

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et	Denis DEFAUCHY
20/12/2017	équations différentielles du mouvement	TP - Sujet

# Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement

## TP

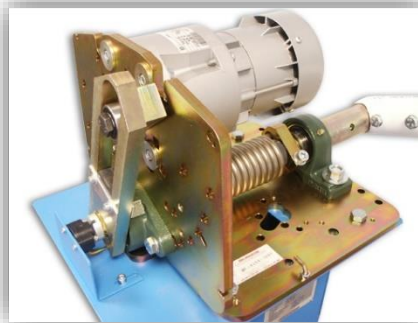
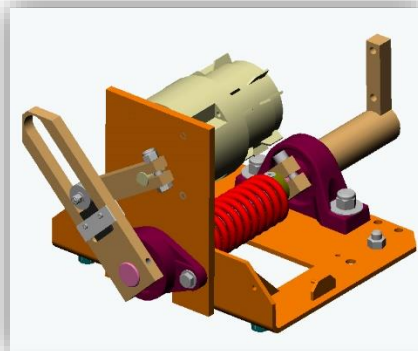
### *Barrière Sympact*

Programme - Compétences		
C12	RESOUDRE	Choix des isolements Choix des méthodes de résolution Actions mécaniques dans les liaisons Equations différentielles du mouvement
B212	MODELISER	Caractéristiques d'inertie d'un solide indéformable (masse, opérateur d'inertie) Lien entre forme de la matrice d'inertie et géométrie du solide associé Signification des termes de la matrice d'inertie
B223	MODELISER	Modélisation dynamique des solides Torseur cinétique et dynamique et énergie cinétique d'un solide ou système de solides Puissances des actions intérieures et extérieures par rapport à un référentiel galiléen
B224	MODELISER	Principe fondamental de la dynamique et théorème de l'énergie cinétique pour la détermination d'actions de liaisons et d'équations différentielles du mouvement

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
20/12/2017		TP - Sujet

## A.II. Support de travail

Ce travail sera réalisé sur la barrière Sympact présente dans le laboratoire.



## A.III. Objectifs

Par le calcul, la modélisation/simulation et l'expérimentation :

- Etudier les caractéristiques d'inertie de la lisse autour de son axe de rotation
- Etudier le mouvement libre de la lisse au cours du temps
- Choisir le calage du ressort afin de répondre au critère de temps de remontée de la lisse du cahier des charges

Pour cela, vous devrez déterminer les constantes proposées en dernière page de ce document permettant de caractériser : l'action de la gravité, l'action du ressort de torsion, l'inertie de la lisse, les frottements secs et les frottements visqueux.

## A.IV. Extrait du cahier des charges

Critère	Niveau	Flexibilité
Angle final de la lisse	90°	Minimum
Temps de remontée de la barrière en cas de panne d'alimentation	3 secondes	maximum
Positions de la masse X (variable définie en annexe)	[10 cm; 55 cm]	Dans l'intervalle

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et	Denis DEFAUCHY
20/12/2017	équations différentielles du mouvement	TP - Sujet

## A.V. Problématique

Quel calage angulaire initial en degrés doit être imposé au ressort de torsion afin de répondre aux critères du cahier des charges ?

On donnera un résultat angulaire en degrés avec une précision de  $\pm 0.1^\circ$

## A.VI. Démarche de résolution

En suivant le travail proposé pour chaque groupe, vous allez déterminer l'intégralité des constantes proposées dans l'annexe 1. Vous ferez alors tourner une simulation sous Python et vérifierez son adéquation avec le comportement réel expérimentale de notre barrière Sympact.

Vous serez alors en mesure d'utiliser ce code pour répondre à la problématique.

## A.VII. Organisation du travail

Ce travail sera effectué par groupes de 5 à 6 élèves sur 5 séances de TP. Les 5/2 doivent se répartir dans les différents groupes.

Chaque groupe se décomposera en 5 sous-groupes :

- Un chef de groupe (1 personne)
- Un groupe expérimentateur (1 personnes)
- Un groupe modélisateur
- Un groupe théoricien (1 à 2 personnes)
- Un groupe charmeur

Les expérimentateurs des 4 groupes en parallèle pourront travailler ensemble.

Lisez l'intégralité des tâches à effectuer et organisez les différents groupes.

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
20/12/2017		TP - Sujet

## A.VIII. Travail de chaque groupe

### A.VIII.1 Chef de groupe

Le chef de groupe a pour rôle de :

- Travail de chef
  - Comprendre l'objectif du projet en s'appropriant le travail de chaque groupe
  - Définir clairement les objectifs du projet
  - Orienter et gérer le travail de chaque équipe pour que les résultats arrivent en temps voulu auprès de chacun
  - Coordonner le travail des différentes équipes afin de travailler dans les mêmes conditions et d'obtenir des résultats dont la comparaison sera logique
    - Prise en compte ou non de pièces vis-à-vis de leurs inerties
    - Mêmes positions initiales de la lisse (angle nul à l'horizontale)
    - Mêmes positions de la masse – on choisira au minimum 3 positions induisant des comportements différents de la lisse lors de l'étude dynamique de l'évolution de sa position
  - Surveiller le travail des différents groupes et prendre part à leurs développements si nécessaire
  - Communiquer avec le professeur
  - Présenter le travail réalisé
- Inertie en fonction de la position de la masse
  - Récupérer la courbe d'évolution de l'inertie de la lisse en fonction de la position de la masse issues du traitement numérique des mesures auprès du groupe **expérimentateurs** – Attention, ces résultats peuvent ne pas être concluants
  - Récupérer la courbe d'évolution de l'inertie de la lisse en fonction de la position de la masse issue du modèle SolidWorks auprès du groupe **modélisateur**
  - Récupérer la courbe d'évolution de l'inertie de la lisse en fonction de la position de la masse issue du calcul théorique auprès du groupe **théoricien**
  - Réaliser une synthèse des différentes valeurs d'inertie en les traçant sur un même graphique, comprendre les écarts entre inertie calculée, issue du modèle SolidWorks et de l'expérimentation
  - Valider une formule fiable de l'expression de cette inertie en fonction de la position de la masse dont la forme est proposée en annexe 1 : coefficients  $(a, b, c)$
  - Fournir cette formule au groupe **charmeur**
- Evolution temporelle de la lisse
  - Récupérer les courbes d'évolution temporelle de la position de l'ensemble mobile issues de l'expérimentation auprès du groupe **expérimentateur**
  - Récupérer les courbes d'évolution temporelle de la position de l'ensemble mobile issues du modèle SolidWorks auprès du groupe **modélisateur**
  - Récupérer les courbes d'évolution temporelle de la position de l'ensemble mobile issues de la résolution Python auprès du groupe **charmeur**
  - Réaliser une synthèse des différentes courbes récupérées en les traçant sur un même graphique, comprendre les écarts entre les comportements expérimentés, simulés sur SolidWorks et résolus sous Python

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et	Denis DEFAUCHY
20/12/2017	équations différentielles du mouvement	TP - Sujet

- Réponse à la problématique
  - En lien avec le groupe **charmeur**, apporter une réponse à la problématique

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
20/12/2017		TP - Sujet

## A.VIII.2 Groupe expérimentateur

Le groupe expérimentateur a pour rôle de :

- Mesures
  - o Mesurer toutes les dimensions des pièces dont les groupes **modélisateur** et théoricien ont besoin et les leur fournir
  - o Mesurer les masses dont les groupes **modélisateur** et **théoricien** ont besoin et les leur fournir
- Démontage
  - o Mettre en évidence la présence d'une plage d'angles d'équilibre de la lisse liée aux frottements du système
  - o Identifier une pièce qui pourrait être démontée afin de grandement diminuer leur influence
  - o Demander au professeur encadrant de démonter cette pièce
  - o Prendre note des consignes de sécurité associées à ce démontage
- Etude de la position d'équilibre
  - o Réaliser des expériences afin de déterminer l'angle d'équilibre de la lisse pour différentes positions de la masse :  $\theta_{eq} = f(X)$ .
  - o Regrouper ces résultats sur un tableur
  - o Fournir le tableur au groupe **théoricien** qui déterminera les constantes du ressort de torsion  $k$  et  $\theta_0$  comme proposé en annexe 1
- Etude des frottements secs
  - o Réaliser des expériences permettant de mettre en évidence les frottements secs en vue de calculer le couple de frottement sec (frottement de Coulomb constant  $C_{fs}$ )
  - o Regrouper ces résultats sur un tableur
  - o Fournir le tableur au groupe **charmeur** qui déterminera l'expression de ce couple  $C_{fs}$
- Evolution de la lisse
  - o Réaliser des expériences en lien avec les hypothèses des autres groupes en vue d'étudier le comportement dynamique de la lisse sous l'action du ressort pour plusieurs positions de la masse
  - o Ouvrir et recalculer chaque mesure sur un tableur afin que le temps 0 soit le temps auquel la lisse est libérée
  - o Regrouper les différentes courbes d'évolution de la lisse en fonction de la position de la masse sur un même graphique
  - o Communiquer au groupe **charmeur** la page bilan qui regroupe les évolutions de la lisse pour différentes positions de la masse lui permettant d'étudier les frottements visqueux
  - o Communiquer l'ensemble du fichier au **chef de groupe**
- Identification de l'inertie de la lisse – Plus délicat
  - o Traiter les données en lien avec les résultats du groupe **théoricien** afin d'essayer de déterminer l'inertie de la lisse autour de son axe de rotation pour chacun des essais – On utilisera un développement de Taylor à l'ordre 2 pour déterminer  $\ddot{\theta}$  connaissant  $\theta$  à tout instant – Compte tenu des bruits, on pourra communiquer avec les autres groupes pour avoir un ordre de grandeur des inerties à trouver

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et	Denis DEFAUCHY
20/12/2017	équations différentielles du mouvement	TP - Sujet

- Tracer l'inertie obtenue expérimentalement en fonction de la position de la masse sur un tableur
- Fournir la courbe d'évolution de l'inertie en fonction de la position de la masse au **chef de groupe**

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
20/12/2017		TP - Sujet

### A.VIII.3 Groupe modélisateur

Le groupe modélisateur a pour rôle de :

- Mettre en place un modèle volumique de l'ensemble mobile sous SolidWorks en utilisant dimensions et masses fournies par le groupe **expérimentateur**
- Déterminer l'inertie de la lisse autour de son axe de rotation pour différentes positions de la masse en utilisant les inerties fournies par SolidWorks
- Tracer l'inertie de l'ensemble mobile autour de son axe de rotation en fonction de la position de la masse sur un tableur et fournir ce fichier au **chef de groupe**
- Effectuer une simulation dynamique du mouvement en introduisant le couple du ressort que le groupe **théoricien** vous fournira – On négligera ici les frottements
- Intégrer les couples de frottement identifiés par le groupe **charmeur** au modèle
- Réaliser plusieurs simulations pour différentes positions de la masse en lien avec les autres groupes
- Ouvrir sur un tableur les courbes simulées d'évolution temporelle de la position de la lisse en fonction du temps pour différentes positions de la masse en partant de l'horizontale
- Regrouper les différentes courbes d'évolution de la lisse en fonction de la position de la masse sur un même graphique
- Fournir ce fichier au **chef de groupe**

Quelques remarques : (pour tous ces points, vous pourrez demander de l'aide au professeur encadrant)

- La définition des masses est parfois capricieuse, la masse n'étant pas retenue après validation. Il est possible d'imposer la masse, aller regarder à quelle masse volumique cela correspond, puis d'annuler cette masse et d'imposer la masse volumique. Attention à ouvrir la pièce seule pour pouvoir dégriser la case de la masse volumique
- Attention, pour avoir la bonne inertie sous SolidWorks, c'est-à-dire autour d'un point de l'axe de rotation, il faut proprement créer vos pièces. Prenez bien comme origine de vos constructions d'esquisses le point d'origine du repère de la pièce concernée, en particulier pour la lisse. Si besoin, créez une esquisse dans laquelle vous mettrez un point qui devra être confondu avec l'origine du repère global. Lorsque vous ferez votre assemblage, imposez alors une contrainte de coïncidence entre l'origine du repère global et l'origine de la lisse ! Alors, la matrice d'inertie nommée (pris au système de coordonnées de sortie : origine fixe de l'assemblage, axes fixes de l'assemblage) dans « propriétés de masse » en sélectionnant l'assemblage vous donnera le terme d'inertie recherché. Vous remarquerez que la position de la lisse influence certains des coefficients de cette matrice. En effet, le référentiel global étant fixe, il est normal que la projection de la matrice d'inertie ne soit pas la même. Toutefois, l'axe de rotation étant fixe, le terme autour de l'axe sera constant !
- Voulant simuler des évolutions de la lisse depuis une position horizontale, il faudra veiller à imposer à la lisse une contrainte d'assemblage afin qu'elle soit horizontale à l'un des 3 plans de l'assemblage global. On pourra alors dans Meca3D choisir la direction de la gravité en fonction de ce choix.
- Le couple du ressort est à définir dans Meca3D à l'aide d'une action de type « barre de torsion ». Par définition, Meca3D suppose que l'angle intervenant dans la formule du couple est nul au départ de la simulation. Ainsi, en imposant  $k$  et  $\theta_0$  et en partant d'une situation où



Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
20/12/2017		TP - Sujet

la lisse est horizontale, la formule sera exactement celle trouvée par les autres groupes. Si on était partis d'une autre position, il aurait fallu avant d'imposer ces deux coefficients redéfinir la formule avec un nouveau 0 autour de la position initiale.

- Les points d'ancrage demandés pour la barre de torsion sont soit des surfaces, soit des arrêtes de chacune des deux pièces à sélectionner avec la touche « ctrl »
- Il n'est pas possible d'imposer une raideur négative. En cherchant longuement, j'ai trouvé une méthode pour changer le signe de l'effort du ressort. Changer l'ordre des pièces ou des points d'ancrage n'y fait rien. Par contre, choisir comme points d'ancrage 2 arrêtes, ou 2 plans, change le sens. De même, prendre une arrête d'une pièce et une surface de l'autre, ou l'inverse, change aussi le sens.
- Pour imposer un couple de frottement sec, le principe consiste à réaliser une courbe qui imposera un couple en fonction de la vitesse de rotation de la lisse. Si la vitesse est positive, on impose le couple de frottement d'un signe adapté au problème, et de signe opposé si la vitesse est opposée :
  - Clic droit sur « Courbes » dans « Entrées » puis « Ajouter... » - Cliquer en bas à gauche sur « Créer » - Cliquer sur « Liste » et ajoutez les points nécessaires afin de créer un couple valant  $C_{fs}$  sur un intervalle assez grand négatif (ex - 99999 à -0.001) et  $-C_{fs}$  sur un intervalle assez grand positif (ex 0.001 à 99999) – Ensuite, enregistrer la courbe et tout valider, elle apparaît alors dans l'arbre
  - Clic droit sur « Efforts » et ajouter un effort « Moteur variable » - Choisir la pièce sur laquelle appliquer cet effort et valider – Cliquer sur le champs vide « Couple moteur » qui devient rouge et cliquer sur la courbe d'entrée créée dans l'arbre – Choisir le paramètre en haut à droite : Vitesse – Un champs « Liaison » apparaît, cliquer dedans et cliquer sur la liaison pivot dont le paramètre de vitesse va piloter le couple de frottement via la courbe créée précédemment – Faites un essai de simulation, tracez la courbe du couple de frottement et vérifiez qu'il est opposé au mouvement, sinon modifier la courbe du couple en conséquence
- Pour imposer le couple de frottement visqueux, faire un clic droit sur la pivot associée dans l'arbre, « Options » puis « Frottement... ». Jouez alors avec les 3 paramètres afin qu'à droite, dans la case grisée du coefficient en Nm/(rd/s), soit affiché le bon coefficient
- Pour le calcul dynamique : Clic droit sur « Analyse », puis « Calcul mécanique ». Choisir une étude dynamique, et pour la liaison pivot, dans la colonne mouvement, choisir « Libre ». Attention à laisser la vitesse à 0 ! Choisissez le nombre de positions et le temps et lancez le calcul
- Pour tracer la courbe de la position de la lisse en fonction du temps par exemple, après avoir lancé une simulation : Clic droit sur « Courbes » puis « Ajouter », « Simple » - Choisir « Liaisons » puis sélectionner la liaison pivot – Choisir « Position », en bas choisir « Rotation » – Cliquer sur « Consulter » pour identifier la composante à tracer, revenir à la fenêtre précédente et cliquer sur « Ajout ». La courbe apparaît en bas de l'arbre, il suffit alors de la consulter avec un clic droit... Si l'angle est négatif : clic droit sur la pivot dans l'arbre – « Option » et « Inverser les axes »

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
20/12/2017		TP - Sujet

### A.VIII.4 Groupe théoricien

Le groupe théoricien a pour rôle de :

- Mettre en place l'équation du mouvement de la lisse à l'aide d'un théorème dont on précisera les critères de choix et les hypothèses – Fournir cette équation au groupe **Charmeur**
- Proposer un modèle schématique de l'ensemble des pièces composant l'ensemble mobile en faisant apparaître un paramétrage clair permettant le calcul de son inertie autour de l'axe de rotation (cf annexe) et son étude statique – On précisera les pièces dont l'inertie sera négligée – Ce paramétrage sera fourni à tous les membres du groupe afin d'harmoniser les noms des paramètres utilisés pour les différents travaux
- Récupérer dimensions et masses nécessaires auprès du groupe **expérimentateur**
- Déterminer l'expression du couple issu des actions de gravité  $C_g(X, \theta)$  sur la lisse et la fournir au groupe **charmeur**
- Déterminer l'expression du couple  $C_r(\theta)$  exercé par le ressort sur la lisse en fonction de sa position angulaire en exploitant les résultats de l'étude d'équilibre du groupe **expérimentateur** : A l'équilibre :  $C_g(X, \theta_{eq}) = C_r(\theta)$ . Deux constantes  $k$  et  $\theta_0$  devront être déterminées comme précisé en annexe 1. Fournir l'expression de ce couple au groupe **modélisateur** et au groupe **charmeur**
- Déterminer par le calcul l'inertie de la lisse autour de son axe de rotation en fonction de la position de la masse en un point bien choisi en coordination avec les autres groupes sous la forme proposée en annexe 1
- Tracer l'inertie calculée de l'ensemble mobile autour de son axe de rotation en fonction de la position de la masse sur un tableur et la fournir au **chef de groupe**
- Déterminer l'expression littérale de l'inertie de la lisse autour de son axe de rotation en fonction de  $\theta$  et  $\ddot{\theta}$  et la communiquer au groupe **expérimentateur**

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et	Denis DEFAUCHY
20/12/2017	équations différentielles du mouvement	TP - Sujet

## A.VIII.5 Groupe charmeur

Le groupe résolution numérique a pour rôle de :

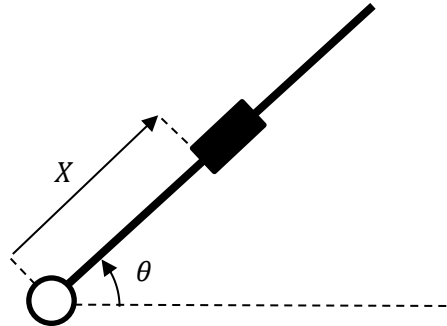
- Identifier la forme des expressions de chacun des couples extérieurs sur l'ensemble mobile (pesanteur, ressort, frottements secs, frottements visqueux) – On pourra se référer à l'annexe 1
- Mettre en place un code Python basé sur la méthode d'Euler permettant de résoudre l'équation différentielle du mouvement de l'ensemble mobile, équation qui vous sera fournie par le groupe **Théoricien** – On pourra dans un premier temps renseigner des coefficients approximatifs prédéterminés logiquement (inertie de la lisse, couple gravité...)
- Récupérer la formule de l'inertie de l'ensemble mobile en fonction de la position de la masse dont vous avez besoin pour votre simulation auprès du **chef de groupe** qui aura synthétisé les résultats des autres groupes (expérimentateur, modélisateur, théoricien)
- Récupérer les valeurs des constantes des couples de gravité et du ressort auprès du groupe **théoricien**
- Réaliser de premières simulations sans frottements et vérifier la cohérence des résultats avec l'expérimentation
- Faire en sorte que votre programme Python renvoie, sur un même graphique, les courbes d'évolution temporelle de la lisse pour les différentes positions de la masse choisies par l'ensemble des groupes
- Récupérer les mesures statiques autour de l'équilibre auprès du groupe **expérimentateur** permettant d'identifier le couple de frottements secs et identifier sa valeur
- Récupérer les mesures d'évolution temporelle de la lisse auprès du groupe **expérimentateur**
- Ajouter la prise en compte des frottements secs et visqueux sous Python
- Proposer un couple de frottement visqueux (amortissement) en simulant la lisse et en identifiant, à tâtons, ce coefficient afin de reproduire les comportements réels
- Communiquer les expressions des couples de frottement au groupe **modélisateur**
- Réaliser plusieurs simulations pour différentes positions de la masse en lien avec le travail des autres groupes
- Exporter les résultats de ces simulations Python sur un tableur
- Regrouper les différentes courbes d'évolution de la lisse en fonction de la position de la masse sur un même graphique
- Fournir ce fichier au **chef de groupe**
- En utilisant le code Python mis en place, déterminer le calage angulaire initial à imposer au ressort de rappel afin de répondre à la problématique et fournir ce résultat au **chef de groupe**,

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
20/12/2017		TP - Sujet

## Annexe 1

Attention, ces formules dépendent du paramétrage choisi.

J'ai posé :



Élément à modéliser	Forme de la formule	Constantes à déterminer
Couple de gravité	$C_g(\theta, X) = (A + BX) \cos \theta$	$\begin{cases} A \text{ (N.m)} \\ B \text{ (N)} \end{cases}$
Couple ressort	$C_r(\theta) = k(\theta - \theta_0)$	$\begin{cases} k \text{ (Nm/°)} \\ \theta_0 \text{ (°)} \end{cases}$
Inertie de la lisse	$J(X) = aX^2 + bX + c$	$\begin{cases} a \text{ (kg)} \\ b \text{ (kg.m)} \\ c \text{ (kg.m}^2\text{)} \end{cases}$
Frottements	$C_f = -\text{signe}(\dot{\theta}) C_{fs} + C_{fv} \dot{\theta}$	$\begin{cases} C_{fs} \text{ (N.m)} \\ C_{fv} \text{ (N.m.s.rd}^{-1}\text{)} \end{cases}$

J'accepte, à tout moment, de confirmer vos coefficients, attention aux unités.

On précise que le matériau de la lisse est de l'aluminium de masse volumique :  $\rho = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$