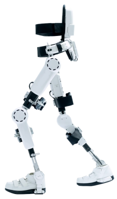
Activation 01



Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie

Concours Centrale Supelec TSI 2017

Savoirs et compétences :

- ❒ *Mod2.C17.SF1 : déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide*
- ❒ *Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique*

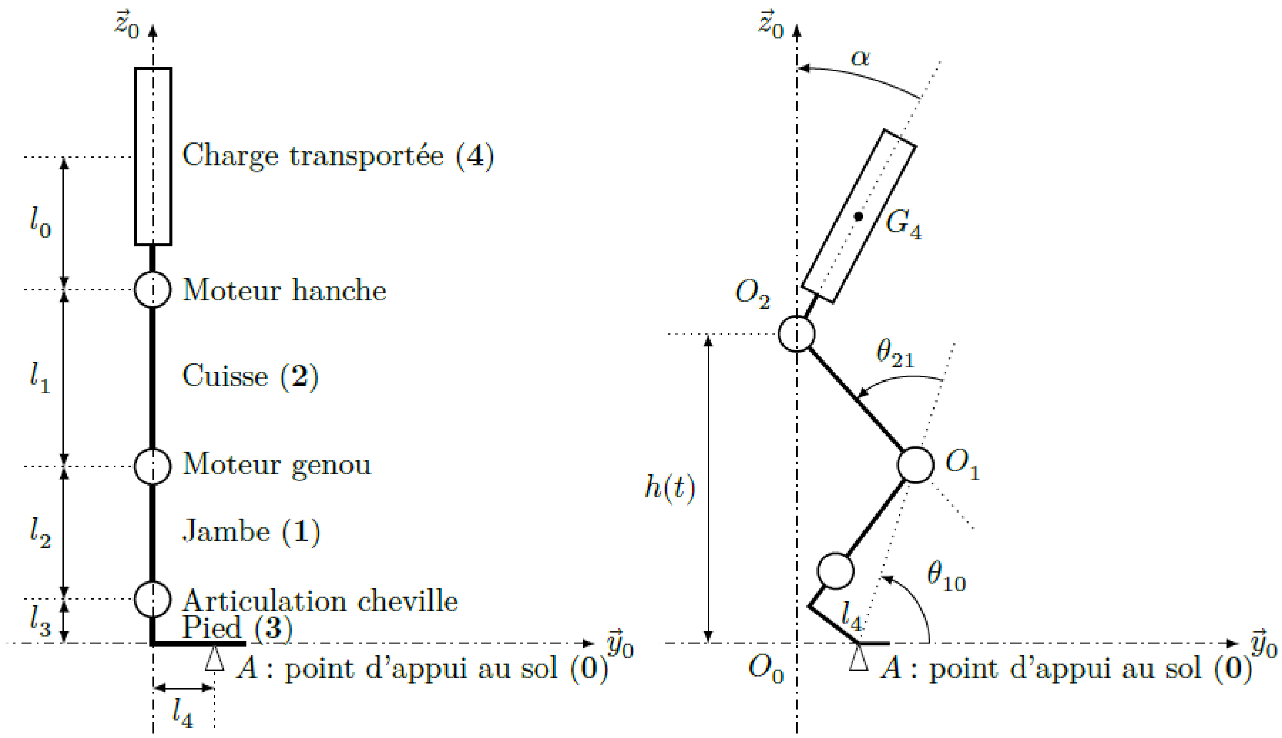
Mise en situation – Assurer le mouvement vertical

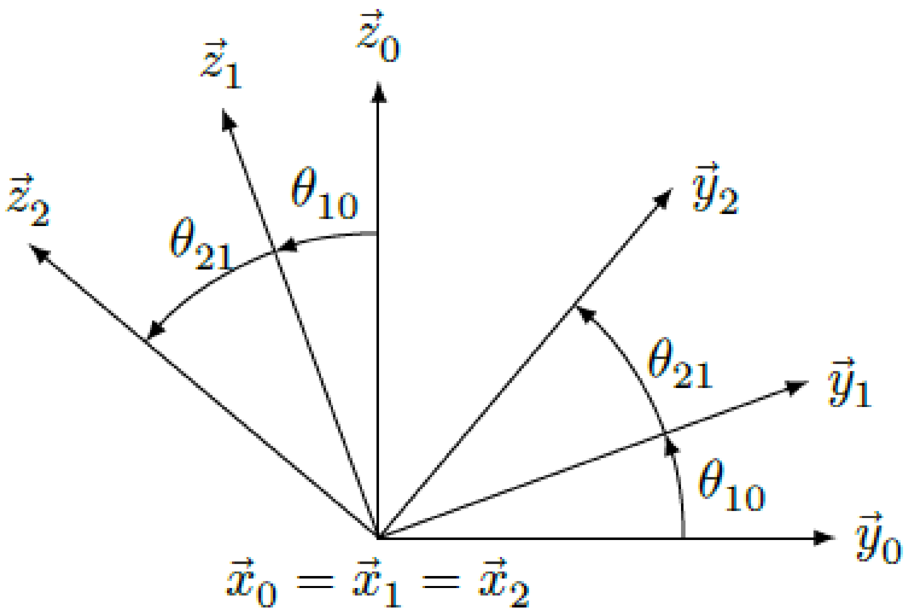
Objectif Proposer un modèle de connaissance des éléments réalisant l'exigence fonctionnelle « assurer le mouvement vertical » puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

Élaboration du modèle dynamique

Objectif Dimensionner le moteur situé au niveau d'un genou permettant à l'exosquelette de soulever une masse de 60 kg de la position accroupie à la position debout.

Ces calculs visent à déterminer l'équation dynamique qui permet d'obtenir le couple moteur (minimal) en fonction des caractéristiques géométriques et massique de la charge à soulever ainsi que des conditions d'utilisation. Le modèle d'étude est celui représenté à la figure suivante correspondant au modèle d'étude plan position fléchie.





Hypothèses :
- L'étude est modélisable dans le plan.
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites.
- Les inerties des pièces sont négligées sauf la masse de la charge à soulever.
- L'angle α entre la charge transportée et la verticale $\overrightarrow{z_0}$ reste constant.
- G_4, centre de gravité de la charge transportée (4), reste en permanence à la verticale du point A d'appui au sol.

Données :
- $\overrightarrow{O_1G_4} = \lambda(t)\overrightarrow{z_0} - L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}$;
- Accélération de la pesanteur $g = 9.81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$;
- Longueur de la cuisse $l_1 = 43.1\,\text{cm}$.
- Longueur de la jambe $l_2 = 43.3\,\text{cm}$.
- Longueur de l'articulation de la cheville à la plante arrière du pied $l_3 = 6.9\,\text{cm}$.
- Longueur de la plante arrière du pied au point d'appui sur le sol $l_4 = 13\,\text{cm}$.
- Longueur $\overrightarrow{O_0O_1} = L\overrightarrow{y_1}$ avec $L = 51.8\,\text{cm}$.
- Rapport de réduction : $r = \dfrac{1}{120}$.

On note E={cuisse(2)+charge transportée(4)}.

Question 1 *Donner qualitativement le mouvement de 4 par rapport à 0. Tracer le graphe de structure du système.*

Correction Étant donné que l'on souhaite que l'angle α reste constant pendant la levée d'une charge, le mouvement de E sera donc un mouvement de translation rectiligne.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0}$ en fonction de m_4, $\dot{h}(t)$, L et $\cos\theta_{10}$.*

Correction E étant en translation, on a $\overrightarrow{\sigma(G_4, E/0)} = \overrightarrow{0}$. On a alors $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} = \overrightarrow{\sigma(G_4, E/0)} + \overrightarrow{O_1G_4} \wedge \overrightarrow{R_c(E/0)}$.

Par ailleurs, $\overrightarrow{R_c(E/0)} = m_4\overrightarrow{V(G_4 \in E/0)} = m_4\dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}$.

On a donc : $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(\left(\lambda(t)\overrightarrow{z_0} - L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}\right) \wedge m_4\dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = -Lm_4\cos\theta_{10}\dot{h}(t)$.

Question 3 *Déduire $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0}$ en fonction de m_4, $\ddot{h}(t)$, L et $\cos\theta_{10}$.*

Correction **Méthode 1 – Calcul de $\overrightarrow{\delta(G_4, E/0)}$ et déplacement**

On a $\overrightarrow{\delta(G_4, E/0)} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\sigma(G_4, E/0)}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{0}$. En conséquences, $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(\left(\lambda(t)\overrightarrow{z_0} - L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}\right) \wedge m_4\ddot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = -Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t)$.

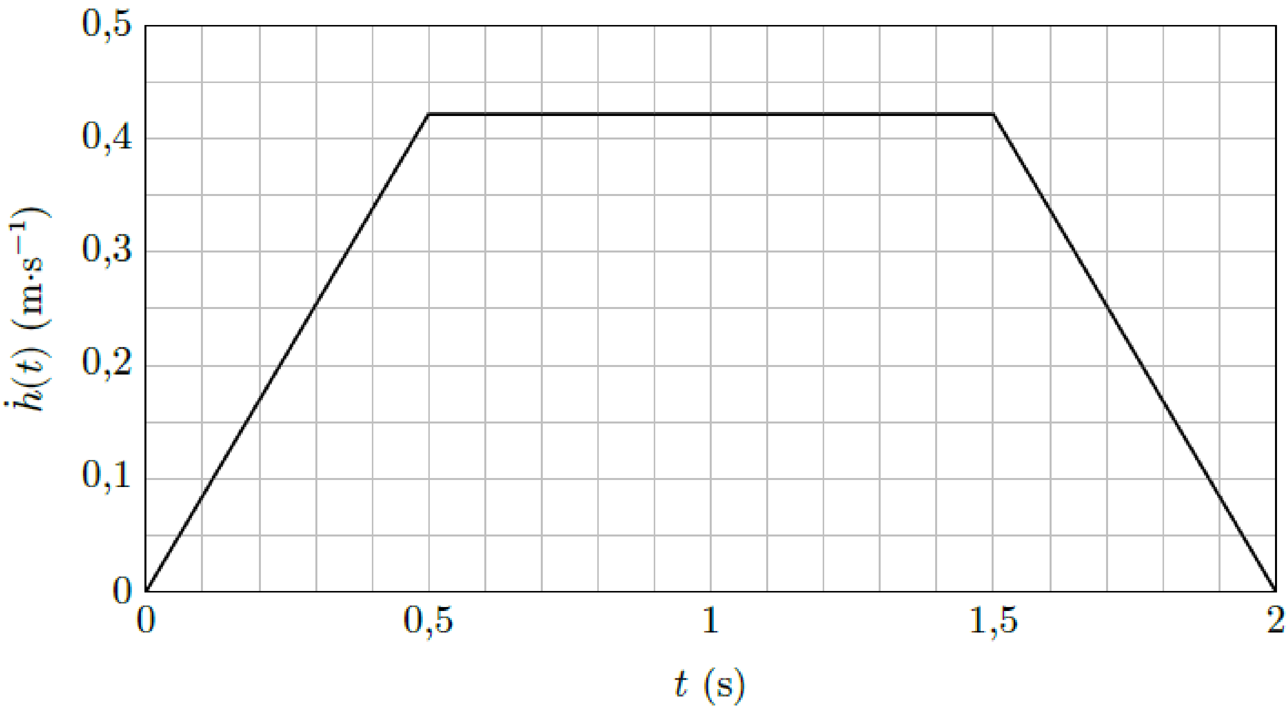
Méthode 2 – Calcul de $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)}$

On a aussi $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} = \left(\dfrac{d\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)}}{\mathrm{d}t}\right) + m_4 \overrightarrow{V(O_1/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_4 \in E/0)}$.

Par suite on a $\left(\overrightarrow{V(O_1 \in E/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_4 \in E/0)}\right)\overrightarrow{x_0} = \left(\left(L\overrightarrow{y_1} \wedge \dot{\theta}_{10}\overrightarrow{x_0}\right) \wedge \dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right)\overrightarrow{x_0} = \left(-L\dot{\theta}_{10}\overrightarrow{z_1} \wedge \dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right)\overrightarrow{x_0} = -L\dot{\theta}_{10}\dot{h}(t)\sin\theta_{10}$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = -Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t) + Lm_4\dot{\theta}_{10}\sin\theta_{10}\dot{h}(t) - m_4 L\dot{\theta}_{10}\dot{h}(t)\sin\theta_{10} = -Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t)$.

La loi d'évolution de la vitesse de la hanche est donnée à la figure suivante.



Question 4 *Déterminer l'expression littérale du couple C_r exercé par l'arbre de sortie du réducteur sur le genou imposé par la loi d'évolution de la hanche et calculer numériquement ce couple pour une valeur de θ_{10} égale à 54,5°correspondant à la valeur maximale du couple.*

Correction
- On isole l'ensemble E.
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
  - action de la liaison pivot : $\{\mathcal{T}(1 \to E)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R(1 \to E)} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}(O_1, 1 \to E)}\end{array}\right\}_{O_1}$ avec $\overrightarrow{\mathcal{M}(O_1, 1 \to E)} \cdot \overrightarrow{x_0} = 0$;
  - action du réducteur : $\{\mathcal{T}(1_r \to E)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0} \\ C_r\overrightarrow{x_0}\end{array}\right\}_{O_1}$ avec $\overrightarrow{\mathcal{M}(O_1, 1 \to E)} \cdot \overrightarrow{x_0} = 0$;
  - action de la pesanteur : $\{\mathcal{T}(\text{pes} \to E)\} = \left\{\begin{array}{c}-m_4 g\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_4}$. On a alors $\overrightarrow{\mathcal{M}(O_1, \text{pes} \to E)} \cdot \overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{\mathcal{M}(G_4, \text{pes} \to E)} \cdot \overrightarrow{x_0} + \left(\overrightarrow{O_1G_4} \wedge -m_4 g\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(\left(\lambda(t)\overrightarrow{z_0} - L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}\right) \wedge -m_4 g\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(-L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0} \wedge -m_4 g\overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_0}$ $= m_4 g L\cos\theta_{10}$.
- E étant en pivot d'axe $\left(O_1, \overrightarrow{x_1}\right)$, on applique le théorème du moment dynamique en O_1 en projection sur $\overrightarrow{x_1}$: $-Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t) = C_r + m_4 g L\cos\theta_{10} \Leftrightarrow C_r = -m_4 L\cos\theta_{10}\left(g + \ddot{h}(t)\right)$.

En réalisant l'application numérique, on a : $C_r = -60 \times 51,8 \times 10^{-2} \times \cos 54,5\left(9,81 + \dfrac{0,425}{0,5}\right)$

Question 5 *Calculer le couple C_m au niveau de l'arbre moteur du genou en prenant un facteur de perte $\eta = 0,75$ (estimé à l'aide du modèle multiphysique).*

Correction En régime permanent, on a $\eta = \dfrac{C_r\omega_r}{C_m\omega_m} = r\dfrac{C_r}{C_m}$ et $C_r = \dfrac{\eta}{r}C_m =$.

Question 6 *Expliquer en moins de 5 lignes comment estimer un rendement à partir d'un modèle multiphysique.*

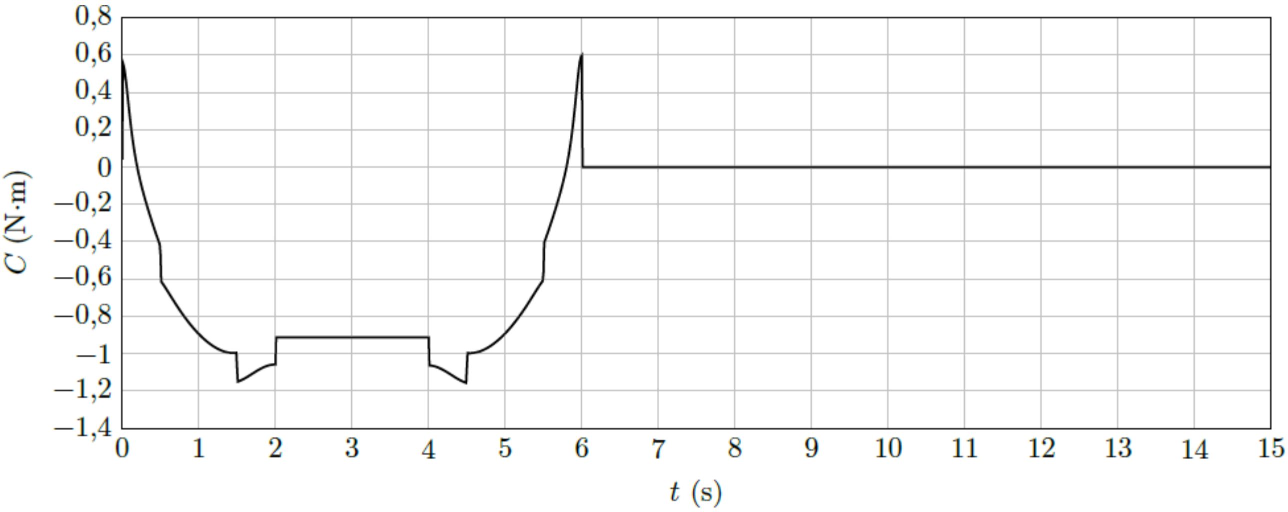
Correction

Validation du dimensionnement du moteur

Objectif Vérifier que le moteur choisi convient pour une utilisation intensive comprenant 4 cycles par minute de descente suivie d'une montée.

Le cycle suivant obtenu à l'aide du modèle multiphysique de représente l'évolution du couple moteur, et ce en tenant compte du moment d'inertie du rotor, sur un cycle de période $T = 15\,\text{s}$.
Quatre phases sont définies sur cette période :

- phase 1 pour $0 \leq t < 2\,\text{s}$, valeur efficace du couple moteur $C_1 = 0.838\,\text{Nm}$;
- phase 2 pour $2 \leq t < 4\,\text{s}$, couple moteur constant $C_2 = -0.912\,\text{Nm}$;
- phase 3 pour $4 \leq t < 6\,\text{s}$, valeur efficace du couple moteur $C_3 = 0.838\,\text{Nm}$;
- phase 4 pour $6 \leq t < 15\,\text{s}$, couple moteur nul.



Question 7 *Préciser à quels mouvements correspondent les 4 phases de ce cycle.*

Correction

- Phase 1 : le couple est décroissant, suivant la convention de signe utilisée, on peut faire l'hypothèse que le genou fléchit et que l'accélération est décroissante.
- Phase 2 : le couple est constant. On peut faire l'hypothèse que le moteur tourne à vitesse constante et que le couple moteur est celui nécessaire à vaincre les frottements.
- Phase 3 : le couple est croissant. En conservant la même « convention » que précédemment, le genou ralentit et arrive en fin de flexion .
- Phase 4 : si le genou ne bouge plus, on peut faire l'hypothèse que l'exosquelette est en butée. Ainsi, il n'est pas nécessaire d'avoir un couple pour maintenir le système en position.

Le couple efficace est également appelé couple thermiquement équivalent, il est défini par : $C_{\text{eff}} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\int\limits_0^T c(t)^2 \text{d}t}$.

On a aussi $C_{\text{eff}} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\sum\limits_{i=1}^{n} C_{\text{i,eff}}^2 T_i}$

Question 8 *Calculer la valeur efficace du couple moteur du genou pour ce cycle périodique de* 15 s.

Correction $C_{\text{eff}} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\sum\limits_{i=1}^{n} C_{\text{i,eff}}^2 T_i} = \sqrt{\dfrac{1}{15}\left(0,838^2 \times 2 + 0,912^2 \times 2 + 0,838^2 \times 2\right)} \simeq 0.546\,\text{Nm}$.

Le couple moteur varie entre $-1.156\,\text{Nm}$ et $0.596\,\text{Nm}$. Les caractéristiques du moteur choisi sont :

- vitesse à vide de $3120\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ pour une alimentation nominale en amont de l'onduleur de $36\,\text{V}$;
- couple permanent admissible de $0.560\,\text{Nm}$;
- pente de la courbe de la vitesse en fonction du couple de $423\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}\text{N}^{-1}\text{m}^{-1}$.

De plus une étude cinématique précédente a montré que le moteur permettant d'actionner le moteur doit pouvoir atteindre une vitesse de $2200\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$.

Question 9 *Conclure quant au choix de ce moteur au regard de la valeur maximale de la vitesse angulaire calculée lors d'une étude précédente et du couple efficace calculé à la question précédente.*

Correction
1. Le couple thermiquement équivalent calculé est de 0.546 Nm ce qui est inférieur aux couple admissible par le moteur.
2. La fréquence de rotation à atteindre par le moteur est de 2200 tr min^{-1}. Le moteur proposé tourne à 3120 tr min^{-1} à vide. On peut donc supposer qu'en charge, il atteindre les 2200 tr min^{-1}.

Su ces deux critères le moteur proposé est donc validé.