

## TD



## Système EOS ★

Banque PT SIA – 2016

## Savoirs et compétences :

## Mise en situation

**Objectif** Déterminer les conditions de non arc-boutement du guidage du système EOS.

## Travail à réaliser

**Question 1** En introduisant  $F_I = Y_I \vec{y} + Z_I \vec{z}$  et  $F_J = Y_J \vec{y} + Z_J \vec{z}$ , les glisseurs en I et J qui résultent des actions mécaniques exercées par la colonne 2 sur le bras 1, écrire les trois équations scalaires traduisant l'équilibre du bras.

## Correction

En appliquant le PFS en B, on a :

$$\begin{cases} Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J \frac{\ell}{2} - Z_J \left( e + \frac{d}{2} \right) + Y_I \frac{\ell}{2} - Z_I \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \end{cases}$$

**Question 2** En supposant que  $F > 0$ , comme précisé ci-dessus, donner les signes des composantes  $Y_I$ ,  $Z_I$ ,  $Y_J$  et  $Z_J$  puis écrire, en utilisant le modèle de Coulomb, les inéquations qui lient ces composantes.

## Correction

$$\text{On a de plus : } \begin{cases} Y_I \geq 0 \text{ et } Z_I \geq 0 \\ Y_J \leq 0 \text{ et } Z_J \geq 0 \\ |Z_I| \leq f |Y_I| \text{ et } |Z_J| \leq f |Y_J| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y_I \geq 0 \text{ et } Z_I \geq 0 \\ Y_J \leq 0 \text{ et } Z_J \geq 0 \\ Z_I \leq f Y_I \text{ et } Z_J \leq -f Y_J \end{cases}$$

**Question 3** En supposant qu'on est à la limite du glissement au niveau d'un des contacts, donner la condition nécessaire entre  $\ell$ ,  $f$  et  $e$  pour qu'il n'y ait pas d'arc-boutement dans la liaison.

## Correction

On considère qu'on est à la limite du glissement au point I. En conséquences,

$$\begin{cases} Z_I = f Y_I \\ Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J \frac{\ell}{2} - Z_J \left( e + \frac{d}{2} \right) + Y_I \frac{\ell}{2} - Z_I \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_I = f Y_I \\ Y_J = -Y_I \\ Z_J = F - Z_I = F - f Y_I \\ Y_I \frac{\ell}{2} - (F - f Y_I) \left( e + \frac{d}{2} \right) + Y_I \frac{\ell}{2} - f Y_I \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \end{cases}$$

$$Y_I \frac{\ell}{2} - (F - f Y_I) \left( e + \frac{d}{2} \right) + Y_I \frac{\ell}{2} - f Y_I \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_I \left( \frac{\ell}{2} + f \left( e + \frac{d}{2} \right) + \frac{\ell}{2} - f \left( e - \frac{d}{2} \right) \right) - F \left( e + \frac{d}{2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_I (\ell + f d) - F \left( e + \frac{d}{2} \right) = 0$$

$$\text{et } \Leftrightarrow F = Y_I \frac{\ell + fd}{e + \frac{d}{2}} = Y_I \frac{2\ell + 2fd}{2e + d}$$

De plus, au point  $J$ , on a nécessairement :  $Z_J \leq -f Y_J$ . En conséquences,

$$F - f Y_I \leq f Y_I$$

$$\Leftrightarrow F - f Y_I \leq f Y_I \Leftrightarrow F \leq 2f Y_I \Leftrightarrow F \leq 2f Y_I \Leftrightarrow Y_I \frac{2\ell + 2fd}{2e + d} \leq 2f Y_I \Leftrightarrow \frac{2\ell + 2fd}{2e + d} \leq 2f \Leftrightarrow 2\ell + 2fd \leq 4fe + 2fd$$

$$\Leftrightarrow \ell \leq 2fe \Leftrightarrow \frac{\ell}{2e} \leq f$$

### Correction

On considère qu'on est à la limite du glissement au point  $J$ . En conséquences,

$$\begin{cases} Z_J = -f Y_J \\ Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J \frac{\ell}{2} - Z_J \left( e + \frac{d}{2} \right) + Y_I \frac{\ell}{2} - Z_I \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} Z_J = -f Y_J \\ Y_I = -Y_J \\ Z_I = -Z_J + F = f Y_J + F \\ -Y_J \frac{\ell}{2} + f Y_J \left( e + \frac{d}{2} \right) - Y_J \frac{\ell}{2} - (f Y_J + F) \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Et donc } Y_J \left( -\ell + f \left( e + \frac{d}{2} \right) - f \left( e - \frac{d}{2} \right) \right) - F \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \Leftrightarrow Y_J (-\ell + fd) - F \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \Leftrightarrow Y_J (-\ell + fd) = F \left( e - \frac{d}{2} \right) \Leftrightarrow F = Y_J \frac{-\ell + fd}{e - \frac{d}{2}}$$

Par ailleurs, on a :  $Z_I \leq f Y_I \Leftrightarrow f Y_J + F \leq -f Y_J$

$$\Leftrightarrow 2f Y_J + F \leq 0 \Leftrightarrow 2f Y_J + Y_J \frac{-\ell + fd}{e - \frac{d}{2}} \leq 0 \Leftrightarrow 2f + \frac{-\ell + fd}{e - \frac{d}{2}} \geq 0 \quad (Y_J < 0) \Leftrightarrow \frac{2fe - fd - \ell + fd}{e - \frac{d}{2}} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2fe - \ell}{e - \frac{d}{2}} \geq 0$$

0

### Conclusion vis-à-vis de l'objectif

**Question 4** Vérifier que la condition de non arc-boutement est satisfaite sur le système EOS pour lequel les grandeurs caractéristiques fournies ci-dessous ?

**Correction** Pour ne pas arc-bouter, il faut donc vérifier la relation  $\frac{\ell}{2e} > f : \frac{20}{2 \times 20} > f$  et donc  $0,5 > 0,2$ . La condition de glissement est donc vérifiée.