Cycle 04

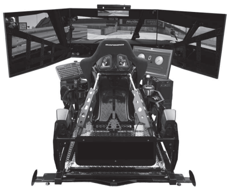
Modéliser le comportement des systèmes mécaniques dans le but d'établir une loi de comportement ou de déterminer des actions mécaniques en utilisant le PFD

Chapitre 1 – Introduction à la dynamique du solide indéformable

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

PSI⋆ – MP

Colle 02



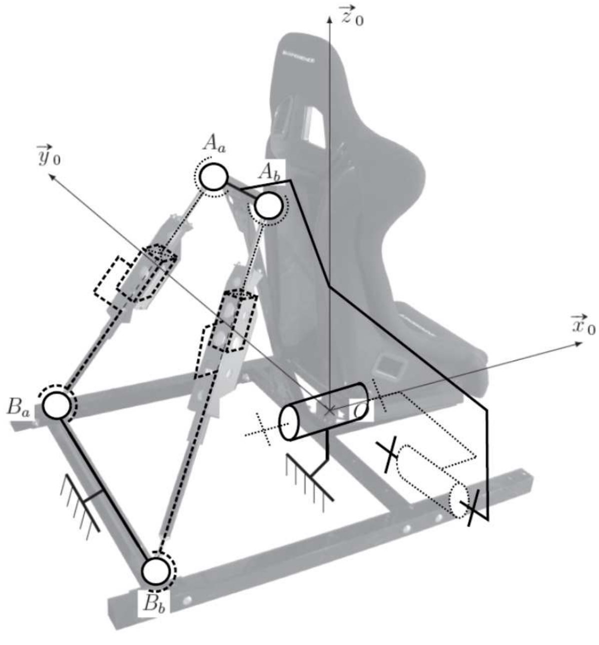
Simulateur de conduite

CCP PSI 2014

Savoirs et compétences :

Le simulateur étudié dans ce sujet est un simulateur de course automobile à deux degrés de liberté utilisé par des particuliers dans le domaine du loisir

La cinématique retenue pour le simulateur est basée sur une structure articulée permettant deux degrés de liberté par l'intermédiaire de deux vérins linéaires asservis. On désigne par **(3a)** et **(3b)** les corps des vérins en liaison sphérique avec le châssis noté **(0)**, **(2a)** et **(2b)** les tiges des vérins en liaison sphérique avec le siège noté **(1)**, lui même en liaison avec le châssis. Les tiges des vérins sont en liaison glissière avec les corps des vérins. La liaison entre le siège et le châssis est réalisée par un joint de cardan **(C)** qui autorise deux rotations (selon les axes $(O,\overrightarrow{x_0})$ et $(O,\overrightarrow{y_0})$.

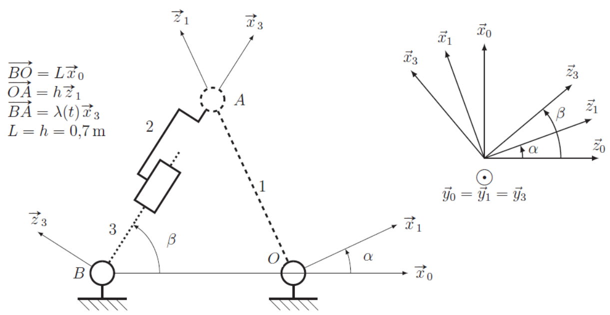


On donne le cahier des charges partiel suivant.

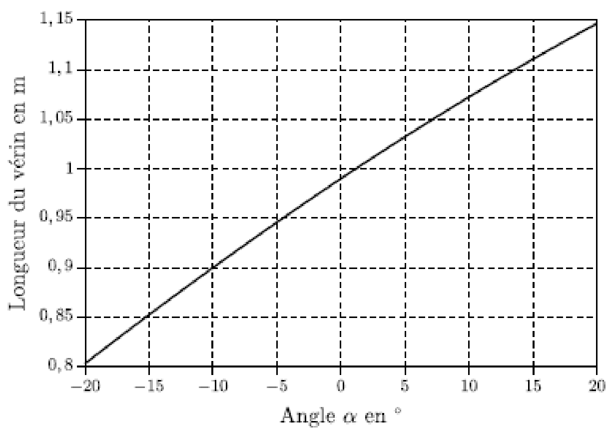
Critères	Niveaux
Débattement angulaire	$\pm 13°$
Accélération extrême a_{Tx} (définie dans la suite)	$\pm 13°$
Masse du conducteur admissible	100 kg

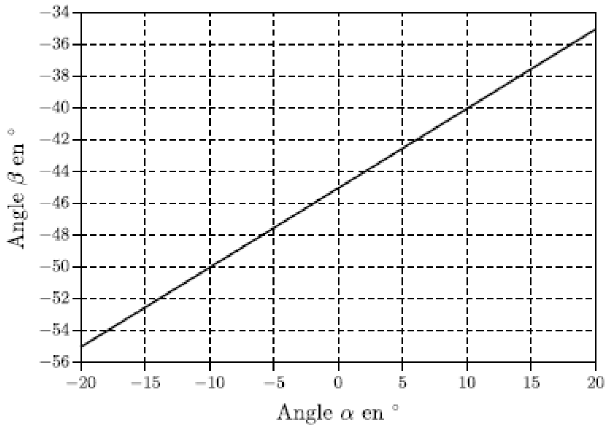
Question 1 *Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle ainsi proposé en précisant bien les mobilités utiles et internes. Indiquer l'intérêt d'une telle modélisation vis-à-vis de la détermination des efforts dans le système. Préciser un autre intérêt de ce degré d'hyperstatisme.*

Dans la suite on ne s'intéresse qu'au mouvement de tangage (rotation autour de $\overrightarrow{y_0}$). Dans ces conditions, il est possible de trouver un modèle plan équivalent du mécanisme. Le vérin est alors appelé vérin équivalent. La figure suivante correspond à cette modélisation plane équivalente. Le paramétrage est donné sur cette figure. α est l'angle de tangage du siège par rapport au châssis. Dans toute la suite du problème, on ne s'intéressera qu'à ce modèle plan.



Le modèle établi va permettre de vérifier le dimensionnement des vérins vis-à-vis des critères du cahier des charges. On donne les courbes faisant le lien entre l'angle α et la longueur du vérin d'une part ainsi que la relation entre l'angle α et β. Lorsque l'assise du siège est horizontale, l'angle α est nul, le vérin est alors à mi course (la longueur λ est de 0.99 m). La course du vérin équivalent est de 0.15 m, λ peut donc varier de ± 0.075 m autour de 0.99 m.





Question 2 *Déterminer le débattement angulaire et comparer avec la valeur du cahier des charges.* On approche les deux courbes par des droites au voisinage de $\alpha = 0°$: $\lambda = \lambda_0 + K_\alpha \alpha$ et $\beta = \beta_0 + K_\beta \alpha$.

Question 3 *En utilisant les courbes ci-dessus, donner les valeurs numériques de K_α, K_β et β_0. Conserver les unités définies sur le figures.*

Critère de masse admissible

D'après les données du constructeur, le vérin équivalent peut développer un effort maximal de $\pm 200\,\text{N}$ environ. On cherche dans cette partie à vérifier si le vérin est capable de mettre en mouvement le siège sur lequel serait assis un conducteur ayant la masse définie dans le cahier des charges. On définit les grandeurs cinétiques et géométriques suivantes :

- $J = 10\,\text{kg}\,\text{m}^2$, moment d'inertie de l'ensemble {conducteur + siège} selon l'axe $\left(O, \overrightarrow{y_0}\right)$;
- $m = 100\,\text{kg}$, masse de l'ensemble {conducteur + siège} ;
- $\overrightarrow{OG} = d\,\overrightarrow{z_1}$ avec $d = 0.35\,\text{m}$: position du centre de gravité de l'ensemble {conducteur + siège } (position simplifiée pour limiter les calculs).

On note :

- $-g\,\overrightarrow{z_0}$ avec $g = 9.81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$, accélération de la pesanteur ;
- $F\,\overrightarrow{x_3}$, l'action mécanique de la tige du vérin équivalente **(2)** sur la piège **(1)** se modélise par un glisseur en A.

Question 4 *En isolant le vérin équivalent {tige (2) + corps (3)}, justifier que l'effort exercé par ce vérin équivalent est dirigé selon $\overrightarrow{x_3}$. La masse du vérin et ses caractéristiques inertielles seront supposées négligeables.*

Question 5 *Déterminer une équation reliant les quantités définies ci-dessus et l'angle α ainsi que ses dérivées sous la forme : $A_S \dfrac{d^2\alpha(t)}{dt^2} = B_S \times F\cos(\beta - \alpha) + C_S \sin\alpha$ où l'on donnera l'expression de A_S, B_S et C_S en fonction des paramètres constants. Pour cela préciser le système isolé, faire le bilan des actions mécaniques et indiquer l'équation du principe fondamental de la dynamique utilisée (résultante/moment, direction, point).*

Le cahier des charges définit un angle maximal de 13°. L'accélération a_{Tx} ressentie par le conducteur indiquée dans ce cahier des charges de $\pm 2.2\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$ est égale à $a_{Tx} = hal\ddot{p}ha - g\sin\alpha$. On prend les valeurs numériques suivantes : $A_S = 10\,\text{kg}\,\text{m}^2$, $B_S = 0.7\,\text{m}$ et $C_s = 350\,\text{Nm}$.

Question 6 *En déduire l'expression de la force du vérin F en fonction de a_{Tx}, α, β, g, A_S, B_S et C_S. Effectuer l'application numérique dans les conditions les plus défavorables ($\alpha = 13°$, accélération $a_{Tx} = -2.2\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$), la valeur de β sera lue sur la courbe précédente. Conclure quant au choix de ce vérin.*

Réponse 18
Le modèle est constitué de 2 cycles avec I_c = 4*3+2*1+2*1 = 16.
Ici m_c = 2+2, il y a en effet 2 mobilités utiles (les deux vérins) et 2 mobilités internes (rotation propre des vérins).
Ainsi h = 6 * 2 + mc - Ic = 0. Le modèle est isostatique.
Ceci permet de déterminer tous les efforts.
Un modèle isostatique indique qu'il n'y a aucune contrainte géométrique. Il n'y a donc pas de contrainte de montage du système. Intérêt également pour le fonctionnement où l'on n'aura aucun risque de blocage du mécanisme.

Réponse 20
Le vérin se déplace de 0,075m autour de la longueur initiale de 0,99 m.
Ainsi l'angle α ne varie que de ± 8° en utilisant le DR 5.
Le cahier des charges est donc vérifié car la valeur est inférieure à ±13°.

Réponse 21
On trouve : K_β = 0,5, β_0 = -45° et K_α = 0,25/30 =0,0083 m/°

Réponse 22
L'isolement du vérin montre que celui-ci est soumis à deux actions mécaniques qui sont des glisseurs. Le PFS permet de démontrer que les résultantes des glisseurs sont portées par $\overrightarrow{x_3}$.

Réponse 23
On isole l'ensemble {conducteur + siège} soumis à :

l'action de la pesanteur en G de résultante $-m.g.\overrightarrow{z_0}$,
l'action du vérin $F.\overrightarrow{x_3}$ en A,
l'action de la liaison pivot en O

Pour faire disparaitre les inconnues de l'action en O, on applique le théorème du moment dynamique en O en projection sur $\overrightarrow{y_0}$,.

Ainsi :$J.\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \left(\left(\overrightarrow{OA} \wedge F.\overrightarrow{x_3}\right) + \left(\overrightarrow{OG} \wedge -m.g.\overrightarrow{z_0}\right) + \overrightarrow{0}\right).\overrightarrow{y_0}$

Soit : $J.\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \left((h.\overrightarrow{z_1} \wedge F.\overrightarrow{x_3}) + (d.\overrightarrow{z_1} \wedge -m.g.\overrightarrow{z_0})\right).\overrightarrow{y_0}$

$$J.\frac{d^2\alpha}{dt^2} = (F.h.\cos(\beta-\alpha) + d.m.g.\sin(\alpha))$$

Ainsi : A_s = J, B_s = h et C_s = d.m.g

Réponse 24
Nous avons donc : $F = \frac{A_S.\ddot{\alpha} - C_S.\sin(\alpha)}{B_S.\cos(\beta-\alpha)}$

Avec $\ddot{\alpha} = \frac{a_{Tx}+g.\sin(\alpha)}{h}$, il vient alors : $F = \frac{A_S.\frac{a_{Tx}+g.\sin(\alpha)}{h} - C_S.\sin(\alpha)}{B_S.\cos(\beta-\alpha)}$

On lit sur le document réponse que β = -38° pour α = 13°.
On effectue l'application numérique et on obtient F = -179 N.
L'effort est bien inférieur aux 200 N délivrés par le vérin. Le vérin est adapté pour respecter le cahier des charges.