

Activation



Activation – Système de dépose de composants électroniques

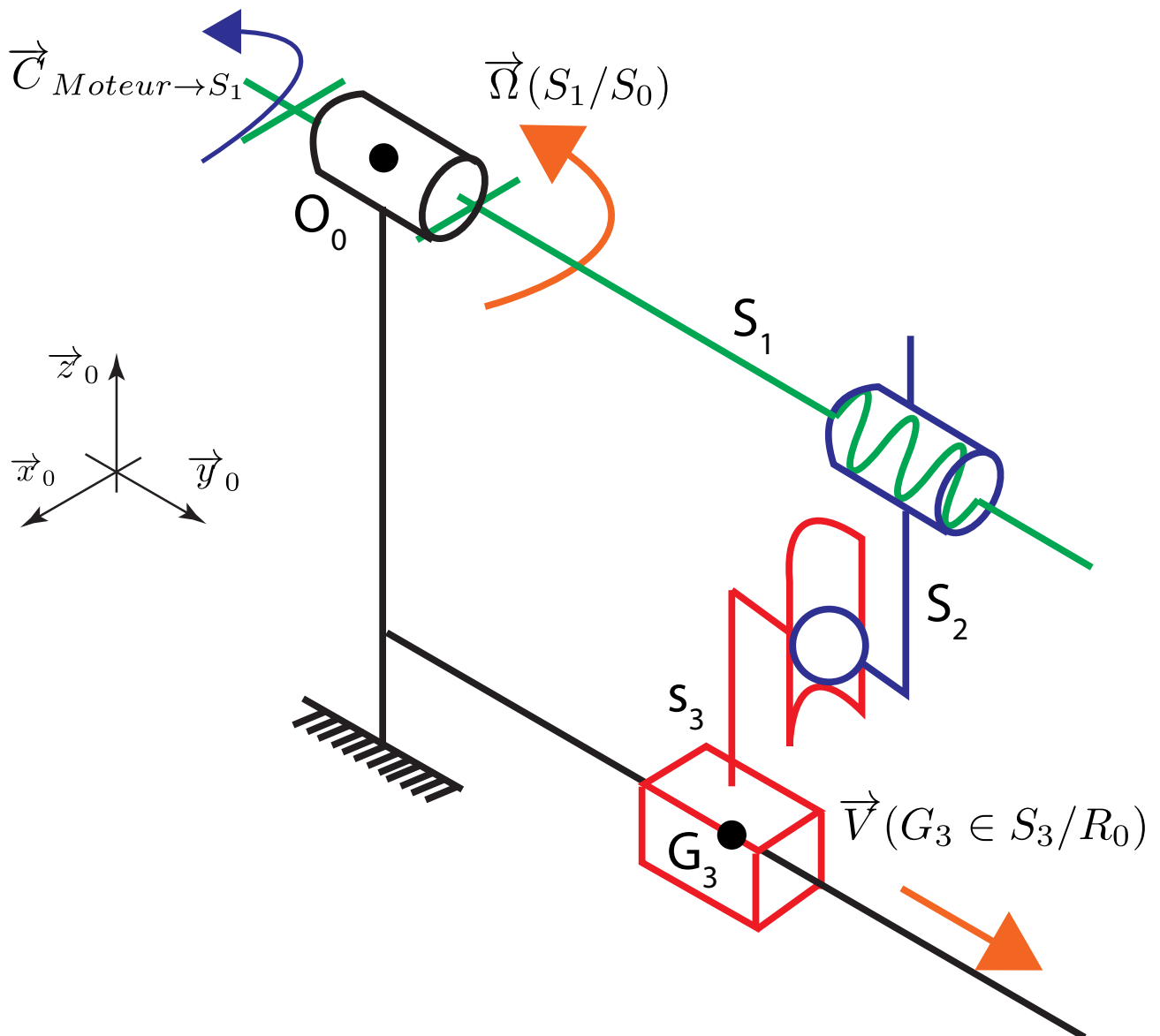
Émilien Durif – E3A PSI 2011

Savoirs et compétences :

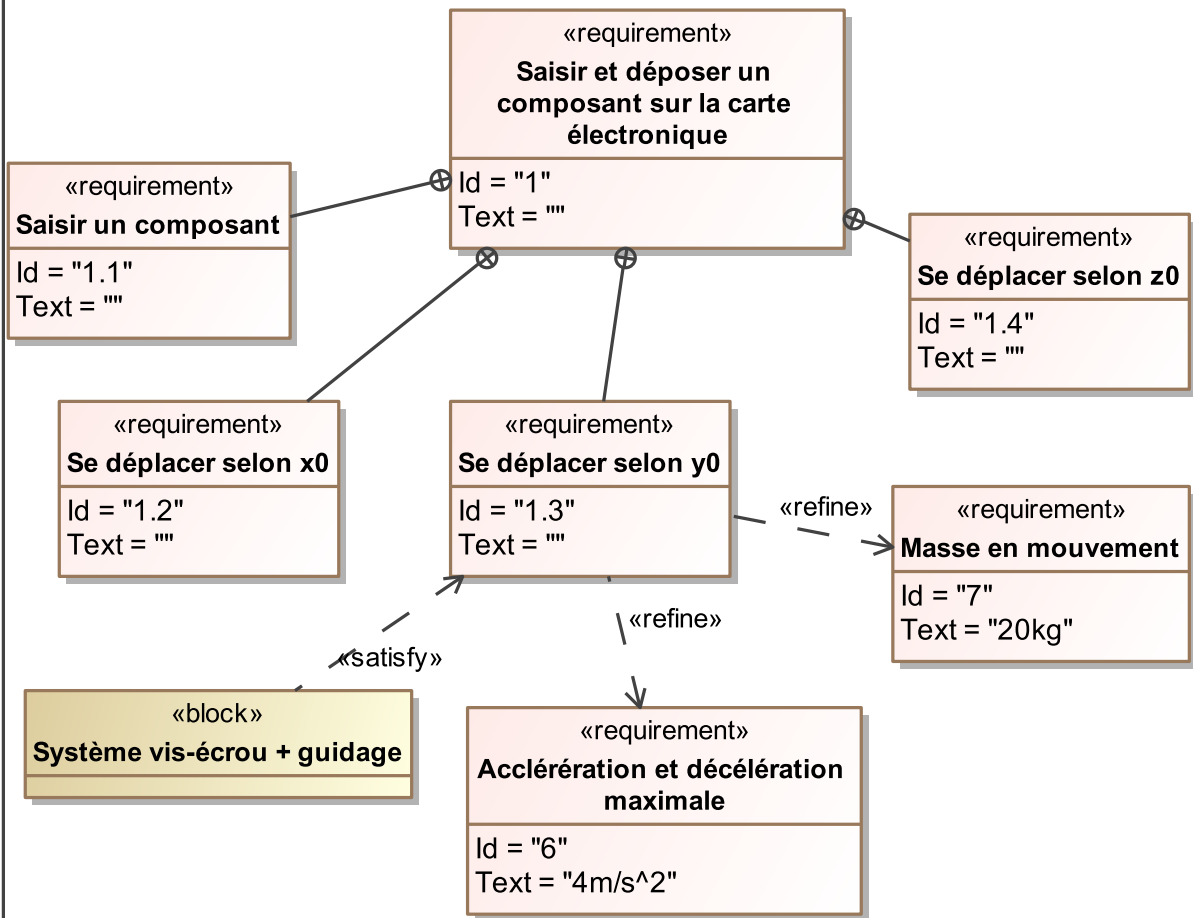
Le système étudié permet de déposer automatiquement des composants électroniques sur un circuit. On s'intéresse ici à la modélisation d'un seul axe (selon la direction notée \vec{y}_0) actionné par un moteur électrique et utilisant un mécanisme de transformation de mouvement « vis-écrou ».

Hypothèses :

- le référentiel associé au repère $R_0 = (O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est supposé galiléen;
- les solides seront supposés indéformables;
- on notera J_1 le moment d'inertie du solide 1 (composé d'une vis à billes et de l'arbre moteur) selon l'axe (O_0, \vec{y}_0) :
 $J_1 = I_{(O_0, \vec{y}_0)}(S_1)$;
- on note M_3 et G_3 respectivement la masse et le centre d'inertie du solide S_3 ;
- la position de G_3 est définie par $\vec{O_0G_3} = y \cdot \vec{y}_0 + z \cdot \vec{z}_0$;
- les liaisons sont supposées parfaites (sans jeu ni frottement) sauf la glissière entre S_0 et S_3 (Coefficient de frottement noté μ) et la pivot entre S_0 et S_1 (couple résistant noté C_r);
- seul l'action de pesanteur sur S_3 sera supposée non négligeable.



req [Modèle] Système de dépose de composants électroniques [Exigence du Système]



- S_0 : poutre transversale considérée comme fixe par rapport au bâti.
- S_1 : vis à billes (hélice à droite) et arbre moteur.
- S_2 : écrou de la vis à billes (inertie négligeable).
- S_3 : chariot supportant la tête de dépose (masse M_3).

Données numériques associées au système :

- Coefficient de frottement dans la liaison glissière (rail + patin à billes) : $\mu = 0,1$.
- Pas de la vis à billes : $p = 20$ mm.
- Diamètre de la vis à billes : $D = 25$ mm.
- Moment d'inertie de la vis à billes suivant l'axe \vec{y}_0 : $I_v = 2,15 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$.
- Couple résistant sur la vis due à son guidage (paliers + joints) : $C_r = 3$ Nm.
- l , longueur libre de la vis – entre deux paliers – (mm) : 1000 mm.
- Caractéristiques du moteur d'axe (puissance, vitesse maxi, inertie) :
 - couple maximal, $C_{\max} = 21,2$ Nm;
 - fréquence de rotation maximale, $N_m = 6000$ tr/min;
 - moment d'inertie du rotor du moteur suivant l'axe \vec{y}_0 , $I_m = 1,6 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$.

Objectif L'objectif de cette étude est de relier les grandeurs liées à l'actionneur du système (moteur) :

- couple moteur transmis à S_1 : $\vec{C}_{\text{Moteur} \rightarrow S_1} \cdot \vec{y}_0 = C_m(t)$;
- vitesse de rotation de S_1 : $\vec{\Omega}(S_1/R_0) \cdot \vec{y}_0 = \dot{\theta}(t)$.

à celles liées à l'effecteur (tête de dépose S_3) :

- masse : M_3 ;
- cinématique de S_3 : $\vec{a}(G_3/R_0) \cdot \vec{y}_0 = \ddot{y}(t)$.

On considère l'ensemble $E = \{S_1 + S_2 + S_3\}$.

Question 1 Construire le graphe des liaisons modélisant le système entier.

Correction

Question 2 Déterminer l'expression de $\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_g)$ en fonction de puissances extérieures élémentaires (on ne développera pas les calculs explicitement pour l'instant).

Correction

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_g) = \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(\text{Moteur} \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) + \mathcal{P}(\text{poids} \rightarrow S_3/R_0)$$

Question 3 Calculer $\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_0)$ en fonction des données du problème.

Correction On a :

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_g) = \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(\text{Moteur} \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) + \mathcal{P}(\text{poids} \rightarrow S_3/R_0)$$

$$\bullet \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_1/R_0) = \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_1/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} X_{01} \cdot \vec{x}_0 + Y_{01} \cdot \vec{y}_0 + Z_{01} \cdot \vec{z}_0 \\ L_{01} \cdot \vec{x}_0 \pm C_r \cdot \vec{y}_0 + N_{01} \cdot \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{O_0} \otimes \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}(t) \cdot \vec{y}_0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_{O_0} = \pm C_r \cdot \dot{\theta}(t).$$

Le signe de la composante suivant \vec{y}_0 dépendra du sens du mouvement de S_1/S_0 .

$$\bullet \mathcal{P}(\text{Moteur} \rightarrow S_1/R_0) = \{\mathcal{T}(\text{Moteur} \rightarrow S_1)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_1/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{-} \otimes \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}(t) \cdot \vec{y}_0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_{O_0} = C_m \cdot \dot{\theta}(t).$$

$$\bullet \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) = \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) = \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_3)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_3/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} X_{03} \cdot \vec{x}_0 \pm Y_{03} \cdot \vec{y}_0 + Z_{03} \cdot \vec{z}_0 \\ L_{03} \cdot \vec{x}_0 + M_{03} \cdot \vec{y}_0 + N_{03} \cdot \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{-} \otimes \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \dot{y}(t) \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{-} = \pm Y_{03} \cdot \dot{y}(t).$$

$$\bullet \mathcal{P}(\text{Poids} \rightarrow S_3/R_0) : \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) = \{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow S_3)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_3/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ -M_3 \cdot \vec{g} \cdot \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{G_3} \otimes \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \dot{y}(t) \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{G_3} = 0.$$

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_0) = (C_m \pm C_r) \cdot \dot{\theta}(t) \pm Y_{03} \cdot \dot{y}(t)$$

Question 4 Calculer l'ensemble des puissances des actions mutuelles dans les liaisons pour l'ensemble $E : \mathcal{P}_{\text{int}}(E)$.

Correction

• D'après le graphe des liaisons :

$$\mathcal{P}_{\text{int}}(E) = \mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) + \mathcal{P}(S_2 \leftrightarrow S_3)$$

• Calcul de $\mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2)$:

$$\mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = \{\mathcal{T}(S_1 \rightarrow S_2)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \begin{matrix} O_0 \\ X_{12} \cdot \vec{x}_0 + Y_{12} \cdot \vec{y}_0 + Z_{12} \cdot \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{L_{12} \vec{x}_0 + M_{12} \vec{y}_0 + N_{12} \vec{z}_0} \otimes \left\{ \begin{matrix} O_0 \\ q_{21} \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{v_{12} \cdot \vec{y}_0} = Y_{12} \cdot v_{12} + q_{21} \cdot M_{12}$$

Or,

$$\begin{cases} M_{12} = -\frac{p}{2\pi} Y_{12} \\ v_{12} = \frac{p}{2\pi} q_{21} \end{cases}$$

D'où :

$$\mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = Y_{12} \cdot v_{12} + q_{21} \cdot M_{12} = \frac{p}{2\pi} [Y_{12} \cdot q_{21} - q_{21} \cdot Y_{12}] = 0$$

• Calcul de $\mathcal{P}(S_2 \leftrightarrow S_3)$:

$$\mathcal{P}(S_2 \leftrightarrow S_3) = \{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_3)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_3/S_2)\} = \left\{ \begin{matrix} A \\ X_{23} \vec{x}_0 + Y_{23} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{\vec{0}} \otimes \left\{ \begin{matrix} A \\ p_{32} \vec{x}_0 + q_{32} \vec{y}_0 + r_{32} \vec{z}_0 \\ w_{32} \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{w_{32} \vec{z}_0} = 0$$

- On en déduit donc :

$$\mathcal{P}_{\text{int}}(E) = 0$$

Question 5 Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble E dans son mouvement par rapport à R_0

Correction • Énergie cinétique de l'ensemble dans son mouvement par rapport à R_0 :

$$E_c(E/R_0) = E_c(1/R_0) + E_c(2/R_0) + E_c(3/R_0)$$

- Énergie cinétique de 1 dans son mouvement par rapport à R_0 :

$$E_c(1/R_0) \{\sigma(1/R_0)\} \otimes \{\mathcal{V}(1/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{*} \\ \bar{I}_{O_0}(S_1) \cdot \dot{\theta}(t) \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_0} \otimes \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}(t) \vec{y}_0 \\ \vec{0} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_0} = \frac{1}{2} [\dot{\theta}^2 \bar{I}_{O_0}(S_1) \cdot \vec{y}_0 \cdot \vec{y}_0] = \frac{1}{2} J_1 \cdot \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} (I_m + I_v) \cdot \dot{\theta}^2$$

- Énergie cinétique de 2 dans son mouvement par rapport à R_0 :

$$E_c(2/R_0) = \frac{1}{2} \{\sigma(2/R_0)\} \otimes \{\mathcal{V}(2/R_0)\} = 0$$

car l'inertie de 2 est négligeable.

- Énergie cinétique de 3 dans son mouvement par rapport à R_0 :

$$E_c(3/R_0) = \frac{1}{2} \{\sigma(3/R_0)\} \otimes \{\mathcal{V}(3/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} - \\ M_3 \cdot \dot{y}(t) \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{\vec{0}} \otimes \left\{ \begin{matrix} - \\ \vec{0} \\ \dot{y}(t) \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{\dot{y}(t) \vec{y}_0} = \frac{1}{2} M_3 \cdot \dot{y}^2(t)$$

- L'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble E :

$$E_c(E/R_0) = \frac{1}{2} [(I_m + I_v) \cdot \dot{\theta}^2(t) + M_3 \cdot \dot{y}^2(t)]$$

Question 6 Déterminer la mobilité du système.

Correction Ici la mobilité vaut 1.

Question 7 Déterminer une relation entre les paramètres cinématiques du problème.

Correction Par une fermeture cinématique on pourrait montrer :

$$\dot{y}(t) = -\frac{p}{2\pi} \dot{\theta}(t).$$

Question 8 Déterminer l'inertie équivalente de E ramenée à la rotation autour de l'axe (O_0, \vec{y}_0) et du paramètre $\dot{\theta}(t)$.

Correction

$$E_c(E/R_0) = \frac{1}{2} [(I_m + I_v) \cdot \dot{\theta}^2(t) + M_3 \cdot \dot{y}^2(t)] = \frac{1}{2} \left[(I_m + I_v) + M_3 \cdot \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 \right] \cdot \dot{\theta}^2(t)$$

d'où,

$$J_{eq}(E) = (I_m + I_v) + M_3 \cdot \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2$$

Question 9 Déterminer la masse équivalente de E ramené à la translation selon la direction \vec{y}_0 et du paramètre $\dot{y}(t)$.

Correction

$$E_c(E/R_0) = \frac{1}{2} [(I_m + I_v) \cdot \dot{\theta}^2(t) + M_3 \cdot \dot{y}^2(t)] = \frac{1}{2} \left[(I_m + I_v) \cdot \left(\frac{2\pi}{p}\right)^2 + M_3 \right] \cdot \dot{y}^2(t)$$

d'où,

$$M_{eq}(E) = (I_m + I_v) \cdot \left(\frac{2\pi}{p}\right)^2 + M_3$$

Question 10 Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble E.

Correction En combinant les résultats des différentes questions précédentes, on obtient :

$$M_{eq} \cdot \dot{y}(t) \cdot \ddot{y}(t) = (C_m \pm C_r) \cdot \dot{\theta}(t) \pm Y_{03} \cdot \dot{y}(t) + 0$$

On peut postuler un sens de déplacement : $\dot{y}(t) > 0$, ainsi $\dot{\theta} = -\frac{2\pi}{p} \dot{y}(t) < 0$, $C_r > 0$, $Y_{03} < 0$:

$$M_{eq} \cdot \dot{y}(t) \cdot \ddot{y}(t) = \left[-(C_m + C_r) \cdot \frac{2\pi}{p} + Y_{03} \right] \cdot \dot{y}(t)$$

Question 11 Déterminer des équations supplémentaires issues des théorèmes généraux pour déterminer l'équation de mouvement du système permettant de relier C_m à $y(t)$.

Correction Il faut éliminer le paramètre Y_{03} . Pour cela on peut écrire le théorème de la résultante dynamique appliqué à S_3 en projection selon \vec{z}_0 :

$$Z_{03} - M_3 \cdot g = 0$$

Or la loi de Coulomb donne (avec $Z_{03} > 0$ et $Y_{03} < 0$) :

$$Y_{03} = -\mu \cdot Z_{03} = -\mu \cdot M_3 \cdot g$$

Ainsi l'équation de mouvement obtenue est (en éliminant $\dot{y}(t) \neq 0$) :

$$M_{eq} \cdot \ddot{y}(t) = -(C_m + C_r) \cdot \frac{2\pi}{p} - \mu \cdot M_3 \cdot g$$

Question 12 Déterminer le couple moteur à fournir dans le cas le plus défavorable (accélération maximale).

Correction

$$C_m = -\frac{p}{2\pi} [M_{eq} \ddot{y}_{max} + M_3 \cdot g \cdot \mu] - C_r = -\frac{p}{2\pi} M_3 (\ddot{y}_{max} + g \cdot \mu) - (I_m + I_v) \frac{2\pi}{p} \ddot{y}_{max} - C_r$$

L'application numérique donne : $C_m = -3,79 \text{ N} \cdot \text{m}$

On cherche à déterminer en régime permanent les pertes au niveaux de la liaison hélicoïdale entre S_1 et S_2 . On considère donc les actions mécaniques de frottement nulles partout ailleurs dans le système global. On introduit alors un rendement η défini en régime permanent et donc à variation d'énergie cinétique négligeable.

Question 13 En considérant le système $E_1 = \{S_1 + S_2\}$, définir le rendement.

Correction

$$\eta = \frac{\mathcal{P}(utile)}{\mathcal{P}(entre)} = \frac{\mathcal{P}(S_2 \rightarrow S_3/R_0)}{\mathcal{P}(moteur \rightarrow S_1/R_0)}$$

Question 14 On définit la puissance dissipée comme la puissance des inter-effort entre S_1 et S_2 . En appliquant un théorème de l'énergie cinétique à S_2/R_0 et S_1/R_0 en régime permanent donner l'expression des puissances dissipées dans la liaison hélicoïdale.

Correction

- Expression de $\mathcal{P}(\text{dissipée})$: $\mathcal{P}(\text{dissipée}) = -\mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = -(\mathcal{P}(S_1 \rightarrow S_2/R_0) + \mathcal{P}(S_2 \rightarrow S_1/R_0))$;
- TEC appliqué à S_2/R_0 en régime permanent : $\mathcal{P}(S_1 \rightarrow S_2/R_0) = -\mathcal{P}(S_3 \rightarrow S_2/R_0)$;
- TEC appliqué à S_1/R_0 en régime permanent : $\mathcal{P}(moteur \rightarrow S_1/R_0) = -\mathcal{P}(S_2 \rightarrow S_1/R_0)$
- en combinant ces équations on obtient $\mathcal{P}(\text{dissipée})$: $\mathcal{P}(\text{dissipée}) = -(-\mathcal{P}(S_3 \rightarrow S_2/R_0) - \mathcal{P}(moteur \rightarrow S_1/R_0))$
 $= -\mathcal{P}(S_2 \rightarrow S_3/R_0) + \mathcal{P}(moteur \rightarrow S_1/R_0) = (1 - \eta) \mathcal{P}(moteur \rightarrow S_1/R_0)$.

On donne :

- Rendement η dans la liaison hélicoïdale : $\eta = 0,8$;

Question 15 Déterminer dans ces conditions les dissipations.

Correction

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(dissipe) &= C_{max} \cdot \dot{\theta}_{max} \cdot (\eta - 1) \\ &= 21,2 \times 6000 \frac{2\pi}{60} \cdot (1 - \eta) = 2664 \text{ W} \end{aligned}$$