

Exercice 189 – TEC – Clever

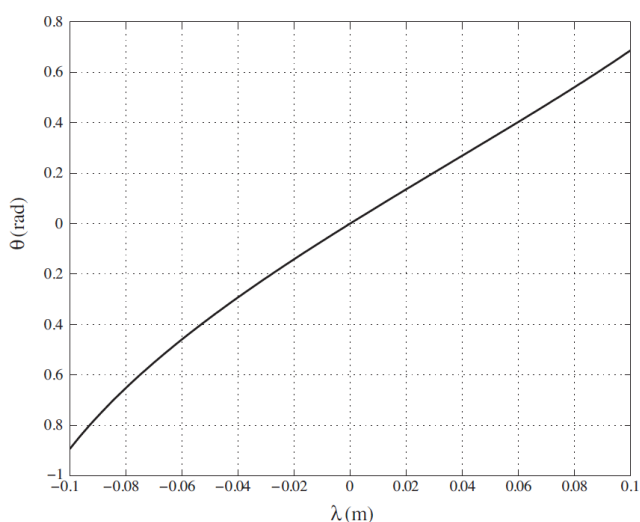
On cherche à déterminer la masse équivalente M_{eq} ramenée à la tige du vérin, de l'ensemble habitacle et mécanisme de transformation de mouvement actionnés par le vérin. Pour cela, on adopte les hypothèses suivantes :

- le référentiel associé au châssis 0 du véhicule Clever est supposé galiléen (ceci revient à supposer le châssis fixe par rapport au référentiel lié à la route durant la phase d'inclinaison);
- la puissance dissipée engendrée par l'inclinaison de l'habitacle au niveau du contact roue/sol est négligée;
- les liaisons sont supposées parfaites.

Le modèle cinématique adopté est précisé par le schéma cinématique de la 2, ainsi que les données géométriques et les paramètres de mouvement. On note m la masse de l'habitacle et $J_1 = 175 \text{ kgm}^2$ son moment d'inertie par rapport à l'axe (O, \vec{y}_0) . Les caractéristiques utiles des vérins sont données en annexe.

Question 1 Exprimer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble des solides $\{1,4,5\}$ en fonction des paramètres cinématiques $\dot{\alpha}$, $\dot{\theta}_1$ et $\dot{\lambda}$.

Pour simplifier la suite de l'étude, on se place autour de la position non-inclinée de l'habitacle. On définit alors le paramètre angulaire θ tel que $\theta = \theta_1 - \theta_{10}$. La figure du Cahier Réponses donne l'évolution du paramètre θ en fonction de λ . On cherche à linéariser cette fonction sous la forme $\theta = T\lambda$.



Question 2 Déterminer une valeur numérique approximative de T .

Les valeurs numériques de R et T étant proches on prendra pour la suite du sujet : $R = T = 7,5 \text{ rad m}^{-1}$.

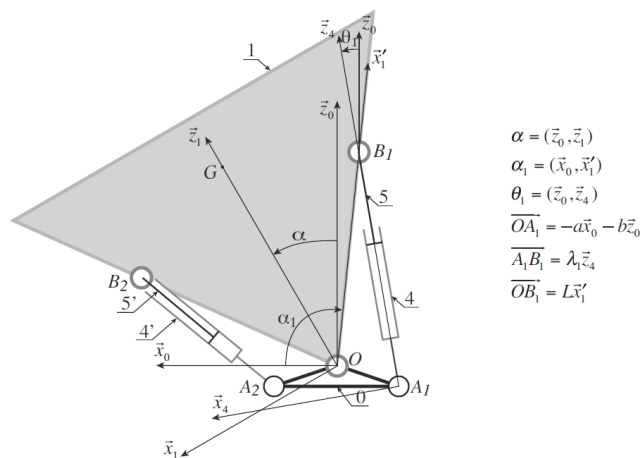


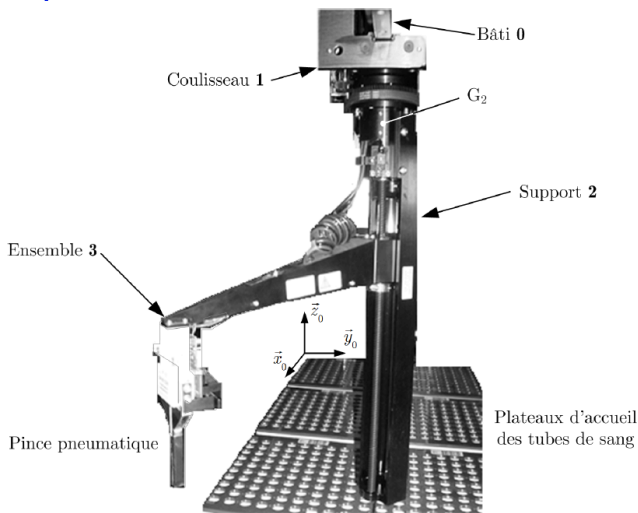
FIGURE 1 – Schéma cinématique du modèle mécanique adopté

Question 3 Exprimer la masse équivalente M_{eq} ramenée à la tige du vérin en fonction des caractéristiques cinétiques des pièces et des paramètres géométriques en précisant clairement la méthode utilisée pour définir cette grandeur. À partir des données de l'Annexe A, montrer que les termes d'inertie liés aux 2 vérins sont faibles par rapport à celui associé à l'habitacle.

Question 4 Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble $\{1,4,5\}$ en négligeant les termes dus aux puissances des poids de 4 et 5. Écrire le résultat sous la forme : $F_v + k_g \lambda = M_{eq} \ddot{\lambda}$ en donnant l'expression du paramètre k_g . Appliquer la transformation de Laplace à l'équation précédente et compléter le schéma-blocs du Cahier Réponses dans lequel la variable $V(p)$ correspond à $\mathcal{L}(\lambda(t))$.

Exercice 189 – PFD

Le bras implanté sur le système ADVIA WorkCell R, est motorisé selon trois « axes » asservis (appelés « Axe 1 », « Axe 2 » et « Axe 3 » dans la suite) assurant les mouvements de type translation / rotation / translation.



Le bras est constitué de trois solides indéformables : Coulisseau 1, Support 2 et Ensemble bras + pince + tube 3. Les mouvements autorisés entre ces solides sont associés aux trois axes du bras manipulateur et sont paramétrés de la façon suivante.

Mouvements	Axe N° 1	Axe N° 2	Axe N° 3
Pièces considérées	0 et 1	1 et 2	2 et 3
Mouvements	Translation de direction \vec{x}_0	Rotation d'axe (G_2, \vec{z}_0)	Translation de direction \vec{z}_0
Paramètres	x	θ	z
Amplitudes	$-1 \text{ m} \leq x \leq 1 \text{ m}$	$-\pi/2 \text{ rad} \leq \theta \leq \pi/2 \text{ rad}$	$0 \leq z \leq 0,3 \text{ m}$

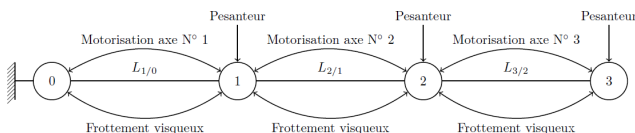
Les amplitudes sont définies depuis la position de référence du bras, dans laquelle il se place après la prise d'origine. Les trois solides ont les caractéristiques suivantes.

Caractéristiques cinétiques	Coulisseau 1	Support 2	Ensemble bras + pince + tube 3
Masses	m_1	m_2	m_3
Centres de gravité G_i	$\vec{OG}_1 = x \vec{x}_0$	$\vec{OG}_2 = x \vec{x}_0 + d_1 \vec{z}_0$	$\vec{OG}_3 = x \vec{x}_0 + (d_1 + z) \vec{z}_0 + (d_2 + d) \vec{x}_1$
Moments d'inertie	sans objet	J_2 selon l'axe (G_2, \vec{z}_0)	J_3 selon l'axe (G_3, \vec{z}_0)

L'orientation de la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ par rapport à la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est définie par $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$. Valeurs numériques : $d_1 = 0,2 \text{ m}$, $d_2 + d = 0,35 \text{ m}$. Pour chacun des trois axes motorisés, une action mécanique et un frottement visqueux équivalents de l'actionneur $[M_i]$ associé à l'axe i sont définis au niveau de la liaison correspondante.

Grandeurs équivalentes rapportées à l'axe	Axe N° 1	Axe N° 2	Axe N° 3
Action mécanique de l'actionneur $[M_i]$ sur l'axe	F_{M1} (en N)	C_{M2} (en N · m)	F_{M3} (en N)
Frottement visqueux	b_1 (en N · s · m ⁻¹)	f_2 (en N · m · s · rad ⁻¹)	b_3 (en N · s · m ⁻¹)

Le « graphe des liaisons et des efforts » (encore appelé « graphe d'analyse ») du modèle mécanique du bras est proposé figure suivante.



Question 1 Proposer une stratégie d'isollements et de calculs à mettre en œuvre pour déterminer les expressions des actions mécaniques F_{M1} , C_{M2} et F_{M3} (générées par les actionneurs $[M_i]$ associés aux trois axes) : on indiquera, l'ensemble isolé, le théorème à utiliser (avec éventuellement le point de calcul) et la direction de projection en justifiant clairement le choix de la méthode adoptée.

À partir de la stratégie d'isollements établie, on obtient les deux équations différentielles suivantes pour les expressions des efforts F_{M1} et F_{M3} :

- équation (E1) : $F_{M1} = (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{x} + b_1 \dot{x} - m_3(d_2 + d)(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta)$;
- équation (E3) : $F_{M3} = m_3 \ddot{z} + b_3 \dot{z} - m_3 g$.

Question 2 Montrer que l'équation différentielle (E2) reliant le couple C_{M2} , l'angle θ , le déplacement x et leurs dérivées successives est de la forme $C_{M2} = A\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + C\ddot{x}$ où les termes A , B et C seront exprimés en fonction des termes m_3 , J_2 , J_3 , d_2 , d , f_2 et θ . Les différentes étapes du calcul seront précisément indiquées.

Les évolutions dynamiques associées au bras motorisé lorsque les trois actionneurs sont commandés simultanément sont donc décrites par les trois équations différentielles obtenues précédemment.

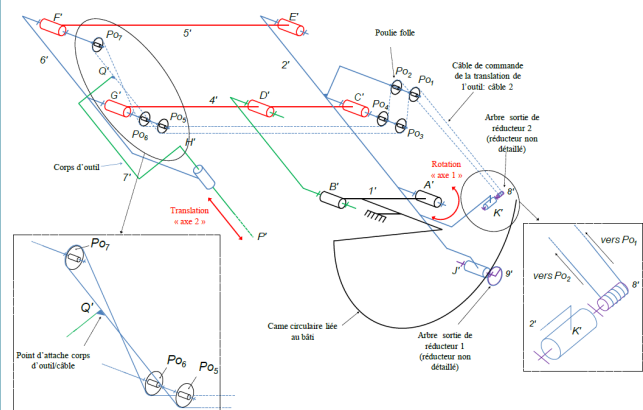
Question 3 À partir des équations précédentes, justifier que les mouvements de deux des axes sont couplés. Le couplage des mouvements peut créer des accélérations transitoires importantes pouvant induire un risque de débordement du sang du tube saisi par la pince en extrémité du bras à trois degrés de liberté.

Exercice 189 – PFD – Robot chirurgical

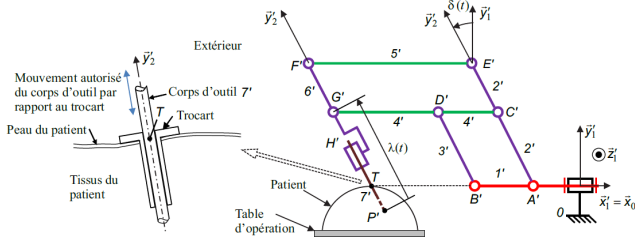
Objectif Déterminer les équations du mouvement du bras esclave sous la $A\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = \vec{F}$.

Trois mouvements de l'outil existent :

- la rotation du corps de l'outil 7' par rapport à 6', autour de (T, \vec{y}_2') , ce mouvement ne sera pas étudié ici ;
- la rotation du corps d'outil 7' par rapport au bâti 0 autour de (T, \vec{z}_0) . La transmission de ce mouvement de l'actionneur dédié jusqu'à 7' est assurée par la structure globale étudiée aux questions précédentes, associée à une came circulaire liée au bâti sur laquelle roule sans glisser le galet 9' ;
- la translation du corps d'outil 7' par rapport au porte-outil 6'. La transmission de ce mouvement de l'actionneur dédié jusqu'à 7' est assurée par un système complexe de câbles donné dans la figure suivante.

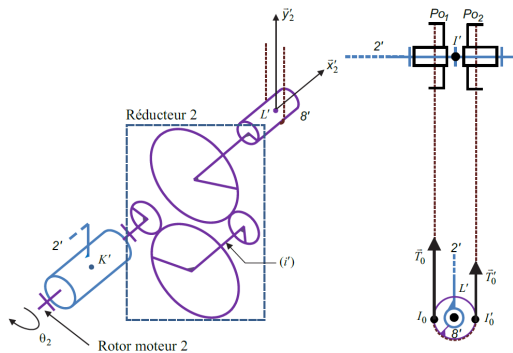


Les trois degrés de liberté du corps d'outil sont obtenus au moyen de la structure retenue (figures précédente et suivante) à laquelle deux axes asservis sont associés. Avec cette structure, une variation de l'angle $\delta(t)$ n'entraîne pas une variation de $\lambda(t)$. Les deux axes sont donc indépendants géométriquement.



Les équations du mouvement des axes 1 et 2 sont nécessaires pour réaliser une synthèse des correcteurs. Dans le cadre de ce sujet, on se limite à la détermination de l'équation du mouvement de l'axe 2 (décrivant l'évolution de la grandeur $\lambda(t)$).

La figure suivante montre le détail du moto-réducteur 2. Pour simplifier, on considère que le câble est enroulé sur un demi-tour du tambour 8'. θ_2 est l'angle du rotor du moteur par rapport à son stator 2'.



Moto-réducteur (les deux liaisons pivot entre l'arbre intermédiaire (i') d'une part, puis entre l'arbre de sortie du réducteur lié au tambour 8' d'autre part et le solide 2' sont omises)

- Le repère \mathcal{R}_0 est supposé galiléen. La verticale ascendante est \vec{y}_0 .
- La force exercée par le tissu humain sur le corps d'outil 7' est modélisée par le glisseur (P', \vec{F}_e) avec $\vec{F}_e = F_x(t)\vec{x}_2 + F_y(t)\vec{y}_2$.
- L'effort du corps d'outil 7' sur le câble est modélisé par le glisseur (Q', \vec{F}) , Q' étant le point d'attache entre le corps d'outil 7' et le câble avec $\vec{F} = F(t)\vec{y}_2$.
- L'action de la pesanteur sur 7' est négligée devant les efforts mis en jeu.
- H' est le centre d'inertie de 7', m_7' sa masse et $\vec{P'H'} = l_0\vec{y}_2'$.
- L'action du moteur 2 (utilisé pour le mouvement de translation de l'outil correspondant à l'« axe 2 ») est modélisée par un couple pur : $\vec{C}_{m2} = C_{m2}(t)\vec{x}_2'$.
- On note $\vec{C}_{red} = C_{red}\vec{x}_2'$, le couple moteur ramené à l'arbre de sortie du réducteur 2 solidaire de 8'. Une étude préalable a permis d'obtenir la relation $C_{red} = \frac{C_{m2}}{k_2}$ (k_2 étant le rapport de transmission du réducteur).

- Les actions mécaniques du câble sur 8' sont modélisées par deux glisseurs en I_0 et I_0' : (I_0, \vec{T}_0) et (I_0', \vec{T}_0') avec $\vec{T}_0 = \left(T_t + \frac{F(t)}{2}\right)\vec{y}_2'$ et $\vec{T}_0' = \left(T_t - \frac{F(t)}{2}\right)\vec{y}_2'$ où T_t représente la valeur algébrique de la pré-tension dans les câbles pour assurer qu'ils soient tendus constamment en cours d'opération, quelle que soit la valeur de $F(t)$.
- Le rendement du réducteur est supposé unitaire. Le moment d'inertie du rotor du moteur 2 et des pièces du réducteur 2 sont négligées. La masse des câbles est négligée.

On se propose en premier lieu de déterminer l'expression du couple moteur $C_{m2}(t)$ en fonction de $F_y(t)$ et des paramètres du problème tel que

$$C_{m2}(t) = v_1 \left(F_y(t) + m_7' \left(\frac{d^2 \lambda(t)}{dt^2} + v_2 \left(\frac{d\delta(t)}{dt} \right) \right) \right)$$

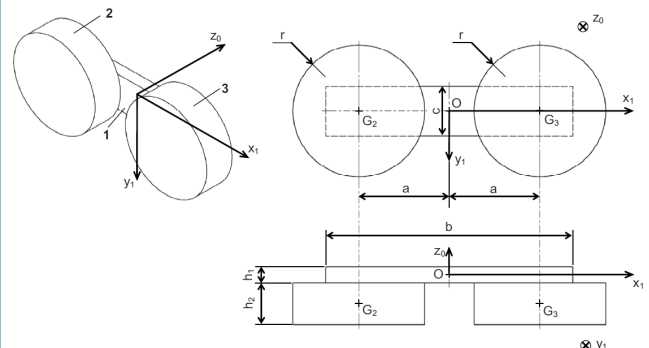
où v_1 et v_2 sont des termes à expliciter en fonction de k_2 , r_8' , l_0 , h_2 et λ . Le tableau du document réponse donne en partie la démarche de résolution.

Question 1 Compléter le tableau du document réponse et justifier, sur la copie, le choix du théorème utilisé (équation scalaire) associé à chaque isolement, sans faire aucun calcul.

Question 2 Mettre en œuvre la démarche proposée pour chaque isolement en détaillant les calculs et exprimer littéralement v_1 et v_2 de l'expression de $C_{m2}(t)$ donnée plus haut.

Exercice 189 – Modélisation

Les galets 2 et 3 sont de masses identiques m_2 et de centres d'inertie respectifs G_2 et G_3 . Le balancier 1 est de masse m_1 et de centre d'inertie O (la tige de G_3H étant de masse négligeable). La géométrie simplifiée, adoptée pour la détermination préalable des caractéristiques d'inertie, est décrite sur la figure suivante. Les solides 1, 2 et 3 sont supposés homogènes.



Question 1 Donner la forme de la matrice d'inertie du solide 1 au point O dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. On justifiera la réponse.

Question 2 Exprimer littéralement le moment d'inertie C_1 du solide 1 par rapport à l'axe (O, \vec{z}_0) en fonction de la masse m_1 et de ses dimensions.

Question 3 Donner la forme de la matrice d'inertie du solide 2 au point G_2 dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$. On justifiera la réponse.

Question 4 Exprimer littéralement le moment d'inertie C'_2 du solide 2 par rapport à l'axe (G_2, \vec{z}_0) , en fonction de la masse m_2 et de ses dimensions.

Question 5 Exprimer littéralement le moment d'inertie C'_2 du solide 2 par rapport à l'axe (O, \vec{z}_0) en fonction de la masse m_2 et de ses dimensions.

$$1. I_O(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}.$$

$$2. C_1 = \frac{m_1}{12} (b^2 + c^2).$$

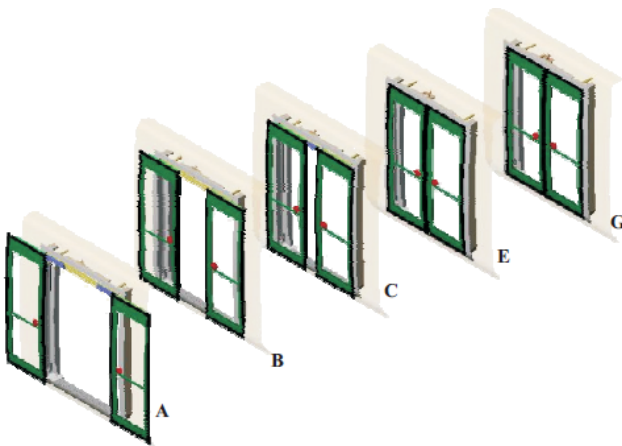
$$3. I_{G_2}(1) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}.$$

$$4. C'_2 = m_2 \frac{r^2}{2}.$$

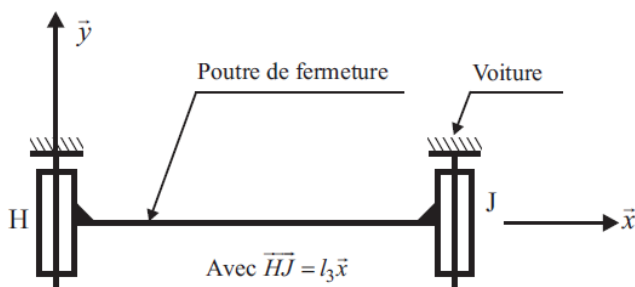
$$5. C_2 = m_2 \left(\frac{r^2}{2} + a^2 \right).$$

Exercice 189 – Modélisation

Pour respecter les exigences du cahier des charges, les vantaux doivent avoir un mouvement de translation de direction \vec{y} par rapport à la voiture.



Ce mouvement est assuré par le guidage de la poutre de fermeture grâce à deux boîtes à galets placées aux points H et J de la figure suivante qui donne le modèle retenu pour chacune d'elles.



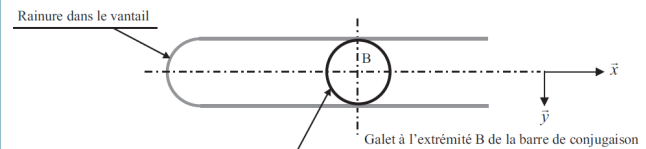
Objectif L'objet de cette partie est de trouver la liaison équivalente à l'association de ces deux liaisons.

Question 1 Déterminer le degré d'hyperstatisme de ce modèle. En déduire les contraintes géométriques à satisfaire lors de la réalisation.

Question 2 Proposer une liaison élémentaire cinématiquement équivalente à ces deux liaisons et exprimer son torseur cinématique caractéristique.

Question 3 Proposer et justifier un modèle pour la liaison élémentaire au point qui rende la liaison résultante isostatique.

Le document réponse représente les schémas cinématiques du mécanisme pour les trois étapes de fonctionnement.



Question 4 Compléter les schémas, en représentant la barre de conjugaison et en indiquant pour chaque étape la liaison équivalente entre la barre de conjugaison et le vantail.



- Pour la phase coulissement, la barre de conjugaison est parallèle à l'axe.
- Le galet de forme cylindrique est en liaison rotule (ou sphérique) avec la barre de conjugaison

La position θ_{m0} de l'arbre moteur variant dans le temps, les coefficients de l'équation différentielle précédente peuvent être modélisés comme des paramètres incertains qu'il est possible d'écrire sous la forme d'une partie connue constante et d'une variation, soit : $\tau(\theta_{m0}) = \tau_0(1 + \delta t)$, $K(\theta_{m0}) = K_0(1 + \delta K)$ et $D(\theta_{m0}) = D_0(1 + \delta d)$.

Question 4 En supposant en première approximation que les variations sont nulles, déterminer les fonctions de transfert $\frac{\Omega_1(p)}{U_1(p)}$ et $\frac{\Omega_1(p)}{F_1(p)}$ en les écrivant sous une forme canonique en fonction de τ_0 , K_0 et D_0 .

R L'analyse du comportement dû aux variations des paramètres ne fait pas partie de cette étude.

Question 5 Montrer que la fonction de transfert $\frac{\Omega_1(p)}{U_1(p)}$ peut être approchée sous la forme $\frac{K_1}{p}$. Préciser le domaine de validité et exprimer K_1 en fonction de τ_0 et K_0 .

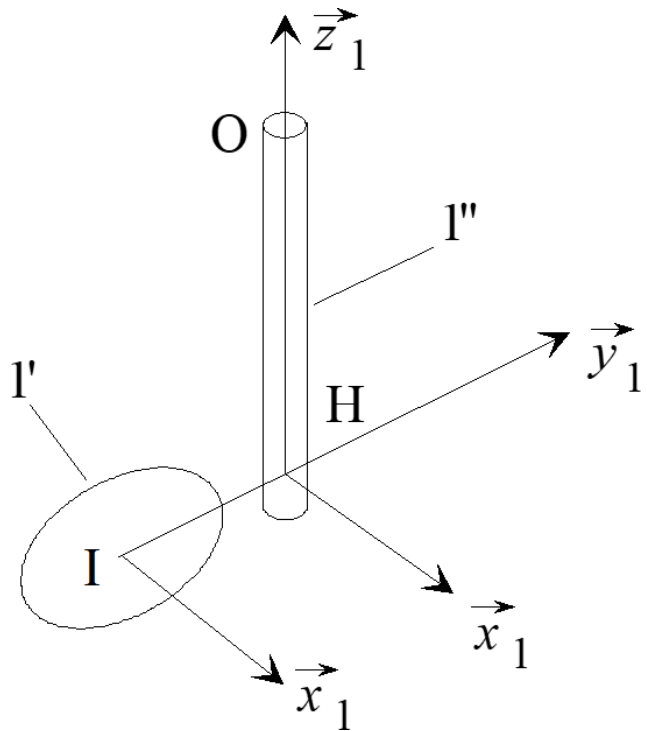
1. $I_{eq}(m) = I_S + I_R(N+1)^2 + M_y(N_1(\theta_m))^2$, $A = N$,
 $B = \frac{M_y N_1(\theta_m) N_1'(\theta_m)}{N}$ et $C(\theta_m) = -N_1(\theta_m)$.
2. $AC_{m0} - B(\theta_{m0})\Omega_{m0}^2 - C(\theta_{m0})F_0 = 0$ et $C_{m0}(t) = \frac{K_C}{R}(U_0 - K_e\Omega_{m0})$
3. $\frac{RI_{eq}(\theta_m)}{N(AK_c K_e + 2RB(\theta_m)\Omega_{m0})} \dot{\Omega}_1 + \Omega_1 = \frac{AK_c}{AK_c K_e + 2RB(\theta_m)\Omega_{m0}} u_1 - \frac{RC(\theta_m)}{AK_c K_e + 2RB(\theta_m)\Omega_{m0}}$
4. $\frac{\Omega_1(p)}{U_1(p)} = \frac{K_0}{1 + \tau_0 p}$ et $\frac{\Omega_1(p)}{F_1(p)} = -\frac{D_0}{1 + \tau_0 p}$.
5. ...

Exercice 189 – Modélisation

On considère que l'atterrisseur est constitué de deux solides en liaison encastrement :

- solide 1' : roue de centre I , de masse $m_{1'}$, assimilée à un fil de section négligeable formant un cercle de rayon $r_{1'}$ dans le plan $(I, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$ avec $\vec{z} = \vec{z}_1$;
- fourreau 1'' : tube plein homogène cylindrique d'axe \vec{HO} , de rayon $r_{1''}$ et de masse $m_{1''}$;

avec $\vec{IH} = d\vec{y}_1$ et $\vec{OH} \wedge \vec{z}_1 = \vec{0}$.



On note $I_I(1') = \begin{pmatrix} A_{1'} & -F_{1'} & -E_{1'} \\ -F_{1'} & B_{1'} & -D_{1'} \\ -E_{1'} & -D_{1'} & C_{1'} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$ la représentation la plus générale de l'opérateur d'inertie de la roue 1'.

Question 1 En utilisant les propriétés géométriques de la pièce 1', donner une écriture généralisée simplifiée de $I_J(1')$.

Question 2 Déterminer l'inertie du solide 1', par rapport à l'axe (I, \vec{z}_1) en fonction de $m_{1'}$ et $r_{1'}$.

Question 3 En déduire l'inertie du solide 1', par rapport à l'axe (O, \vec{z}_1) en fonction de d , $m_{1'}$ et $r_{1'}$.

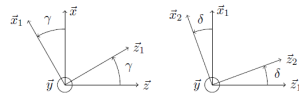
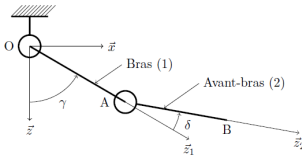
Question 4 Déterminer l'inertie du solide 1'', par rapport à l'axe (O, \vec{z}_1) en fonction de $m_{1''}$ et $r_{1''}$.

Question 5 En déduire l'inertie du solide $1 = 1' \cup 1''$, par rapport à l'axe (O, \vec{z}_1) .

1. $I_J(1') = \begin{pmatrix} A_{1'} & 0 & 0 \\ 0 & C_{1'} & 0 \\ 0 & 0 & C_{1'} \end{pmatrix}$.
2. $C_{1'} = \frac{m_{1'} r_{1'}^2}{2}$.
3. $C_{1'}' = C_{1'} + m_{1'} d^2 = m_{1'} \left(\frac{r_{1'}^2}{2} + d^2 \right)$.
4. $C_{1''} = \frac{m_{1''} r_{1''}^2}{2}$.
5. $J = \frac{m_{1''} r_{1''}^2}{2} + m_{1'} \left(\frac{r_{1'}^2}{2} + d^2 \right)$.

Exercice 189 – Torseurs dynamiques – Or-thèse

Soit le système suivant composé d'un bras et d'un avant-bras.



Bâti		
Repère $R_0 = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ fixe, galiléen		
Bras (moteurs compris)		
Repère $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ Angle $\gamma = (\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{z}, \vec{z}_1)$ $\vec{y} = \vec{y}_1$	Longueur $l_1 = 350$ mm Masse $m_1 = 2,3$ kg Centre d'inertie G_1 tel que : $\vec{OG}_1 = \lambda_1 \vec{z}_1, \lambda_1 = 50$ mm	Matrice d'inertie $I(G_1, 1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & D_1 \end{pmatrix}$ $A_1 = 2,4 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ $B_1 = 2,3 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ $D_1 = 2,1 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Avant-bras		
Repère $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ Angle $\delta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ $\vec{y}_1 = \vec{y}_2$	Longueur $l_2 = 270$ mm Masse $m_2 = 0,3$ kg Centre d'inertie G_2 tel que : $\vec{AG}_2 = \lambda_2 \vec{z}_2, \lambda_2 = 135$ mm	Matrice d'inertie $I(G_2, 2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & D_2 \end{pmatrix}$ $A_2 = 1,8 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ $B_2 = 1,8 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ $D_2 = 4,3 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Question 1 Déterminer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(\text{Bras}/0)\}$ au point O en utilisant deux méthodes différentes.

Question 2 Déterminer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(\text{C}/\text{Bras})\}_0$ au point O en utilisant deux méthodes différentes.

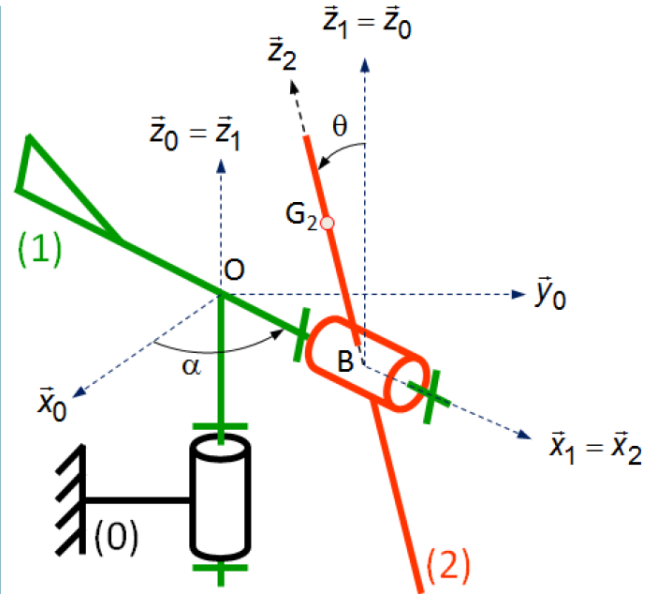
Question 3 Déterminer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(\text{Avant-Bras}/0)\}$ au point O en utilisant deux méthodes différentes.

Question 4 Déterminer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(\text{Avant-Bras}/0)\}$ au point O en utilisant deux méthodes différentes.

Question 5 Déterminer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(\text{Bras}+\text{Avant-Bras}/0)\}$ au point O en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 189 – Torseurs dynamiques – Éolienne

On s'intéresse à une éolienne pour particulier de puissance 18 kW (comparée aux éoliennes industrielles dont le diamètre du rotor peut atteindre 125 m et qui fournissent 5 MW). On donne ci-dessous, la photo et la représentation sous forme de schéma cinématique de cette éolienne.



Ce système est constitué de trois solides :

- le mât 0, de repère associé $\mathcal{R}_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, fixe par rapport au sol tel que l'axe (O, \vec{z}_0) soit dirigé suivant la verticale ascendante;
- le corps 1, de repère associé $\mathcal{R}_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, en mouvement de rotation d'axe (O, \vec{z}_0) par rapport au mât 0 tel que $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ et $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$;
- les pâles 2, de repère associé $\mathcal{R}_2(B; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, en mouvement de rotation d'axe (O, \vec{z}_0) par rapport au corps 1 tel que $\vec{OB} = b \vec{x}_1$ (b constant), $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$ et $\theta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$.

Si un corps étranger percute une pôle au point de l'endomager, alors un « balourd » se crée (le centre de gravité G_2 des pâles n'est plus sur l'axe de rotation des pâles), et des effets dynamiques (vibrations) peuvent apparaître et être à l'origine d'effort qui vont user anormalement certaines pièces du système. Nous poserons la position du centre de gravité G_2 des pâles 2 définie par $\vec{BG}_2 = c \vec{z}_2$ (c constant).

Objectif Appréhender le schéma cinématique en vue d'une étude ultérieure de dynamique.

Question 1 Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente. Repérer les liaisons et les lister sur un graphe des liaisons. Préciser le paramètre de mouvement associé à chaque liaison.

Question 2 Réaliser les figures de changement de base, et en déduire le vecteur vitesse angulaire associé à chacune d'entre elles.

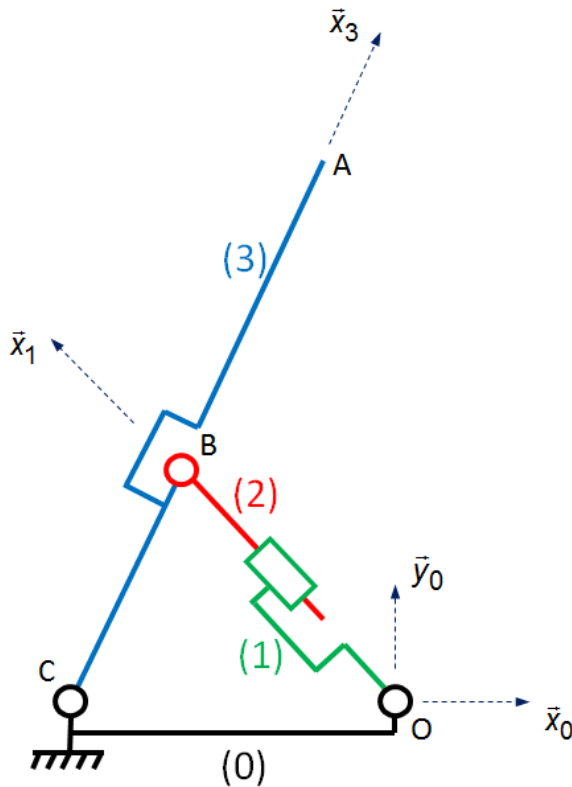
Question 3 En déduire $\overline{\Omega(2/0)}$.

Question 4 Décrire le mouvement de 2/1. Préciser, puis tracer sur le schéma cinématique les trajectoires $T_{G_2 \in 2/1}$ et $T_{B_2 \in 2/1}$.

Question 5 Décrire le mouvement de 1/0. Préciser, puis tracer sur le schéma cinématique les trajectoires $T_{B \in 1/0}$, $T_{O \in 1/0}$ et $T_{G_2 \in 1/0}$.

Exercice 189 – Schéma cinématique – Camion benne

On s'intéresse à un camion benne, dont une photo et un schéma cinématique sont donnés ci-dessous.



Ce système est constitué de quatre solides :

- le châssis 0, de repère associé $\mathcal{R}_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$;
- le corps 1, d'un des deux vérins, de repère associé $\mathcal{R}_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$;
- la tige 2, d'un des deux vérins, de repère associé $\mathcal{R}_2(B; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ tel que $\vec{OB} = \lambda \vec{x}_1$;
- la benne 3 de repère associé $\mathcal{R}_3(C; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ tel que $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$.

Pour éviter toute collision, il est nécessaire de maîtriser parfaitement à chaque instant la position du point A, fixe dans la benne 3, par rapport au repère associé au sol.

Objectif Appréhender le schéma cinématique en vue d'une étude géométrique ultérieure.

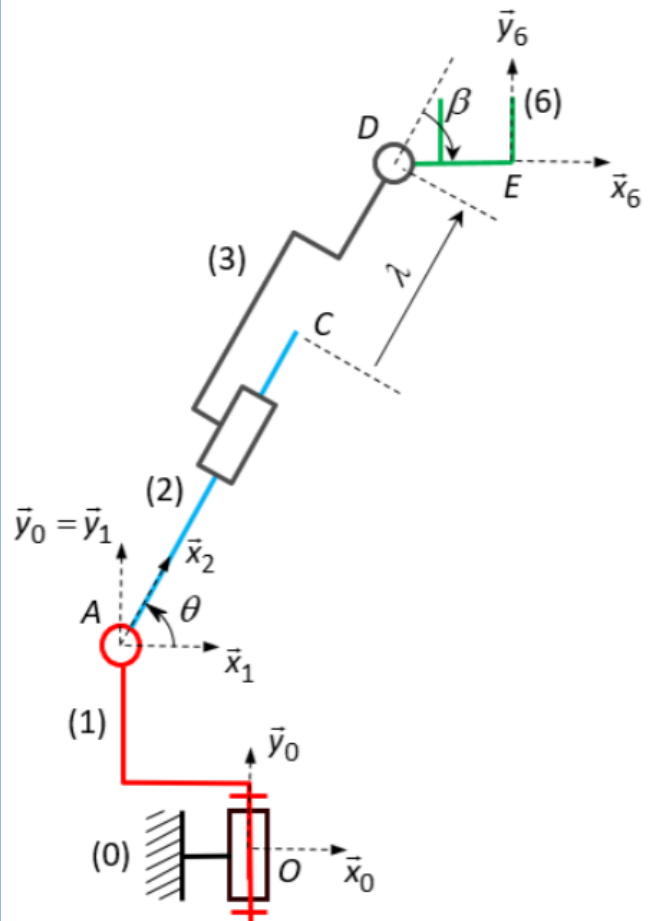
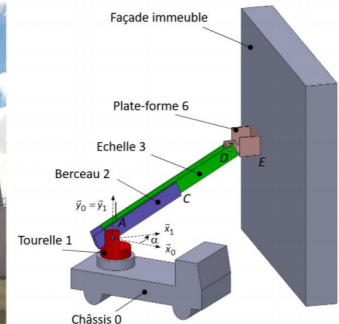
Question 1 Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente. Repérer les liaisons et les lister sur un graphe des liaisons. Préciser le paramètre de mouvement associé à chaque liaison.

Question 2 Réaliser les figures de changement de base, et en déduire le vecteur vitesse angulaire associé à chacune d'entre elles.

Question 3 Que dire des bases $\mathcal{B}_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ et $\mathcal{B}_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$? En déduire $\Omega(2/1)$ et $\Omega(2/0)$.

Exercice 189 – Géométrie – EPAS

On s'intéresse à une Échelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle (voir vidéo sur site internet). Ce système, conçu et commercialisé par la société CAMIVA, est monté sur le châssis d'un camion de pompiers et permet de déplacer une plate-forme, pouvant recevoir deux personnes et un brancard (charge maxi 270 kg), le plus rapidement possible et en toute sécurité.



Le système est représenté, dans la situation particulière $\alpha = 0$, sous forme de schéma cinématique ci-contre. Ce système est constitué de quatre solides, listés ci-dessous avec leur repère associé :

- châssis 0, $\mathcal{R}_0 = (O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$;
- tourelle 1, $\mathcal{R}_1 = (A; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $\vec{y}_1 = \vec{y}_0$;
- berceau 2, $\mathcal{R}_2 = (A; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ tel que $\vec{z}_2 = \vec{z}_1$;
- échelle 3, $\mathcal{R}_3 = (D; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ tel que $\mathcal{B}_3 = \mathcal{B}_2$;

- plate-forme 6, $\mathcal{B}_6 = (E; \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$ tel que $\vec{z}_6 = \vec{z}_2$.

On donne les paramètres de mouvement : $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$,
 $\theta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$, $\beta = (\vec{x}_2, \vec{x}_6)$, $\vec{CD} = \lambda \vec{x}_2$.

On donne les dimensions caractéristiques : $\vec{OA} = a \vec{x}_1 + b \vec{y}_1$, $\vec{AC} = c \vec{x}_2$, $\vec{DE} = e \vec{x}_6$.

L'étude se fait pendant la phase de dressage. Pendant cette phase, la tourelle 1 est fixe par rapport au châssis 0 ($\alpha = \text{cte}$) et le berceau 2 s'incline de plus en plus alors que l'échelle 3 se déploie. On suppose que le châssis 0 est ancré sur le sol parfaitement horizontal grâce aux bras de stabilisation.

On donne ci-dessous un extrait du cahier des charges :

- exigence 1 : pendant la phase de dressage, la plate-forme 6 doit rester en permanence horizontale afin d'assurer la sécurité des personnes qui sont embarquées.
- exigence 2 : lors d'une intervention, le point E à l'extrémité de la plate-forme 6 doit se déplacer verticalement le long de la façade d'un immeuble ($L = \text{cte}$ et y variable au cours du temps).

Objectif Déterminer la loi de commande en position de chacune des chaînes d'énergie-puissance afin de respecter les exigences du cahier des charges.

Question 1 Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.

Question 2 Réaliser le graphe des liaisons. Préciser le paramètre de mouvement associé à chaque liaison. Préciser les éventuelles égalités de base.

Question 3 Réaliser les figures de changement de base illustrant les paramètres de mouvement angulaires.

Question 4 Préciser en le justifiant, le mouvement de 6/1, afin de respecter l'exigence Ex1 du cahier des charges. Que peut-on dire de la base $\mathcal{B}_6 = (\vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$? Donner la relation entre β et γ afin de garantir ce mouvement ?

Question 5 Donner, en fonction des paramètres de mouvements et des dimensions caractéristiques du mécanisme, l'expression du vecteur position \vec{AE} du point E dans le repère 1.

Question 6 Donner, en fonction de L et y , une autre expression de ce vecteur lorsque l'exigence Ex2 est respectée.

Question 7 En déduire deux relations mathématiques, traduisant l'exigence Ex2 du cahier des charges, qui lient les paramètres de mouvement, les dimensions caractéristiques, L et y .

Question 8 Donner alors les lois de commande en position $\lambda = f(y)$ puis $\theta = f(y)$. Conclure.