Exercice 189 – TEC – Clever

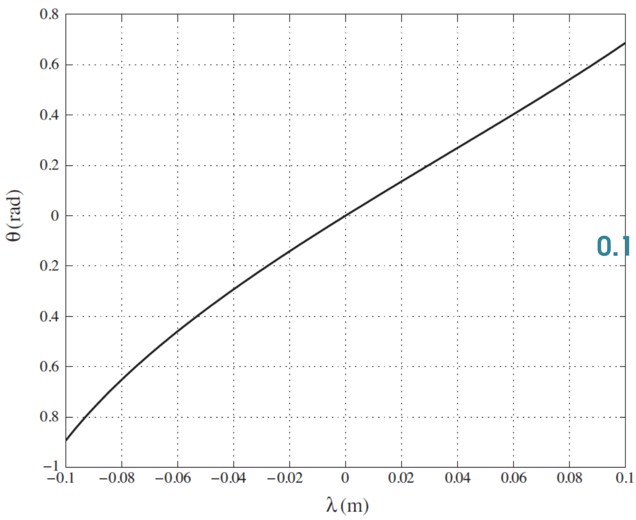
On cherche à déterminer la masse équivalente M_{eq} ramenée à la tige du vérin, de l'ensemble habitacle et mécanisme de transformation de mouvement actionnés par le vérin. Pour cela, on adopte les hypothèses suivantes :

- le référentiel associé au châssis **0** du véhicule Clever est supposé galiléen (ceci revient à supposer le châssis fixe par rapport au référentiel lié à la route durant la phase d'inclinaison) ;
- la puissance dissipée engendrée par l'inclinaison de l'habitacle au niveau du contact roue/sol est négligée ;
- les liaisons sont supposées parfaites.

Le modèle cinématique adopté est précisé par le schéma cinématique de la 2, ainsi que les données géométriques et les paramètres de mouvement. On note m la masse de l'habitacle et $J_1 = 175\,\text{kg}\,\text{m}^2$ son moment d'inertie par rapport à l'axe $\left(O, \overrightarrow{y_0}\right)$. Les caractéristiques utiles des vérins sont données en annexe.

Question 1 *Exprimer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble des solides {1,4,5} en fonction des paramètres cinématiques $\dot\alpha$, $\dot\theta_1$ et $\dot\lambda$.*

Pour simplifier la suite de l'étude, on se place autour de la position non-inclinée de l'habitacle. On définit alors le paramètre angulaire θ tel que $\theta = \theta_1 - \theta_{10}$. La figure du Cahier Réponses donne l'évolution du paramètre θ en fonction de λ. On cherche à linéariser cette fonction sous la forme $\theta = T\lambda$.



0.1

Question 2 *Déterminer une valeur numérique approximative de T.*

Les valeurs numériques de R et T étant proches on prendra pour la suite du sujet : $R = T = 7{,}5\,\text{rad}\,\text{m}^{-1}$.

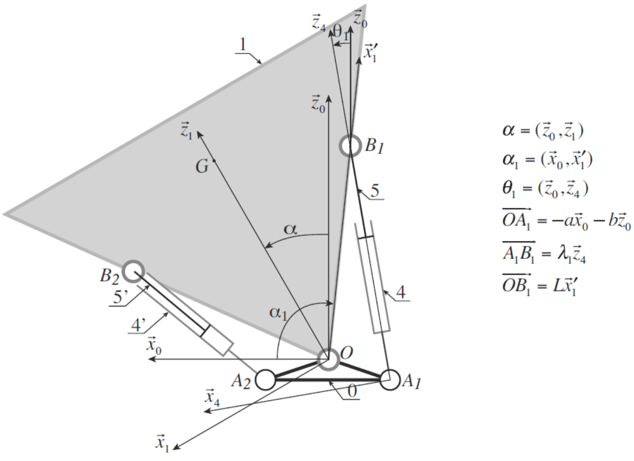


FIGURE 1 – Schéma cinématique du modèle mécanique adopté

Question 3 *Exprimer la masse équivalente M_{eq} ramenée à la tige du vérin en fonction des caractéristiques cinétiques des pièces et des paramètres géométriques en précisant clairement la méthode utilisée pour définir cette grandeur. À partir des données de l'Annexe A, montrer que les termes d'inertie liés aux 2 vérins sont faibles par rapport à celui associé à l'habitacle.*

Question 4 *Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble {1,4,5} en négligeant les termes dus aux puissances des poids de 4 et 5. Écrire le résultat sous la forme : $F_v + k_g\lambda = M_{eq}\ddot\lambda$ en donnant l'expression du paramètre k_g. Appliquer la transformation de Laplace à l'équation précédente et compléter le schéma-blocs du Cahier Réponses dans lequel la variable $V(p)$ correspond à $\mathscr{L}\left(\dot\lambda(t)\right)$.*

Exercice 189 – TEC – Clever INFOS MANQUANTES

Première correction

Afin de répondre au critère du cahier des charges concernant la précision statique du système, on choisit de placer un intégrateur comme premier correcteur : $H_r(p) = \dfrac{K_i}{p}$.

Question 1 *On donne sur le Cahier Réponses le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO_2(p)$ du système asservi pour $K_i = 1$ et telle que $M(p) = FTBO_2(p).\varepsilon(p)$. Déterminer, en expliquant clairement la méthode employée, la valeur de K_i qui permet d'obtenir la dynamique souhaitée.*

On donne en annexe page 8 la définition d'un correcteur à avance de phase.

Question 2 *Combien de correcteurs à avance de phase réglés pour apporter chacun 50°au maximum faudrait-il incorporer dans le régulateur pour satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges ?*

On souhaite réaliser une simulation du comportement temporel du système ainsi corrigé pour un passage de 0 à 45°de l'habitacle en 0,75 s. Le signal de consigne est donné sur la Figure Figure 2. Le logiciel de simulation ne possède pas de bloc de signal d'entrée correspondant à ce type de fonction, mais il est possible d'utiliser des blocs de type « rampe » possédant les critères :

- pente de la rampe ;
- instant de départ de la rampe.

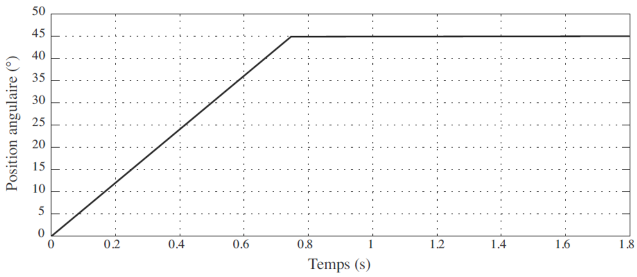


FIGURE 2 – Signal de consigne pour une simulation d'une rotation de 0 à 45°en 0,75 s

Question 3 *Donner les paramètres à entrer dans les 2 blocs de type « rampes » et préciser l'opération mathématique à effectuer entre les deux blocs afin d'obtenir le signal présenté sur la Figure 2.*

La réponse obtenue par la simulation est présentée sur la Figure 3.

Question 4 *Quels sont les critères non satisfaits ?*

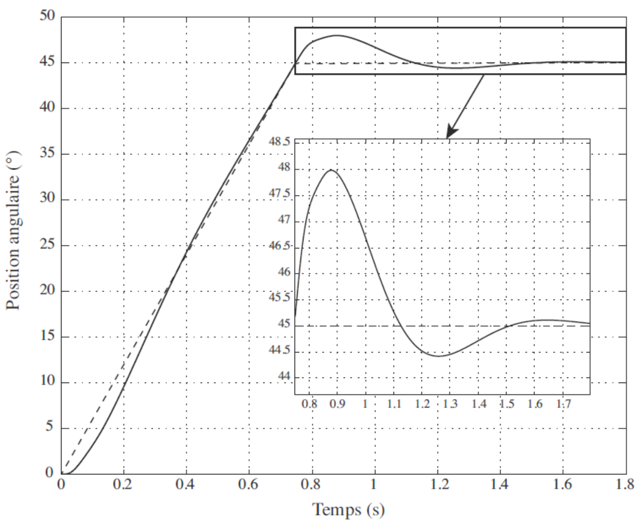


FIGURE 3 – Résultat de la simulation du passage de de 0 à 45°en 0,75 s

0.2 Deuxième correction

Plusieurs réglages du correcteur précédent ont été réalisés mais aucun n'a pu apporter satisfaction quant aux différents critères du cahier des charges. Le problème de fond ici est lié au fait que la pulsation de coupure ω_V du mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin est inférieure à la pulsation à 0 dB souhaitée pour garantir une dynamique suffisante du système bouclé. On souhaite donc augmenter la valeur de la pulsation de coupure ω_V afin de garantir au moins deux décades d'écart avec la pulsation à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

Question 5 *Quelle valeur de diamètre du vérin permet de vérifier la condition précédente. Cette valeur est-elle réaliste ?*

On décide alors de remédier à ce problème par un filtre électronique du second ordre de type Notch de fonction de transfert : $H_N(p) = \dfrac{1+\dfrac{2\xi_n}{\omega_n}p+\dfrac{p^2}{\omega_n^2}}{1+\dfrac{2\xi_d}{\omega_d}p+\dfrac{p^2}{\omega_d^2}}$.

Le réglage optimum du correcteur doit compenser parfaitement le mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin. Pour cela, on effectue un essai afin d'identifier les caractéristiques de ce mode. Aucun réglage spécifique du débit de fuite n'a été réalisé, la compensation du mode rendant inutile cette étape.

Une tension de consigne $u_e(t) = 0,02u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) est envoyée en entrée du servodistributeur. Une génératrice tachymétrique, dont le comportement est modélisé par un gain pur $K_{gt} = 2\,\mathrm{V\,rad^{-1}\,s}$, mesure la vitesse de rotation de l'habitacle. Cette tension est notée $m_\omega(t)$. Le résultat de cet essai est donné sur la Figure de la question 24 du Cahier Réponses.

Question 6 *Compléter sur le Cahier Réponses le schéma-blocs représentant cet essai et déterminer la fonction de transfert H_{essai} telle que : $M_\Omega(p) = H_{essai}(p)U_e(p)$.*

Question 7 *En vous aidant du graphe de la Figure Figure 4, déterminer les valeurs numériques expérimentales de ω_v et ξ_v à partir de la courbe obtenue expérimentalement tracée sur le Cahier Réponses.*

Question 8 *Quels inconvénients sur le comportement réel du système peuvent découler de cette méthode consistant à vouloir compenser le mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin par ce type de filtre électronique ?*

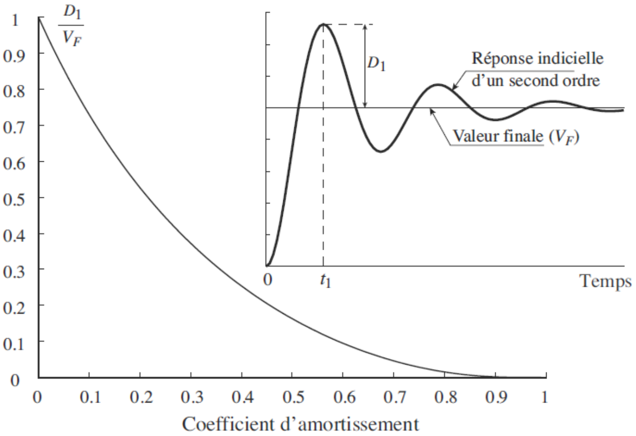


FIGURE 4 – Évolution du premier dépassement relatif à la valeur finale en fonction du coefficient d'amortissement (pour une fonction de transfert du second ordre)

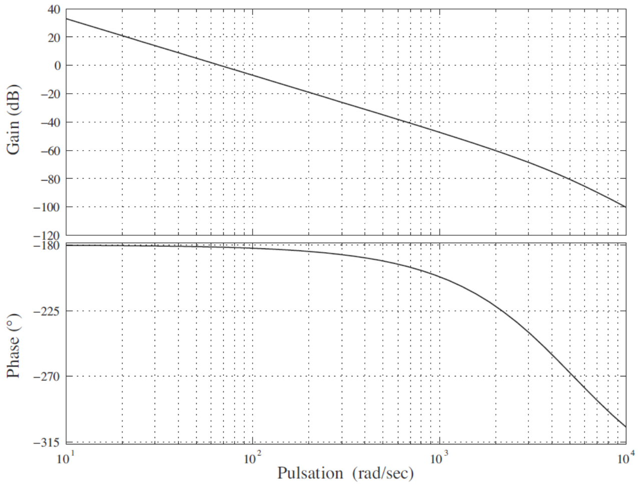


FIGURE 5 – Diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte après correction Intégrale

On suppose par la suite que le numérateur du filtre Notch compense parfaitement le mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin. On adopte les caractéristiques suivantes pour le dénominateur :

- $\omega_d = 1000\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$;
- $\xi_d = 1$.

Afin de satisfaire le critère de précision statique du cahier des charges on place un premier correcteur de type intégrateur non unitaire de fonction de transfert : $H_{\text{cor2}}(p) = \dfrac{K_\Omega}{p}$.

La valeur de K_Ω est déterminée afin d'obtenir une pulsation à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte de 65 $\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Le diagramme de Bode de cette fonction de transfert est donné sur la Figure III.5. On complète le régulateur par un correcteur à avance de phase de fonction de transfert : $H_{\text{av}}(p) = K_{\text{av}} \dfrac{1 + a_{\text{av}} \tau_{\text{av}} p}{1 + \tau_{\text{av}} p}$ avec $a_{\text{av}} > 1$.

On donne en annexe page 8 la définition d'un correcteur à avance de phase.

Question 9 *Déterminer les valeurs approximatives des paramètres a_{av}, τ_{av} et K_{av} qui permettent de satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges tout en conservant une pulsation à* 0 dB *de* 65 $\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

Le régulateur étant a priori optimisé, on réalise un essai de validation du comportement temporel de l'inclinaison de l'habitacle, le véhicule étant à l'arrêt. Le calculateur envoie un signal de consigne représentant l'évolution de la position angulaire souhaitée (de 0 à 45°en 0,75 s). La tension délivrée par le capteur angulaire est récupérée par un convertisseur analogique-numérique afin de tracer sur un ordinateur l'évolution temporelle de l'inclinaison de l'habitacle mesurée en degrés. Les deux courbes sont données sur la Figure 6.

Question 10 *Quels sont les critères du cahier des charges validés ?*

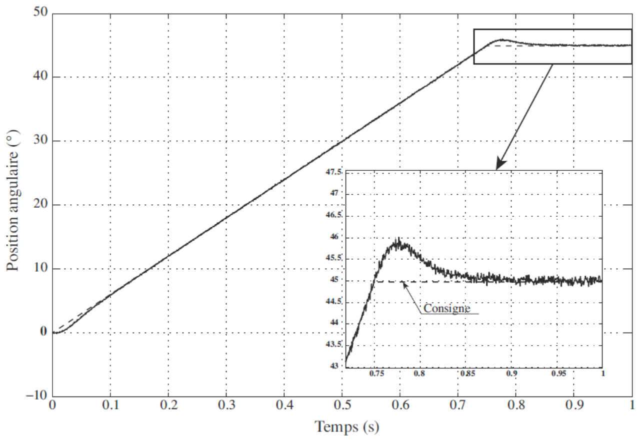
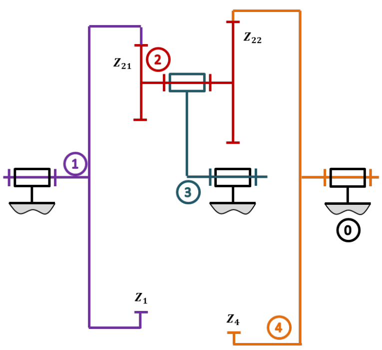


FIGURE 6 – Essai de validation : passage de 0 à 45° en 0,75 s

Exercice 1 ? ? – Train épicycloïdal

Soit le train épicycloïdal suivant.

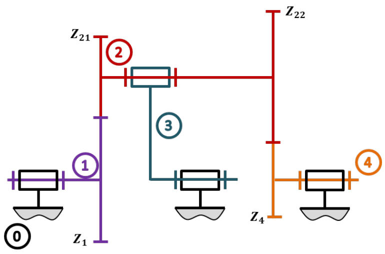


Question 1 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

Question 2 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

Exercice 1 ? ? – Train épicycloïdal

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

Question 2 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

Exercice 189 – Schéma-Blocs et FT

On considère l'asservissement angulaire d'un axe numérique. On note $\Delta\theta_1$ la grandeur asservie.

Hypothèses, notations et paramétrage

- Les conditions initiales sont nulles.
- L'équation du mouvement de l'axe est donnée par : $\Delta C_1(t) = J\dfrac{\mathrm{d}^2\Delta\theta_1(t)}{\mathrm{d}t^2} - k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2\Delta F_x(t)$ avec $J = 1{,}98\times10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$, $k_1\dfrac{r_9'}{r_0} = 0{,}00717$, $h_2 = 0{,}2\,\mathrm{m}$.
- Le couple moteur $\Delta C_1(t)$ est fourni par une machine à courant continu modélisée par les équations suivantes : $u_1(t) = L\dfrac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} + Ri_1(t) + e_1(t)$, $e_1(t) = k_e\dfrac{\mathrm{d}\Delta\theta_1(t)}{\mathrm{d}t}$, $\Delta C_1(t) = k_t i_1(t)$ avec $u_1(t)$ la tension aux bornes du moteur, $i_1(t)$ l'intensité traversant le moteur et $e_1(t)$ la force contre électromotrice, avec $R = 2{,}07\,\Omega$, $k_t = 0{,}0525\,\mathrm{N\,m\,A^{-1}}$, $k_e = 0{,}0525\,\mathrm{V\,s\,rad^{-1}}$.
- On fait l'hypothèse que l'influence de l'inductance L est négligeable sur les performances attendues, soit $L = 0\,\mathrm{H}$.
- La consigne est notée $\Delta\theta_{c1}(t)$.

Le cahier des charges sélectif conduit à choisir un correcteur associant une anticipation (via la présence de σ_4 dans la relation suivante) et une correction PID. La tension de commande du moteur est donnée par : $U_1(p) = \left(\Delta\theta_{c1}(p) - \Delta\theta_1(p)\right)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p}\right) - \sigma_3 p\Delta\theta_1(p) + \sigma_4\Delta\theta_{c1}(p)$ avec $\Delta\theta_{c1}(p)$ la consigne de position angulaire exprimée dans le domaine symbolique.

Question 1 *Compléter le schéma bloc du document réponse (forme littérale des fonctions de transfert).*

Pour la suite, on considère la perturbation nulle $\left(\Delta F_x(p) = 0\right)$.

Question 2 *À partir de ce schéma-blocs, en notant $H_{processus}(p) = \dfrac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} = \dfrac{K}{p(1+\tau p)}$, exprimer K et τ en fonction des données de l'énoncé, puis les calculer numériquement.*

Question 3 *Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, sous forme canonique, notée $B_F(p) = \dfrac{\Delta\theta_1(p)}{\Delta\theta_{c1}(p)}$ en fonction de K, τ, σ_1, σ_2, σ_3 et σ_4.*

On pose $B_F'(p) = \dfrac{p - z_0}{(p-p_2)(p-p_1)^2}$.

Question 4 *Déterminer K' tel que $B_F(p) = K'B_F'(p)$, K' étant un gain constant.*

Question 5 *Exprimer les paramètres σ_1, σ_2 et σ_3 de la relation du PID en fonction de p_1, p_2, K et τ.*

Pour information, en poursuivant le calcul, on trouve $\sigma_4 = \dfrac{\tau}{K}\left(\dfrac{p_1^2 p_2}{z_0} - \left(p_1^2 + 2p_1p_2\right)\right)$.

Le réglage des paramètres du correcteur se fait en fixant judicieusement les pôles et le zéro de $F(p)$:

- p_1 est choisi pour correspondre au mode d'un système du second ordre. En notant z le coefficient d'amortissement et ω_0 la pulsation propre, l'expression retenue pour p_1 est $p_1 = -z\omega_0$;
- p_2 est une constante choisie négative. Il sera admis sans justification que $p_2 = -10$;
- z_0 est choisi de manière à compenser le pôle p_2.

Afin d'assurer le non dépassement de la réponse indicielle, tout en assurant un temps de réponse le plus faible possible, on choisit de prendre $z = 1$ et $t_{r5\%} = 35\,\mathrm{ms}$, ce qui implique la relation $\omega_0 t_{r5\%} = 5$.

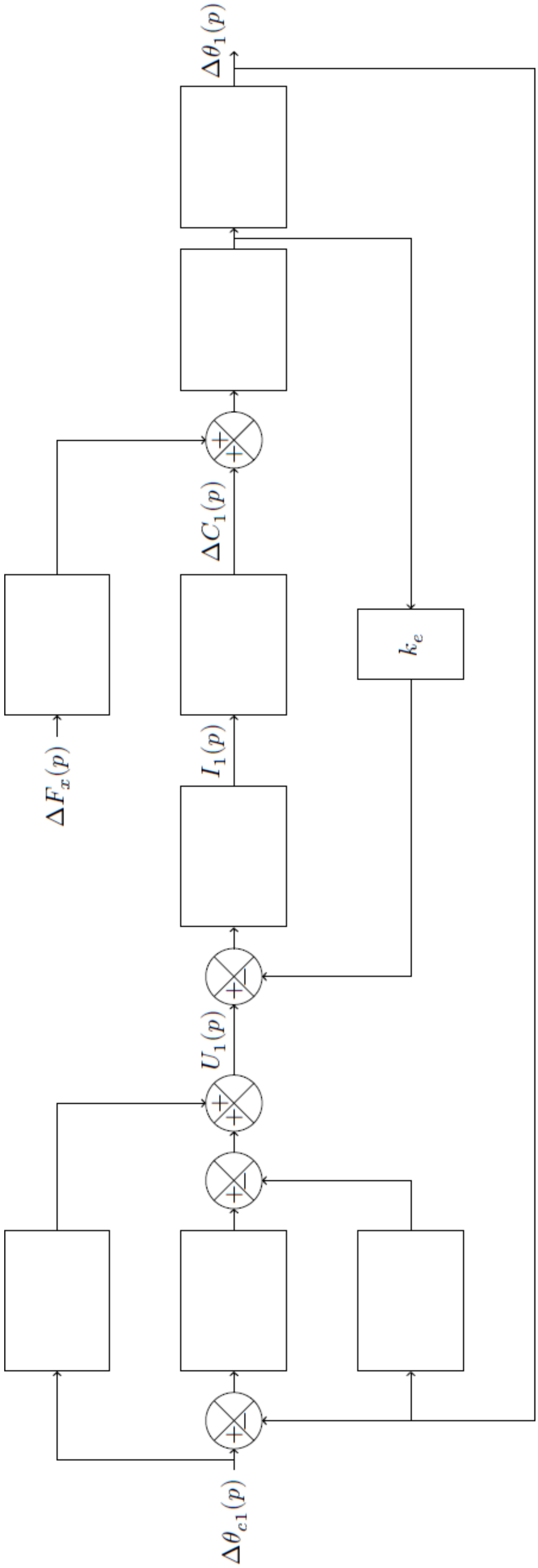
Question 6 *Donner les valeurs numériques de p_1 et de z_0. En déduire les valeurs numériques des paramètres σ_1, σ_2 et σ_3 de la loi de commande.*

Question 7 *Le système est-il stable avec le réglage précédent ? Justifier sans calcul.*

Pour information, on a $\sigma_4 = -2{,}23\,\mathrm{V\,rad^{-1}}$.

Question 8 *Vérifier, en justifiant la réponse et sans calcul, si les exigences 1.2.2.1, 1.2.2.2 et 1.1.1 sont respectées :*

- *1.2.2.1 : l'écart statique en réponse à un échelon doit être nul ;*
- *1.2.2.2 : aucun dépassement ;*
- *1.1.1 : l'écart en régime permanent dû à une perturbation en échelon doit être nul.*



Exercice 189 – SLCI – Numérique

Objectif Compléter la loi de commande afin de limiter la sensibilité du système aux bruits de mesure.

Le moteur retenu possède les caractéristiques suivantes : tension nominale de 42 V, couple maximal en fonctionnement de 113 mN m. De plus, lorsque la vitesse de rotation de l'arbre moteur est nulle, pour des raisons techniques, la valeur absolue du couple moteur ne doit pas excéder 10 % du couple maximal, soit 11,3 mN m en réponse aux sollicitations dues aux bruits de mesure. Le dimensionnement de la loi de commande effectué à la partie précédente ne prend pas en compte tous les phénomènes indésirables susceptibles de dégrader les performances du système étudié. L'un d'entre eux est le bruit de mesure du capteur de position angulaire des axes moteurs. Le signal brut issu du capteur est de nature analogique. Pour qu'il soit exploitable par le calculateur, ce signal est numérisé. On obtient alors une image de la position sous la forme d'un ensemble de points. On note T_e la période d'échantillonnage. On note f_k, $k \in \mathbb{N}$ la valeur d'une fonction continue $f(t)$ prise au k^{e}échantillonnage, c'est-à-dire que $f_k = f(kT_e)$. En sortie du convertisseur analogique/numérique, seules les valeurs f_k pour k entier sont disponibles. Pour l'axe 1, $\Delta\theta_1(t) =$ est l'angle en sortie du moteur et s_k est la grandeur numérisée de la position angulaire mesurée. L'imperfection de la chaîne de mesure implique la présence d'une composante aléatoire sur chaque valeur de s_k image de l'angle $\delta\theta_1(t)$, en plus de la composante non aléatoire. Chaque valeur s_k peut donc se décomposer sous la forme d'une somme d'une composante non aléatoire notée s_k^b, de variance $\text{var}\left(s_k^b\right)$ identique pour tout k. De plus, s_{k-1}^b sont des variables aléatoires indépendantes.

La loi de commande (II.2) est, en pratique, réalisée numériquement. Sa discrétisation conduit à la forme suivante :

$$u_{1k} = \sigma_1 \cdot (s_{ck} - s_k) + \sigma_2 \cdot h(s_{ck} - s_k) - \sigma_3 g(s_k) + \sigma_4 s_{ck}.$$

avec
- s_{ck} la valeur au k^{e}instant de l'image de la consigne;
- $h(s_{ck} - s_k)$ une fonction permettant d'approcher l'intégrale d'une grandeur numérique;
- $g(s_{ck})$ une fonction permettant d'approcher la dérivée d'une grandeur numérique;
- u_{1k} la tension de commande du moteur prise au k^{e}instant.

Le schéma fonctionnel pour la prise en compte des bruits de mesure est donné figure 10. Pour simplifier, la perturbation due à la réaction du tissu humain sur l'outil n'est pas prise en compte. On suppose que le CNA (Convertisseur Numérique Analogique) n'a pas d'influence sur l'étude menée.

Modèle utilisé pour la simulation

Ainsi, une simulation a été réalisée pour une consigne en échelon de position nulle ($\forall k \in \mathbb{N}, s_{ck} = 0$) pour visualiser l'impact du bruit de mesure de l'axe 1. De plus, chaque terme s_k^b est modélisé par une variable aléatoire suivant une loi normale de moyenne nulle et d'écart type $3{,}3 \times 10^{-4}$ rad, soit une variance de $1{,}1 \times 10^{-7}\,\text{rad}^2$. La période d'échantillonnage est $T_e = 100\,\mu$s.

Résultats de la simulation, impact du bruit de mesure

Question 1 *En justifiant, expliquer pourquoi il est nécessaire de filtrer le bruit de mesure en observant les courbes de tension de commande, puis du couple moteur.*

Question 2 *En observant la courbe représentative de $\Delta\theta_1(t)$ de la figure 11, justifier pourquoi les imperfections de la chaîne de mesure n'influencent pas la position angulaire $\Delta\theta_1(t)$.*

Question 3 *En utilisant les équations du moteur (II.1) et en se plaçant à un point de fonctionnement stabilisé, c'est-à-dire à vitesse nulle, déterminer la valeur numérique maximale (en valeur absolue) de la tension à ne pas dépasser pour que le couple n'excède pas* $11{,}3\,\text{mN m}$ *en valeur absolue.*

Afin de limiter les effets néfastes du bruit de mesure sur le système, un filtre numérique est intégré dans la chaine de mesure, cf figure 12.

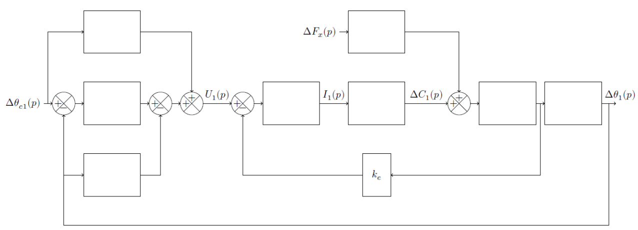
Intégration du filtre numérique

On note s_k^f la valeur filtrée au k^e^instant. L'objectif de l'étude qui suit est de limiter la variation de tension engendrée par le bruit de mesure en dimensionnant le filtre. Seul l'impact du bruit est étudié, donc on considère la consigne de position nulle, et au vu des résultats de simulation, on fera dans ce cas l'hypothèse que $\Delta\theta_1(t) = 0\,\text{rad}$, ce qui implique $\forall k \in \mathbb{N}, s_k^a = 0$. La question précédente a permis de déterminer une valeur absolue maximale de la tension à ne pas dépasser. On admettra que ce résultat impose alors une variance maximale de $0{,}02\,\text{V}^2$ pour u_{1k}. Le filtre numérique retenu est l'équivalent d'un filtre passe-bas analogique du premier ordre, de constante de temps T_f et de gain statique unitaire.

Question 4 *Dans le cas d'une réalisation analogique du filtre, donner la relation entre $s^f(t)$, $s(t)$ et T_f, sous la forme d'une équation différentielle. En déduire l'expression de s_k^f en fonction de s_k, s_{k-1}^f, T_f et T_e dans le cas d'une réalisation numérique. On retiendra la formule suivante pour la dérivée discrète correspondant à la dérivée continue d'une fonction temporelle $f(t)$ à l'instant $t = kT_e$: $\dfrac{f_k - f_{k-1}}{T_e}$ où T_e est la période d'échantillonnage.*

On rappelle que si x et y sont des variables aléatoires de variance $\text{var}(x)$ et $\text{var}(y)$ respectivement, a et b des nombres réels, alors on a : $\text{var}(ax+b) = a^2\text{var}(x)$ $\text{var}\left(x+y\right) = \text{var}(x) + \text{var}(y) + 2\text{cov}(x,y)$.

Si les deux variables aléatoires sont indépendantes, alors $\text{cov}(x,y) = 0$. L'estimation de la variance du signal filtré, notée $\text{var}\left(s_k^f\right)$, est nécessaire pour dimensionner le filtre. Plusieurs centaines de simulations ont montré que l'évolution de $\text{var}\left(s_k^f\right)$ en fonction de k reste similaire à celle montrée à la figure 13. Pour un nombre d'échantillons suffisamment important, la variance devient constante et sa valeur dépend de T_f.



Question 5 *Quelle approximation peut-on faire concernant $\text{var}\left(s_k^f\right)$ et $\text{var}\left(s_{k-1}^f\right)$? Justifier la réponse.*

Question 6 *Exprimer alors $\text{var}\left(s_k^f\right)$ en fonction de $\text{var}(s_k)$, T_f et T_e.*

On admettra que la relation entre $\text{var}\left(s_k^f\right)$ et $\text{var}(u_{1k})$ en utilisant la loi de commande avec les paramètres du correcteur dimensionné dans la partie précédente est, pour tout k, $\text{var}(u_{1k}) = n_0 \text{var}\left(s_k^f\right)$ avec $n_0 = 6337147$.

Question 7 *Donner l'expression littérale de T_f, puis calculer sa valeur en secondes qui permet d'assurer une variance du signal de commande $\text{var}(u_{1k}) \leq 0{,}02\,\text{V}^2$. On rappelle les valeurs suivantes : $\text{var}(s_k) = 1{,}1 \times 10^{-7}\,\text{rad}^2$,* $T_e = 1 \times 10^{-4}\,\text{s}$.