

## Application



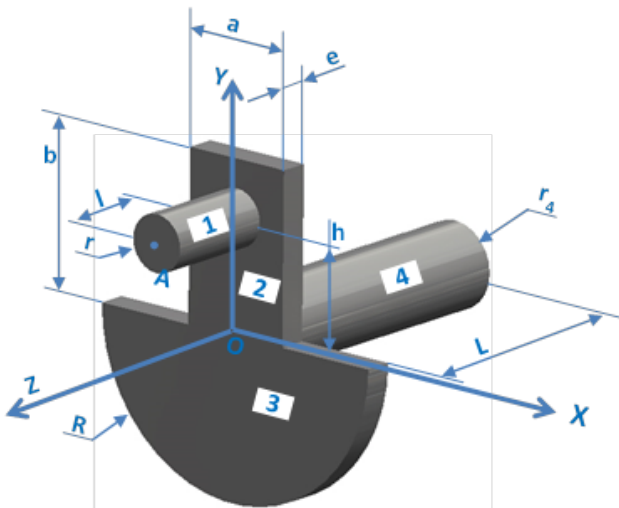
### Application – Vilebrequin de moteur

C. Gamelon & P. Dubois

#### Savoirs et compétences :

- ☐ Mod2.C13 : centre d'inertie
- ☐ Mod2.C14 : opérateur d'inertie
- ☐ Mod2.C15 : matrice d'inertie

Un vilebrequin est réalisé en mécanosoudage pour faire fonctionner un prototype de moteur. Les géométries sont par conséquent simples : assemblage de tôles ou cylindres en acier.



On donne :

- |                         |                            |
|-------------------------|----------------------------|
| • $a = 20 \text{ mm}$ ; | • $r = 5 \text{ mm}$ ;     |
| • $b = 30 \text{ mm}$ ; | • $L = 50 \text{ mm}$ ;    |
| • $e = 5 \text{ mm}$ ;  | • $r_4 = 7.5 \text{ mm}$ ; |
| • $l = 20 \text{ mm}$ ; | • $h = 20 \text{ mm}$ .    |

**Question 1** Calculer les masses des différentes pièces :  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  et  $m_4$ .

**Question 2** Déterminer le centre d'inertie de chaque pièce.

**Question 3** Déterminer la valeur de  $R$  afin que le centre d'inertie du vilebrequin soit sur son axe de rotation. Faire l'application numérique.

**Question 4** Calculer les matrices d'inertie de chaque pièce au point où elles s'expriment de manière la plus simple et dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .

**Question 5** Calculer la matrice d'inertie du vilebrequin en  $O$  dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .

Le carter moteur peut être basculé pour l'entretien. Cette opération ne doit normalement pas être effectuée lorsque le moteur fonctionne. Afin de calculer les effets dynamiques engendrés par cette manipulation, il est nécessaire de calculer l'inertie en rotation du vilebrequin par rapport à cet axe de rotation.

**Question 6** Calculer l'inertie en rotation par rapport à l'axe  $\vec{OA}$ .

Question 2 : Position des centres de gravité :  $\overrightarrow{OG_1} = h/2 \cdot \vec{y} + \frac{l+e}{2} \vec{z}$ ,  $\overrightarrow{OG_2} = b/2 \vec{y}$ ,  $\overrightarrow{OG_4} = (L+e)/2 \cdot \vec{z}$  ; Avec Guldin :  
 $(4 \cdot \pi \cdot R^3)/3 = 2 \cdot \pi \cdot Z_{G_3} \cdot (\pi \cdot R^2)/2$  ;  $Z_{G_3} = (4 \cdot R)/(3 \cdot \pi)$ . Ainsi  $\overrightarrow{OG_3} = -(4 \cdot R)/(3 \cdot \pi) \cdot \vec{y}$ .

Question 3 : Calcul de R pour que le centre de gravité de l'ensemble soit sur l'axe de rotation.

$$m_1 \overrightarrow{OG_1} + m_2 \overrightarrow{OG_2} + m_3 \overrightarrow{OG_3} + m_4 \overrightarrow{OG_4} \vec{z} = 0$$

$$\rho \cdot (V_1 \overrightarrow{OG_1} + V_2 \overrightarrow{OG_2} + V_3 \overrightarrow{OG_3} + V_4 \overrightarrow{OG_4} \vec{z}) = 0$$

$$V_1 \cdot b_1 + V_2 \cdot b_2 + V_3 \cdot b_3 + 0 = 0$$

$$\pi r^2 \cdot l \cdot h + a \cdot b^2/2 \cdot e - (\pi R^2)/2 \cdot (4 \cdot R)/3 \pi \cdot e = 0$$

$$R = (3/(2 \cdot e) \cdot (\pi r^2 \cdot l \cdot h + a \cdot b^2/2 \cdot e))^{1/3} = 28.4 \text{ mm}$$