

TD 5



RobuROC 6 : plate-forme d'exploration tout terrain*

Concours Commun Mines Ponts 2009

Savoirs et compétences :

- Mod2.C18.SF1 : Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide.
- Res1.C1.SF1 : Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement.

Mise en situation

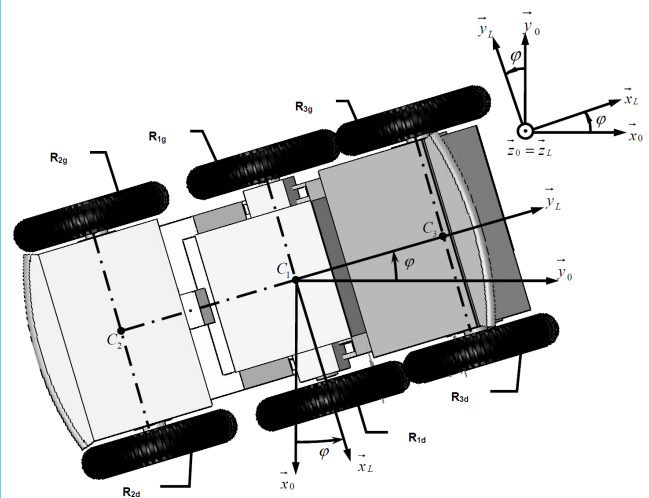
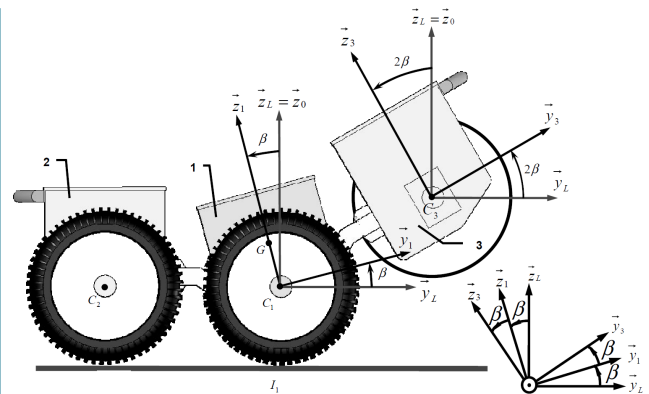
Le robuROC 6 est un robot mobile développé par la société ROBOSOFT. Cette plateforme robotisée a été conçue pour des applications de recherche et d'exploration en milieu extérieur. Elle est équipée de 6 roues motrices indépendantes, de même diamètre, montées par paires sur 3 podes articulés en tangage et en roulis.

Hypothèse(s) Le mouvement de roulis n'est pas pris en compte. Il est fixé à une valeur nulle.

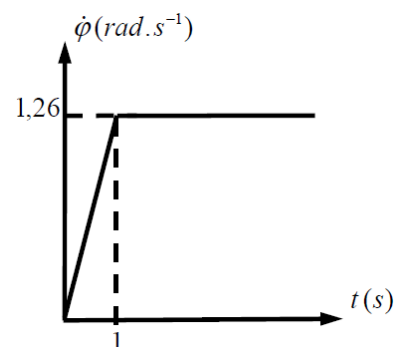
Les 6 roues de la plate-forme (notée PF) sont motorisées permettant ainsi de se déplacer sur des reliefs très accidentés. Cependant, la plate-forme ne comporte pas de systèmes spécifiques de direction. Le changement de direction est imposé par une rotation différentielle des roues du pode central 1. Les roues avant et arrière doivent alors avoir des vitesses de rotation compatibles avec celles du pode central 1. Lorsque le rayon de courbure de la trajectoire suivie par la plate-forme devient inférieur à 4 mètres, le groupe hydraulique est actionné pour passer en « Mode 2 roues instable ». La plate-forme ne tenant pas en équilibre sur 2 roues, elle retombe dès le début du mouvement sur les roues arrière ou les roues avant, passant donc en « Mode 4 roues Déplacement ». Cette intervention du groupe hydraulique permet ainsi de soulager le contact entre les roues des podes avant / arrière et le sol.

Pour cette étude, nous considérerons que la plate-forme retombe sur les roues arrière (figure suivante) et nous nous placerons dans le cas d'un rayon de courbure nul. Le mouvement de lacet étudié est donc une rotation autour de l'axe (C_1, \vec{z}_0) , d'angle φ , appelé angle de lacet.

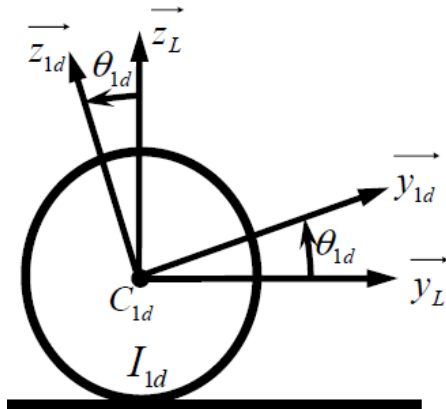
Ce mouvement est défini par le torseur cinématique suivant : $\{\mathcal{V}(PF/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(PF/0) = \dot{\varphi} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{C_1}$.



L'objectif de cette partie est de valider l'aptitude du système à respecter la loi de vitesse de la figure suivante.



Les roues centrales et les roues arrière sont en contact avec le sol. Dans ce mode, seules les roues centrales R_{1d} et R_{1g} sont motrices. Elles roulent sans glisser sur le sol en I_{1d} et I_{1g} . Les roues du pôle avant 3 et du pôle arrière 2 sont bloquées.



	Nom	Centre de gravité	Point de contact avec le sol	Vitesse de rotation / au pôle central	Repère associé
Roue centrale droite	R_{1d}	C_{1d}	I_{1d}	$\dot{\theta}_{1d}$	$R_{1d} = (C_{1d}, \vec{x}_L, \vec{y}_{1d}, \vec{z}_{1d})$
Roue centrale gauche	R_{1g}	C_{1g}	I_{1g}	$\dot{\theta}_{1g}$	$R_{1g} = (C_{1g}, \vec{x}_L, \vec{y}_{1g}, \vec{z}_{1g})$
Roue arrière droite	R_{2d}	C_{2d}	I_{2d}	nulle	-----
Roue arrière gauche	R_{2g}	C_{2g}	I_{2g}	nulle	-----

Paramétrage

- $\mathcal{R}_0 = (O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au sol 0 supposé galiléen;
- $\mathcal{R}_L = (C_1; \vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$ lié à la plate-forme PF tel que $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}_L) = (\vec{y}_0, \vec{y}_L)$ appelé angle de lacet;
- $\mathcal{R}_1 = (C_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ lié au pôle central 1 tel que $\beta = (\vec{y}_L, \vec{y}_1) = (\vec{z}_L, \vec{z}_1)$; β est l'angle de tangage; $\beta = 2^\circ$ (supposé constant pendant tout le mouvement du lacet);
- $\mathcal{R}_3 = (C_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ lié au pôle avant 3 tel que $2\beta = (\vec{y}_L, \vec{y}_3) = (\vec{z}_L, \vec{z}_3) = 4^\circ$;
- $\vec{C}_1 C_3 = b \vec{y}_3$ et $\vec{C}_1 C_2 = -b \vec{y}_L$ avec $b = 553 \text{ mm}$;
- la figure précédente permet de définir le paramétrage de chacune des roues de la plate-forme en contact avec le sol avec l'exemple de la roue centrale droite R_{1d} .

Caractéristiques géométriques et d'inertie des solides

Le mouvement de roulis étant nul et le mouvement de tangage étant fixé à une valeur constante, il est possible de définir l'ensemble rigide Σ constitué des trois pôles 1, 2 et 3, des deux roues avant, des deux roues arrière et des bras d'articulation 4 et 4'. Pour chaque constituant de cet ensemble, la masse est supposée répartie uniformément. Centre de gravité de Σ : G tel que $\vec{C}_1 G = a_G \vec{z}_1$ et

$$a_G = 85 \text{ mm}, m_\Sigma = 152 \text{ kg}, I_{C_1}(\Sigma) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

avec $A = 30,2 \text{ kgm}^2$, $B = 8,2 \text{ kgm}^2$ et $C = 32,3 \text{ kgm}^2$.

Roue droite ou gauche + axe de roue: $R_{i \text{ d ou g}}$ (i correspond au numéro du pôle). Centre de gra-

vité de $R_{i \text{ d ou g}}$: $C_{i \text{ d ou g}}$ tel que l'entraxe $C_{ig} C_{id} = 2e$, $\vec{C}_i C_{id} = e \vec{x}_L$ et $\vec{C}_i C_{ig} = -e \vec{x}_L$ avec $e = 340 \text{ mm}$, $m_r = 4 \text{ kg}$, rayon d'une roue $R = 225 \text{ mm}$, $I_{C_{i \text{ d ou g}}}(R_{i \text{ d ou g}}) = \begin{pmatrix} A_r & 0 & 0 \\ 0 & B_r & 0 \\ 0 & 0 & B_r \end{pmatrix}_{(\vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)}$ valable dans toute base orthonor-

mée directe contenant \vec{x}_L avec $A_r = 0,1 \text{ kgm}^2$ et $B_r = 0,04 \text{ kgm}^2$.

Axe des moteurs du pôle central: les deux motoréducteurs centraux sont constitués chacun d'un moteur à courant continu alimenté en 48 V associé à un réducteur épicycloïdal de rapport de réduction $k = 1/25$. La matrice d'inertie en C_1 d'un axe moteur droit M_{1d} ou M_{1g} (en rotation suivant (C_1, \vec{x}_L)) est: $I_{C_1}(M_{1d} \text{ ou } M_{1g}) = \begin{pmatrix} A_m & 0 & 0 \\ 0 & B_m & 0 \\ 0 & 0 & B_m \end{pmatrix}_{(\vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)}$ avec $A_m = 795 \times 10^{-7} \text{ kgm}^2$ et $B_m = 8 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$.

Les masses et inerties des autres pièces seront négligées.

Modélisation du contact roue / sol

Les roues centrales R_{1d} et R_{1g} sont motrices, elles roulent sans glisser aux points de contact I_{1d} et I_{1g} . On pose $\vec{C}_{1d} I_{1d} = -R \vec{z}_L$ et $\vec{C}_{1g} I_{1g} = -R \vec{z}_L$. Le contact avec le sol 0 est modélisé par le torseur suivant: $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{1d})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(0 \rightarrow R_{1d}) = Y_{1d} \vec{y}_L + Z_{1d} \vec{z}_L \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{1d}}$ et $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{1g})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(0 \rightarrow R_{1g}) = Y_{1g} \vec{y}_L + Z_{1g} \vec{z}_L \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{1g}}$.

Les roues arrière R_{2d} et R_{2g} sont bloquées, leur vitesse de rotation par rapport au pôle arrière 2 est nulle. Le contact avec le sol 0 est modélisé par le torseur suivant: $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{2d})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(0 \rightarrow R_{2d}) = T_{2d} \vec{n}_g + Z_{2d} \vec{z}_L \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{2d}}$ et $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{2g})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(0 \rightarrow R_{2g}) = T_{2g} \vec{n}_g + Z_{2g} \vec{z}_L \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{2g}}$

avec \vec{n}_d et \vec{n}_g deux vecteurs unitaires opposés aux vitesses de glissement des roues R_{2d} et R_{2g} par rapport au sol 0 respectivement en I_{2d} et I_{2g} . On pose $\vec{C}_{2d} I_{2d} = -R \vec{z}_L$ et $\vec{C}_{2g} I_{2g} = -R \vec{z}_L$. $T_{2d} = f Z_{2d}$ et $T_{2g} = f Z_{2g}$; f est le facteur de frottement constant au contact roue/sol $f = 0,6$.

Autres liaisons

Toutes les autres liaisons de la plate-forme sont supposées parfaites (sans jeu, sans frottement).

Motoréducteur centraux

L'action mécanique développée par le motoréducteur sur la roue centrale droite R_{1d} est notée $\{\mathcal{T}(\text{moteur} \rightarrow R_{1d})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_m \vec{x}_L \end{array} \right\}_{C_1}$.

L'action mécanique développée par le motoréducteur sur la roue centrale gauche R_{1g} est notée

$$\{\mathcal{T}(\text{moteur} \rightarrow R_{1g})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \vec{x}_L \end{array} \right\}_{C_1}.$$

Question 1 Justifier la forme de la matrice d'inertie de l'ensemble Σ au point C_1 dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Dans un premier temps, l'objectif est de déterminer la somme des efforts normaux $Z_{2d} + Z_{2g}$ s'exerçant sur les roues arrières. Isolons l'ensemble de la plate-forme PF, soit l'ensemble Σ , les roues centrales et les motoréducteurs. Plaçons-nous dans le plan médian $(C_1, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$ de la plate-forme PF. Nous définissons le projeté I_1 des points de contact I_{1d} et I_{1g} dans ce plan. I_1 est défini par le vecteur : $\vec{C_1 I_1} = -R \vec{z}_L$. D'autre part, nous avons $\vec{C_2 I_1} = b \vec{y}_L - R \vec{z}_L$ et $\vec{C_3 I_1} = -b \vec{y}_L - R \vec{z}_L$. Nous ferons l'hypothèse que le moment dynamique $\delta(I_1, PF/0) \cdot \vec{x}_L$ est négligeable devant les actions mécaniques.

Question 2 En appliquant le théorème du moment dynamique à la plate-forme PF en mouvement par rapport au référentiel galiléen \mathcal{R}_0 en I_1 en projection sur \vec{x}_L , déterminer l'expression littérale de la somme des efforts normaux de contact $Z_{2d} + Z_{2g}$, entre les roues arrière et le sol. Réaliser l'application numérique et comparer la valeur obtenue à la somme des efforts normaux s'exerçant sur les roues arrière lorsque la plate-forme est immobile en appui sur ses six roues sur un sol plan, à savoir $(Z_{2d} + Z_{2g})_{\text{Repos}} = (m_2 + 2m_r)g$ avec $m_2 = 52 \text{ kg}$ la masse du pôle arrière 2.

L'objectif est dans un second temps de valider l'aptitude des moteurs à suivre la loi de vitesse en lacet exigée. Il est proposé de déterminer l'expression du couple moteur C_m par une approche énergétique.

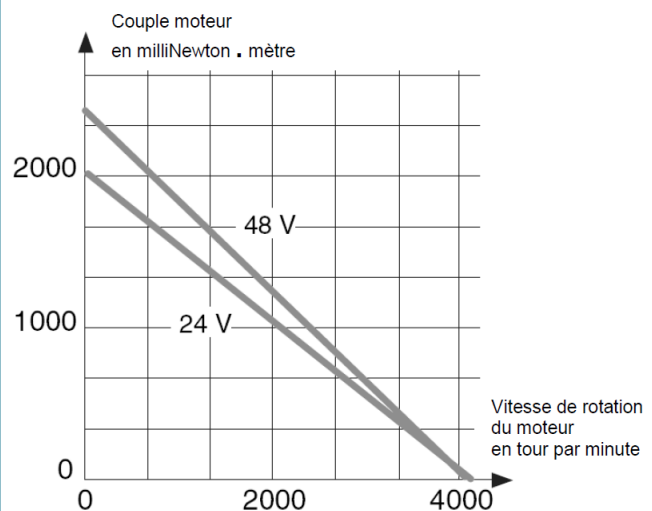
Question 3 Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble des solides en mouvement. Le résultat sera

mis sous la forme $\frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2$ où J est à exprimer sous forme littérale en fonction des données du problème.

Question 4 Mettre en œuvre le théorème de l'énergie cinétique afin de déterminer l'expression du couple moteur. Vous donnerez le résultat sous la forme $C_m = k_2 (J \dot{\varphi} + k_1 (T_{2d} + T_{2g}))$ où k_1 et k_2 sont à exprimer sous forme littérale en fonction des données du problème. Vous veillerez à bien faire apparaître les différentes étapes de votre raisonnement et à fournir des expressions littérales.

Pour la question suivante, vous prendrez $J = 34 \text{ kgm}^2$, $k_1 = 0,65 \text{ m}$ et $k_2 = 1,3 \times 10^{-2}$ sans unité.

Question 5 Calculer le couple moteur maximal : C_m maxi. À partir du graphe de fonctionnement du moteur, conclure quand à l'aptitude de la motorisation à générer le mouvement de lacet désiré.



TD 5



RobuROC 6 : plate-forme d'exploration tout terrain***

Concours Commun Mines Ponts 2009

Savoirs et compétences :

- Mod2.C18.SF1 : Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide.
- Res1.C1.SF1 : Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement.

Mise en situation

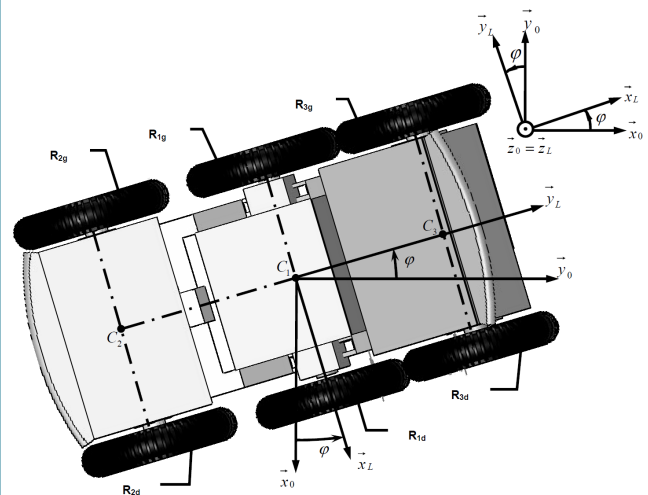
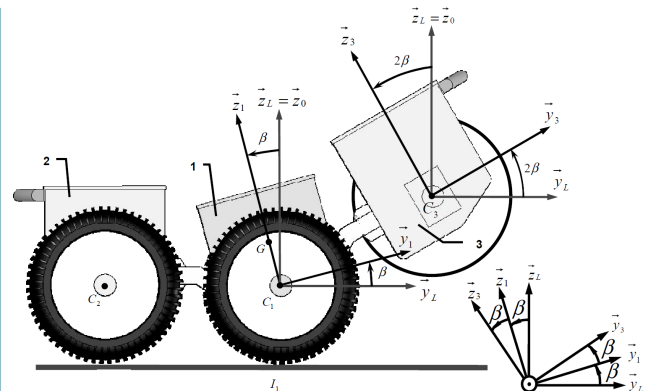
Le robuROC 6 est un robot mobile développé par la société ROBOSOFT. Cette plateforme robotisée a été conçue pour des applications de recherche et d'exploration en milieu extérieur. Elle est équipée de 6 roues motrices indépendantes, de même diamètre, montées par paires sur 3 podes articulés en tangage et en roulis.

Hypothèse(s) Le mouvement de roulis n'est pas pris en compte. Il est fixé à une valeur nulle.

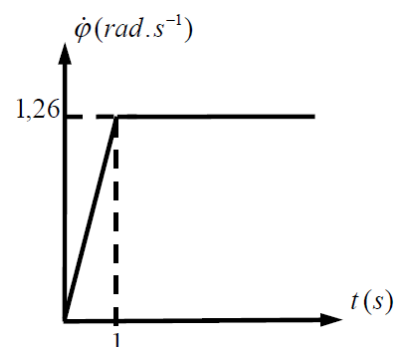
Les 6 roues de la plate-forme (notée *PF*) sont motorisées permettant ainsi de se déplacer sur des reliefs très accidentés. Cependant, la plate-forme ne comporte pas de systèmes spécifiques de direction. Le changement de direction est imposé par une rotation différentielle des roues du pode central **1**. Les roues avant et arrière doivent alors avoir des vitesses de rotation compatibles avec celles du pode central **1**. Lorsque le rayon de courbure de la trajectoire suivie par la plate-forme devient inférieur à 4 mètres, le groupe hydraulique est actionné pour passer en « Mode 2 roues instable ». La plate-forme ne tenant pas en équilibre sur 2 roues, elle retombe dès le début du mouvement sur les roues arrière ou les roues avant, passant donc en « Mode 4 roues Déplacement ». Cette intervention du groupe hydraulique permet ainsi de soulager le contact entre les roues des podes avant / arrière et le sol.

Pour cette étude, nous considérerons que la plate-forme retombe sur les roues arrière (figure suivante) et nous nous placerons dans le cas d'un rayon de courbure nul. Le mouvement de lacet étudié est donc une rotation autour de l'axe (C_1, \vec{z}_0) , d'angle φ , appelé angle de lacet.

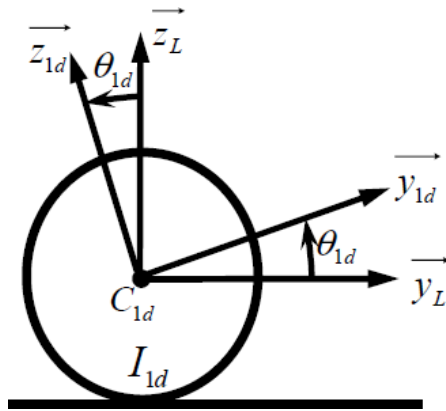
Ce mouvement est défini par le torseur cinématique suivant : $\{\mathcal{V}(PF/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(PF/0) = \dot{\varphi} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{C_1}$.



L'objectif de cette partie est de valider l'aptitude du système à respecter la loi de vitesse de la figure suivante.



Les roues centrales et les roues arrière sont en contact avec le sol. Dans ce mode, seules les roues centrales R_{1d} et R_{1g} sont motrices. Elles roulent sans glisser sur le sol en I_{1d} et I_{1g} . Les roues du pôle avant 3 et du pôle arrière 2 sont bloquées.



	Nom	Centre de gravité	Point de contact avec le sol	Vitesse de rotation / au pôle central	Repère associé
Roue centrale droite	R_{1d}	C_{1d}	I_{1d}	$\dot{\theta}_{1d}$	$R_{1d} = (\vec{C}_{1d}, \vec{x}_{1d}, \vec{y}_{1d}, \vec{z}_{1d})$
Roue centrale gauche	R_{1g}	C_{1g}	I_{1g}	$\dot{\theta}_{1g}$	$R_{1g} = (\vec{C}_{1g}, \vec{x}_{1g}, \vec{y}_{1g}, \vec{z}_{1g})$
Roue arrière droite	R_{2d}	C_{2d}	I_{2d}	nulle	-----
Roue arrière gauche	R_{2g}	C_{2g}	I_{2g}	nulle	-----

Paramétrage

- $\mathcal{R}_0 = (\vec{O}_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au sol 0 supposé galiléen;
- $\mathcal{R}_L = (\vec{C}_1; \vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$ lié à la plate-forme PF tel que $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}_L) = (\vec{y}_0, \vec{y}_L)$ appelé angle de lacet;
- $\mathcal{R}_1 = (\vec{C}_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ lié au pôle central 1 tel que $\beta = (\vec{y}_L, \vec{y}_1) = (\vec{z}_L, \vec{z}_1)$; β est l'angle de tangage; $\beta = 2^\circ$ (supposé constant pendant tout le mouvement du lacet);
- $\mathcal{R}_3 = (\vec{C}_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ lié au pôle avant 3 tel que $2\beta = (\vec{y}_L, \vec{y}_3) = (\vec{z}_L, \vec{z}_3) = 4^\circ$;
- $\vec{C}_1\vec{C}_3 = b\vec{y}_3$ et $\vec{C}_1\vec{C}_2 = -b\vec{y}_L$ avec $b = 553\text{ mm}$;
- la figure précédente permet de définir le paramétrage de chacune des roues de la plate-forme en contact avec le sol avec l'exemple de la roue centrale droite R_{1d} .

Caractéristiques géométriques et d'inertie des solides

Le mouvement de roulis étant nul et le mouvement de tangage étant fixé à une valeur constante, il est possible de définir l'ensemble rigide Σ constitué des trois pôles 1, 2 et 3, des deux roues avant, des deux roues arrière et des bras d'articulation 4 et 4'. Pour chaque constituant de cet ensemble, la masse est supposée répartie uniformément. Centre de gravité de Σ : G tel que $\vec{C}_1\vec{G} = a_G\vec{z}_1$ et

$$a_G = 85\text{ mm}, m_\Sigma = 152\text{ kg}, I_{C_1}(\Sigma) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

avec $A = 30,2\text{ kgm}^2$, $B = 8,2\text{ kgm}^2$ et $C = 32,3\text{ kgm}^2$.

Roue droite ou gauche + axe de roue: $R_{i\text{ d ou g}}$ (i correspond au numéro du pôle). Centre de gra-

vité de $R_{i\text{ d ou g}}$: $\vec{C}_{i\text{ d ou g}}$ tel que l'entraxe $C_{ig}C_{id} = 2e$, $\vec{C}_i\vec{C}_{id} = e\vec{x}_L$ et $\vec{C}_i\vec{C}_{ig} = -e\vec{x}_L$ avec $e = 340\text{ mm}$, $m_r = 4\text{ kg}$, rayon d'une roue $R = 225\text{ mm}$, $I_{C_{i\text{ d ou g}}}(R_{i\text{ d ou g}}) = \begin{pmatrix} A_r & 0 & 0 \\ 0 & B_r & 0 \\ 0 & 0 & B_r \end{pmatrix}_{(\vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)}$ valable dans toute base orthonormée directe contenant \vec{x}_L avec $A_r = 0,1\text{ kgm}^2$ et $B_r = 0,04\text{ kgm}^2$.

Axe des moteurs du pôle central: les deux motoréducteurs centraux sont constitués chacun d'un moteur à courant continu alimenté en 48 V associé à un réducteur épicycloïdal de rapport de réduction $k = 1/25$. La matrice d'inertie en C_1 d'un axe moteur droit M_{1d} ou M_{1g} (en rotation suivant (C_1, \vec{x}_L)) est: $I_{C_1}(M_{1d} \text{ ou } M_{1g}) = \begin{pmatrix} A_m & 0 & 0 \\ 0 & B_m & 0 \\ 0 & 0 & B_m \end{pmatrix}_{(\vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)}$ avec $A_m = 795 \times 10^{-7}\text{ kgm}^2$ et $B_m = 8 \times 10^{-3}\text{ kgm}^2$.

Les masses et inerties des autres pièces seront négligées.

Modélisation du contact roue / sol

Les roues centrales R_{1d} et R_{1g} sont motrices, elles roulent sans glisser aux points de contact I_{1d} et I_{1g} . On pose $\vec{C}_{1d}\vec{I}_{1d} = -R\vec{z}_L$ et $\vec{C}_{1g}\vec{I}_{1g} = -R\vec{z}_L$. Le contact avec le sol 0 est modélisé par le torseur suivant: $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{1d})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(0 \rightarrow R_{1d}) = Y_{1d}\vec{y}_L + Z_{1d}\vec{z}_L \\ 0 \end{array} \right\}_{I_{1d}}$ et $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{1g})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(0 \rightarrow R_{1g}) = Y_{1g}\vec{y}_L + Z_{1g}\vec{z}_L \\ 0 \end{array} \right\}_{I_{1g}}$.

Les roues arrière R_{2d} et R_{2g} sont bloquées, leur vitesse de rotation par rapport au pôle arrière 2 est nulle. Le contact avec le sol 0 est modélisé par le torseur suivant: $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{2d})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(0 \rightarrow R_{2d}) = T_{2d}\vec{n}_g + Z_{2d}\vec{z}_L \\ 0 \end{array} \right\}_{I_{2d}}$ et $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{2g})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(0 \rightarrow R_{2g}) = T_{2g}\vec{n}_g + Z_{2g}\vec{z}_L \\ 0 \end{array} \right\}_{I_{2g}}$

avec \vec{n}_d et \vec{n}_g deux vecteurs unitaires opposés aux vitesses de glissement des roues R_{2d} et R_{2g} par rapport au sol 0 respectivement en I_{2d} et I_{2g} . On pose $\vec{C}_{2d}\vec{I}_{2d} = -R\vec{z}_L$ et $\vec{C}_{2g}\vec{I}_{2g} = -R\vec{z}_L$. $T_{2d} = fZ_{2d}$ et $T_{2g} = fZ_{2g}$; f est le facteur de frottement constant au contact roue/sol $f = 0,6$.

Autres liaisons

Toutes les autres liaisons de la plate-forme sont supposées parfaites (sans jeu, sans frottement).

Motoréducteur centraux

L'action mécanique développée par le motoréducteur sur la roue centrale droite R_{1d} est notée $\{\mathcal{T}(\text{moteur} \rightarrow R_{1d})\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -C_m\vec{x}_L \end{array} \right\}_{C_1}$.

L'action mécanique développée par le motoréducteur sur la roue centrale gauche R_{1g} est notée

$$\{\mathcal{T}(\text{moteur} \rightarrow R_{1g})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \vec{x}_L \end{array} \right\}_{C_1}.$$

Question 1 Justifier la forme de la matrice d'inertie de l'ensemble Σ au point C_1 dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Dans un premier temps, l'objectif est de déterminer la somme des efforts normaux $Z_{2d} + Z_{2g}$ s'exerçant sur les roues arrières. Isolons l'ensemble de la plate-forme PF, soit l'ensemble Σ , les roues centrales et les motoréducteurs. Plaçons-nous dans le plan médian $(C_1, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$ de la plate-forme PF. Nous définissons le projeté I_1 des points de contact I_{1d} et I_{1g} dans ce plan. I_1 est défini par le vecteur : $\vec{C_1 I_1} = -R \vec{z}_L$. D'autre part, nous avons $\vec{C_2 I_1} = b \vec{y}_L - R \vec{z}_L$ et $\vec{C_3 I_1} = -b \vec{y}_3 - R \vec{z}_L$. Nous ferons l'hypothèse que le moment dynamique $\delta(I_1, PF/0) \cdot \vec{x}_L$ est négligeable devant les actions mécaniques.

Question 2 En appliquant le théorème du moment dynamique à la plate-forme PF en mouvement par rapport au référentiel galiléen \mathcal{R}_0 en I_1 en projection sur \vec{x}_L , déterminer l'expression littérale de la somme des efforts normaux de contact $Z_{2d} + Z_{2g}$, entre les roues arrière et le sol. Réaliser l'application numérique et comparer la valeur obtenue à la somme des efforts normaux s'exerçant sur les roues arrière lorsque la plate-forme est immobile en appui sur ses six roues sur un sol plan, à savoir $(Z_{2d} + Z_{2g})_{\text{Repos}} = (m_2 + 2m_r)g$ avec $m_2 = 52 \text{ kg}$ la masse du pôle arrière 2.

L'objectif est dans un second temps de valider l'aptitude des moteurs à suivre la loi de vitesse en lacet exigée. Il est proposé de déterminer l'expression du couple moteur C_m par une approche énergétique.

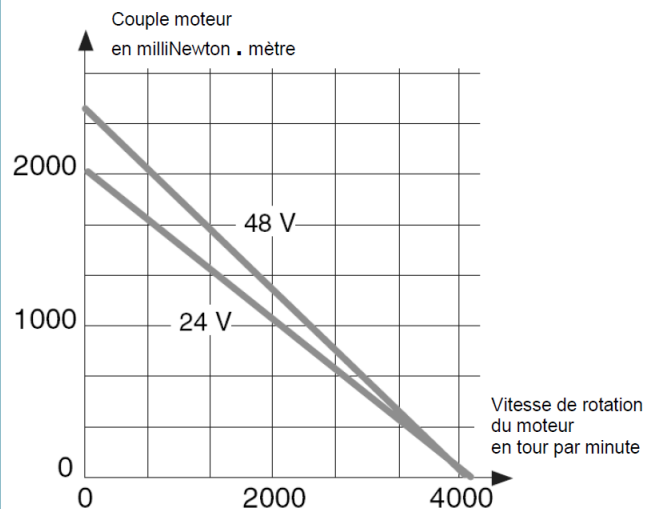
Question 3 Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble des solides en mouvement. Le résultat sera

mis sous la forme $\frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2$ où J est à exprimer sous forme littérale en fonction des données du problème.

Question 4 Mettre en œuvre le théorème de l'énergie cinétique afin de déterminer l'expression du couple moteur. Vous donnerez le résultat sous la forme $C_m = k_2 (J \dot{\varphi} + k_1 (T_{2d} + T_{2g}))$ où k_1 et k_2 sont à exprimer sous forme littérale en fonction des données du problème. Vous veillerez à bien faire apparaître les différentes étapes de votre raisonnement et à fournir des expressions littérales.

Pour la question suivante, vous prendrez $J = 34 \text{ kgm}^2$, $k_1 = 0,65 \text{ m}$ et $k_2 = 1,3 \times 10^{-2}$ sans unité.

Question 5 Calculer le couple moteur maximal : C_m maxi. À partir du graphe de fonctionnement du moteur, conclure quand à l'aptitude de la motorisation à générer le mouvement de lacet désiré.



TD 5 – Corrigé



RobuROC 6 : plate-forme d'exploration tout terrain*

Concours Commun Mines Ponts 2009

Savoirs et compétences :

- Mod2.C18.SF1 : Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide.
- Res1.C1.SF1 : Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement.

Mise en situation

Question 1 Justifier la forme de la matrice d'inertie de l'ensemble Σ au point C_1 dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Correction

Dans un premier temps, l'objectif est de déterminer la somme des efforts normaux $Z_{2d} + Z_{2g}$ s'exerçant sur les roues arrière. Isolons l'ensemble de la plate-forme PF, soit l'ensemble Σ , les roues centrales et les motoréducteurs. Plaçons-nous dans le plan médian $(C_1, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$ de la plate-forme PF. Nous définissons le projeté I_1 des points de contact I_{1d} et I_{1g} dans ce plan. I_1 est défini par le vecteur : $\vec{C_1 I_1} = -R \vec{z}_L$. D'autre part, nous avons $\vec{C_2 I_1} = b \vec{y}_L - R \vec{z}_L$ et $\vec{C_3 I_1} = -b \vec{y}_3 - R \vec{z}_L$. Nous ferons l'hypothèse que le moment dynamique $\delta(I_1, P F / 0) \cdot \vec{x}_L$ est négligeable devant les actions mécaniques.

Question 2 En appliquant le théorème du moment dynamique à la plate-forme PF en mouvement par rapport au référentiel galiléen \mathcal{R}_0 en I_1 en projection sur \vec{x}_L , déterminer l'expression littérale de la somme des efforts normaux de contact $Z_{2d} + Z_{2g}$, entre les roues arrière et le sol. Réaliser l'application numérique et comparer la valeur obtenue à la somme des efforts normaux s'exerçant sur les roues arrière lorsque la plate-forme est immobile en appui sur ses six roues sur un sol plan, à savoir $(Z_{2d} + Z_{2g})_{Repos} = (m_2 + 2m_r)g$ avec $m_2 = 52 \text{ kg}$ la masse du podé arrière 2.

Correction

L'objectif est dans un second temps de valider l'aptitude des moteurs à suivre la loi de vitesse en lacet exigée. Il est proposé de déterminer l'expression du couple moteur C_m par une approche énergétique.

Question 3 Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble des solides en mouvement. Le résultat sera mis sous la forme $\frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2$ où J est à exprimer sous forme littérale en fonction des données du problème.

Correction

Question 4 Mettre en œuvre le théorème de l'énergie cinétique afin de déterminer l'expression du couple moteur. Vous donnerez le résultat sous la forme $C_m = k_2 (J \ddot{\varphi} + k_1 (T_{2d} + T_{2g}))$ où k_1 et k_2 sont à exprimer sous forme littérale en fonction des données du problème. Vous veillerez à bien faire apparaître les différentes étapes de votre raisonnement et à fournir des expressions littérales.

Correction

Pour la question suivante, vous prendrez $J = 34 \text{ kgm}^2$, $k_1 = 0,65 \text{ m}$ et $k_2 = 1,3 \times 10^{-2}$ sans unité.

Question 5 Calculer le couple moteur maximal : $C_m \text{ maxi}$. À partir du graphe de fonctionnement du moteur, conclure quand à l'aptitude de la motorisation à générer le mouvement de lacet désiré.

Correction

