

**Définition — Solide Indéformable.** On considère deux points  $A$  et  $B$  d'un solide indéformable noté  $S$ . On note  $t$  le temps.  $\forall A, B \in S, \forall t \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AB}(t)^2 = \text{constante}$ .

**Définition — Trajectoire d'un point appartenant à un solide.** Soit un point  $P$  se déplaçant dans un repère  $\mathcal{R}_0(O, \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$ . La trajectoire du point  $P$  est définie par la courbe  $\mathcal{C}(t)$  paramétrée par le temps  $t$ . On a :

$$\forall t \in \mathbb{R}^+, \overrightarrow{OP}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_0} = x(t)\vec{i}_0 + y(t)\vec{j}_0 + z(t)\vec{k}_0$$

**Définition — Vitesse d'un point appartenant à un solide.** Soit un solide  $S_0$  auquel on associe le repère  $\mathcal{R}_0(O_0, \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$ . Soit un solide  $S_1$  auquel on associe le repère  $\mathcal{R}_1(O_1, \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$ . Le solide  $S_1$  est en mouvement par rapport au solide  $S_0$ . Soit un point  $P$  appartenant au solide  $S_1$ . La vitesse du point  $P$  appartenant au solide  $S_1$  par rapport au solide  $S_0$  se calcule donc ainsi :  $\overrightarrow{V(P \in S_1/S_0)}(t) = \left[ \frac{d\overrightarrow{O_0P}(t)}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0}$ .

### ■ Exemple

**Résultat** Lorsque il n'y a pas de degré de liberté de translation dans une liaison, la vitesse au centre de la liaison est nulle. Ainsi :

- si les solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison rotule de centre  $O$  alors  $\overrightarrow{V(O \in S_2/S_1)} = \vec{0}$  ;
- si les solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison pivot de d'axe  $(O, \vec{u})$  alors  $\overrightarrow{V(O \in S_2/S_1)} = \vec{0}$  ;
- si les solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison rotule à doigt de centre  $O$  alors  $\overrightarrow{V(O \in S_2/S_1)} = \vec{0}$ .

### Résultat Dérivation vectorielle

Soient  $S_0$  et  $S_1$  deux solides en mouvements relatifs et  $\mathcal{R}_0$  et  $\mathcal{R}_1$  les repères orthonormés directs associés. Soit  $\vec{v}$  un vecteur de l'espace. On note  $\overrightarrow{\Omega}(\mathcal{R}_1/\mathcal{R}_0)$  le vecteur instantané de rotation permettant d'exprimer les rotations entre chacune des deux bases. La dérivée d'un vecteur dans une base mobile se calcule donc ainsi :

$$\left[ \frac{d\vec{v}}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0} = \left[ \frac{d\vec{v}}{dt} \right]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega}(\mathcal{R}_1/\mathcal{R}_0) \wedge \vec{v}.$$

### Résultat Champ du vecteur vitesse dans un solide – Formule de Varignon – Formule de BABAR

Soient  $A$  et  $B$  deux points appartenant à un solide  $S_1$  en mouvement par rapport à  $S_0$ . Le champ des vecteurs vitesses est donc déterminé ainsi :

$$\overrightarrow{V(B \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{V(A \in S_1/S_0)} + \underbrace{\vec{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}}_{\vec{R}}$$