Activation 5

Pendule

Bras de robot

Savoirs et compétences :

- ❒ *Mod2.C17.SF1 : déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide*
- ❒ *Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique*
- ❒ *Res1.C1.SF1 : proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement*

Mise en situation

On s'intéresse à un robot oscillant dans le plan vertical $\left(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}\right)$ du repère fixe $\mathscr{R}_0 = \left(O; \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z}\right)$ associé au bâti 0. Ce robot est constitué de deux bras cylindriques 1 et 2 identiques homogènes de masse m, de longueur $2\times a$ et de section négligeable.

On note $\mathscr{R}_1 = \left(0; \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z}\right)$ un repère associé à 1 tel que $\overrightarrow{OA} = 2a\overrightarrow{x_1}$ et on pose $\alpha = \left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{x_1}\right)$.

On note $\mathscr{R}_2 = \left(0; \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z}\right)$ un repère associé à 2 tel que $\overrightarrow{AB} = 2a\overrightarrow{x_2}$ et on pose $\beta = \left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{x_2}\right)$.

On note G le centre d'inertie du bras 2 situé au milieu du segment AB.

Travail à réaliser

Question 1 *Déterminer l'expression de la matrice d'inertie du bras 2 au point G dans $\mathscr{B}_2$.*

Question 2 *Déterminer au point A les éléments de réduction du torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$.*

Question 3 *Déterminer au point O les éléments de réduction du torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$.*

Activation 5 – Corrigé

Pendule

Bras de robot

Savoirs et compétences :

- ❒ *Mod2.C17.SF1 : déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide*
- ❒ *Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique*
- ❒ *Res1.C1.SF1 : proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement*

Mise en situation

On s'intéresse à un robot oscillant dans le plan vertical $\left(O,\overrightarrow{x},\overrightarrow{y}\right)$ du repère fixe $\mathcal{R}_0=\left(O;\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z}\right)$ associé au bâti 0. Ce robot est constitué de deux bras cylindriques 1 et 2 identiques homogènes de masse m, de longueur $2\times a$ et de section négligeable.

On note $\mathcal{R}_1=\left(0;\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z}\right)$ un repère associé à 1 tel que $\overrightarrow{OA}=2a\overrightarrow{x_1}$ et on pose $\alpha=\left(\overrightarrow{x},\overrightarrow{x_1}\right)$.

On note $\mathcal{R}_2=\left(0;\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z}\right)$ un repère associé à 2 tel que $\overrightarrow{AB}=2a\overrightarrow{x_2}$ et on pose $\beta=\left(\overrightarrow{x},\overrightarrow{x_2}\right)$.

On note G le centre d'inertie du bras 2 situé au milieu du segment AB.

Travail à réaliser

Question 1 *Déterminer l'expression de la matrice d'inertie du bras 2 au point G dans $\mathcal{B}_2$.*

Correction

Question 2 *Déterminer au point A les éléments de réduction du torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$.*

Correction

Question 3 *Déterminer au point O les éléments de réduction du torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1+2/0)\}$.*

Correction

1. $I_G(2)=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m\dfrac{a^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & m\dfrac{a^2}{3}\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ A.
2. $\{\mathcal{D}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c} ma\left(\ddot{\beta}\overrightarrow{y_2}-\dot{\beta}^2\overrightarrow{x_2}\right)+2ma\left(\ddot{\alpha}\overrightarrow{y_1}-\dot{\alpha}^2\overrightarrow{x_1}\right) \\ 2ma^2\left(\dfrac{2}{3}\ddot{\beta}+\ddot{\alpha}\cos\left(\beta-\alpha\right)+\dot{\alpha}^2\sin\left(\beta-\alpha\right)\right)\overrightarrow{z}\end{array}\right\}_A$
3. $\{\mathcal{D}(1+2/0)\}=\left\{\begin{array}{c} ma\left(\ddot{\beta}\overrightarrow{y_2}-\dot{\beta}^2\overrightarrow{x_2}\right)+3ma\left(\ddot{\alpha}\overrightarrow{y_1}-\dot{\alpha}^2\overrightarrow{x_1}\right) \\ 2ma^2\left(\dfrac{2}{3}\ddot{\beta}+\dfrac{8}{3}\ddot{\alpha}+\left(\ddot{\alpha}+\ddot{\beta}\right)\cos\left(\beta-\alpha\right)+\left(\dot{\alpha}^2-\dot{\beta}^2\right)\sin\left(\beta-\alpha\right)\right)\overrightarrow{z}\end{array}\right\}_O$