TD 02

Dépose de bagage automatique dans les aéroports (DBA) ★

Concours Centrale Supelec TSI 2018

Savoirs et compétences :

- *Res2.C18* : principe fondamental de la statique ;
- *Res2.C19* : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- *Res2.C20* : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Recherche de la vitesse de rotation maximale

Objectif Le bagage et le chariot sont animés par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone triphasée avec un réducteur entraînant la manivelle. L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation maximale de la machine asynchrone triphasée actionnant le basculeur en accord avec l'exigence 1.4 (le basculement du bagage doit se faire en 8 s).

Question 1 *Déterminer ω_{max} en fonction des différents t_i. Faire l'application numérique.*

Correction En calculant l'aire sous la courbe (l'intégrale de la vitesse est la position) et sachant que le réducteur doit faire un demi-tour (π rad), on a : $\pi = \dfrac{1}{2}t_1\omega_{\max} + \dfrac{1}{2}(t_3-t_2)\omega_{\max} + (t_2-t_1)\omega_{\max} = \left(\dfrac{1}{2}t_1 + \dfrac{1}{2}(t_3-t_2)+(t_2-t_1)\right)\omega_{\max}$. On a donc $\omega_{\max} = \dfrac{\pi}{-\dfrac{1}{2}t_1+\dfrac{1}{2}t_2+\dfrac{1}{2}t_3} = \dfrac{\pi}{-\dfrac{1}{2}0,5+\dfrac{1}{2}2,5+\dfrac{1}{2}3} = \dfrac{\pi}{2,5} = 1,26\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

Question 2 *En déduire la vitesse de rotation de l'arbre moteur maximale $\omega_{mot\,max}$. Faire l'application numérique et donner le résultat en $tr \cdot min^{-1}$.*

Correction $\omega_{\text{mot max}} = 107,7 \times 1,26 = 135\,\text{rad}\,\text{s}^{-1} = 1292\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$.

Recherche du couple moteur maximal en vue du dimensionnement de la machine asynchrone

Objectif La seconde étape du dimensionnement consiste à rechercher le couple moteur maximal en accord avec l'exigence 1.2 (la masse du bagage pouvant être manœuvré par le système est de 50 kg).

Question 3 *Déterminer la forme des torseurs $\{\mathcal{T}(S_0\to S_1)\}_1$ au point A_1 et $\{\mathcal{T}(S_0\to S_1)\}_2$ au point A_2 des actions mécaniques des rampes du bâti S_0 s'appliquant sur le chariot S_1. Ces torseurs sont-ils des glisseurs ?*

Correction $\{\mathcal{T}(S_0\to S_1)\}_1 = \left\{\begin{array}{c} F_1\overrightarrow{x_{11}} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{A_1}$ et $\{\mathcal{T}(S_0\to S_1)\}_2 = \left\{\begin{array}{c} F_2\overrightarrow{x_{12}} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{A_2}$. Ces torseurs sont des glisseurs (il existe un point où le moment est nul, ici les droites (A_i, I)).

Question 4 *La somme des torseurs $\{\mathcal{T}(S_0\to S_1)\}_1$ et $\{\mathcal{T}(S_0\to S_1)\}_2$ est-elle un glisseur ? Si oui, déterminer un point de son support.*

Correction On a $\{\mathcal{T}(S_0\to S_1)\} = \{\mathcal{T}(S_0\to S_1)\}_1 + \{\mathcal{T}(S_0\to S_1)\}_2 = \left\{\begin{array}{c} F_1\overrightarrow{x_{11}}+F_2\overrightarrow{x_{12}} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{I}$. Ce torseur est un glisseur dont le point I appartient au support.

Question 5 *Déterminer la forme du torseur $\{\mathcal{T}(S_2\to S_1)\}$ de l'action mécanique de la bielle S_2 sur l'ensemble S_1 au point B. On notera F_B la norme de la résultante de ce torseur.*

Correction **On prendra F_B comme valeur algébrique et pas comme norme de la résultante.** On isole la bielle S_2, elle est soumise à deux glisseurs. D'après le PFS, ces glisseurs sont de même norme, de même direction (la droite (DB)) et de sens opposés. On a $\{\mathcal{T}(S_2\to S_1)\} = \left\{\begin{array}{c} F_B\overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{B}$.

Question 6 *En isolant S_1, et en ramenant les moments en I, déterminer l'expression de F_B en fonction de la masse m de S_1, des angles α_i et des constantes du problème.*

Correction On isole S_1.

On réalise le BAME :

- $\{\mathscr{T}(S_2 \to S_1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_B \overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{c} F_B \overrightarrow{x_2} \\ L_2 F_B \sin(\alpha_{12} - \alpha_2) \overrightarrow{z} \end{array} \right\}_I$ $(\overrightarrow{IB} \wedge F_B \overrightarrow{x_2} = L_2 \overrightarrow{x_{12}} \wedge F_B \overrightarrow{x_2} = L_2 F_B \sin(\alpha_{12} - \alpha_2) \overrightarrow{z})$;
- $\{\mathscr{T}(S_0 \to S_1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_1 \overrightarrow{x_{11}} + F_2 \overrightarrow{x_{12}} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_I$;
- $\{\mathscr{T}(\text{pes} \to S_1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -mg \overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c} -mg \overrightarrow{y_0} \\ -mg x_G \overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_I$ $(\overrightarrow{IG} \wedge -mg \overrightarrow{y_0} = (x_G \overrightarrow{x_0} + y_G \overrightarrow{y_0}) \wedge -mg \overrightarrow{y_0} = -mg x_G \overrightarrow{z_0})$.

En appliquant le TMS en I en projection sur $\overrightarrow{z_0}$, on a : $L_2 F_B \sin(\alpha_{12} - \alpha_2) - mg x_G = 0$ soit $F_B = \dfrac{mg x_G}{L_2 \sin(\alpha_{12} - \alpha_2)}$.

Question 7 *On note C_{red} le couple exercé par l'arbre de sortie de réducteur sur la manivelle S_3. Montrer que $C_{red} - R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$.*

Correction En isolant 2, on montre que $\{\mathscr{T}(2 \to 3)\} = \{\mathscr{T}(1 \to 2)\}$.

On isole 3.

On fait le BAME :

- $\{\mathscr{T}(2 \to 3)\} = -\{\mathscr{T}(2 \to 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -F_B \overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_D$ et on a $\overrightarrow{\mathscr{M}(E, 2 \to 3)} = \overrightarrow{\mathscr{M}(D, 2 \to 3)} + \overrightarrow{ED} \wedge -F_B \overrightarrow{x_2} = R \overrightarrow{x_3} \wedge -F_B \overrightarrow{x_2} = -R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2)$;
- $\{\mathscr{T}(\text{réd} \to 3)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_{\text{red}} \overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_E$;
- $\{\mathscr{T}(0 \to 3)\}$ avec $\overrightarrow{\mathscr{M}(E, 0 \to 3)} \cdot \overrightarrow{z_0} = 0$.

On applique le TMS en E en projection sur $\overrightarrow{z_0}$: $C_{\text{red}} - R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$.

Dans la configuration choisie, on a $x_G = 506\,\text{mm}$, $L_2 = 140\,\text{mm}$, $\alpha_3 = 91°$, $\alpha_{12} = 108°$ et $\alpha_2 = 3°$ (on montre par une simulation numérique que cette position conduit au couple maximal).

Question 8 *En déduire l'expression du couple C_{red} qu'exerce le réducteur sur la manivelle S_3 en fonction du poids du chariot, des angles α_i et des constantes du problème. Faire l'application numérique.*

Correction On a $C_{\text{red}} = R F_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = \dfrac{R mg x_G \sin(\alpha_3 - \alpha_2)}{L_2 \sin(\alpha_{12} - \alpha_2)} \simeq 252\,\text{Nm}$.

Question 9 *En déduire la valeur numérique C_m du couple qu'exerce l'arbre de la machine asynchrone sur l'arbre d'entrée du réducteur (on supposera le rendement du réducteur égal à 1).*

Correction Le couple moteur est alors de 2,34 Nm.