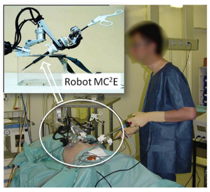
Application 1 – Corrigé




# Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC$^2$E)

*Concours Commun Mines Ponts 2016*

***Savoirs et compétences :***

- ❒ *Mod2.C18.SF1 : Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide.*
- ❒ *Res1.C1.SF1 : Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement.*

## Mise en situation

**Objectif** Modéliser l'équation de mouvement et la caractériser en fonction des actions mécaniques extérieures, du couple moteur et des grandeurs cinétiques appropriées.

### Équation de mouvement

#### Travail demandé

**Question 1** *Déterminer la relation entre $v(t)$ et $\omega_m(t)$. Sous hypothèse de conditions initiales nulles, en déduire la relation entre $z(t)$ et $\theta_m(t)$.*

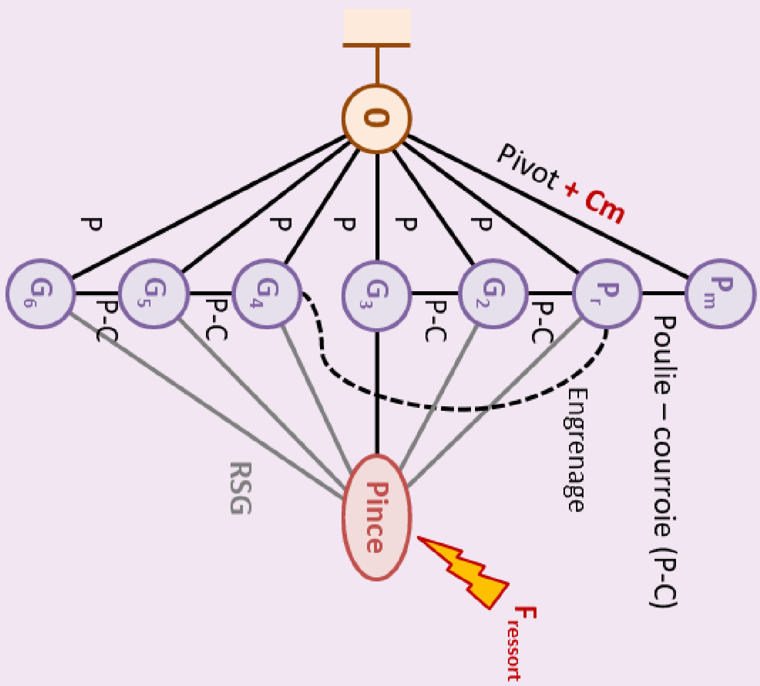
**Correction**

On a $\omega_i(t) = r\,\omega_m(t)$. De plus $\dfrac{\omega_e(t)}{\omega_i(t)} = \dfrac{R_i}{R_e} \Longleftrightarrow \omega_e(t) = \dfrac{R_i}{R_e}\omega_i(t)$ et donc : $\omega_e(t) = \dfrac{R_i}{R_e} r\,\omega_m(t)$.

Enfin, $v(t) = R_g\,\omega_e(t) = R_g\,r\,\dfrac{R_i}{R_e}\omega_m(t)$. Les conditions initiales étant nulles, $z(t) = R_g\,r\,\dfrac{R_i}{R_e}\theta_m(t)$.

**Question 2** *Réaliser le graphe de structure associé à la translation de la pince.*

**Correction**




**Question 3** *Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement par rapport à* **(0)**. *Définir l'inertie équivalente $J$ ramenée sur l'axe du moteur M4 en fonction, notamment, des moments d'inertie, de $m_4$ et des*

*données géométriques.*

**Correction**

Tous les solides sont en mouvement « simples » par rapport au référentiel galiléen. On a :

$$\mathscr{E}_c\left(E/\mathscr{R}_g\right)=\frac{1}{2}I_m\omega_m(t)^2+\frac{1}{2}\left(I_r+I_i\right)\omega_i(t)^2+\frac{1}{2}\left(I_e+2I_p+6I_g\right)\omega_e(t)^2+\frac{1}{2}m_4v(t)^2$$

$$\mathscr{E}_c\left(E/\mathscr{R}_g\right)=\frac{1}{2}I_m\omega_m(t)^2+\frac{1}{2}\left(I_r+I_i\right)\left(r\omega_m(t)\right)^2+\frac{1}{2}\left(I_e+2I_p+6I_g\right)\left(\frac{R_i}{R_e}r\omega_m(t)\right)^2+\frac{1}{2}m_4\left(R_g r\frac{R_i}{R_e}\omega_m(t)\right)^2$$

$$\mathscr{E}_c\left(E/\mathscr{R}_g\right)=\frac{1}{2}\left(I_m+\left(I_r+I_i\right)r^2+\left(I_e+2I_p+6I_g\right)\left(\frac{R_i}{R_e}r\right)^2+m_4\left(R_g r\frac{R_i}{R_e}\right)^2\right)\omega_m(t)^2$$

On a donc $J=I_m+\left(I_r+I_i\right)r^2+\left(I_e+2I_p+6I_g\right)\left(\frac{R_i}{R_e}r\right)^2+m_4\left(R_g r\frac{R_i}{R_e}\right)^2$.

**Question 4** *Effectuer un bilan des puissances extérieures et intérieures à ce même ensemble. Préciser l'expression analytique de chaque puissance.*

**Correction**

On isole l'ensemble.
**Bilan des puissances extérieures**

- Action du ressort : $\mathscr{P}\left(\text{ressort}\rightarrow 4/\mathscr{R}_g\right)=-kz(t)v(t)=-kz(t)R_g r\frac{R_i}{R_e}\omega_m(t)$.
- Action du moteur : $\mathscr{P}\left(\text{moteur}\rightarrow 4/\mathscr{R}_g\right)=C_m\omega_m(t)$.
- Action de la pesanteur : $\mathscr{P}\left(\text{pesanteur}\rightarrow E/\mathscr{R}_g\right)=0$ (La pesanteur est compensée par un système de compensation).

**Bilan des puissances intérieures** Toutes les liaisons étant supposées parfaites, $\mathscr{P}_{\text{int}}(E)=0$.

**Question 5** *Par l'application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble en mouvement par rapport à* **(0)**, *déterminer l'expression du terme $C_e(t)$ en fonction des données du problème et de $\theta_m(t)$.*

**Correction**

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique on a : $J\dot{\omega}_m(t)\omega_m(t)=-kz(t)R_g r\frac{R_i}{R_e}\omega_m(t)+C_m\omega_m(t)\Rightarrow$ $J\dot{\omega}_m(t)=-k\left(R_g r\frac{R_i}{R_e}\right)^2\theta_m(t)+C_m$.

En utilisant l'équation différentielle du mouvement on a alors : $C_e(t)=k\left(R_g r\frac{R_i}{R_e}\right)^2\theta_m(t)$.