Modélisation des actions mécaniques dans les systèmes

Révisions 2– Modélisation du frottement

TD

Système EOS ★

Banque PT SIA – 2016

Savoirs et compétences :

Mise en situation

Objectif Déterminer les conditions de non arcboutement du guidage du système EOS.

Travail à réaliser

Question 1 *En introduisant $F_I = Y_I \overrightarrow{y} + Z_I \overrightarrow{z}$ et $F_J = Y_J \overrightarrow{y} + Z_J \overrightarrow{z}$, les glisseurs en I et J qui résultent des actions mécaniques exercées par la colonne 2 sur le bras 1, écrire les trois équations scalaires traduisant l'équilibre du bras.*

Correction

En appliquant le PFS en B, on a :

$$\left\{\begin{array}{l} Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J\dfrac{\ell}{2} - Z_J\left(e+\dfrac{d}{2}\right) + Y_I\dfrac{\ell}{2} - Z_I\left(e-\dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{array}\right.$$

Question 2 *En supposant que $F > 0$, comme précisé ci-dessus, donner les signes des composantes Y_I, Z_I, Y_J et Z_J puis écrire, en utilisant le modèle de Coulomb, les inéquations qui lient ces composantes.*

Correction

On a de plus : $\left\{\begin{array}{l} Y_I \geq 0 \text{ et } Z_I \geq 0 \\ Y_J \leq 0 \text{ et } Z_J \geq 0 \\ |Z_I| \leq f|Y_I| \text{ et } |Z_J| \leq f|Y_J| \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} Y_I \geq 0 \text{ et } Z_I \geq 0 \\ Y_J \leq 0 \text{ et } Z_J \geq 0 \\ Z_I \leq f\,Y_I \text{ et } Z_J \leq -f\,Y_J \end{array}\right.$

Question 3 *En supposant qu'on est à la limite du glissement au niveau d'un des contacts, donner la condition nécessaire entre ℓ, f et e pour qu'il n'y ait pas d'arcboutement dans la liaison.*

Correction

On considère qu'on est à la limite du glissement au point I. En conséquences,

$$\left\{\begin{array}{l} Z_I = f\,Y_I \\ Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J\dfrac{\ell}{2} - Z_J\left(e+\dfrac{d}{2}\right) + Y_I\dfrac{\ell}{2} - Z_I\left(e-\dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} Z_I = f\,Y_I \\ Y_J = -Y_I \\ Z_J = F - Z_I = F - f\,Y_I \\ Y_I\dfrac{\ell}{2} - \left(F - f\,Y_I\right)\left(e+\dfrac{d}{2}\right) + Y_I\dfrac{\ell}{2} - f\,Y_I\left(e-\dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{array}\right.$$

$$Y_I\frac{\ell}{2} - \left(F - f\,Y_I\right)\left(e+\frac{d}{2}\right) + Y_I\frac{\ell}{2} - f\,Y_I\left(e-\frac{d}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_I\left(\frac{\ell}{2} + f\left(e+\frac{d}{2}\right) + \frac{\ell}{2} - f\left(e-\frac{d}{2}\right)\right) - F\left(e+\frac{d}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_I\left(\ell + f\,d\right) - F\left(e+\frac{d}{2}\right) = 0$$

et $\Leftrightarrow F = Y_I \dfrac{\ell + f d}{e + \dfrac{d}{2}} = Y_I \dfrac{2\ell + 2 f d}{2e + d}$

De plus, au point J, on a nécessairement : $Z_J \leq -f Y_J$. En conséquences,
$F - f Y_I \leq f Y_I$

$\Leftrightarrow F - f Y_I \leq f Y_I \Leftrightarrow F \leq 2 f Y_I \Leftrightarrow F \leq 2 f Y_I \Leftrightarrow Y_I \dfrac{2\ell + 2 f d}{2e + d} \leq 2 f Y_I \Leftrightarrow \dfrac{2\ell + 2 f d}{2e + d} \leq 2 f \Leftrightarrow 2\ell + 2 f d \leq 4 f e + 2 f d$
$\Leftrightarrow \ell \leq 2 f e \Leftrightarrow \dfrac{\ell}{2e} \leq f$

Correction

On considère qu'on est à la limite du glissement au point J. En conséquences,

$$\begin{cases} Z_J = -f Y_J \\ Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J \dfrac{\ell}{2} - Z_J \left(e + \dfrac{d}{2}\right) + Y_I \dfrac{\ell}{2} - Z_I \left(e - \dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} Z_J = -f Y_J \\ Y_I = -Y_J \\ Z_I = -Z_J + F = f Y_J + F \\ -Y_J \dfrac{\ell}{2} + f Y_J \left(e + \dfrac{d}{2}\right) - Y_J \dfrac{\ell}{2} - \left(f Y_J + F\right)\left(e - \dfrac{d}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

Et donc $Y_J \left(-\ell + f\left(e + \dfrac{d}{2}\right) - f\left(e - \dfrac{d}{2}\right)\right) - F\left(e - \dfrac{d}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow Y_J\left(-\ell + f d\right) - F\left(e - \dfrac{d}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow Y_J\left(-\ell + f d\right) = F\left(e - \dfrac{d}{2}\right) \Leftrightarrow F = Y_J \dfrac{-\ell + f d}{e - \dfrac{d}{2}}$

Par ailleurs, on a : $Z_I \leq f Y_I \Leftrightarrow f Y_J + F \leq -f Y_J$

$\Leftrightarrow 2 f Y_J + F \leq 0 \Leftrightarrow 2 f Y_J + Y_J \dfrac{-\ell + f d}{e - \dfrac{d}{2}} \leq 0 \Leftrightarrow 2 f + \dfrac{-\ell + f d}{e - \dfrac{d}{2}} \geq 0 \; (Y_J < 0) \Leftrightarrow \dfrac{2 f e - f d - \ell + f d}{e - \dfrac{d}{2}} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2 f e - \ell}{e - \dfrac{d}{2}} \geq 0$.

???

- Si $e - \dfrac{d}{2} > 0 : 2 f e - \ell \geq 0$ et $f \geq \dfrac{\ell}{2e}$.
- Si $e - \dfrac{d}{2} < 0 : 2 f e - \ell \leq 0$ et $f \leq \dfrac{\ell}{2e}$.

Conclusion vis-à-vis de l'objectif

Question 4 *Vérifier que la condition de non arcboutement est satisfaite sur le système EOS pour lequel les grandeurs caractéristiques fournies ci-dessous ?*

Correction Pour ne pas arcbouter, il faut donc vérifier la relation $\dfrac{\ell}{2e} > f$: $\dfrac{20}{2 \times 20} > f$ et donc $0,5 > 0,2$. La condition de glissement est donc vérifiée.