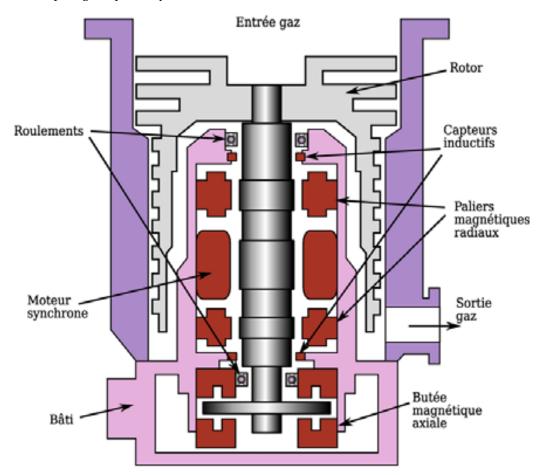
## **Exercice 131 - Correcteurs**

Les paliers magnétiques sont conçus, réalisés et montés par la société S2M. Deux paliers radiaux assurent le guidage radial de l'arbre. Un troisième palier assure le guidage axial. Un moteur électrique, placé entre les deux paliers radiaux, entraîne le rotor en rotation. Le guidage magnétique consiste à exercer des efforts sur l'arbre en générant un champ magnétique. Il n'y a donc aucun contact entre le bâti et l'arbre.

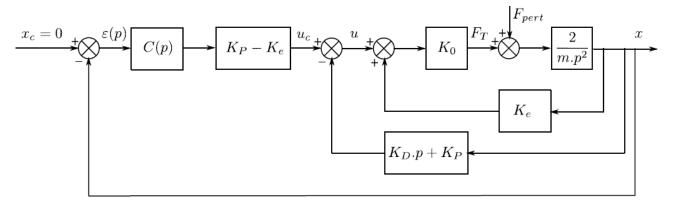


Objectif Déterminer la structure et les paramètres du correcteur à utiliser pour satisfaire les performances exigées.

Effort maximal transmissible sur chaque palier		F = 300  N
Déplacement maximal autorisé		Jeu dans les paliers magnétiques de 0,2 mm
Stabilité de	Marge de phase	60°
l'asservissement	Marge de gain	12 dB
Sensibilité aux perturbations	Amortissement	ξ = 0, 4
	Bande passante à -3 dB	$\omega_{\text{max}}/10$
	Déplacement en régime per-	nul
	manent vis-à-vis d'une per-	
	turbation constante	



Afin de satisfaire les critères du cahier des charges, on envisage d'asservir un palier magnétique par un premier bouclage de stabilisation (retour  $K_D p + K_P$ ). Un second retour unitaire associé à un correcteur C(p) assure la régulation en position du palier. On utilisera par la suite les paramètres suivants :  $K_e = 5000 \,\mathrm{V \, m^{-1}}$ ,  $K_0 = 190 \,\mathrm{N \, m^{-1}}$ ,  $m = 10 \,\mathrm{kg}$ .



On considère dans un premier temps le système sans correction : C(p) = 1.

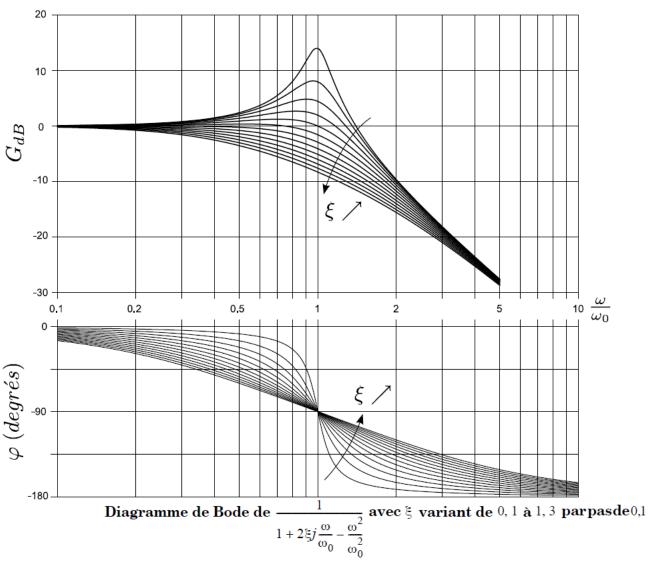
**Question** 1 Déterminer la fonction de transfert de la boucle interne  $H_{PMI}(p) = \frac{X(p)}{\varepsilon(p)}$ , en fonction de  $K_e$ ,  $K_0$ , m,  $K_P$  et  $K_D$ . Préciser les conditions sur  $K_D$  et  $K_P$  pour que  $H_{PMI}(p)$  soit stable en boucle ouverte

Correction Même si la question n'est pas explicite, il s'agit de déterminer la FTBO. 
$$H_{PMI}(p) = \frac{2K_0(K_P - K_e)}{mp^2 + 2K_0K_D + 2K_0(K_P - K_e)}.$$
 Le système est stable si  $K_P > K_e$  et  $K_D > 0$ .

**Question 2** En considérant l'ensemble de l'asservissement, déterminer la fonction de transfert  $H_{pert}(p) = \frac{X(p)}{F_{pert}(p)}$ , puis calculer les valeurs de  $K_D$  et  $K_P$  permettant de respecter les spécifications du cahier des charges en terme de bande passante et d'amortissement (vous pourrez utiliser pour cette question l'abaque suivant).

$$\begin{split} & H_{\mathrm{pert}}(p) = \frac{X(p)}{F_{\mathrm{pert}}(p)} = \frac{\frac{1}{2K_0(K_P - K_e)}}{1 + \frac{K_D}{2(K_P - K_e)}p + \frac{mp^2}{4K_0(K_P - K_e)}}. \\ & \text{On a } K = \frac{1}{2K_0(K_P - K_e)}, \, \omega_0 = \sqrt{\frac{4K_0(K_P - K_e)}{m}}, \, \xi = \sqrt{\frac{K_0K_D^2}{4m(K_P - K_e)}}. \\ & \text{Pour } \xi = 0, 4, \, \frac{\omega_{-3\,\mathrm{dB}}}{\omega_0} = 1, 2. \, \mathrm{Cdc \ impose} \,\, \omega_{-3\,\mathrm{dB}} = \frac{\omega_{\mathrm{max}}}{10} = 314\,\mathrm{rad}\,\mathrm{s}^{-1} \,\, \mathrm{soit} \,\, \omega_0 = \frac{314}{1, 2} = 262\,\mathrm{rad}\,\mathrm{s}^{-1} \,\, K_p = 5900\,\,\mathrm{et} \\ & K_D = 5, 5. \end{split}$$





**Question** 3 Tracer l'allure des diagrammes de Bode asymptotique et réel de la fonction de transfert de la boucle interne  $H_{PMI}(p)$  et préciser la pulsation de coupure ainsi que les marges de gain et de phase. Valider les critères de stabilité du cahier des charges.

# Correction

Le palier est soumis à un effort bref mais violent, qui peut être modélisé par une perturbation d'effort en échelon d'amplitude  $F_G$ .

Question 4 Conclure quant au critère de sensibilité vis-à-vis des perturbations.

#### Correction

Afin d'améliorer les performances du système, on utilise un correcteur de fonction de transfert :  $C(p) = K_i \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$ .

**Question** 5 Quelle performance est directement améliorée par ce correcteur? (justifier votre réponse sans calcul).

## Correction

**Question** 6 Tracer l'allure du diagramme de Bode du correcteur en précisant les valeurs caractéristiques. Expliquer comment choisir  $K_i$  et  $T_i$  afin de conserver des marges de gain, de phase, et une pulsation de coupure proches de celles obtenues sans correction (C(p)=1). Proposer des valeurs numériques.

## Correction



On admet que le correcteur influe peu sur le temps de réponse et les dépassements lorsque les marges de stabilité et la pulsation de coupure sont conservées. On garde par conséquent les valeurs de  $K_P$  et  $K_D$  obtenues précédemment.

Conclusion : nous avons donc désormais dimensionné les deux boucles d'asservissement successives permettant d'obtenir les performances attendues du palier magnétique.

On recherche un modèle simple de l'effort du palier magnétique actif en fonction du déplacement de l'arbre, dans une gamme de vitesses de rotation raisonnables variant de  $10\,000\,\mathrm{tr}$  min-1 à  $30\,000\,\mathrm{tr}$  min-1.

**Question** 7 Déterminer la fonction de transfert K(p) telle que  $F_T(p) = K(p)X(p)$ . À partir de simplifications justifiées, montrer que dans la plage de fréquences considérée, l'effort  $F_T(t)$  peut s'écrire sous la forme d'un modèle ressort amortisseur  $F_T(t) = -kx(t) - c\dot{x}(t)$  où vous préciserez les valeurs numériques de k et c. Comment évolue le modèle lorsque  $\omega$  augmente au delà de cette plage de fréquences?

Correction