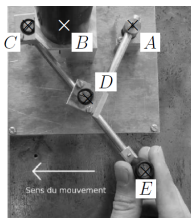


## TD 1



## Interface maître et esclave d'un robot

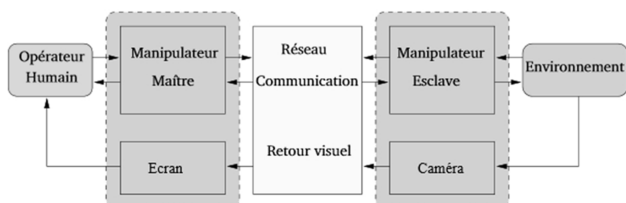
CCP PSI 2015

Savoirs et compétences :

- Mod2.C34 : chaînes de solides;
- Mod2.C34 : degré de mobilité du modèle;
- Mod2.C34 : degré d'hyperstatisme du modèle;

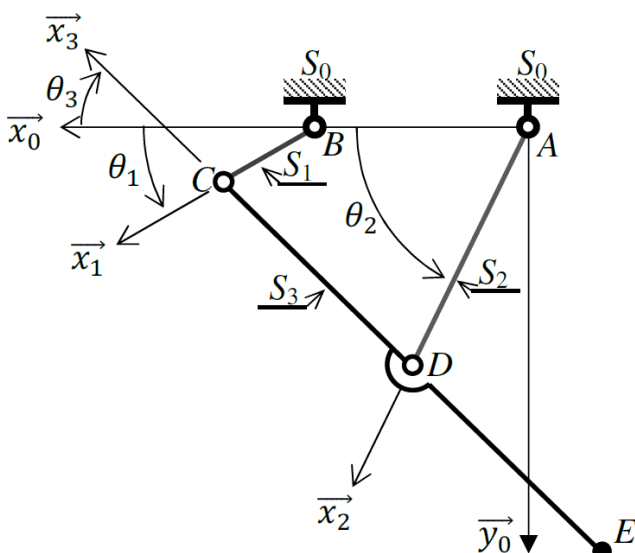
## Mise en situation

La téléopération consiste à mettre en relation deux manipulateurs appelés communément maître et esclave. Le manipulateur maître permet au chirurgien de donner sa consigne de déplacement à l'aide d'un levier de commande tandis que l'esclave l'exécute au contact de l'environnement (l'organe à opérer). Les deux sous-systèmes échangent des informations de déplacement et d'effort au travers d'un ou plusieurs canaux de communication. Un retour visuel est également mis en place en parallèle à ce dispositif.

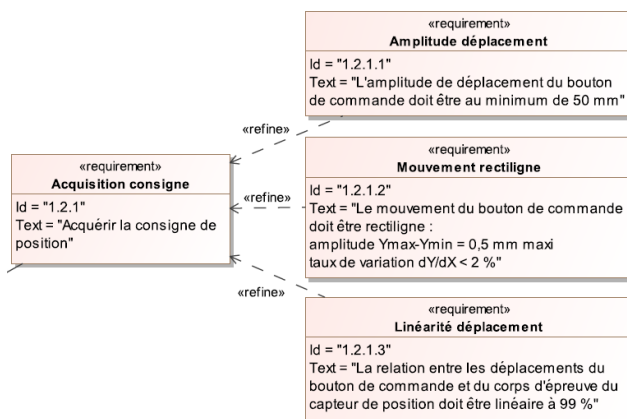


## Modélisation de l'interface maître

Ce mécanisme est constitué de 4 barres reliées par des liaisons pivots.



**Objectif** Vérifier que les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1), « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2), « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) peuvent être satisfaites par le mécanisme de HOEKEN.

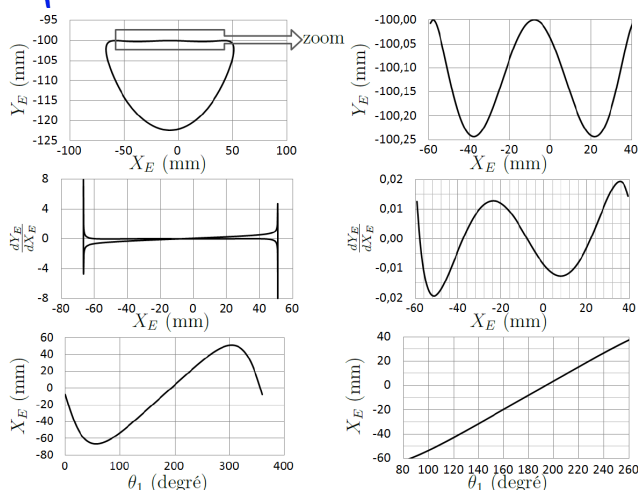


- Solide  $S_0$ , repère  $\mathcal{R}_0(A; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ,  $\overrightarrow{AB} = L_0 \vec{x}_0$  avec  $L_0 = 50 \text{ mm}$ .
- Solide  $S_1$ , repère  $\mathcal{R}_1(B; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ ,  $\overrightarrow{BC} = L_1 \vec{x}_1$  avec  $L_1 = 25 \text{ mm}$ ,  $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ .
- Solide  $S_2$ , repère  $\mathcal{R}_2(A; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ ,  $\overrightarrow{AD} = L_2 \vec{x}_2$  avec  $L_2 = 62,5 \text{ mm}$ ,  $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$ .
- Solide  $S_3$ , repère  $\mathcal{R}_3(C; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ ,  $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC} = L_2 \vec{x}_3$  avec  $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$ .

**Question 1** En développant une fermeture géométrique en projection dans la base du repère  $\mathcal{R}_0$ , donner une relation algébrique reliant les paramètres  $L_0, L_1, L_2, \theta_1$  et  $\theta_3$ .

**Question 2** De même, exprimer le vecteur position du point E ( $\overrightarrow{AE}$ ) dans la base du repère  $\mathcal{R}_0$  en fonction de  $L_0, L_1, L_2, \theta_1$  et  $\theta_3$ .

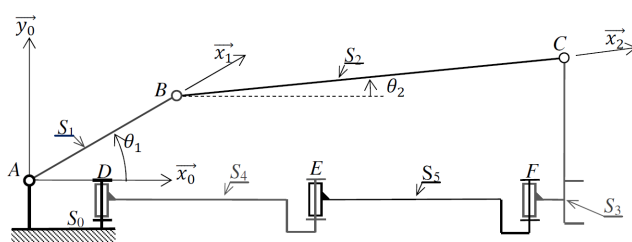
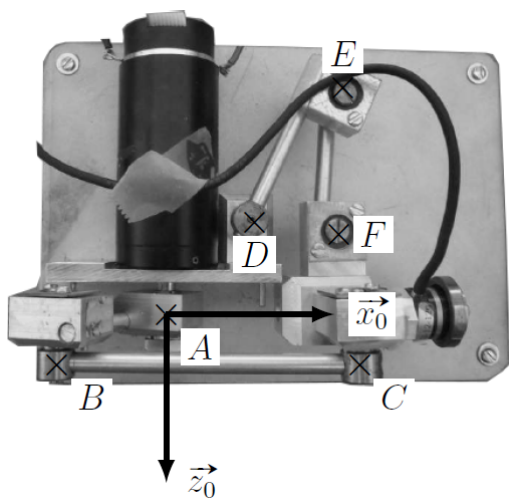
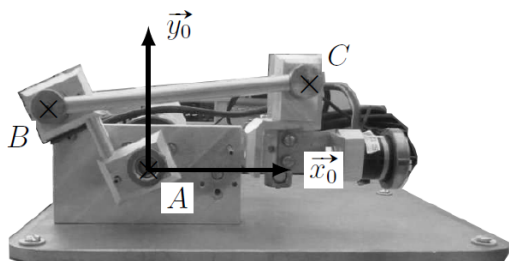
La résolution analytique du système d'équations permettant d'obtenir le déplacement du point E en fonction de l'angle de rotation  $\theta_1$  du moteur et des différentes longueurs du mécanisme n'étant pas triviale, seuls les résultats d'une simulation numérique seront analysés.



**Question 3** Vérifier, à l'aide des figures précédentes, que le déplacement du point E est compatible avec les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1) et « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2) sur l'intervalle  $X_E \in [-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$ .

**Question 4** Proposer, à partir de la dernière figure, une démarche permettant de vérifier l'exigence « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) sur l'intervalle  $X_E \in [-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$ .

## Modélisation de l'interface esclave



Solide	Repère associé	Paramètres géométriques	Paramètres dynamiques
$S_0$ (bâti)	$\mathcal{R}_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$		
$S_1$ (barre AB + rotor moteur)	$\mathcal{R}_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$	$\vec{AB} = L_1 \vec{x}_1$ avec $L_1 = 35 \text{ mm}$ $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$	Inertie équivalente ramenée à l'axe $(A, \vec{z}_0)$ : $I_1 = 5,7 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ Frottement fluide entre rotor et stator : $f_v = 1,6 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ Masse négligée
$S_2$ (barre BC)	$\mathcal{R}_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$	$\vec{BC} = L_2 \vec{x}_2$ avec $L_2 = 80 \text{ mm}$ $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$	Masse et inertie négligées
$S_3$ (organe terminal)	$\mathcal{R}_3(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\vec{AC} = L_3 \cdot \vec{y}_0 + x_s(t) \cdot \vec{x}_0$ avec $L_3 = 25 \text{ mm}$	Masse : $M_3 = 0,1 \text{ kg}$
$S_4$ (barre DE)			Masse et inertie négligées
$S_5$ (barre EF)			Masse et inertie négligées

**Objectif** Modéliser le comportement dynamique de l'interface esclave de façon à évaluer son comportement au sein d'une boucle d'asservissement.

On note  $\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow S_1)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_m \vec{z} \end{matrix} \right\}_{\forall P}$  l'expression, dans la base  $\mathcal{B}_0$  du torseur de l'action mécanique exercée par le moteur sur le solide  $S_1$  et l'accélération de la pesanteur sera représentée par le vecteur  $\vec{g} = -g \vec{y}_0$ .

**Question 5** Tracer le graphe des liaisons du dispositif esclave. Donner le degré d'hyperstatisme de la modélisation de ce mécanisme.

**Question 6** Proposer une modification simple pour le rendre isostatique.

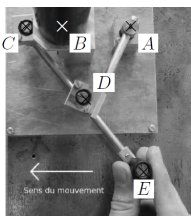
**Question 7** Montrer que le mouvement de  $S_3/S_0$  ne peut être qu'une translation de direction  $\vec{x}_0$ .

**Question 8** En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'équation de mouvement liant les paramètres  $C_m, \theta_1, \dot{\theta}_1, \dot{x}_s, \ddot{x}_s, f_v, M_3$  et  $I_1$ .

**Question 9** La relation géométrique liant les paramètres  $x_s$  et  $\theta_1$  n'étant pas triviale, on propose de la linéariser autour du point de fonctionnement par l'expression  $\theta_1(t) \simeq \alpha x_s(t)$  avec  $\alpha = -30 \text{ m}^{-1}$ . En déduire l'équation différentielle liant les paramètres  $C_m, \dot{x}_s, \ddot{x}_s, f_v, M_3, I_1$  et  $\alpha$ .

**Question 10** Donner, dans les conditions d'Heaviside et sous forme canonique, la fonction de transfert modélisant le comportement dynamique du manipulateur esclave :  $H(p) = \frac{X_s(p)}{C_m(p)}$  sachant que  $X_s(p) = \mathcal{L}[x_s(t)]$  et  $C_m(p) = \mathcal{L}[c_m(t)]$ . Faire l'application numérique.

## TD 1 – Corrigé



## Interface maître et esclave d'un robot

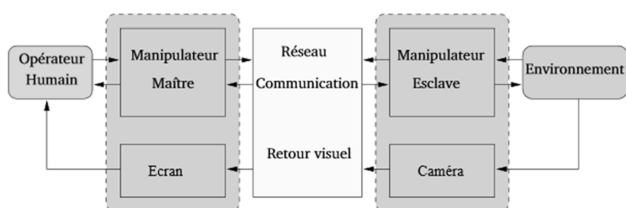
CCP PSI 2015

Savoirs et compétences :

- Mod2.C34 : chaînes de solides;
- Mod2.C34 : degré de mobilité du modèle;
- Mod2.C34 : degré d'hyperstatisme du modèle;

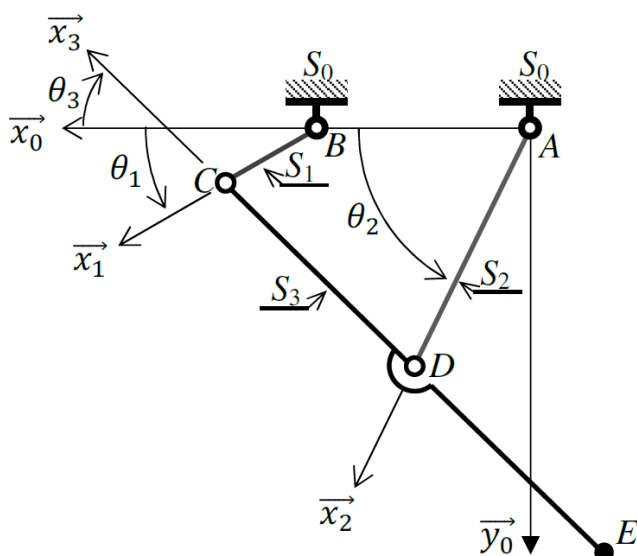
## Mise en situation

La téléopération consiste à mettre en relation deux manipulateurs appelés communément maître et esclave. Le manipulateur maître permet au chirurgien de donner sa consigne de déplacement à l'aide d'un levier de commande tandis que l'esclave l'exécute au contact de l'environnement (l'organe à opérer). Les deux sous-systèmes échangent des informations de déplacement et d'effort au travers d'un ou plusieurs canaux de communication. Un retour visuel est également mis en place en parallèle à ce dispositif.

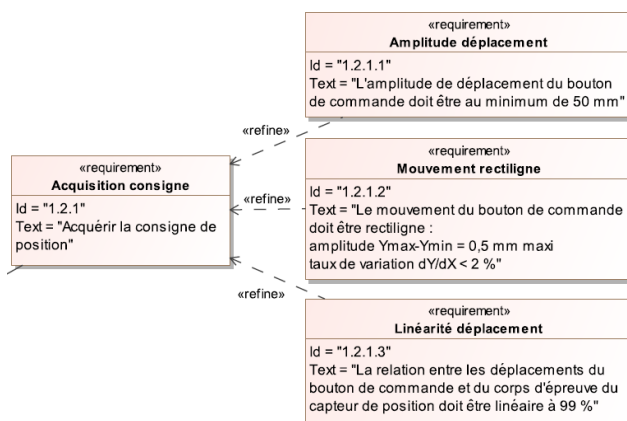


## Modélisation de l'interface maître

Ce mécanisme est constitué de 4 barres reliées par des liaisons pivots.



**Objectif** Vérifier que les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1), « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2), « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) peuvent être satisfaites par le mécanisme de HOEKEN.



- Solide  $S_0$ , repère  $\mathcal{R}_0(A; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ,  $\overrightarrow{AB} = L_0 \vec{x}_0$  avec  $L_0 = 50 \text{ mm}$ .
- Solide  $S_1$ , repère  $\mathcal{R}_1(B; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ ,  $\overrightarrow{BC} = L_1 \vec{x}_1$  avec  $L_1 = 25 \text{ mm}$ ,  $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ .
- Solide  $S_2$ , repère  $\mathcal{R}_2(A; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ ,  $\overrightarrow{AD} = L_2 \vec{x}_2$  avec  $L_2 = 62,5 \text{ mm}$ ,  $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$ .
- Solide  $S_3$ , repère  $\mathcal{R}_3(C; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ ,  $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC} = L_2 \vec{x}_3$  avec  $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$ .

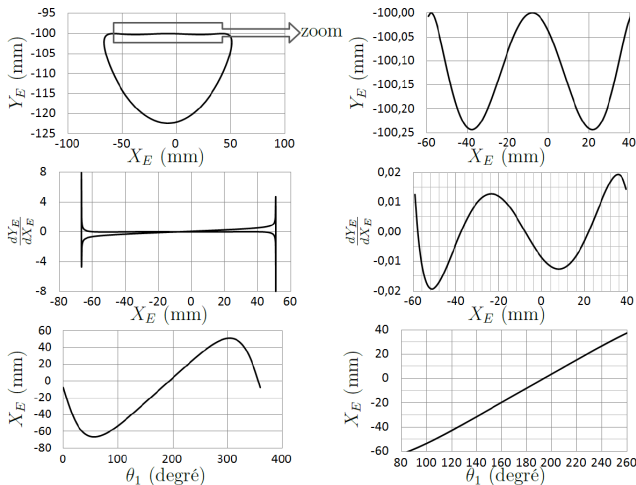
**Question 1** En développant une fermeture géométrique en projection dans la base du repère  $\mathcal{R}_0$ , donner une relation algébrique reliant les paramètres  $L_0, L_1, L_2, \theta_1$  et  $\theta_3$ .

Correction

**Question 2** De même, exprimer le vecteur position du point E ( $\overrightarrow{AE}$ ) dans la base du repère  $\mathcal{R}_0$  en fonction de  $L_0, L_1, L_2, \theta_1$  et  $\theta_3$ .

Correction

La résolution analytique du système d'équations permettant d'obtenir le déplacement du point E en fonction de l'angle de rotation  $\theta_1$  du moteur et des différentes longueurs du mécanisme n'étant pas triviale, seuls les résultats d'une simulation numérique seront analysés.



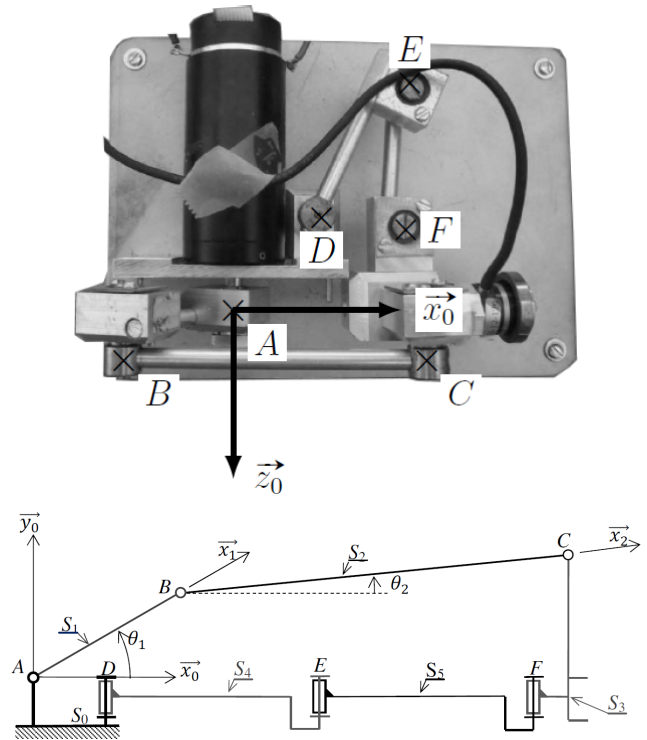
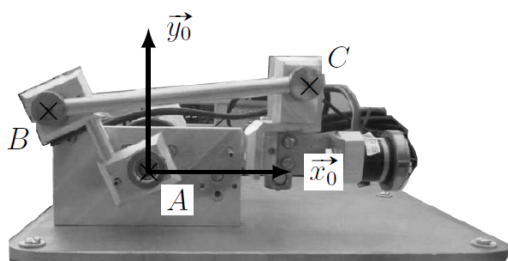
**Question 3** Vérifier, à l'aide des figures précédentes, que le déplacement du point E est compatible avec les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1) et « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2) sur l'intervalle  $X_E \in [-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$ .

**Correction**

**Question 4** Proposer, à partir de la dernière figure, une démarche permettant de vérifier l'exigence « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) sur l'intervalle  $X_E \in [-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$ .

**Correction**

## Modélisation de l'interface esclave



Solide	Repère associé	Paramètres géométriques	Paramètres dynamiques
$S_0$ (bâti)	$\mathcal{R}_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$		
$S_1$ (barre AB + rotor moteur)	$\mathcal{R}_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$	$\vec{AB} = L_1 \vec{x}_1$ avec $L_1 = 35 \text{ mm}$ $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$	Inertie équivalente ramenée à l'axe $(A, \vec{z}_0)$ : $I_1 = 5,7 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ Frottement fluide entre rotor et stator : $f_v = 1,6 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ Masse négligée
$S_2$ (barre BC)	$\mathcal{R}_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$	$\vec{BC} = L_2 \vec{x}_2$ avec $L_2 = 80 \text{ mm}$ $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$	Masse et inertie négligées
$S_3$ (organe terminal)	$\mathcal{R}_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$	$\vec{AC} = L_3 \cdot \vec{y}_0 + x_3(t) \cdot \vec{x}_0$ avec $L_3 = 25 \text{ mm}$	Masse : $M_3 = 0,1 \text{ kg}$
$S_4$ (barre DE)			Masse et inertie négligées
$S_5$ (barre EF)			Masse et inertie négligées

**Objectif** Modéliser le comportement dynamique de l'interface esclave de façon à évaluer son comportement au sein d'une boucle d'asservissement.

On note  $\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow S_1)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_m \vec{z} \end{matrix} \right\}_{\forall P}$  l'expression, dans la base  $\mathcal{B}_0$  du torseur de l'action mécanique exercée par le moteur sur le solide  $S_1$  et l'accélération de la pesanteur sera représentée par le vecteur  $\vec{g} = -g \vec{y}_0$ .

**Question 5** Tracer le graphe des liaisons du dispositif esclave. Donner le degré d'hyperstatisme de la modélisation de ce mécanisme.

**Correction**

**Question 6** Proposer une modification simple pour le rendre isostatique.

**Correction**

**Question 7** Montrer que le mouvement de  $S_3/S_0$  ne peut être qu'une translation de direction  $\vec{x}_0$ .

**Correction**

**Question 8** En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'équation de mouvement liant les paramètres  $C_m$ ,  $\theta_1$ ,  $\dot{\theta}_1$ ,  $\dot{x}_s$ ,  $\ddot{x}_s$ ,  $f_v$ ,  $M_3$  et  $I_1$ .

**Correction**

**Question 9** La relation géométrique liant les paramètres  $x_s$  et  $\theta_1$  n'étant pas triviale, on propose de la linéariser autour du point de fonctionnement par l'expression  $\theta_1(t) \simeq \alpha x_s(t)$  avec  $\alpha = -30 \text{ m}^{-1}$ . En déduire l'équation

différentielle liant les paramètres  $C_m$ ,  $\dot{x}_s$ ,  $\ddot{x}_s$ ,  $f_v$ ,  $M_3$ ,  $I_1$  et  $\alpha$ .

**Correction**

**Question 10** Donner, dans les conditions d'Heaviside et sous forme canonique, la fonction de transfert modélisant le comportement dynamique du manipulateur esclave :  $H(p) = \frac{X_s(p)}{C_m(p)}$  sachant que  $X_s(p) = \mathcal{L}[x_s(t)]$  et  $C_m(p) = \mathcal{L}[c_m(t)]$ . Faire l'application numérique.

**Correction**