Application 1

Micromoteur de modélisme ⋆

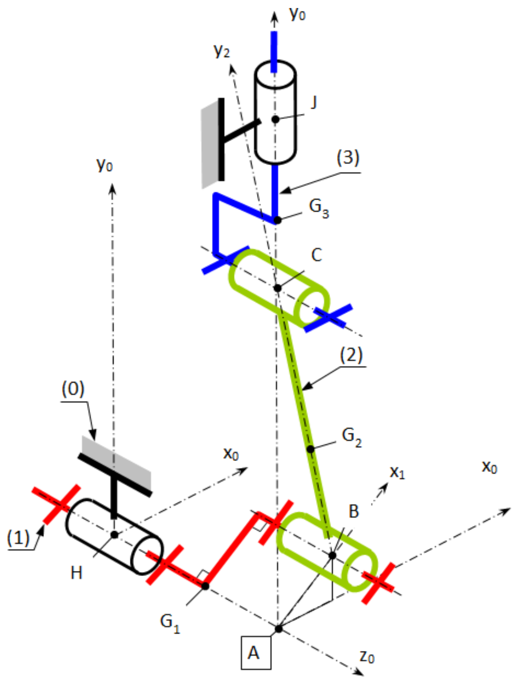
Équipe PT La Martinière Monplaisir

Savoirs et compétences :

- ❒ *Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique*
- ❒ *Res1.C1.SF1 : proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement*

Mise en situation

Les figures et le schéma ci-dessous représentent un micromoteur à combustion interne de modèle réduit. Du point de vue cinématique, il est basé sur un système bielle manivelle **(2,1)**, associé à un piston **(3)**, animé d'un mouvement de translation rectiligne alternatif.



On note :

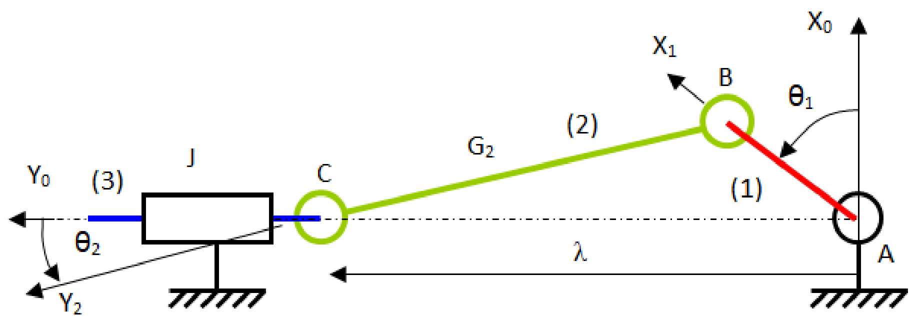
- $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{BC} = L_2\,\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{AC} = \lambda_3\,\overrightarrow{y_0}$;
- $\overrightarrow{HG_1} = a_1\,\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{BG_2} = a_2\,\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{CG_3} = a_3\,\overrightarrow{y_0}$;
- $\left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1}\right) = \theta_1$, $\left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_2}\right) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_2}\right) = \theta_2$; $\omega_{10} = \dot{\theta}_1$ et $\omega_{20} = \dot{\theta}_2$;
- m_1, m_2 et m_3 les masses des trois pièces mobiles **(1)**, **(2)** et **(3)**.

On note $C_m\,\overrightarrow{z_0}$ le couple délivré par le moteur et $F_e\,\overrightarrow{y_0}$ la force exercée sur le piston suite à l'explosion du mélange air – carburant. On néglige les effets de la pesanteur.

Question 1 *Exprimer la relation liant la vitesse de rotation ω_{10} du vilebrequin **(1)** et la vitesse du piston **(3)**, notée $\dot{\lambda} = V_{3/0}$.*

Dans la perspective d'une étude dynamique, on se propose d'évaluer les caractéristiques de masse et inertie des trois pièces mobiles, ainsi que leurs propriétés cinétiques.

On note $I_H(1) = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{(H;\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})}$ la matrice d'inertie en H de l'ensemble {vilebrequin, hélice} repéré **(1)**.



Application 1 – Corrigé

Micromoteur de modélisme ⋆

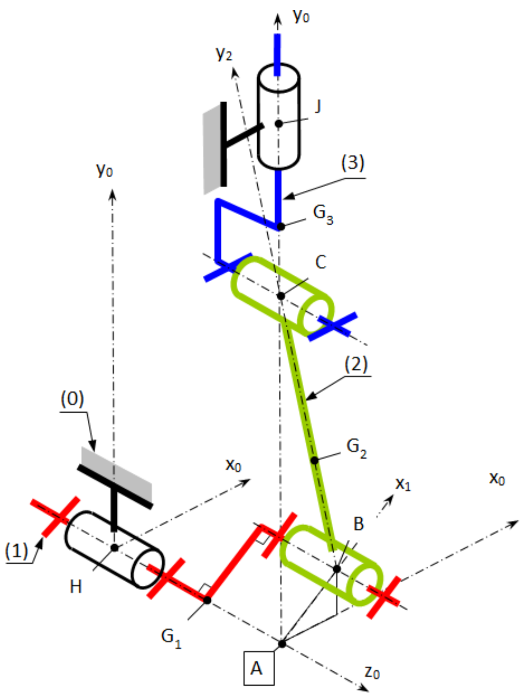
Équipe PT La Martinière Monplaisir

Savoirs et compétences :

- ❒ *Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique*
- ❒ *Res1.C1.SF1 : proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement*

Mise en situation

Les figures et le schéma ci-dessous représentent un micromoteur à combustion interne de modèle réduit. Du point de vue cinématique, il est basé sur un système bielle manivelle **(2,1)**, associé à un piston **(3)**, animé d'un mouvement de translation rectiligne alternatif.



On note :

- $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{BC} = L_2\,\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{AC} = \lambda_3\,\overrightarrow{y_0}$;
- $\overrightarrow{HG_1} = a_1\,\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{BG_2} = a_2\,\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{CG_3} = a_3\,\overrightarrow{y_0}$;
- $\left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1}\right) = \theta_1$, $\left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_2}\right) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_2}\right) = \theta_2$; $\omega_{10} = \dot{\theta}_1$ et $\omega_{20} = \dot{\theta}_2$;
- m_1, m_2 et m_3 les masses des trois pièces mobiles **(1)**, **(2)** et **(3)**.

On note $C_m\,\overrightarrow{z_0}$ le couple délivré par le moteur et $F_e\,\overrightarrow{y_0}$ la force exercée sur le piston suite à l'explosion du mélange air – carburant. On néglige les effets de la pesanteur.

Question 1 *Exprimer la relation liant la vitesse de rotation ω_{10} du vilebrequin **(1)** et la vitesse du piston **(3)**, notée $\dot{\lambda} = V_{3/0}$.*

Correction On réalise une fermeture géométrique dans le triangle ABC et on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow e\,\overrightarrow{x_1} + L_2\,\overrightarrow{x_2} - \lambda_3\,\overrightarrow{y_0} \Leftrightarrow e\left(\cos\theta_1\,\overrightarrow{x_0} + \sin\theta_1\,\overrightarrow{y_0}\right) + L_2\left(\cos\theta_2\,\overrightarrow{x_0} + \sin\theta_2\,\overrightarrow{y_0}\right) - \lambda_3\,\overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{0}$. On a donc : $\left\{\begin{array}{l} e\cos\theta_1 + L_2\cos\theta_2 = 0 \\ e\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2 - \lambda_3 = 0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \begin{cases} L_2 \cos\theta_2 = -e\cos\theta_1 \\ L_2 \sin\theta_2 = \lambda_3 - e\sin\theta_1 \end{cases}$ Au final, $L_2^2 = e^2\cos^2\theta_1 + (\lambda_3 - e\sin\theta_1)^2 \Leftrightarrow L_2^2 - e^2\cos^2\theta_1 = (\lambda_3 - e\sin\theta_1)^2$

$\Rightarrow \sqrt{L_2^2 - e^2\cos^2\theta_1} = \lambda_3 - e\sin\theta_1 \Rightarrow \lambda_3 = \sqrt{L_2^2 - e^2\cos^2\theta_1} + e\sin\theta_1$.

Dans la perspective d'une étude dynamique, on se propose d'évaluer les caractéristiques de masse et inertie des trois pièces mobiles, ainsi que leurs propriétés cinétiques.

On note $I_H(1) = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{(H;\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})}$ la matrice d'inertie en H de l'ensemble {vilebrequin, hélice} repéré **(1)**.