Activation 01

Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie

Concours Centrale Supelec TSI 2017

Savoirs et compétences :

- *Mod2.C17.SF1 : déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide*
- *Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique*

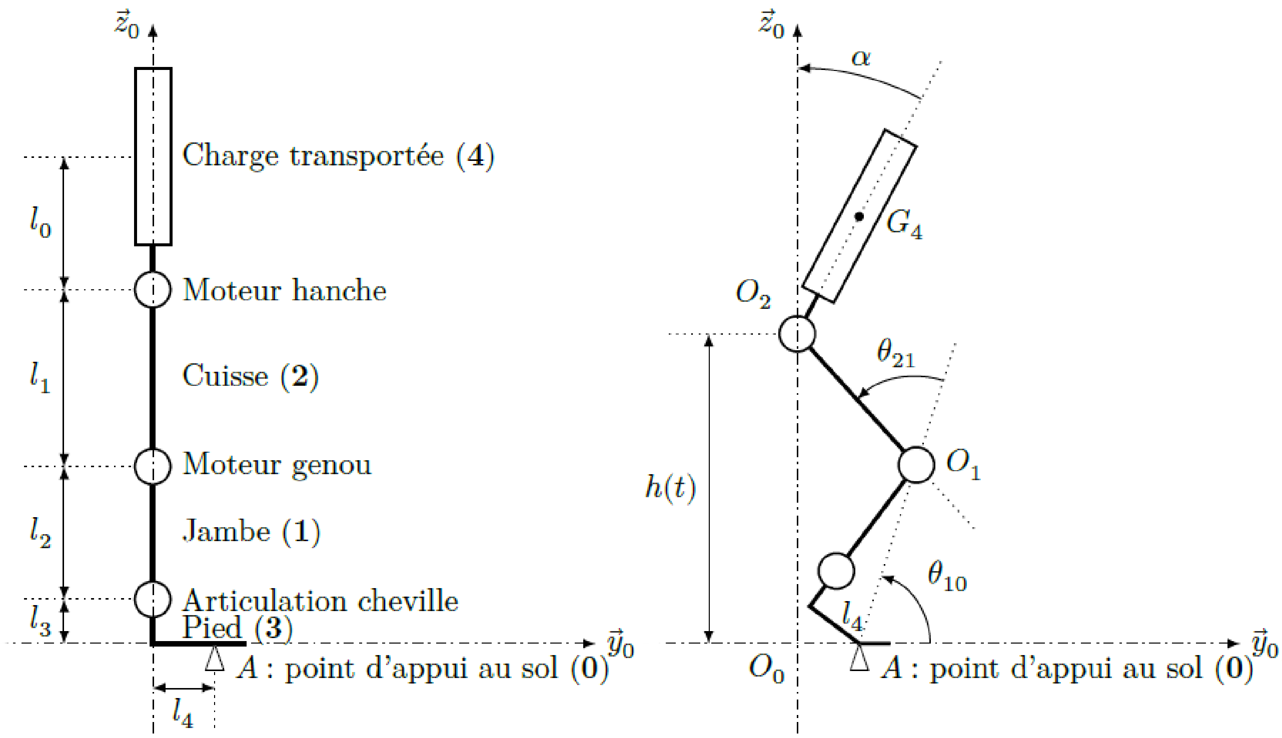
Mise en situation – Assurer le mouvement vertical

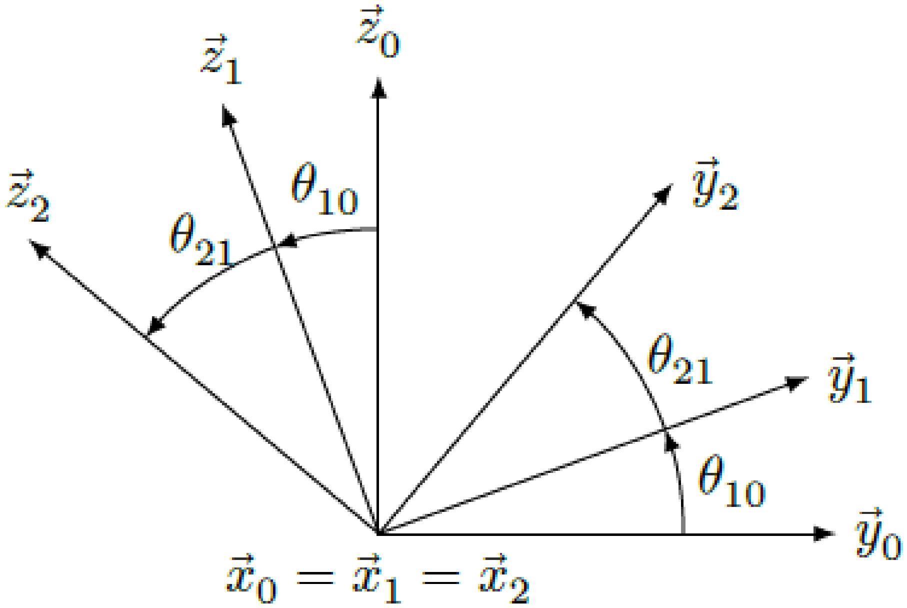
Objectif Proposer un modèle de connaissance des éléments réalisant l'exigence fonctionnelle « assurer le mouvement vertical » puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

Élaboration du modèle dynamique

Objectif Dimensionner le moteur situé au niveau d'un genou permettant à l'exosquelette de soulever une masse de 60 kg de la position accroupie à la position debout.

Ces calculs visent à déterminer l'équation dynamique qui permet d'obtenir le couple moteur (minimal) en fonction des caractéristiques géométriques et massique de la charge à soulever ainsi que des conditions d'utilisation. Le modèle d'étude est celui représenté à la figure suivante correspondant au modèle d'étude plan position fléchie.





Hypothèses :

- L'étude est modélisable dans le plan.
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites.
- Les inerties des pièces sont négligées sauf la masse de la charge à soulever.
- L'angle α entre la charge transportée et la verticale $\overrightarrow{z_0}$ reste constant.
- G_4, centre de gravité de la charge transportée (4), reste en permanence à la verticale du point A d'appui au sol.

Données :

- $\overrightarrow{O_1G_4} = \lambda(t)\overrightarrow{z_0} - L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}$;
- Accélération de la pesanteur $g = 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$;
- Longueur de la cuisse $l_1 = 43.1\,\mathrm{cm}$.
- Longueur de la jambe $l_2 = 43.3\,\mathrm{cm}$.
- Longueur de l'articulation de la cheville à la plante arrière du pied $l_3 = 6.9\,\mathrm{cm}$.
- Longueur de la plante arrière du pied au point d'appui sur le sol $l_4 = 13\,\mathrm{cm}$.
- Longueur $\overrightarrow{O_0O_1} = L\overrightarrow{y_1}$ avec $L = 51.8\,\mathrm{cm}$.
- Rapport de réduction : $r = \dfrac{1}{120}$.

On note E={cuisse(2)+charge transportée(4)}.

Question 1 *Donner qualitativement le mouvement de E par rapport à 0. Tracer le graphe de structure du système.*

Correction Étant donné que l'on souhaite que l'angle α reste constant pendant la levée d'une charge, le mouvement de E sera donc un mouvement de translation rectiligne.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0}$ en fonction de m_4, $\dot{h}(t)$, L et $\cos\theta_{10}$.*

Correction E étant en translation, on a $\overrightarrow{\sigma(G_4, E/0)} = \overrightarrow{0}$. On a alors $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} = \overrightarrow{\sigma(G_4, E/0)} + \overrightarrow{O_1G_4} \wedge \overrightarrow{R_c(E/0)}$.

Par ailleurs, $\overrightarrow{R_c(E/0)} = m_4\overrightarrow{V(G_4 \in E/0)} = m_4\dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}$.

On a donc : $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(\left(\lambda(t)\overrightarrow{z_0} - L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}\right) \wedge m_4\dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = -Lm_4\cos\theta_{10}\dot{h}(t)$.

Question 3 *Déduire $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0}$ en fonction de m_4, $\ddot{h}(t)$, L et $\cos\theta_{10}$.*

Correction **Méthode 1 – Calcul de $\overrightarrow{\delta(G_4, E/0)}$ et déplacement**

On a $\overrightarrow{\delta(G_4, E/0)} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\sigma(G_4, E/0)}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{0}$. En conséquences, $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(\left(\lambda(t)\overrightarrow{z_0} - L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}\right) \wedge m_4\ddot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = -Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t)$.

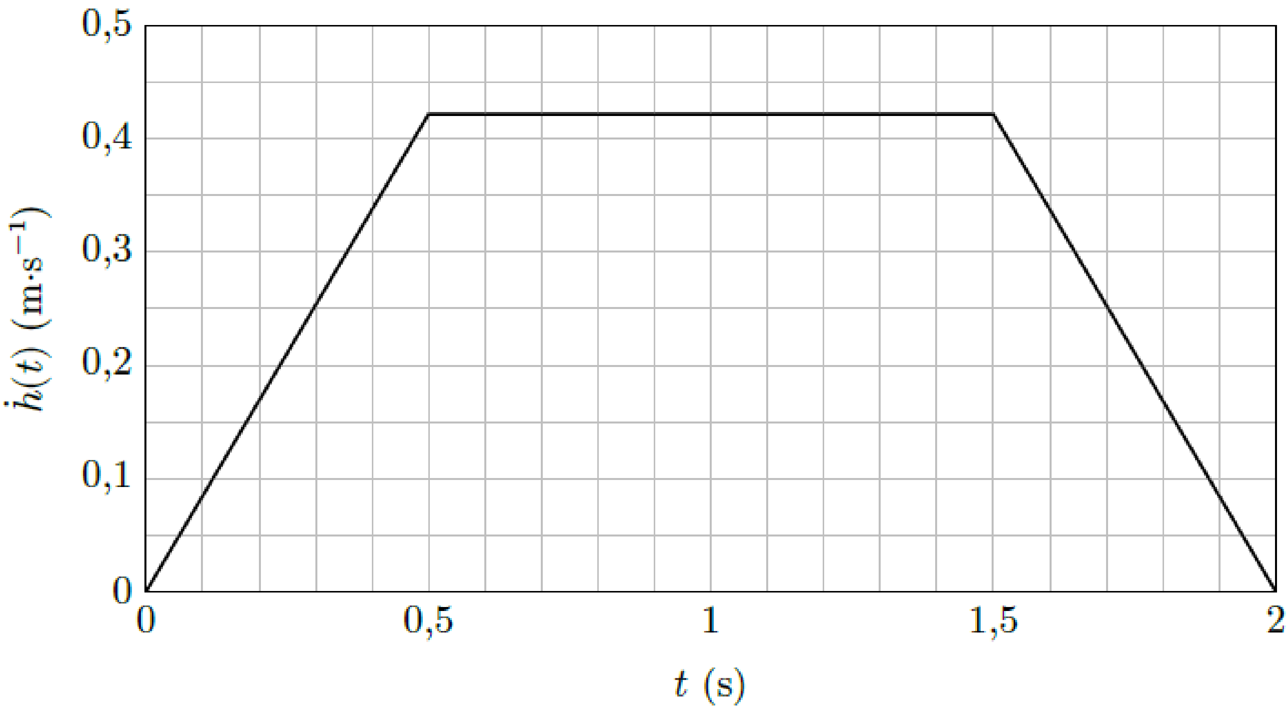
Méthode 2 – Calcul de $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)}$

On a aussi $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} = \left(\dfrac{d\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)}}{\mathrm{d}t}\right) + m_4 \overrightarrow{V(O_1/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_4 \in E/0)}$.

Par suite on a $\left(\overrightarrow{V(O_1 \in E/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_4 \in E/0)}\right)\overrightarrow{x_0} = \left(\left(L\overrightarrow{y_1} \wedge \dot{\theta}_{10}\overrightarrow{x_0}\right) \wedge \dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right)\overrightarrow{x_0} = \left(-L\dot{\theta}_{10}\overrightarrow{z_1} \wedge \dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right)\overrightarrow{x_0} = -L\dot{\theta}_{10}\dot{h}(t)\cos\theta_{10}$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = -Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t) + Lm_4\dot{\theta}_{10}\sin\theta_{10}\dot{h}(t) - m_4L\dot{\theta}_{10}\dot{h}(t)\cos\theta_{10}$. **:(Chercher l'erreur....**

La loi d'évolution de la vitesse de la hanche est donnée à la figure suivante.



Question 4 *Déterminer l'expression littérale du couple C_r exercé par l'arbre de sortie du réducteur sur le genou imposé par la loi d'évolution de la hanche et calculer numériquement ce couple pour une valeur de θ_{10} égale à 54,5°correspondant à la valeur maximale du couple.*

Correction

- On isole l'ensemble E.
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
  - action de la liaison pivot : $\{\mathscr{T}(1 \to E)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R(1 \to E)}\\ \overrightarrow{\mathscr{M}(O_1, 1 \to E)}\end{array}\right\}_{O_1}$ avec $\overrightarrow{\mathscr{M}(O_1, 1 \to E)} \cdot \overrightarrow{x_0} = 0$;
  - action du réducteur : $\{\mathscr{T}(1_r \to E)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ C_r\overrightarrow{x_0}\end{array}\right\}_{O_1}$ avec $\overrightarrow{\mathscr{M}(O_1, 1 \to E)} \cdot \overrightarrow{x_0} = 0$;
  - action de la pesanteur : $\{\mathscr{T}(\text{pes} \to E)\} = \left\{\begin{array}{c}-m_4 g\overrightarrow{z_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_4}$. On a alors $\overrightarrow{\mathscr{M}(G_4, \text{pes} \to E)} \cdot \overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{\mathscr{M}(O_1, \text{pes} \to E)} \cdot \overrightarrow{x_0} + \left(\overrightarrow{G_4O_1} \wedge -m_4 g\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(\left(L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0} - \lambda(t)\overrightarrow{z_0}\right) \wedge -m_4 g\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0} \wedge -m_4 g\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = -m_4 g L\cos\theta_{10}$.
- E étant en pivot d'axe $\left(O_1, \overrightarrow{x_1}\right)$, on applique le théorème du moment dynamique en O_1 en projection sur $\overrightarrow{x_1}$: $-Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t) = C_r - m_4 g L\cos\theta_{10} \Leftrightarrow C_r = m_4 L\cos\theta_{10}\left(g - \ddot{h}(t)\right)$.
  Encore un probleme de signe ??

En réalisant l'application numérique, on a : $C_r = 60 \times 51,8 \times 10^{-2} \times \cos 54,5\left(9,81 - \dfrac{0,425}{0,5}\right)$

Question 5 *Calculer le couple C_m au niveau de l'arbre moteur du genou en prenant un facteur de perte $\eta = 0,75$ (estimé à l'aide du modèle multiphysique).*

Correction En régime permanent, on a $\eta = \dfrac{C_r\omega_r}{C_m\omega_m} = r\dfrac{C_r}{C_m}$ et $C_r = \dfrac{\eta}{r}C_m =$.

Question 6 *Expliquer en moins de 5 lignes comment estimer un rendement à partir d'un modèle multiphysique.*

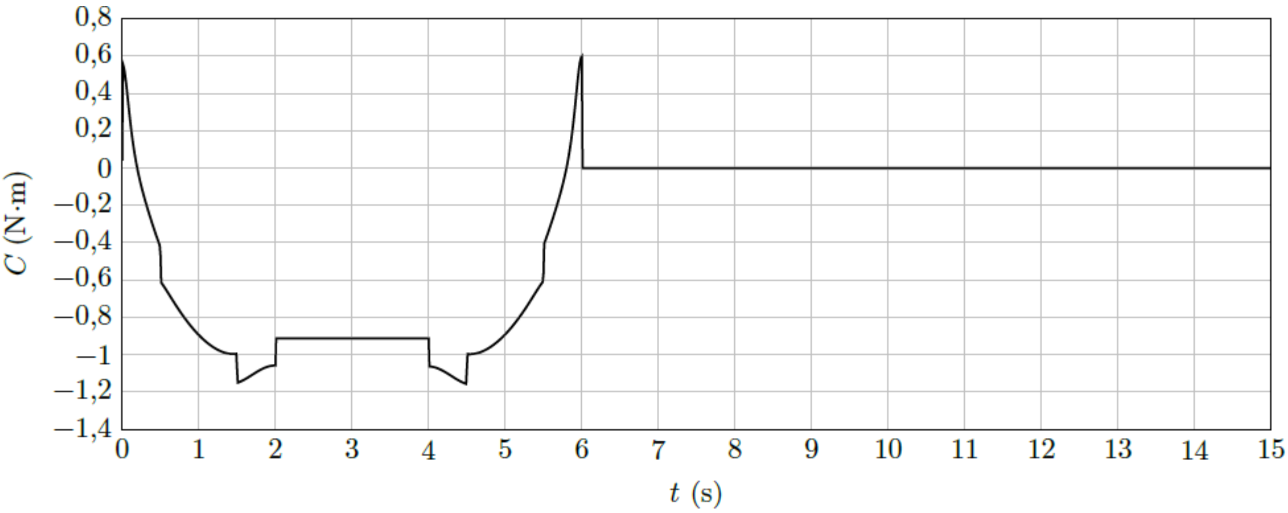
Correction

Validation du dimensionnement du moteur

Objectif Vérifier que le moteur choisi convient pour une utilisation intensive comprenant 4 cycles par minute de descente suivie d'une montée.

Le cycle suivant obtenu à l'aide du modèle multiphysique de représente l'évolution du couple moteur, et ce en tenant compte du moment d'inertie du rotor, sur un cycle de période $T = 15\,\text{s}$.
Quatre phases sont définies sur cette période :

- phase 1 pour $0 \leq t < 2\,\text{s}$, valeur efficace du couple moteur $C_1 = 0.838\,\text{Nm}$;
- phase 2 pour $2 \leq t < 4\,\text{s}$, couple moteur constant $C_2 = -0.912\,\text{Nm}$;
- phase 3 pour $4 \leq t < 6\,\text{s}$, valeur efficace du couple moteur $C_3 = 0.838\,\text{Nm}$;
- phase 4 pour $6 \leq t < 15\,\text{s}$, couple moteur nul.



Question 7 *Préciser à quels mouvements correspondent les 4 phases de ce cycle.*

Correction

Le couple efficace est également appelé couple thermiquement équivalent, il est défini par : $C_{\text{eff}} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\int_0^T c(t)^2 \text{d}t}$.

Question 8 *Calculer la valeur efficace du couple moteur du genou pour ce cycle périodique de* $15\,\text{s}$.

Le couple moteur varie entre -1.156 Nm et 0.596 Nm. Les caractéristiques du moteur choisi sont :

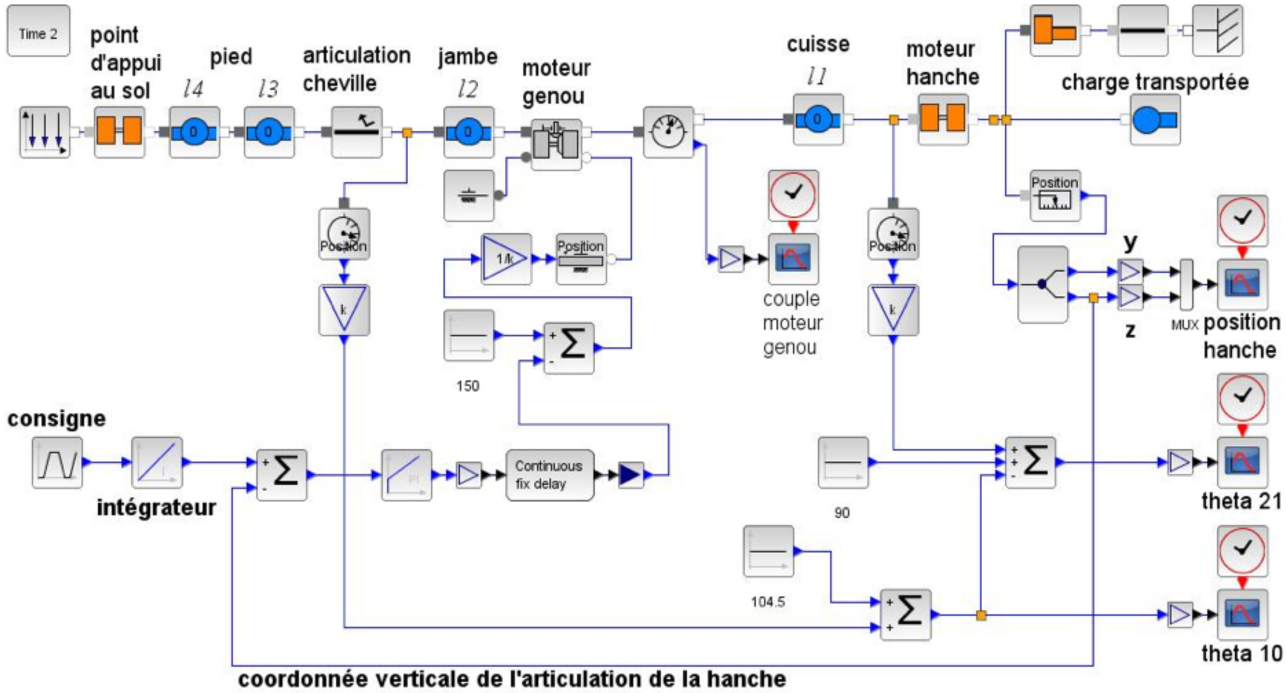
- vitesse à vide de $3120\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ pour une alimentation nominale en amont de l'onduleur de $36\,\text{V}$;
- couple permanent admissible de $0.560\,\text{Nm}$;
- pente de la courbe de la vitesse en fonction du couple de $423\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}\text{N}^{-1}\text{m}^{-1}$.

De plus une étude cinématique précédente a montré que le moteur permettant d'actionner le moteur doit pouvoir atteindre une vitesse de $2200\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$.

Correction

Question 9 *Conclure quant au choix de ce moteur au regard de la valeur maximale de la vitesse angulaire calculée lors d'une étude précédente et du couple efficace calculé à la question précédente.*

Correction


Time 2
point d'appui au sol
pied
articulation cheville
jambe
moteur genou
cuisse
moteur hanche
charge transportée
$l4$
$l3$
$l2$
$l1$
Position
1/k
150
couple moteur genou
y
z
MUX
position hanche
consigne
intégrateur
Continuous fix delay
90
theta 21
104.5
theta 10
coordonnée verticale de l'articulation de la hanche