

TD 02



Dépense de bagage automatique dans les aéroports (DBA) ★

Concours Centrale Supélec TSI 2018

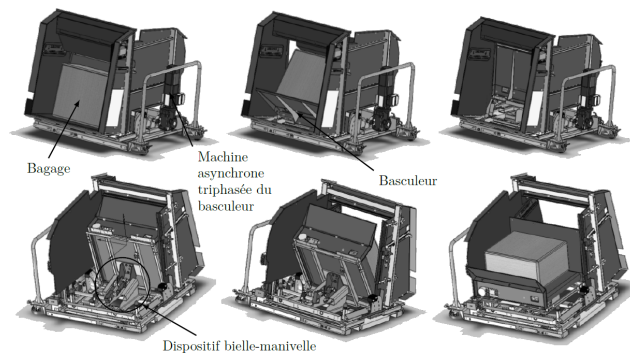
Savoirs et compétences :

- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Le processus d'enregistrement des passagers dans les aéroports est en train de vivre une mutation en évoluant de la « banque d'enregistrement » classique vers une idée de « dépôt bagages » automatisée. Cette évolution a été justifiée pour fluidifier le trafic passager notamment sur les destinations avec des fréquences très importantes, par exemple certains vols Paris-Province.

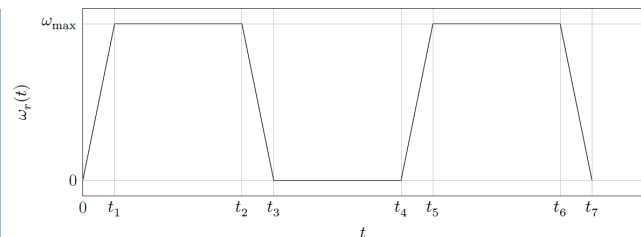
Le système DBA est constitué par un basculeur actionné par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone.



Recherche de la vitesse de rotation maximale

Objectif Le bagage et le chariot sont animés par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone triphasée avec un réducteur entraînant la manivelle. L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation maximale de la machine asynchrone triphasée actionnant le basculeur en accord avec l'exigence 1.4 (le basculement du bagage doit se faire en 8 s).

Pour dimensionner correctement la machine asynchrone, la première étape est le calcul de la vitesse maximale de l'arbre moteur. On choisit comme loi de mouvement de rotation du moteur une loi en trapèze. On donne ainsi le profil de vitesse de rotation ω_r de l'arbre de sortie du réducteur par rapport au bâti.



Le rapport de réduction entre l'arbre moteur de vitesse de rotation et l'arbre de sortie de réducteur est noté $k = \frac{\omega_r}{\omega_{\text{mot}}} = \frac{1}{107,7}$. Compte tenu du temps de basculement du bagage de 8 s, les valeurs des temps sont les suivantes : $t_1 = 0,5\text{ s}$, $t_2 = 2,5\text{ s}$, $t_3 = 3\text{ s}$, $t_4 = 5\text{ s}$, $t_5 = 5,5\text{ s}$, $t_6 = 7,5\text{ s}$, $t_7 = 8\text{ s}$. L'arbre de sortie du motoréducteur doit faire un demi-tour entre 0 et t_3 , puis un demi-tour entre t_4 et t_7 .

Question 1 Déterminer ω_{max} en fonction des différents t_i . Faire l'application numérique.

Question 2 En déduire la vitesse de rotation de l'arbre moteur maximale $\omega_{\text{mot max}}$. Faire l'application numérique et donner le résultat en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

Recherche du couple moteur maximal en vue du dimensionnement de la machine asynchrone

Objectif La seconde étape du dimensionnement consiste à rechercher le couple moteur maximal en accord avec l'exigence 1.2 (la masse du bagage pouvant être manœuvré par le système est de 50 kg).

Pour calculer le couple moteur maximal, on se place dans un cas quasi-statique et on néglige tous les effets dynamiques. Compte tenu de la construction du mécanisme (non linéaire), le couple moteur est variable et on le calcule dans une position particulière correspondant au couple maximal.

On note :

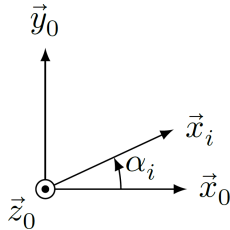
- S_0 le bâti ;
- S_1 l'ensemble constitué par le chariot, le bagage et les galets, dont le centre de gravité est noté G et la masse est notée $m = 80\text{ kg}$;
- S_2 la bielle DB de direction \vec{x}_2 ;

- S_3 l'arbre de sortie de réducteur et la manivelle $\overrightarrow{ED} = R \overrightarrow{x_3}$ avec $R = 86 \text{ mm}$.

Le mouvement est considéré comme plan. On néglige toutes les masses sauf celle de l'ensemble S_1 . Toutes les liaisons sont parfaites. Le référentiel lié au solide S_0 est considéré galiléen. On note l'accélération de la pesanteur $\vec{g} = -g \vec{y}_0$ avec $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

Les liaisons entre S_0 et S_1 sont des liaisons sphère-plan de normales (A_1, \vec{x}_{11}) et (A_2, \vec{x}_{12}) . On note I le point d'intersection des normales (A_1, \vec{x}_{11}) et (A_2, \vec{x}_{12}) . On note $\overrightarrow{IB} = L_2 \vec{x}_{12}$ et $\overrightarrow{IG} = x_G \vec{x}_0 + y_G \vec{y}_0$.

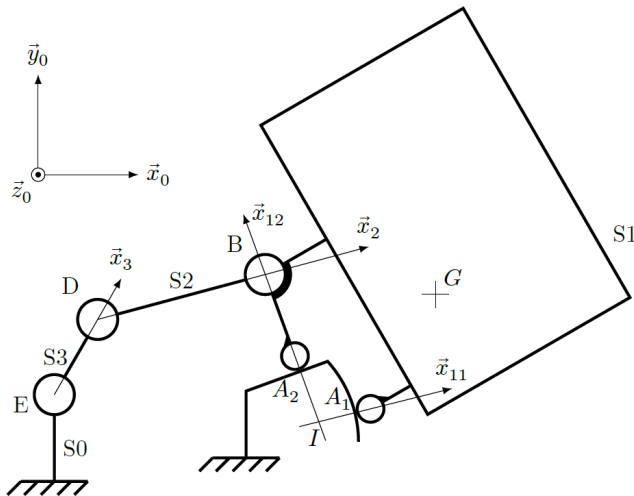
On note les angles α_i formés entre les vecteurs \vec{x}_0 et $\vec{x}_i : \alpha_i = (\vec{x}_0, \vec{x}_i)$ avec $i \in \{2; 3; 11; 12\}$.



La liaison entre S_1 et S_2 est une liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) .

La liaison entre S_2 et S_3 est une liaison pivot d'axe (D, \vec{z}_0) .

La liaison entre S_0 et S_3 est une liaison pivot d'axe (E, \vec{z}_0) .



Question 3 Déterminer la forme des torseurs $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1$ au point A_1 et $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2$ au point A_2 des actions mécaniques des rampes du bâti S_0 s'appliquant sur le chariot S_1 . Ces torseurs sont-ils des glisseurs?

Question 4 La somme des torseurs $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1$ et $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2$ est-elle un glisseur? Si oui, déterminer un point de son support.

Question 5 Déterminer la forme du torseur $\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\}$ de l'action mécanique de la bielle S_2 sur l'ensemble S_1 au point B . On notera F_B la norme de la résultante de ce torseur.

Question 6 En isolant S_1 , et en ramenant les moments en I , déterminer l'expression de F_B en fonction de la masse m de S_1 , des angles α_i et des constantes du problème.

Question 7 On note C_{red} le couple exercé par l'arbre de sortie de réducteur sur la manivelle S_3 . Montrer que $C_{\text{red}} - R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$.

Dans la configuration choisie, on a $x_G = 506 \text{ mm}$, $L_2 = 140 \text{ mm}$, $\alpha_3 = 91^\circ$, $\alpha_{12} = 108^\circ$ et $\alpha_2 = 3^\circ$ (on montre par une simulation numérique que cette position conduit au couple maximal).

Question 8 En déduire l'expression du couple C_{red} qu'exerce le réducteur sur la manivelle S_3 en fonction du poids du chariot, des angles α_i et des constantes du problème. Faire l'application numérique.

Question 9 En déduire la valeur numérique C_m du couple qu'exerce l'arbre de la machine asynchrone sur l'arbre d'entrée du réducteur (on supposera le rendement du réducteur égal à 1).

Éléments de corrigé

- 1,26 rads^{-1} .
- 1292 tr min^{-1} .
- Oui.
- I .
- $\left\{ \begin{array}{c} F_B \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_B$.

- $F_B = \frac{mg x_G}{L_2 \sin(\alpha_{12} - \alpha_2)}$.
- $C_{\text{red}} - R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$.
- 252 Nm.
- 2,34 Nm.

TD 02



Dépose de bagage automatique dans les aéroports (DBA) **

Concours Centrale Supélec TSI 2018

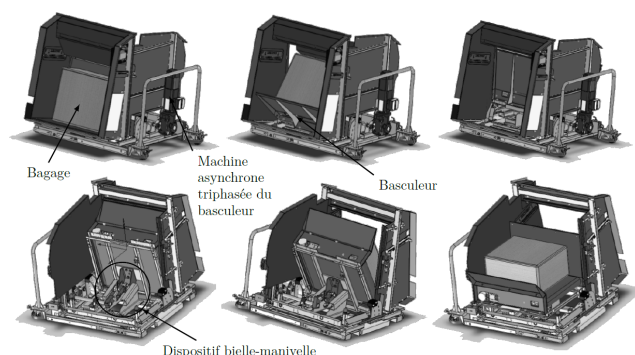
Savoirs et compétences :

- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Le processus d'enregistrement des passagers dans les aéroports est en train de vivre une mutation en évoluant de la « banque d'enregistrement » classique vers une idée de « dépose bagages » automatisée. Cette évolution a été justifiée pour fluidifier le trafic passager notamment sur les destinations avec des fréquences très importantes, par exemple certains vols Paris-Provence.

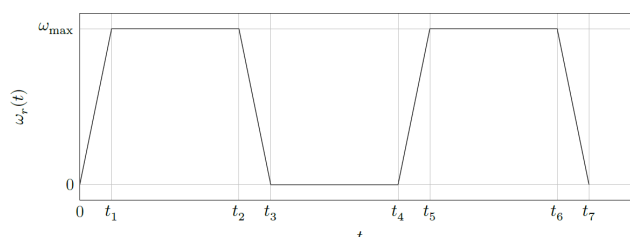
Le système DBA est constitué par un basculeur actionné par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone.



Recherche de la vitesse de rotation maximale

Objectif Le bagage et le chariot sont animés par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone triphasée avec un réducteur entraînant la manivelle. L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation maximale de la machine asynchrone triphasée actionnant le basculeur en accord avec l'exigence 1.4 (le basculement du bagage doit se faire en 8 s).

Pour dimensionner correctement la machine asynchrone, la première étape est le calcul de la vitesse maximale de l'arbre moteur. On choisit comme loi de mouvement de rotation du moteur une loi en trapèze. On donne ainsi le profil de vitesse de rotation ω_r de l'arbre de sortie du réducteur par rapport au bâti.



Le rapport de réduction entre l'arbre moteur de vitesse de rotation et l'arbre de sortie de réducteur est noté $k = \frac{\omega_r}{\omega_{\text{mot}}} = \frac{1}{107,7}$. Compte tenu du temps de basculement du bagage de 8 s, les valeurs des temps sont les suivantes : $t_1 = 0,5\text{ s}$, $t_2 = 2,5\text{ s}$, $t_3 = 3\text{ s}$, $t_4 = 5\text{ s}$, $t_5 = 5,5\text{ s}$, $t_6 = 7,5\text{ s}$, $t_7 = 8\text{ s}$. L'arbre de sortie du motoréducteur doit faire un demi-tour entre 0 et t_3 , puis un demi-tour entre t_4 et t_7 .

Question 1 Déterminer ω_{max} en fonction des différents t_i . Faire l'application numérique.

Question 2 En déduire la vitesse de rotation de l'arbre moteur maximale $\omega_{\text{mot max}}$. Faire l'application numérique et donner le résultat en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

Recherche du couple moteur maximal en vue du dimensionnement de la machine asynchrone

Objectif La seconde étape du dimensionnement consiste à rechercher le couple moteur maximal en accord avec l'exigence 1.2 (la masse du bagage pouvant être manœuvré par le système est de 50 kg).

Pour calculer le couple moteur maximal, on se place dans un cas quasi-statique et on néglige tous les effets dynamiques. Compte tenu de la construction du mécanisme (non linéaire), le couple moteur est variable et on le calcule dans une position particulière correspondant au couple maximal.

On note :

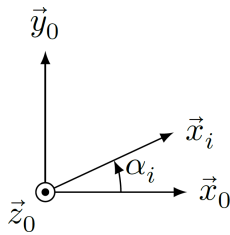
- S_0 le bâti ;
- S_1 l'ensemble constitué par le chariot, le bagage et les galets, dont le centre de gravité est noté G et la masse est notée $m = 80\text{ kg}$;
- S_2 la bielle DB de direction \vec{x}_2 ;

- S_3 l'arbre de sortie de réducteur et la manivelle
 $\overrightarrow{ED} = R\vec{x}_3$ avec $R = 86 \text{ mm}$.

Le mouvement est considéré comme plan. On néglige toutes les masses sauf celle de l'ensemble S_1 . Toutes les liaisons sont parfaites. Le référentiel lié au solide S_0 est considéré galiléen. On note l'accélération de la pesanteur $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ avec $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

Les liaisons entre S_0 et S_1 sont des liaisons sphère-plan de normales (A_1, \vec{x}_{11}) et (A_2, \vec{x}_{12}) . On note I le point d'intersection des normales (A_1, \vec{x}_{11}) et (A_2, \vec{x}_{12}) . On note $\overrightarrow{IB} = L_2\vec{x}_{12}$ et $\overrightarrow{IG} = x_G\vec{x}_0 + y_G\vec{y}_0$.

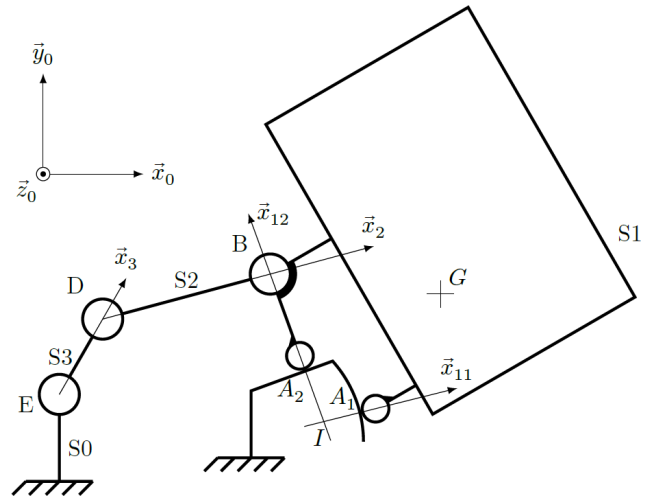
On note les angles α_i formés entre les vecteurs \vec{x}_0 et \vec{x}_i : $\alpha_i = (\vec{x}_0, \vec{x}_i)$ avec $i \in \{2; 3; 11; 12\}$.



La liaison entre S_1 et S_2 est une liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) .

La liaison entre S_2 et S_3 est une liaison pivot d'axe (D, \vec{z}_0) .

La liaison entre S_0 et S_3 est une liaison pivot d'axe (E, \vec{z}_0) .



Question 3 On note C_{red} le couple exercé par l'arbre de sortie de réducteur sur la manivelle S_3 . Montrer que $C_{red} - RF_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$.

Dans la configuration choisie, on a $x_G = 506 \text{ mm}$, $L_2 = 140 \text{ mm}$, $\alpha_3 = 91^\circ$, $\alpha_{12} = 108^\circ$ et $\alpha_2 = 3^\circ$ (on montre par une simulation numérique que cette position conduit au couple maximal).

Question 4 En déduire la valeur numérique C_m du couple qu'exerce l'arbre de la machine asynchrone sur l'arbre d'entrée du réducteur (on supposera le rendement du réducteur égal à 1).

TD 02



Dépose de bagage automatique dans les aéroports (DBA) *

Concours Centrale Supélec TSI 2018

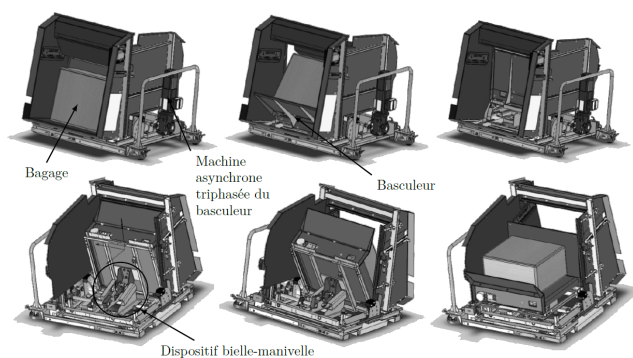
Savoirs et compétences :

- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Le processus d'enregistrement des passagers dans les aéroports est en train de vivre une mutation en évoluant de la « banque d'enregistrement » classique vers une idée de « dépose bagages » automatisée. Cette évolution a été justifiée pour fluidifier le trafic passager notamment sur les destinations avec des fréquences très importantes, par exemple certains vols Paris-Provence.

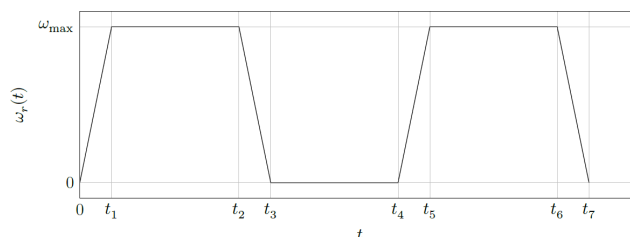
Le système DBA est constitué par un basculeur actionné par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone.



Recherche de la vitesse de rotation maximale

Objectif Le bagage et le chariot sont animés par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone triphasée avec un réducteur entraînant la manivelle. L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation maximale de la machine asynchrone triphasée actionnant le basculeur en accord avec l'exigence 1.4 (le basculement du bagage doit se faire en 8 s).

Pour dimensionner correctement la machine asynchrone, la première étape est le calcul de la vitesse maximale de l'arbre moteur. On choisit comme loi de mouvement de rotation du moteur une loi en trapèze. On donne ainsi le profil de vitesse de rotation ω_r de l'arbre de sortie du réducteur par rapport au bâti.



Le rapport de réduction entre l'arbre moteur de vitesse de rotation et l'arbre de sortie de réducteur est noté $k = \frac{\omega_r}{\omega_{\text{mot}}} = \frac{1}{107,7}$. Compte tenu du temps de basculement du bagage de 8 s, les valeurs des temps sont les suivantes : $t_1 = 0,5\text{ s}$, $t_2 = 2,5\text{ s}$, $t_3 = 3\text{ s}$, $t_4 = 5\text{ s}$, $t_5 = 5,5\text{ s}$, $t_6 = 7,5\text{ s}$, $t_7 = 8\text{ s}$. L'arbre de sortie du motoréducteur doit faire un demi-tour entre 0 et t_3 , puis un demi-tour entre t_4 et t_7 .

Question 1 Déterminer ω_{max} en fonction des différents t_i . Faire l'application numérique.

Question 2 En déduire la vitesse de rotation de l'arbre moteur maximale $\omega_{\text{mot max}}$. Faire l'application numérique et donner le résultat en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

Recherche du couple moteur maximal en vue du dimensionnement de la machine asynchrone

Objectif La seconde étape du dimensionnement consiste à rechercher le couple moteur maximal en accord avec l'exigence 1.2 (la masse du bagage pouvant être manœuvré par le système est de 50 kg).

Pour calculer le couple moteur maximal, on se place dans un cas quasi-statique et on néglige tous les effets dynamiques. Compte tenu de la construction du mécanisme (non linéaire), le couple moteur est variable et on le calcule dans une position particulière correspondant au couple maximal.

On note :

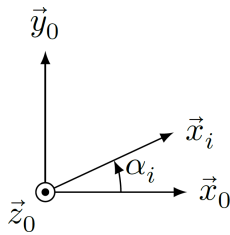
- S_0 le bâti ;
- S_1 l'ensemble constitué par le chariot, le bagage et les galets, dont le centre de gravité est noté G et la masse est notée $m = 80\text{ kg}$;
- S_2 la bielle DB de direction \vec{x}_2 ;

- S_3 l'arbre de sortie de réducteur et la manivelle $\overrightarrow{ED} = R\overrightarrow{x_3}$ avec $R = 86 \text{ mm}$.

Le mouvement est considéré comme plan. On néglige toutes les masses sauf celle de l'ensemble S_1 . Toutes les liaisons sont parfaites. Le référentiel lié au solide S_0 est considéré galiléen. On note l'accélération de la pesanteur $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{y_0}$ avec $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

Les liaisons entre S_0 et S_1 sont des liaisons sphère-plan de normales $(A_1, \overrightarrow{x_{11}})$ et $(A_2, \overrightarrow{x_{12}})$. On note I le point d'intersection des normales $(A_1, \overrightarrow{x_{11}})$ et $(A_2, \overrightarrow{x_{12}})$. On note $\overrightarrow{IB} = L_2\overrightarrow{x_{12}}$ et $\overrightarrow{IG} = x_G\overrightarrow{x_0} + y_G\overrightarrow{y_0}$.

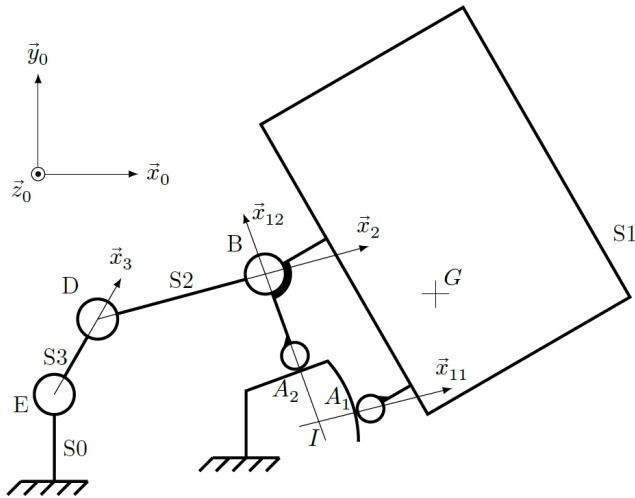
On note les angles α_i formés entre les vecteurs $\overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{x_i} : \alpha_i = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_i})$ avec $i \in \{2; 3; 11; 12\}$.



La liaison entre S_1 et S_2 est une liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{z_0})$.

La liaison entre S_2 et S_3 est une liaison pivot d'axe $(D, \overrightarrow{z_0})$.

La liaison entre S_0 et S_3 est une liaison pivot d'axe $(E, \overrightarrow{z_0})$.



Question 3 Déterminer la forme des torseurs $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1$ au point A_1 et $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2$ au point A_2 des actions mécaniques des rampes du bâti S_0 s'appliquant sur le chariot S_1 . Ces torseurs sont-ils des glisseurs?

Question 4 La somme des torseurs $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1$ et $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2$ est-elle un glisseur? Si oui, déterminer un point de son support.

Question 5 Déterminer la forme du torseur $\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\}$ de l'action mécanique de la bielle S_2 sur l'ensemble S_1 au point B . On notera F_B la norme de la résultante de ce torseur.

Question 6 En isolant S_1 , et en ramenant les moments en I , déterminer l'expression de F_B en fonction de la masse m de S_1 , des angles α_i et des constantes du problème.

Question 7 On note C_{red} le couple exercé par l'arbre de sortie de réducteur sur la manivelle S_3 . Montrer que $C_{red} - R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$.

Dans la configuration choisie, on a $x_G = 506 \text{ mm}$, $L_2 = 140 \text{ mm}$, $\alpha_3 = 91^\circ$, $\alpha_{12} = 108^\circ$ et $\alpha_2 = 3^\circ$ (on montre par une simulation numérique que cette position conduit au couple maximal).

Question 8 En déduire l'expression du couple C_{red} qu'exerce le réducteur sur la manivelle S_3 en fonction du poids du chariot, des angles α_i et des constantes du problème. Faire l'application numérique.

Question 9 En déduire la valeur numérique C_m du couple qu'exerce l'arbre de la machine asynchrone sur l'arbre d'entrée du réducteur (on supposera le rendement du réducteur égal à 1).

TD 02



Dépose de bagage automatique dans les aéroports (DBA) *

Concours Centrale Supélec TSI 2018

Savoirs et compétences :

- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Recherche de la vitesse de rotation maximale

Objectif Le bagage et le chariot sont animés par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone triphasée avec un réducteur entraînant la manivelle. L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation maximale de la machine asynchrone triphasée actionnant le basculeur en accord avec l'exigence 1.4 (le basculement du bagage doit se faire en 8 s).

Question 1 Déterminer ω_{\max} en fonction des différents t_i . Faire l'application numérique.

Correction En calculant l'aire sous la courbe (l'intégrale de la vitesse est la position) et sachant que le réducteur doit faire un demi-tour (π rad), on a : $\pi = \frac{1}{2} t_1 \omega_{\max} + \frac{1}{2} (t_3 - t_2) \omega_{\max} + (t_2 - t_1) \omega_{\max} = \left(\frac{1}{2} t_1 + \frac{1}{2} (t_3 - t_2) + (t_2 - t_1) \right) \omega_{\max}$. On a donc $\omega_{\max} = \frac{\pi}{\frac{1}{2} t_1 + \frac{1}{2} (t_3 - t_2) + (t_2 - t_1)} = \frac{\pi}{-\frac{1}{2} t_1 + \frac{1}{2} t_2 + \frac{1}{2} t_3} = \frac{\pi}{-\frac{1}{2} 0,5 + \frac{1}{2} 2,5 + \frac{1}{2} 3} = \frac{\pi}{2,5} = 1,26 \text{ rad s}^{-1}$.

Question 2 En déduire la vitesse de rotation de l'arbre moteur maximale $\omega_{\text{mot max}}$. Faire l'application numérique et donner le résultat en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

Correction $\omega_{\text{mot max}} = 107,7 \times 1,26 = 135 \text{ rad s}^{-1} = 1292 \text{ tr min}^{-1}$.

Recherche du couple moteur maximal en vue du dimensionnement de la machine asynchrone

Objectif La seconde étape du dimensionnement consiste à rechercher le couple moteur maximal en accord avec l'exigence 1.2 (la masse du bagage pouvant être manœuvré par le système est de 50 kg).

Question 3 Déterminer la forme des torseurs $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1$ au point A_1 et $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2$ au point A_2 des actions mécaniques des rampes du bâti S_0 s'appliquant sur le chariot S_1 . Ces torseurs sont-ils des glisseurs ?

Correction $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1 = \left\{ \begin{array}{c} F_1 \vec{x}_{11} \\ 0 \end{array} \right\}_{A_1}$ et $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2 = \left\{ \begin{array}{c} F_2 \vec{x}_{12} \\ 0 \end{array} \right\}_{A_2}$. Ces torseurs sont des glisseurs (il existe un point où le moment est nul, ici les droites (A_i, I)).

Question 4 La somme des torseurs $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1$ et $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2$ est-elle un glisseur ? Si oui, déterminer un point de son support.

Correction On a $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\} = \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_1 + \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_2 = \left\{ \begin{array}{c} F_1 \vec{x}_{11} + F_2 \vec{x}_{12} \\ 0 \end{array} \right\}_I$. Ce torseur est un glisseur dont le point I appartient au support.

Question 5 Déterminer la forme du torseur $\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\}$ de l'action mécanique de la bielle S_2 sur l'ensemble S_1 au point B . On notera F_B la norme de la résultante de ce torseur.

Correction On prendra F_B comme valeur algébrique et pas comme norme de la résultante. On isole la bielle S_2 , elle est soumise à deux glisseurs. D'après le PFS, ces glisseurs sont de même norme, de même direction (la droite (DB)) et de sens opposés. On a $\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_B \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_B$.

Question 6 En isolant S_1 , et en ramenant les moments en I , déterminer l'expression de F_B en fonction de la masse m de S_1 , des angles α_i et des constantes du problème.

Correction On isole S_1 .

On réalise le BAME :

$$\begin{aligned} \bullet \{ \mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} F_B \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_B \\ &= \left\{ \begin{array}{c} F_B \vec{x}_2 \\ L_2 F_B \sin(\alpha_{12} - \alpha_2) \vec{z} \end{array} \right\}_I \quad (\vec{IB} \wedge F_B \vec{x}_2 = \\ &\quad L_2 \vec{x}_{12} \wedge F_B \vec{x}_2 = L_2 F_B \sin(\alpha_{12} - \alpha_2) \vec{z}); \\ \bullet \{ \mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} F_1 \vec{x}_{11} + F_2 \vec{x}_{12} \\ 0 \end{array} \right\}_I; \\ \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow S_1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -mg \vec{y}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_G \\ &= \left\{ \begin{array}{c} -mg \vec{y}_0 \\ -mg x_G \vec{z}_0 \end{array} \right\}_I \quad (\vec{IG} \wedge -mg \vec{y}_0 = \\ &\quad (x_G \vec{x}_0 + y_G \vec{y}_0) \wedge -mg \vec{y}_0 = -mg x_G \vec{z}_0). \end{aligned}$$

En appliquant le TMS en I en projection sur \vec{z}_0 , on a : $L_2 F_B \sin(\alpha_{12} - \alpha_2) - mg x_G = 0$ soit $F_B = \frac{mg x_G}{L_2 \sin(\alpha_{12} - \alpha_2)}$.

Question 7 On note C_{red} le couple exercé par l'arbre de sortie de réducteur sur la manivelle S_3 . Montrer que $C_{\text{red}} - R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$.

Correction En isolant 2, on montre que $\{ \mathcal{T}(2 \rightarrow 3) \} = \{ \mathcal{T}(1 \rightarrow 2) \}$.

On isole 3.

On fait le BAME :

$$\begin{aligned} \bullet \{ \mathcal{T}(2 \rightarrow 3) \} &= -\{ \mathcal{T}(2 \rightarrow 1) \} = \left\{ \begin{array}{c} -F_B \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_D \quad \text{et} \\ \text{on a } \overrightarrow{\mathcal{M}(E, 2 \rightarrow 3)} &= \overrightarrow{\mathcal{M}(D, 2 \rightarrow 3)} + \overrightarrow{ED} \wedge -F_B \vec{x}_2 \\ &= R \vec{x}_3 \wedge -F_B \vec{x}_2 = -R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2); \\ \bullet \{ \mathcal{T}(\text{red} \rightarrow 3) \} &= \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ C_{\text{red}} \vec{z}_0 \end{array} \right\}_E; \\ \bullet \{ \mathcal{T}(0 \rightarrow 3) \} &\text{ avec } \overrightarrow{\mathcal{M}(E, 0 \rightarrow 3)} \cdot \vec{z}_0 = 0. \end{aligned}$$

On applique le TMS en E en projection sur \vec{z}_0 : $C_{\text{red}} - R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$.

Dans la configuration choisie, on a $x_G = 506 \text{ mm}$, $L_2 = 140 \text{ mm}$, $\alpha_3 = 91^\circ$, $\alpha_{12} = 108^\circ$ et $\alpha_2 = 3^\circ$ (on montre par une simulation numérique que cette position conduit au couple maximal).

Question 8 En déduire l'expression du couple C_{red} qu'exerce le réducteur sur la manivelle S_3 en fonction du poids du chariot, des angles α_i et des constantes du problème. Faire l'application numérique.

Correction On a $C_{\text{red}} = R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = \frac{R m g x_G \sin(\alpha_3 - \alpha_2)}{L_2 \sin(\alpha_{12} - \alpha_2)} \simeq 252 \text{ Nm}$.

Question 9 En déduire la valeur numérique C_m du couple qu'exerce l'arbre de la machine asynchrone sur l'arbre d'entrée du réducteur (on supposera le rendement du réducteur égal à 1).

Correction Le couple moteur est alors de 2,34 Nm.