

DÉTERMINATION DES LOIS ENTRÉE – SORTIE 2D ET 3D

1 MECANISME DE FAUCHEUSE

1.1 Présentation

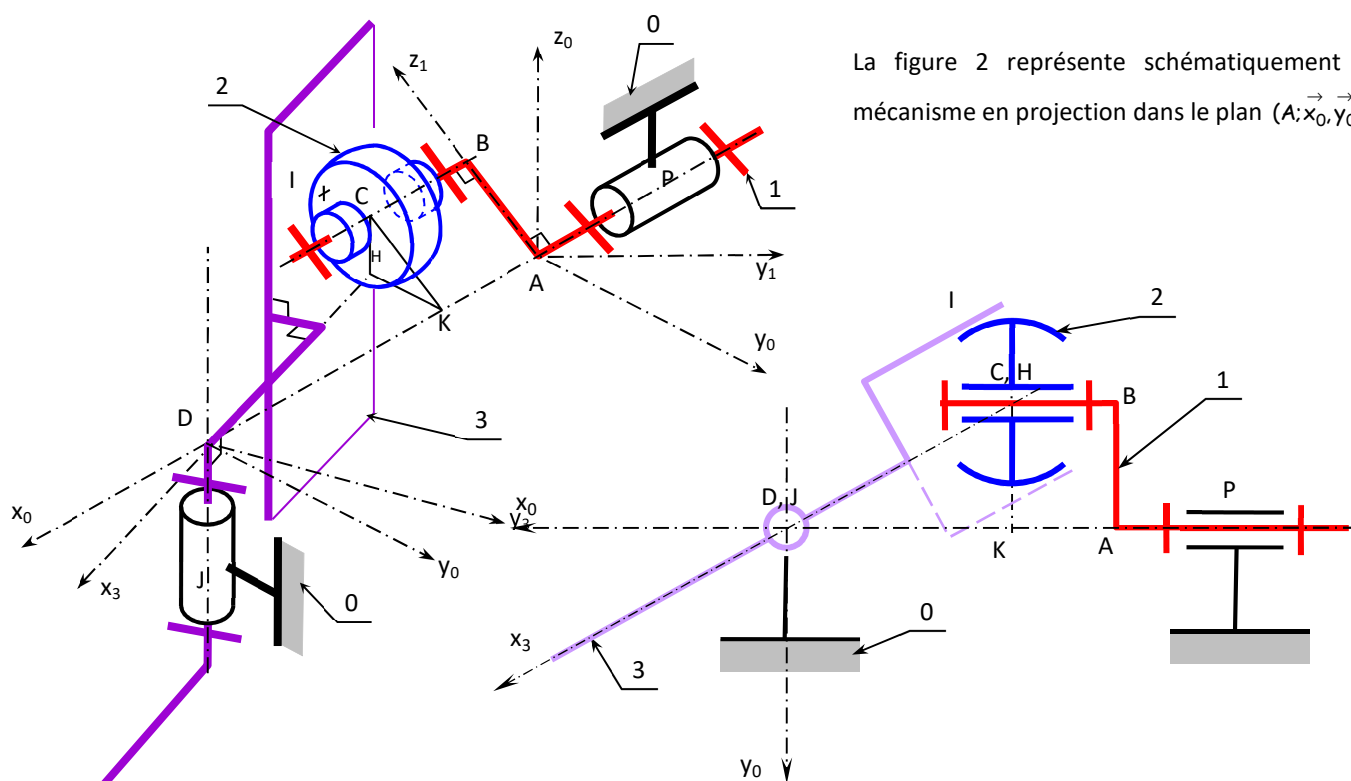
La figure 1 ci-contre représente un mécanisme de transformation de mouvement de faucheuse. La rotation continue de l'arbre d'entrée (1) est transformée en rotation alternative du levier (3) par le galet sphérique (2), en contact ponctuel en I avec la plaque plane liée au levier (3), de normale \vec{y}_3 .

Le mouvement du levier (3) est ensuite transformé en translation alternative d'une lame de coupe par un mécanisme non représenté.



1.2 Paramétrage

Paramètres relatifs aux liaisons	Paramètres relatifs aux pièces:
<ul style="list-style-type: none"> ❑ Liaison (1) - (0): $(\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = \theta_{1/0}$ ❑ Liaison (2) - (1): $(\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2) = \theta_{2/1}$ ❑ Liaison (3) - (0): $(\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3) = \theta_{3/0}$ 	$\vec{DC} = \lambda \vec{x}_3 + \mu \vec{z}_0$, avec $\lambda = f(t)$ et $\mu = g(t)$ $\vec{AD} = L_0 \vec{x}_0$, $\vec{AB} = \vec{KC} = L_1 \vec{z}_1$ $\vec{BC} = d_1 \vec{x}_1$, Rayon du galet (2): R_2



La figure 2 représente schématiquement le mécanisme en projection dans le plan $(A; \vec{x}_0, \vec{y}_0)$.

1.3 Étude géométrique

Question 1. Construire le graphe de structure du mécanisme.

Question 2. Représenter les schémas définissant les rotations $\theta_{1/0}$, $\theta_{3/0}$ et $\theta_{2/1}$.

Question 3. Exprimer la relation liant $\theta_{1/0}$, $\theta_{3/0}$ et les constantes géométriques du mécanisme.

Question 4. Donner le degré de mobilité du système.

2 PROTHESE ACTIVE TRANSTIBIALE – CONCOURS MINES PONTS 2013

Les ingénieurs du MIT ont mis au point une prothèse active permettant aux personnes amputées en dessous du genou d'avoir une marche s'approchant d'une marche d'une personne valide.. Dans le but de valider le moteur électrique utilisé sur la prothèse ainsi que la structure mécanique, on cherche à valider l'exigence 1.1.3.

Figure 2



On donne un extrait du Cahier des Charges :

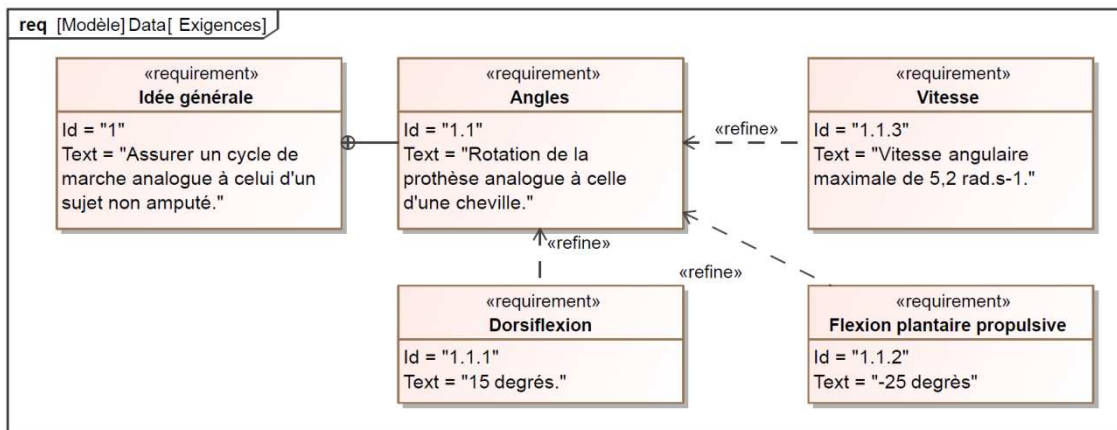


Diagramme des exigences

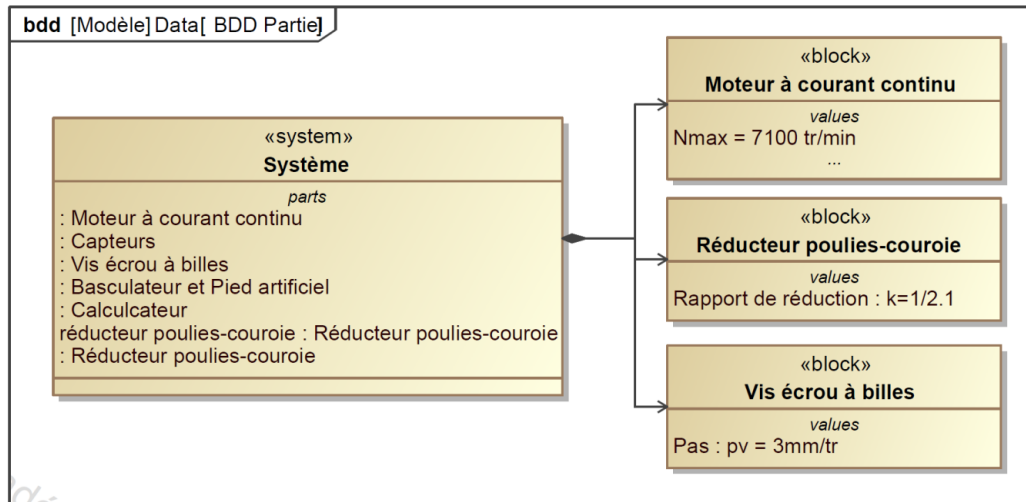


Diagramme de définition des blocs

On s'intéresse d'abord au système de basculeur du pied. La pièce 3₁ est liée à l'écrou du système vis-écrou. Ainsi la translation de l'écrou provoque un basculement du pied 1.

Le repère $R_0(O, \vec{x}, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au tibia noté 0 fixe dans toutes nos études).

Le repère $R_1(O, \vec{x}, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié au pied artificiel noté 1, supposé indéformable.

On note $\theta(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ l'angle de rotation du pied par rapport au tibia.

Un ressort très rigide est placé entre les pièces 1 et 2, solidarisant ainsi les deux ensembles.

D'autre part, le vecteur unitaire \vec{n}_1 définit la direction des ressorts avec $\delta = (\vec{y}_1, \vec{n}_1)$ considéré comme constant tout au long du cycle de marche.

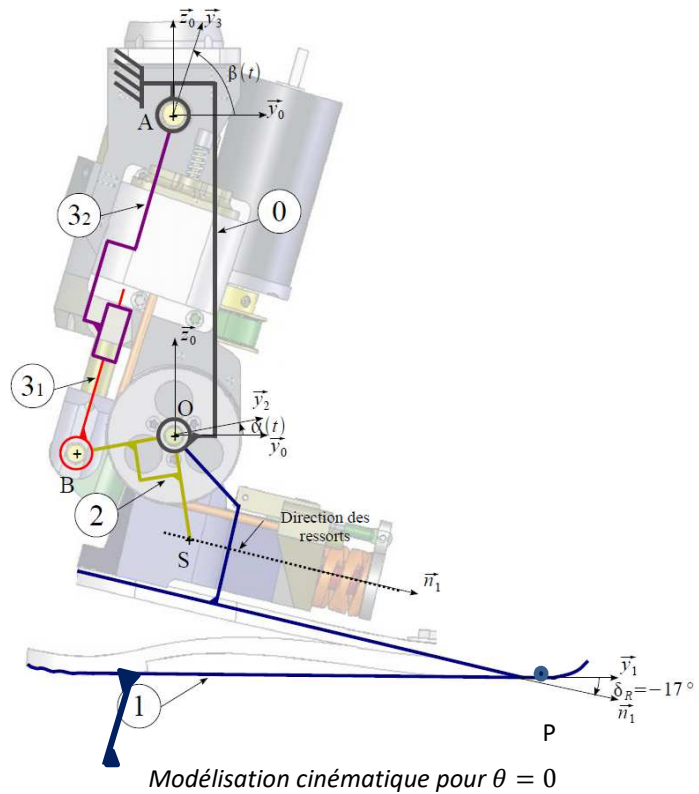
Le repère $R_2(O, \vec{x}, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié au basculeur noté 2. On note $\alpha(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$ l'angle de rotation du basculeur par rapport au tibia.

Le repère $R_3(A, \vec{x}, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ est lié à l'ensemble 3₁ + 3₂.

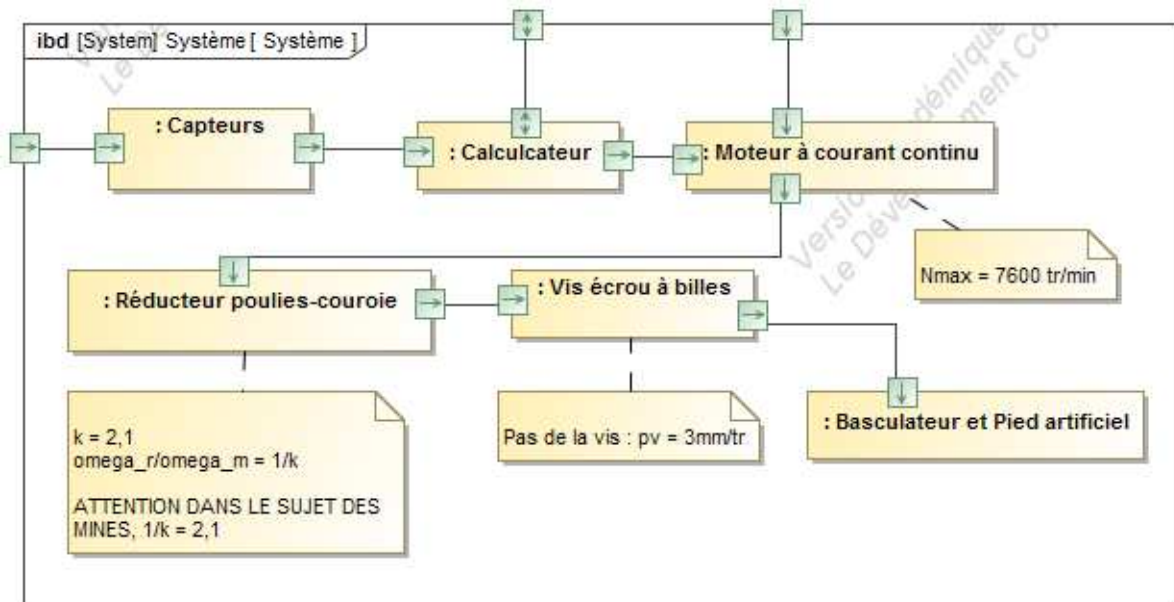
On note $\beta(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3) = (\vec{z}_0, \vec{z}_3)$ l'angle de 3₂ par rapport au tibia.

On pose :

$$\vec{OA} = a \vec{z}_0, \vec{BA} = \lambda(t) \vec{y}_3, \vec{BO} = b \vec{y}_2 \text{ et } \vec{SO} = b \vec{z}_2 \text{ avec } b = 0,039m \text{ et } a = 0,117m.$$



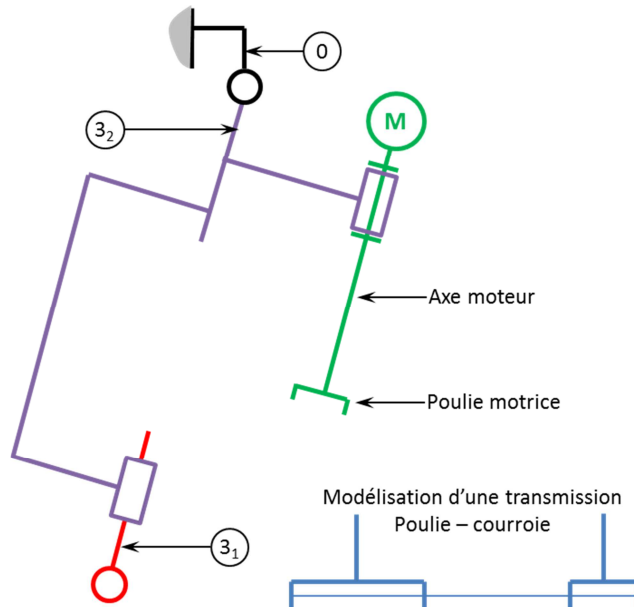
En l'absence d'action sur la prothèse, une position repos est identifiée par les paramètres θ_R , α_R , et δ_R . Cette position est obtenue lorsque le tibia est vertical et que le pied est en appui horizontalement sur le sol. Les valeurs numériques sont alors : $\theta_R = 0^\circ$, $\alpha_R = 9^\circ$ et $\delta_R = \delta = -17^\circ$



Question 5. Définir les types de mouvement présents en sortie des blocs « Moteurs à courant continu », « Réducteur Poulie courroie », « Vis écrou à billes » ? Quel est le mouvement final du pied par rapport à R_0 ?

Question 6. Tracer sans justification la trajectoire du point P du pied par rapport à R_0 .

Question 7. Compléter le schéma cinématique permettant de modéliser la transmission de mouvement du moteur jusqu'à la vis 3₁. Donner la relation entre la vitesse de rotation du moteur et la vitesse de déplacement de la vis (Les unités utilisées seront celles du système international).

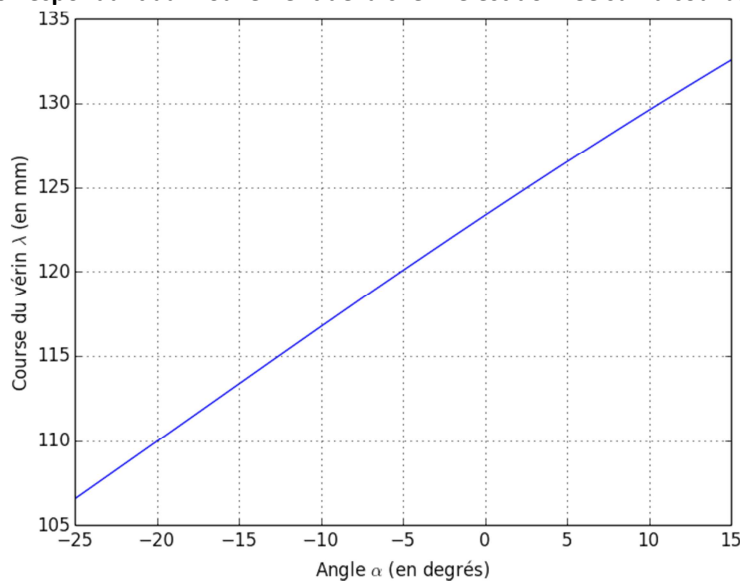


Question 8. Après avoir identifié les différents paramètres variables du système, préciser quelle est l'entrée et la sortie du sous-ensemble étudié ci-dessus.

Question 9. Réaliser la ou les figures planes correspondantes aux différents changements de repères.

Question 10. Déterminer la loi entrée-sortie entre $\alpha(t)$ et $\lambda(t)$.

La loi entrée sortie correspondant au mouvement de la cheville est donnée sur la courbe ci-dessous.



Question 11.

a) Commenter l'allure de la courbe et donner son équation sous forme numérique.

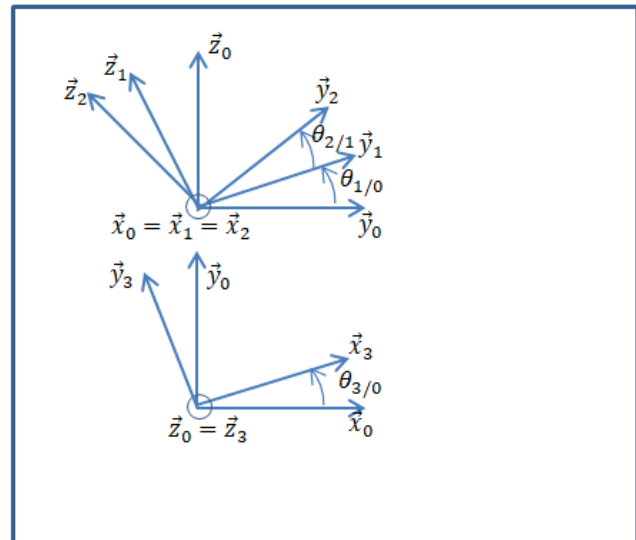
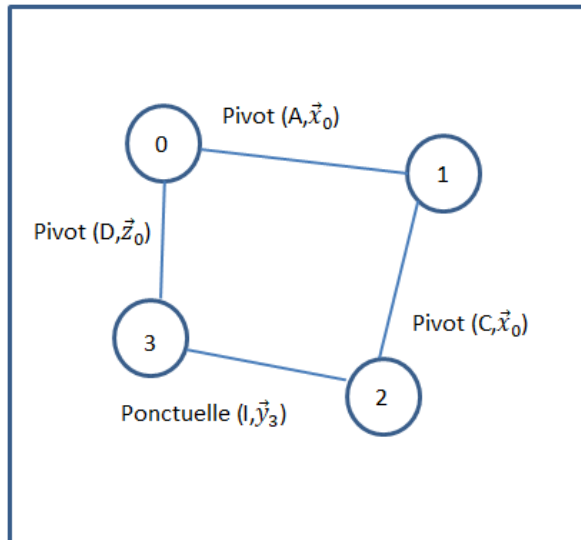
b) Comment les bornes de variation ont-elles été choisies ?

c) En linéarisant le comportement du système, déterminer l'équation de la droite en fonction des constantes du système puis réaliser l'application numérique.

On rappelle qu'au voisinage de 0, $\sin(x) \approx x$ et $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$

Question 12. Donner le schéma bloc du système depuis la sortie du moteur jusqu'à la rotation α de la prothèse. (Les unités utilisées seront celles du système international)

Question 13. L'exigence 1.1.3 est-elle vérifiée ?



Question 2.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$$

$$L_1 \vec{z}_1 + d_1 \vec{x}_1 - \lambda \vec{x}_3 - \mu \vec{z}_0 - L_0 \vec{x}_0 = \vec{0}$$

En projetant dans R1

$$\begin{cases} d_1 - \lambda \cos \theta_{3/0} - L_0 = 0 \\ -L_1 \sin \theta_{1/0} - \lambda \sin \theta_{3/0} = 0 \\ L_1 \cos \theta_{1/0} - \mu = 0 \end{cases}$$

$$\tan \theta_{3/0} = \frac{-L_1 \sin \theta_{1/0}}{d_1 - L_0}$$

Question 3.

Mobilité utile : 1

Mobilité interne : 1 (rotation de 2 autour de x1)

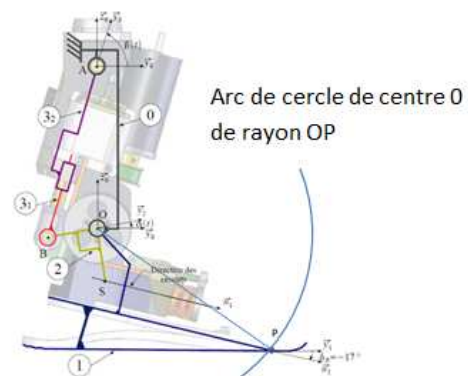
donc m=2

Question 4.

Bloc considéré	Mouvement de sortie
Moteur à courant continu	rotation
Réducteur poulie courroie	rotation
Vis écrou à billes	translation

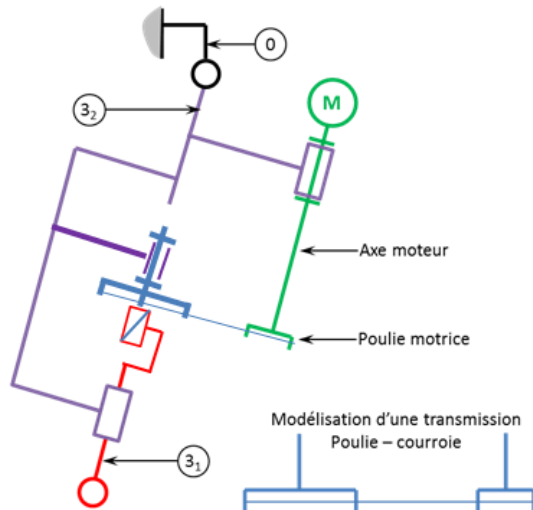
Le mouvement du pied est une rotation de centre O

Question 5.



Arc de cercle de centre O
de rayon OP

Question 6.



Relation entre la vitesse de rotation du moteur
et la vitesse de déplacement de la vis.

$$w_r = \frac{w_m}{2.1}$$

$$V_{vis} = \frac{pas}{2\pi} w_r = \frac{3}{2\pi * 2.1} w_m = 0.227 w_m$$

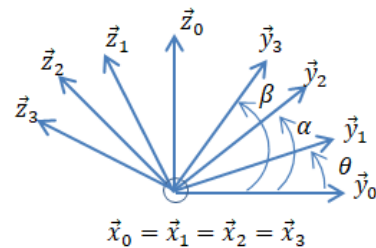
V_{vis} en mm/s

Question 7.

Entrée : angle moteur

Sortie : déplacement vis

Question 8.



Question 9.

$$\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0}$$

$$a\vec{z}_0 - \lambda\vec{y}_3 + b\vec{y}_2 = \vec{0}$$

$$\begin{cases} -\lambda\cos\beta + b\cos\alpha = 0 \\ -\lambda\sin\beta + b\sin\alpha + a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{y}_3 = \cos\beta\vec{y}_0 + \sin\beta\vec{z}_0 \\ \vec{y}_2 = \cos\alpha\vec{y}_0 + \sin\alpha\vec{z}_0 \end{cases}$$

$$\lambda^2 = b^2\cos^2\alpha + (a + b\sin\alpha)^2$$

Question 10.

a) La courbe est une droite de coefficient directeur $10/15 = 0.66 \text{ mm}/^\circ$ et de coordonnée à l'origine 107 mm

Soit $\lambda = a_n \alpha + b_n$ AN : $\lambda = 0.66\alpha + 107$

b) La lecture des exigences 1.1.1 et 1.1.2 permet de déterminer les bornes de -25° et 15°

c) L'équation obtenue précédemment

$$\lambda^2 = b^2 \cos^2 \alpha + (a + b \sin \alpha)^2 = b^2 + a^2 + 2ab \sin \alpha$$

Pour appliquer la linéarisation deux temps

$$\lambda = \sqrt{b^2 + a^2 + 2ab \sin \alpha} \simeq \sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{1 + \frac{2ab}{a^2 + b^2} \sin \alpha} \text{ soit } \lambda \simeq \sqrt{a^2 + b^2} \left(1 + \frac{ab}{a^2 + b^2} \alpha \right) = \sqrt{a^2 + b^2} + \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \alpha$$

AN : $\sqrt{a^2 + b^2} = 123 \text{ mm}$ et $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 37 \text{ mm/rd} = 0.68 \text{ mm}/^\circ$

Question 10.

a) La courbe est une droite de coefficient directeur $10/15 = 0.66 \text{ mm}/^\circ$ et de coordonnée à l'origine 107 mm

Soit $\lambda = a_n \alpha + b_n$ AN : $\lambda = 0.66\alpha + 107$

b) La lecture des exigences 1.1.1 et 1.1.2 permet de déterminer les bornes de -25° et 15°

c) L'équation obtenue précédemment

$$\lambda^2 = b^2 \cos^2 \alpha + (a + b \sin \alpha)^2 = b^2 + a^2 + 2ab \sin \alpha$$

Pour appliquer la linéarisation deux temps

$$\lambda = \sqrt{b^2 + a^2 + 2ab \sin \alpha} \simeq \sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{1 + \frac{2ab}{a^2 + b^2} \sin \alpha} \text{ soit } \lambda \simeq \sqrt{a^2 + b^2} \left(1 + \frac{ab}{a^2 + b^2} \alpha \right) = \sqrt{a^2 + b^2} + \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \alpha$$

AN : $\sqrt{a^2 + b^2} = 123 \text{ mm}$ et $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 37 \text{ mm/rd} = 0.68 \text{ mm}/^\circ$

b

3 MACHINE D'ESSAI DE FATIGUE

Le dessin d'ensemble de la machine d'essai de fatigue en flexion alternée étudiée est donné dans le document réponse. C'est une évolution de la machine HSM20 de Prodidac. Les éprouvettes sont fixées à l'une de leurs extrémités au support (20) et appuyées à l'autre sur le bâti par l'intermédiaire des axes (38).

Un moteur électrique, non représenté sur le dessin, entraîne l'arbre 6 à l'aide d'une transmission par poulie-courroie (2) et (1).

Le cahier des charges de ce type de produit impose un déplacement angulaire de 30° ($\pm 5\%$) au niveau des éprouvettes afin de les solliciter suffisamment.

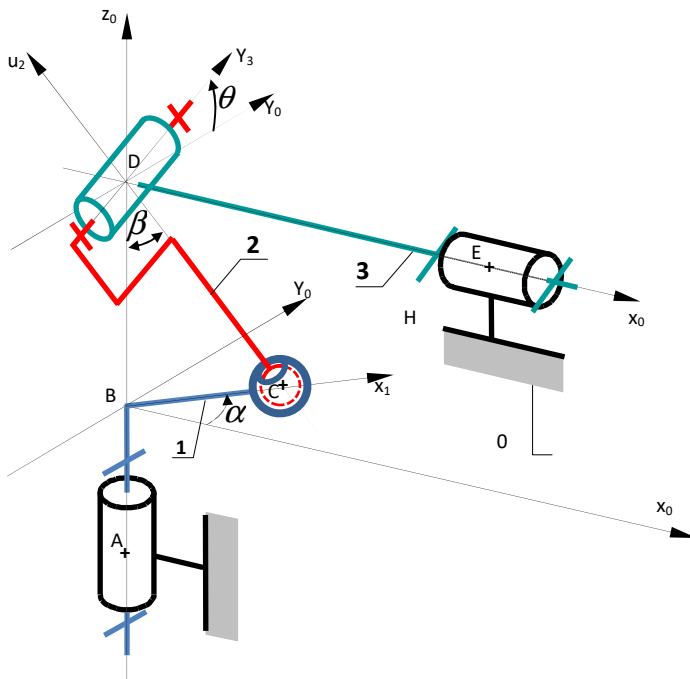


HSM20 – Prodidac

3.1 Première partie : Étude cinématique

Objectifs de la première partie : modéliser le système, d'établir la loi entrée sortie afin de vérifier la conformité au cahier des charges.

3.1.1 Modèle cinématique choisi et paramétrage



Paramétrage des pièces

Bâti (0): $\vec{BD} = h_0 \vec{z}_0$

Arbre d'entrée (1): $\vec{BC} = e_1 \vec{x}_1$

Bielle (2): $\vec{CD} = l_2 \vec{u}_2$

Paramétrage des liaisons

Position de l'arbre moteur (1): $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$

Position de l'arbre de sortie (3): $\theta = (\vec{y}_0, \vec{y}_3) = (\vec{z}_0, \vec{z}_3)$

3.1.2 Mise en place du modèle

Question 14. Sur le dessin d'ensemble colorier les pièces correspondant aux groupes cinématiques 1, 2 et 3 de la figure 1. On considérera que la pièce 10 appartient à l'ensemble 2.

3.1.3 Loi entrée/sortie

On définit l'angle β de la façon suivante : β est l'angle défini positif entre (\vec{CD}) et (\vec{BD}) (soit entre \vec{z}_0 et \vec{u}_2)

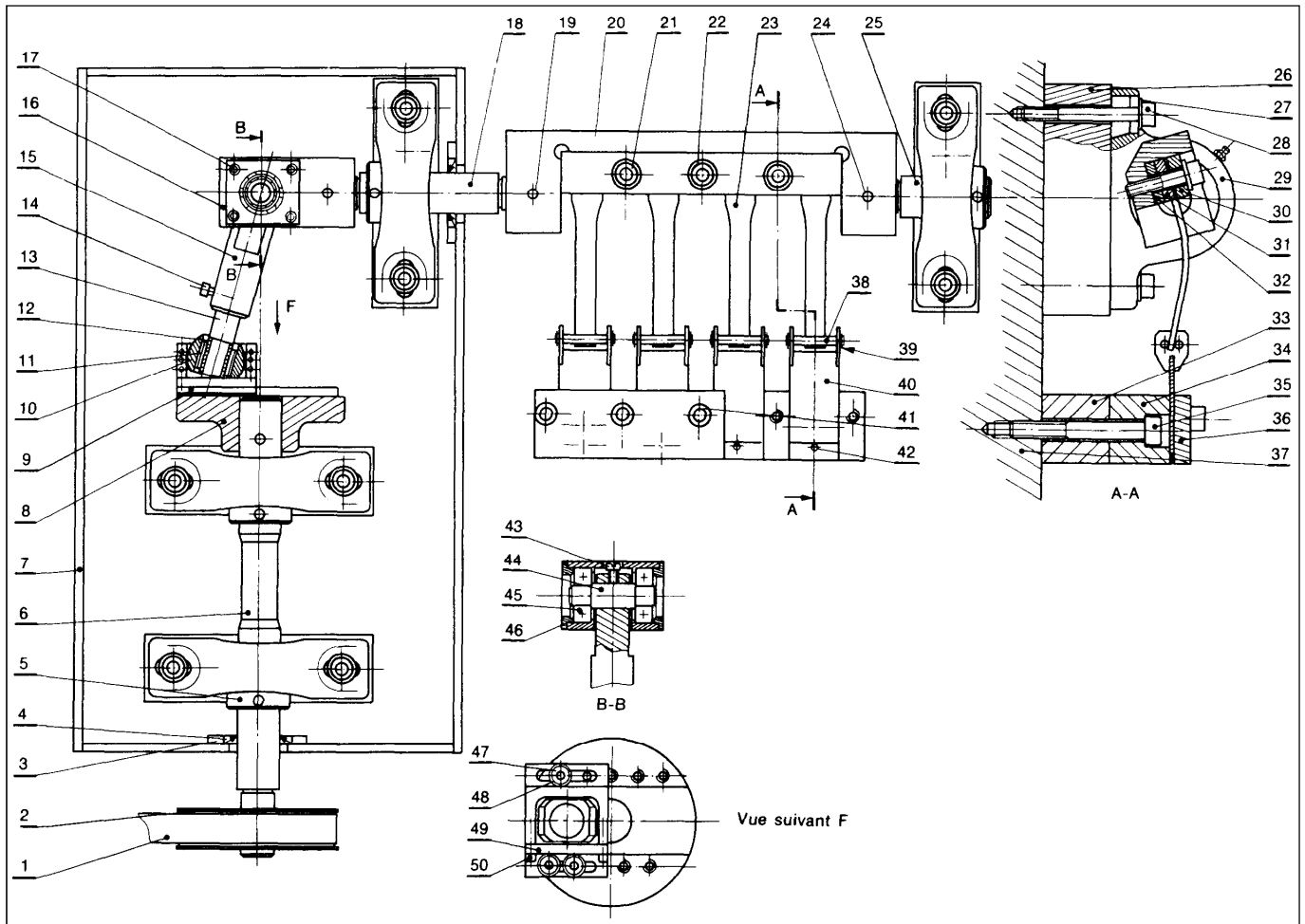
Question 15. Par la méthode de votre choix exprimer β en fonction de h_0 et e_1 .

Question 16. Établir la loi d'entrée-sortie liant l'angle α et l'angle θ et les dimensions h_0 et e_1 en traduisant l'orthogonalité des vecteurs \vec{u}_2 et \vec{y}_3 . Vous tracerez les figures planes associés aux changements de base.

Question 17. Mesurer approximativement à l'aide du plan d'ensemble (échelle ¼) les dimensions h_0 et e_1 .

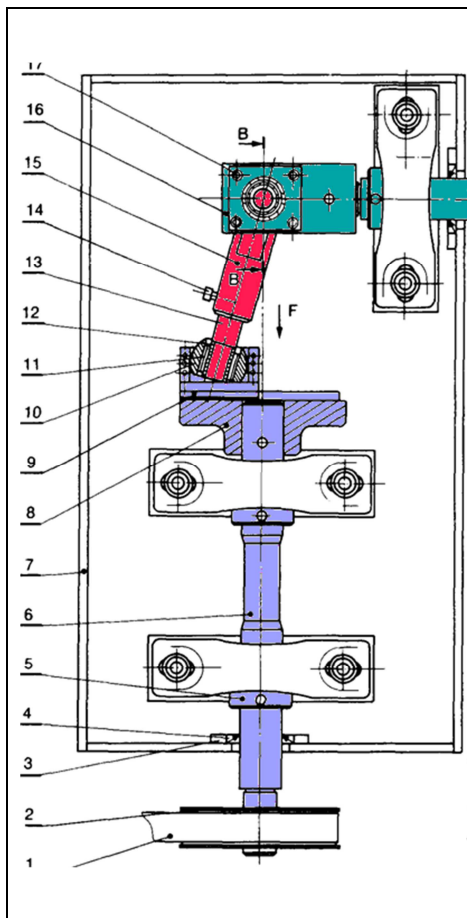
Question 18. Conclure quant à la course angulaire de la pièce 3, et au respect du cahier des charge.

Question 19. La machine décrite sur le plan d'ensemble permet de régler cet écart angulaire afin de s'adapter à différents tests en fatigue. Indiquer comment on effectue ce réglage.



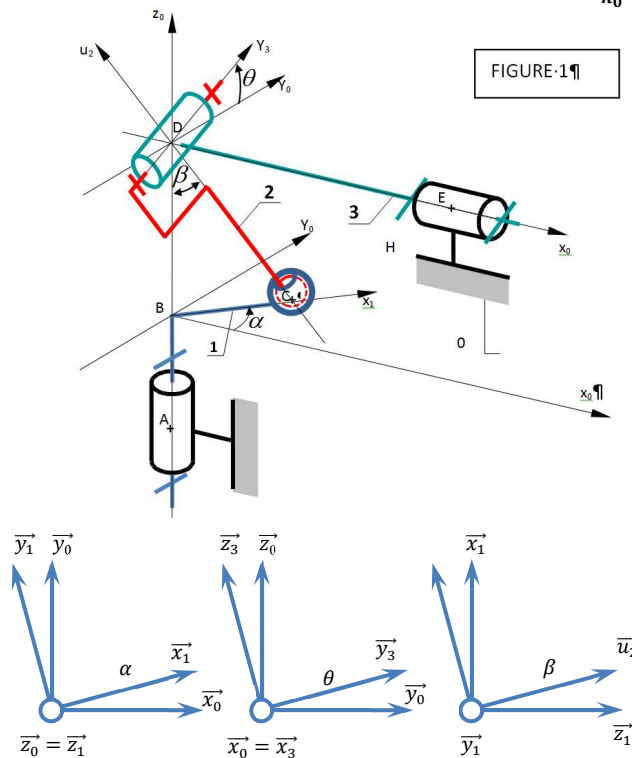
50	Vis	25	Axe
49	Couvercle coulisseau	24	Goupille
48	Rondelle	23	Éprouvette
47	Vis	22	Rondelle
46	Couvercle vissé	21	Vis
45	Roulement à billes	20	Plateau support
44	axe	19	Goupille
43	Vis de pression	18	Axe
42	Goupille	17	Vis
41	Vis	16	Alésage
40	Support d'éprouvette	15	Balancier
39	Circlips	14	Vis de pression
38	Axe de guidage	13	Axe interne
37	Bâti	12	Bague
36	Plaque de serrage	11	Roulement à aiguilles
35	Vis	10	Rotule
34	Support inférieur	9	Coulisseau
33	Support supérieur	8	Pièce de réglage
32	Sous cale	7	Carter mécanosoudé
31	Cale inférieure	6	Arbre
30	Cale supérieure	5	Palier à billes
29	Palier à billes	4	Joint à lèvres
28	Vis	3	Couvercle
27	Rondelle	2	Poulie
26	Support	1	Courroie

Question 1. Sur le dessin d'ensemble colorier les pièces correspondant aux groupes cinématiques 1, 2 et 3 de la figure 1 ainsi que le sous-ensemble 10 associé à la pièce 10.



Question 2. Par la méthode de votre choix exprimer β en fonction de h_0 et e_1 .

Le triangle BCD est rectangle en B. On a donc : $\tan \beta = \frac{e_1}{h_0}$.



Question 3. Établir la loi d'entrée-sortie liant l'angle α et l'angle θ et les dimensions h_0 et e_1 .

Il est possible d'exploiter la perpendicularité entre les vecteurs \vec{y}_3 et \vec{u}_2 : $\vec{y}_3 \cdot \vec{u}_2 = 0$.

D'une part : $\vec{y}_3 = \cos \theta \vec{y}_0 + \sin \theta \vec{z}_0$

D'autre part $\vec{u}_2 = \cos \beta \vec{z}_1 + \sin \beta \vec{x}_1 = \cos \beta \vec{z}_0 + \sin \beta (\cos \alpha \vec{x}_0 + \sin \alpha \vec{y}_0)$

On a donc :

$$\vec{y}_3 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow (\cos \theta \vec{y}_0 + \sin \theta \vec{z}_0) \cdot (\cos \beta \vec{z}_0 + \sin \beta (\cos \alpha \vec{x}_0 + \sin \alpha \vec{y}_0)) = 0 \Leftrightarrow + \cos \theta \sin \beta \sin \alpha + \cos \beta \sin \theta$$

$$\Leftrightarrow \tan \theta = - \tan \beta \sin \alpha$$

Question 4. $E_1=24\text{mm}$; $h_0=88\text{mm}$

Question 5. Pour $\sin(\alpha)$ varie entre $[-1,1]$ et $\text{Arctan}(24/88)=15,2^\circ$ donc $\Delta\theta = 30,4^\circ$: le cahier des charges est respecté

Question 6. Le réglage de e est réalisé en déplaçant la pièce 49 le long de la rainure de la pièce 8.