# Récupération d'énergie au freinage sur véhicules électriques

Pertinence de la récupération d'énergie au freinage Analyse externe

# Q1. Indiquer trois raisons incitant les usagers des véhicules électriques à décélérer sans utiliser la pédale de frein :

- décélération reproductible et constante du système
- pas d'usure mécanique
- possibilité de récupérer l'énergie pour charger les batteries au lieu de la dissiper par transfert thermique

Séquence type urbaine

# Q2. Distance parcourue dans le cas d'un freinage « normal » :

hypothèse : le mouvement est rectiligne sur route horizontale, la décélération est constante. On peut donc écrire directement :

$$V(t) = \gamma_n \cdot t + V_0$$
 et  $x(t) = \gamma_n \cdot \frac{t^2}{2} + V_0 \cdot t$ 

Les conditions initiales et finales  $V(0)=V_0=50 \text{ km.h}^{-1}$  et  $V(t_f)=0$  permettent de

déterminer la distance soit 
$$x(t_f) = \frac{y_n}{2} \cdot (\frac{-V_0}{y_n})^2 + V_0 \cdot (\frac{-V_0}{y_n})$$

L'application numérique, en prenant garde aux unités, conduit à  $x(t_f)=48,22\,m$ . Le critère est respecté puisqu'il était proposé  $50\,m$ .

# Q3. Evolution temporelle de la vitesse du véhicule par rapport au sol lors d'une séquence urbaine type telle que définie dans le sujet :

il s'agit d'une loi en trapèze classique.

$$\begin{array}{ll} \text{sur l'intervalle} & [t_0,t_1]\!:\!V_h(t)\!=\!\gamma_n.(t\!-\!t_0)\\ \text{sur l'intervalle} & [t_1,t_2]\!:\!V_h(t)\!=\!V_0\\ \text{sur l'intervalle} & [t_2,t_3]\!:\!V_h(t)\!=\!-\gamma_n.(t\!-\!t_2)\!+\!V_0 \end{array}$$



Il manque dans l'énoncé de la question les variables  $(t_0,t)$ .

Avec les données du problème on obtient :

$$t_{1}-t_{0} = \frac{V_{0}}{Y_{n}} = \frac{\frac{50}{3.6}}{2} = 6.94 s ;$$
  
$$t_{2}-t_{1} = \frac{distance\ parcourue}{V_{0}} = \frac{500}{\frac{50}{3.6}} = 36 s$$

et par symétrie,  $t_3 - t_2 = t_1 - t_0 = 6,94 s$ .

# Q4. Pertinence de la récupération d'énergie au freinage

hypothèses : inertie des pièces en rotation négligée, non glissement des roues sur le sol, déplacement sur route horizontale.

on applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble véhicule soit :

$$\frac{dT \left\{ v\acute{e}hicule \mid R \right\}}{dt} = P_{ext} + P_{int}$$

calcul de la dérivée de l'énergie cinétique :  $M. \gamma_n. V_h(t)$ 

calcul de la puissance des efforts extérieurs :

seule l'action aérodynamique et de résistance au roulement contribue, car il n'y a pas glissement et la pesanteur ne « travaille » pas . Dans ce cas il vient :

$$P_{ext} = -f.V_h(t)^2$$

On a ainsi  $P_{int} = M$ .  $\gamma_n$ .  $V_h(t) + f$ .  $V_h(t)^2$ 

Or la puissance des inter efforts correspond à la puissance mécanique fournie par la transmission aux roues. Pour obtenir la puissance électrique fournie par la batterie il faut la majorer à l'aide du rendement (appelé facteur de perte dans le sujet) soit :

$$P_{\text{int}} = \eta \times P_{elec}$$
 ce qui donne  $P_{elec} = \frac{1}{\eta} \cdot P_{int} = \frac{1}{\eta} \cdot [M \cdot \gamma_n \cdot V_h(t) + f \cdot V_h(t)^2]$ 

## Q5. Expression de l'énergie :

il faut intégrer l'expression obtenue entre les instants  $t_0$  et  $t_1$  soit sur la durée  $t_a = \frac{V_0}{\gamma_n}$  avec  $V_b(t) = \gamma_n \cdot t$ .

Cela conduit à :  $E = \int_0^{t_a} P_{élec}(t) = \frac{y_n^2}{\eta} \cdot \left[ \frac{M \cdot t^2}{2} + \frac{f \cdot t^3}{3} \right]_0^{t_a}$  en remplaçant  $t_a$  par son

expression fonction de  $V_0$  et  $\gamma_n$  l'application numérique donne :  $E = 230665 J \approx 231 \, kJ$ 

Remarque : attention à l'unité de la vitesse  $V_0$  donnée !

#### Q6. Energie durant la phase à vitesse constante :

il n'y a plus accélération, donc l'énergie à fournir doit compenser la seule dissipation due à l'action aérodynamique, ainsi  $E = \int_{t_1}^{t_2} P_{\'{elec}}(t) = \frac{1}{n} \cdot f \cdot V_0^2 \cdot (t_2 - t_1) = 158730 \, J \approx 159 \, kJ$ 

# Q7. Comparaison des résultats

Sur la plage de vitesse considérée, la différence d'énergie récupérée entre les deux modèles est faible (environ 5%). Cela permet de penser que le modèle sans frottement visqueux est suffisant pour représenter convenablement le phénomène physique. La dissipation due aux forces aérodynamiques et à la résistance au roulement est négligeable devant celle produite par la machine électrique.

#### **O8.** Conclusion

L'idée de récupération d'énergie lors d'une séquence urbaine type est donc pertinente. On récupère environ un quart de l'énergie dépensée (  $103 \, kJ$  par rapport à  $159 + 231 \, kJ$  )

## Q9. Limites du freinage électrique :

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la voiture, on obtient :

bilan des actions:

- action du sol sur les roues avec considération d'une action tangentielle  $T_{sol \rightarrow roue}$  qui s'oppose au glissement éventuel (loi de Coulomb).
- pesanteur

L'équation de la résultante en projection sur 
$$\vec{x}$$
 conduit à :  $T_{sol \rightarrow roue} = M \times \gamma(t)$  . Or  $\gamma(t) = -\gamma_n = cte$  d'où  $T_{sol \rightarrow roue} = -M \times \gamma_n$  .

Pour déterminer le couple de freinage, il faut appliquer le principe fondamental de la dynamique aux roues, en négligeant l'inertie et en considérant la liaison roue véhicule comme parfaite.

Bilan des actions:

- · couple de freinage
- action du sol sur les roues
- action de liaison roue moyeu
- pesanteur

On obtient avec l'équation de moment sur l'axe de l'essieu :  $-C_F(t) + T_{sol \rightarrow roue} \times R_r = 0$ .

Soit 
$$C_F(t) = -\gamma_n \times M \times R_r = -2 \times 1600 \times 0.3 = 960$$
N.m

### Q10. Performance du système de freinage électrique sans commande adaptée :

A la lecture du graphe fourni, on constate :

- temps de réponse à 5% d'environ 1,2 s
- Oscillation, dépassement :  $D_{rl} \approx \frac{3.8 2}{2} \times 100 = 90\%$
- période : environ 0,18 s

Par rapport au cahier des charges fourni, le critère de dépassement et le critère du nombre d'oscillations ne sont pas validés : il faut une commande adaptée.

## Q11. Non glissement lors d'un freinage nominal :

Il faut déterminer la valeur de l'action tangentielle lors d'un freinage nominal soit  $T_{sol \rightarrow roue} = -M \times y_n = 1600 \times 2 = 3200 N$ 

Cette valeur doit être compatible avec les lois de Coulomb à la limite du glissement soit :  $T_{max} = f \times F_{av} = 0.9 \times 1600 \times (0.26 \times 2 + 0.48 \times 10) = 7661 \, N$ 

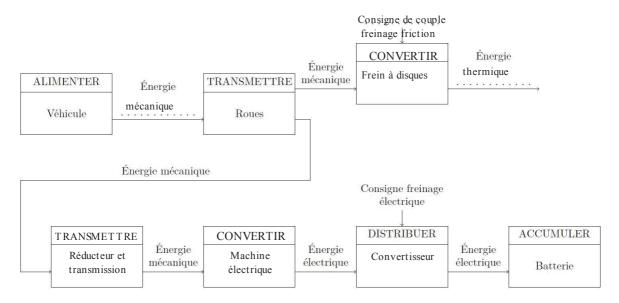
On constate que la valeur nécessaire est inférieure à la valeur limite, il n'y a pas glissement.

## Q12. Freinage d'urgence :

dans ce cas, l'accélération vaut  $y_u = -6.43 \, m.s^{-2}$ , la valeur nécessaire au freinage  $T_{sol \to roue} = -M \times y_u = 10288 \, N$  et la valeur limite maximale possible  $T_{max} = f \times F_{av} = 0.9 \times 1600 \times (-0.26 \times -6.43 + 0.48 \times 10) \approx 9319 \, N$ .

Cette fois ci il y a incompatibilité avec les lois de Coulomb, les roues glissent.

## Q13. Structure de la chaîne d'énergie lors de la récupération :



Remarque : comme proposé dans le sujet, il n'est pas tenu compte de l'énergie potentielle (véhicule se déplaçant sur route horizontale).

## Q14. Expression des consignes de couple dans le domaine de Laplace :

On sait que 
$$C_{fc}(p) = \frac{C_F}{p}$$
 donc  $C_{ec}(p) = C_{fc}(p) \times H_{Filtrage}(p) = \frac{C_F}{p} \times \frac{1}{1 + \tau_1 \cdot p}$  et  $C_{fric}(p) = C_{fc}(p) - C_{ec}(p) = \frac{C_F}{p} \times (1 - \frac{1}{1 + \tau_1 \cdot p}) = \frac{C_F \times \tau_1}{1 + \tau_1 \cdot p}$ 

Expression temporelle de la réponse d'un système du 1er ordre à un échelon :