

Activation 1 – Corrigé



Activation – Système de dépose de composants électroniques

Émilien Durif – E3A PSI 2011

Savoirs et compétences :

- Mod2.C18.SF1 : Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide.
- Res1.C1.SF1 : Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement.

Question 1 Construire le graphe des liaisons modélisant le système entier.

Correction

Question 2 Déterminer l'expression de $\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_g)$ en fonction de puissances extérieures élémentaires (on ne développera pas les calculs explicitement pour l'instant).

Correction

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_g) = \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(\text{Moteur} \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) + \mathcal{P}(\text{poids} \rightarrow S_3/R_0)$$

Question 3 Calculer $\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_0)$ en fonction des données du problème.

Correction On a :

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_g) = \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(\text{Moteur} \rightarrow S_1/R_0) + \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) + \mathcal{P}(\text{poids} \rightarrow S_3/R_0)$$

$$\bullet \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_1/R_0) = \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_1/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} X_{01} \cdot \vec{x}_0 + Y_{01} \cdot \vec{y}_0 + Z_{01} \cdot \vec{z}_0 \\ L_{01} \cdot \vec{x}_0 \pm C_r \cdot \vec{y}_0 + N_{01} \cdot \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{O_0} \otimes \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}(t) \cdot \vec{y}_0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_{O_0} = \pm C_r \cdot \dot{\theta}(t).$$

Le signe de la composante suivant \vec{y}_0 dépendra du sens du mouvement de S_1/S_0 .

$$\bullet \mathcal{P}(\text{Moteur} \rightarrow S_1/R_0) = \{\mathcal{T}(\text{Moteur} \rightarrow S_1)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_1/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ C_m \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{-} \otimes \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}(t) \cdot \vec{y}_0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_{O_0} = C_m \cdot \dot{\theta}(t).$$

$$\bullet \mathcal{P}(S_0 \rightarrow S_3/R_0) = \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_3)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_3/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} X_{03} \cdot \vec{x}_0 \pm Y_{03} \cdot \vec{y}_0 + Z_{03} \cdot \vec{z}_0 \\ L_{03} \cdot \vec{x}_0 + M_{03} \cdot \vec{y}_0 + N_{03} \cdot \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{-} \otimes \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \dot{y}(t) \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{-} = \pm Y_{03} \cdot \dot{y}(t).$$

$$\bullet \mathcal{P}(\text{Poids} \rightarrow S_3/R_0) = \{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow S_3)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_3/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -M_3 \cdot g \cdot \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{G_3} \otimes \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \dot{y}(t) \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{G_3} = 0.$$

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_0) = (C_m \pm C_r) \cdot \dot{\theta}(t) \pm Y_{03} \cdot \dot{y}(t)$$

Question 4 Calculer l'ensemble des puissances des actions mutuelles dans les liaisons pour l'ensemble $E : \mathcal{P}_{\text{int}}(E)$.

Correction • D'après le graphe des liaisons : $\mathcal{P}_{\text{int}}(E) = \mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) + \mathcal{P}(S_2 \leftrightarrow S_3)$.

$$\bullet \text{ Calcul de } \mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = \{\mathcal{T}(S_1 \rightarrow S_2)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \begin{matrix} X_{12} \vec{x}_0 + Y_{12} \vec{y}_0 + Z_{12} \vec{z}_0 \\ L_{12} \vec{x}_0 + M_{12} \vec{y}_0 + N_{12} \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{O_0} \otimes \left\{ \begin{matrix} q_{21} \vec{y}_0 \\ \nu_{12} \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{O_0} =$$

$$Y_{12} \cdot \nu_{12} + q_{21} \cdot M_{12}. \text{ Or, } \left\{ \begin{matrix} M_{12} = -\frac{p}{2\pi} Y_{12} \\ \nu_{12} = \frac{p}{2\pi} q_{21} \end{matrix} \right. . \text{ D'où : } \mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = Y_{12} \cdot \nu_{12} + q_{21} \cdot M_{12} = \frac{p}{2\pi} [Y_{12} \cdot q_{21} - q_{21} \cdot Y_{12}] = 0.$$

$$\bullet \text{ Calcul de } \mathcal{P}(S_2 \leftrightarrow S_3) = \{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_3)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_3/S_2)\} = \left\{ \begin{matrix} A \\ X_{23} \vec{x}_0 + Y_{23} \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{\vec{0}} \otimes \left\{ \begin{matrix} A \\ p_{32} \vec{x}_0 + q_{32} \vec{y}_0 + r_{32} \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{w_{32} \cdot \vec{z}_0} = 0.$$

• On en déduit donc : $\mathcal{P}_{\text{int}}(E) = 0$.

Question 5 Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble E dans son mouvement par rapport à R_0

Correction

- Énergie cinétique de l'ensemble dans son mouvement par rapport à R_0 :

$$E_c(E/R_0) = E_c(1/R_0) + E_c(2/R_0) + E_c(3/R_0)$$

- Énergie cinétique de 1 dans son mouvement par rapport à R_0 : $E_c(1/R_0) = \frac{1}{2} \{ \sigma(1/R_0) \} \otimes \{ \mathcal{V}(1/R_0) \} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} \vec{*} \\ \vec{I}_{O_0}(S_1) \cdot \dot{\theta}(t) \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{O_0} \otimes \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}(t) \vec{y}_0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_{O_0} = \frac{1}{2} \left[\dot{\theta}^2 \vec{I}_{O_0}(S_1) \cdot \vec{y}_0 \cdot \vec{y}_0 \right] = \frac{1}{2} J_1 \cdot \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} (I_m + I_v) \cdot \dot{\theta}^2$.
- Énergie cinétique de 2 dans son mouvement par rapport à R_0 : $E_c(2/R_0) = \frac{1}{2} \{ \sigma(2/R_0) \} \otimes \{ \mathcal{V}(2/R_0) \} = 0$ car l'inertie de 2 est négligeable.
- Énergie cinétique de 3 dans son mouvement par rapport à R_0 : $E_c(3/R_0) = \frac{1}{2} \{ \sigma(3/R_0) \} \otimes \{ \mathcal{V}(3/R_0) \} = \left\{ \begin{matrix} - \\ M_3 \cdot \dot{y}(t) \end{matrix} \right\} \cdot \vec{y}_0 \cdot \vec{y}_0 \otimes \left\{ \begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} M_3 \cdot \dot{y}^2(t)$.
- L'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble E : $E_c(E/R_0) = \frac{1}{2} [(I_m + I_v) \cdot \dot{\theta}^2(t) + M_3 \cdot \dot{y}^2(t)]$.

Question 6 Déterminer la mobilité du système.

Correction Ici la mobilité vaut 1.

Question 7 Déterminer une relation entre les paramètres cinématiques du problème.

Correction Par une fermeture cinématique on pourrait montrer : $\dot{y}(t) = -\frac{p}{2\pi} \dot{\theta}(t)$.

Question 8 Déterminer l'inertie équivalente de E ramenée à la rotation autour de l'axe (O_0, \vec{y}_0) et du paramètre $\dot{\theta}(t)$.

Correction $E_c(E/R_0) = \frac{1}{2} [(I_m + I_v) \cdot \dot{\theta}^2(t) + M_3 \cdot \dot{y}^2(t)] = \frac{1}{2} [(I_m + I_v) + M_3 \cdot \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2] \cdot \dot{\theta}^2(t)$ d'où, $J_{eq}(E) = (I_m + I_v) + M_3 \cdot \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2$.

Question 9 Déterminer la masse équivalente de E ramené à la translation selon la direction \vec{y}_0 et du paramètre $\dot{y}(t)$.

Correction $E_c(E/R_0) = \frac{1}{2} [(I_m + I_v) \cdot \dot{\theta}^2(t) + M_3 \cdot \dot{y}^2(t)] = \frac{1}{2} [(I_m + I_v) \cdot \left(\frac{2\pi}{p}\right)^2 + M_3] \cdot \dot{y}^2(t)$ d'où, $M_{eq}(E) = (I_m + I_v) \cdot \left(\frac{2\pi}{p}\right)^2 + M_3$.

Question 10 Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble E .

Correction En combinant les résultats des différentes questions précédentes, on obtient : $M_{eq} \cdot \dot{y}(t) \cdot \ddot{y}(t) = (C_m \pm C_r) \cdot \dot{\theta}(t) \pm Y_{03} \cdot \dot{y}(t) + 0$.

On peut postuler un sens de déplacement : $\dot{y}(t) > 0$, ainsi $\dot{\theta} = -\frac{2\pi}{p} \dot{y}(t) < 0$, $C_r > 0$, $Y_{03} < 0$: $M_{eq} \cdot \dot{y}(t) \cdot \ddot{y}(t) = \left[-(C_m + C_r) \cdot \frac{2\pi}{p} + Y_{03} \right] \cdot \dot{y}(t)$

Question 11 Déterminer des équations supplémentaires issues des théorèmes généraux pour déterminer l'équation de mouvement du système permettant de relier C_m à $y(t)$.

Correction Il faut éliminer le paramètre Y_{03} . Pour cela on peut écrire le théorème de la résultante dynamique appliqué à S_3 en projection selon \vec{z}_0 : $Z_{03} - M_3 \cdot g = 0$.

Or la loi de Coulomb donne (avec $Z_{03} > 0$ et $Y_{03} < 0$) : $Y_{03} = -\mu \cdot Z_{03} = -\mu \cdot M_3 \cdot g$.

Ainsi l'équation de mouvement obtenue est (en éliminant $\dot{y}(t) \neq 0$) : $M_{eq} \cdot \ddot{y}(t) = -(C_m + C_r) \cdot \frac{2\pi}{p} - \mu \cdot M_3 \cdot g$.

Question 12 Déterminer le couple moteur à fournir dans le cas le plus défavorable (accélération maximale).

Correction

$$C_m = -\frac{p}{2\pi} [M_{eq} \dot{y}_{max} + M_3 \cdot g \cdot \mu] - C_r = -\frac{p}{2\pi} M_3 (\dot{y}_{max} + g \cdot \mu) - (I_m + I_v) \frac{2\pi}{p} \dot{y}_{max} - C_r$$

L'application numérique donne : $C_m = -3,79 N \cdot m$

On cherche à déterminer en régime permanent les pertes au niveaux de la liaison hélicoïdale entre S_1 et S_2 . On considère donc les actions mécaniques de frottement nulles partout ailleurs dans le système global. On introduit alors un rendement η défini en régime permanent et donc à variation d'énergie cinétique négligeable.

Question 13 En considérant le système $E_1 = \{S_1 + S_2\}$, définir le rendement.

Correction

$$\eta = \frac{\mathcal{P}(\text{utile})}{\mathcal{P}(\text{entrée})} = \frac{\mathcal{P}(S_2 \rightarrow S_3/R_0)}{\mathcal{P}(\text{moteur} \rightarrow S_1/R_0)}$$

Question 14 On définit la puissance dissipée comme la puissance des inter-effort entre S_1 et S_2 . En appliquant un théorème de l'énergie cinétique à S_2/R_0 et S_1/R_0 en régime permanent donner l'expression des puissances dissipées dans la liaison hélicoïdale.

Correction

- Expression de $\mathcal{P}(\text{dissipée})$: $\mathcal{P}(\text{dissipée}) = -\mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = -(\mathcal{P}(S_1 \rightarrow S_2/R_0) + \mathcal{P}(S_2 \rightarrow S_1/R_0))$;
- TEC appliqué à S_2/R_0 en régime permanent : $\mathcal{P}(S_1 \rightarrow S_2/R_0) = -\mathcal{P}(S_3 \rightarrow S_2/R_0)$;
- TEC appliqué à S_1/R_0 en régime permanent : $\mathcal{P}(\text{moteur} \rightarrow S_1/R_0) = -\mathcal{P}(S_2 \rightarrow S_1/R_0)$
- en combinant ces équations on obtient $\mathcal{P}(\text{dissipée})$: $\mathcal{P}(\text{dissipée}) = -(-\mathcal{P}(S_3 \rightarrow S_2/R_0) - \mathcal{P}(\text{moteur} \rightarrow S_1/R_0))$
 $= -\mathcal{P}(S_2 \rightarrow S_3/R_0) + \mathcal{P}(\text{moteur} \rightarrow S_1/R_0) = (1 - \eta) \mathcal{P}(\text{moteur} \rightarrow S_1/R_0)$.

On donne :

- Rendement η dans la liaison hélicoïdale : $\eta = 0,8$;

Question 15 Déterminer dans ces conditions les dissipations.

Correction $\mathcal{P}(\text{dissipée}) = C_{max} \cdot \dot{\theta}_{max} \cdot (\eta - 1) = 21,2 \times 6000 \frac{2\pi}{60} \cdot (1 - \eta) = 2664 \text{ W}$