

## TD 01



## WHING : Wheelchair Initiative New Generation ★

Concours CCP TSI 2017

## Savoirs et compétences :

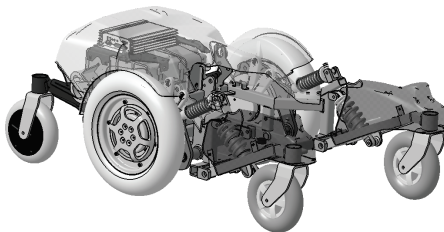
- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

## Mise en situation

Le projet WHING a pour objet d'imaginer et de réaliser et proposer aux utilisateurs un fauteuil verticaliseur à déplacement motorisé de nouvelle génération avec, comme objectifs associés :

- d'intégrer de nouvelles technologies ;
- de mieux prendre en compte les besoins spécifiques des utilisateurs,
- d'utiliser une conception modulaire.

Le fauteuil est équipé d'une base roulante à six roues indépendantes. Les roues centrales motrices autorisent un faible moyen de giration. La base roulante, forte de ses 6 roues indépendantes et amorties assure la stabilité et motricité du fauteuil, quel que soit le profil du terrain rencontré.



**Objectif** L'exigence Id = « 1.4.5 » indique que le fauteuil doit être capable de gravir une pente pour monter dans un véhicule de transport. La pente maximale est de 15°. Les caractéristiques du moteur-roue sont données ci-dessous.

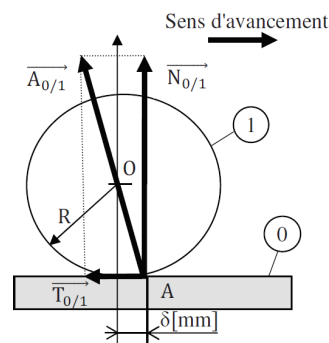
«block»
Moteur roue
valeurs
Couple maximal = 100 N.m
Couple nominal = 24 N.m
Courant maximal = 80 A
Courant nominal = 25 A
Diamètre = 340 mm
Niveau sonore = 50 dB
Puissance nominale = 400 W
Rapport du réducteur = 8.78
Tension nominale = 24 V DC
Type = MCC

2

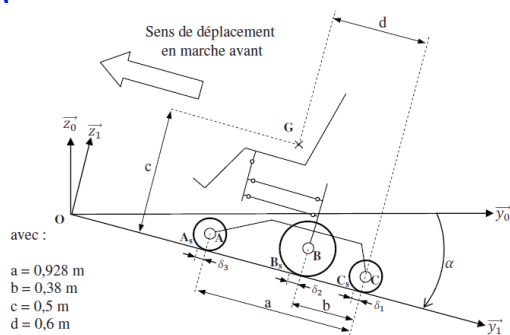
Pour valider cette exigence, le cadre de l'étude est le suivant. Les hypothèses d'étude sont :

- le référentiel  $\mathcal{R}_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au sol est supposé galiléen ;
- le WHING se déplace en ligne droite dans une phase de montée, le problème est considéré comme un problème plan. Les effets dynamiques sont négligés car la vitesse de déplacement du fauteuil est faible ;
- le référentiel  $\mathcal{R}_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est lié au WHING avec  $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$  ;
- $\vec{P} = -mg \vec{z}_0$  est l'action de la pesanteur et  $G$  le centre de gravité de l'ensemble {fauteuil + PMR} ;
- le modèle adopté est équivalent à un seul moteur fournissant un couple  $C_m$  avec l'action de la pesanteur ramenée au centre de gravité égale à  $\frac{P}{2}$  ;
- le contact des roues avec le sol se fait avec frottement, on note  $f$  le facteur de frottement de valeur 0,45 ;
- la résistance au roulement modélise la déformation du pneumatique.

La résistance au roulement illustrée à la figure suivante, se traduit par un décalage du point d'application de l'action mécanique de contact vers l'avant du fauteuil (dans le sens de l'avancement). La résultante des forces passe en un point  $A$  à une distance  $\delta$  de l'axe de rotation. Cette distance est par définition le coefficient de résistance au roulement.



La figure suivante donne le paramétrage de l'étude en phase de montée d'une pente et les dimensions du WHING. Les points  $A_s$ ,  $B_s$  et  $C_s$  correspondent aux points d'application des actions mécaniques du sol sur les roues avant, motrices et arrière du fauteuil.



Diamètre roue arrière	$D1 = 0,180 \text{ m}$
Diamètre moteur-roue	$D2 = 0,336 \text{ m}$
Diamètre roue avant	$D3 = 0,200 \text{ m}$
Masse (fauteuil : 167 kg et PMR : 120 kg)	$m = 287 \text{ kg}$
Pente du sol	$\alpha = 15^\circ$ attention $\alpha$ est négatif sur la figure 13
Coefficient résistance au roulement d'une roue arrière	$\delta_1 = 0,001 \text{ m}$
Coefficient résistance au roulement d'une roue motrice	$\delta_2 = 0,004 \text{ m}$
Coefficient résistance au roulement d'une roue avant	$\delta_3 = 0,002 \text{ m}$
Rapport de réduction du moteur-roue	$i = 8,78$
Rendement du réducteur	$\eta = 0,9$

## Travail demandé

**Question 1** Porter sur la figure suivante :

- l'action de la pesanteur;
- les actions de contact du sol sur les roues. Pour un point A, la composante normale sera notée  $\vec{N}_A$  et la composante tangentielle  $\vec{T}_A$ . Le sens d'une composante tangentielle est différent si la roue est motrice ou folle;

- le couple  $\vec{C}_{red}$ , couple à la sortie du réducteur du moteur-roue.

**Question 2** Appliquer le principe fondamental de la statique à l'ensemble WHING + PMR isolé et écrire les 3 équations dans la base  $\mathcal{R}_1$  en fonction des données littérales. L'équation de moment sera exprimée au point  $B_S$ .

**Question 3** Isoler la roue arrière puis la roue avant et déterminer une équation issue du principe fondamental de statique donnant la composante normale de l'action du sol sur la roue, en fonction des paramètres géométriques et de la composante tangentielle.

**Question 4** Isoler la roue motrice et déterminer une équation issue du PFS donnant  $\vec{C}_{red}$  en fonction des données géométriques, de  $\vec{N}_{BS}$  et  $\vec{T}_{BS}$ .

En supposant que le contact du sol sur la roue motrice se fait à la limite du glissement, on obtient un système de 7 équations à 7 inconnues.

La résolution de ce système donne les résultats suivants :  $\vec{N}_{BS} \cdot \vec{z}_1 = 1140 \text{ N}$  et  $\vec{T}_{BS} \cdot \vec{y}_1 = -350 \text{ N}$ .

**Question 5** Justifier que la composante  $\vec{T}_{BS} \cdot \vec{y}_1$  est négative. À partir des valeurs de  $\|\vec{T}_{BS}\|$  et  $\|\vec{T}_{BS}\|$ , déterminer la valeur de  $\|\vec{C}_m\|$  et conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.

## TD 01



### WHING : Wheelchair Initiative New Generation ★

Concours CCP TSI 2017

#### Savoirs et compétences :

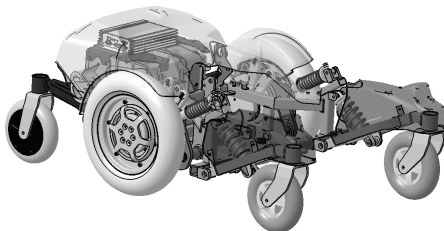
- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

### Mise en situation

Le projet WHING a pour objet d'imaginer et de réaliser et proposer aux utilisateurs un fauteuil verticaliseur à déplacement motorisé de nouvelle génération avec, comme objectifs associés :

- d'intégrer de nouvelles technologies ;
- de mieux prendre en compte les besoins spécifiques des utilisateurs,
- d'utiliser une conception modulaire.

Le fauteuil est équipé d'une base roulante à six roues indépendantes. Les roues centrales motrices autorisent un faible moyen de giration. La base roulante, forte de ses 6 roues indépendantes et amorties assure la stabilité et motricité du fauteuil, quel que soit le profil du terrain rencontré.



**Objectif** L'exigence Id = « 1.4.5 » indique que le fauteuil doit être capable de gravir une pente pour monter dans un véhicule de transport. La pente maximale est de 15°. Les caractéristiques du moteur-roue sont données ci-dessous.

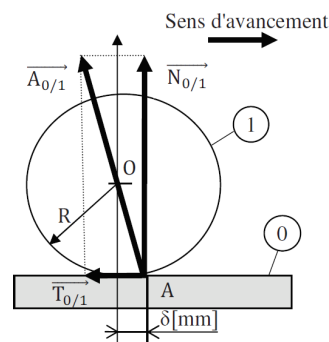
«block»
Moteur roue
valeurs
Couple maximal = 100 N.m
Couple nominal = 24 N.m
Courant maximal = 80 A
Courant nominal = 25 A
Diamètre = 340 mm
Niveau sonore = 50 dB
Puissance nominale = 400 W
Rapport du réducteur = 8.78
Tension nominale = 24 V DC
Type = MCC

↑2

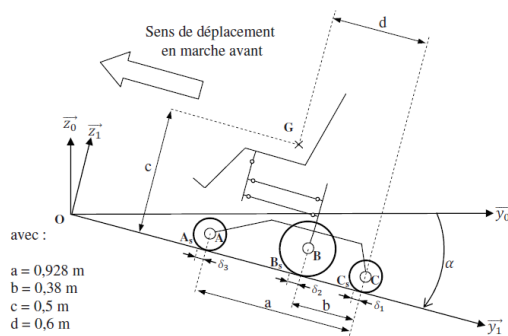
Pour valider cette exigence, le cadre de l'étude est le suivant. Les hypothèses d'étude sont :

- le référentiel  $\mathcal{R}_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au sol est supposé galiléen ;
- le WHING se déplace en ligne droite dans une phase de montée, le problème est considéré comme un problème plan. Les effets dynamiques sont négligés car la vitesse de déplacement du fauteuil est faible ;
- le référentiel  $\mathcal{R}_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est lié au WHING avec  $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$  ;
- $\vec{P} = -mg \vec{z}_0$  est l'action de la pesanteur et  $G$  le centre de gravité de l'ensemble {fauteuil + PMR} ;
- le modèle adopté est équivalent à un seul moteur fournissant un couple  $C_m$  avec l'action de la pesanteur ramenée au centre de gravité égale à  $\frac{P}{2}$  ;
- le contact des roues avec le sol se fait avec frottement, on note  $f$  le facteur de frottement de valeur 0,45 ;
- la résistance au roulement modélise la déformation du pneumatique.

La résistance au roulement illustrée à la figure suivante, se traduit par un décalage du point d'application de l'action mécanique de contact vers l'avant du fauteuil (dans le sens de l'avancement). La résultante des forces passe en un point  $A$  à une distance  $\delta$  de l'axe de rotation. Cette distance est par définition le coefficient de résistance au roulement.



La figure suivante donne le paramétrage de l'étude en phase de montée d'une pente et les dimensions du WHING. Les points  $A_s$ ,  $B_s$  et  $C_s$  correspondent aux points d'application des actions mécaniques du sol sur les roues avant, motrices et arrière du fauteuil.



Diamètre roue arrière	D1 = 0,180 m
Diamètre moteur-roue	D2 = 0,336 m
Diamètre roue avant	D3 = 0,200 m
Masse (fauteuil : 167 kg et PMR : 120 kg)	m = 287 kg
Pente du sol	$\alpha = 15^\circ$ attention $\alpha$ est négatif sur la figure 13
Coefficient résistance au roulement d'une roue arrière	$\delta_1 = 0,001$ m
Coefficient résistance au roulement d'une roue motrice	$\delta_2 = 0,004$ m
Coefficient résistance au roulement d'une roue avant	$\delta_3 = 0,002$ m
Rapport de réduction du moteur-roue	i = 8,78
Rendement du réducteur	$\eta = 0,9$

## Travail demandé

**Question 1** Porter sur la figure suivante :

- l'action de la pesanteur;
- les actions de contact du sol sur les roues. Pour un point A, la composante normale sera notée  $\vec{N}_A$  et la composante tangentielle  $\vec{T}_A$ . Le sens d'une composante tangentielle est différent si la roue est motrice ou folle;
- le couple  $\vec{C}_{red}$ , couple à la sortie du réducteur du moteur-roue.

**Correction**

**Question 2** Appliquer le principe fondamental de la statique à l'ensemble WHING + PMR isolé et écrire les 3

équations dans la base  $\mathcal{R}_1$  en fonction des données littérales. L'équation de moment sera exprimée au point  $B_S$ .

**Correction**

**Question 3** Isoler la roue arrière puis la roue avant et déterminer une équation issue du principe fondamental de statique donnant la composante normale de l'action du sol sur la roue, en fonction des paramètres géométriques et de la composante tangentielle.

**Correction**

**Question 4** Isoler la roue motrice et déterminer une équation issue du PFS donnant  $\vec{C}_{red}$  en fonction des données géométriques, de  $\vec{N}_{BS}$  et  $\vec{T}_{BS}$ .

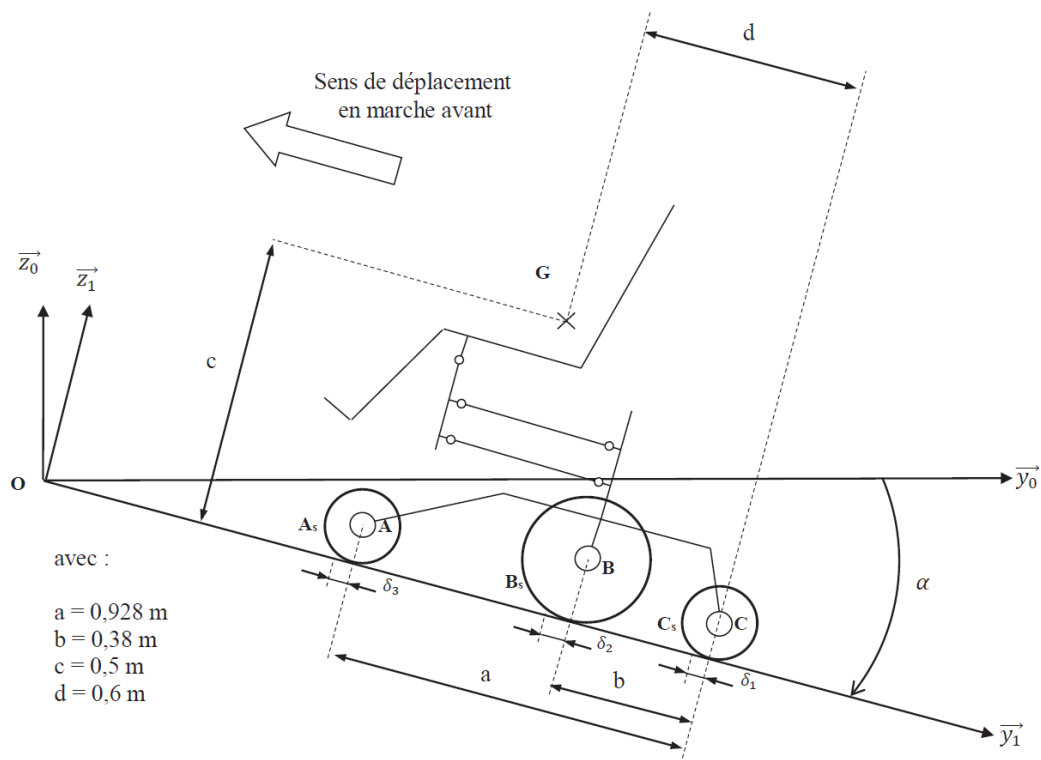
**Correction**

En supposant que le contact du sol sur la roue motrice se fait à la limite du glissement, on obtient un système de 7 équations à 7 inconnues.

La résolution de ce système donne les résultats suivants :  $\vec{N}_{BS} \cdot \vec{z}_1 = 1140$  N et  $\vec{T}_{BS} \cdot \vec{y}_1 = -350$  N.

**Question 5** Justifier que la composante  $\vec{T}_{BS} \cdot \vec{y}_1$  est négative. À partir des valeurs de  $\|\vec{T}_{BS}\|$  et  $\|\vec{T}_{BS}\|$ , déterminer la valeur de  $\|\vec{C}_m\|$  et conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.

**Correction**

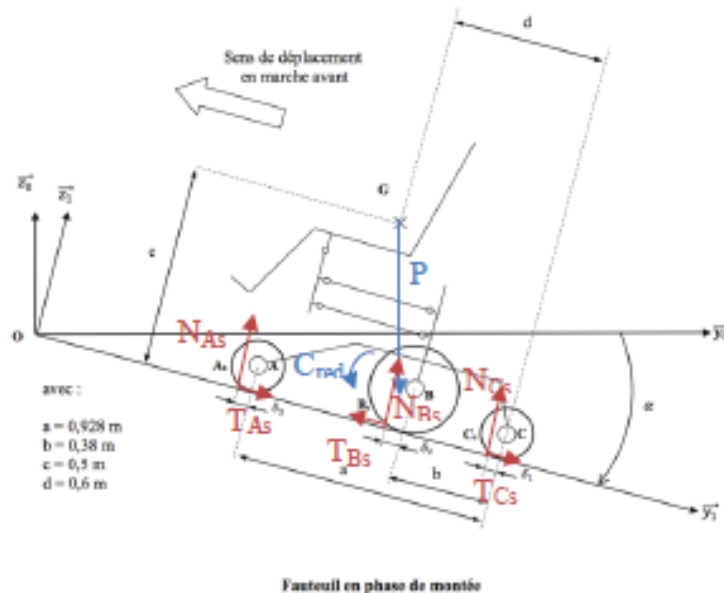


Fauteuil en phase de montée

## Détermination du couple des moteurs-roues

Q29. Lorsque la roue est motrice, un couple génère la rotation de la roue. L'action de la roue motrice sur le sol a donc une composante tangentielle issue du frottement qui est colinéaire à  $\vec{y}_1$ . Par action réaction, la composante tangentielle de l'action du sol sur la roue motrice est donc colinéaire à  $-\vec{y}_1$ .

Lorsque la roue est folle, l'action du sol s'oppose au déplacement de la roue folle. La composante tangentielle de l'action du sol sur la roue folle est donc colinéaire à  $+\vec{y}_1$ .



Q30. On isole l'ensemble {Whing + PMR} =  $\Sigma$

Bilan des actions mécaniques :

- Action de la pesanteur :  $\{\mathcal{T}_{g \rightarrow \Sigma}\} = \begin{Bmatrix} \frac{m}{2} g \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$
- Couple moteur :  $\{\mathcal{T}_{red \rightarrow \Sigma}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{red} \cdot \vec{x}_1 \end{Bmatrix}_B$  avec  $C_{red} = \eta \cdot i \cdot C_m$
- Ponctuelle en As :  $\{\mathcal{T}_{s \rightarrow \Sigma}^{As}\} = \begin{Bmatrix} N_{As} \cdot \vec{z}_1 + T_{As} \cdot \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{As}$
- Ponctuelle en Bs :  $\{\mathcal{T}_{s \rightarrow \Sigma}^{Bs}\} = \begin{Bmatrix} N_{Bs} \cdot \vec{z}_1 - T_{Bs} \cdot \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{Bs}$
- Ponctuelle en Cs :  $\{\mathcal{T}_{s \rightarrow \Sigma}^{Cs}\} = \begin{Bmatrix} N_{Cs} \cdot \vec{z}_1 + T_{Cs} \cdot \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{Cs}$

On déplace tous les moments au point Bs :

$$\vec{M}_{Bs, g \rightarrow \Sigma} = \vec{M}_{G, g \rightarrow \Sigma} + B_s G \wedge \vec{R}_{g \rightarrow \Sigma} = -\frac{m}{2} g [(\delta_2 + b - d) \cos \alpha - c \sin \alpha] \cdot \vec{x}_1$$

$$\vec{M}_{Bs, red \rightarrow \Sigma} = C_{red} \cdot \vec{x}_0 \text{ car c'est un torseur couple}$$

$$\vec{M}_{Bs, s \rightarrow \Sigma}^{As} = (\delta_2 + b - a - \delta_3) N_{As} \cdot \vec{x}_1$$

$$\vec{M}_{Bs, s \rightarrow \Sigma}^{Cs} = (\delta_2 + b - \delta_1) N_{Cs} \cdot \vec{x}_1$$



Le principe fondamental de la statique appliqué au solide 1 donne :

$$N_{As} + N_{Bs} + N_{Cs} - \frac{m}{2} g \cos \alpha = 0$$

$$T_{As} + T_{Cs} - T_{Bs} - \frac{m}{2} g \sin \alpha = 0$$

$$-\frac{m}{2} g [(\delta_2 + b - d) \cos \alpha - c \sin \alpha] + C_{red} + (\delta_2 + b - a - \delta_3) N_{As} + (\delta_2 + b - \delta_1) N_{Cs} = 0$$

Q31. On isole la roue arrière : On choisit d'énoncer le PFS en moment au point A projeté sur  $\vec{x}_0$  pour ne pas faire intervenir les inconnues de la liaison pivot d'axe (C,  $\vec{x}_0$ ) :

On déplace le torseur des actions du sol au point A :

$$\overrightarrow{M}_{A,s \rightarrow \Sigma}^{As} = \left( -\delta_3 N_{As} + \frac{D_3}{2} T_{As} \right) \cdot \vec{x}_1$$

Le TMS donne :

$$\delta_3 N_{As} = \frac{D_3}{2} T_{As}$$

Idem sur la roue avant. On obtient :

$$\delta_1 N_{Cs} = \frac{D_1}{2} T_{Cs}$$

Q32. On isole la roue motrice : TMS exprimé au point C projeté sur  $\vec{x}_0$  :

$$\overrightarrow{M}_{B,s \rightarrow \Sigma}^{Bs} = \left( -\delta_2 N_{Bs} - \frac{D_2}{2} T_{Bs} \right) \cdot \vec{x}_1$$

D'où :

$$C_{red} = \delta_2 N_{Bs} + \frac{D_2}{2} T_{Bs}$$

Q33. Si  $\overrightarrow{T}_{Bs} \cdot \vec{y}_1$  n'était pas négative, il s'opposerait au couple moteur et le frottement n'aiderait pas le moteur à faire gravir la côte au Whing.

AN :  $C_{red} = 0,004 \cdot 1140 + 0,336 / 2 \cdot 350 = 63,36 \text{ Nm}$

D'où  $C_m = \frac{C_{red}}{\eta_i} = \frac{63,36}{8,78,0,9} = 8 \text{ Nm}$

Le moteur pouvant développer un couple moteur de 24 Nm, le Whing peut démarrer sur une pente de  $15^\circ$ .