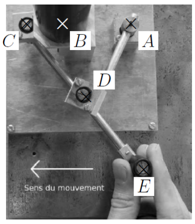
TD 03



Interface maître et esclave d'un robot ⋆⋆

CCP PSI 2015

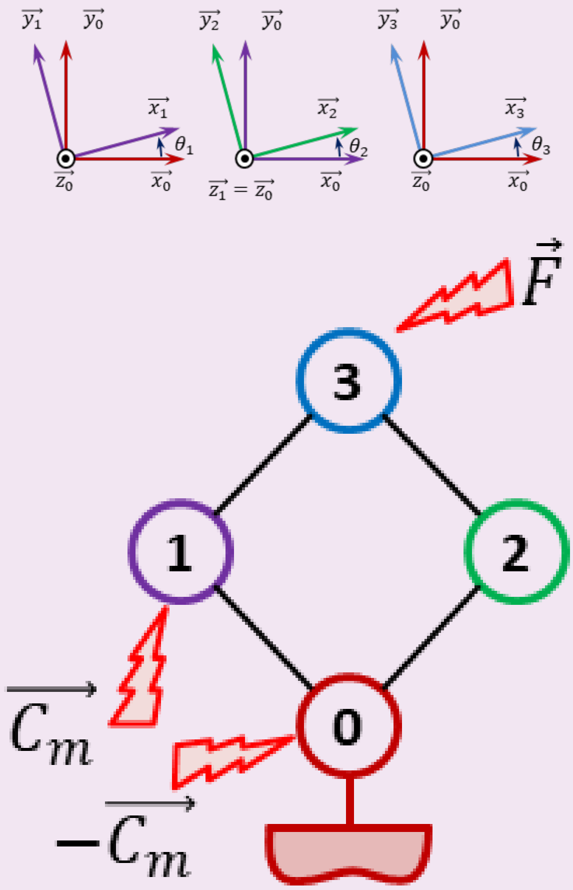
Savoirs et compétences :
- *Res2.C18* : principe fondamental de la statique ;
- *Res2.C19* : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- *Res2.C20* : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Modélisation de l'interface maître

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse du mécanisme (liaisons et efforts).*

Correction



Question 2 **#CCMP** *Proposer une démarche permettant d'exprimer le couple moteur en fonction de l'effort de l'opérateur et des parmètres géométriques.*

Correction

- On commence par isoler le solide S_2 soumis à deux forces. D'après le PFS, on a donc $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 2)\} = -\{\mathscr{T}(3\rightarrow 2)\} =$

$\left\{ \begin{array}{c} F_{23}\overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_D$.

- Le solide S_1 est en rotation d'axe $\left(B,\overrightarrow{z_0}\right)$. On réalise un TMS en B.
- On isole S_3.Pour ne pas introduire les inconnues de liaison en D, on réalise un TMS en D.

XP : à ce stade il manque une équation, on verra laquelle à la question suivante.

Question 3 **#CCMP** *Mettre en œuvre cette démarche et montrer que*

$$C_m = \frac{L_1 F}{\sin(\theta_2-\theta_3)}\left(\sin\theta_1\sin(\theta_2+\theta_3)-2\cos\theta_1\sin\theta_2\sin\theta_3\right).$$

Correction

Après avoir isolé S_2, on a vu que $\{\mathscr{T}(2\rightarrow 3)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_{23}\overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_D$.

On isole S_1.
On réalise le BAME.

- Action de la liaison pivot.
- Action du couple moteur.
- Action de S_3 sur S_1 : $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{31}\overrightarrow{x_0}+Y_{31}\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_C$.

On applique le TMS en B en projection sur $\overrightarrow{z_0}$ et on a :
$C_m+\overrightarrow{BC}\wedge\left(X_{31}\overrightarrow{x_0}+Y_{31}\overrightarrow{y_0}\right)\cdot\overrightarrow{z_0}=0$
$\Leftrightarrow C_m+L_1\overrightarrow{x_1}\wedge\left(X_{31}\overrightarrow{x_0}+Y_{31}\overrightarrow{y_0}\right)\cdot\overrightarrow{z_0}=0$
$\Leftrightarrow C_m+L_1\left(-X_{31}\sin\theta_1+Y_{31}\cos\theta_1\right)=0$

On isole S_3.
On réalise le BAME.

- Action de la liaison pivot en C (1 sur 3).
- Action de la liaison pivot en D (2 sur 3).
- Action de l'opérateur en E.

On applique le TMS en B en projection sur $\overrightarrow{z_0}$ et on a :
$\overrightarrow{DC}\wedge-\left(X_{31}\overrightarrow{x_0}+Y_{31}\overrightarrow{y_0}\right)+\left(\overrightarrow{DE}\wedge F(t)\overrightarrow{x_0}\right)\cdot\overrightarrow{z_0}=0$
$\Leftrightarrow\left(L_2\overrightarrow{x_3}\wedge-\left(X_{31}\overrightarrow{x_0}+Y_{31}\overrightarrow{y_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{z_0}-\left(L_2\overrightarrow{x_3}\wedge F(t)\overrightarrow{x_0}\right)\cdot\overrightarrow{z_0}=0$
$\Leftrightarrow L_2\left(X_{31}\sin\theta_3-Y_{31}\cos\theta_3\right)+L_2F(t)\sin\theta_3=0$

À ce stade, il manque une équation pour éliminer X_{31} ou Y_{31}. Il faut donc une équation de la résultante. Pour ne pas faire apparaître F_{23}, on peut isoler S_3 et réaliser un théorème de la résultante statique suivant $\overrightarrow{y_2}$:
$\left(-\left(X_{31}\overrightarrow{x_0}+Y_{31}\overrightarrow{y_0}\right)+F_{23}\overrightarrow{x_2}+F(t)\overrightarrow{x_0}\right)\cdot\overrightarrow{y_2}=0$
$\Leftrightarrow-\left(-X_{31}\sin\theta_2+Y_{31}\cos\theta_2\right)-F(t)\sin\theta_2=0$
$\Leftrightarrow X_{31}\sin\theta_2-Y_{31}\cos\theta_2-F(t)\sin\theta_2=0.$

On a donc :

$$\left\{\begin{array}{l} C_m+L_1\left(-X_{31}\sin\theta_1+Y_{31}\cos\theta_1\right)=0 \\ L_2\left(X_{31}\sin\theta_3-Y_{31}\cos\theta_3\right)+L_2F(t)\sin\theta_3=0 \\ X_{31}\sin\theta_2-Y_{31}\cos\theta_2-F(t)\sin\theta_2=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} C_m+L_1\left(-X_{31}\sin\theta_1+Y_{31}\cos\theta_1\right)=0 \\ X_{31}\sin\theta_3-Y_{31}\cos\theta_3+F(t)\sin\theta_3=0 \\ X_{31}=\dfrac{Y_{31}\cos\theta_2+F(t)\sin\theta_2}{\sin\theta_2} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} C_m+L_1\left(-X_{31}\sin\theta_1+Y_{31}\cos\theta_1\right)=0 \\ Y_{31}\cos\theta_2\sin\theta_3+F(t)\sin\theta_2\sin\theta_3-Y_{31}\cos\theta_3\sin\theta_2+F(t)\sin\theta_3\sin\theta_2=0 \\ X_{31}=\dfrac{Y_{31}\cos\theta_2+F(t)\sin\theta_2}{\sin\theta_2} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} C_m+L_1\left(-X_{31}\sin\theta_1+Y_{31}\cos\theta_1\right)=0 \\ Y_{31}=-2F(t)\dfrac{\sin\theta_2\sin\theta_3}{\sin(\theta_3-\theta_2)} \\ X_{31}=\dfrac{Y_{31}\cos\theta_2+F(t)\sin\theta_2}{\sin\theta_2} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} C_m + L_1\left(-X_{31}\sin\theta_1 + Y_{31}\cos\theta_1\right) = 0 \\ Y_{31} = -2F(t)\dfrac{\sin\theta_2\sin\theta_3}{\sin(\theta_3-\theta_2)} \\ X_{31} = \dfrac{Y_{31}\cos\theta_2 + F(t)\sin\theta_2}{\sin\theta_2} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} C_m + L_1\left(-X_{31}\sin\theta_1 + Y_{31}\cos\theta_1\right) = 0 \\ Y_{31} = -2F(t)\dfrac{\sin\theta_2\sin\theta_3}{\sin(\theta_3-\theta_2)} \\ X_{31} = -2F(t)\dfrac{\sin\theta_2\sin\theta_3}{\sin(\theta_3-\theta_2)}\dfrac{\cos\theta_2}{\sin\theta_2} + F(t) = F(t)\left(-2\dfrac{\cos\theta_2\sin\theta_3}{\sin(\theta_3-\theta_2)}+1\right) \end{array}\right.$$

On a donc $C_m = L_1 X_{31}\sin\theta_1 - L_1 Y_{31}\cos\theta_1 = -2F(t)\dfrac{\sin\theta_2\sin\theta_3}{\sin(\theta_3-\theta_2)}L_1\sin\theta_1 + 2F(t)\dfrac{\sin\theta_2\sin\theta_3}{\sin(\theta_3-\theta_2)}L_1\cos\theta_1$

$= 2F(t)L_1\dfrac{\sin\theta_2\sin\theta_3}{\sin(\theta_3-\theta_2)}\left(-\sin\theta_1+\cos\theta_1\right)$

XP : je ne trouve pas la même expression que dans le sujet, je n'ai pas eu le temps de comprendre pourquoi.

$$C_m = \frac{L_1 F}{\sin(\theta_2-\theta_3)}\left(\sin\theta_1\sin(\theta_2+\theta_3) - 2\cos\theta_1\sin\theta_2\sin\theta_3\right).$$

Cette relation n'étant pas linéaire, on propose d'analyser les résultats d'une simulation numérique en traçant le couple moteur/effort opérateur en fonction de l'abscisse du point E Q6.

Question 4 *Retrouver ces graphes en utilsant Python. J'ai pas essayé, mais si eux ont réussi, pourquoi pas vous ? Il faut peut-être utiliser le premier devoir de vacances.*

Correction

Question 5 *Déterminer, à partir de la figure précédente, sur quel intervalle de l'abscisse X_E l'exigence « Linéarité couple/effort » (id 1.3.2.2) est satisfaite. (On ajoute que la course sur X_E doit être supérieure à* 50 mm.*)*

Correction

Pour un rapport C_m/F de 33,25 mm, la fourchette de 1 % est comprise entre 32,9175 mm et 33,5825 mm. La course de X_E est donc de $20-(-36)=56$ mm. L'exigence est vérifiée.