Application 1

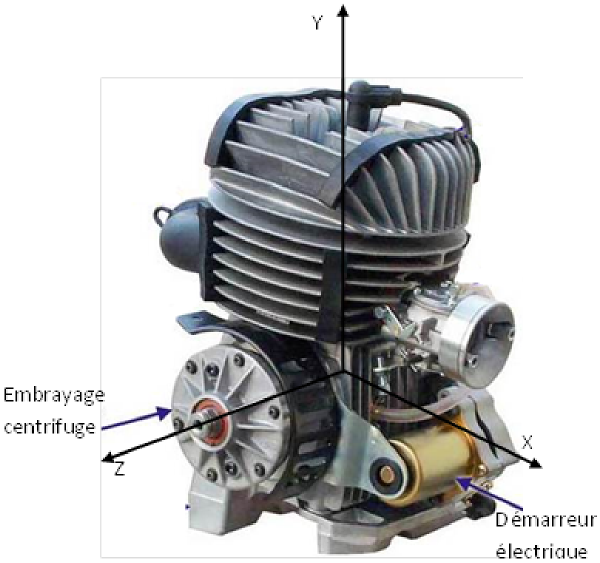
Application – Régulateur centrifuge

C. Gamelon & P. Dubois

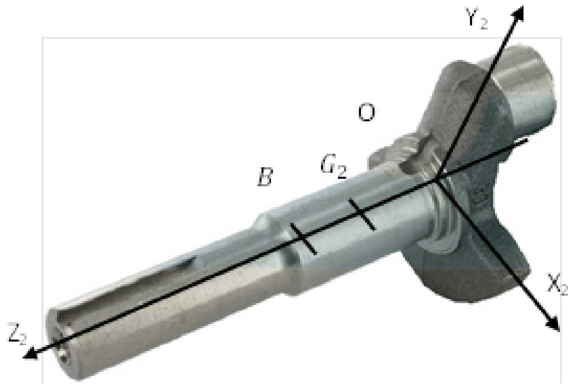
Savoirs et compétences :

- ❒ *Mod2.C13 : centre d'inertie*
- ❒ *Mod2.C14 : opérateur d'inertie*
- ❒ *Mod2.C15 : matrice d'inertie*

Au démarrage, le kart est bridé au sol. Le démarreur électrique exerce un couple de $C_m = 1\,\text{N m}$ sur le vilebrequin et lorsque la vitesse de rotation atteint 1200 tr/min, la combustion du mélange air essence commence et le moteur thermique démarre. Dans cette phase de démarrage l'embrayage est ouvert et ne transmet pas de mouvement. Le vilebrequin est guidé en rotation par rapport au carter moteur. Ce guidage est modélisé par une liaison rotule en O et linéaire annulaire en B d'axe $\left(O, \overrightarrow{z}\right)$. $\overrightarrow{OB} = a\,\overrightarrow{z}$.



Le vilebrequin est de masse m_2 et de centre de gravité G_2 avec $\overrightarrow{OG_2} = l_2\,\overrightarrow{z}$. On a : $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & -D \\ 0 & -D & C \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$.



Question 1 *Faire un graphe de liaison correspondant à la situation de démarrage.*

Question 2 *Déterminer le temps de démarrage du moteur (équation du mouvement) et les actions dans le guidage en rotation.*

Nouvelle situation de démarrage : le kart de masse m_1 et centre inertie G_1 n'est plus bridé et peut de déplacer horizontalement. $\overrightarrow{O_0G_1} = \lambda\,\overrightarrow{x} + h\,\overrightarrow{y}$ et $\overrightarrow{OG_1} = b\,\overrightarrow{y}$.

Question 3 *Faire un graphe de liaison correspondant à la nouvelle situation de démarrage.*

Question 4 *Déterminer les déplacements du kart au démarrage.*

Question 5 *Identifier les modifications des résultats si* $\overrightarrow{OG_2} = l_2\,\overrightarrow{z} + e\,\overrightarrow{y_2}$.

Application 1 – Corrigé

Application – Régulateur centrifuge

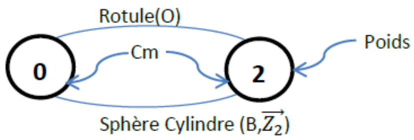
C. Gamelon & P. Dubois

Savoirs et compétences :

- *Mod2.C13 : centre d'inertie*
- *Mod2.C14 : opérateur d'inertie*
- *Mod2.C15 : matrice d'inertie*

Eléments de corrigé:

Question 1:



$$\begin{Bmatrix} X_o.\overrightarrow{X_2}+Y_0.\overrightarrow{Y_2}+Z_0.\overrightarrow{Z_2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O ; \begin{Bmatrix} X_B.\overrightarrow{X_2}+Y_B.\overrightarrow{Y_2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} X_B.\overrightarrow{X_2}+Y_B.\overrightarrow{Y_2} \\ a\left(X_B.\overrightarrow{Y_2}-Y_B.\overrightarrow{X_2}\right) \end{Bmatrix}_O$$

Question 2 :

On isole 2: BAME: Torseurs de 0 → 2 et Cm: $\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m.\vec{Z} \end{Bmatrix}_0$; poids: $\begin{Bmatrix} m_2.g\,\vec{Y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} m_2.g\,\vec{Y} \\ m_2.g.l_2.\vec{X} \end{Bmatrix}_0$

Calcul du torseur cinétique:

$$\{C(2/R)\} = \begin{Bmatrix} m_2\overrightarrow{VG \in 2/0} \\ \overrightarrow{\sigma(G_2,2/0)} \end{Bmatrix}_G ; \overrightarrow{VG \in 2/0} = \vec{0}; \overrightarrow{\sigma(G_2;2/0)} = I(G_2,2)\overrightarrow{\Omega(2/0)} = -D.\dot{\theta}_2.\overrightarrow{Y_2} + C\dot{\theta}_2.\vec{Z}$$

Calcul du torseur dynamique:

$$\{D(2/R)\} = \begin{Bmatrix} m_2\overrightarrow{\Gamma G \in 2/0} \\ \overrightarrow{\delta(G_2,2/0)} \end{Bmatrix}_G ; \overrightarrow{\Gamma G \in 2/0} = \vec{0}; \overrightarrow{\delta(G_2;2/0)} = -D.\ddot{\theta}_2.\overrightarrow{Y_2} + D\dot{\theta}_2^2.\overrightarrow{X_2} + C\ddot{\theta}_2.\vec{Z}$$

PFS en O dans la base 2:

$$Sur\ \overrightarrow{X_2} : X_O + X_B = 0$$

$$Sur\ \overrightarrow{Y_2} : Y_O + Y_B = 0$$

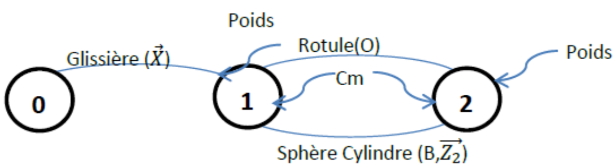
$$Sur\ \vec{Z} : Z_0 = 0$$

$$Sur\ \overrightarrow{X_2} : -a.Y_B + m_2.g.l_2.\cos(\theta_2) = D\dot{\theta}_2^2$$

$$Sur\ \overrightarrow{Y_2} : a.X_B - m_2.g.l_2.\sin(\theta_2) = -D.\ddot{\theta}_2$$

$$Sur\ \vec{Z} : C_m = C\ddot{\theta}_2$$

Question 3:



Question 4:

On isole {1+2} BAME: $\begin{Bmatrix} Y_{01}.\vec{Y} + Z_{01}.\vec{Z} \\ L_{01}.\vec{X} + M_{01}\vec{Y} + N_{01}.\vec{Z} \end{Bmatrix}_O$

$$\{C(1+2/R)\} = \{C(1/R)\} + \{C(2/R)\}$$

$$\{C(1/R)\} = \begin{Bmatrix} m_1.\overrightarrow{V(G \in 1/0)} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} m_1.\dot{\lambda}.\vec{X} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_0$$

$$\{C(2/R)\} = \begin{Bmatrix} m_2\overrightarrow{\mathrm{V}G \in 2/0} \\ \overrightarrow{\sigma(G_2, 2/0)} \end{Bmatrix}_G ; \overrightarrow{\mathrm{V}G \in 2/0} = \dot{\lambda}.\vec{X};$$

$$\overrightarrow{\sigma(G_2; 2/0)} = I(0,2)\overrightarrow{\Omega(2/0)} = -D.\dot{\theta}_2.\vec{Y_2} + C\dot{\theta}_2.\vec{Z}$$

Torseur dynamique:

$$\{D(1+2/R)\} = \{D(1/R)\} + \{D(2/R)\}$$

$$\{D(2/R)\} = \begin{Bmatrix} m_2\overrightarrow{\Gamma G \in 2/0} \\ \overrightarrow{\delta(G_2, 2/0)} \end{Bmatrix}_G ; \overrightarrow{\Gamma\mathrm{G} \in 2/0} = \ddot{\lambda}.\vec{X};$$

$$\overrightarrow{\delta(G_2; 2/0)} = -D.\ddot{\theta}_2.\vec{Y_2} + D\dot{\theta}_2^2.\vec{X_2} + C\ddot{\theta}_2.\vec{Z}$$

$$\overrightarrow{\delta(O; 2/0)} = \overrightarrow{\delta(G_2; 2/0)} + \overrightarrow{OG_2} \wedge m_2.\overrightarrow{\Gamma(G_2 \in 2/0)}$$

$$\overrightarrow{\delta(O; 2/0)} == -D.\ddot{\theta}_2.\vec{Y_2} + D\dot{\theta}_2^2.\vec{X_2} + C\ddot{\theta}_2.\vec{Z} + l_2.\vec{Z} \wedge m_2.\ddot{\lambda}.\vec{X}$$

$$\overrightarrow{\delta(O; 2/0)} == -D.\ddot{\theta}_2.\vec{Y_2} + D\dot{\theta}_2^2.\vec{X_2} + C\ddot{\theta}_2.\vec{Z} + l_2.m_2.\ddot{\lambda}.\vec{Y}$$

PFS à {1+2}:

$$Sur\ \vec{X_0} : 0 = (m_1 + m_2).\ddot{\lambda}$$

$$Sur\ \vec{Y_0} : Y_{01} = m_1 g + m_2 g$$

$$Sur\ \vec{Z} : Z_0 = 0$$

$$Sur\ \vec{X_0} : L_{01} = D\dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2) + D.\ddot{\theta}_2 \sin(\theta_2)$$

$$Sur\ \vec{Y_0} : M_{01} = D\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) - D.\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2) + m_2.l_2.\ddot{\lambda}$$

$$Sur\ \vec{Z} : N_{01} = 0$$

Question 5:

Idem question 4 mais ajouter tous les termes complémentaires.