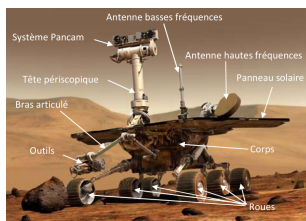


Colle 2



Motoréducteurs équipant les roues d'un robot Martien

D'après concours X-ENS – PSI – 2005.

Adapté par Florestan Mathurin.

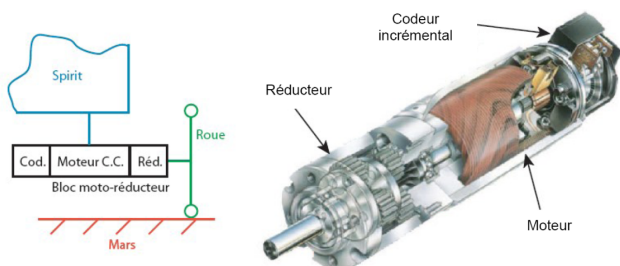
Savoirs et compétences :

Modéliser :

- modéliser un système en utilisant une fonction de transfert du premier ordre.

La mission Mars Exploration Rover (MER) est une mission spatiale confiée à la NASA. Elle a pour but d'explorer les sols de la planète Mars pour y rechercher la présence ancienne et prolongée d'eau. Cette exploration est réalisée grâce à deux rovers lancés depuis Cap Canaveral. Le premier rover se nomme Spirit. Il a été lancé le 10 juin 2003 et s'est posé le 3 janvier 2004 dans le cratère Gusev. Le second rover se nomme Opportunity, il a été lancé le 8 juillet 2003 et s'est posé le 24 janvier 2004 sur Meridiani Planum.

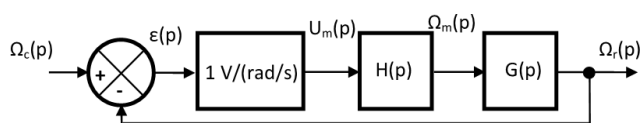
Pour faire avancer le robot, les six roues de Spirit sont équipées de motoréducteurs (le motoréducteur est un composant constitué d'un moteur, qui génère un mouvement de rotation, et d'un réducteur, qui réduit la vitesse de rotation du moteur par des engrenages) afin de faire tourner les roues. Le codeur incrémental permet de mesurer la rotation du moteur.



Les performances annoncées de la part du constructeur sont les suivantes :

Critères	Valeur
Vitesse de déplacement	1 km en moins de 2 heures
Pente du sol	+/- 30°
Temps de réponse à 5%	< 200 ms

Le motoréducteur peut se représenter par le schéma bloc simplifié suivant :



h

Question 1 Déterminer le nom des composants qui réalisent les fonction $H(p)$ et $G(p)$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée du système : $\frac{\Omega_r(p)}{\Omega_c(p)}$

On donne le modèle de connaissance du moteur courant continu du système :

$$u_m(t) = e(t) + R \cdot i(t) \quad e(t) = k_e \cdot \omega_m(t) \quad J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f \cdot \omega_m(t)$$

Avec :

- $u_m(t)$: tension du moteur ;
- $e(t)$: force contre électromotrice du moteur ;
- $i(t)$: intensité dans le moteur ;
- $C_m(t)$: couple exercé par le moteur ;
- $\omega_m(t)$: vitesse angulaire du moteur ;
- R, L, k_e, f et k_m sont constantes.

Question 3 En supposant les conditions initiales nulles (ce qui sera également supposé dans tout le reste de l'exercice), exprimer ces équations dans le domaine de Laplace.

Question 4 Montrer que, dans le domaine de Laplace, la relation entre $\Omega_m(p)$ et $U_m(p)$ peut s'écrire sous la forme : $\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{1 + T_m p}$ où K_m et T_m sont deux constantes à déterminer.

L'application numérique des grandeurs physiques permet de trouver la fonction suivante : $\frac{\Omega_r(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{K}{1 + Tp}$, avec $K = 1$ et $T = 0,05$ s.

Question 5 Déterminer $\omega_r(t)$ lorsque l'ordinateur du robot demande un échelon de rotation $\omega_c(t) = \omega_{c0} \cdot u(t)$. Exprimer le résultat en fonction de K et T .

Question 6 Le robot, initialement immobile, bouge selon le déplacement $x_r(t)$ tel que $\frac{d}{dt}x_r(t) = R \cdot \omega_r(t)$ où R est rayon de la roue ($R = \text{constante}$). Déterminer $X_r(p)$ en fonction de $\Omega_r(p)$.

Question 7 Toujours dans le cas où l'ordinateur du robot demande un échelon de rotation $\omega_c(t) = \omega_{c0} \cdot u(t)$, déterminer la transformée de Laplace de $X_r(p)$ et en déduire $x_r(t)$.

La vitesse angulaire que l'ordinateur du robot impose est $\omega_{c0} = 2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Le rayon de la roue est $R = 10 \text{ cm}$.

Question 8 Déterminer le temps que met le robot à parcourir 1 km, en négligeant la fonction exponentielle présente dans $x_r(t)$. Justifier a posteriori que la fonction exponentielle était bien négligeable. Conclure quant à la capacité du robot à satisfaire la performance de vitesse de déplacement.