TD 1

Prothèse Active Transtibiale

D'après concours Mines-Ponts – 2013.

Savoirs et compétences :

Résoudre : *à partir des modèles retenus :*

- ❒ *choisir une méthode de résolution analytique, graphique, numérique;*
- ❒ *mettre en œuvre une méthode de résolution.*
- ❒ *Rés – C1.1 : Loi entrée sortie géométrique et cinématique – Fermeture géométrique.*

Question 1 *Quel type de mouvement y-a t-il en sortie des blocs «Moteur à courant continu », «Réducteur poulie-courroie», «Vis-écrou à billes» ? Quel est le mouvement final du pied ?*

Correction Le mouvement du pied est une rotation d'axe $\overrightarrow{z}$. La rotation du moteur entraîne un réducteur poulies-courroie. La poulie réceptrice entraîne un écrou qui, grâce à une liaison hélicoïdale, va entrainer la transmission de la vis. Le système $\{0,2,3_1,3_2\}$ va transformer la translation de la vis 3 en rotation du pied 2.

Question 2 *Compléter le schéma cinématique permettant de modéliser la transmission de mouvement du moteur jusqu'à la vis* 3_1. *Donner la relation entre le taux de rotation du moteur et la vitesse de déplacement de la vis.*

Correction En notant ω_m le taux de rotation du moteur, on a :

$$\dot{\lambda}=\omega_m\cdot\frac{1}{k}\cdot p_v=\frac{7600}{60}\cdot\frac{1}{2,1}\cdot 3=180\,\text{mm/s}$$

Question 3 *Réaliser les figures planes correspondantes aux différents changements de repères.*

Correction

Question 4 *Déterminer la loi entrée-sortie entre* $\lambda(t)$ *et* $\alpha(t)$.

Correction En considérant le triangle OAB la fermeture géométrique s'écrit $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{0}$.

En remplaçant les termes et en projetant sur $\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{z_0}$, on a :

$$a\overrightarrow{z_0}-\lambda(t)\overrightarrow{y_3}+b\overrightarrow{y_2}=\overrightarrow{0}\Longleftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-\lambda(t)\cos\beta(t)+b\cos\alpha(t)=0\\ a-\lambda(t)\sin\beta(t)+b\sin\alpha(t)=0\end{array}\right.$$

On cherche à éliminer $\beta(t)$, en conséquence :

$$\left\{\begin{array}{l}\lambda(t)\cos\beta(t)=b\cos\alpha(t)\\ \lambda(t)\sin\beta(t)=a+b\sin\alpha(t)\end{array}\right. \Longrightarrow \lambda^2(t)=b^2+a^2+2ab\sin\alpha(t)$$

Par ailleurs, les exigences 4 et 5 du cahier des charges indiquent les variations du mouvement de la cheville, il est donc possible de tracer la courbes.

```
a=0.117
b=0.039
x=linspace(-25,15,200)
plt.plot(x,1000.*sqrt(b*b+a*a+2*a*b*sin(x
plt.ylabel("Course du vérin $\lambda$
(en mm)")
plt.xlabel("Angle $\alpha$ (en degrés)")
plt.grid()
```

Question 5 *Commenter l'allure de la courbe le choix des bornes de variation. En linéarisant le comportement du système, déterminer l'équation de le droite.*

Correction D'après le diagramme des exigences, le domaine de variation de l'angle de la cheville doit être compris entre -25 et 15 degrés. Sur cette plage, on observe qu'il est possible de linéariser le comportement de la cheville.

Ainsi, pour 2 couples de points $(-20,110)$ et $(10,130)$, le coefficient directeur est donné par : $m=\dfrac{130-110}{10-(-20)}=\dfrac{20}{30}\simeq 0,66\,\text{mm}/°\simeq 240\,\text{mm/tour}$.

L'ordonnée à l'origine est donnée par : $y=mx+p \Leftarrow p=110-\dfrac{2}{3}(-20)\simeq 123\,\text{mm}$.

Question 6 *Donner le schéma bloc du système depuis la sortie du moteur jusqu'à la rotation α de la prothèse.*

Question 7 *L'exigence 1.1.3 est-elle satisfaite ?*

Correction Le moteur ayant une fréquence de rotation nominale de 7 600 tr/min, la fréquence de rotation de la cheville sera de :

$$\alpha_v=\omega_m\cdot\frac{1}{k}\cdot p_v\cdot\frac{1}{m}\cdot 7600\cdot\frac{1}{2,1}\cdot 3\cdot\frac{1}{240}\simeq 45,24\text{tr/min}\simeq 4,73\,\text{rad/s}.$$

La vitesse maximale demandée par le cahier des charges n'est donc pas dépassée. L'exigence est donc satisfaite.