Modéliser le comportement des systèmes mécaniques dans le but d'établir une loi de comportement ou de déterminer des actions mécaniques en utilisant le PFD

Chapitre 3 - Application du Principe Fondamental de la Dynamique

Sciences
Industrielles de

l'Ingénieur

Activation 01



Assistance pour le maniement de charges dans l'indus-

Concours Centrale Supelec TSI 2017

Savoirs et compétences :

- ☐ *Mod2.C17.SF1* : déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide
- Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique

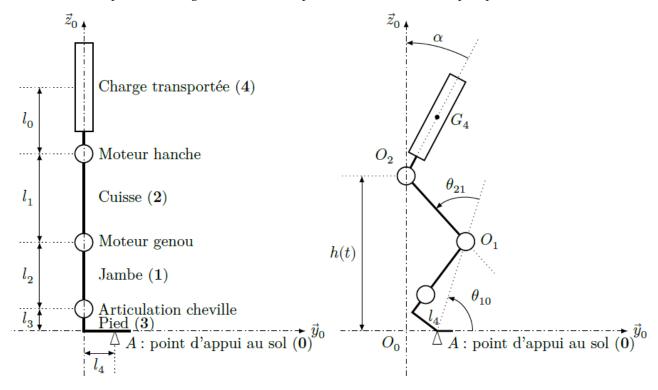
Mise en situation - Assurer le mouvement vertical

Objectif Proposer un modèle de connaissance des éléments réalisant l'exigence fonctionnelle « assurer le mouvement vertical » puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

Élaboration du modèle dynamique

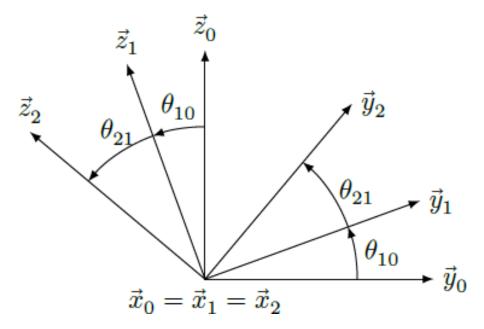
Objectif Dimensionner le moteur situé au niveau d'un genou permettant à l'exosquelette de soulever une masse de 60 kg de la position accroupie à la position debout.

Ces calculs visent à déterminer l'équation dynamique qui permet d'obtenir le couple moteur (minimal) en fonction des caractéristiques géométriques et massique de la charge à soulever ainsi que des conditions d'utilisation. Le modèle d'étude est celui représenté à la figure suivante correspondant au modèle d'étude plan position fléchie.



1





Hypothèses:

- L'étude est modélisable dans le plan.
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites.
- Les inerties des pièces sont négligées sauf la masse de la charge à soulever.
- L'angle α entre la charge transportée et la verticale $\overrightarrow{z_0}$ reste constant.
- G_4 , centre de gravité de la charge transportée (4), reste en permanence à la verticale du point A d'appui au sol.

Données:

- $\overrightarrow{O_1G_4} = \lambda(t)\overrightarrow{z_0} L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}$;
- Accélération de la pesanteur $g = 9.81 \,\mathrm{m \, s^{-2}}$;
- Longueur de la cuisse $l_1 = 43.1 \,\mathrm{cm}$.
- Longueur de la jambe $l_2 = 43.3 \,\mathrm{cm}$.
- Longueur de l'articulation de la cheville à la plante arrière du pied $l_3 = 6.9$ cm.
- Longueur de la plante arrière du pied au point d'appui sur le sol $l_4 = 13$ cm.
- Longueur $\overrightarrow{O_0O_1} = L\overrightarrow{y_1}$ avec L = 51.8 cm. Rapport de réduction : $r = \frac{1}{120}$.

On note E={cuisse(2)+charge transportée(4)}.

Question 1 Donner qualitativement le mouvement de E par rapport à 0. Tracer le graphe de structure du système.

Correction Étant donné que l'on souhaite que l'angle α reste constant pendant la levée d'une charge, le mouvement de *E* sera donc un mouvement de translation rectiligne.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0}$ en fonction de m_4 , $\dot{h}(t)$, L et $\cos \theta_{10}$.

Correction *E* étant en translation, on a $\overrightarrow{\sigma(G_4, E/0)} = \overrightarrow{0}$. On a alors $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} = \overrightarrow{\sigma(G_4, E/0)} + \overrightarrow{O_1G_4} \wedge \overrightarrow{R_c(E/0)}$. Par ailleurs, $\overline{R_c(E/0)} = m_4 \overline{V(G_4 \in E/0)} = m_4 \dot{h}(t) \overrightarrow{z_0}$. On a donc: $\overrightarrow{\sigma(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(\left(\lambda(t) \overrightarrow{z_0} - L \cos \theta_{10} \overrightarrow{y_0} \right) \wedge m_4 \dot{h}(t) \overrightarrow{z_0} \right) \cdot \overrightarrow{x_0} = -L m_4 \cos \theta_{10} \dot{h}(t).$

Question 3 Déduire $\overrightarrow{\delta}(O_1, E/O) \cdot \overrightarrow{x_0}$ en fonction de m_4 , $\ddot{h}(t)$, L et $\cos \theta_{10}$.

Correction Méthode 1 – Calcul de $\overline{\delta(G_4, E/0)}$ et déplacement On a $\overrightarrow{\delta(G_4, E/0)} = \frac{d\overrightarrow{\sigma(G_4, E/0)}}{dt} = \overrightarrow{0}$. En conséquences, $\overrightarrow{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = \left(\left(\lambda(t)\overrightarrow{z_0} - L\cos\theta_{10}\overrightarrow{y_0}\right) \wedge m_4\ddot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right)$. $\overrightarrow{x_0} = -Lm_4 \cos \theta_{10} \ddot{h}(t)$.

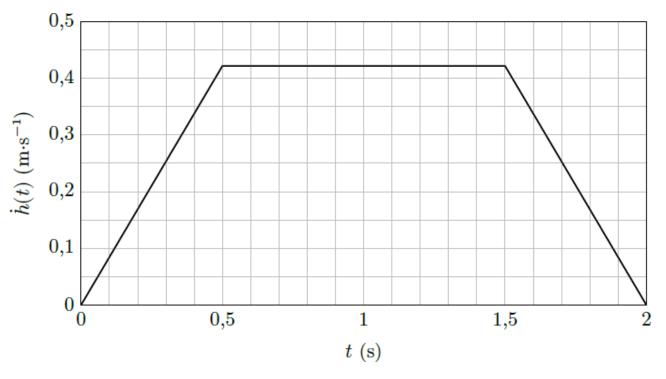


Méthode 2 – Calcul de
$$\overline{\delta(O_1, E/0)}$$
 On a aussi $\overline{\delta(O_1, E/0)} = \left(\frac{d\overline{\sigma(O_1, E/0)}}{dt}\right) + m_4 \overline{V(O_1/0)} \wedge \overline{V(G_4 \in E/0)}$.

Par suite on a $\left(\overline{V(O_1 \in E/0)} \wedge \overline{V(G_4 \in E/0)}\right) \overrightarrow{x_0} = \left(\left(L\overrightarrow{y_1} \wedge \dot{\theta}_{10}\overrightarrow{x_0}\right) \wedge \dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right) \overrightarrow{x_0} = \left(-L\dot{\theta}_{10}\overrightarrow{z_1} \wedge \dot{h}(t)\overrightarrow{z_0}\right) \overrightarrow{x_0} = -L\dot{\theta}_{10}\dot{h}(t)\cos\theta_{10}$.

Enfin, $\overline{\delta(O_1, E/0)} \cdot \overrightarrow{x_0} = -Lm_4\cos\theta_{10}\ddot{h}(t) + Lm_4\dot{\theta}_{10}\sin\theta_{10}\dot{h}(t) - m_4L\dot{\theta}_{10}\dot{h}(t)\cos\theta_{10}$. :(Chercher l'erreur....

La loi d'évolution de la vitesse de la hanche est donnée à la figure suivante.



Question 4 Déterminer l'expression littérale du couple C_r exercé par l'arbre de sortie du réducteur sur le genou imposé par la loi d'évolution de la hanche et calculer numériquement ce couple pour une valeur de θ_{10} égale à 54,5° correspondant à la valeur maximale du couple.

Correction

Question 5 Calculer le couple C_m au niveau de l'arbre moteur du genou en prenant un facteur de perte $\eta = 0,75$ (estimé à l'aide du modèle multiphysique).

Correction

Question 6 Expliquer en moins de 5 lignes comment estimer un rendement à partir d'un modèle multiphysique.

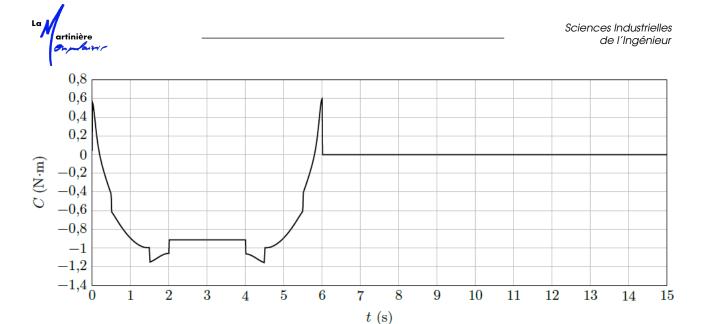
Correction

Validation du dimensionnement du moteur

Objectif Vérifier que le moteur choisi convient pour une utilisation intensive comprenant 4 cycles par minute de descente suivie d'une montée.

Le cycle suivant obtenu à l'aide du modèle multiphysique de représente l'évolution du couple moteur, et ce en tenant compte du moment d'inertie du rotor, sur un cycle de période $T=15\,\mathrm{s}$. Quatre phases sont définies sur cette période :

- phase 1 pour $0 \le t < 2$ s, valeur efficace du couple moteur $C_1 = 0.838$ Nm;
- phase 2 pour $2 \le t < 4$ s, couple moteur constant $C_2 = -0.912$ Nm;
- phase 3 pour $4 \le t < 6$ s, valeur efficace du couple moteur $C_3 = 0.838$ Nm;
- phase 4 pour $6 \le t < 15$ s, couple moteur nul.



Question 7 Préciser à quels mouvements correspondent les 4 phases de ce cycle.

Correction

Le couple efficace est également appelé couple thermiquement équivalent, il est défini par : $C_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} c(t)^2 dt}$.

Question 8 Calculer la valeur efficace du couple moteur du genou pour ce cycle périodique de 15 s.

Le couple moteur varie entre $-1.156\,\mathrm{Nm}$ et $0.596\,\mathrm{Nm}$. Les caractéristiques du moteur choisi sont :

- vitesse à vide de 3120 trmin⁻¹ pour une alimentation nominale en amont de l'onduleur de 36 V;
- couple permanent admissible de 0.560 Nm;
- pente de la courbe de la vitesse en fonction du couple de 423 trmin⁻¹N⁻¹m⁻¹.

De plus une étude cinématique précédente a montré que le moteur permettant d'actionner le moteur doit pouvoir atteindre une vitesse de $2200 \, \mathrm{tr} \, \mathrm{min}^{-1}$.

Correction

Question 9 Conclure quant au choix de ce moteur au regard de la valeur maximale de la vitesse angulaire calculée lors d'une étude précédente et du couple efficace calculé à la question précédente.

