Chapitre 1 – Introduction à la dynamique du solide indéformable

Sciences
Industrielles de
l'Ingénieur

Activation 1



Activation – Système de dépose de composants électroniques

Émilien Durif - E3A PSI 2011

Savoirs et compétences :

Res1.C2: principe fondamental de la dynamique;

1

Res1.C1.SF1: proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement.

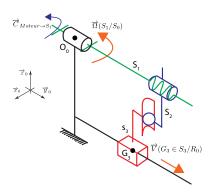
Présentation du système

Le système étudié permet de déposer automatiquement des composants électroniques sur un circuit. On s'intéresse ici à la modélisation d'un seul axe (selon la direction notée $\overrightarrow{y_0}$). actionné par un moteur électrique et utilisant un mécanisme de transformation de mouvement.

Hypothèses:

- le référentiel associé au repère $R_0 = (O_0; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ est supposé galiléen;
- les solides seront supposés indéformables;
- on notera J_1 le moment d'inertie du solide 1 selon l'axe $(O_0, \overrightarrow{y_0})$: $J_1 = I_{(O_0, \overrightarrow{y_0})}(S_1)$;
- on note M_3 et G_3 respectivement la masse et le centre d'inertie du solide S_3 ;
- la masse du solide 2 est négligée;
- la position de G_3 est définie par $\overrightarrow{O_0G_3} = x \overrightarrow{x_0} + y \overrightarrow{y_0} + z \overrightarrow{z_0}$
- les liaisons sont supposées parfaites (sans jeu ni frottement).

Le système est modélisé par le schéma cinématique ci-dessous :



On note:

Xavier Pessoles

- *S*₀ : poutre transversale considérée comme fixe par rapport au bâti;
- S_1 : vis à billes (hélice à droite) de pas $p = 20 \,\mathrm{mm}$;
- S_2 : écrou de la vis à billes;
- S_3 : chariot supportant la tête de dépose (masse M_3).

On donne les caractéristiques du moteur entraı̂nant l'axe et la vis S_1 :

• moment d'inertie du moteur suivant l'axe $\overrightarrow{y_0}$: $I_m = 1,610^{-4} \text{kg m}^2$;

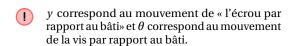
• moment d'inertie de la vis à billes suivant l'axe $\overrightarrow{y_0}$: $I_0 = 2.110^{-4} \text{kg m}^2$.

 $I_v = 2,110^{-4} \text{kg m}^2$. On prendre $J = J_1 + I_v + I_m$ le moment d'inertie de l'ensemble moteur, vis, rotor selon l'axe $\overrightarrow{y_0}$.

De plus
$$\overrightarrow{\Omega}(S_1/R_0) = \dot{\theta}(t) \cdot \overrightarrow{y_0}$$

Objectif L'objectif de cette étude est de relier les grandeurs liées à l'actionneur du système (moteur) :

- couple transmis à $S_1 : \overrightarrow{C}_{\text{Moteur} \to S_1}$;
- vitesse de rotation de $S_1: \overrightarrow{\Omega}(S_1/R_0) \cdot \overrightarrow{y}_0 = \dot{\theta}$. à celles liée à l'effecteur (tête de dépose S_3):
 - masse: M_3 ;
 - cinématique de S_3 : $\overrightarrow{\Gamma(G_3 \in S_3/R_0)} \cdot \overrightarrow{y}_0 = \ddot{y}$.



Question 1 Réaliser le graphe de structure associé au mécanisme.

Question 2 Proposer une stratégie pour répondre à l'objectif.

Question 3 Déterminer la relation entre l'effort de poussée dans la liaison linéaire annulaire et l'accélération du chariot.

Question 4 Déterminer la relation entre le couple moteur et le couple transmis dans la liaison hélicoïdale.

Question 5 Donner la relation entre le couple transmis par la liaison hélicoïdale et l'effort axial.

Question 6 Déterminer la relation entre l'effort axial dans la liaison hélicoïdale et l'effort de poussée dans la liaison sphère – cylindre.

Question 7 *Quel doit être le couple moteur pour déplacer le chariot* S_3 ?

Le cahier des charges impose les performances dynamiques suivantes :

• l'accélération minimale de l'axe transversal est de $21~{\rm m\,s^{-2}}$;



- la vitesse minimale pour respecter la cadence souhaitée est de $7\,\mathrm{m\,s^{-1}}$;
- la course de l'axe est de 2 m.

La loi de commande est une loi en trapèze de vitesse.

Question 8 Donner les caractéristiques dynamiques que doit respecter le moteur.

Question 9 *Quel est le temps nécessaire pour parcourir la course de la machine? Commenter.*

Question 10 *Quel est le couple que doit fournir le moteur pour déplacer le chariot dans le « pire des cas » ?*

Activation 1 – Corrigé



Activation – Système de dépose de composants électroniques

Émilien Durif - E3A PSI 2011

Savoirs et compétences :

- Res1.C2: principe fondamental de la dynamique;
- Res1.C1.SF1 : proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement.

Présentation du système

Objectif L'objectif de cette étude est de relier les grandeurs liées à l'actionneur du système (moteur) :

- couple transmis à $S_1 : \overrightarrow{C}_{\text{Moteur} \to S_1}$;
- vitesse de rotation de $S_1: \overrightarrow{\Omega}(S_1/R_0) \cdot \overrightarrow{y}_0 = \dot{\theta}$.

à celles liée à l'effecteur (tête de dépose S_3):

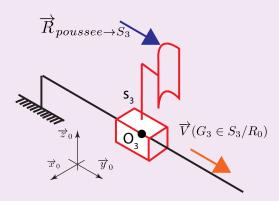
- masse: M_3 ;
- cinématique de S_3 : $\overrightarrow{\Gamma(G_3 \in S_3/R_0)} \cdot \overrightarrow{y}_0 = \ddot{y}$.
- $\underline{\hspace{0.5cm}}$ y correspond au mouvement de « l'écrou par rapport au bâti» et θ correspond au mouvement de la vis par rapport au bâti.

Question 1 Réaliser le graphe de structure associé au mécanisme.

Question 2 Proposer une stratégie pour répondre à l'objectif.

Question 3 Déterminer la relation entre l'effort de poussée dans la liaison linéaire annulaire et l'accélération du chariot.

Correction On connaît la masse M_3 de la tête de dépose et on cherche l'effort $(\overrightarrow{R}_{poussée \to S_3})$ de poussée que doit fournir l'actionneur pour obtenir l'accélération souhaitée.



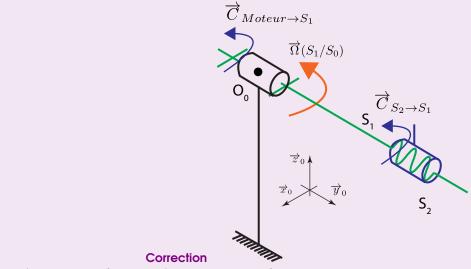
On utilise le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\overrightarrow{y_0}$. On obtient : $M_3\Gamma(G_3 \in 3/R_0) \cdot \overrightarrow{y_0} = \sum \overrightarrow{R}_{\text{ext} \to S_3} \cdot \overrightarrow{y_0}$.

Au final $M_3 \cdot \ddot{y} = Y_{23}$.

Application numérique : détermination de $R_{\text{poussée} \to S_3}$ pour obtenir une accélération de $4 \,\text{m/s}^2$: $R_{\text{poussée} \to S_3} = 20 \times 4 = 80 \,\text{N}$.

Question 4 Déterminer la relation entre le couple moteur et le couple transmis dans la liaison hélicoïdale.





Détermination des caractéristiques maximales :

On se place de la cas le plus limite (Couple maximal, accélération angulaire constante pour atteindre la fréquence de rotation maximale en $t_a = 0.2$ s) Déterminer le couple résistant maximal que le moteur peut équilibrer dynamiquement ($C_{S_2 \to S_1}$):

En appliquant un théorème du moment dynamique à S_1 selon $(O_0, \overrightarrow{y_0})$: $(I_m + I_v) \cdot \ddot{\theta} = C_{\max} + C_{S_2 \to S_1}$. On obtient alors : $C_{S_2 \to S_1} = (I_m + I_v) \cdot \ddot{\theta}_{\max} - C_{\max} = (I_m + I_v) \cdot \frac{N_m \times 2 \cdot \pi}{60 \cdot I_a} - C_{\max} = -20 \, \text{Nm}$.

Question 5 Donner la relation entre le couple transmis par la liaison hélicoïdale et l'effort axial.

Correction On a:
$$M_{12} = Y_{12} \frac{\text{pas}}{2\pi}$$
.

Question 6 Déterminer la relation entre l'effort axial dans la liaison hélicoïdale et l'effort de poussée dans la liaison sphère – cylindre.

Correction On isole S_2 , soumis aux actions mécaniques de S_3 et S_1 . La masse de S_2 est négligée. On applique le TRD suivant $\vec{y_0}$ et on a :

$$Y_{32} + Y_{12} = 0 \iff Y_{23} = Y_{12}$$

Question 7 Quel doit être le couple moteur pour déplacer le chariot S_3 ?

- $\begin{array}{c|c} \hline \textbf{Correction} & \text{On a:} \\ \bullet & M_{12} = Y_{12} \frac{\text{pas}}{2\pi} \Longleftrightarrow M_{21} = -Y_{12} \frac{\text{pas}}{2\pi} \,; \\ \end{array}$

 - $Y_{23} = Y_{12}$; $^{2\pi}$ $(I_m + I_v) \cdot \ddot{\theta} = C_{\max} + M_{21}$; $M_3 \cdot \ddot{y} = Y_{23}$.

On a donc $C_{\text{max}} = (I_m + I_v) \cdot \ddot{\theta} + M_3 \ddot{y} \frac{\text{pas}}{2\pi}$

Le cahier des charges impose les performances dynamiques suivantes :

- l'accélération minimale de l'axe transversal est de 21 m s⁻²;
- la vitesse minimale pour respecter la cadence souhaitée est de 7 m s⁻¹;
- la course de l'axe est de 2 m.

La loi de commande est une loi en trapèze de vitesse.

Question 8 Donner les caractéristiques dynamiques que doit respecter le moteur.

Correction Avec un pas de 20 mm,
$$\dot{\theta} = \dot{y} \frac{2\pi}{\text{pas}}$$
 et $\ddot{\theta} = \ddot{y} \frac{2\pi}{\text{pas}}$.
AN: $\dot{\theta} = 7 \cdot 2\pi/2010^3 = 2200 \,\text{rad} \,\text{s}^{-1} = 230 \,\text{tr} \,\text{min}^{-1}$ et $\ddot{\theta} = 21 \cdot 2\pi/2010^3 = 6600 \,\text{rad} \,\text{s}^{-2}$.

Question 9 Quel est le temps nécessaire pour parcourir la course de la machine? Commenter.



• Temps d'accélération pour atteindre la vitesse maximale : $V_m = a_m T_a \Leftrightarrow T_a = \frac{V_m}{a_m} = 0,33 \, \text{s}.$ Correction

• Distance parcourue : $\frac{1}{2}T_aV_m=1,17\,\mathrm{m}$. En conséquence, la course de la machine ne permet pas d'atteindre la vitesse maximale. Temps pour parcourir 1 m : $\frac{1}{2}a_mT_a^2=1 \Rightarrow T_a=\frac{2}{21}=0,309\,\mathrm{s}$. Temps pour parcourir la course : 0,62 m.

Quel est le couple que doit fournir le moteur pour déplacer le chariot dans le « pire des cas »? Question 10

Correction

5