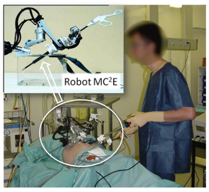
Application 01



Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Concours Commun Mines Ponts 2016

Savoirs et compétences :

- *Mod2.C18.SF1 : Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide.*
- *Res1.C1.SF1 : Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement.*

Mise en situation

Objectif Modéliser l'équation de mouvement et la caractériser en fonction des actions mécaniques extérieures, du couple moteur et des grandeurs cinétiques appropriées.

Équation de mouvement

Hypothèses

- La compensation de la pesanteur est parfaitement réalisée. On ne tiendra pas compte des actions mécaniques dues à la pesanteur par la suite.
- Les axes de rotation du MC²E sont asservis en position. En conséquence, les repères liés aux solides **(1)**, **(2)** et **(3)** seront supposés fixes par rapport au repère lié au bâti **(0)** dont le repère associé est supposé galiléen.
- L'instrument chirurgical est vertical.
- Toutes les courroies sont inextensibles et il n'y a pas de glissement entre les galets et les courroies.
- Tous les galets G_i ont même rayon noté $\mathcal{R}_g$ et roulent sans glisser sur la pince **(4)** au niveau des points I_1 à I_6.
- La poulie réceptrice est liée à un pignon. Ce pignon entraîne un deuxième pignon de même rayon primitif pour assurer la transmission de puissance. Il n'y a pas de glissement en leur point de contact.

Remarque : Dans la suite, toutes les vitesses sont définies par rapport au bâti **(0)**.

Modélisation simplifiée du problème

- La vitesse de rotation du rotor moteur M4 par rapport à son stator fixe (lié au bâti **(0)**) est notée $\omega_m(t)\overrightarrow{x_0}$ où $\omega_m(t) = \dfrac{\mathrm{d}\theta_m(t)}{\mathrm{d}t}$ (vitesse de rotation avant réduction).
- La poulie motrice a un rayon R_i et tourne à la vitesse $\omega_i(t)$ (vitesse de rotation après réduction).
- La poulie réceptrice a un rayon R_e et tourne à la vitesse $\omega_e(t)$.
- Les deux pignons en contact ont même rayon primitif, supposé égal à R_e.
- Le couple du stator sur le rotor moteur M4 est noté $\overrightarrow{C_m} = C_m\overrightarrow{x_0}$.
- L'action mécanique qu'exerce le ressort sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté $\{\mathcal{T}(\text{ressort} \rightarrow 4)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R(\text{ressort} \rightarrow 4)} = -kz(t)\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{O_4}$ où O_4 est le point de contact entre la pince **(4)** et le ressort, k la raideur du ressort et $z(t)$ la variation de position de l'extrémité de **(4)** autour de la position d'équilibre.
- On note $\overrightarrow{V(O_4 \in 4/0)} = v(t)\overrightarrow{z_0} = \dfrac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{z_0}$.
- Les masses des courroies sont négligées.

Données

- I_m, moment d'inertie de l'arbre moteur par rapport à son axe de rotation.
- I_r, moment d'inertie du réducteur par rapport à son axe de rotation de sortie.
- I_i, moment d'inertie de la poulie, de rayon R_i, par rapport à son axe de rotation.
- I_e, moment d'inertie de la poulie, de rayon R_e, par rapport à son axe de rotation.
- I_p, moment d'inertie de chaque pignon, de rayon R_e, par rapport à son axe de rotation.
- I_g, moment d'inertie de chaque galet G_i, de rayon R_g, par rapport à son axe de rotation.
- m_4, masse de la pince **(4)**.
- $r = \dfrac{\omega_i(t)}{\omega_m(t)}$, rapport de réduction constant du motoréducteur.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante : $J\dfrac{\mathrm{d}^2\theta_m(t)}{\mathrm{d}t^2} = C_m(t) - C_e(t)$ avec :

- J, inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur ;
- $C_e(t)$, couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

Travail demandé

Question 1 *Déterminer la relation entre $v(t)$ et $\omega_m(t)$. Sous hypothèse de conditions initiales nulles, en déduire la relation entre $z(t)$ et $\theta_m(t)$.*

Correction

On a $\omega_i(t) = r\omega_m(t)$. De plus $\dfrac{\omega_e(t)}{\omega_i(t)} = \dfrac{R_i}{R_e} \Longleftrightarrow \omega_e(t) = \dfrac{R_i}{R_e}\omega_i(t)$ et donc : $\omega_e(t) = \dfrac{R_i}{R_e} r\omega_m(t)$.

Enfin, $v(t) = R_g\omega_e(t) = R_g r\dfrac{R_i}{R_e}\omega_m(t)$. Les conditions initiales étant nulles, $v(t)=R_g r \dfrac{R_i}{R_e}\theta_m(t)$.

Question 2 *Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement par rapport à (0). Définir l'inertie équivalente J ramenée sur l'axe du moteur M4 en fonction, notamment, des moments d'inertie, de m_4 et des données géométriques.*

Correction

Question 3 *Effectuer un bilan des puissances extérieures et intérieures à ce même ensemble. Préciser l'expression analytique de chaque puissance.*

Correction

Question 4 *Par l'application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble en mouvement par rapport à **(0)**, déterminer l'expression du terme $C_e(t)$ en fonction des données du problème et de $\theta_m(t)$.*

Correction