TD - Equilibreuse dynamique

1 Analyse du fonctionnement de l'équilibreuse

Définition du problème
La figure ci-dessous représente le montage d'une roue S_3 sur une équilibreuse S_0.

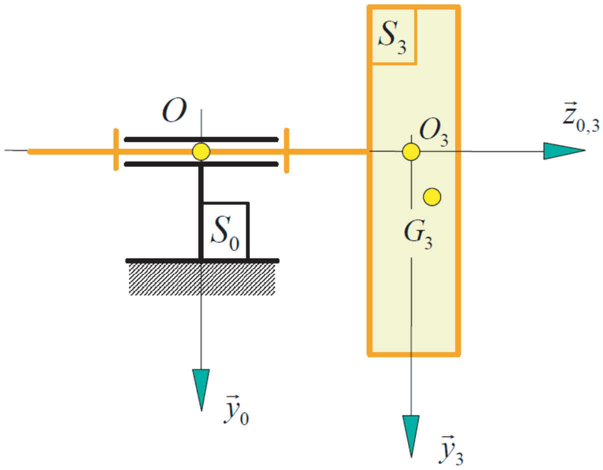

Figure 1 : *Définition du problème*

- Le référentiel R_0 associé à S_0 est supposé comme étant galiléen.
- La roue S_3 est en liaison pivot d'axe $(O_3, \overrightarrow{z}_3)$ avec l'équilibreuse S_0. Le paramètre du mouvement de S_3/S_0 est défini par $\theta = (\overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{x}_3)$.
- La roue S_3 est de masse m_3, de centre de masse G_3 tel que $\overrightarrow{O_3G_3} = b\overrightarrow{y}_3 + c\overrightarrow{z}_3$.
- La roue S_3, bien qu'ayant une symétrie théorique de révolution est en réalité imparfaite. Sa matrice d'inertie en O_3 est donnée par :

$$I(O_3, S_3) = \begin{pmatrix} A_3 & -F_3 & -E_3 \\ -F_3 & B_3 & -D_3 \\ -E_3 & -D_3 & C_3 \end{pmatrix}_{R_3}$$

- Un moteur, non représenté, exerce sur S_3 un torseur couple $C_m \overrightarrow{z}_{0,3}$.
- Les actions dues à l'attraction terrestre sont négligées.

Analyse préliminaire

1. Faire le bilan des actions mécaniques extérieures pour $\{S_3\}$.
2. Déterminer le torseur dynamique : $\mathcal{D}(O_3, S_3/S_0)$.
3. Déduire du Principe Fondamental de la Dynamique, les équations de mouvement.

2 Notion d'équilibrage

Pour éviter les vibrations, il faut rendre l'action mécanique extérieure s'exerçant sur S_3 la plus constante possible. Il faut donc qu'elle soit indépendante de la vitesse ($\dot{\theta}$).

- On en tire les conditions de **l'équilibrage statique** en vérifiant cette définition sur les équations dynamiques de mouvement en résultante.
- On en tire les conditions de **l'équilibrage dynamique** en vérifiant cette définition sur les équations dynamiques de mouvement en moment.

Questions :

1. Déterminer les conditions d'équilibrage statique.
2. Déterminer les conditions d'équilibrage dynamique.

Illustration de l'équilibrage

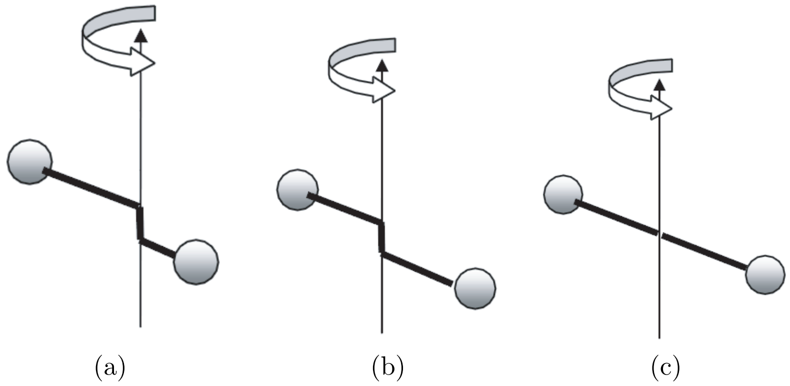

Figure 2 : *Illustration avec deux masses ponctuelles*

- **(a)** : Les 2 masses ne sont pas à la même distance de l'axe de rotation : on n'a ni équilibrage statique ni équilibrage dynamique.
- **(b)** : Les deux masses sont à la même distance de l'axe : on a réalisé l'équilibrage statique.
- **(c)** : Les deux masses sont en face l'une de l'autre : on a réalisé l'équilibrage dynamique.

3 Réalisation de l'équilibrage

On utilise alors deux masses d'équilibrage ponctuelles m_1 et m_2 localisées sur la jante (rayon r) sur sa partie avant (masse m_1) et sur sa partie arrière (masse m_2) par les angles Φ_1 et Φ_2. On définit alors leur position par :
- $\overrightarrow{O_3G_1} = r\vec{x}_1 + h\vec{z}_3$
- $\overrightarrow{O_3G_2} = r\vec{x}_2 - h\vec{z}_3$

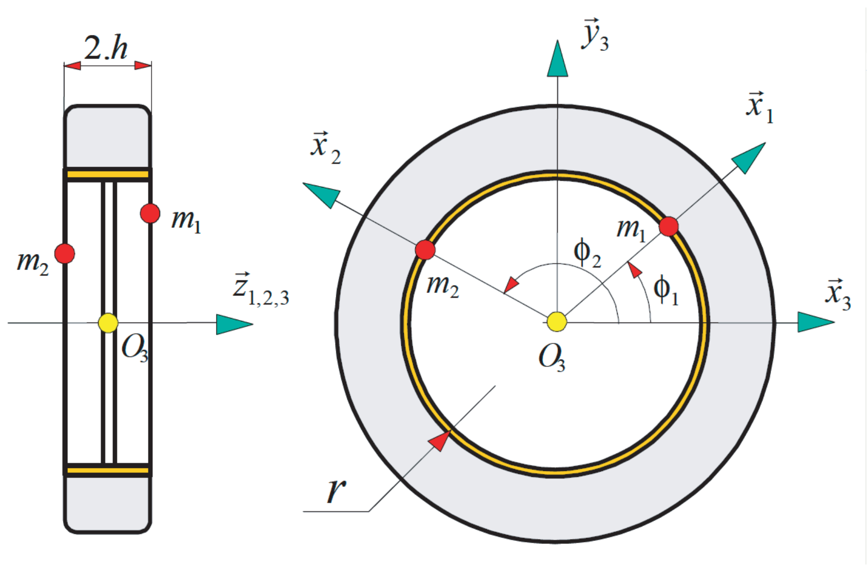

Figure 3 : *Définition du problème avec la présence de masses d'équilibrage*

Questions :

1. Traduire la relation donnée par l'équilibrage statique.
2. Traduire la relation donnée par l'équilibrage dynamique.