

## Application

### Révisions – Rapports de transmission

*Savoirs et compétences :*

#### Exercice 1 – Train d'engrenages simple

**Question 1** Déterminer  $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

**Correction** On a  $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$ .

**Question 2** Donner une relation géométrique entre  $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z_3$  permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.

**Correction** On a  $Z_3 = 2Z_2 + Z_1$ .

**Question 3** Déterminer  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

**Correction** On a  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$ .

**Question 4** Donner une relation géométrique entre  $Z_1$ ,  $Z_{21}$ ,  $Z_{22}$  et  $Z_4$  permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.

**Correction** On a  $Z_1 + Z_{21} + Z_{22} = Z_4$ .

**Question 5** Déterminer  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

**Correction** On a  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$ .

**Question 6** Déterminer  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

**Correction** On a  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$ .

#### Exercice 2 – Train d'engrenages (cheville NAO)

**Question 1** Quels doivent être les rapports de réductions des transmissions par engrenage afin de respecter les exigences 1.1.1.1 et 1.1.1.2?

**Correction** D'après le diagramme de définition des blocs et le diagramme des exigences, les rapports de transmission doivent être :

- pour l'axe de tangage :  $\frac{N_{\text{moteur}}}{N_{\text{Tangage}}} = 138,33$  au minimum;
- pour l'axe de roulis :  $\frac{N_{\text{moteur}}}{N_{\text{Roulis}}} = 197,61$  au minimum.

**Question 2** Dans le cas de l'axe de tangage, remplir le tableau suivant :

**Correction**

Roue dentée	Module	Nb dents	Diamètre (mm)
Pignon 03 20	0,3	20	6
Mobile Inf1 Roue	0,3	80	24
Mobile Inf1 Pignon	0,4	25	10
Mobile Inf2 Roue	0,4	47	18,8
Mobile Inf2 Pignon	0,4	12	4,8
Mobile Inf4 Roue	0,4	58	23,2
Mobile Inf4 Pignon	0,7	10	7
Roue de sortie	0,7	36	25,2

**Question 3** Dans le cas de l'axe de tangage, déterminer le diamètre de chaque roue dentée.

**Question 4** Dans le cas de l'axe de tangage, réaliser le schéma cinématique minimal.

**Correction**

**Question 5** Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de tangage? L'exigence 1.1.1.2 est-elle respectée? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer?

**Correction**

$$R_T = (-1)^n \frac{80 \cdot 47 \cdot 58 \cdot 36}{20 \cdot 25 \cdot 12 \cdot 10} = 130,85$$

Ceci est inférieur à ce qui est préconisé par le cahier des charges.

Pour respecter le cahier des charges, on peut :

- choisir un autre moteur;
- changer le nombre de dents d'une des roues. Il suffirait pour cela que, par exemple, la roue de sortie comporte 39 dents.

**Question 6** Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de roulis? L'exigence 1.1.1.1 est-elle respectée? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer?

**Correction** Le rapport de transmission du second train est de 201,3 ce qui est compatible avec le cahier des charges.

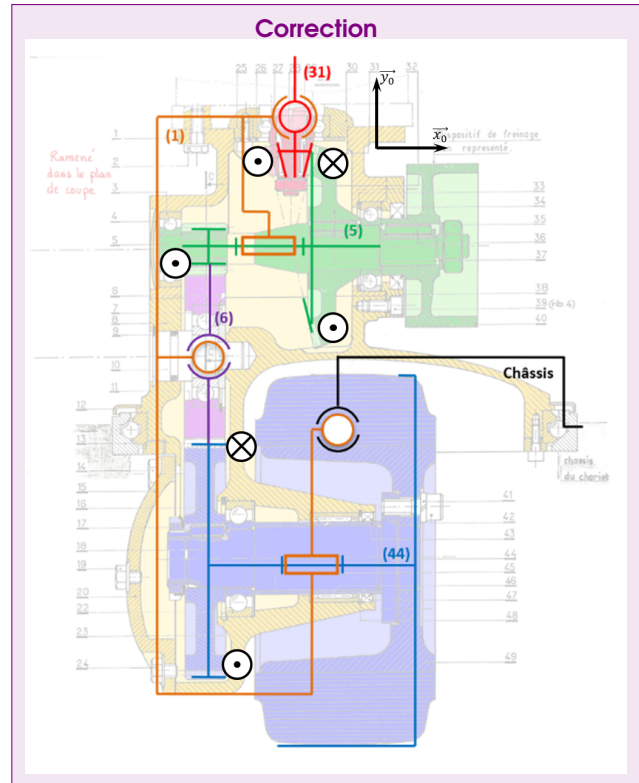
### Exercice 3 – Réducteur de roue motrice de chariot élévateur

D'après Florestan Mathurin.

**Question 1** Identifier les classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.

**Correction**

**Question 2** Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin.



**Question 3** Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons.

**Correction**

Repère de la roue	Module $m$ (mm)	Nombre de dents $Z$	Diamètre primitif $D$ (mm)
27	1,5	16	24
35	1,5	84	126
5	1,5	14	21
11	1,5	56	84
16	1,5	75	112,5

**Question 4** Après avoir proposé un paramétrage, indiquer dans quel sens tourne la roue si le moteur 28 (31) tourne dans le sens positif.

**Correction** Voir figure précédente. Si le moteur tourne dans le sens positif, la roue tourne dans le sens négatif.

**Question 5** Pour une vitesse de 1500 tr/min en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue. Le diamètre de la roue est de 150 mm. Quelle est la vitesse du véhicule?

**Correction** Le rapport de réduction de la transmission est le suivant :  $k = \frac{Z_{27} Z_5 Z_{11}}{Z_{35} Z_{11} Z_{16}} = \frac{16 \cdot 14}{84 \cdot 75} = 0,0355$

La vitesse de rotation de la roue est donc de  $53,33 \text{ tr min}^{-1}$  soit  $5,59 \text{ rad s}^{-1}$ . On en déduit la vitesse du véhicule :  $5,59 \times 0,15 = 0,84 \text{ m s}^{-1} \approx 3 \text{ km h}^{-1}$ .

## Exercice 4 – Train épicycloïdal – Type 1 – Sécateur Pellenc

D'après ressources de Florestan Mathurin.

**Question 1** Déterminer le rapport de réduction du train épicycloïdal  $\frac{\omega(4/0)}{\omega(1/0)}$  en fonction de  $Z_1$  et  $Z_3$ .

**Correction** On écrit le rapport des vitesses par rapport au porte-satellite 4 :  $\frac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)} = -\frac{Z_1}{Z_3}$ .

En réalisant une décomposition du taux de rotation :  $\frac{\omega(3/0) + \omega(0/4)}{\omega(1/0) + \omega(0/4)} = \frac{-\omega(4/0)}{\omega(1/0) - \omega(4/0)} = \frac{-\omega(4/0)}{\omega(1/0) - \omega(4/0)} = \frac{Z_1}{Z_3} \Leftrightarrow \frac{\omega(4/0)}{\omega(1/0) - \omega(4/0)} = \frac{Z_1}{Z_3} \Leftrightarrow \frac{\omega(4/0)}{\omega(1/0)} = \frac{Z_1}{Z_3} \left(1 + \frac{\omega(4/0)}{\omega(1/0)}\right) \Leftrightarrow \frac{\omega(4/0)}{\omega(1/0)} = \frac{Z_1}{Z_3} \cdot \frac{\omega(4/0)}{\omega(1/0)} \Leftrightarrow \frac{\omega(4/0)}{\omega(1/0)} = \frac{Z_1}{Z_3}$ .

**Question 2** Faire l'application numérique et déterminer une relation entre  $Z_1$  et  $Z_3$ . Sachant que  $Z_1 = 19$  en déduire  $Z_3$ .

**Correction** On a  $\frac{N_4}{N_1} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} \Leftrightarrow Z_3 = \frac{Z_1 N_1}{N_4} - Z_1 \Leftrightarrow Z_3 = \frac{19 \times 1400}{350} - 19 = 57$  dents.

**Question 3** Sachant que les roues dentées du train ont les mêmes modules, déterminer une relation géométrique entre les diamètres des éléments dentés  $d_1, d_2, d_3$  puis en déduire une relation entre  $Z_2, Z_1, Z_3$  (condition d'entraxe). Calculer la valeur de  $Z_2$ .

**Correction** On a  $R_1 + 2R_2 = R_3 \Leftrightarrow Z_1 + 2Z_2 = Z_3 \Leftrightarrow Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2} = \frac{57 - 19}{2} = 19$  dents.

## Exercice 5 – Trains épicycloïdaux

**Question 1** Déterminer le rapport de réduction  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$ .

**Correction** En bloquant le porte satellite, on a :  $\frac{\omega_{03}}{\omega_{13}} = -\frac{Z_1}{Z_0}$ . On a donc,  $\frac{\omega_{03}}{\omega_{10} + \omega_{03}} = -\frac{Z_1}{Z_0} \Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{30} - \omega_{10}} = -\frac{Z_1}{Z_0} \Leftrightarrow \omega_{30} = -\frac{Z_1}{Z_0} \omega_{30} + \frac{Z_1}{Z_0} \omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30} \left(1 + \frac{Z_1}{Z_0}\right) = \frac{Z_1}{Z_0} \omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30} = \frac{Z_1}{Z_0 + Z_1} \omega_{10}$

**Question 2** Déterminer  $\omega_{40}$  en fonction de  $\omega_{30}$  et  $\omega_{10}$ .

**Correction** En bloquant le porte satellite, on a :  $\frac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$ . On a donc,  $\frac{\omega_{40} + \omega_{03}}{\omega_{10} + \omega_{03}} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40} + \omega_{03} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} + \omega_{03}) \Leftrightarrow \omega_{40} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} + \omega_{03}) - \omega_{03} \Leftrightarrow \omega_{40} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} + \omega_{03}) + \omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \omega_{30} \left(1 + \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)$

**Question 3** On suppose que  $\omega_{40}$  est bloqué. Exprimer le rapport  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$ .

**Correction**  $0 = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \omega_{30} \left(1 + \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \Leftrightarrow \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} = \omega_{30} \left(1 + \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \frac{\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{1 + \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4 + Z_1 Z_{22}}$

**Question 4** Déterminer  $\omega_{40}$  en fonction de  $\omega_{30}$  et  $\omega_{10}$ .

**Correction** En bloquant le porte satellite, on a :  $\frac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$ . On a donc,  $\frac{\omega_{40} + \omega_{03}}{\omega_{10} + \omega_{03}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40} + \omega_{03} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} + \omega_{03}) \Leftrightarrow \omega_{40} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} - \omega_{30}) + \omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30}$

**Question 5** On suppose que  $\omega_{40}$  est bloqué. Exprimer le rapport  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$ .

**Correction**  $0 = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30} \Leftrightarrow \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} = -\left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30} \Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \frac{\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} - 1} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_1 Z_{22} - Z_{21} Z_4}$

**Question 6** Déterminer  $\omega_{40}$  en fonction de  $\omega_{30}$  et  $\omega_{10}$ .

**Correction** En bloquant le porte satellite, on a :  $\frac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$ . On a donc,  $\frac{\omega_{40} + \omega_{03}}{\omega_{10} + \omega_{03}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$   
 $\Leftrightarrow \omega_{40} + \omega_{03} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} + \omega_{03})$   
 $\Leftrightarrow \omega_{40} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} - \omega_{30}) + \omega_{30}$   
 $\Leftrightarrow \omega_{40} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30}$

**Question 7** On suppose que  $\omega_{40}$  est bloqué. Exprimer le rapport  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$ .

**Correction**  $\Leftrightarrow 0 = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30}$   
 $\Leftrightarrow \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} = -\left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30}$   
 $\Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \frac{\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} - 1} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_1 Z_{22} - Z_{21} Z_4}$

## Exercice 5 – Train épicycloïdal – Type 4 – Poulie Redex

D'après ressources de Stéphane Genouël.

**Objectif**  
Vérifier les performances d'un réducteur.

**Question 1** Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).

**Correction** On cherche  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$ . En bloquant le porte satellite 1, on a  $\frac{\omega_{31}}{\omega_{01}} = \frac{Z_0 Z_2}{Z_2' Z_3}$ . En décomposant les vitesses, on a :  $\frac{\omega_{30} - \omega_{10}}{\omega_{10}} = -\frac{Z_0 Z_2}{Z_2' Z_3} \Leftrightarrow \omega_{30} - \omega_{10} = -\frac{Z_0 Z_2}{Z_2' Z_3} \omega_{10}$   
 $\Leftrightarrow \omega_{30} = \left(1 - \frac{Z_0 Z_2}{Z_2' Z_3}\right) \omega_{10} \Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = 1 - \frac{Z_0 Z_2}{Z_2' Z_3}$ . AN :  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = 1 - \frac{49 \times 34}{31 \times 46} = -0,17$

## Exercice 6 – Broyeur à cisailles rotatives

D'après BTS CPI – 2015.

**Objectif** Vérifier les performances d'un réducteur.

**Question 1** Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.

**Correction**

**Question 2** Vérifier que les exigences 1.1 et 1.2 sont satisfaites.

**Correction**

**Question 3** Évaluer le couple de broyage sur chacun des axes.

**Correction**

## Exercice 7 – Centrifugeuse des boues d'une station d'épuration.

D'après concours CCP – MP 2012.

**Objectif** Déterminer la vitesse d'un moteur pour répondre au cahier des charges.

**Question 1** Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.

**Correction**

**Question 2** Déterminer alors la fréquence de rotation que doit avoir le moteur «rel» pour respecter l'exigence 1.1.

**Correction**

## Exercice 8 – Control'X – Axe numérique asservi

D'après documentation F. Mazet.

**Question 1** Déterminer la relation entre  $\omega(1/0)$  et  $v$ .

**Correction**

## Exercice 9 – Transmission à variation continue – Vario Fendt

D'après concours CCP – MP 2008.

**Objectif** Établir les relations cinématiques dans une transmission mécanique de tracteur.

**Question 1** Déterminer la relation entre  $\omega(1/0)$ ,  $\omega(3/0)$  et  $\omega(4/0)$

**Question 2** Montrer que la relation entre la rotation du moteur hydraulique et le moteur Man peut se mettre sous la forme :  $\frac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\frac{Ax}{BR_p y + Cx}$  où on explicitera A, B et C.

**Correction** On cherche une relation entre  $\omega_{Mh/0}$ ,  $\omega_{Ph/0}$  et  $\omega_{Mm/0}$  (avec Mm et 4 même classe d'équivalence). Pour cela, on va d'abord rechercher une relation entre  $\omega(3/0)$ ,  $\omega(4/0)$  et  $\omega(1/0)$ .

Bloquons le porte satellite 4, directement lié au moteur Mm. On est alors en présence d'un réducteur simple d'entrée  $\omega(1/4)$  et de sortie  $\omega(3/4)$ . On a donc :  $\frac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)} = -\frac{R_{12}}{R_{32}}$ .

En libérant le porte satellite, on a donc :  $\frac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)} = \frac{\omega(3/0) - \omega(4/0)}{\omega(1/0) - \omega(4/0)} = -\frac{R_{12}}{R_{32}} \Leftrightarrow R_{32}\omega(3/0) + R_{12}\omega(1/0) = \omega(4/0)(R_{12} + R_{32})$

On a donc,  $R_{32}\omega(3/0) + R_{12}\omega(1/0) = \omega(Mm/0)(R_{12} + R_{32})$ .

Par ailleurs,  $\frac{\omega(Ph/0)}{\omega(3/0)} = -\frac{R_{3P}}{R_P}$  et  $\frac{\omega(1/0)}{\omega(Mh/0)} = -\frac{R_M}{R_{1M}}$ .

On a donc,  $\frac{2y}{x}\omega(Mh/0) = -\omega(3/0)\frac{R_{3P}}{R_P} \Leftrightarrow \omega(3/0) = -\frac{2y}{x}\frac{R_P}{R_{3P}}\omega(Mh/0)$ .

En utilisant la relation du train épi : On a donc,  $-R_{32}\frac{2y}{x}\frac{R_P}{R_{3P}}\omega(Mh/0) - R_{12}\frac{R_M}{R_{1M}}\omega(Mh/0) = \omega(Mm/0)(R_{12} + R_{32}) \Leftrightarrow \left(-R_{32}\frac{2y}{x}\frac{R_P}{R_{3P}} - R_{12}\frac{R_M}{R_{1M}}\right)\omega(Mh/0) = \omega(Mm/0)(R_{12} + R_{32})$ .

$\frac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\frac{R_{12} + R_{32}}{R_{32}\frac{2y}{x}\frac{R_P}{R_{3P}} + R_{12}\frac{R_M}{R_{1M}}}$

$\frac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\frac{(R_{12} + R_{32})R_{1M}R_{3P}x}{R_{32}2yR_P R_{1M} + R_{3P}xR_{12}R_M}$ . On a donc,  $A = (R_{12} + R_{32})R_{1M}R_{3P}$ ,  $B = R_{32}2R_{1M}$  et  $C = R_{3P}xR_{12}R_M$ . **Attention, plusieurs solutions possibles, si on factorise le numérateur et le dénominateur par l'un ou l'autre des rayons.**

## Exercice 10 – Transmission vis – écrou

D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

**Objectif** Déterminer la première partie de la loi entrée/sortie en vitesse du système.

**Question 1** Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.

**Correction**

**Question 2** Compléter la chaîne d'énergie-puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.

**Correction**



**Question 3** Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1.

**Correction**

## Exercice 11 – Axe de machine-outil à commande numérique

D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

**Question 1** Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.

**Correction**

## Exercice 12 – Treuil de levage

D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

**Question 1** Déterminer la relation entre  $v_{51}$  la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et  $\omega_{21}$  la vitesse de rotation du moteur.

**Correction**