TD 01

Véhicule TIM

Florestan Mathurin

Savoirs et compétences :

Détermination expérimentale du coefficient de résistance au roulement

Question 1 *Écrire le principe fondamental de la statique appliqué au solide **1** réduit au point G en projection sur la base $\left(\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z}\right)$.*

Correction
- On isole le solide 1.
- Le solide est soumis à l'action de pesanteur et à l'action du sol.
- On applique le PFS :
  - TRS : $-T_{01}\overrightarrow{x}+N_{01}\overrightarrow{z}=-mg\overrightarrow{z_0}=-mg\left(\cos\alpha\overrightarrow{z}-\sin\alpha\overrightarrow{x}\right)$;
  - TMS en G en projection sur $\overrightarrow{y}$: $-C_r+RT_{01}=0$.
- On résout :
  - $-T_{01}+mg\sin\alpha=0$;
  - $N_{01}-mg\cos\alpha=0$;
  - $C_r=RT_{01}$.

Question 2 *Déterminer l'expression analytique de l'angle α_{lim} à la limite de l'équilibre quand il y a début du roulement du solide 1 sur le plan 0.*

Correction À la limite du roulement, on a $C_r=rN_{01}\Leftrightarrow RT_{01}=rN_{01}\Leftrightarrow Rmg\sin\alpha_{\text{lim}}=rmg\cos\alpha_{\text{lim}}$ et $\tan\alpha_{\text{lim}}=\dfrac{r}{R}$.

Pour une masse du solide 1 $m=50\,\text{kg}$ et pour un rayon $R=0.25\,\text{m}$ le roulement se produit à partir d'un angle α_{lim} tel que $\tan\alpha_{\text{lim}}=0,008$.

Question 3 *Déterminer le coefficient de résistance au roulement r.*

Correction $r=0.002\,\text{m}$.

Question 4 *Au début du roulement, montrer qu'il ne peut pas y avoir glissement en A_1 si le coefficient de frottement au contact vaut $f=0,5$.*

Correction À la limite du glissement, on a $T_{01}=fN_{01}$ et $\dfrac{T_{01}}{N_{01}}=\tan\alpha$. Pour $\alpha_{\text{lim}}<f$ il y a donc roulement sans glissement.

Modélisation du véhicule

Question 5 *Écrire les équations scalaires découlant des conditions de Roulement Sans Glissement (RSG) aux point A_{23} et A_4.*

Correction En A_{23}, on a : $\overrightarrow{V(A_{23}\in 23/0)}=\overrightarrow{0}$. On a alors $\overrightarrow{V(A_{23}\in 23/0)}=\overrightarrow{V(A_{23}\in 23/1)}+\overrightarrow{V(A_{23}\in 1/0)}$ et $\overrightarrow{0}=\overrightarrow{V(O_{23}\in 23/1)}+\overrightarrow{A_{23}O_{23}}\wedge\overrightarrow{\Omega(23/1)}+\overrightarrow{V(A_{23}\in 1/0)}\Leftrightarrow\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+R\overrightarrow{z}\wedge\dot{\theta}_{23}\overrightarrow{y}+\dot{x}\overrightarrow{x}\Rightarrow 0=-R\dot{\theta}_{23}+\dot{x}$.

De même en A_4, $0=-R\dot{\theta}_4+\dot{x}$.

Question 6 *En isolant l'ensemble $E = 1+2+3+4$, écrire le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\overrightarrow{x}$ et $\overrightarrow{z}$.*

Correction
- On isole E.
- BAME :
  - Pesanteur : $\{\mathscr{T}(\text{Pes} \to E)\} = \left\{ \begin{array}{c} -(M+3m)\,g\,\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_E} = \left\{ \begin{array}{c} -(M+3m)\,g\left(\cos\alpha\,\overrightarrow{z} - \sin\alpha\,\overrightarrow{x}\right) \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_E}$.
  - Résistance au roulement : $\{\mathscr{T}(T \to 0)\}_i = \left\{ \begin{array}{c} -T_{0i}\,\overrightarrow{x} + N_{0i}\,\overrightarrow{z} \\ -C_r\,\overrightarrow{y} \end{array} \right\}_{A_i}$.
  - Traînée : $\{\mathscr{T}(\text{Trainee} \to E)\} = \left\{ \begin{array}{c} -\dfrac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2\,\overrightarrow{x} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{O_{23}}$.
- La résultante dynamique est donnée par $(M+3m)\overrightarrow{\Gamma(G\in E/0)} = (M+3m)\ddot{x}\,\overrightarrow{x}$.
- On applique le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\overrightarrow{x}$ et $\overrightarrow{z}$:
  - $(M+3m)\,g\sin\alpha - \dfrac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2 - T_{04} - T_{023} = (M+3m)\ddot{x}$
  - $-(M+3m)\,g\cos\alpha + N_{04} + N_{023} = 0$

Question 7 *Pour chacune des roues 23 et 4, écrire les 2 équations scalaires correspondant au théorème du moment dynamique respectivement en O_{23} et O_4 en projection sur $\overrightarrow{y}$.*

Correction
- On isole 23.
- BAME :
  - 23 est soumis à la pesanteur;
  - action de la pivot sans frottement avec le solide 1;
  - résistance au roulement : $\{\mathscr{T}(T \to 0)\}_{23} = \left\{ \begin{array}{c} -T_{023}\,\overrightarrow{x} + N_{023}\,\overrightarrow{z} \\ -N_{023}\,r\,\overrightarrow{y} \end{array} \right\}_{A_{23}} = \left\{ \begin{array}{c} -T_{023}\,\overrightarrow{x} + N_{023}\,\overrightarrow{z} \\ (-rN_{023} + RT_{023})\,\overrightarrow{y} \end{array} \right\}_{O_{23}}$.
- Le moment dynamique de O_{23} centre d'inertie des roues en projection sur $\overrightarrow{y_0}$ s'écrit $\overrightarrow{\delta(O_{23}, 23/0)}\,\overrightarrow{y_0} = 2I\ddot{\theta}_{23}$.
- TMD en O_{23} en projection sur $\overrightarrow{y_0}$ s'écrit donc $-rN_{023} + RT_{023} = 2I\ddot{\theta}_{23}$.

De même pour la roue 4 en ajoutant la sollicitation du couple moteur : $-rN_{04} + RT_{04} + C_m = I\ddot{\theta}_4$.

Question 8 *Montrer à partir des équations scalaires obtenues précédemment que le couple moteur C_m vaut : $C_m = (M+3m)\,g\cos\alpha r + \left[\dfrac{3I}{R} + R(M+3m)\right]\ddot{x} - R(M+3m)\,g\sin\alpha + \dfrac{1}{2}R\rho S C_x \dot{x}^2$.*

Correction On a : $C_m = I\ddot{\theta}_4 + rN_{04} - RT_{04} = \dfrac{I}{R}\ddot{x} + rN_{04} - RT_{04} = \dfrac{I}{R}\ddot{x} - rN_{023} + r(M+3m)\,g\cos\alpha - RT_{04} = \dfrac{I}{R}\ddot{x} - RT_{023} + 2I\ddot{\theta}_{23} + r(M+3m)\,g\cos\alpha - RT_{04} = \dfrac{I}{R}\ddot{x} + \dfrac{2I}{R}\ddot{x} + r(M+3m)\,g\cos\alpha - R\left((M+3m)\,g\sin\alpha - \dfrac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2 - (M+3m)\ddot{x}\right)$.

$$C_m = r(M+3m)\,g\cos\alpha + \left(\frac{3I}{R} + R(M+3m)\right)\ddot{x} + \left(-R(M+3m)\,g\sin\alpha + R\frac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2\right).$$

CQFD.

Question 9 *Identifier dans l'expression de C_m les différentes actions qui ont tendance à affecter l'avancement du véhicule.*

Correction

$$C_m = \underbrace{(M+3m)\,g\,r\cos\alpha}_{\text{Résistance au roulement}} - \underbrace{(M+3m)\,g\,R\sin\alpha}_{\text{Couple pour monter la pente}} + \underbrace{\left(\frac{3I}{R} + R(M+3m)\right)\ddot{x}}_{\text{Couple pour vaincre les effets d'inertie}} + \underbrace{R\frac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2}_{\text{Couple pour vaincre la trainée}}$$

.

Question 10 *Déterminer l'expression du couple moteur C_m quand le véhicule a une vitesse constante V sur une piste horizontale.*

Correction À vitesse constante sur du plat, on a :

$$C_m = \underbrace{(M+3m)\,g\,r}_{\text{Résistance au roulement}} + \underbrace{R\frac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2}_{\text{Couple pour vaincre la trainée}}$$

.

Question 11 *Déterminer dans les conditions d'essais le produit $\frac{1}{2}\rho S C_x$ caractérisant les effets aérodynamiques sur le véhicule. On précisera les unités.*

Correction La vitesse constante atteinte sur les graphes est de $17\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Par ailleurs $\frac{1}{2}\rho S C_x = \frac{C_m - (M+3m)\,g\,r}{R\dot{x}^2} = \frac{3,245-(70+3\cdot 1)\cdot 10\cdot 0,002}{0,25\cdot 17^2} = 0.025\,\mathrm{kg\,m^{-1}}$.

Question 12 *Évaluer la pente maximum que peut monter ce véhicule à vitesse stabilisée de $5\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ (on négligera le couple de résistance au roulement).*

Correction