



**Question 3** Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement par rapport à (0). Définir l'inertie équivalente  $J$  ramenée sur l'axe du moteur M4 en fonction, notamment, des moments d'inertie, de  $m_4$  et des données géométriques.

**Correction**

Tous les solides sont en mouvement « simples » par rapport au référentiel galiléen. On a :

$$\mathcal{E}_c(E/\mathcal{R}_g) = \frac{1}{2} I_m \omega_m(t)^2 + \frac{1}{2} (I_r + I_i) \omega_i(t)^2 + \frac{1}{2} (I_e + 2I_p + 6I_g) \omega_e(t)^2 + \frac{1}{2} m_4 v(t)^2$$

$$\mathcal{E}_c(E/\mathcal{R}_g) = \frac{1}{2} I_m \omega_m(t)^2 + \frac{1}{2} (I_r + I_i) (r \omega_m(t))^2 + \frac{1}{2} (I_e + 2I_p + 6I_g) \left( \frac{R_i}{R_e} r \omega_m(t) \right)^2 + \frac{1}{2} m_4 \left( R_g r \frac{R_i}{R_e} \omega_m(t) \right)^2$$

$$\mathcal{E}_c(E/\mathcal{R}_g) = \frac{1}{2} \left( I_m + (I_r + I_i) r^2 + (I_e + 2I_p + 6I_g) \left( \frac{R_i}{R_e} r \right)^2 + m_4 \left( R_g r \frac{R_i}{R_e} \right)^2 \right) \omega_m(t)^2$$

$$\text{On a donc } J = I_m + (I_r + I_i) r^2 + (I_e + 2I_p + 6I_g) \left( \frac{R_i}{R_e} r \right)^2 + m_4 \left( R_g r \frac{R_i}{R_e} \right)^2.$$

**Question 4** Effectuer un bilan des puissances extérieures et intérieures à ce même ensemble. Préciser l'expression analytique de chaque puissance.

**Correction**

On isole l'ensemble.

**Bilan des puissances extérieures**

- Action du ressort :  $\mathcal{P}(\text{ressort} \rightarrow 4/\mathcal{R}_g) = -kz(t)v(t) = -kz(t)R_g r \frac{R_i}{R_e} \omega_m(t)$ .
- Action du moteur :  $\mathcal{P}(\text{moteur} \rightarrow 4/\mathcal{R}_g) = C_m \omega_m(t)$ .
- Action de la pesanteur :  $\mathcal{P}(\text{pesanteur} \rightarrow E/\mathcal{R}_g) = 0$  (La pesanteur est compensée par un système de compensation).

**Bilan des puissances intérieures** Toutes les liaisons étant supposées parfaites,  $\mathcal{P}_{\text{int}}(E) = 0$ .

**Question 5** Par l'application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble en mouvement par rapport à (0), déterminer l'expression du terme  $C_e(t)$  en fonction des données du problème et de  $\theta_m(t)$ .

**Correction**

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique on a :  $J \dot{\omega}_m(t) \omega_m(t) = -kz(t)R_g r \frac{R_i}{R_e} \omega_m(t) + C_m \omega_m(t) \Rightarrow$

$$J \dot{\omega}_m(t) = -k \left( R_g r \frac{R_i}{R_e} \right)^2 \theta_m(t) + C_m.$$

En utilisant l'équation différentielle du mouvement on a alors :  $C_e(t) = k \left( R_g r \frac{R_i}{R_e} \right)^2 \theta_m(t)$ .