{87}} = \frac{P}{\tan 40}.\overline{x_3}$
- -action de la pivot en O<sub>3</sub>,
- -action de 6 sur 7 en  $O_7$ ,  $\overline{R_{67}} = Z_{67}.\overline{z_3}$ .



Le TMS en O<sub>3</sub> donne :

$$\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{87}}) + \overrightarrow{M_{O_3}} + \overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{67}}) = \overrightarrow{0}$$

$$\overrightarrow{O_3O_8} \wedge \frac{P}{\tan 40} . \overrightarrow{x_3} + (L_{O_3} . \overrightarrow{x_3} + N_{O_3} . \overrightarrow{z_3}) + \overrightarrow{O_3O_7} \wedge Z_{67} . \overrightarrow{z_3} = \vec{0}$$

$$500.(\cos 40.\overrightarrow{x_3} + \sin 40.\overrightarrow{z_3}) \wedge \frac{P}{\tan 40}.\overrightarrow{x_3} + (L_{O_3}.\overrightarrow{x_3} + N_{O_3}.\overrightarrow{z_3}) + 500.(-\cos 30.\overrightarrow{x_3} + \sin 30.\overrightarrow{z_3}) \wedge Z_{67}.\overrightarrow{z_3} = \overrightarrow{0}$$

$$\overrightarrow{y_3}$$
: 500. cos 40.  $\frac{P}{\tan 40}$  + 500. cos 30.  $Z_{67}$  = 0

Soit: 
$$Z_{67} = -\frac{\cos 40}{\cos 30}.P$$

On isole alors le système [2+3+4+7+8], le BAME donne :

- -action du poids en O<sub>4</sub>,
- -action de la pivot en O<sub>2</sub>,
- -action de 6 sur 7 en O<sub>7</sub>,
- -couple de freinage  $M_{f_2}$ . $\overrightarrow{y_2}$

Le TMS en O2 donne:

$$\overline{O_2O_4} \wedge \overline{P} + (L_{O_3} \cdot \overrightarrow{x_3} + N_{O_3} \cdot \overrightarrow{z_3}) + M_{f_2} \cdot \overrightarrow{y_2} + \overline{O_2O_7} \wedge Z_{67} \cdot \overrightarrow{z_3} = \vec{0}$$

$$((1350 + 500\cos 40) \cdot \overrightarrow{x_3} + 1250 \cdot \overrightarrow{z_3}) \wedge -P \cdot \overrightarrow{z_3} + (L_{O_3} \cdot \overrightarrow{x_3} + N_{O_3} \cdot \overrightarrow{z_3}) + M_{f_2} \cdot \overrightarrow{y_2} + (-500\cos 30 \cdot \overrightarrow{x_3} + (1250 + 500\sin 30) \cdot \overrightarrow{z_3}) \wedge Z_{67} \cdot \overrightarrow{z_3} = \vec{0}$$

$$-\cos 40$$

$$\overline{y}_3$$
: (1350+500.cos 40). $P+M_{f_2}$ +500.cos 30.( $-\frac{\cos 40}{\cos 30}$ . $P$ )=0

Soit: 
$$M_{f_2} = M_{f_3} = -1350P = -675N.m$$

La fonction freinage est donc validée.