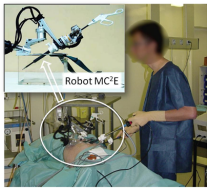


## TD 01



### Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Concours Commun Mines Ponts 2016

#### Savoirs et compétences :

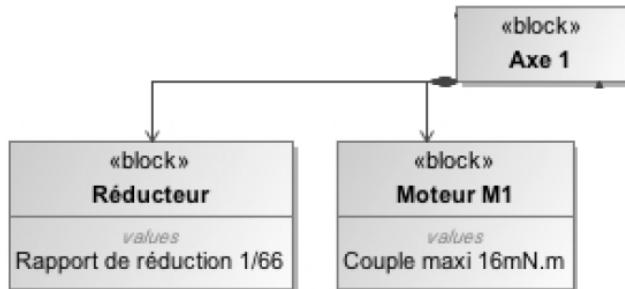
- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

### Mise en situation

Le robot MC²E est utilisé par des chirurgiens en tant que troisième main lors de l'ablation de la vésicule biliaire. La cinématique du robot permet de garantir que le point d'insertion des outils chirurgicaux soit fixe dans le référentiel du patient.

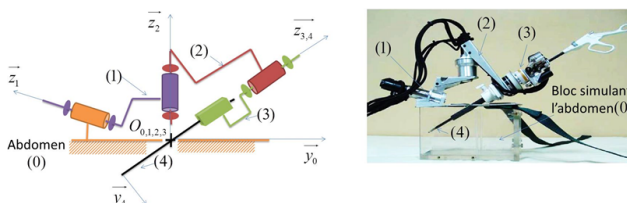
Le robot est constitué de 3 axes de rotations permettant de mettre en position une pince. La pince est animée d'un mouvement de translation permettant de tirer la vésicule pendant que le chirurgien la détache du foie.

**Objectif** Valider par un calcul simplifié de prédimensionnement la motorisation de l'axe 1 du MC²E.



### Validation des performances statiques des motorisations

On donne ci-dessous le schéma cinématique simplifié du mécanisme.



Dans l'étude envisagée, les trois axes de rotation sont asservis en position angulaire et l'axe de translation de la pince (4) est asservi en effort. On va étudier le maintien en position réalisé par les trois axes de rotation. Dans cette phase, les trois moteurs maintiennent la position du robot le plus précisément possible et ce malgré les perturbations qu'engendrent les actions de pesanteur ainsi

que les réactions dues aux efforts à l'extrémité de la pince (4).

#### Hypothèses

- Étant données la très faible amplitude des mouvements et leur faible évolution dans le temps, une étude quasi statique est suffisante.
- Le point  $O_0 = O_{0,1,2,3}$  est supposé fixe.
- Les actions mécaniques entre l'abdomen du patient et la pince (4) en  $O_0$  seront négligées. On considère donc qu'il n'y a pas de liaison et d'action mécanique transmissible associée.
- Les liaisons pivot et la liaison glissière sont toutes supposées parfaites (sans frottement).

#### Modélisation des actions mécaniques

- Le moteur M1 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (1) par rapport à (0), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (1) dont le moment est noté :  $\vec{C}_{m01} = C_{m01} \vec{z}_1$ .
- De même, on note  $\vec{C}_{m12} = C_{m12} \vec{z}_2$  et  $\vec{C}_{m23} = C_{m23} \vec{z}_3$  les couples moteurs que (1) exerce sur (2) et (2) exerce sur (3).
- On admettra que le moteur M4 et son réducteur, mettant en mouvement la pince (4) par rapport à (3), permettent d'exercer un glisseur en  $O_4$  de résultante  $\vec{F}_{m34} = F_{m34} \vec{z}_3$ .
- L'action mécanique qu'exerce l'organe du patient sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté  $\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{\text{ext} \rightarrow 4} = R_{\text{ext} \rightarrow 4} \vec{z}_4 \\ 0 \end{array} \right\}_{O_4}$  où  $O_4$  est le point de contact entre (4) et l'organe du patient.

#### Démarche globale

**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse associé au système étudié.

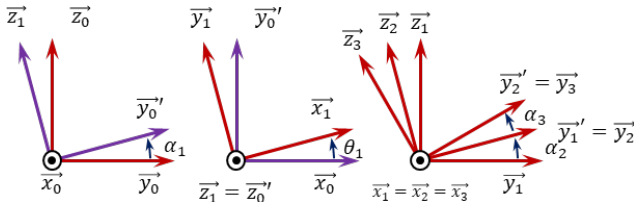
**Question 2** Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s)) permettant de déterminer les expressions littérales des couples  $C_{m01}$ ,  $C_{m12}$ ,  $C_{m23}$ , et de la résultante  $F_{m34}$ , lors de la phase de maintien statique. Les calculs ne doivent pas être développés.

#### Modélisation simplifiée

- On se place dans une configuration particulière telle que  $1 \theta_1 = 45^\circ$  et  $\theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$  ainsi que  $O_4 = O$ .

On donne pour cela les figures de calcul simplifiées.

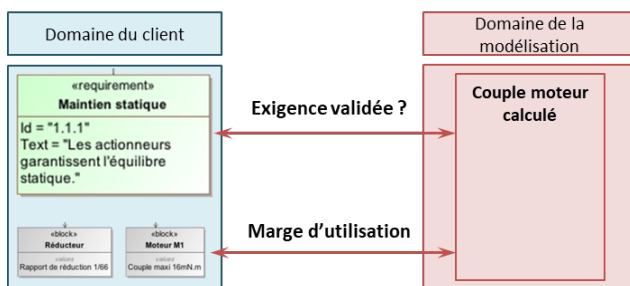
- Le centre d'inertie équivalent de l'ensemble matériel  $E=(1+2+3+4)$  est noté  $G$ . Pour la configuration étudiée, la position de  $G$  est considérée telle que  $\vec{O}_0 G = \ell \vec{z}_2$ . La masse totale de cet ensemble est notée  $M = 1,3 \text{ kg}$ . On prend  $\ell = 5 \text{ cm}$ . Le champ de pesanteur est noté  $-g \vec{z}_0$  avec (avec  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ ).



**Question 3** Déterminer analytiquement en fonction de  $g$ ,  $\ell$ ,  $M$ ,  $\theta_1$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , l'expression littérale de  $C_{m01}$  lors de la phase de maintien statique. Effectuer l'application numérique (avec  $\alpha_1 = 70^\circ$  et  $\alpha_2 = -70^\circ$ ).

### Retour sur la cahier des charges

**Question 4** En utilisant le diagramme de blocs et les résultats précédents, vérifier que l'exigence 1.1.1 peut être satisfaite. Remplir le diagramme suivant.

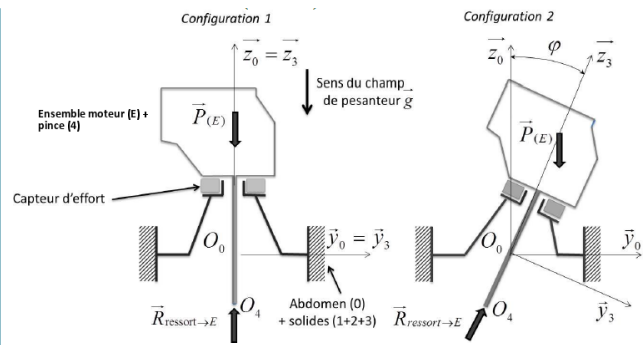


### Pour aller plus loin : Validation des performances de l'asservissement d'effort

Lors du retrait de la vésicule, il est nécessaire de maintenir un effort constant en bout de pince (4). Pour cela, on réalise un asservissement d'effort de l'axe en translation.

**Objectif** Valider le positionnement du capteur d'effort et justifier la nécessité de faire une compensation de pesanteur.

L'ensemble (E) contient ici la totalité de la transmission d'effort de la pince (4), moteur M4 compris. Dans cette partie, on simplifiera le modèle de contact entre abdomen et pince en retenant une liaison libre. Pour deux configurations géométriques distinctes, le montage du capteur d'effort peut être modélisé par les schémas cinématiques simplifiés ci-dessous.



Un ressort simulant la vésicule biliaire (raideur du ressort similaire à la raideur de la vésicule) est installé en bout de pince.

### Hypothèses

- Le problème est plan.
- Étant données les faibles vitesses et accélérations envisagées, une étude quasi-statique est suffisante.
- Les actions mécaniques de pesanteur sur (E) ne peuvent pas être négligées face aux actions mécaniques mises en jeu lors d'une opération. On notera leur résultante  $\vec{P}_{(E)}$ .
- Le capteur d'effort assure la liaison entre l'ensemble (0+1+2+3) et (E). Le capteur sera donc toujours en contact avec ces deux ensembles.

### Modélisation des actions mécaniques

- L'action mécanique qu'exerce le ressort sur l'ensemble (E) est modélisée par un glisseur noté  $\{\mathcal{T}(\text{Ressort} \rightarrow E)\} = \left\{ \frac{R(\text{Ressort} \rightarrow E)}{0} \right\}_{O_4}$  où  $O_4$  est le point de contact entre la pince (4) et le ressort.

- L'action mécanique, mesurée par le capteur, liée à sa liaison avec l'ensemble (E), est modélisée par  $\{\mathcal{T}(\text{Capteur} \rightarrow E)\} = \left\{ \frac{R(\text{Capteur} \rightarrow E)}{\mathcal{M}(O_4, \text{Capteur} \rightarrow E)} \right\}_{O_4}$ .

La résultante sera notée  $R(\text{Capteur} \rightarrow E) = F_z \vec{z}_3 + F_y \vec{y}_3$ . Seules ces deux composantes seront prises en compte par la suite.

Pour que la résultante de l'action mécanique mesurée par le capteur soit égale à la résultante de l'action mécanique que génère le ressort sur (E), il faut compenser la résultante de l'action mécanique de pesanteur.

**Question 5** Pour la configuration 1 et par la méthode de votre choix, définir l'expression de  $F_z$  et  $F_y$  en fonction des autres actions mécaniques utiles. Commenter le résultat obtenu et la capacité du capteur à mesurer seulement les actions mécaniques générées par la pince sur le ressort.

La compensation de pesanteur revient à faire prendre en compte par le calculateur, en temps réel, la valeur des actions mécaniques de pesanteur quelle que soit la configuration géométrique du MC<sup>2</sup>E. On pourra alors connaître, à partir de la mesure du capteur d'effort, l'action mécanique exercée par la pince (4) sur le ressort.

Pour comprendre le traitement de l'information que devra faire le calculateur on propose une deuxième configuration géométrique (configuration 2) du MC<sup>2</sup>E.

**Question 6** Dans la configuration 2, définir l'expression de  $F_z$  et  $F_y$  en fonction des autres actions mécaniques utiles. Pour réaliser la compensation, quels sont les paramètres à connaître en temps réel ?

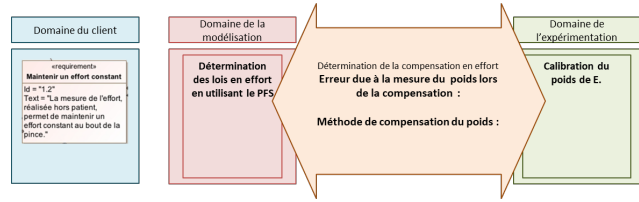
### Retour sur le cahier des charges

Le montage d'essai suivant a été mis en place. La seconde configuration a été réalisée avec un angle  $\varphi$  de  $20^\circ$ . Cet essai, réalisé sans interaction entre le ressort et la pince (4), a permis d'obtenir les valeurs expérimentales suivantes mesurées par le capteur.

Configuration 1		Configuration 2	
$ F_{y0} $	$ F_{z0} $	$ F_{y20} $	$ F_{z20} $
0,0222 N	12,753 N	4,382 N	11,999 N

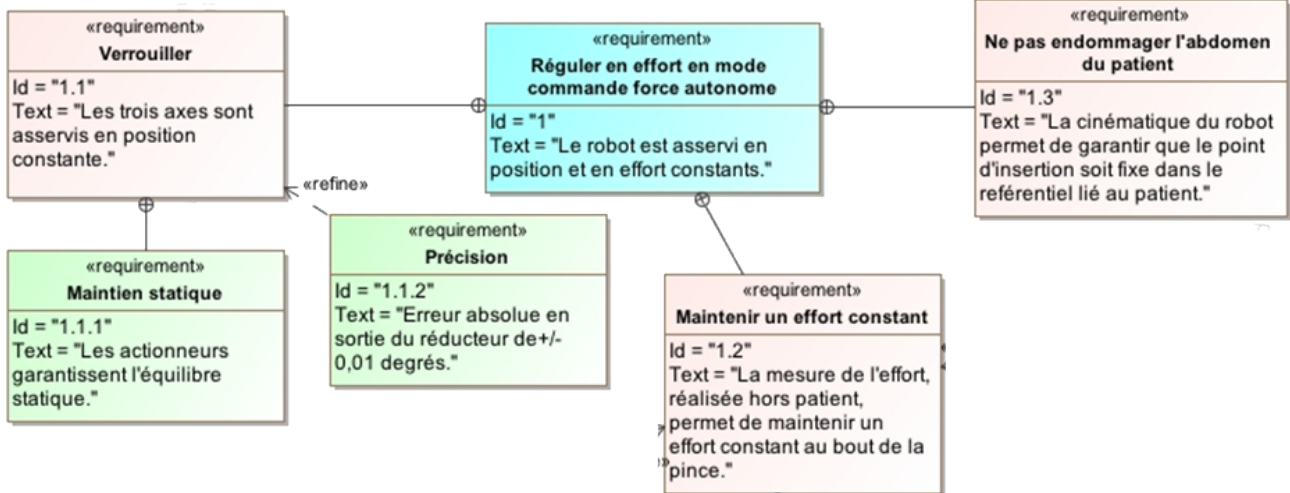
**Question 7** Estimer la valeur du poids. Donner une estimation de la fiabilité sur la détermination du poids

par les capteurs d'efforts. Pour réaliser la compensation de pesanteur, comment doivent être utilisées ces grandeurs mesurées ?



### Corrigé résumé

- 1.
- 2.
3.  $C_m = -Mgl \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1 = 0,4 \text{ Nm}$ .
- 4.



## TD 01



## Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Concours Commun Mines Ponts 2016

## Savoirs et compétences :

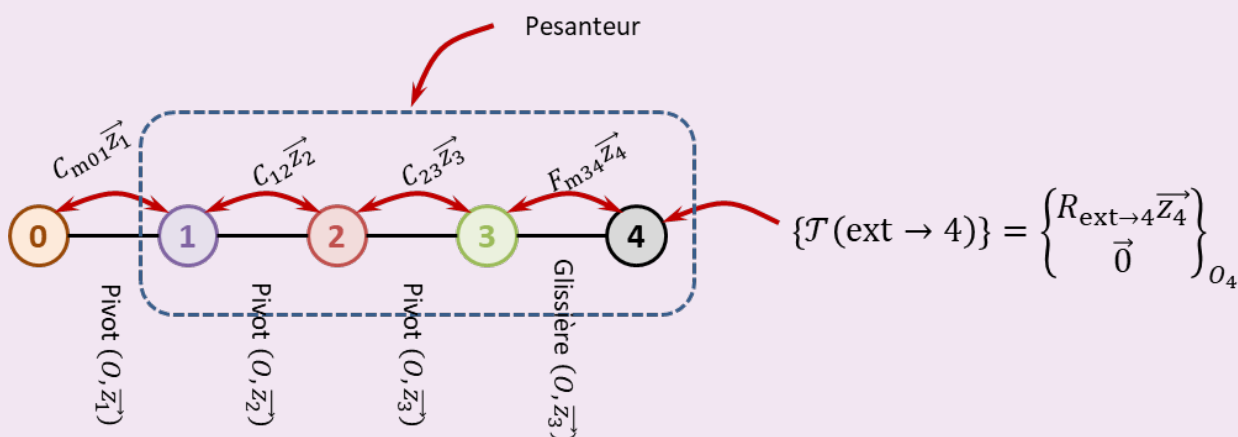
- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

## Mise en situation

## Démarche globale

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse associé au système étudié.

## Correction



Question 2 Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s)) permettant de déterminer les expressions littérales des couples  $C_{m01}$ ,  $C_{m12}$ ,  $C_{m23}$ , et de la résultante  $F_{m34}$ , lors de la phase de maintien statique. Les calculs ne doivent pas être développés.

## Correction

**Méthode** On cherche ici à déterminer le couple et les efforts à fournir par chacun des actionneurs pour maintenir en le système en équilibre statique. 4 actionneurs sont à déterminer, il faut donc un minimum de 4 équations. On va écrire les équations du PFS correspondant au mobilité afin de pas faire apparaître les inconnues de liaisons.

1. Pour déterminer  $F_{m34}$  on isole le solide (4) et on applique le théorème de la résultante statique en projection sur  $\vec{z}_4$ .
2. Pour déterminer  $C_{m23}$  on isole l'ensemble (3+4) et on applique le théorème du moment statique en  $O$  en projection sur  $\vec{z}_3$ .
3. Pour déterminer  $C_{m12}$  on isole l'ensemble (2+3+4) et on applique le théorème du moment statique en  $O$  en projection sur  $\vec{z}_2$ .
4. Pour déterminer  $C_{m01}$  on isole l'ensemble (1+2+3+4) et on applique le théorème du moment statique en  $O$  en projection sur  $\vec{z}_1$ .

## Modélisation simplifiée

**Question 3** Déterminer analytiquement en fonction de  $g$ ,  $l$ ,  $M$ ,  $\theta_1$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , l'expression littérale de  $C_{m01}$  lors de la phase de maintien statique. Effectuer l'application numérique (avec  $\alpha_1 = 70^\circ$  et  $\alpha_2 = -70^\circ$ ).

### Correction

- On isole l'ensemble (1+2+3+4).
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
  - action de la liaison pivot de 0 sur 1 :  $\mathcal{M}(O, 0 \rightarrow 1) \vec{z}_1 = 0$ .
  - action du moteur 0 sur 1 :  $\mathcal{M}(O, 0_m \rightarrow 1) \vec{z}_1 = C_{m01}$ .
  - action de la pesanteur sur E :  $\mathcal{M}(O, \text{pes} \rightarrow E) \vec{z}_1$  :  

$$\mathcal{M}(O, \text{pes} \rightarrow E) \vec{z}_1 = \underbrace{\mathcal{M}(G, \text{pes} \rightarrow E) \vec{z}_1}_{\vec{0}} + \vec{OG} \wedge (-M g \vec{z}_0) \cdot \vec{z}_1 = -M g l (\vec{z}_2 \wedge \vec{z}_0) \cdot \vec{z}_1 = -M g l (\vec{z}_0 \wedge \vec{z}_1) \cdot \vec{z}_2$$

$$\vec{z}_2 = -M g l \sin \alpha_1 (\vec{x}_0 \cdot \vec{z}_2) = -M g l \sin \alpha_1 (\vec{x}_0 \cdot (\cos \alpha_2 \vec{z}_1 - \sin \alpha_2 \vec{y}_1)) = M g l \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \left( \frac{\pi}{2} + \theta_1 \right) = M g l \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1$$
  - action de l'organe sur (4) :  $\mathcal{M}(O, \text{ext} \rightarrow 4) \vec{z}_1 = \vec{0}$ .
- On applique le théorème du moment statique en O en projection sur  $\vec{z}_1$  :

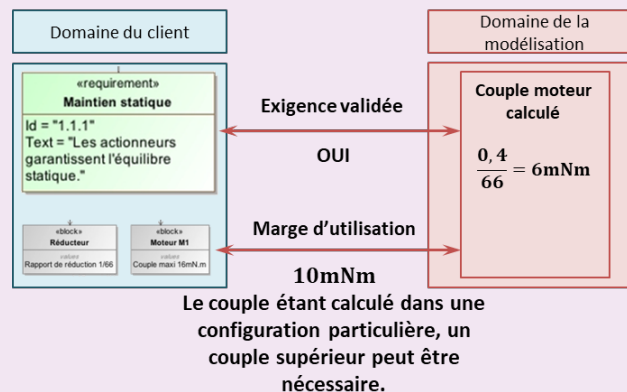
$$C_m + M g l \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1 = 0.$$

On réalise l'application numérique :  $C_m = -M g l \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1 = -1,3 \cdot 9,8 \cdot 0,05 \cdot \sin 70 \sin -70 \sin 45 = 0,4 \text{ Nm}$ .

## Retour sur la cahier des charges

**Question 4** En utilisant le diagramme de blocs et les résultats précédents, vérifier que l'exigence 1.1.1 peut être satisfaite. Remplir le diagramme suivant.

**Correction** Le couple en sortie de réducteur est de  $16 \cdot 10^{-3} \cdot 66 = 1,056 \text{ Nm}$  ce qui est supérieur au couple nécessaire calculé à la question précédente. L'exigence 1.1.1 est donc validée.



## Pour aller plus loin : Validation des performances de l'asservissement d'effort

Lors du retrait de la vésicule, il est nécessaire de maintenir un effort constant en bout de pince (4). Pour cela, on réalise un asservissement d'effort de l'axe en translation.

**Objectif** Valider le positionnement du capteur d'effort et justifier la nécessité de faire une compensation de pesanteur.

**Question 5** Pour la configuration 1 et par la méthode de votre choix, définir l'expression de  $F_z$  et  $F_y$  en fonction des autres actions mécaniques utiles. Commenter le résultat obtenu et la capacité du capteur à mesurer seulement les actions mécaniques générées par la pince sur le ressort.

## Correction

**Méthode** Dans la configuration 1,  $\vec{z}_0 = \vec{z}_3$  et  $\vec{y}_0 = \vec{y}_3$ . On cherche des expressions suivant  $\vec{z}_0$  et  $\vec{y}_0$ . Appliquer le théorème de la résultante statique suivant  $\vec{y}_0$  et  $\vec{z}_0$  devrait permettre de conclure.

- On isole (E).
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
  - actions de pesanteur sur (E) de résultante  $\vec{P}_{(E)} = -P \vec{z}_0$  ;
  - actions du ressort sur (E) de résultante  $\vec{R}(\text{Ressort} \rightarrow E) = -F_{R \rightarrow E} \vec{z}_0$  ;
  - actions du capteur sur (E) de résultante  $\vec{R}(\text{Capteur} \rightarrow E) = F_z \vec{z}_0 + F_y \vec{y}_0$ .
- On applique le théorème de la résultante statique suivant  $\vec{y}_0$  et  $\vec{z}_0$  et on obtient :
  - $F_y = 0$ .
  - $F_z = P - F_{R \rightarrow E}$ .

Le capteur doit mesurer les actions de la pince sur le ressort. Or ici, l'effort va aussi dépendre du points de l'ensemble. Dans cette configuration, le capteur ne permet donc pas de dissocier l'effort de l'abdomen du poids du système.

**Question 6** Dans la configuration 2, définir l'expression de  $F_z$  et  $F_y$  en fonction des autres actions mécaniques utiles. Pour réaliser la compensation, quels sont les paramètres à connaître en temps réel ?

## Correction

**Méthode** Dans la configuration 2, appliquer le théorème de la résultante statique suivant  $\vec{y}_3$  et  $\vec{z}_3$  devrait permettre de conclure.

- On isole (E).
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
  - actions de pesanteur sur (E) de résultante  $\vec{P}_{(E)} = -P \vec{z}_0 = -P (\cos \varphi \vec{z}_3 - \sin \varphi \vec{y}_3)$  ;
  - actions du ressort sur (E) de résultante  $\vec{R}(\text{Ressort} \rightarrow E) = -F_{R \rightarrow E} \vec{z}_3$  ;
  - actions du capteur sur (E) de résultante  $\vec{R}(\text{Capteur} \rightarrow E) = F_z \vec{z}_3 + F_y \vec{y}_3$ .
- On applique le théorème de la résultante statique suivant  $\vec{y}_3$  et  $\vec{z}_3$  et on obtient :
  - $F_y = -P \sin \varphi$ .
  - $F_z = P \cos \varphi - F_{R \rightarrow E}$ .

Si  $\varphi$  est une valeur connue, la mesure suivant  $\vec{y}_3$  permet de déterminer le poids de l'ensemble. Connaissant  $P$ , la mesure suivant  $\vec{z}_3$  permet alors de déterminer l'action mécanique du ressort.

## Retour sur le cahier des charges

**Question 7** Estimer la valeur du poids. Donner une estimation de la fiabilité sur la détermination du poids par les capteurs d'efforts. Pour réaliser la compensation de pesanteur, comment doivent être utilisées ces grandeurs mesurées ?

## Correction

On ne connaît pas le poids de l'ensemble qui devrait être une donnée. On va donc le déduire du montage expérimental. En utilisant les expressions de la question précédente, on déduit que  $P \simeq 12,753 \text{ N}$ .

$$\text{Dans la seconde configuration, on a } |P| = \frac{|F_{y20}|}{\sin \varphi} = \frac{4,382}{\sin 20} \simeq 12,81 \text{ N ou } |P| = \frac{|F_{z20}|}{\cos \varphi} = \frac{11,999}{\cos 20} \simeq 12,77 \text{ N}.$$

$$\text{Ainsi, une estimation de l'erreur peut être donnée par : } e = \frac{12,81 - 12,753}{12,753} \simeq 0,4\%$$



