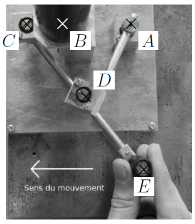
TD 1



Interface maître et esclave d'un robot

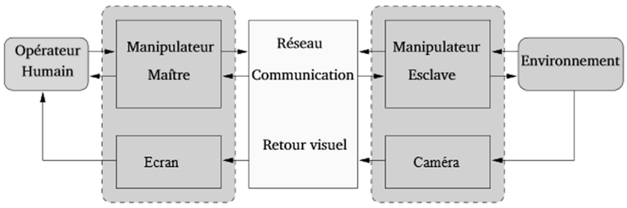
CCP PSI 2015

Savoirs et compétences :

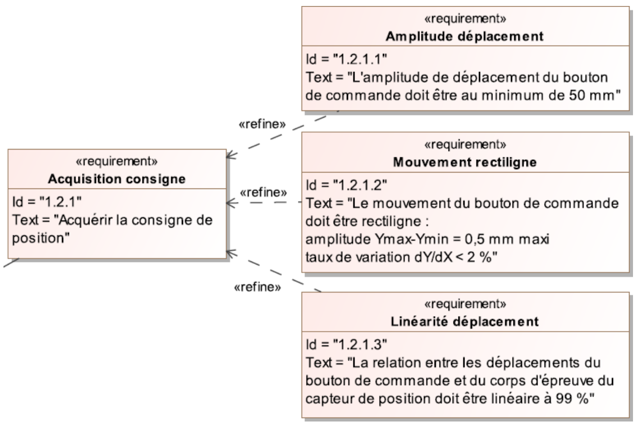
- *Mod2.C34 : chaînes de solides;*
- *Mod2.C34 : degré de mobilité du modèle;*
- *Mod2.C34 : degré d'hyperstatisme du modèle;*

Mise en situation

La téléopération consiste à mettre en relation deux manipulateurs appelés communément maître et esclave. Le manipulateur maître permet au chirurgien de donner sa consigne de déplacement à l'aide d'un levier de commande tandis que l'esclave l'exécute au contact de l'environnement (l'organe à opérer). Les deux sous-systèmes échangent des informations de déplacement et d'effort au travers d'un ou plusieurs canaux de communication. Un retour visuel est également mis en place en parallèle à ce dispositif.

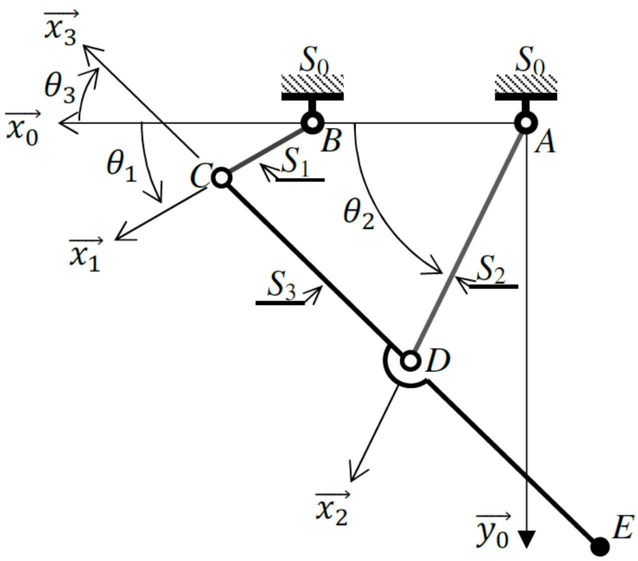


Objectif Vérifier que les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1), « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2), « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) peuvent être satisfaites par le mécanisme de HOEKEN.



Modélisation de l'interface maître

Ce mécanisme est constitué de 4 barres reliées par des liaisons pivots.

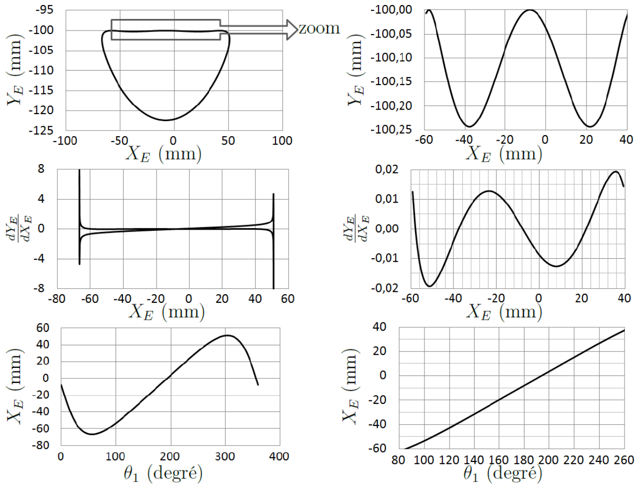


- Solide S_0, repère $\mathcal{R}_0\left(A;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$, $\overrightarrow{AB}=L_0\overrightarrow{x_0}$ avec $L_0=50\,\text{mm}$.
- Solide S_1, repère $\mathcal{R}_1\left(B;\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)$, $\overrightarrow{BC}=L_1\overrightarrow{x_1}$ avec $L_1=25\,\text{mm}$, $\theta_1=\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}\right)=\left(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1}\right)$.
- Solide S_2, repère $\mathcal{R}_2\left(A;\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_0}\right)$, $\overrightarrow{AD}=L_2\overrightarrow{x_2}$ avec $L_2=62{,}5\,\text{mm}$, $\theta_2=\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_2}\right)=\left(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_2}\right)$.
- Solide S_3, repère $\mathcal{R}_3\left(C;\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_0}\right)$, $\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{DC}=L_2\overrightarrow{x_3}$ avec $\theta_3=\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_3}\right)=\left(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_3}\right)$.

Question 1 *Donner une relation algébrique reliant les paramètres L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3.*

Question 2 *De même, exprimer le vecteur position du point E $(\overrightarrow{AE})$ dans la base du repère $\mathcal{R}_0$ en fonction de L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3.*

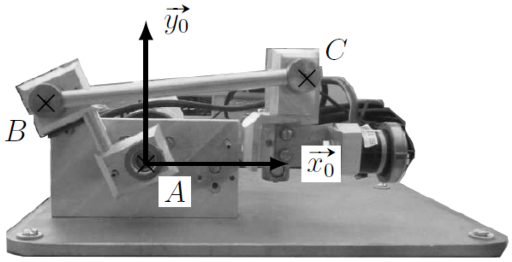
La résolution analytique du système d'équations permettant d'obtenir le déplacement du point E en fonction de l'angle de rotation θ_1 du moteur et des différentes longueurs du mécanisme n'étant pas triviale, seuls les résultats d'une simulation numérique seront analysés.

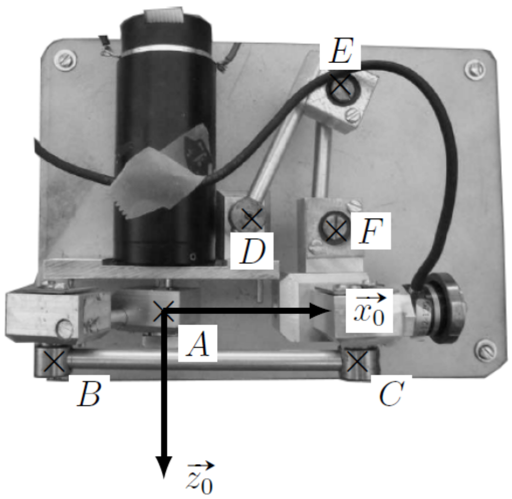


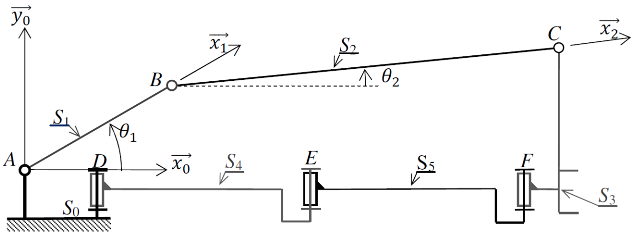
Question 3 *Vérifier, à l'aide des figures précédentes, que le déplacement du point E est compatible avec les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1) et « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2) sur l'intervalle $X_E \in$* [−60 mm; 40 mm].

Question 4 *Proposer, à partir de la dernière figure, une démarche permettant de vérifier l'exigence « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) sur l'intervalle $X_E \in$* [−60 mm; 40 mm].

Modélisation de l'interface esclave







Solide	Repère associé	Paramètres géométriques	Paramètres dynamiques
S_0 (bâti)	$\mathcal{R}_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$		
S_1 (barre AB + rotor moteur)	$\mathcal{R}_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{AB} = L_1 \vec{x}_1$ avec $L_1 = 35\,\text{mm}$ $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$	Inertie équivalente ramenée à l'axe $(A, \vec{z}_0)$: $I_1 = 5{,}7 \times 10^{-5}\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$ Frottement fluide entre rotor et stator : $f_v = 1{,}6 \times 10^{-3}\,\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ Masse négligée
S_2 (barre BC)	$\mathcal{R}_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{BC} = L_2 \vec{x}_2$ avec $L_2 = 80\,\text{mm}$ $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$	Masse et inertie négligées
S_3 (organe terminal)	$\mathcal{R}_3(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{AC} = L_3 \cdot \vec{y}_0 + x_s(t) \cdot \vec{x}_0$ avec $L_3 = 25\,\text{mm}$	Masse : $M_3 = 0{,}1\,\text{kg}$
S_4 (barre DE)			Masse et inertie négligées
S_5 (barre EF)			Masse et inertie négligées

Objectif Modéliser le comportement dynamique de l'interface esclave de façon à évaluer son comportement au sein d'une boucle d'asservissement.

On note $\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow S_1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{z} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'expression, dans la base $\mathcal{B}_0$ du torseur de l'action mécanique exercée par le moteur sur le solide S_1 et l'accélération de la pesanteur sera représentée par le vecteur $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{y_0}$.

Question 5 *Tracer le graphe des liaisons du dispositif esclave. Précisier les actions mécaniques extéreiures Donner le degré d'hyperstatisme de la modélisation de ce mécanisme.*

Question 6 *Proposer une modification simple pour le rendre isostatique.*

Question 7 *Montrer que le mouvement de S_3/S_0 ne peut être qu'une translation de direction $\overrightarrow{x_0}$.*

Question 8 *En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'équation de mouvement liant les paramètres C_m, $\dot{\theta}_1$, $\ddot{\theta}_1$, $\dot{x}_s$, $\ddot{x}_s$, f_v, M_3 et I_1.*

Question 9 *La relation géométrique liant les paramètres x_s et θ_1 n'étant pas triviale, on propose de la linéariser autour du point de fonctionnement par l'expression $\theta_1(t) \simeq \alpha x_s(t)$ avec $\alpha = -30\,\text{m}^{-1}$. En déduire l'équation différentielle liant les paramètres C_m, $\dot{x}_s$, $\ddot{x}_s$, f_v, M_3, I_1 et α.*

Question 10 *Donner, dans les conditions d'Heaviside et sous forme canonique, la fonction de transfert modélisant le comportement dynamique du manipulateur esclave : $H(p) = \dfrac{X_s(p)}{C_m(p)}$ sachant que $X_s(p) = \mathcal{L}[x_s(t)]$ et $C_m(p) = \mathcal{L}[c_m(t)]$. Faire l'application numérique.*