CYCLE 6

ÉQUILIBRAGE DES SOLIDES EN ROTATION

PSI – PSI ★

ÉQUILIBRAGE D'UNE ROUE

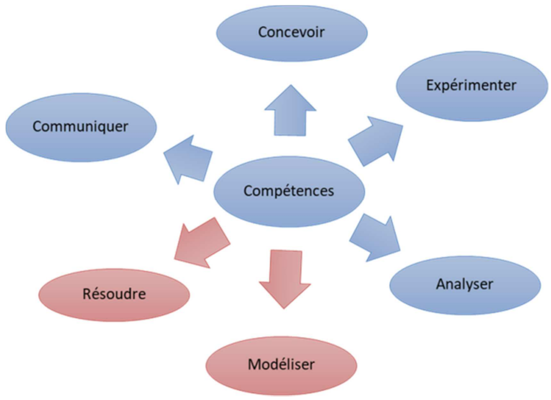
BANC D'ÉQUILIBRAGE

1 OBJECTIFS

1.1 Objectif technique

Objectif :
L'objectif de ce TP est de déterminer les conditions d'équilibrage d'une roue de voiture et de mettre en œuvre cet équilibrage sur SolidWorks.

1.2 Contexte pédagogique



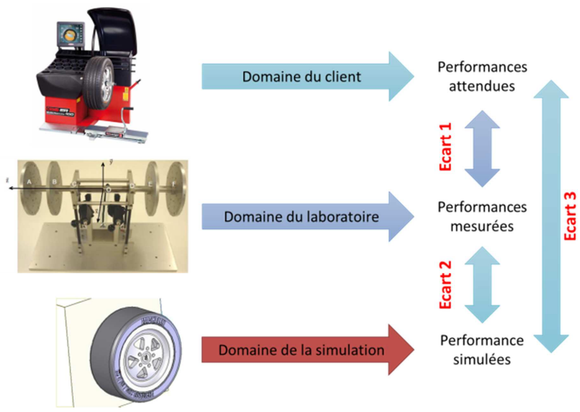
Modéliser :

- Mod3 – Valider un modèle

Résoudre :

- Rés3 – Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique

1.3 Évaluation des écarts



L'objectif de ce TP est d'équilibre une roue de voiture.

2 MISE EN SITUATION

Lors de la rotation d'un solide autour d'un axe, des quantités dynamiques peuvent produire des effets non négligeables. Elles sollicitent les paliers (liaison pivot) de manière cyclique : cela entraîne donc des **vibrations** et une **usure accélérée** des pièces. Le problème est d'autant plus sensible pour les pièces de **forte inertie** (arbre de centrale électrique, de moteur de navire, etc.) où à **vitesse de rotation élevée** (roue de voiture, arbre de réacteur d'avion, etc.)

La résolution du problème de l'équilibrage consiste donc à ramener le centre de gravité du solide sur l'axe de rotation (c'est l'**équilibrage statique**) et à annuler les produits d'inertie concernés (c'est l'**équilibrage dynamique**) en fixant des masselottes ou en retirant de la matière à des endroits judicieusement choisis.

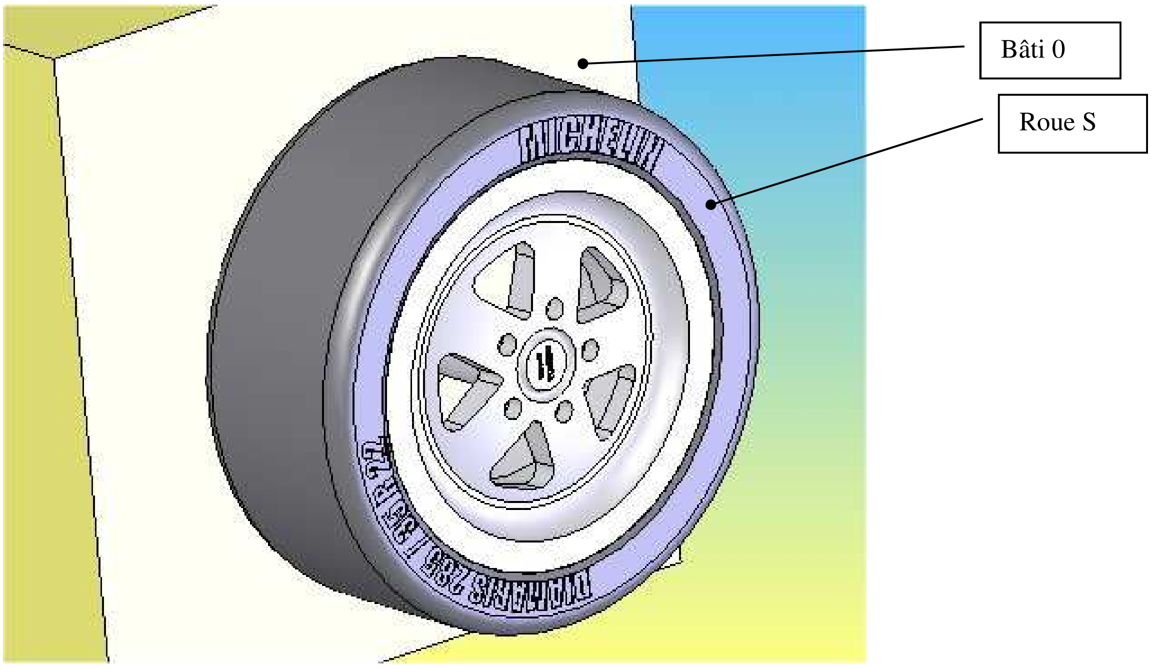
On s'intéresse ici à l'équilibrage d'une roue de voiture.

Objectifs

À partir d'un modèle numérique, on analyse les actions mécaniques cycliques dans la liaison pivot avec le bâti afin de déterminer les corrections à apporter à la géométrie de masses.

Après avoir ajouté des masses (supposées ponctuelles, appelées masselottes) sur les bords extérieurs de la jante, on vérifiera que la roue est correctement équilibrée.

3 MODÉLISATION



Hypothèses :

- On suppose le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ associé au bâti est galiléen.
- La roue S est en liaison pivot d'axe $(0, \vec{z})$ avec le bâti 0. On note $(O, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ est lié à S de sorte que $\vec{z} = \vec{z_1}$ et $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{y}, \vec{y}_1)$.
- On considère le mouvement de la roue en régime permanent : $\ddot{\theta} = \text{cst}$.

Propriété d'inertie du solide S :

- Masse du solide $m = 27{,}5\ \text{kg}$;
- Centre de gravité G tel que $\overrightarrow{OG} = a\vec{x_1} + b\vec{y_1} + c\vec{z_1}$ avec $c > 0$;
- Matrice d'inertie en $O. I(O, S) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{(\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})}$.

Équations issues de l'application du PFD à la roue S dans la base fixe $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

On note $\{\tau_{O \to S}\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$ le torseur d'inter-efforts dans la liaison pivot de ***0*** sur ***S***.

Théorème de la résultante dynamique			Théorème du moment dynamique		
$/\vec{x}$	$X = m\dot{\theta}^2(-a\cos\theta + b\sin\theta)$	(1)	$/\vec{x}$	$L = \dot{\theta}^2(D\cos\theta + E\sin\theta)$	(4)
$/\vec{y}$	$Y = -m\dot{\theta}^2(b\cos\theta + a\sin\theta)$	(2)	$/\vec{y}$	$M = \dot{\theta}^2(D\sin\theta - E\cos\theta)$	(5)
$/\vec{z}$	$Z = 0$	(3)	$/\vec{z}$	$N = 0$	(6)

4 Actions mécaniques engendrées par la roue non équilibrée

Activité 1

- Ouvrir avec SolidWorks le fichier « equilibrage_roue.asm ».
- Créer le mécanisme (deux sous-ensemble cinématiques, une liaison pivot)
- Il faudra placer le repère local de la liaison sur l'origine O de coordonnées $(0, 0, 0)$.
- À quelle fréquence de rotation tourne la roue lorsque le véhicule avance à une vitesse de 130 km/h.
- Imposer un mouvement de rotation d'**un tour** de roue, à la fréquence de rotation $\dot{\theta} = 3000\ \mathrm{tr/min}$.
- **Relever les valeurs maximales de X, Y, L et M notées X_{max}, Y_{max}, L_{max} et M_{max}. Relever les valeurs de X, Y, L et M pour $\theta = 0°$ notées X_0, Y_0, L_0 et M_0.**
- **À partir des équations (1), (2), (4) et (5), déterminer a, b, D et E en fonction de X_0, Y_0, L_0 et M_0. Faire les applications numériques.**

Sur cette maquette numérique la roue est lors de la construction, et pour des raisons de symétrie, parfaitement équilibrée. Un morceau de matière a été enlevé ponctuellement à la jante pour rendre le solide S non équilibré.

Activité 2

- **À partir des résultats numériques précédents, donner le cadran du plan $(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1})$ dans lequel se trouve le point où la matière a été enlevée. Justifier en deux lignes votre réponse.**

On souhaite ajouter deux masses ponctuelle (appelées masselottes) fixées au solide S, m_1 et m_2, de façon à ce que la roue soit équilibrée. On note :

- (x_1, y_1, z_1) les coordonnées de m_1 dans le repère $(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$.
- (x_2, y_2, z_2) les coordonnées de m_2 dans le repère $(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$.

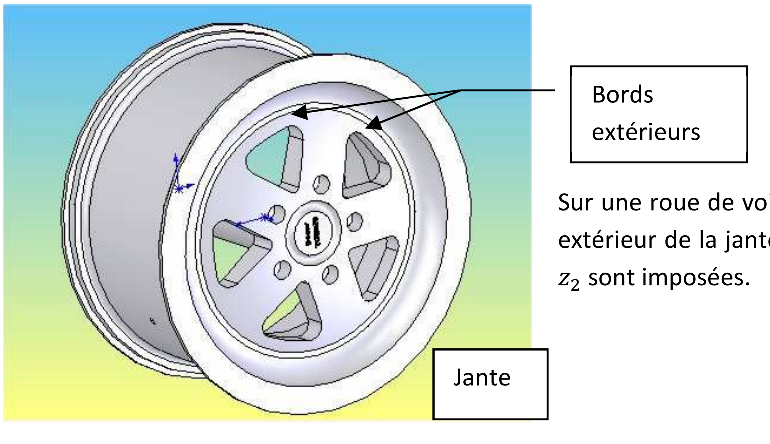
Le nouveau centre de gravité de l'ensemble {solide S + masselottes} doit appartenir à l'axe de rotation : c'est l'**équilibrage statique** :

- $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{x_1} = 0 \Rightarrow ma + m_1x_1 + m_2x_2 = 0\ (a)$;
- $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{y_1} = 0 \Rightarrow ma + m_1y_1 + m_2y_2 = 0\ (b)$.

La matrice d'inertie de l'ensemble {solide S + masselottes} doit être telle que D'=E'=0 : c'est l'**équilibrage dynamique**. D'après le théorème de Huygens :

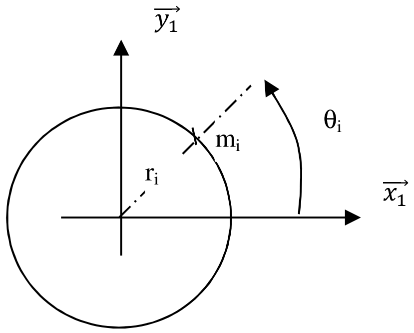
- $D' = D + m_1y_1z_1 + m_2y_2z_2 = 0\ (c)$;
- $E' = E + m_1y_1z_1 + m_2y_2z_2 = 0\ (d)$.

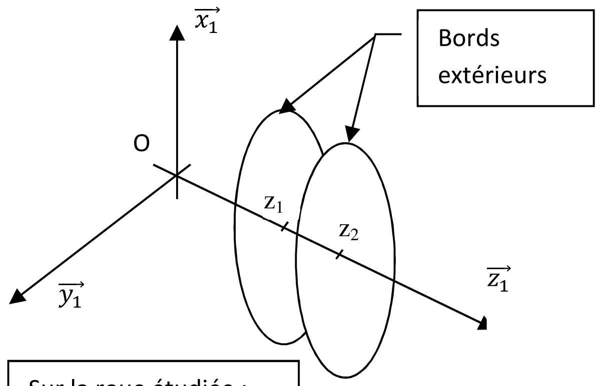
Ce système de 4 équations possède huit inconnues : $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, m_1 et\ m_2$. Il existe donc une infinité de solutions.



Sur une roue de voiture, il est plus aisé de fixer les masselottes sur le bord extérieur de la jante, de chaque côté de la roue. Donc, les valeurs de z_1 et z_2 sont imposées.

On remplace les coordonnées cartésiennes (x_i, y_i, z_i) de la masselotte i par ses coordonnées cylindriques (r_i, θ_i, z_i) :





Les valeurs de r_1 et r_2 sont donc imposées.

Ainsi les quatre inconnues sont m_1, m_2, θ_1 et θ_2.

Sur la roue étudiée :
$r_1 = r_2 = 0{,}29$ m
$z_1 = 0{,}1$ m
$z_2 = 0{,}4$ m

La résolution du système d'équations (a), (b), (c) et (d) donne alors :

$$\tan\theta_1 = \frac{-D + mbz_2}{-E + maz_2} \qquad \tan\theta_2 = \frac{mb + m_1 r_1 \sin\theta_1}{ma + m_1 r_1 \cos\theta_1} \qquad m_1 = \frac{D - mbz_2}{r_1 \sin\theta_1 (z_2 - z_1)} \qquad m_2 = -\frac{ma + m_1 r_1 \cos\theta_1}{r_2 \cos\theta_2}$$

Activité 3

- ❑ **Déterminer les valeurs numériques de m_1, m_2, θ_1 et θ_2.**

NB : $\tan\theta_i$ donne une solution modulo π pour θ_i :la valeur retenue sera celle qui donne une masse m_i positive 'ajout de matière).

Sur le modèle numérique, on décide de réaliser les masselottes sous la forme de cylindres en acier de diamètre 15 mm (ce qui permet de considérer ces masses comme « ponctuelles », le rayon de la jante étant de 290 mm). Ces deux cylindres seront d'axe parallèle à l'axe de la roue.

Activité 4

- ❑ **Sachant que la masse volumique de l'acier est $\rho = 8 \times 10^3\ kg/m^3$, déterminer les longueurs l_1 et l_2 des deux masselottes en mm.**
- ❑ Fermer le document et ouvrir la pièce notée masselotte 1. En éditant l'esquisse, concevoir la masselotte avec les dimensions et la position angulaire prédéfinie.
- ❑ Faire de même avec la masselotte 2.
- ❑ Ouvrir le fichier « *equilibrage_roue » et accepter la reconstruction.*

5 VALIDATION DE L'ÉQUILIBRAGE

Activité 5

- ❑ Relever les valeurs maxi de X, Y, L et M notées X_{max}, Y_{max}, L_{max} et M_{max}. Par quel facteur les efforts mécaniques ont-ils été divisés grâce à l'équilibrage ?
- ❑ Que pensez-vous de l'équilibrage réalisé ? Donner plusieurs raisons qui expliquent pourquoi cet équilibrage n'est pas parfait.