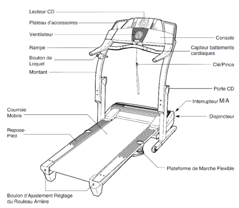
Application



Application 02

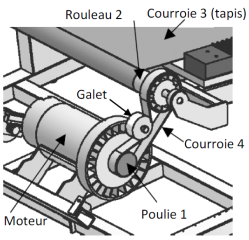
Pôle Chateaubraind – Joliot-Curie

Savoirs et compétences :

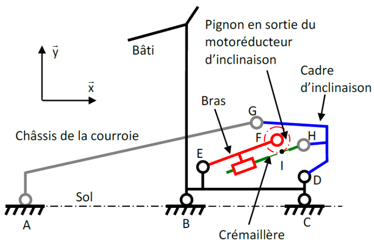
On s'intéresse à un tapis de course dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. L'utilisateur court sur une courroie mobile qui est entraînée dans le sens inverse de la course. La vitesse de déplacement de la courroie mobile est réglable pour permettre au coureur de rester sur place. Le système propose un large choix de mode de fonctionnement cependant l'étude sera limitée à l'utilisation du programme de contrôle de la fréquence cardiaque. Avec ce programme, le système ajuste automatiquement la vitesse et l'inclinaison du tapis afin d'obtenir une fréquence cardiaque préréglée.

Le programme de contrôle de la fréquence cardiaque fonctionne de la façon suivante :

- dans un premier temps, le système commence par augmenter la vitesse de déplacement de la courroie mobile via la chaîne fonctionnelle 1 pour atteindre la fréquence cardiaque préréglée ;
- si la vitesse maximale ne suffit pas, le tapis de course s'incline via la chaîne fonctionnelle 2 pour augmenter encore l'effort.



Chaine fonctionnelle 1



Chaine fonctionnelle 2

Extrait du cahier des charges :

Exigences	Critères	Niveaux
1.1. Le système doit permettre au coureur de courir avec une fréquence cardiaque prédéfinie	Vitesse de course Pente Masse utilisateur	De 0 à 19 Km/h par incrément de 0,1Km/h De 0% à 14% par incrément de 0,5% 115 Kg maxi

Hypothèses et données :

- on se place dans le cas où le tapis est réglé à l'horizontale ;
- la courroie 3, d'épaisseur négligeable, s'enroule sans glisser sur le rouleau 2. Le rayon d'enroulement de la courroie 3 sur le rouleau 2 est $R_e = 24.5\,\text{mm}$. La poulie 2 est liée au rouleau 2.
- la courroie 4, d'épaisseur négligeable, s'enroule sans glisser sur les poulies 1 et 2, ainsi que sur le galet. Les rayons primitifs de la poulie motrice 1 et de la poulie 2 sont respectivement $R_{p1} = 27\,\text{mm}$ et $R_{p2} = 44\,\text{mm}$;
- une étude préliminaire a montré que la présence d'un coureur de 115 kg entraîne un effort résistant tangentiel $T_{\text{coureur}\rightarrow 3} = 230\,\text{N}$ sur la courroie 3 ;
- l'inertie équivalente des pièces en mouvement ramenée sur l'arbre moteur est $I_{eq} = 0.1\,\text{kgm}^2$;
- le rendement global du système mécanique est $\eta = 0,9$.

Objectif Valider le choix de la motorisation de la chaîne fonctionnelle 1 vis-à-vis du cahier des charges.

Question 1 *Déterminer la vitesse de rotation du moteur ω_m en rad/s en fonction de la vitesse de déplacement V_{30} en m/s de la courroie 3. En déduire la vitesse maximale du moteur $\omega_{m\,max}$ lorsque la courroie se déplace à la vitesse maximale indiquée dans le cahier des charges.*

Question 2 *Déterminer l'expression du couple moteur C_m nécessaire pour mettre en mouvement la courroie 3 en régime permanent.*

Question 3 *Déterminer la puissance développée par le moteur lorsque le coureur de 115 kg court en régime établi à 19 km/h. Le système possède un moteur courant continu ayant les caractéristiques ci-dessous.*

Puissance nominale P_n = 1840 W Vitesse maximale Nmax 4000 tr/min	Tension nominale U_n = 130 V Constante de vitesse K_E = 0,33 V/(rad.s^{-1}) Courant nominal I_n = 17,6 A Constante de couple K_T = 0,33 N.m/A Résistance d'induit R = 1,1 Ohm

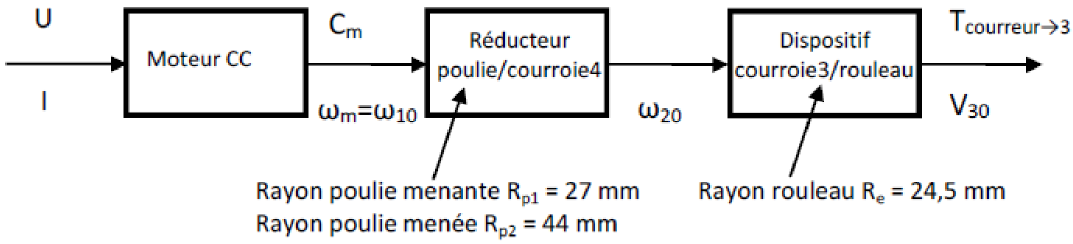
Question 4 *Conclure quant au bon dimensionnement du moteur vis-à-vis des performances attendues.*

Éléments de correction

1. $\omega_m = \dfrac{R_{p2}}{R_{p1}} \dfrac{V_{30}}{R_e}$ et $\omega_{\text{m max}} = 351\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.
2. $C_m = \dfrac{1}{\eta}\left(T_{\text{coureur}\rightarrow 3} R_e \dfrac{R_{p1}}{R_{p2}}\right)$.
3. $P(0 \rightarrow 1/0) = \dfrac{1}{0,9}\left(T R_e \dfrac{R_{p1}}{R_{p2}}\right)\omega_{\max} = 1349\,\text{W}$.
4. ...

1. Déterminer la vitesse de rotation du moteur ω_m en rad/s en fonction de la vitesse de déplacement V_{30} en m/s de la courroie 3. En déduire la vitesse maximale du moteur ω_{mmax} lorsque la courroie se déplace à la vitesse maximale indiquée dans le cahier des charges.

La chaîne d'énergie pour le déplacement du tapis peut être représentée de la façon suivante :



S'il y a roulement sans glissement de la courroie 3 sur le rouleau 2 alors $V_{30} = \omega_{20} \cdot R_e$

Le rapport de réduction au niveau du réducteur poulie/courroie 4 est $\frac{\omega_m}{\omega_{20}} = \frac{R_{p2}}{R_{p1}}$

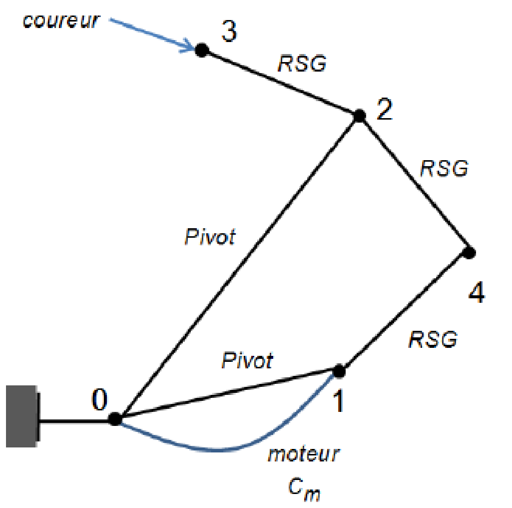
Donc $\boxed{\omega_m = \frac{R_{p2}}{R_{p1}} \cdot \frac{V_{30}}{R_e}}$

Le cahier des charges indique que la vitesse maximale de déplacement de la courroie est : $V_{30max} = \frac{19000}{3600} \, m \cdot s^{-1}$

.

Cela impose une vitesse angulaire du moteur de : $\omega_{mmax} = \frac{44}{27} \cdot \frac{19000}{24{,}5 \times 10^{-3} \cdot 3600} \Rightarrow \boxed{\omega_{mmax} = 351 \, rad \cdot s^{-1}}$

2. Déterminer l'expression du couple moteur C_m nécessaire pour mettre en mouvement la courroie 3 en régime permanent.



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble $E = 1+2+3$ dans son mouvement par rapport bâti fixe noté 0.

$$\frac{d\,E_{c\,E/0}}{dt} = P_{\bar{E}\to 0} + P_{\text{inter-effort}}$$

Calcul de l'énergie cinétique :

$E_{c\,E/bâti} = \frac{1}{2}\cdot I_{eq}\cdot \omega_m^{\,2}$ avec I_{eq} , l'inertie équivalente des pièces en mouvement ramenée sur l'arbre moteur

Puissance des actions mécaniques extérieures : $P_{\bar{E}\to E/0} = P_{0\xrightarrow{m}1/0} + P_{0\to 1/0} + P_{0\to 2/0} + P_{coureur\to 3/0}$

Avec :

$P_{0\xrightarrow{m}1/0} = C\cdot\omega_m$

$P_{coureur\to 3/0} = \{T_{coureur\to 3}\}\otimes\{V_{3/0}\} = \begin{Bmatrix} -T_{coureur\to 3}\cdot\vec{u} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \otimes \left\{\begin{matrix} \vec{0} \\ V_{30}\cdot\vec{u} \end{matrix}\ V_{3/0}\right\} = -T_{coureur\to 3}\cdot V_{30} = -T_{coureur\to 3}\cdot R_e\cdot\frac{R_{p1}}{R_{p2}}\cdot\omega_m$

$P_{0\to 1/0} \neq 0$ et $P_{0\to 2/0} \neq 0$ ces puissances dissipées par frottement dans les liaisons sont intégrés dans la notion de rendement (voir ci-dessous).

Puissance des actions mécaniques intérieures : $P_{\text{int}} = \sum P_{i\xleftrightarrow{liaisons}j}$

$P_{i\xleftrightarrow{liaisons}j} = 0$ car RSG entre les solides i et j

Ainsi : $P_{\text{int}} = 0$

Puissance dissipée dans les liaisons en régime permanent : $P_d = P_{0\to 1/0} + P_{0\to 2/0}$

En tenant compte du rendement global du système mécanique, on peut alors évaluer la puissance dissipée par échauffement dans les liaisons : $P_d = P_{entrée}\cdot(\eta - 1) = -C\cdot\omega_m\cdot(\eta-1)$

En régime permanent, on a $\omega_m = cte$, il n'y a donc pas de variation d'énergie cinétique.
On a donc, par application du théorème de l'énergie cinétique en régime permanent :

$$0 = C_m \cdot \omega_m - T_{coureur \to 3} \cdot R_e \cdot \frac{R_{p1}}{R_{p2}} \cdot \omega_m + C_m \cdot \omega_m \cdot (\eta - 1)$$

Ce qui permet d'exprimer le couple moteur en régime établi : $\boxed{C_m = \frac{1}{\eta} \cdot \left(T_{coureur \to 3} \cdot R_e \cdot \frac{R_{p1}}{R_{p2}} \right)}$

3. Déterminer la puissance développée par le moteur lorsque le coureur de 115 kg court en régime établi à 19 km/h.

En régime établie à 19 km/h, on a : $P_{0 \xrightarrow{m} 1/0} = C \cdot \omega_{max}$

Soit : $P_{0 \xrightarrow{m} 1/0} = \frac{1}{0,9} \cdot \left(T \cdot R_e \cdot \frac{R_{p1}}{R_{p2}} \right) \cdot \omega_{max} = \boxed{1349\,W}$

4. Conclure quant au bon dimensionnement du moteur vis-à-vis des performances attendues.

$P_{moteur} = 1350\,W < 1840\,W$

$\omega_{mmax} = 351\,rad \cdot s^{-1} < 4000\,tr \cdot min^{-1} = 420\,rad \cdot s^{-1}$

D'après la documentation du constructeur, le moteur est capable de fournir la puissance et la vitesse nécessaire pour cette phase de fonctionnement.