Sciences
Industrielles de

Révision 1 – Résolution des problèmes de statique – Statique 3D

l'Ingénieur

TD 01



Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Concours Commun Mines Ponts 2016

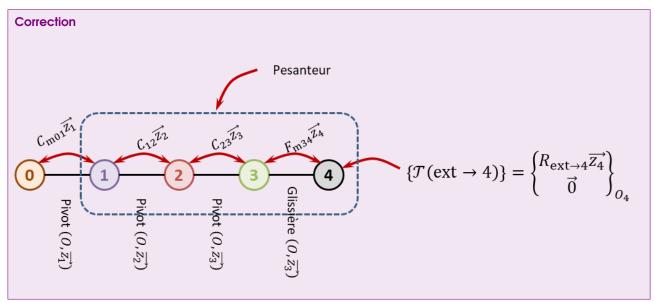
Savoirs et compétences :

- Res2.C18: principe fondamental de la statique;
- Res2.C19: équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides;
- Res2.C20: théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Démarche globale

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse associé au système étudié.



Question 2 Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s)) permettant de déterminer les expressions littérales des couples C_{m01} , C_{m12} , C_{m23} , et de la résultante F_{m34} , lors de la phase de maintien statique. Les calculs ne doivent pas être développés.

Correction

Méthode On cherche ici à déterminer le couple et les efforts à fournir par chacun des actionneurs pour maintenir en le système en équilibre statique. 4 actionneurs sont à déterminer, il faut donc un minimum de 4 équations. On va écrire les équations du PFS correspondant au mobilité afin de pas faire apparaître les inconnues de liaisons.

- 1. Pour déterminer F_{m34} on isole le solide (4) et on applique le théorème de la résultante statique en projection sur $\overrightarrow{z_4}$.
- 2. Pour déterminer C_{m23} on isole l'ensemble (3+4) et on applique le théorème du moment statique en O en projection sur $\overrightarrow{z_3}$.
- 3. Pour déterminer C_{m12} on isole l'ensemble (2+3+4) et on applique le théorème du moment statique en O en projection sur $\overrightarrow{z_2}$.
- 4. Pour déterminer $C_{\underline{m01}}$ on isole l'ensemble (1+2+3+4) et on applique le théorème du moment statique en O en projection sur $\overline{z_1}$.

1



Modélisation simplifiée

Question 3 Déterminer analytiquement en fonction de g, l, M, θ_1 , α_1 et α_2 , l'expression littérale de C_{m01} lors de la phase de maintien statique. Effecteur l'application numérique (avec $\alpha_1 = 70^\circ$ et $\alpha_2 = -70^\circ$).

Correction

- On isole l'ensemble (1+2+3+4).
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
 - action de la liaison pivot de 0 sur 1 : $\overline{\mathcal{M}(0,0 \to 1)} \overrightarrow{z_1} = 0$.
 - action du moteur 0 sur 1 : $\overline{\mathcal{M}(O, 0_m \to 1)} \overrightarrow{z_1} = C_{m01}$.
 - action de la pesanteur sur $E: \overrightarrow{\mathcal{M}(O, pes \to E)}\overrightarrow{z_1}:$

$$\underbrace{\mathcal{M}(O, \operatorname{pes} \to E)}_{O} \overrightarrow{z_1} = \underbrace{\mathcal{M}(G, \operatorname{pes} \to E)}_{O} \overrightarrow{z_1} + \underbrace{OG}_{O} \wedge \left(-Mg\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{z_1} = -Mg\ell\left(\overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{z_1} = -Mg\ell\left(\overrightarrow{z_0} \wedge \overrightarrow{z_1}\right) \cdot \underbrace{\overrightarrow{z_1}}_{O} = -Mg\ell\left(\overrightarrow{z$$

$$\overrightarrow{z_2} = -Mg\ell\sin\alpha_1(\overrightarrow{x_0} \cdot \overrightarrow{z_2}) = -Mg\ell\sin\alpha_1(\overrightarrow{x_0} \cdot (\cos\alpha_2\overrightarrow{z_1} - \sin\alpha_2\overrightarrow{y_1})) = Mg\ell\sin\alpha_1\sin\alpha_2\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_1\right) = Mg\ell\sin\alpha_1\sin\alpha_2\sin\theta_1.$$

- action de l'organe sur (4) : $\overline{\mathcal{M}(O, \text{ext} \to 4)} \overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{0}$.
- On applique le théorème du moment statique en O en projection sur $\overrightarrow{z_1}$:

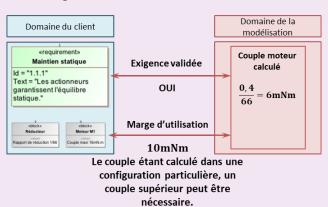
$$C_m + Mg\ell \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1 = 0.$$

On réalise l'application numérique : $C_m = -Mg\ell \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1 = -1, 3 \cdot 9, 8 \cdot 0, 05 \cdot \sin 70 \sin -70 \sin 45 = 0,4 \text{ Nm}.$

Retour sur la cahier des charges

Question 4 En utilisant le diagramme de blocs et les résultats précédents, vérifier que l'exigence 1.1.1 peut être satisfaite. Remplir le diagramme suivant.

Correction Le couple en sortie de réducteur est de $16 \cdot 10^{-3} \cdot 66 = 1,056 \,\mathrm{Nm}$ ce qui est supérieur au couple nécessaire calculé à la question précédente. L'exigence 1.1.1 est donc validée .



Pour aller plus loin : Validation des performances de l'asservissement d'effort

Lors du retrait de la vésicule, il est nécessaire de maintenir un effort constant en bout de pince (4). Pour cela, on réalise un asservissement d'effort de l'axe en translation.

Objectif Valider le positionnement du capteur d'effort et justifier la nécessité de faire une compensation de pesanteur.

Question 5 Pour la configuration 1 et par la méthode de votre choix, définir l'expression de F_z et F_y en fonction des autres actions mécaniques utiles. Commenter le résultat obtenu et la capacité du capteur à mesurer seulement les actions mécaniques générées par la pince sur le ressort.



Correction

Méthode Dans la configuration 1, $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_3}$ et $\overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{y_3}$. On cherche des expressions suivant $\overrightarrow{z_0}$ et $\overrightarrow{y_0}$. Appliquer le théorème de la résultante statique suivant $\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{z_0}$ devrait permettre de conclure.

- On isole (E).
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
 - actions de pesanteur sur (E) de résultante $\overrightarrow{P}_{(E)} = -P \overrightarrow{z_0}$;
 - actions du ressort sur (E) de résultante \overline{R} (Ressort $\rightarrow E$) = $-F_{R \rightarrow E} \overrightarrow{z_0}$;
 - actions du capteur sur (E) de résultante \overrightarrow{R} (Capteur $\rightarrow \overrightarrow{E}$) = $F_z \overrightarrow{z_0} + F_v \overrightarrow{y_0}$.
- On applique le théorème de la résultante statique suivant $\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{z_0}$ et on obtient :

 - $-F_{y} = 0.$ $-F_{z} = P F_{R \to E}.$

Le capteur doit mesurer les actions de la pince sur le ressort. Or ici, l'effort va aussi dépendre du points de l'ensemble. Dans cette configuration, le capteur ne permet donc pas de dissocier l'effort de l'abdomen du poids du système.

Question 6 Dans la configuration 2, définir l'expression de F_z et F_v en fonction des autres actions mécaniques utiles. Pour réaliser la compensation, quels sont les paramètres à connaître en temps réel?

Correction

Méthode Dans la configuration 2, appliquer le théorème de la résultante statique suivant $\overrightarrow{y_3}$ et $\overrightarrow{z_3}$ devrait permettre de conclure.

- On isole (E).
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
 - actions de pesanteur sur (E) de résultante $\overrightarrow{P}_{(E)} = -P \overrightarrow{z_0} = -P \left(\cos \varphi \overrightarrow{z_3} \sin \varphi \overrightarrow{y_3}\right)$;
 - actions du ressort sur (E) de résultante $\overrightarrow{R}(\text{Ressort} \to \overrightarrow{E}) = -F_{R \to E} \overrightarrow{z_3}$;
 - actions du capteur sur (E) de résultante $\overline{R(\text{Capteur} \to E)} = F_z \overrightarrow{z_3} + F_y \overrightarrow{y_3}$.
- On applique le théorème de la résultante statique suivant $\overrightarrow{y_3}$ et $\overrightarrow{z_3}$ et on obtient :

 - $-F_y = -P\sin\varphi.$ $F_z = P\cos\varphi F_{R\to E}.$

Si φ est une valeur connue, la mesure suivant $\overrightarrow{y_3}$ permet de déterminer le poids de l'ensemble. Connaissant P, la mesure suivant $\overrightarrow{z_3}$ permet alors de déterminer l'action mécanique du ressort.

Retour sur le cahier des charges

Question 7 Estimer la valeur du poids. Donner une estimation de la fiabilité sur la détermination du poids par les capteurs d'efforts. Pour réaliser la compensation de pesanteur, comment doivent être utilisées ces grandeurs mesurées?

Correction

On ne connaît pas le poids de l'ensemble qui devrait être une donnée. On va donc le déduire du montage expérimental. En utilisant les expressions de la question précédente, on déduit que $P \simeq 12,753\,\mathrm{N}$.

Dans la seconde configuration, on a $|P| = \frac{|F_{y20}|}{\sin \varphi} = \frac{4,382}{\sin 20} \approx 12,81 \,\text{N ou} \, |P| = \frac{|F_{z20}|}{\cos \varphi} = \frac{11,999}{\cos 20} \approx 12,77 \,\text{N}.$ Ainsi, une estimation de l'erreur peut être donnée par : $e = \frac{12,81-12,753}{12,753} \approx 0,4\%$



