

## Activation 01



### Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie

Concours Centrale Supélec TSI 2017

#### Savoirs et compétences :

- ☐ Mod2.C17.SF1 : déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide
- ☐ Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique

### Mise en situation – Assurer le mouvement vertical

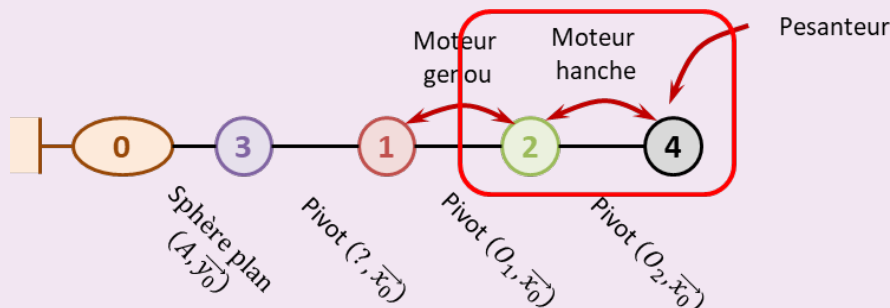
**Objectif** Proposer un modèle de connaissance des éléments réalisant l'exigence fonctionnelle « assurer le mouvement vertical » puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

### Élaboration du modèle dynamique

**Objectif** Dimensionner le moteur situé au niveau d'un genou permettant à l'exosquelette de soulever une masse de 60 kg de la position accroupie à la position debout.

**Question 1** Donner qualitativement le mouvement de 4 par rapport à 0. Tracer le graphe de structure du système.

**Correction** Étant donné que l'on souhaite que l'angle  $\alpha$  reste constant pendant la levée d'une charge, le mouvement de 4 sera donc un mouvement de translation rectiligne.



**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\sigma}(O_1, E/0) \cdot \vec{x}_0$  en fonction de  $m_4$ ,  $\dot{h}(t)$ ,  $L$  et  $\cos \theta_{10}$ .

**Correction**  $E$  étant en translation, on a  $\overrightarrow{\sigma}(G_4, E/0) = \vec{0}$ . On a alors  $\overrightarrow{\sigma}(O_1, E/0) = \overrightarrow{\sigma}(G_4, E/0) + \overrightarrow{O_1 G_4} \wedge \overrightarrow{R_c}(E/0)$ .  
Par ailleurs,  $\overrightarrow{R_c}(E/0) = m_4 \overrightarrow{V}(G_4 \in E/0) = m_4 \dot{h}(t) \vec{z}_0$ .  
On a donc :  $\overrightarrow{\sigma}(O_1, E/0) \cdot \vec{x}_0 = ((\lambda(t) \vec{z}_0 - L \cos \theta_{10} \vec{y}_0) \wedge m_4 \dot{h}(t) \vec{z}_0) \cdot \vec{x}_0 = -L m_4 \cos \theta_{10} \dot{h}(t)$ .

**Question 3** Dédurre  $\overrightarrow{\delta}(O_1, E/0) \cdot \vec{x}_0$  en fonction de  $m_4$ ,  $\ddot{h}(t)$ ,  $L$  et  $\cos \theta_{10}$ .

**Correction** Méthode 1 – Calcul de  $\overrightarrow{\delta}(G_4, E/0)$  et déplacement

On a  $\overrightarrow{\delta}(G_4, E/0) = \frac{d\overrightarrow{\sigma}(G_4, E/0)}{dt} = \vec{0}$ . En conséquences,  $\overrightarrow{\delta}(O_1, E/0) \cdot \vec{x}_0 = ((\lambda(t) \vec{z}_0 - L \cos \theta_{10} \vec{y}_0) \wedge m_4 \ddot{h}(t) \vec{z}_0) \cdot \vec{x}_0 = -L m_4 \cos \theta_{10} \ddot{h}(t)$ .

### Méthode 2 – Calcul de $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)}$

On a aussi  $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} = \left( \frac{d\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)}}{dt} \right) + m_4 \overrightarrow{V(O_1/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_4 \in E/0)}$ .

Par suite on a  $\left( \overrightarrow{V(O_1 \in E/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_4 \in E/0)} \right) \vec{x}_0 = \left( (L\vec{y}_1 \wedge \dot{\theta}_{10} \vec{x}_0) \wedge \dot{h}(t) \vec{z}_0 \right) \vec{x}_0$   
 $= (-L\dot{\theta}_{10} \vec{z}_1 \wedge \dot{h}(t) \vec{z}_0) \vec{x}_0$   
 $= -L\dot{\theta}_{10} \dot{h}(t) \sin \theta_{10}.$

Enfin,  $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \vec{x}_0 = -Lm_4 \cos \theta_{10} \ddot{h}(t) + Lm_4 \dot{\theta}_{10} \sin \theta_{10} \dot{h}(t) - m_4 L \dot{\theta}_{10} \dot{h}(t) \sin \theta_{10} = -Lm_4 \cos \theta_{10} \ddot{h}(t).$

**Question 4** Déterminer l'expression littérale du couple  $C_r$  exercé par l'arbre de sortie du réducteur sur le genou imposé par la loi d'évolution de la hanche et calculer numériquement ce couple pour une valeur de  $\theta_{10}$  égale à  $54,5^\circ$  correspondant à la valeur maximale du couple.

#### Correction

- On isole l'ensemble  $E$ .

- On réalise le bilan des actions mécaniques :

- action de la liaison pivot :  $\{\mathcal{T}(1 \rightarrow E)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R(1 \rightarrow E)} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}(O_1, 1 \rightarrow E)} \end{array} \right\}_{O_1}$  avec  $\overrightarrow{\mathcal{M}(O_1, 1 \rightarrow E)} \cdot \vec{x}_0 = 0$ ;

- action du réducteur :  $\{\mathcal{T}(1_r \rightarrow E)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_r \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{O_1}$  avec  $\overrightarrow{\mathcal{M}(O_1, 1 \rightarrow E)} \cdot \vec{x}_0 = 0$ ;

- action de la pesanteur :  $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow E)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_4 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{G_4}$ . On a alors  $\overrightarrow{\mathcal{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E)} \cdot \vec{x}_0 = \overrightarrow{\mathcal{M}(G_4, \text{pes} \rightarrow E)} \cdot \vec{x}_0$ .

$\vec{x}_0 + \left( \overrightarrow{O_1 G_4} \wedge -m_4 g \vec{z}_0 \right) \cdot \vec{x}_0 = \left( (\lambda(t) \vec{z}_0 - L \cos \theta_{10} \vec{y}_0) \wedge -m_4 g \vec{z}_0 \right) \cdot \vec{x}_0 = (-L \cos \theta_{10} \vec{y}_0 \wedge -m_4 g \vec{z}_0) \cdot \vec{x}_0 = m_4 g L \cos \theta_{10}.$

- $E$  étant en pivot d'axe  $(O_1, \vec{x}_1)$ , on applique le théorème du moment dynamique en  $O_1$  en projection sur  $\vec{x}_1$  :  
 $-Lm_4 \cos \theta_{10} \ddot{h}(t) = C_r + m_4 g L \cos \theta_{10} \Leftrightarrow C_r = -m_4 L \cos \theta_{10} (g + \ddot{h}(t)).$

En réalisant l'application numérique, on a :  $C_r = -60 \times 51,8 \times 10^{-2} \times \cos 54,5 \left( 9,81 + \frac{0,425}{0,5} \right) \simeq 190,5 \text{ Nm}.$

**Question 5** Calculer le couple  $C_m$  au niveau de l'arbre moteur du genou en prenant un facteur de perte  $\eta = 0,75$  (estimé à l'aide du modèle multiphysique).

**Correction** En régime permanent, on a  $\eta = \frac{C_r \omega_r}{C_m \omega_m} = r \frac{C_r}{C_m}$  et  $C_m = \frac{r}{\eta} C_r = \frac{1}{0,75 \times 120} \times 190,5 \simeq 2,12 \text{ Nm}.$

**Question 6** Expliquer en moins de 5 lignes comment estimer un rendement à partir d'un modèle multiphysique.

**Correction** Si on en avait la possibilité, il faudrait mettre un capteur de puissance au niveau de la commande (mesure de la vitesse et du couple de commande) puis un capteur de puissance au niveau de la charge (mesure de vitesse et du couple en sortie au niveau du genou). Le rendement peut s'observer en régime permanent en faisant le rapport des puissances. Pour observer une perte de rendement, il est nécessaire que soient modélisées les actions de frottement.

### Validation du dimensionnement du moteur

**Objectif** Vérifier que le moteur choisi convient pour une utilisation intensive comprenant 4 cycles par minute de descente suivie d'une montée.

**Question 7** Calculer la valeur efficace du couple moteur du genou pour ce cycle périodique de 15 s.

**Correction**  $C_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^n C_{i,\text{eff}}^2 T_i} = \sqrt{\frac{1}{15} (0,838^2 \times 2 + 0,912^2 \times 2 + 0,838^2 \times 2)} \simeq 0,546 \text{ Nm}.$

### Retour sur l'objectif

**Question 8** Conclure quant au choix de ce moteur au regard de la valeur maximale de la vitesse angulaire calculée lors d'une étude précédente et du couple efficace calculé à la question précédente et compléter le schéma bilan.

- Correction**
1. Le couple thermiquement équivalent calculé est de 0.546 Nm ce qui est inférieur aux couple admissible par le moteur.
  2. La fréquence de rotation à atteindre par le moteur est de  $2200 \text{ tr min}^{-1}$ . Le moteur proposé tourne à  $3120 \text{ tr min}^{-1}$  à vide. On peut donc supposer qu'en charge, il atteindra les  $2200 \text{ tr min}^{-1}$ .
- Su ces deux critères le moteur proposé est donc validé.

**Problématique**

Le moteur pré-choisi permet d'assurer le fonctionnement de l'exosquelette ?

