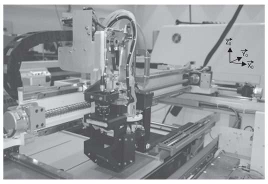
Activation



Activation – Système de dépose de composants électroniques

Émilien Durif – E3A PSI 2011

Savoirs et compétences :

Question 1 *Construire le graphe des liaisons modélisant le système entier.*

Correction

Question 2 *Déterminer l'expression de $\mathcal{P}(ext \rightarrow E/R_g)$ en fonction de puissances extérieures élémentaires (on ne développera pas les calculs explicitement pour l'instant).*

Correction

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_g) = \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(\text{Moteur } \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) + \mathcal{P}(\text{poids} \rightarrow S_3/R_0)$$

Question 3 *Calculer $\mathcal{P}(ext \rightarrow E/R_0)$ en fonction des données du problème.*

Correction On a :

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_g) = \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(\text{Moteur} \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) + \mathcal{P}(\text{poids} \rightarrow S_3/R_0)$$

- $\mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_1/R_0) = \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_1/R_0)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{01} \cdot \overrightarrow{x_0} + Y_{01} \cdot \overrightarrow{y_0} + Z_{01} \cdot \overrightarrow{z_0} \\ L_{01} \cdot \overrightarrow{x_0} \pm C_r \cdot \overrightarrow{y_0} + N_{01} \cdot \overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_{O_0} \otimes \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}(t) \cdot \overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{O_0} = \pm C_r \cdot \dot{\theta}(t).$
  Le signe de la composante suivant $\overrightarrow{y_0}$ dépendra du sens du mouvement de S_1/S_0.
- $\mathcal{P}(\text{Moteur} \rightarrow S_1/R_0) = \{\mathcal{T}(\text{Moteur} \rightarrow S_1)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_1/R_0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \cdot \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{-} \otimes \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}(t) \cdot \overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{O_0} = C_m \cdot \dot{\theta}(t).$
- $\mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) = \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_3)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_3/R_0)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{03} \cdot \overrightarrow{x_0} \pm Y_{03} \cdot \overrightarrow{y_0} + Z_{03} \cdot \overrightarrow{z_0} \\ L_{03} \cdot \overrightarrow{x_0} + M_{03} \cdot \overrightarrow{y_0} + N_{03} \cdot \overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_{-} \otimes \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{y}(t) \cdot \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{-} = \pm Y_{03} \cdot \dot{y}(t).$
- $\mathcal{P}(\text{Poids} \rightarrow S_3/R_0) = \{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow S_3)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_3/R_0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ -M_3 \cdot g \cdot \overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_{G_3} \otimes \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{y}(t) \cdot \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{G_3} = 0.$

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_0) = (C_m \pm C_r) \cdot \dot{\theta}(t) \pm Y_{03} \cdot \dot{y}(t)$$

Question 4 *Calculer l'ensemble des puissances des actions mutuelles dans les liaisons pour l'ensemble E : $\mathcal{P}_{int}(E)$.*

Correction

- D'après le graphe des liaisons : $\mathcal{P}_{\text{int}}(E) = \mathcal{P}(S_1 \longleftrightarrow S_2) + \mathcal{P}(S_2 \longleftrightarrow S_3)$.
- Calcul de $\mathcal{P}(S_1 \longleftrightarrow S_2) == \{\mathcal{T}(S_1 \rightarrow S_2)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{12}\overrightarrow{x_0} + Y_{12}\overrightarrow{y_0} + Z_{12}\overrightarrow{z_0} \\ L_{12}\overrightarrow{x_0} + M_{12}\overrightarrow{y_0} + N_{12}\overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_{O_0} \otimes \left\{ \begin{array}{c} q_{21}\overrightarrow{y_0} \\ v_{12} \cdot \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{O_0} =$
  $Y_{12} \cdot v_{12} + q_{21} \cdot M_{12}$. Or, $\left\{ \begin{array}{c} M_{12} = -\frac{p}{2\pi} Y_{12} \\ v_{12} = \frac{p}{2\pi} q_{21} \end{array} \right.$. D'où : $\mathcal{P}(S_1 \longleftrightarrow S_2) = Y_{12} \cdot v_{12} + q_{21} \cdot M_{12} = \frac{p}{2\pi}\left[Y_{12} \cdot q_{21} - q_{21} \cdot Y_{12}\right] = 0.$
- Calcul de $\mathcal{P}(S_2 \longleftrightarrow S_3) = \{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_3)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_3/S_2)\} = \left\{ \begin{array}{c} A \\ X_{23}\overrightarrow{x}_0 + Y_{23}\overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{\overrightarrow{0}} \otimes \left\{ \begin{array}{c} A \\ p_{32}\overrightarrow{x}_0 + q_{32}\overrightarrow{y}_0 + r_{32}\overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_{w_{32} \cdot \overrightarrow{z_0}}$
  $= 0.$
- On en déduit donc : $\mathcal{P}_{\text{int}}(E) = 0$.

Question 5 *Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble E dans son mouvement par rapport à R_0*

Correction
- Énergie cinétique de l'ensemble dans son mouvement par rapport à R_0 :

$$E_c(E/R_0) = E_c(1/R_0) + E_c(2/R_0) + E_c(3/R_0)$$

- Énergie cinétique de 1 dans son mouvement par rapport à R_0 : $E_c(1/R_0) = \dfrac{1}{2}\{\sigma(1/R_0)\} \otimes \{\mathcal{V}(1/R_0)\} = \frac{1}{2}\left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{*} \\ \overline{\overline{I}}_{O_0}(S_1)\cdot\dot{\theta}(t)\overrightarrow{y_0} \end{array}\right\}_{O_0} \otimes \left\{\begin{array}{c} \dot{\theta}(t)\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{O_0} = \frac{1}{2}\left[\dot{\theta}^2\overline{\overline{I}}_{O_0}(S_1)\cdot\overrightarrow{y}_0\cdot\overrightarrow{y}_0\right] = \frac{1}{2}J_1\cdot\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}(I_m+I_v)\cdot\dot{\theta}^2$.
- Énergie cinétique de 2 dans son mouvement par rapport à R_0 : $E_c(2/R_0) = \frac{1}{2}\{\sigma(2/R_0)\} \otimes \{\mathcal{V}(2/R_0)\} = 0$ car l'inertie de 2 est négligeable.
- Énergie cinétique de 3 dans son mouvement par rapport à R_0 :$E_c(3/R_0) = \frac{1}{2}\{\sigma(3/R_0)\} \otimes \{\mathcal{V}(3/R_0)\} = \left\{\begin{array}{c} - \\ M_3\cdot\dot{y}(t)\cdot\overrightarrow{y_0} \end{array}\right\}_{\overrightarrow{0}} \otimes \left\{\begin{array}{c} - \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{\dot{y}(t)\cdot\overrightarrow{y_0}} = \frac{1}{2}M_3\cdot\dot{y}^2(t)$.
- L'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble E : $E_c(E/R_0) = \frac{1}{2}\left[(I_m+I_v)\cdot\dot{\theta}^2(t) + M_3\cdot\dot{y}^2(t)\right]$.

Question 6 *Déterminer la mobilité du système.*

Correction Ici la mobilité vaut 1.

Question 7 *Déterminer une relation entre les paramètres cinématiques du problème.*

Correction Par une fermeture cinématique on pourrait montrer : $\dot{y}(t) = -\frac{p}{2\pi}\dot{\theta}(t)$.

Question 8 *Déterminer l'inertie équivalente de E ramenée à la rotation autour de l'axe $\left(O_0, \overrightarrow{y_0}\right)$ et du paramètre $\dot{\theta}(t)$.*

Correction $E_c(E/R_0) = \frac{1}{2}\left[(I_m+I_v)\cdot\dot{\theta}^2(t) + M_3\cdot\dot{y}^2(t)\right] = \frac{1}{2}\left[(I_m+I_v) + M_3\cdot\left(\frac{p}{2\pi}\right)^2\right]\cdot\dot{\theta}^2(t)$ d'où, $J_{\text{eq}}(E) = (I_m+I_v) + M_3\cdot\left(\frac{p}{2\pi}\right)^2$.

Question 9 *Déterminer la masse équivalente de E ramené à la translation selon la direction $\overrightarrow{y_0}$ et du paramètre $\dot{y}(t)$.*

Correction $E_c(E/R_0) = \frac{1}{2}\left[(I_m+I_v)\cdot\dot{\theta}^2(t) + M_3\cdot\dot{y}^2(t)\right] = \frac{1}{2}\left[(I_m+I_v)\cdot\left(\frac{2\pi}{p}\right)^2 + M_3\right]\cdot\dot{y}^2(t)$ d'où, $M_{\text{eq}}(E) = (I_m+I_v)\cdot\left(\frac{2\pi}{p}\right)^2 + M_3$.

Question 10 *Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble E.*

Correction En combinant les résultats des différentes questions précédentes, on obtient : $M_{\text{eq}}\cdot\dot{y}(t)\cdot\ddot{y}(t) = (C_m \pm C_r)\cdot\dot{\theta}(t) \pm Y_{03}\cdot\dot{y}(t) + 0$.

On peut postuler un sens de déplacement : $\dot{y}(t) > 0$, ainsi $\dot{\theta} = -\frac{2\pi}{p}\dot{y}(t) < 0$, $C_r > 0$, $Y_{03} < 0$: $M_{\text{eq}}\cdot\dot{y}(t)\cdot\ddot{y}(t) = \left[-(C_m+C_r)\cdot\frac{2\pi}{p} + Y_{03}\right]\cdot\dot{y}(t)$

Question 11 *Déterminer des équations supplémentaires issues des théorèmes généraux pour déterminer l'équation de mouvement du système permettant de relier C_m à $y(t)$.*

Correction Il faut éliminer le paramètre Y_{03}. Pour cela on peut écrire le théorème de la résultante dynamique appliqué à S_3 en projection selon $\overrightarrow{z_0}$: $Z_{03} - M_3\cdot g = 0$.

Or la loi de Coulomb donne (avec $Z_{03} > 0$ et $Y_{03} < 0$) : $Y_{03} = -\mu\cdot Z_{03} = -\mu\cdot M_3\cdot g$.

Ainsi l'équation de mouvement obtenue est (en éliminant $\dot{y}(t) \neq 0$) : $\boxed{M_{\text{eq}}\cdot\ddot{y}(t) = -(C_m+C_r)\cdot\dfrac{2\pi}{p} - \mu\cdot M_3\cdot g}$.

Question 12 *Déterminer le couple moteur à fournir dans le cas le plus défavorable (accélération maximale).*

Correction

$$C_m = -\frac{p}{2\pi}\left[M_{\text{eq}}\ddot{y}_{\max} + M_3\cdot g\cdot\mu\right] - C_r = -\frac{p}{2\pi}M_3\left(\ddot{y}_{\max} + g\cdot\mu\right) - (I_m + I_v)\frac{2\pi}{p}\ddot{y}_{\max} - C_r$$

L'application numérique donne : $C_m = -3,79 N\cdot m$

On cherche à déterminer en régime permanent les pertes au niveaux de la liaison hélicoïdale entre S_1 et S_2. On considère donc les actions mécaniques de frottement nulles partout ailleurs dans le système global. On introduit alors un rendement η défini en régime permanent et donc à variation d'énergie cinétique négligeable.

Question 13 *En considérant le système $E_1 = \{S_1 + S_2\}$, définir le rendement.*

Correction

$$\eta = \frac{\mathscr{P}(\text{utile})}{\mathscr{P}(\text{entrée})} = \frac{\mathscr{P}(S_2 \rightarrow S_3/R_0)}{\mathscr{P}(\text{moteur} \rightarrow S_1/R_0)}$$

Question 14 *On définit la puissance dissipée comme la puissance des inter-effort entre S_1 et S_2. En appliquant un théorème de l'énergie cinétique à S_2/R_0 et S_1/R_0 en régime permanent donner l'expression des puissances dissipées dans la liaison hélicoïdale.*

Correction

- Expression de $\mathscr{P}(\text{dissipée})$: $\mathscr{P}(\text{dissipée}) = -\mathscr{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = -(\mathscr{P}(S_1 \rightarrow S_2/R_0) + \mathscr{P}(S_2 \rightarrow S_1/R_0))$;
- TEC appliqué à S_2/R_0 en régime permanent : $\mathscr{P}(S_1 \rightarrow S_2/R_0) = -\mathscr{P}(S_3 \rightarrow S_2/R_0)$;
- TEC appliqué à S_1/R_0 en régime permanent : $\mathscr{P}(\text{moteur} \rightarrow S_1/R_0) = -\mathscr{P}(S_2 \rightarrow S_1/R_0)$
- en combinant ces équations on obtient $\mathscr{P}(\text{dissipée})$: $\mathscr{P}(\text{dissipée}) = -(-\mathscr{P}(S_3 \rightarrow S_2/R_0) - \mathscr{P}(\text{moteur} \rightarrow S_1/R_0))$ $= -\mathscr{P}(S_2 \rightarrow S_3/R_0) + \mathscr{P}(\text{moteur} \rightarrow S_1/R_0) = \left(1-\eta\right)\mathscr{P}(\text{moteur} \rightarrow S_1/R_0)$.

On donne :

- Rendement η dans la liaison hélicoïdale : $\eta = 0,8$;

Question 15 *Déterminer dans ces conditions les dissipations.*

Correction $\mathscr{P}(\text{dissipée}) = C_{\max}\cdot\dot{\theta}_{\max}\cdot\left(\eta - 1\right) = 21,2\times 6000\frac{2\pi}{60}\cdot\left(1-\eta\right) = 2664\,\text{W}$