

B

Sciences

Modéliser | Industrielles de  
l'Ingénieur

PSI\* - MP

## B2

### Proposer un modèle de connaissance et de comportement

1.1	<b>A1 – Analyser les exigences</b>	2
1.2	<b>A2 – Définir les frontières de l'analyse</b>	2
1.3	<b>A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurale</b>	2
1.3.1	Associer les fonctions aux constituants . . . . .	2
1.3.2	Caractériser un constituant de la chaîne d'information . . . . .	3
1.4	<b>A4 – Analyser les performances et les écarts</b>	4
1.5	<b>A5 – Analyser un compromis produit-procédures-matériaux</b>	4
1.6	<b>A1 – Analyser les exigences</b>	5
1.7	<b>A2 – Définir les frontières de l'analyse</b>	5
1.8	<b>A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurale</b>	5
1.8.1	Caractériser un constituant de la chaîne d'information . . . . .	5
1.9	<b>A4 – Analyser les performances et les écarts</b>	5
1.10	<b>A5 – Analyser un compromis produit-procédures-matériaux</b>	5
1.10.1	B2-04 – Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert . . . . .	5
1.10.2	B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs. . . . .	5
1.10.3	Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables . . . . .	9
1.10.4	Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique . . . . .	12
1.10.5	B2-13 – Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides	
1.10.5	18	
1.10.6	Modéliser une action mécanique . . . . .	25
1.10.7	Modéliser un convertisseur électromécanique . . . . .	28

## 1.1 A1 – Analyser les exigences

## 1.2 A2 – Définir les frontières de l'analyse

## 1.3 A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle

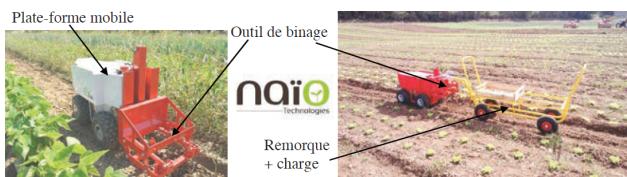
### 1.3.1 Associer les fonctions aux constituants

#### Exercice 1 – Robot de maraîchage Oz 440 \*

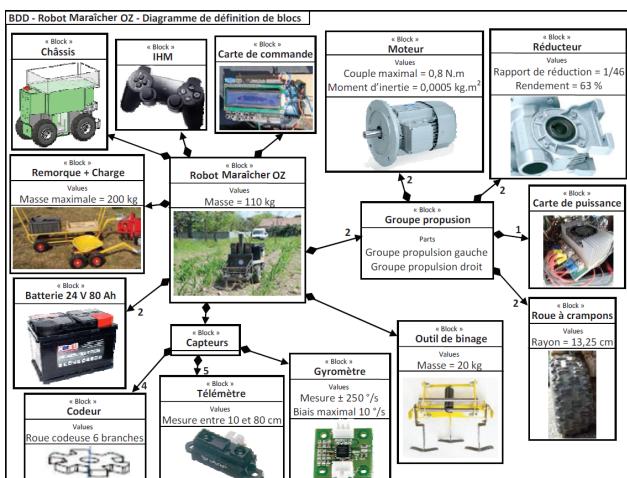
A3-01

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le robot de maraîchage Oz 440 développé par la société Naïo Technologies est un outil autonome agricole, alliant robustesse et écologie, capable d'assister les maraîchers dans les tâches les plus pénibles comme le transport de charges lors des récoltes et le désherbage mécanique à l'aide d'un outil de binage.



Ce robot est constitué d'une plate-forme mobile électrique à 4 roues motrices sur laquelle sont fixés divers outils et capteurs. La figure 1 donne la structure du robot sous la forme d'un diagramme de définition de blocs (BDD) avec les propriétés principales de chaque constituant, utiles pour la résolution du problème.



de pouvoir utiliser ce robot régulièrement, sans perte de temps, permet de toujours avoir un sol parfaitement biné et ainsi de diminuer les effets d'évaporation de l'eau.

**Question 1** À l'aide du diagramme de définition de blocs disponible, réaliser le diagramme correspondant à la chaîne fonctionnelle de l'ensemble groupe propulsion droit du robot.

Corrigé voir 1.

#### Exercice 2 – Système de levage à multiples colonnes \*

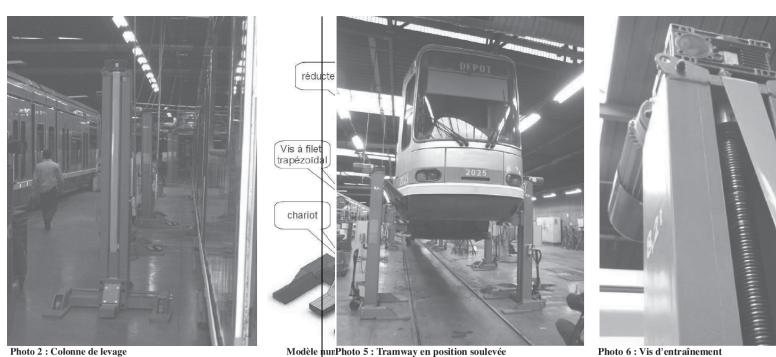
A3-01

Pas de corrigé pour cet exercice.

Les sociétés de transports publics des grandes agglomérations gèrent des réseaux comportant des bus et/ou des tramways. Ces sociétés possèdent des centres de maintenance ayant en charge l'entretien et la réparation de leurs véhicules. On s'intéresse ici à la maintenance de tramways sur rails de type TFS (Tramway Français Standard).

Le système de levage est constitué d'une armoire de commande (nommée PC) munie d'un pupitre de commande, d'un API (Automate Programmable Industriel), de relais et cartes de commande pour moteurs. Cette PC peut gérer jusqu'à 10 colonnes de levage. Ces colonnes de levage sont des unités indépendantes mobiles que l'on peut déplacer manuellement grâce à des roues escamotables. Elles sont constituées d'un chariot de levage guidé par 4 galets roulant à l'intérieur d'une colonne (rails en tôle pliée).

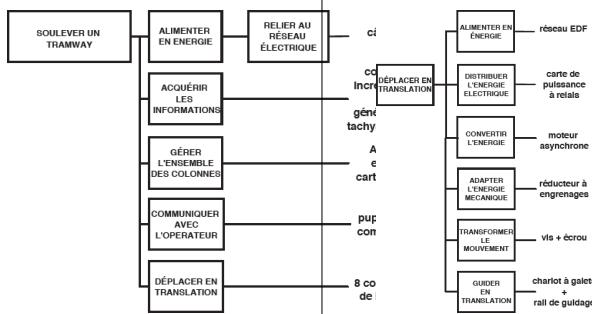
L'entraînement du chariot se fait par une vis à filet trapézoïdal, mise en rotation par un moto-réducteur-frein asynchrone. On met en place les colonnes au niveau de la plate forme du tramway à soulever, aux endroits prévus à cet effet.



Pour soulever un tramway de 45 tonnes et de 30 mètres de long, le service de maintenance utilise 8 colonnes de levage d'une capacité unitaire maximale de

8,2 tonnes commandées simultanément. Lorsque les colonnes sont en place, on démarre le cycle de levage : l'opérateur peut choisir un fonctionnement manuel ou automatique. En mode automatique, on affiche sur le pupitre la consigne de hauteur à atteindre, la PC pilote alors chaque moteur des 8 colonnes jusqu'à ce que cette hauteur soit atteinte. Chaque colonne est équipée d'un codeur incrémental informant la PC de la position du chariot de levage de la colonne. Pour un fonctionnement en toute sécurité, il faut assurer une certaine horizontalité du tramway soulevé : l'ensemble des points de levage doit être compris entre deux plans parallèles distants de 20 mm au maximum (coplanéité).

Le développement sous forme de FAST de la fonction principale F.P.1 (plus simplement écrite « Soulever un tramway ») est donné ci-après.



**Question 1** Vous ne connaissez pas le diagramme FAST (je le sais). Quel(s) diagramme(s) SysML pourriez-vous utiliser pour remplacer les diagrammes « FAST ».

**Question 2** Réaliser la chaîne fonctionnelle du système de levage étudié.

Corrigé voir 2.

### 1.3.2 Caractériser un constituant de la chaîne d'information

#### Exercice 4 – Le banc balafré \*

##### A3-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

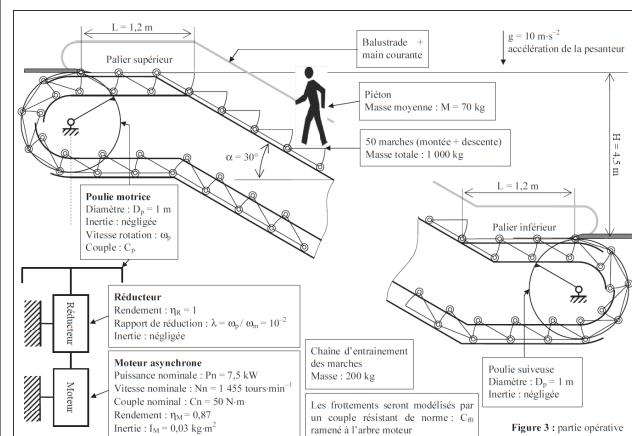
Entre autres contrôles de la chaîne d'acquisition, le superviseur vérifie que la mesure des efforts se fait correctement : au niveau des actionneurs piézoélectriques et au niveau du joint testé. Les capteurs de force utilisés sur le système sont analogiques. Afin de simplifier le traitement et l'interprétation de ces forces, on utilise un amplificateur de charges à plusieurs canaux (voir figure 3.2).

#### Exercice 3 – Escalier mécanique\*

##### A3-01

###### Pas de corrigé pour cet exercice.

Un escalier mécanique (figure 1), appelé aussi escalier roulant ou Escalator (nom déposé par la société Otis), est un élévateur adapté au transport de personnes. Sa fonction principale est de faciliter le déplacement des piétons entre deux points de différentes hauteurs.



**Question 1** En analysant le schéma de principe de la figure précédente, proposer une chaîne fonctionnelle de l'escalier mécanique.

Corrigé voir 3.



FIGURE 1.1 – Amplificateur de charge à plusieurs canaux KISTLER.

Cet amplificateur possède deux options qui sont utilisées sur le banc Balafré :

- l'amplificateur de sommation pour le calcul analogique des forces et moments résultants;
- un convertisseur Analogique/Numérique pour faire le traitement des données (algorithme de contrôle).

Dans l'algorithme de contrôle, la valeur d'effort de chaque actionneur est comparée à la valeur théorique de la consigne effectuée pour le contrôle. Si un écart trop grand est constaté, l'algorithme de contrôle émet un signal d'erreur (Contrôle=2). Pour cette mesure, on considère qu'une résolution inférieure à 10 N est nécessaire. La conversion analogique/numérique se fait ici sur 12 bits. La mesure de l'effort se fait sur la plage de -20 à 20 kN. Les données techniques utiles sont rassemblées sur la figure 2.5.

Le capteur de force (voir figure 2.6) utilisé est un capteur KISTLER 9167A, permettant de mesurer des efforts dans trois directions. Pour la mesure de l'effort développé par les actionneurs, seule la direction Z est utilisée, et la sensibilité du capteur dans cette direction est  $4,2 \text{ pCN}^{-1}$ . Le synoptique de la figure 2.7 présente la structure interne de l'amplificateur de charge.

Ladungsverstärker	Amplificateur de charge	Charge amplifier
Anzahl Messkanäle	Nombr de canaux de mesure	Number of measuring channels
Messbereich	Gamme de mesure	Measuring range
Sensorempfindlichkeit	Sensibilité du capteur	Sensor sensitivity
Massstab	Echelle	Scale
Ausgangsspannung	Tension de sortie	Output voltage
(Ausgangsspannung (Kurzschluss sicher))	Courant de sortie (protégé contre les court-circuits)	Output current (short-circuit protected)
Ausgangsimpedanz	Impédance de sortie	Output impedance
Frequenzfilter (-3dB, Filter off)	Gamme de fréquence (-3dB, Filter off)	Frequency filter (-3dB, Filter off)
Tiefpassfilter	Filtre passe-bas à 2 pôles, à 8 stades 10, 30, 100 ... (-3dB)	Low-pass filter, 2 poles, 8 stages 10, 30, 100 ... (-3dB)
Zeitkonstante	Constante de temps	Time constant
Long	Long	Long
Hochpassfilter	Filtre passe-haut	High-pass filter
Medium	Medium	Medium
Short	Short	Short
Linearität	Linéarité	Linearity
Messfehler	Erreur de mesure	Measuring error
$\leq 99,9 \text{ pCN FS}$	$\leq 99,9 \text{ pCN FS}$	$\leq 99,9 \text{ pCN FS}$
$\leq 100 \text{ pCN FS}$	$\leq 100 \text{ pCN FS}$	$\leq 100 \text{ pCN FS}$
Ausgangsstörsignal	Interférence à la sortie	Output interference
Drift (Leckstrom MOSFET) bei 25 °C	Dérive (courant d'entrée MOSFET) à 25 °C	Drift (input current MOSFET) at 25 °C

FIGURE 1.2 – Amplificateur de charge à plusieurs canaux KISTLER.



Type 9167A... / 9168A...

FIGURE 1.3 – Capteur de force KISTLER 9167A.

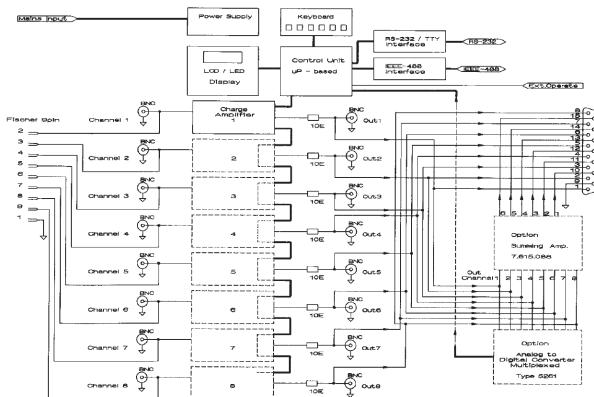


FIGURE 1.4 – Synoptique de la structure interne de l'amplificateur de charge.

**Question 1** Sur le synoptique de la figure 2.7, on peut lire « Analog to Digital Converter Multiplexed ». Que signifie le terme multiplexé utilisé ici ?

**Question 2** Compte tenu de la sensibilité du capteur et de l'étendue des valeurs à mesurer, déterminer la gamme de mesure à régler sur l'amplificateur de charge.

**Question 3** En utilisant la documentation technique de l'amplificateur de charge, déterminer la plage de variation de la tension de sortie de l'amplificateur. En déduire le quantum de la conversion analogique numérique, puis la résolution de la mesure. Conclure vis-à-vis de la résolution demandée.

Corrigé voir 6.

### Exercice 5 – Capteurs \*

**A3-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Donner le rôle et le principe de fonctionnement (schémas) des capteurs suivants :

- générateur tachymétrique;
- potentiomètre rotatif;
- codeur incrémental;
- codeur absolu.

Corrigé voir 7.

## 1.4 A4 – Analyser les performances et les écarts

## 1.5 A5 – Analyser un compromis produit-procédures-matériaux

## 1.6 A1 – Analyser les exigences

## 1.7 A2 – Définir les frontières de l'analyse

## 1.8 A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle

### 1.8.1 Caractériser un constituant de la chaîne d'information

#### Exercice 6 – Le banc balafre \*

**A3-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Sur le synoptique de la figure 2.7, on peut lire « Analog to Digital Converter Multiplexed ». Que signifie le terme multiplexé utilisé ici ?

**Question 2** Compte tenu de la sensibilité du capteur et de l'étendue des valeurs à mesurer, déterminer la gamme de mesure à régler sur l'amplificateur de charge.

**Question 3** En utilisant la documentation technique de l'amplificateur de charge, déterminer la plage de variation de la tension de sortie de l'amplificateur. En déduire le quantum de la conversion analogique numérique, puis la résolution de la mesure. Conclure vis-à-vis de la résolution demandée.

#### Exercice 7 – Capteurs \*

**A3-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Donner le rôle et le principe de fonctionnement (schémas) des capteurs suivants :

- génératrice tachymétrique;
- potentiomètre rotatif;
- codeur incrémental;
- codeur absolu.

## 1.9 A4 – Analyser les performances et les écarts

## 1.10 A5 – Analyser un compromis produit-procédés-matériaux

### 1.10.1 B2-04 – Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert

#### Exercice 8 – Moteur à courant continu\*

**B2-04**

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$ ;
- $e(t) = K \omega(t)$ ;
- $c(t) = K i(t)$ ;
- $c(t) - f \omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$ .

**Question 1** Exprimer la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$ .

**Question 2** Préciser l'ordre et la classe de  $H$ .

**Question 3** Mettre  $H(p)$  sous forme canonique.

**Question 4** Donner les caractéristiques de la fonction de transfert.

**Question 5** Vérifier l'homogénéité des différentes constantes.

Éléments de corrigé :

$$1. H(p) = \frac{K_m}{K_m^2 + (R + Lp)(Jp + f)}.$$

2. Ordre 2, classe 0.

$$3. H(p) = \frac{\frac{K_m}{K_m^2 + Rf}}{1 + \frac{(RJ + Lf)}{K_m^2 + Rf} p + \frac{LJ}{K_m^2 + Rf} p^2}.$$

$$4. K = \frac{K_m}{K_m^2 + Rf}, \omega_0 = \sqrt{\frac{K_m^2 + Rf}{LJ}}, \xi = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ(K_m^2 + Rf)}}.$$

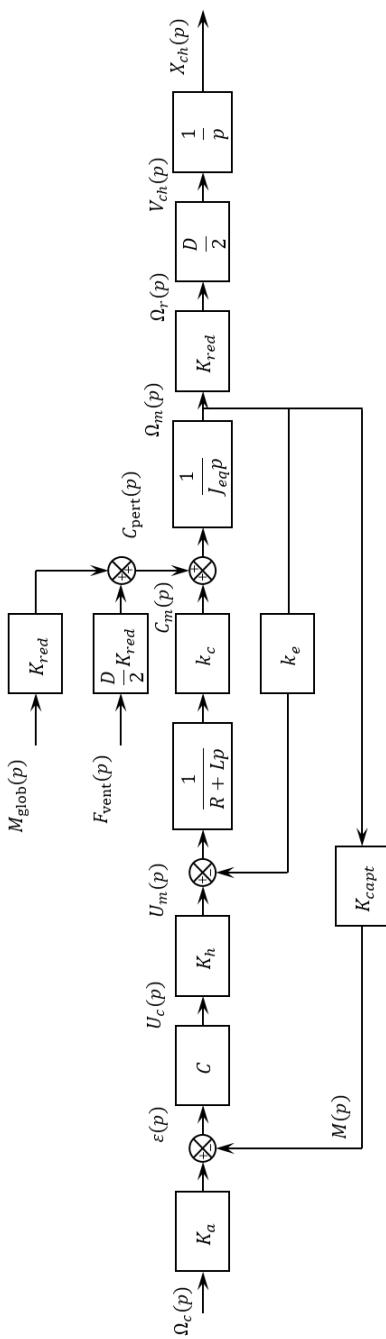
Corrigé voir 83.

### B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs.

#### Exercice 9 – La Seine Musicale\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 1** En considérant que la perturbation  $C_{pert}(p)$  est nulle, déterminer  $H_f(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$  sous forme canonique.

**Question 2** Exprimer la fonction de transfert  $H_r(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$  en la mettant sous la forme :  $H_r(p) = -\frac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$ . Exprimer  $\alpha, \tau, \gamma$  et  $\delta$  en fonction des différents paramètres de l'étude.

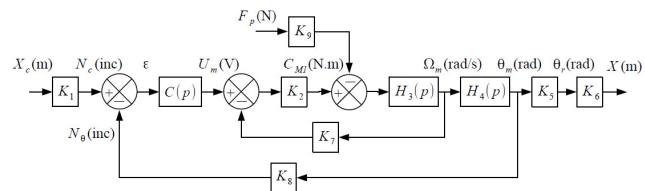
**Question 3** Exprimer  $X_{ch}(p)$  en fonction de  $\Omega_m(p)$  et  $C_{pert}(p)$ .

Corrigé voir 88.

## Exercice 10 – Machine de rééducation SysReeduc \*

### B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes :  $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$ ,  $e(t) = k_e \omega_m(t)$  et  $C_{M1}(t) = k_t i(t)$ .

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

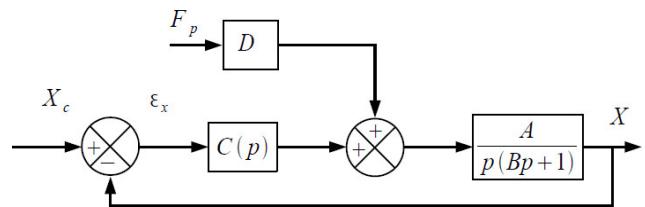
$$(M+m)r\rho_1\dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec :  $M$  la masse du chariot et  $m$  la masse du support de pied,  $\rho_1 = \frac{1}{10}$  le rapport de réduction du réducteur,  $r = 46,1$  mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie-courroie,  $C_{M1}(t)$  le couple délivré par le moteur et  $F_p(t)$  l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

**Question 1** À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert  $K_1, K_2, H_3(p), H_4(p), K_5, K_6, K_7, K_8$  et  $K_9$ .

**Question 2** Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera  $A, B$  et  $D$  en fonction des paramètres du système  $r, \rho_1, k_t, k_e, R, M, m$  et  $K_8$ .

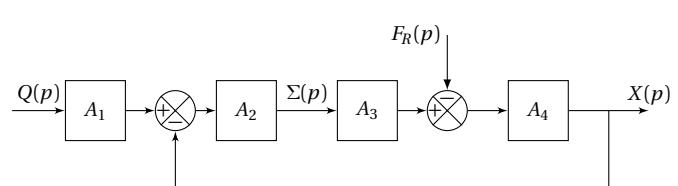


Corrigé voir 89.

## Exercice 11 – Quille pendulaire\*

### B2-07

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

- $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\sigma(t)}{dt}$  (a);
- $M \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S\sigma(t) - kx(t) - \lambda \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$  (b).

On a :

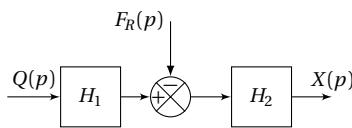
- $\mathcal{L}(q(t)) = Q(p)$  : débit d'alimentation du vérin [ $m^3 s^{-1}$ ];
- $\mathcal{L}(\sigma(t)) = \Sigma(p)$  : différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa];
- $\mathcal{L}(x(t)) = X(p)$  : position de la tige du vérin [m];
- $\mathcal{L}(f_R(t)) = F_R(p)$  : composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- $S$  : section du vérin [ $m^2$ ];
- $k$  : raideur mécanique du vérin [ $N m^{-1}$ ];
- $V$  : volume d'huile de référence [ $m^3$ ];
- $B$  : coefficient de compressibilité de l'huile [ $N m^{-2}$ ];
- $M$  : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin [kg];
- $\lambda$  : coefficient de frottement visqueux [ $N m^{-1} s$ ].

**Question 1** Donner les expressions des fonctions de transfert  $A_1, A_2, A_3$  et  $A_4$  en fonction de la variable complexe  $p$  et des constantes.

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



**Question 2** Donner les expressions des fonctions de transfert  $H_1$  et  $H_2$  en fonction de  $A_1, A_2, A_3$  et  $A_4$ , puis de la variable  $p$  et des constantes.

### Question 3

Pour ce vérin non perturbé ( $F_R = 0$ ), donner sa fonction de transfert  $X(p)/Q(p)$  en fonction de la variable  $p$  et des constantes.

Corrigé voir 89.

## Exercice 12 – Moteur à courant continu\*

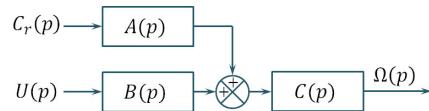
### B2-07

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$ ;
- $e(t) = K\omega(t)$ ;
- $c(t) = Ki(t)$ ;
- $c(t) + c_r(t) - f\omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$ .

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

**Question 2** Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.



Éléments de corrigé :

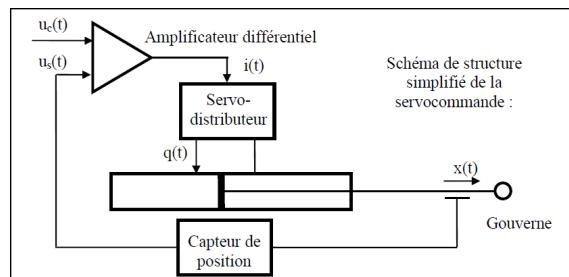
1. .
2.  $A(p) = R + Lp, B(p) = K, C(p) = \frac{1}{K^2 + (f + Jp)(R + Lp)}$   
(plusieurs réponses possibles).

Corrigé voir 91.

## Exercice 13 – Vérin\*

### B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne le schéma de principe d'une servocommande.



Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servocommande sont :

- un amplificateur différentiel défini par :  $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$ ;
- débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible  $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt}$ ;
- capteur de position :  $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$ ;
- le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique  $q(t)$  proportionnel au courant de commande  $i(t)$ . (Attention, valable uniquement en régime permanent.) Le constructeur fournit sa fonction de transfert :

$$F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + T p}$$

où  $K_d$  est le gain du servo-distributeur et  $T$  sa constante de temps.

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

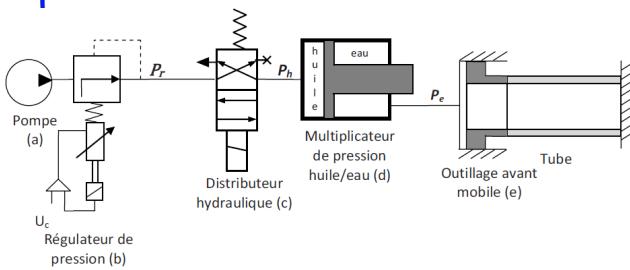
Corrigé voir 92.

## Exercice 14 – Banc d'épreuve hydraulique \*

### B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Analyse de la fonction technique « mettre le tube sous pression ».

Un schéma hydraulique simplifié est donné figure suivante.



## Mise en place du modèle

Les équations du débit sont :

$$Q_e(t) = S_e \frac{dz(t)}{dt} - \frac{V_{e0}}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}$$

et

$$Q_h(t) = S_h \frac{dz(t)}{dt} + \frac{V_{h0}}{B_h} \frac{dP_h(t)}{dt}.$$

En appliquant le théorème de la résultante dynamique selon  $\vec{z}$  sur le piston du multiplicateur, on a :  $M \ddot{z}(t) = S_h p_h(t) - S_e p_e(t) - Mg - f \dot{z}(t)$ .

**Question 1** Déduire de la relation précédente l'équation reliant  $Z(p)$ ,  $P_e(p)$ ,  $P_h(p)$ , et  $\text{Poids}(p) = Mg/p$ , transformées de Laplace de  $z(t)$ ,  $P_e(t)$ ,  $P_h(t)$  et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.

On note :

- $L(t)$  la position de l'équipage mobile repérée par rapport à sa position initiale;
  - $V_t(t)$  le volume du tube;
  - $F_t(t)$  l'effort du tube sur l'équipage mobile, avec  $F_t(t) = -r L(t)$ .

On néglige les variations de volume du tube dues à ses déformations. L'équation du débit s'écrit alors :

$$Q_e(t) = (S_a - S_b) \cdot \frac{dL(t)}{dt} + \frac{V_t}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}.$$

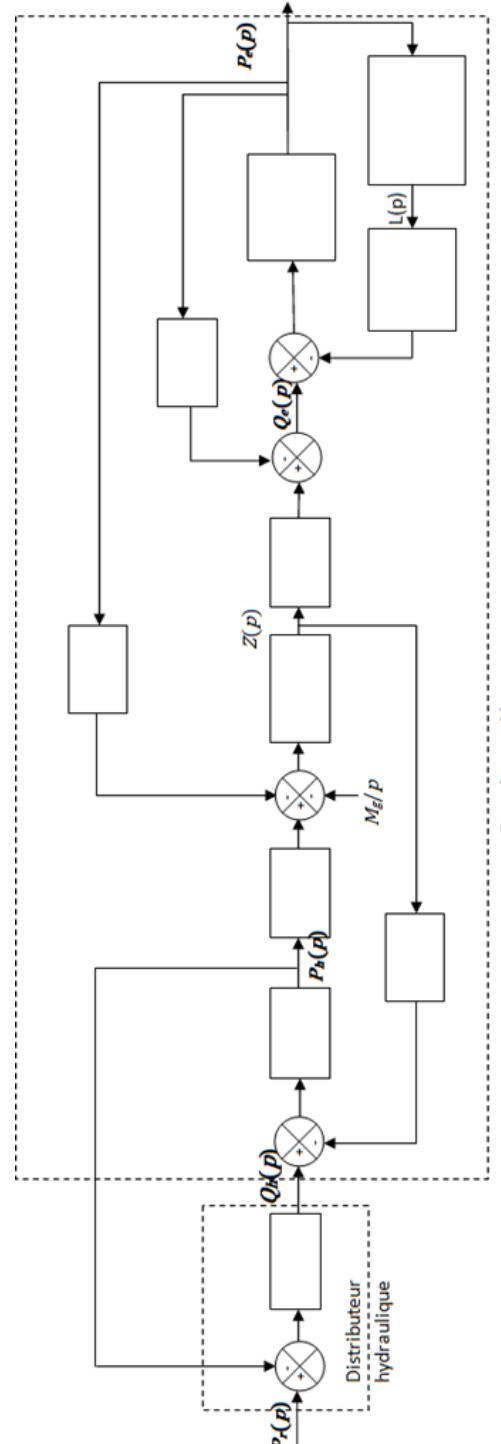
L'équation du mouvement de l'équipage mobile est donnée par :

$$m\ddot{L}(t) \equiv -rL(t) + (S_a - S_b)p_a(t) = f'\dot{L}(t),$$

**Question 2** En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant  $L(p)$ ,  $P_e(p)$  et  $Q_e(p)$ , transformées de Laplace de  $L(t)$ ,  $P_e(t)$  et  $Q_e(t)$ . Les conditions initiales sont supposées nulles.

Les conditions initiales sont supposées fixes.

**Question 3** Compléter le schéma-blocs de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile régulée  $P_r(p)$  et la sortie la pression d'épreuve dans le tube  $P_e(p)$ .



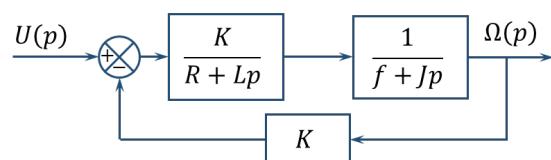
Corrigé voir 92.

## Exercice 15 – Fonctions de transfert\*

B2-07

**Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma-blocs suivant.



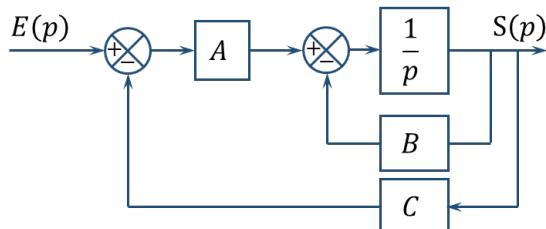
**Question 1** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique

et exprimer les paramètres caractéristiques.

Corrigé voir 96.

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 3** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 4** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.

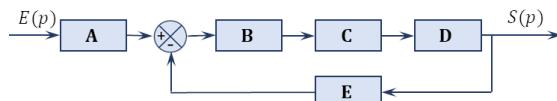
Corrigé voir 94.

### Exercice 16 – Calcul de FTBO\*

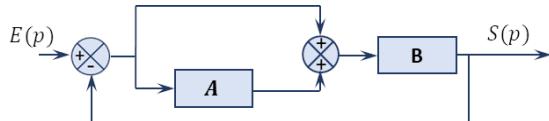
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

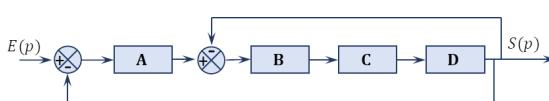


**Question 2** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

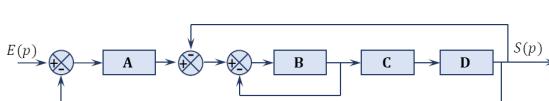


**Question 3** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

1.10.3



**Question 4** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

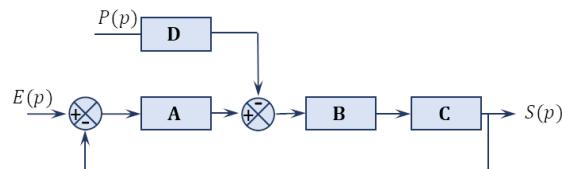


### Exercice 17 – Calcul de FTBO\*

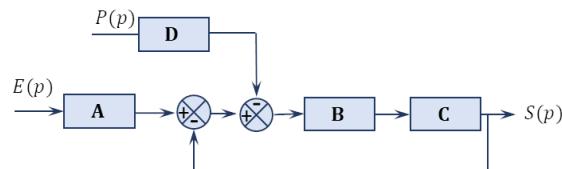
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

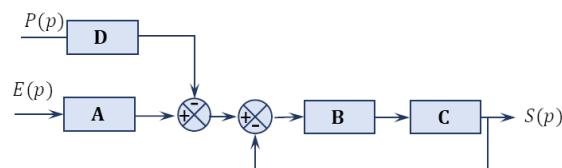
**Question 1** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



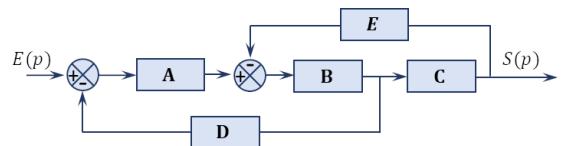
**Question 2** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



**Question 3** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



**Question 4** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



Corrigé voir 96.

Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

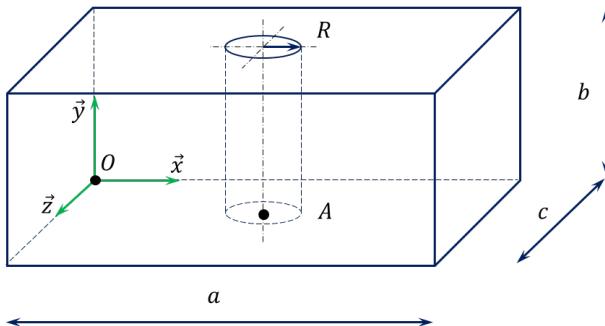
### Exercice 18 – Parallélépipède\*

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \vec{k})$  de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  et de masse  $m$  est donnée en son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$  avec  $A = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12}\right)$  et  $C = m\frac{R^2}{2}$ .

La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés  $a$ ,  $b$  et  $c$  et de masse  $m$  est donnée en son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec  $A = m \frac{b^2 + c^2}{12}$ ,  $B = m \frac{a^2 + c^2}{12}$ ,  $C = m \frac{a^2 + b^2}{12}$ .

Soit la pièce suivante.



On pose  $\overrightarrow{OA} = \frac{a}{2} \vec{x} + \frac{c}{2} \vec{z}$ .

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $G$ , en  $A$  puis  $O$ .

Corrigé voir 97.

### Exercice 19 – Parallélépipède percé\*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \vec{k})$  de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  et de masse  $m$  est donnée en

son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

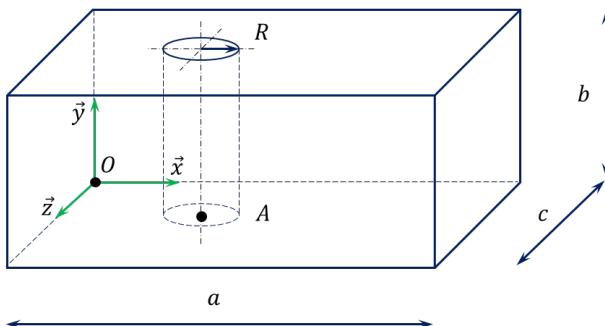
$$A = m \left( \frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés  $a$ ,  $b$  et  $c$  et de masse  $m$  est donnée en son

centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

$$A = m \frac{b^2 + c^2}{12}, B = m \frac{a^2 + c^2}{12}, C = m \frac{a^2 + b^2}{12}.$$

Soit la pièce suivante.



On pose  $\overrightarrow{OA} = \frac{a}{3} \vec{x} + \frac{c}{2} \vec{z}$ .

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $G$ , en  $A$  puis  $O$ .

Corrigé voir 98.

### Exercice 20 – Cylindre percé \*

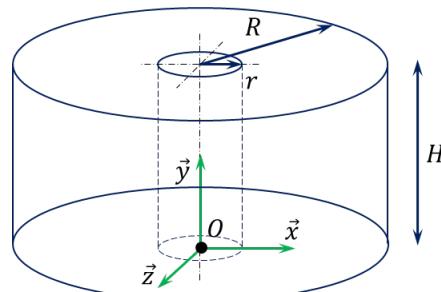
**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \vec{k})$  de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  et de masse  $m$  est donnée en

son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

$$A = m \left( \frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

Soit la pièce suivante.



On pose  $\overrightarrow{OA} = -\frac{R}{2} \vec{x}$ .

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $G$  puis en  $O$ .

Corrigé voir 99.

### Exercice 21 – Cylindre percé \*

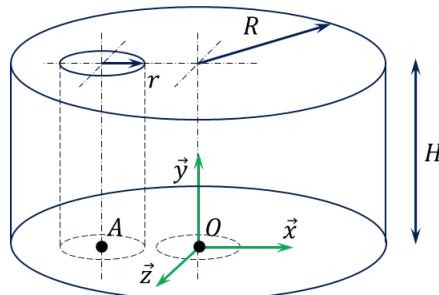
**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \vec{k})$  de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  et de masse  $m$  est donnée en

son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

$$A = m \left( \frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

Soit la pièce suivante.



**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

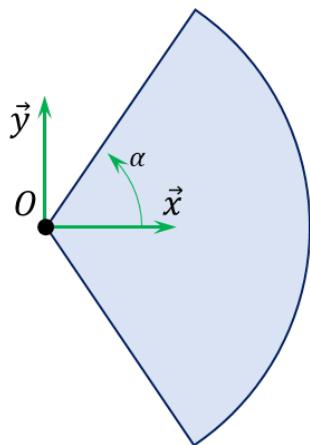
**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $G$  puis en  $O$ .

Corrigé voir 100.

### Exercice 22 – Disque \*\*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit un secteur de disque de rayon  $R$ , d'épaisseur négligeable et de masse surfacique  $\mu$ .



**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

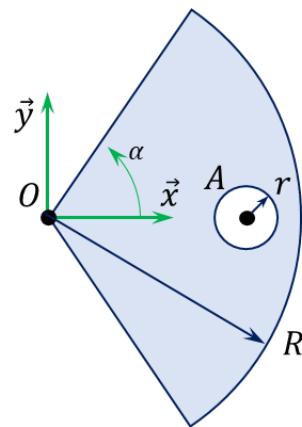
**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $O$ .

Corrigé voir 101.

### Exercice 23 – Disque \*\*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit un secteur de disque de rayon  $R$ , d'épaisseur négligeable et de masse surfacique  $\mu$ . Il est percé d'un trou de rayon  $r$  tel que  $\overrightarrow{OA} = \frac{3}{4}R\overrightarrow{x}$ .



**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

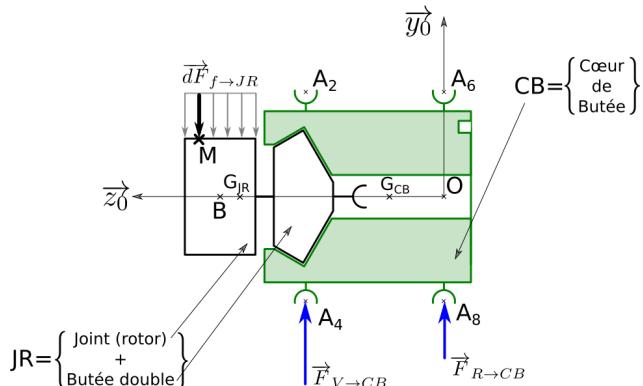
**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $O$ .

Corrigé voir 102.

### Exercice 24 – Banc Balafre \*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble  $S = \{JR + CB\}$ . On nommera  $G$  le centre d'inertie de l'ensemble  $S$ .



#### Données et hypothèses

- On note  $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_j\overrightarrow{u}(\theta)$  où  $R_j$  est le rayon du joint avec  $R_j = 175$  mm;
- la longueur du joint est  $L_j = 150$  mm. La position du point  $B$ , centre du joint est  $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$  avec  $z_B = 425$  mm;
- Le coeur de butée a une masse  $M_{CB} = 40$  kg et la position de son centre d'inertie  $G_{CB}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{CB} = 193$  mm;
- L'ensemble  $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{Butée double}\}$  a une masse  $M_{JR} = 100$  kg et la position de son centre d'inertie  $G_{JR}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{JR} = 390$  mm. On notera  $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$  la matrice d'inertie de

l'ensemble  $JR$  au point  $G_{JR}$  exprimée dans une base  $\mathcal{B}_{JR} = (\vec{x}_{JR}, \vec{y}_{JR}, \vec{z}_0)$  liée à  $JR$ ;

- Les positions des points  $A_4$  et  $A_8$  sont paramétrées par  $\vec{OA}_4 = z_4 \vec{z}_0 - R_{CB} \vec{y}_0$  et  $\vec{OA}_8 = -R_{CB} \vec{y}_0$  avec  $z_4 = 280\text{ mm}$  et  $R_{CB} = 150\text{ mm}$ .

**Question 1** Déterminer l'expression de la coordonnée  $z_G$  de  $\vec{OG}$  selon  $\vec{z}_0$ . Faire l'application numérique.

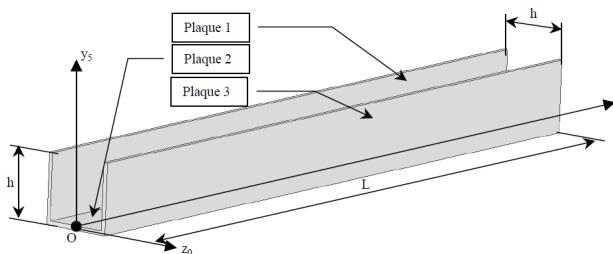
**Question 2** Sachant que l'ensemble  $JR$  possède une symétrie de révolution par rapport à  $(O, \vec{z}_0)$ , simplifier la matrice d'inertie  $I_{G_{JR}}(JR)$ .

Corrigé voir 103.

### Exercice 25 – EPAS \*

#### B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Dans une première approche, on modélise le parc échelle d'un camion de pompier par un assemblage de trois plaques rectangulaires homogènes d'épaisseur négligeable, de longueur  $L$  et de largeur  $h$ . Chaque plaque a une masse notée  $m$ .



#### 1.10.4

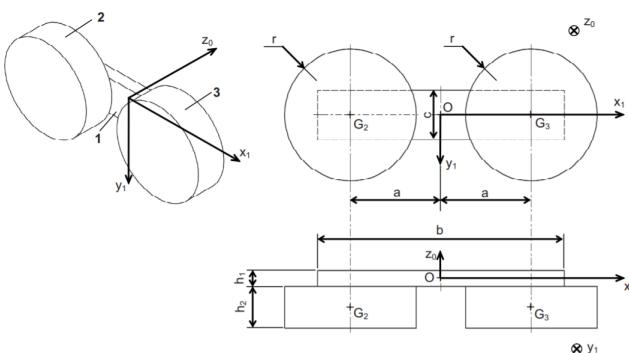
**Question 1** Montrez que le vecteur position  $\vec{OG}$  du centre de gravité  $G$  du parc échelle est tel que  $\vec{OG} = \frac{L}{2} \vec{x}_5 + \frac{h}{3} \vec{y}_5$ .

Corrigé voir 246.

### Exercice 26 – Banc Balafre \*

#### B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Les galets 2 et 3 sont de masses identiques  $m_2$  et de centres d'inertie respectifs  $G_2$  et  $G_3$ . Le balancier 1 est de masse  $m_1$  et de centre d'inertie  $O$  (la tige de  $G_3H$  étant de masse négligeable). Les solides 1, 2 et 3 sont supposés homogènes.



**Question 1** Donner la forme de la matrice d'inertie du solide 1 au point  $O$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ .

**Question 2** Exprimer littéralement le moment d'inertie  $C_1$  du solide 1 par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ , en fonction de la masse  $m_1$  et de ses dimensions.

**Question 3** Donner la forme de la matrice d'inertie du solide 2 au point  $G_2$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ .

**Question 4** Exprimer littéralement le moment d'inertie  $C'_2$  du solide 2 par rapport à l'axe  $(G_2, \vec{z}_0)$ , en fonction de la masse  $m_2$  et de ses dimensions.

**Question 5** Exprimer littéralement le moment d'inertie  $C_2$  du solide 2 par rapport à l'axe  $(G_2, \vec{z}_0)$ , en fonction de la masse  $m_2$  et de ses dimensions.

1.  $I_O(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}$
2.  $C_1 = \frac{m_1}{12} (b^2 + c^2)$ .
3.  $I_{G_2}(1) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}$
4.  $C'_2 = m_2 \frac{r^2}{2}$ .
5.  $C_2 = m_2 \left( \frac{r^2}{2} + a^2 \right)$ .

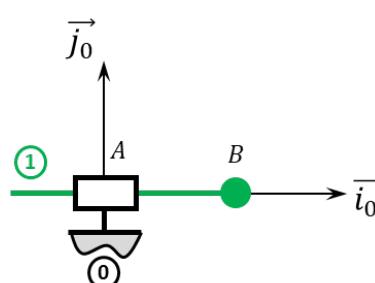
Corrigé voir 105.

Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique

### Exercice 27 – Mouvement T – \*

#### B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\lambda = 10\text{ mm}$ .

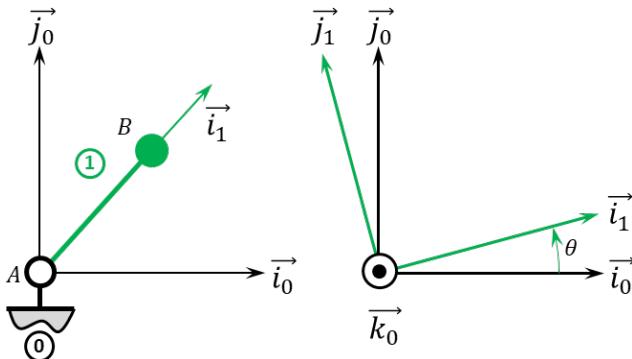
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\lambda = -20\text{ mm}$ .

Corrigé voir 106.

### Exercice 28 – Mouvement R \*

**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

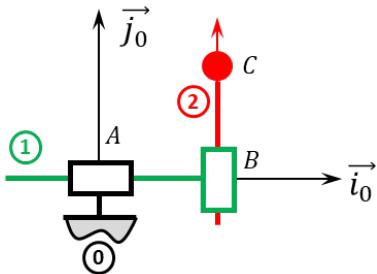
**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \pi \text{ rad}$ .

Corrigé voir 107.

**Exercice 29 – Mouvement TT – \***
**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

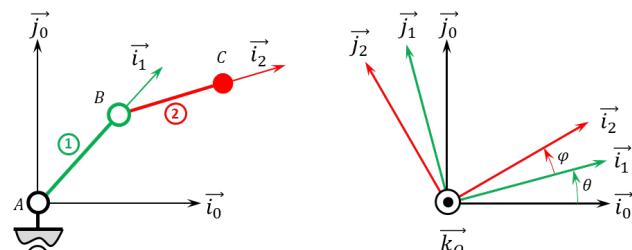
**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\lambda = 10 \text{ mm}$  et  $\mu = 10 \text{ mm}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\lambda = 20 \text{ mm}$  et  $\mu = 10 \text{ mm}$ .

Corrigé voir 108.

**Exercice 30 – Mouvement RR \***
**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\varphi = \pi \text{ rad}$ .

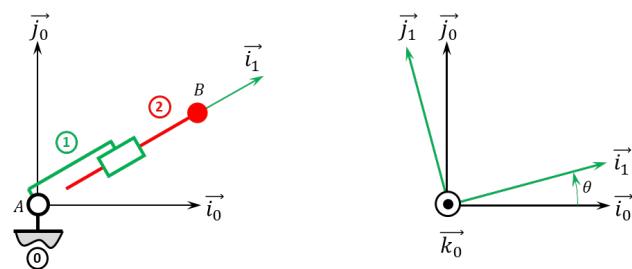
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

**Question 4** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

Corrigé voir 109.

**Exercice 31 – Mouvement RT \***
**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

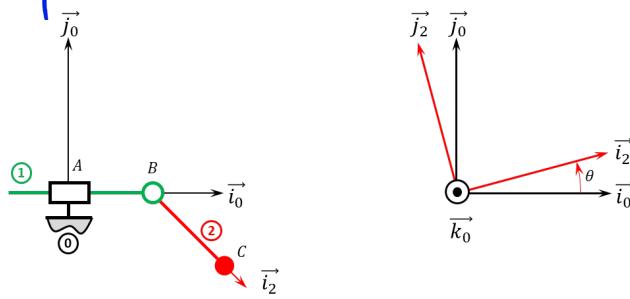
**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = 20 \text{ mm}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = -20 \text{ mm}$ .

Corrigé voir 110.

**Exercice 32 – Mouvement RT \***
**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = 20 \text{ mm}$ .

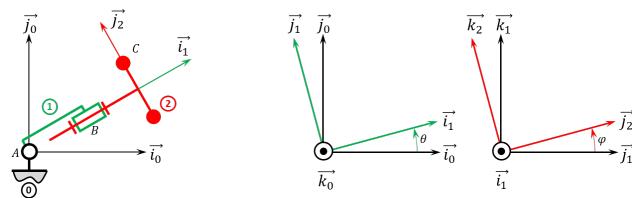
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{-\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = -20 \text{ mm}$ .

Corrigé voir 111.

### Exercice 33 – Mouvement RR 3D \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{BC} = \ell \overrightarrow{i_2} + r \overrightarrow{j_2}$ . On note  $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$  et  $r = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

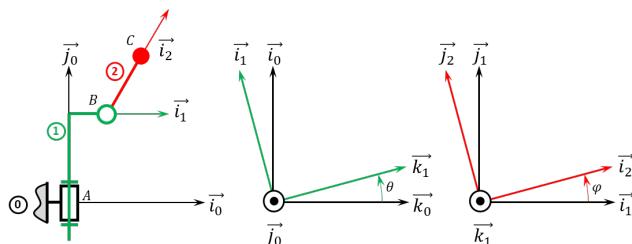
**Question 2** Retracer le schéma cinématique en 3D pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$  et  $\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

Corrigé voir 112.

### Exercice 34 – Mouvement RR 3D \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = H \overrightarrow{j_1} + R \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \overrightarrow{i_2}$ . On a  $H = 20 \text{ mm}$ ,  $r = 5 \text{ mm}$ ,  $L = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

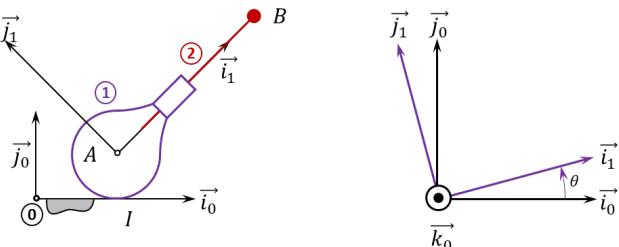
**Question 2** Retracer le schéma cinématique en 3D pour  $\theta(t) = \pi \text{ rad}$  et  $\varphi(t) = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

Corrigé voir 113.

### Exercice 35 – Mouvement RT – RSG \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{IA} = R \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = 20 \text{ mm}$ . On notera  $I_1$  le point de contact entre **0** et **1**.

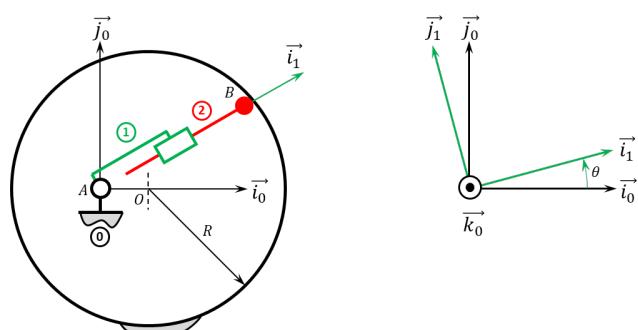
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = 30 \text{ mm}$ . On notera  $I_2$  le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points  $I_{0,0}$  et  $I_{0,1}$ , points résultants de la rupture de contact lors du passage de  $\theta(t)$  de  $0$  à  $\frac{\pi}{2}$ .

Corrigé voir 114.

### Exercice 36 – Pompe à palettes \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AO} = e \overrightarrow{i_0}$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$ . De plus  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre **0** et **2** en **B** est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .

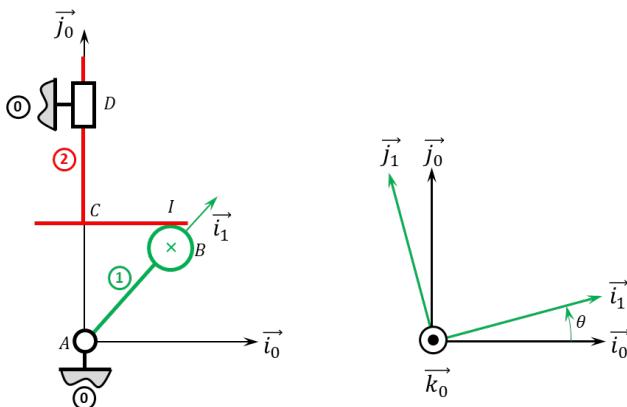
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \pi \text{ rad}$ .

**Question 4** En déduire la course de la pièce **2**.

Corrigé voir 115.

**Exercice 37 – Pompe à pistons radiaux \*\***
**B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.**

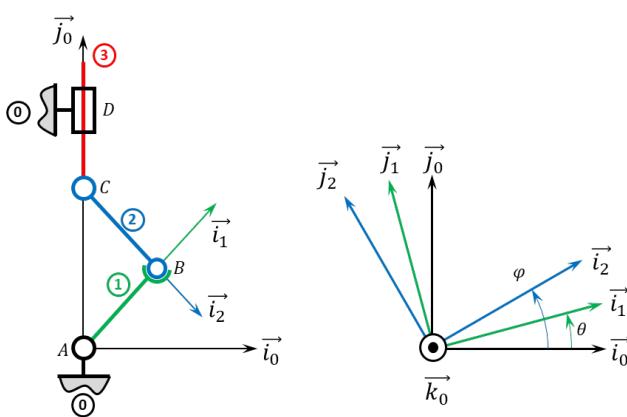
Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$ . De plus,  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 1 et 2 en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre 0 et 2.


**Question 1 Tracer le graphe des liaisons.**
**Question 2 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .**
**Question 3 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 4 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 5 En déduire la course de la pièce 2.**

Corrigé voir 116.

**Exercice 38 – Système bielle manivelle \*\***
**B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.**

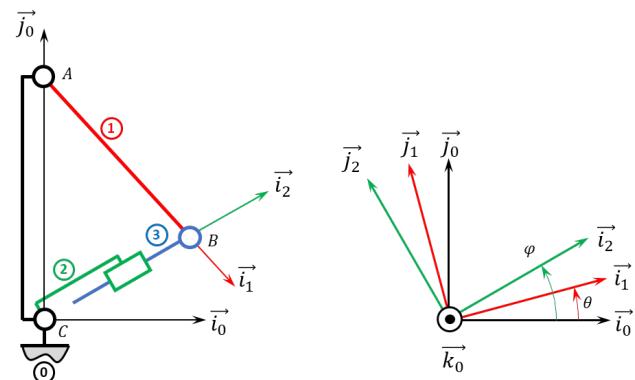
Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{CB} = L \vec{i}_2$ . De plus,  $R = 10 \text{ mm}$  et  $L = 20 \text{ mm}$ .


**Question 1 Tracer le graphe des liaisons.**
**Question 2 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 3 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 4 En déduire la course de la pièce 3.**

Corrigé voir 117.

**Exercice 39 – Système de transformation de mouvement \*\***
**B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.**

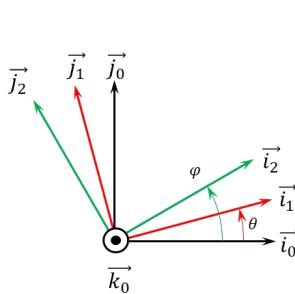
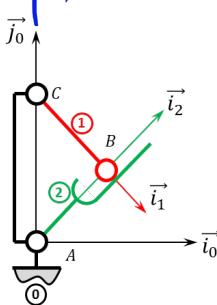
Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{CA} = H \vec{j}_0$ . De plus,  $R = 30 \text{ mm}$  et  $H = 40 \text{ mm}$ .


**Question 1 Tracer le graphe des liaisons.**
**Question 2 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 3 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .**
**Question 4 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 5 En déduire la course de la pièce 3.**

Corrigé voir 118.

**Exercice 40 – Barrière Sympact \*\***
**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = H \vec{j}_0$  et  $\overrightarrow{CB} = R \vec{i}_1$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$  et  $R = 40 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$  rad.

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 75^\circ$ .

**Question 4** Dans l'hypothèse où la pièce 1 peut faire des tours complets, quelle doit être la longueur minimale de la pièce 2.

**Question 5** Dans l'hypothèse où la pièce 2 fait 12 cm, quel sera le débattement maximal de la pièce 1.

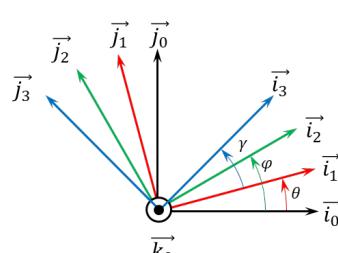
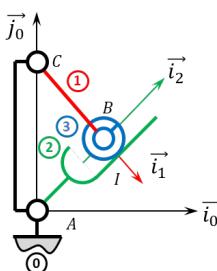
Indications :

1. .
2. .
3. .
4. 160 mm.
5. 160,8°.

Corrigé voir 149.

### Exercice 41 – Barrière Sympact \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice. Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AC} = H \vec{j}_0$  et  $\vec{CB} = R \vec{i}_1$ . De plus,  $H = 120$  mm,  $R = 40$  mm  $BI = 10$  mm.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

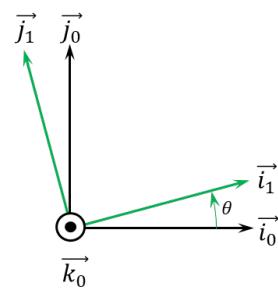
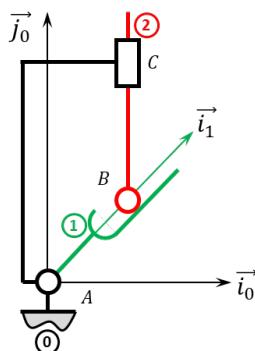
**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$  rad.

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$  rad.

### Exercice 42 – Poussoir \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AC} = L \vec{i}_0 + H \vec{j}_0$ . De plus,  $H = 120$  mm,  $L = 40$  mm.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{4}$  rad.

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{4}$  rad.

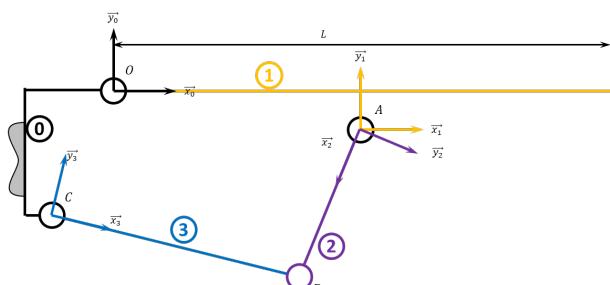
Corrigé voir 121.

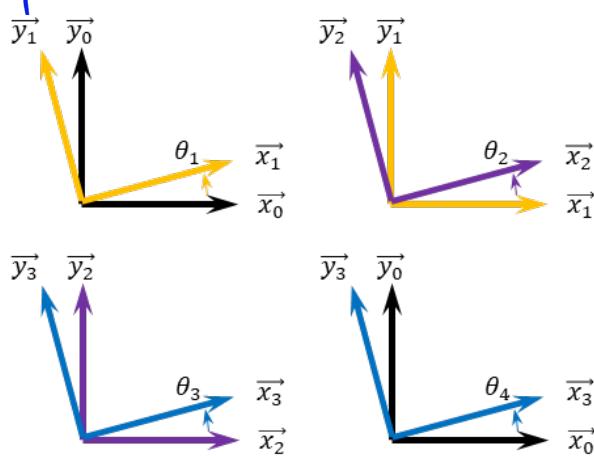
### Exercice 43 – Système 4 barres \*\*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

On a :

- $\vec{OA} = a \vec{x}_1 - f \vec{y}_1$  avec  $a = 355$  mm et  $f = 13$  mm;
- $\vec{AB} = b \vec{x}_2$  avec  $b = 280$  mm;
- $\vec{BC} = -c \vec{x}_3$  avec  $c = 280$  mm;
- $\vec{OC} = -d \vec{x}_0 - e \vec{y}_0$  avec  $d = 89,5$  mm et  $e = 160$  mm;





**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta_1(t) = 0 \text{ rad}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta_1(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

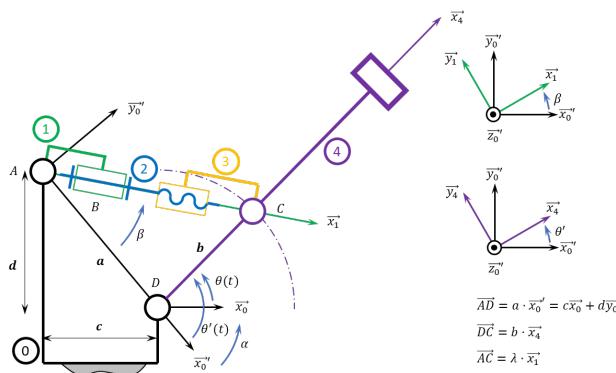
**Question 4** En déduire la course angulaire ( $\theta_4$ ) de la pièce 3.

Corrigé voir 122.

### Exercice 44 – Maxpid \*\*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs  $a = 107,1 \text{ mm}$ ,  $b = 80 \text{ mm}$ ,  $c = 70 \text{ mm}$ ,  $d = 80 \text{ mm}$ . Le pas de la vis est de 4 mm.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

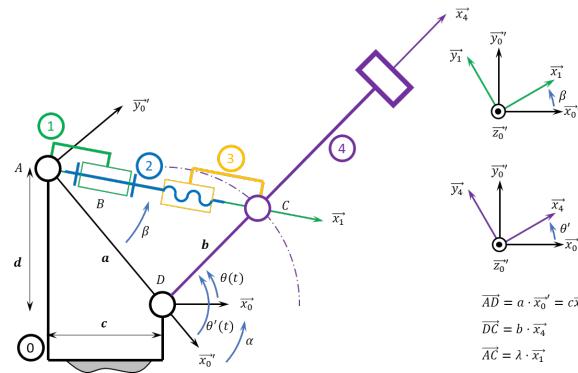
**Question 4** En déduire la course de  $\lambda$ .

Corrigé voir 124.

### Exercice 45 – Maxpid \*\*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs  $a = 107,1 \text{ mm}$ ,  $b = 80 \text{ mm}$ ,  $c = 70 \text{ mm}$ ,  $d = 80 \text{ mm}$ . Le pas de la vis est de 4 mm.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

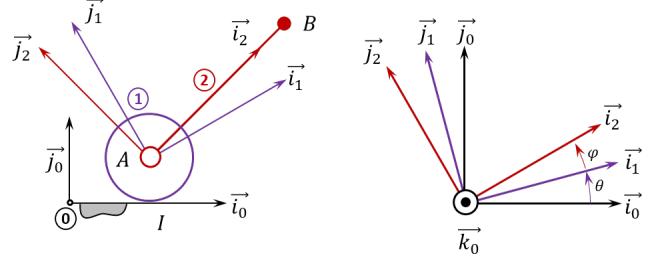
**Question 4** En déduire la course de  $\lambda$ .

Corrigé voir 124.

### Exercice 46 – Mouvement RR – RSG \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{IA} = R \vec{j}_0$  et  $\vec{AB} = L \vec{i}_1$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$  et  $\varphi(t) = 0 \text{ rad}$ . On notera  $I_0$  le point de contact entre  $\mathbf{0}$  et  $\mathbf{1}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$  et  $\varphi(t) = 0 \text{ rad}$ . On notera  $I_1$  le point de contact entre  $\mathbf{0}$  et  $\mathbf{1}$ . On précisera la position des points  $I_{0,0}$  et  $I_{0,1}$ , points résultants de la rupture de contact lors du passage de  $\theta(t)$  de 0 à  $\frac{\pi}{2}$ .

**Question 4** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$  et  $\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

Corrigé voir 125.

### Exercice 47 – Tabouret \*\*

B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.



**Question 1** Proposer un schéma cinématique permettant de modéliser la liaison entre l'assise et le sol.

Corrigé voir 126.

### Exercice 48 – Tabouret \*\*

B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.



**Question 1** Proposer 3 schémas cinématiques permettant de modéliser les contacts entre le sol et le tabouret.

Corrigé voir 127.

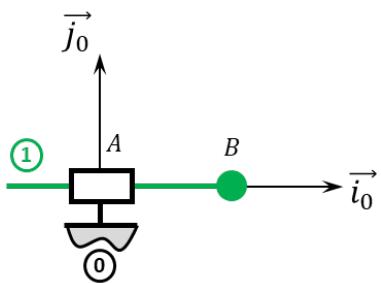
## 1.10.5 B2-13 – Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides

### Exercice 49 – Mouvement T – \*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$ .



**Question 1** Quel est le mouvement de **I** par rapport à **0**.

**Question 2** Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point **B**, point appartenant à **I** par rapport à **0**.

Indications :

- 1.
2.  $x_B(t) = \lambda(t)$ .

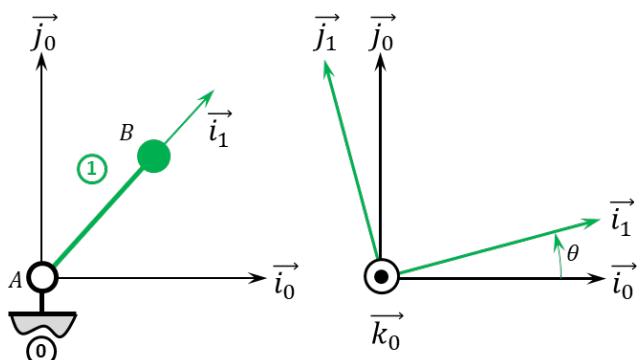
Corrigé voir 128.

### Exercice 50 – Mouvement R \*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ .



**Question 1** Quel est le mouvement de **I** par rapport à **0**.

**Question 2** Quelle est la trajectoire du point **B** appartenant à **I** par rapport à **0**.

**Question 3** Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point **B**, point appartenant à **I** par rapport à **0**.

Indications :

- 1.
- 2.
3.  $x_B(t) = R \cos \theta(t)$  et  $y_B(t) = R \sin \theta(t)$ .

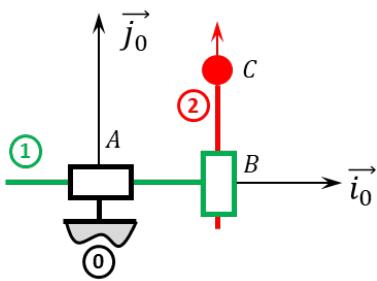
Corrigé voir 137.

### Exercice 51 – Mouvement TT – \*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \overrightarrow{j_0}$ .



**Question 1** Quel est le mouvement de 2 par rapport à 0.

**Question 2** Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon  $R = 10 \text{ cm}$  à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 3** Donner la relation liant  $\theta(t)$ ,  $v$  et  $R$ .

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par  $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = R \dot{\theta} \overrightarrow{e_\theta}$ .

**Question 4** Donner les expressions de  $\lambda(t)$  et  $\mu(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de  $v$ ,  $R$  et du temps.

**Question 5** En utilisant Python, tracer  $\lambda(t)$ ,  $\mu(t)$  et la trajectoire générée.

Indications :

1. .
2.  $x_C(t) = \lambda(t)$  et  $y_C(t) = \mu(t)$ .
3.  $\theta(t) = \frac{v}{R} t$ .
4.  $\lambda(t) = R \cos\left(\frac{v}{R} t\right)$ ,  $\mu(t) = R \sin\left(\frac{v}{R} t\right)$ .
5. .

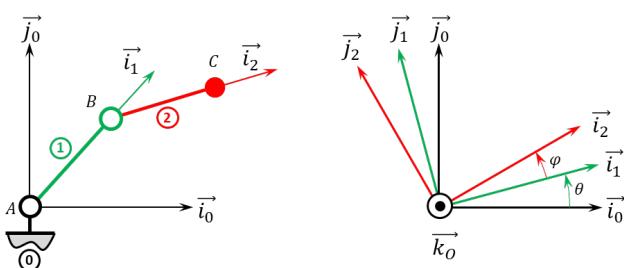
Corrigé voir 130.

### Exercice 52 – Mouvement RR \*

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \overrightarrow{i_2}$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ .



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

**Question 2** Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point C réalise un segment entre les points  $[-25, 25]$  et  $[25, 25]$  à la vitesse linéaire  $v$ .

**Question 3** Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.

**Question 4** Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.

**Question 5** Donner les expressions de  $\theta(t)$  et  $\varphi(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 6** En utilisant Python, tracer  $\theta(t)$ ,  $\varphi(t)$  et la trajectoire générée.

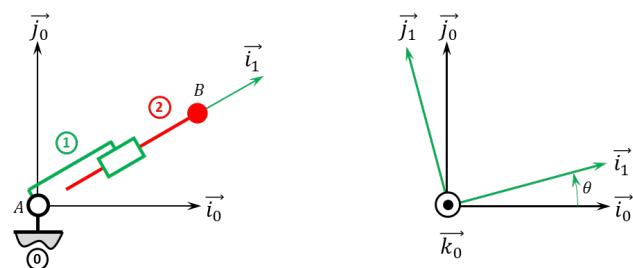
Corrigé voir 131.

### Exercice 53 – Mouvement RT \*

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$ .



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

**Question 2** Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points  $[-25, 25]$  et  $[25, 25]$ .

**Question 3** Donner les expressions de  $\theta(t)$  et  $\lambda(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 4** En utilisant Python, tracer  $\theta(t)$ ,  $\lambda(t)$  et la trajectoire générée.

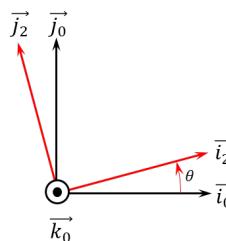
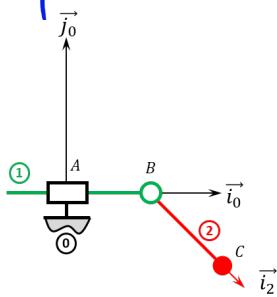
Corrigé voir 132.

### Exercice 54 – Mouvement RT \*

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$  et  $\overrightarrow{BC} = R \overrightarrow{i_2}$  avec  $R = 30 \text{ mm}$ .



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

**Question 2** Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points  $[-25, 25]$  et  $[25, 25]$ .

**Question 3** Donner les expressions de  $\theta(t)$  et  $\lambda(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 4** En utilisant Python, tracer  $\theta(t)$ ,  $\lambda(t)$  et la trajectoire générée.

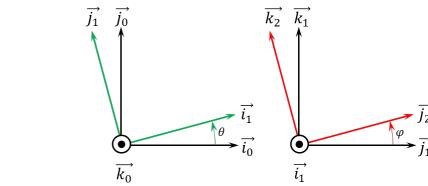
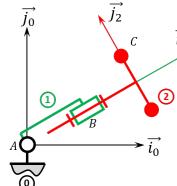
Corrigé voir 133.

### Exercice 55 – Mouvement RR 3D \*\*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$ . On note  $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$  et  $r = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

**Question 2** Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

Indications :

1. .
2.  $x_C(t) = (R + \ell) \cos \theta - r \cos \varphi \sin \theta$ ,  $y_C(t) = (R + \ell) \sin \theta + r \cos \varphi \cos \theta$ ,  $z_C(t) = r \sin \varphi$ .

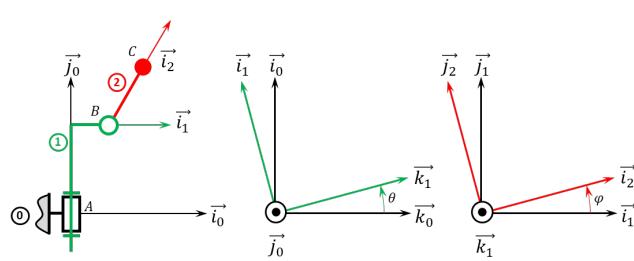
Corrigé voir 134.

### Exercice 56 – Mouvement RR 3D \*\*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ . On a  $H = 20 \text{ mm}$ ,  $R = 20 \text{ mm}$ ,  $L = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

**Question 2** Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

Indications

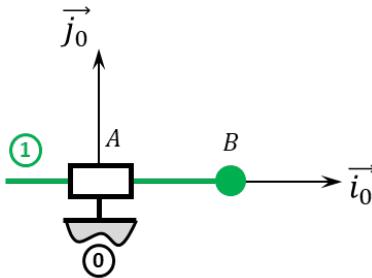
1. Tore.
2.  $x_C(t) = R \cos \theta + L \cos \varphi \cos \theta$ ,  $y_C(t) = H + L \sin \varphi$ ,  $z_C(t) = -R \sin \theta - L \cos \varphi \sin \theta$ .

Corrigé voir 143.

### Exercice 57 – Mouvement T – \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ .



**Question 1** Donner le toreur cinématique  $\{\mathcal{V}(1/0)\}$  au point B.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)}$ .

Indications :

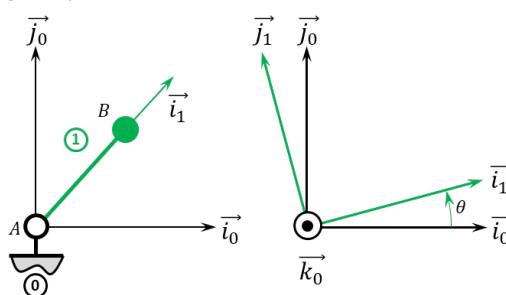
1.  $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 \end{array} \right\}_{VP}$ .
2.  $\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0$ .

Corrigé voir 136.

### Exercice 58 – Mouvement R \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V(B,1/0)}$  par dérivation vectorielle.

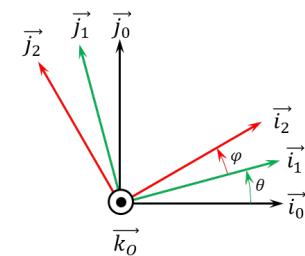
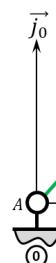
**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{V(B,1/0)}$  par une autre méthode.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(1/0)\}$  au point B.

**Question 4** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$ .

Indications :

1.  $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta} \vec{j}_1$ .
2.  $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\ddot{\theta} \vec{j}_1$ .
3.  $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ R\dot{\theta} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B$ .
4.  $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = R\ddot{\theta} \vec{j}_1 - R\dot{\theta}^2 \vec{i}_1$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V(C,2/0)}$  par dérivation vectorielle.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{V(C,2/0)}$  par composition.

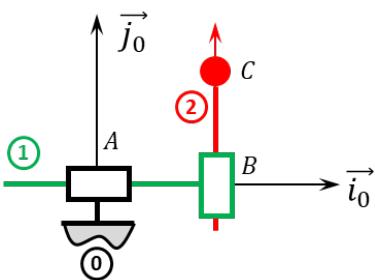
**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 4** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$ .

### Exercice 59 – Mouvement TT – \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V(C,2/0)}$  par dérivation vectorielle ou par composition.

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 3** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$ .

Indications :

1.  $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0$ .
2.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0 \end{array} \right\}_{\mathcal{V}_P}$ .
3.  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \ddot{\mu}(t) \vec{j}_0$ .

Corrigé voir 138.

### Exercice 60 – Mouvement RR \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ .

Indications :

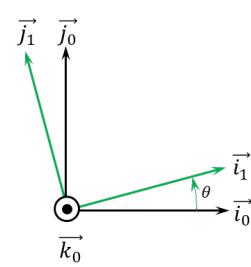
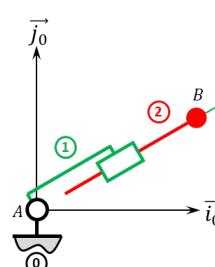
1.  $\overrightarrow{V(C,2/0)} = R\dot{\theta} \vec{j}_1 + L(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \vec{j}_2$ .
2.  $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi} \vec{j}_2 + \dot{\theta}(L \vec{j}_2 + R \vec{j}_1)$  (c'est la même :)).
3.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \vec{k}_0 \\ R\dot{\theta} \vec{j}_1 + L(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \vec{j}_2 \end{array} \right\}_C$ .
4.  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = R\ddot{\theta} \vec{j}_1 - R\dot{\theta}^2 \vec{i}_1 + L(\ddot{\theta} + \ddot{\varphi}) \vec{j}_2 - L(\dot{\theta} + \dot{\varphi})^2 \vec{i}_2$ .

Corrigé voir 139.

### Exercice 61 – Mouvement RT \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V(B,2/0)}$  par dérivation vectorielle.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{V(B,2/0)}$  par composition.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point B.

**Question 4** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$ .

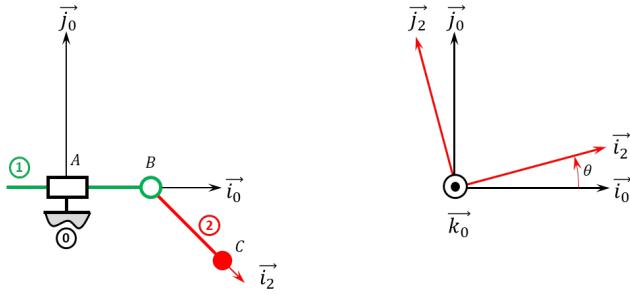
Indications :

1.  $\vec{V}(B, 2/0) = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1$ .
2.  $\vec{V}(B, 2/0) = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1$ .
3.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}(t) \vec{k}_0 \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B$ .
4.  $\vec{\Gamma}(B, 2/0) = (\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t) \dot{\theta}(t)^2) \vec{i}_1 + (\dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t) + \dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t)) \vec{j}_1$ .

Corrigé voir 140.

**Exercice 62 – Mouvement RT \***
**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\vec{BC} = R \vec{i}_2$  avec  $R = 30 \text{ mm}$ .



**Question 1** Déterminer  $\vec{V}(C, 2/0)$  par dérivation vectorielle ou par composition.

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 3** Déterminer  $\vec{\Gamma}(C, 2/0)$ .

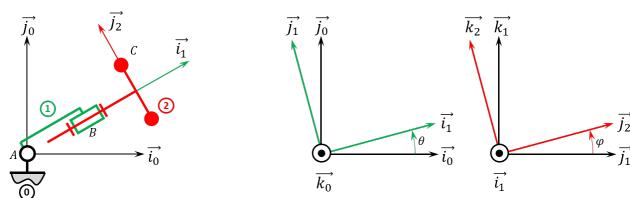
Indications :

1.  $\vec{V}(C, 2/0) = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R \dot{\theta} \vec{j}_2$ .
2.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\Omega}(2/0) = \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ \vec{V}(C, 2/0) \end{array} \right\}_C$ .
3.  $\vec{\Gamma}(C, 2/0) = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R(\dot{\theta} \vec{j}_2 - \dot{\theta}^2 \vec{i}_2)$ .

Corrigé voir 141.

**Exercice 63 – Mouvement RR 3D \***
**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\vec{BC} = L \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$ . On note  $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$  et  $r = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Déterminer  $\vec{V}(C, 2/0)$  par dérivation vectorielle.

**Question 2** Déterminer  $\vec{V}(C, 2/0)$  par composition.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 4** Déterminer  $\vec{\Gamma}(C, 2/0)$ .

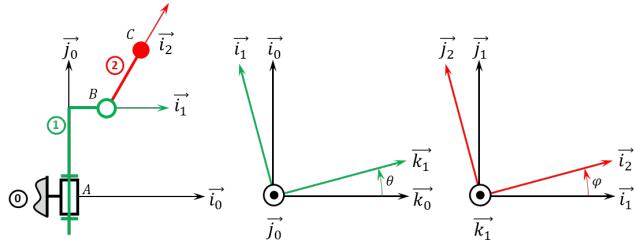
Indications :

1.  $\vec{V}(C, 2/0) = (R + \ell) \dot{\theta} \vec{j}_1 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\varphi} \vec{k}_2$ .
2.  $\vec{V}(C, 2/0) = r \dot{\varphi} \vec{k}_2 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + \ell \dot{\theta} \vec{j}_1 + R \dot{\theta} \vec{j}_1$ .
3.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_1 + \dot{\varphi} \vec{i}_1 \\ (R + \ell) \dot{\theta} \vec{j}_1 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\varphi} \vec{k}_2 \end{array} \right\}_C$ .
4.  $\vec{\Gamma}(C, 2/0) = (R + \ell) \ddot{\theta} \vec{j}_1 - (R + \ell) \dot{\theta}^2 \vec{i}_1 - r \ddot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \varphi \vec{i}_1 - r \dot{\theta}^2 \cos \varphi \vec{j}_1 + r \ddot{\varphi} \vec{k}_2 + r \dot{\varphi} (\dot{\theta} \sin \varphi \vec{i}_1 - \dot{\varphi} \vec{j}_2)$ .

Corrigé voir 134.

**Exercice 64 – Mouvement RR 3D \***
**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$  et  $\vec{BC} = L \vec{i}_2$ . On a  $H = 20 \text{ mm}$ ,  $r = 5 \text{ mm}$ ,  $L = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Déterminer  $\vec{V}(C, 2/0)$  par dérivation vectorielle.

**Question 2** Déterminer  $\vec{V}(C, 2/0)$  par composition du vecteur vitesse.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 4** Déterminer  $\vec{\Gamma}(C, 2/0)$ .

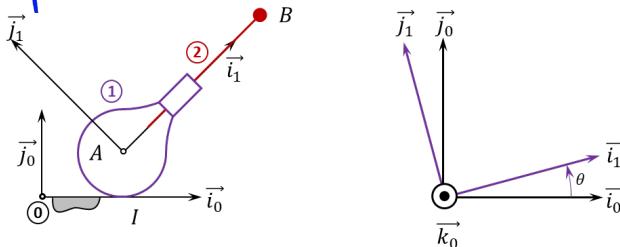
Indications :

1.  $\vec{V}(C, 2/0) = -R \dot{\theta} \vec{k}_1 + L(-\dot{\theta} \cos \varphi \vec{k}_1 + \dot{\varphi} \vec{j}_2)$ .
2.  $\vec{V}(C, 2/0) = L \dot{\varphi} \vec{j}_2 - \dot{\theta}(R \vec{k}_1 + L \cos \varphi \vec{k}_1)$ .
3.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\varphi} \vec{k}_2 + \dot{\theta} \vec{j}_0 \\ L \dot{\varphi} \vec{j}_2 - \dot{\theta}(R \vec{k}_1 + L \cos \varphi \vec{k}_1) \end{array} \right\}_C$ .
4.  $\vec{\Gamma}(C, 2/0) = L \dot{\varphi} \vec{j}_2 + L \dot{\varphi}(\dot{\theta} \sin \varphi \vec{k}_1 - \dot{\theta} \vec{i}_2) - \ddot{\theta}(R \vec{k}_1 + L \cos \varphi \vec{k}_1) - \dot{\theta}(R \dot{\theta} \vec{i}_1 + L \cos \varphi \dot{\theta} \vec{i}_1 - L \dot{\varphi} \sin \varphi \vec{k}_1)$ .

Corrigé voir 143.

**Exercice 65 – Mouvement RT – RSG \*\***
**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{IA} = R \vec{j}_0$  et  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ . On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I.



**Question 1** Déterminer  $\overline{V(B,2/0)}$ .

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point B.

**Question 3** Déterminer  $\overline{\Gamma(B,2/0)}$ .

Indications :

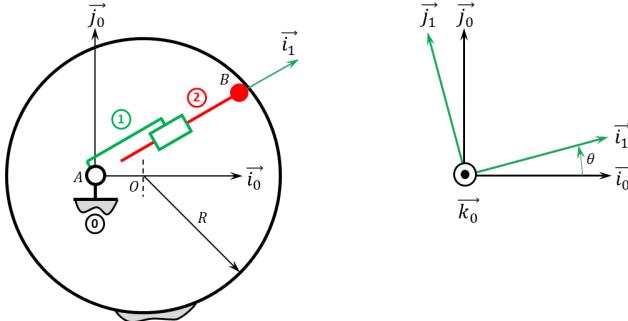
1.  $\overline{V(B,2/0)} = \dot{\lambda} \vec{i}_1 + \dot{\theta} (\lambda(t) \vec{j}_1 - R \vec{i}_0)$ .
2.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ \dot{\lambda} \vec{i}_1 + \dot{\theta} (\lambda(t) \vec{j}_1 - R \vec{i}_0) \end{array} \right\}_B$ .
3.  $\overline{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \dot{\lambda}(t) \dot{\theta} \vec{j}_1 + \ddot{\theta}(t) (\lambda(t) \vec{j}_1 - R \vec{i}_0) + \dot{\theta}(t) (\dot{\lambda}(t) \vec{j}_1 - \lambda(t) \dot{\theta} \vec{i}_1)$ .

Corrigé voir 144.

### Exercice 66 – Pompe à palettes \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AO} = e \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 0 et 2 en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme  $\dot{\lambda}_+(t) = -e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) - \frac{e^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2}}$  (voir exercice 199 – à vérifier).

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point B.

**Question 2** Déterminer  $\overline{\Gamma(B,2/0)}$ .

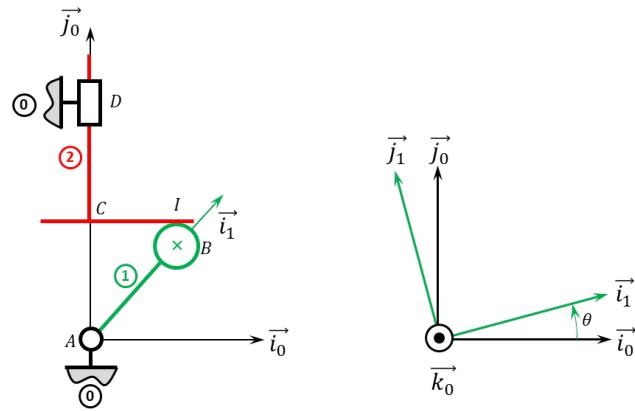
Indications :

1.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}(t) \vec{k}_0 \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B$ .
2.  $\overline{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + 2\dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 + \lambda(t) \ddot{\theta}(t) \vec{j}_1 - \lambda(t) \dot{\theta}^2(t) \vec{i}_1$ .

### Exercice 67 – Pompe à piston axial \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$ . De plus,  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 1 et 2 en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre 0 et 2.



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme  $\lambda(t) = e \sin \theta + R$  ou encore  $\dot{\lambda}(t) = e \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$  (voir exercice 200).

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 2** Déterminer  $\overline{\Gamma(C,2/0)}$ .

Indications :

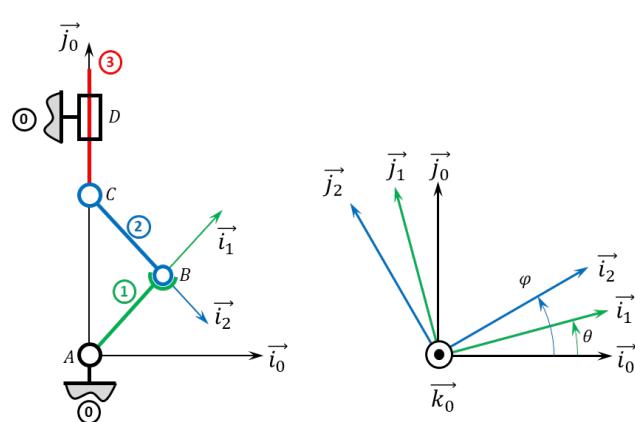
1.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{j}_0 \end{array} \right\}_C$ .
2.  $\overline{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{j}_0$ .

Corrigé voir 146.

### Exercice 68 – Système bielle manivelle \*

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{CB} = L \vec{i}_2$ . De plus,  $R = 10 \text{ mm}$  et  $L = 20 \text{ mm}$ .



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme  $\lambda(t) = \pm\sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)} + R \sin \theta(t)$  et  $\dot{\lambda}(t) = \pm \left( \frac{R^2 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \sin \theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)}} \right) + \dot{\theta}(t) R \cos \theta(t)$ . (à vérifier – voir exercice 201).

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point B.

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  et au point C.

**Question 3** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$ .

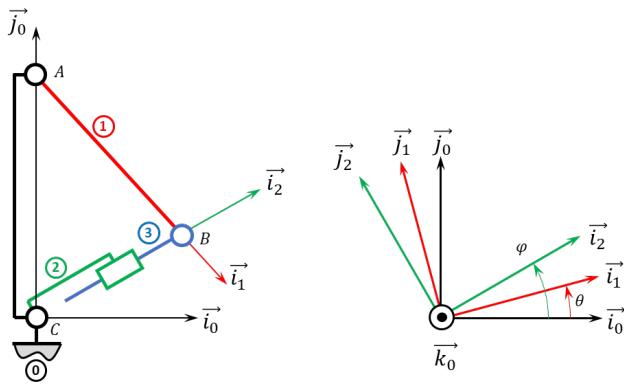
**Question 4** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$ .

Corrigé voir 147.

### Exercice 69 – Système de transformation de mouvement \*

**B2-13** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{CA} = H \overrightarrow{j_0}$ . De plus,  $R = 30 \text{ mm}$  et  $H = 40 \text{ mm}$ .



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme \*\*\* (voir exercice 202).

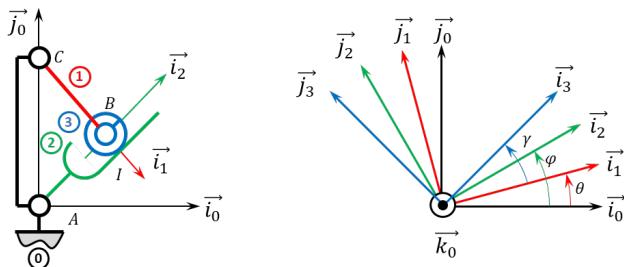
**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(3/0)\}$  au point B.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B,3/0)}$ .

Corrigé voir 148.

### Exercice 70 – Barrière Sympact \*\*

**B2-13** Pas de corrigé pour cet exercice. Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = H \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{CB} = R \overrightarrow{i_1}$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$ ,  $R = 40 \text{ mm}$   $BI = 10 \text{ mm}$ .



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme \*\*\* (voir exercice 203).

**Question 1** En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer  $\gamma(t)$  et  $\dot{\gamma}(t)$ .

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(3/2)\}$  au point B.

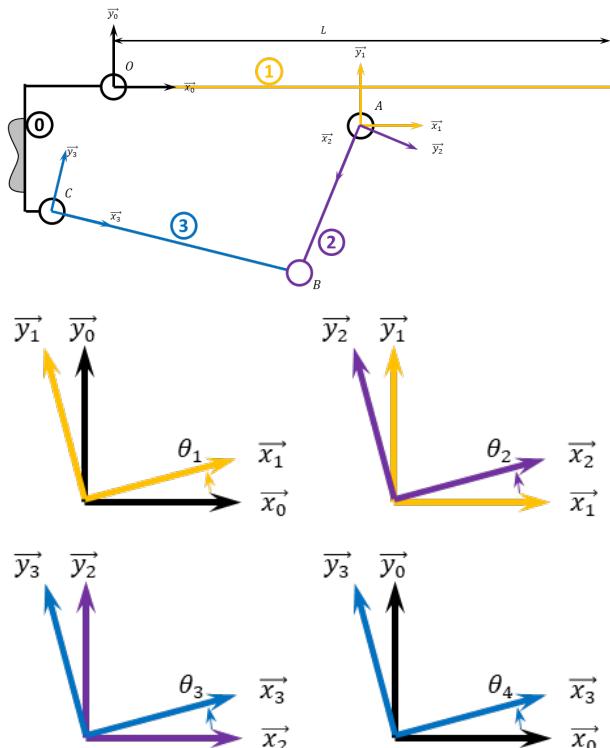
Corrigé voir 149.

### Exercice 71 – Système 4 barres \*\*\*

**B2-13** Pas de corrigé pour cet exercice.

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a \overrightarrow{x_1} - f \overrightarrow{y_1}$  avec  $a = 355 \text{ mm}$  et  $f = 13 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{AB} = b \overrightarrow{x_2}$  avec  $b = 280 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{BC} = -c \overrightarrow{x_3}$  avec  $c = 280 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{OC} = -d \overrightarrow{x_0} - e \overrightarrow{y_0}$  avec  $d = 89,5 \text{ mm}$  et  $e = 160 \text{ mm}$ ;



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme \*\*\* (voir exercice 206). On définit le point G tel que  $\overrightarrow{OG} = L \overrightarrow{x_1}$ .

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(1/0)\}$  au point G.

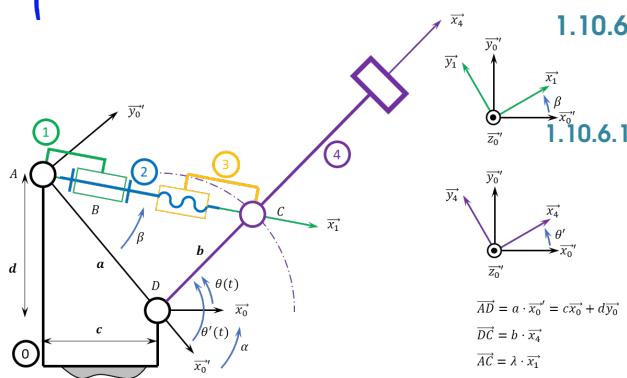
**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(G,1/0)}$ .

Corrigé voir 150.

### Exercice 72 – Maxpid \*\*\*

**B2-13** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



1.10.6

1.10.6.1

Par ailleurs  $a = 107,1 \text{ mm}$ ,  $b = 80 \text{ mm}$ ,  $c = 70 \text{ mm}$ ,  $d = 80 \text{ mm}$ . Le pas de la vis est de 4 mm.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme \*\*\* (voir exercice 207).

On définit le point  $G$  tel que  $\overrightarrow{OG} = L\overrightarrow{x_4}$ .

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(4/0)\}$  au point  $G$ .

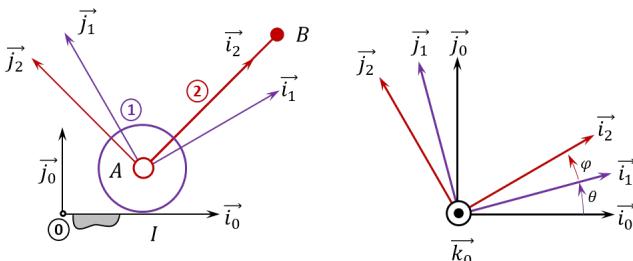
**Question 2** Déterminer  $\overline{\Gamma(G, 4/0)}$ .

Corrigé voir 151.

**Exercice 73 – Mouvement RR – RSG \*\***

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{i_2}$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ . On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point  $I$ .



**Question 1** Déterminer  $\overline{V(B, 2/0)}$ .

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point  $B$ .

**Question 3** Déterminer  $\overline{\Gamma(B, 2/0)}$ .

Indications (à vérifier...):

1.  $\overline{V(B, 2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0})$ .
2.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overline{\Omega(2/0)} = (\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t))\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}) \end{array} \right\}_B$ .
3.  $\overline{\Gamma(B, 2/0)} = L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t))\overrightarrow{i_2} + \dot{\theta}(t)(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$ .

Corrigé voir 152.

## Modéliser une action mécanique

### Passage du modèle local au modèle global

#### Exercice 74 – La Seine Musicale \*

**B2-14** Pas de corrigé pour cet exercice.

On choisit de représenter une demi-voie, de repère  $\mathcal{R}_v(O; \overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{y_v}, \overrightarrow{z})$ , par une portion de demi-sphère (Figure 2.1). On pourra remarquer qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les repères  $\mathcal{R}_{C_G}(C_G; \overrightarrow{x_{C_G}}, \overrightarrow{y_{C_G}}, \overrightarrow{z})$  et  $\mathcal{R}_v(O; \overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{y_v}, \overrightarrow{z})$ , associé à la demi-voie. On rappelle que  $\overrightarrow{OC_G} = R\overrightarrow{y_{C_G}}$ , avec  $R$  le rayon moyen de la voie de roulement.

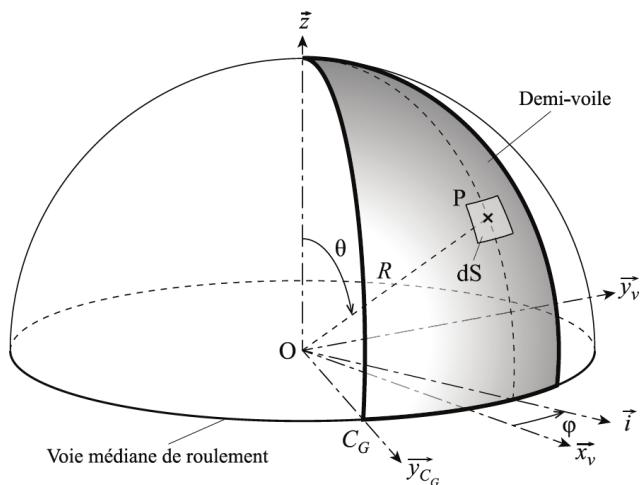


FIGURE 1.5 – Paramétrage de la surface totale et élémentaire en coordonnées sphériques de la demi-voie

La figure Figure 2.2 présente l'orientation du vent par rapport au plan de symétrie de la demi-voie dans le plan  $(\overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{y_v})$ . La densité d'effort surfacique du vent sur la demi-voie, pour une vitesse de  $9 \text{ m s}^{-1}$ , est noté  $\overrightarrow{f}_{\text{vent}} = f \overrightarrow{u}$  avec  $f = 54,7 \text{ N m}^{-2}$ , l'orientation de  $\overrightarrow{u}$  étant définie par l'angle constant  $\alpha = (\overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{u})$ .

La base associée au système de coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$  est  $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_\varphi})$ . La position du point  $P$  appartenant à la demi-voie est définie par  $\overrightarrow{OP} = R\overrightarrow{e_r}$  avec  $R$  le rayon moyen de la voie de roulement ( $R = 22,75 \text{ m}$ ). L'angle azimutal  $\varphi$  évolue entre  $-\frac{\pi}{8}$  et  $\frac{\pi}{8}$  et l'élévation  $\theta$  évolue entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$ . On précise que, dans le cas présenté Figure 2.1, la surface élémentaire en coordonnées sphériques est notée  $dS = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ .

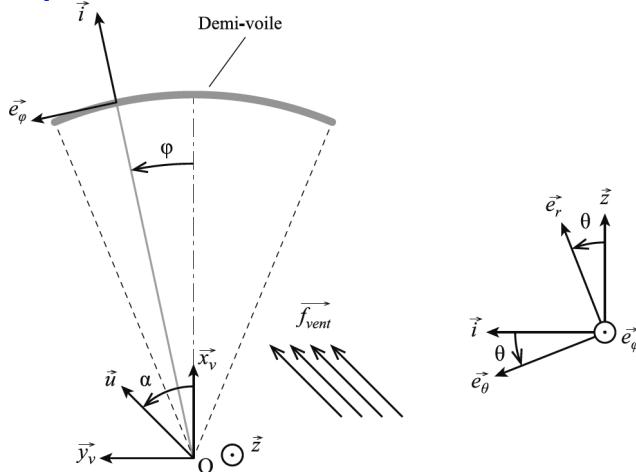


FIGURE 1.6 – Paramétrage angulaire

**Question 1** Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface  $dS$ , noté  $d\vec{F}_{vent}$ .

**Question 2** Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe  $(O, \vec{z})$ ,  $\vec{M}(O, \text{vent} \rightarrow \text{demi-voile}) \cdot \vec{z}$  s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe  $(O, \vec{z})$  en fonction de  $R$ ,  $f$  et  $\alpha$ .

**Question 3** On définit  $F_{vent}$  tel que (1.10.6.2)  $\vec{z} = \vec{M}(O, \text{vent} \rightarrow \text{demi-voile}) \cdot \vec{z}$ . En déduire l'expression de  $F_{vent}$  l'effort du vent au point  $C_G$  s'opposant au déplacement du chariot central.

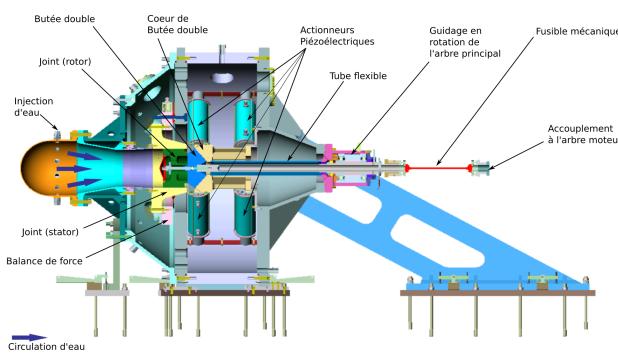
Afin de modéliser le déplacement de la voile dans le cas le plus défavorable, on souhaite déterminer la valeur maximale de  $|F_{vent}|$ .

**Question 4** Pour quelle valeur de  $\alpha$  cet effort est-il maximal? Déterminer la valeur maximale de  $|F_{vent}|$ .

Corrigé voir 153.

### Exercice 75 – Banc Balafre \*

**B2-14** Pas de corrigé pour cet exercice. La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble  $S = \{JR + CB\}$ . On nommera  $G$  le centre d'inertie de l'ensemble  $S$ .



### Données et hypothèses

- On note  $\vec{BM} = z \vec{z}_0 + R_J \vec{u}(\theta)$  où  $R_J$  est le rayon du joint avec  $R_J = 175$  mm;
- la longueur du joint est  $L_J = 150$  mm. La position du point  $B$ , centre du joint est  $\vec{OB} = z_B \vec{z}_0$  avec  $z_B = 425$  mm;
- Le cœur de butée a une masse  $M_{CB} = 40$  kg et la position de son centre d'inertie  $G_{CB}$  est paramétrée par  $\vec{OG}_{CB} = L_{CB} \vec{z}_0$  avec  $L_{CB} = 193$  mm;
- Les positions des points  $A_4$  et  $A_8$  sont paramétrées par  $\vec{OA}_4 = z_4 \vec{z}_0 - R_{CB} \vec{y}_0$  et  $\vec{OA}_8 = -R_{CB} \vec{y}_0$  avec  $z_4 = 280$  mm et  $R_{CB} = 150$  mm.

On souhaite déterminer la résultante des actions de pression du fluide sur le joint (rotor). On rappelle qu'un élément de surface  $dS$  autour d'un point  $M$  sur une surface cylindrique de rayon  $R_J$  s'exprime  $dS = R_J d\theta dz$ .

**Question 1** Exprimer au point  $M$  le torseur  $\{dT_{f \rightarrow J_R}\}$  de l'action de pression du fluide sur un élément de surface  $dS$  joint en fonction de  $p(t)$ ,  $dS$  et  $\vec{u}(\theta)$ .

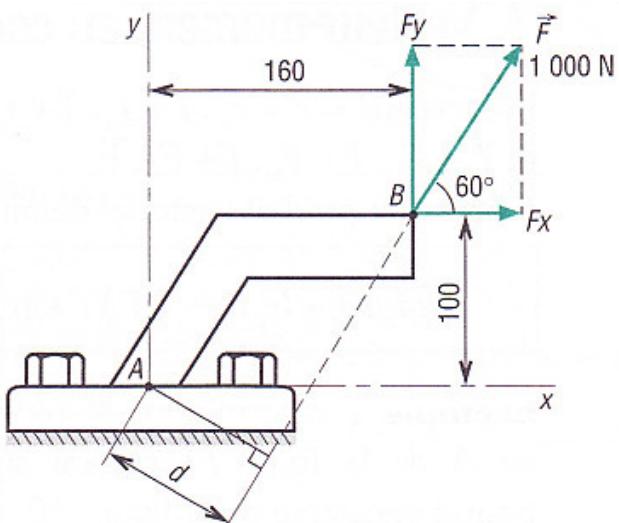
**Question 2** En déduire l'expression en  $B$  du torseur  $\{T_{f \rightarrow J_R}\}$  de l'action de pression du fluide sur l'ensemble du joint.

Corrigé voir 154.

### Modéliser une action mécanique – Modèle global

#### Exercice 76 – Calcul de moment\*

**B2-14** Pas de corrigé pour cet exercice.



**Question 1** Déterminer  $\vec{M}(B, F)$ .

**Question 2** Déterminer  $\vec{M}(A, F)$ .

Corrigé voir 155.

#### Exercice 77 – Calcul de moment\*

**B2-14** Pas de corrigé pour cet exercice.

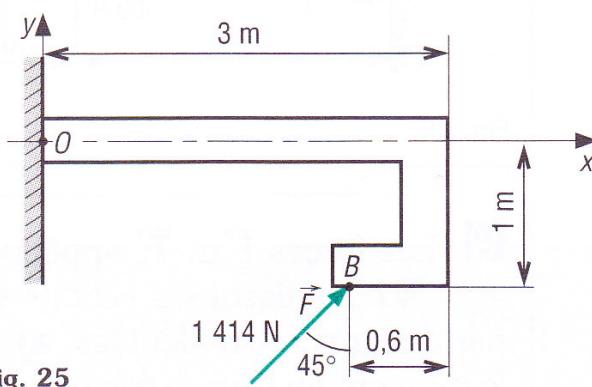


Fig. 25

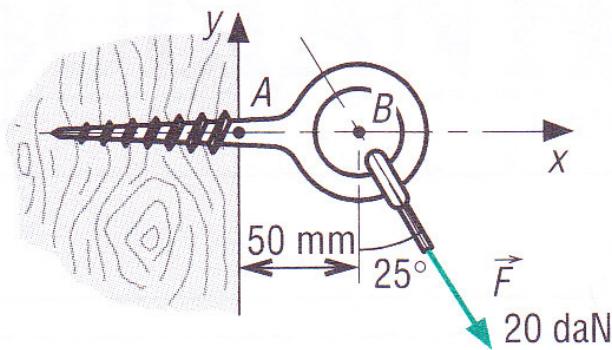
**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(B, \vec{F})}$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(O, \vec{F})}$ .

Corrigé voir 156.

**Exercice 78 – Calcul de moment\***

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.



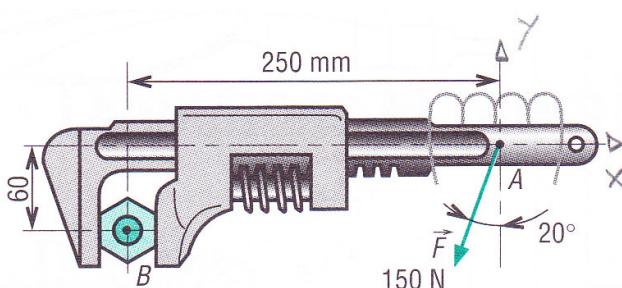
**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(B, \vec{F})}$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(A, \vec{F})}$ .

Corrigé voir ??.

**Exercice 79 – Calcul de moment\***

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.



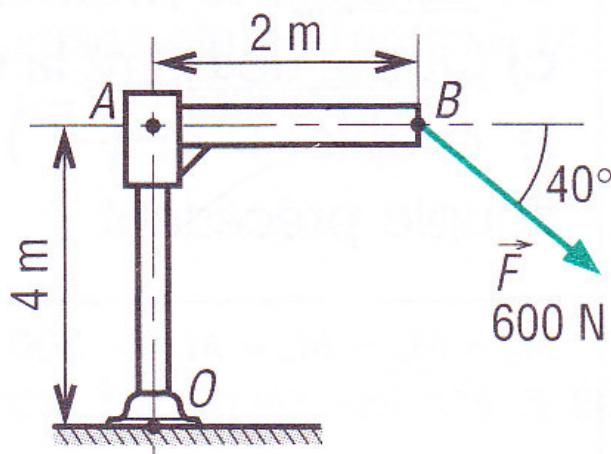
**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(A, \vec{F})}$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(B, \vec{F})}$ .

Corrigé voir 158.

**Exercice 80 – Calcul de moment\***

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.



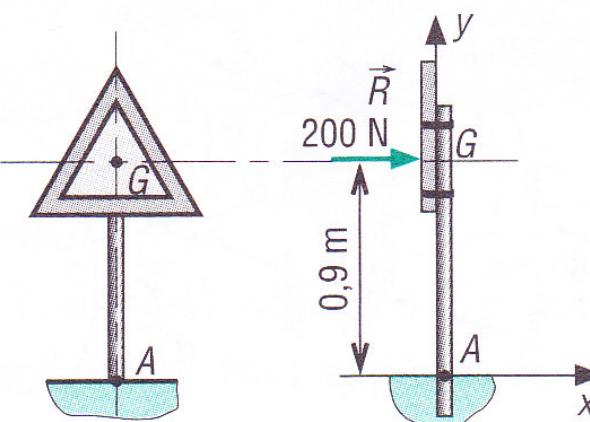
**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(B, \vec{F})}$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(O, \vec{F})}$ .

Corrigé voir 159.

**Exercice 81 – Calcul de moment\***

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(G, \vec{R})}$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(A, \vec{R})}$ .

Corrigé voir 160.

### 1.10.7 Modéliser un convertisseur électromécanique

Exercice 82 – Le banc balafre \*

Pas de corrigé pour cet exercice.

**Objectif** L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 1.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à  $6000 \text{ tr min}^{-1}$  est estimé à  $C_{\text{res}} = 300 \text{ Nm}$ .
- 1.02 – Vitesse de rotation : la vitesse cible NC (vitesse de rotation du rotor de joint) doit pouvoir être réglée à une valeur choisie entre  $5000 \text{ tr min}^{-1}$  et  $7000 \text{ tr min}^{-1}$ .
- 1.03 – Loi de commande : la mise en rotation doit se faire à accélération constante pendant une durée n'excédant par  $T_{\text{acc}} = 5 \text{ s}$ .

Nous allons modéliser le moteur asynchrone Leroy Somer PLS-280-MP. Ceci va nous permettre de déterminer sa caractéristique de couple. Cette caractéristique sera utilisée dans les parties suivantes et nous permettra dans cette partie de déterminer la fréquence de commande du moteur pour la phase de mesure en régime stationnaire.

Données et hypothèses :

- le réseau d'alimentation électrique fournit une tension 230/400 V en 50 Hz;
- la plaque signalétique du moteur est donnée en figure Figure 3.2;
- on négligera les pertes fer et les pertes mécaniques dans le moteur;
- les pertes Joule statoriques sont également négligées.

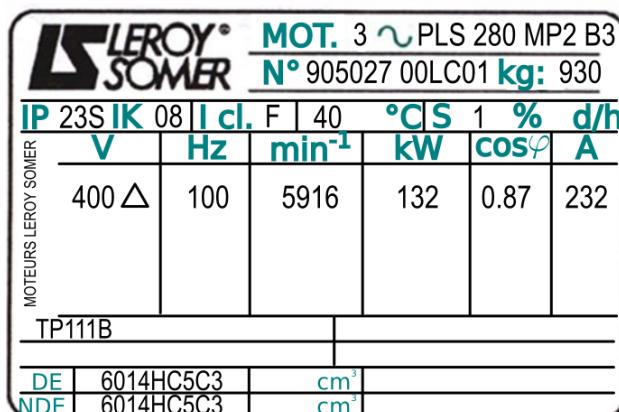


FIGURE 1.7 – Plaque signalétique du moteur PLS-280-MP

**Question 1** En utilisant les informations de la plaque signalétique, montrer que le moteur possède  $p = 1$  paire de pôles.

**Question 2** À partir de la plaque signalétique, en détaillant les calculs, déterminer le glissement en fonctionnement nominal  $g_N$  ainsi que le couple utile nominal  $C_{uN}$ .

On donne sur la figure Figure 2.5 le modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur.  $L_0$  représente l'inductance de magnétisation et  $L_c$  l'inductance des fuites totales d'une phase (rotorique ramenée au stator

et stator). On note  $g$  le glissement. On rappelle que la puissance dissipée dans la résistance  $R/g$  correspond à la puissance transmise du stator au rotor. Cette puissance peut être décomposée en une résistance  $R$  correspondant aux pertes Joule dans le rotor en série avec une résistance  $R(1-g)/g$  correspondant à la puissance électromécanique fournie au rotor.

(R)

Ce modèle est celui du bobinage couplé en triangle. La tension  $U_S$  représente la tension entre phases, c'est-à-dire, vue de l'extérieur, la tension composée de valeur nominale 400 V. Le courant  $i_S$  représente le courant dans chaque phase statorique. La notation conventionnelle  $j_S$  pour ce courant n'est pas utilisée ici pour éviter toute confusion avec les notations des nombres complexes.

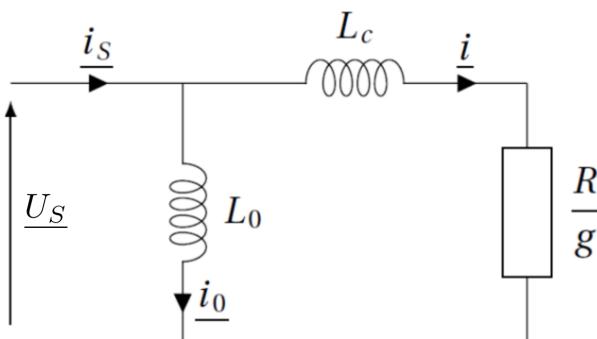


FIGURE 1.8 – Modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur

**Question 3** Exprimer la puissance électromécanique  $P_{EM}$  fournie au rotor en fonction de  $U_S$  (valeur efficace de la tension  $U_S$ ), de la résistance  $R$ , du glissement  $g$  de l'inductance  $L_c$  et de la pulsation d'alimentation  $\omega$  du moteur.

**Question 4** Exprimer la puissance électromécanique  $P_{EM}$  en fonction du couple électromagnétique  $C_{EM}$  et de la vitesse de rotation  $\Omega$  de l'arbre moteur.

**Question 5** Exprimer la vitesse de rotation  $\Omega$  de l'arbre en fonction du glissement  $g$  et de la vitesse de synchronisme  $\Omega_S$ . En déduire l'expression du couple électromagnétique  $C_{EM}$  en fonction de  $U_S^2$ ,  $\omega$ ,  $g$ ,  $R$ ,  $L_c$ , et  $p$  (le nombre de paires de pôles par phase).

**Question 6** En précisant bien vos hypothèses, justifier que l'expression du couple utile disponible sur l'arbre

$$\text{moteur est } C_u = \frac{3pU_S^2}{\omega} \cdot \frac{\frac{R}{g}}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (L_c \omega)^2}.$$

À l'aide de cette équation, on obtient la figure Figure 2.6 qui représente l'allure de la courbe de couple en fonction de la vitesse de rotation  $N$  de l'arbre moteur.

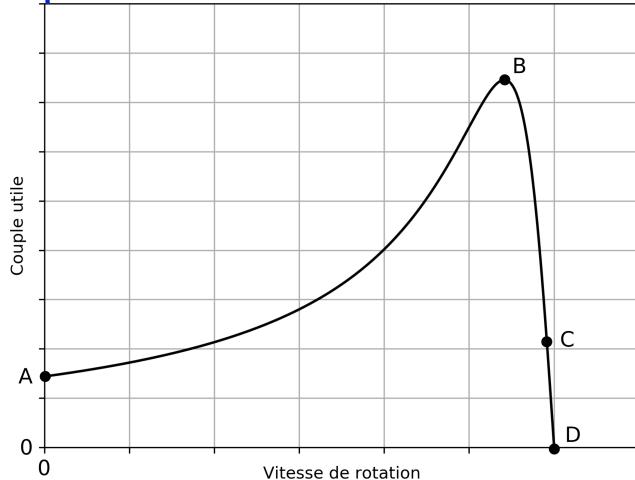


FIGURE 1.9 – Allure de la courbe de couple utile du moteur en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre

**Question 7** À l'aide des points A, B, C et D, identifier sur cette courbe le point de fonctionnement nominal, le démarrage du moteur, le point de synchronisme, la zone de fonctionnement instable du moteur.

Le constructeur précise le rapport du couple maximal sur couple nominal :  $C_M/C_N = 3,5$ . On rappelle que le couple utile est maximal pour une valeur du glissement telle que  $R/g = L_c \omega$ . **Question 8** En déduire l'expression de  $L_c$  en fonction de  $p$ ,  $U_S$ ,  $C_M$  et  $\omega$  et faire l'application numérique.

**Question 9** Que peut-on dire de  $R/g$  par rapport à  $L_c \omega$  au voisinage du point de fonctionnement nominal ? En déduire l'expression de  $R$  en fonction du couple nominal  $C_N$ , du glissement nominal  $g_N$ , de  $p$ ,  $U_S$  et de  $\omega$ .

**R** On fera l'application numérique en prenant  $g_N = 1,4 \times 10^{-2}$  et  $C_N = 213 \text{ Nm}$ .

Le variateur utilisé pour la commande du moteur fonctionne en  $U_S/f$  constant. À l'aide des valeurs calculées précédemment, on a tracé sur la figure Figure 2.7 les

courbes de couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour différentes valeurs de fréquence de commande.

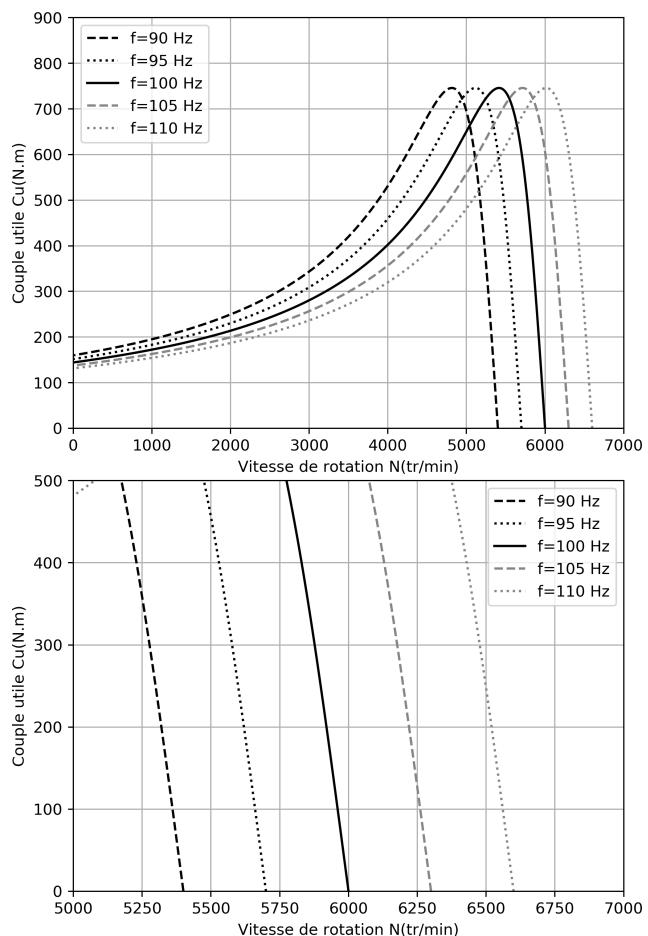
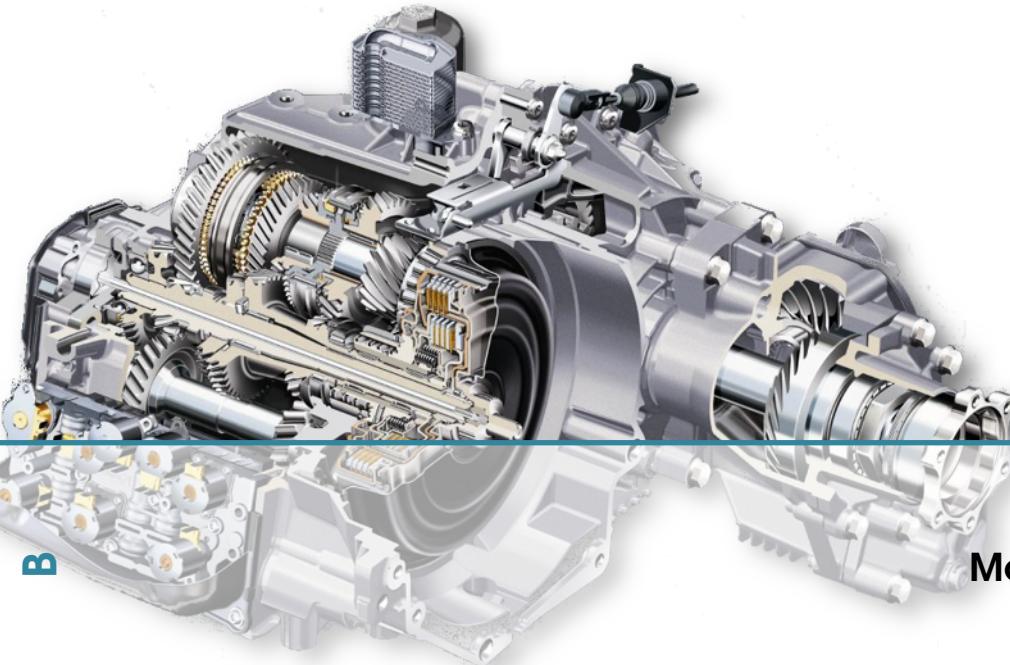


FIGURE 1.10 – Évolution du couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour des fréquences de commande de 90 Hz à 110 Hz.

**Question 10** Déterminer quelle fréquence doit être imposée par le variateur pour maintenir une vitesse de  $6000 \text{ tr min}^{-1}$  en présence d'un couple résistant correspondant au couple  $C_{res} = 300 \text{ Nm}$  défini par l'exigence 1.01 du cahier des charges.

Corrigé voir 163.



B

Sciences

Modéliser | Industrielles de  
l'Ingénieur

PSI\* - MP

## B2

### Proposer un modèle de connaissance et de comportement

2.1 B1 – Choisir les grandeurs physiques et les caractéristiques 33

2.2 B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement 33

2.2.1 B2-04 – Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert ..... 33

2.2.2 B2-06 – Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle ..... 33

2.2.3 B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs. .... 34

2.2.4 Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables ..... 38

2.2.5 Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique ..... 41

2.2.6 B2-13 – Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides 47

2.2.7 Modéliser une action mécanique ..... 54

2.2.8 Modifier un modèle pour le rendre isostatique ..... 57

2.2.9 Décrire le comportement d'un système séquentiel ... 57

2.2.10 Modéliser un convertisseur électromécanique ..... 58

2.3 B3 – Valider un modèle 60

## 2.1 B1 – Choisir les grandeurs physiques et les caractériser

## 2.2 B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement

### 2.2.1 B2-04 – Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert

#### Exercice 83 – Moteur à courant continu\*

##### B2-04

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$ ;
- $e(t) = K\omega(t)$ ;
- $c(t) = Ki(t)$ ;
- $c(t) - f\omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$ .

**Question 1** Exprimer la fonction de transfert

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}.$$

**Question 2** Préciser l'ordre et la classe de  $H$ .

**Question 3** Mettre  $H(p)$  sous forme canonique.

**Question 4** Donner les caractéristiques de la fonction de transfert.

**Question 5** Vérifier l'homogénéité des différentes constantes.

Éléments de corrigé :

1.  $H(p) = \frac{K_m}{K_m^2 + (R + Lp)(Jp + f)}$ .
2. Ordre 2, classe 0.
3.  $H(p) = \frac{\frac{K_m}{K_m^2 + Rf}}{1 + \frac{(RJ + Lf)}{K_m^2 + Rf} p + \frac{LJ}{K_m^2 + Rf} p^2}$ .
4.  $K = \frac{K_m}{K_m^2 + Rf}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_m^2 + Rf}{LJ}}$ ,  $\xi = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ(K_m^2 + Rf)}}$ .

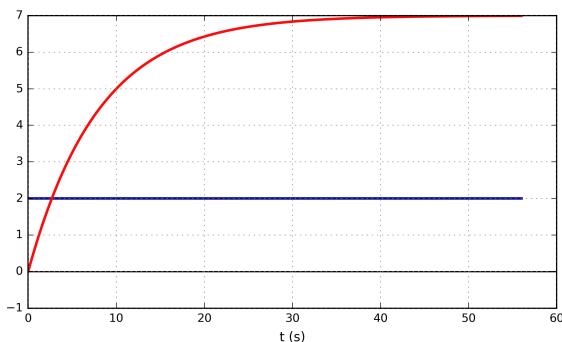
Corrigé voir 83.

### 2.2.2 B2-06 – Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle

#### Exercice 84 – Identification temporelle \*

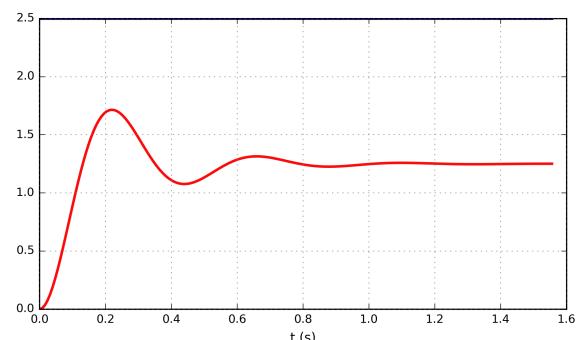
##### B2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit la réponse à un échelon.



**Question 1** Déterminer la fonction de transfert du système.

Soit la réponse à un échelon d'amplitude 2,5.



**Question 2** Déterminer la fonction de transfert du système.

Corrigé voir 84.

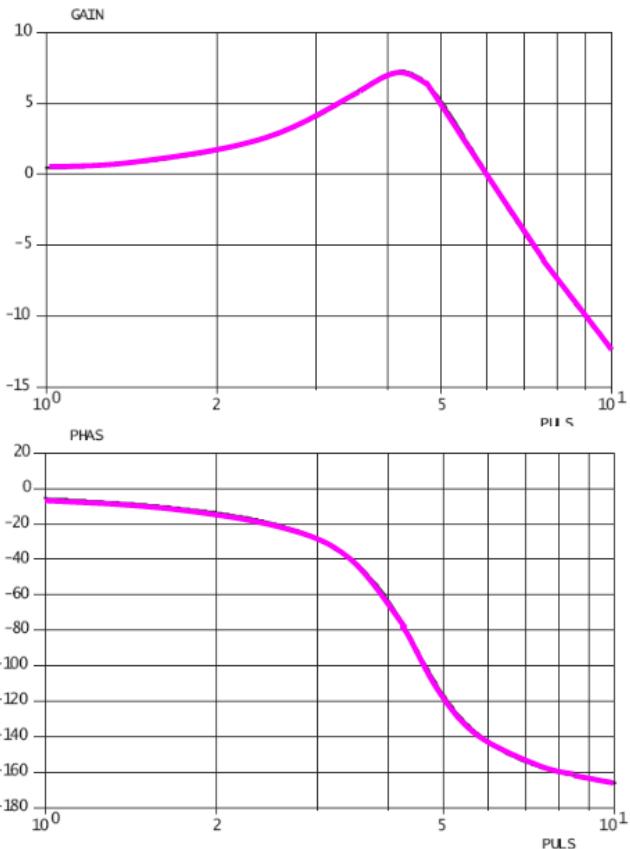
#### Exercice 85 – Identification \*

##### B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

D'après Florestan Mathurin.

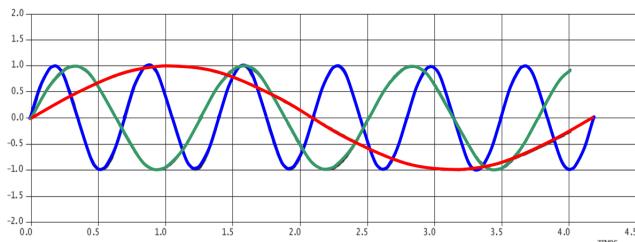
Soit un système dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.



**Question 1** Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

**Question 2** Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.



**Question 3** Déterminer les périodes et les pulsations de chacun des signaux.

**Question 4** En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

Corrigé voir 85.

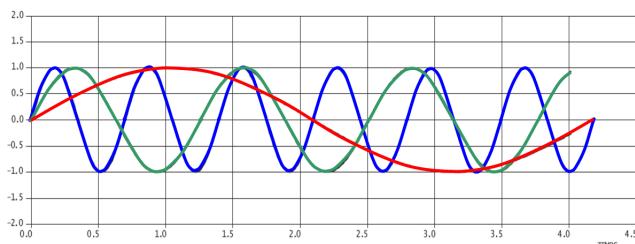
### Exercice 86 – Identification \*

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

D'après Florestan Mathurin.

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.



**Question 1** Déterminer les périodes et les pulsations de chacun des signaux.

**Question 2** En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

2.2.3

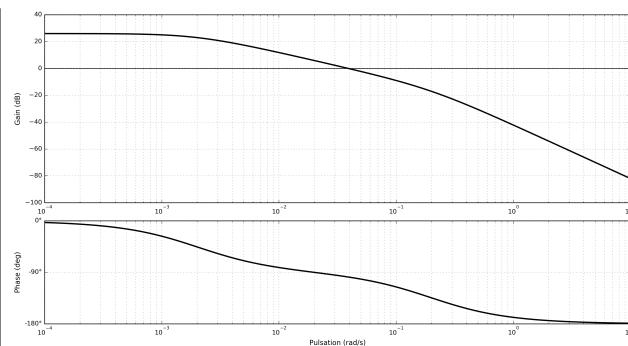
Corrigé voir 86.

### Exercice 87 – Identification \*

B2-06

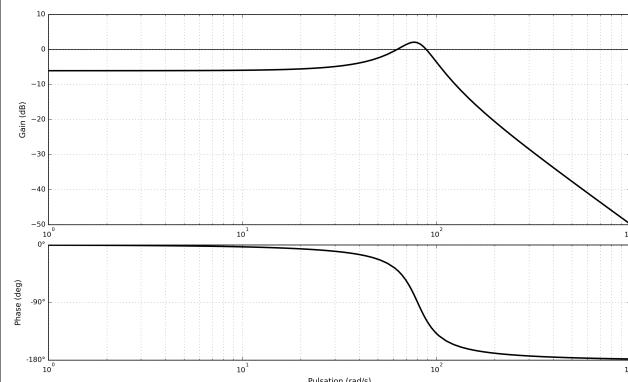
Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit la réponse fréquentielle suivante.



**Question 1** Déterminer la fonction de transfert du système.

Soit la réponse fréquentielle suivante.



**Question 2** Déterminer la fonction de transfert du système.

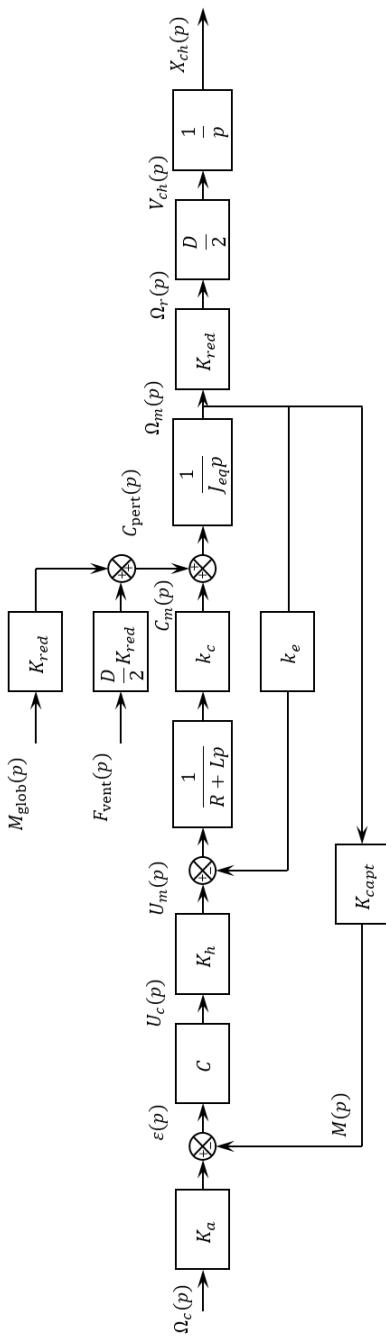
Corrigé voir 87.

### B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs.

### Exercice 88 – La Seine Musicale\*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 1** En considérant que la perturbation  $C_{pert}(p)$  est nulle, déterminer  $H_f(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$  sous forme canonique.

**Question 2** Exprimer la fonction de transfert  $H_r(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$  en la mettant sous la forme :  $H_r(p) = -\frac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$ . Exprimer  $\alpha, \tau, \gamma$  et  $\delta$  en fonction des différents paramètres de l'étude.

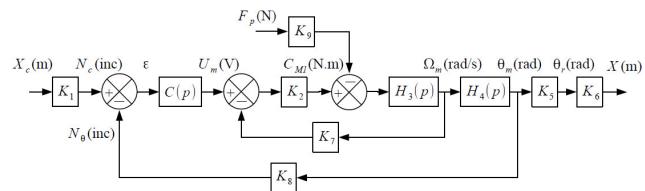
**Question 3** Exprimer  $X_{ch}(p)$  en fonction de  $\Omega_m(p)$  et  $C_{pert}(p)$ .

Corrigé voir 88.

### Exercice 89 – Machine de rééducation SysReeduc \*

#### B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes :  $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$ ,  $e(t) = k_e \omega_m(t)$  et  $C_{M1}(t) = k_t i(t)$ .

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

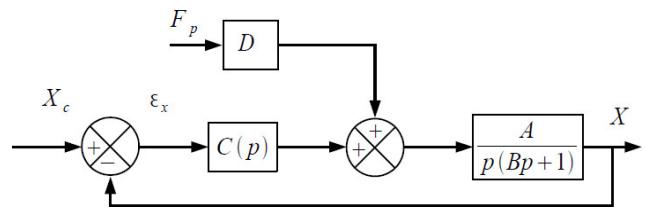
$$(M+m)r\rho_1\dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec :  $M$  la masse du chariot et  $m$  la masse du support de pied,  $\rho_1 = \frac{1}{10}$  le rapport de réduction du réducteur,  $r = 46,1$  mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie-courroie,  $C_{M1}(t)$  le couple délivré par le moteur et  $F_p(t)$  l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

**Question 1** À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert  $K_1, K_2, H_3(p), H_4(p), K_5, K_6, K_7, K_8$  et  $K_9$ .

**Question 2** Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera  $A, B$  et  $D$  en fonction des paramètres du système  $r, \rho_1, k_t, k_e, R, M, m$  et  $K_8$ .

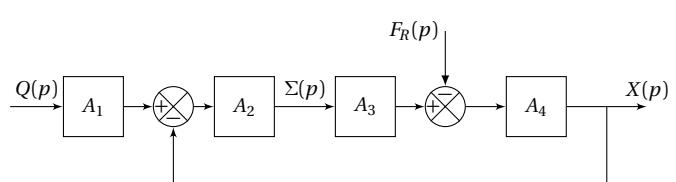


Corrigé voir 89.

### Exercice 90 – Quille pendulaire\*

#### B2-07

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

- $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\sigma(t)}{dt}$  (a);
- $M \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S\sigma(t) - kx(t) - \lambda \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$  (b).

On a :

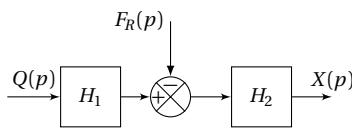
- $\mathcal{L}(q(t)) = Q(p)$  : débit d'alimentation du vérin [ $m^3 s^{-1}$ ];
- $\mathcal{L}(\sigma(t)) = \Sigma(p)$  : différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa];
- $\mathcal{L}(x(t)) = X(p)$  : position de la tige du vérin [m];
- $\mathcal{L}(f_R(t)) = F_R(p)$  : composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- $S$  : section du vérin [ $m^2$ ];
- $k$  : raideur mécanique du vérin [ $N m^{-1}$ ];
- $V$  : volume d'huile de référence [ $m^3$ ];
- $B$  : coefficient de compressibilité de l'huile [ $N m^{-2}$ ];
- $M$  : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin [kg];
- $\lambda$  : coefficient de frottement visqueux [ $N m^{-1} s$ ].

**Question 1** Donner les expressions des fonctions de transfert  $A_1, A_2, A_3$  et  $A_4$  en fonction de la variable complexe  $p$  et des constantes.

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



**Question 2** Donner les expressions des fonctions de transfert  $H_1$  et  $H_2$  en fonction de  $A_1, A_2, A_3$  et  $A_4$ , puis de la variable  $p$  et des constantes.

### Question 3

Pour ce vérin non perturbé ( $F_R = 0$ ), donner sa fonction de transfert  $X(p)/Q(p)$  en fonction de la variable  $p$  et des constantes.

Corrigé voir 89.

### Exercice 91 – Moteur à courant continu\*

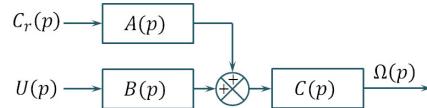
#### B2-07

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$ ;
- $e(t) = K\omega(t)$ ;
- $c(t) = Ki(t)$ ;
- $c(t) + c_r(t) - f\omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$ .

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

**Question 2** Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.



Éléments de corrigé :

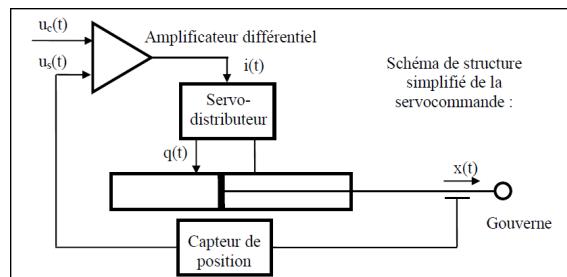
1. .
2.  $A(p) = R + Lp, B(p) = K, C(p) = \frac{1}{K^2 + (f + Jp)(R + Lp)}$   
(plusieurs réponses possibles).

Corrigé voir 91.

### Exercice 92 – Vérin\*

#### B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne le schéma de principe d'une servocommande.



Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servocommande sont :

- un amplificateur différentiel défini par :  $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$ ;
- débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible  $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt}$ ;
- capteur de position :  $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$ ;
- le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique  $q(t)$  proportionnel au courant de commande  $i(t)$ . (Attention, valable uniquement en régime permanent.) Le constructeur fournit sa fonction de transfert :

$$F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + T p}$$

où  $K_d$  est le gain du servo-distributeur et  $T$  sa constante de temps.

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

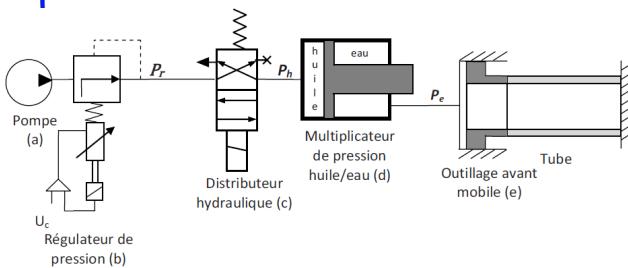
Corrigé voir 92.

### Exercice 93 – Banc d'épreuve hydraulique \*

#### B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Analyse de la fonction technique « mettre le tube sous pression ».

Un schéma hydraulique simplifié est donné figure suivante.



## Mise en place du modèle

Les équations du débit sont :

$$Q_e(t) = S_e \frac{dz(t)}{dt} - \frac{V_{e0}}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}$$

et

$$Q_h(t) = S_h \frac{dz(t)}{dt} + \frac{V_{h0}}{B_h} \frac{dP_h(t)}{dt}.$$

En appliquant le théorème de la résultante dynamique selon  $\vec{z}$  sur le piston du multiplicateur, on a :  $M \ddot{z}(t) = S_h p_h(t) - S_e p_e(t) - Mg - f \dot{z}(t)$ .

**Question 1** Déduire de la relation précédente l'équation reliant  $Z(p)$ ,  $P_e(p)$ ,  $P_h(p)$ , et  $\text{Poids}(p) = Mg/p$ , transformées de Laplace de  $z(t)$ ,  $P_e(t)$ ,  $P_h(t)$  et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.

On note :

- $L(t)$  la position de l'équipage mobile repérée par rapport à sa position initiale;
  - $V_t(t)$  le volume du tube;
  - $F_t(t)$  l'effort du tube sur l'équipage mobile, avec  $F_t(t) = -r L(t)$ .

On néglige les variations de volume du tube dues à ses déformations. L'équation du débit s'écrit alors :

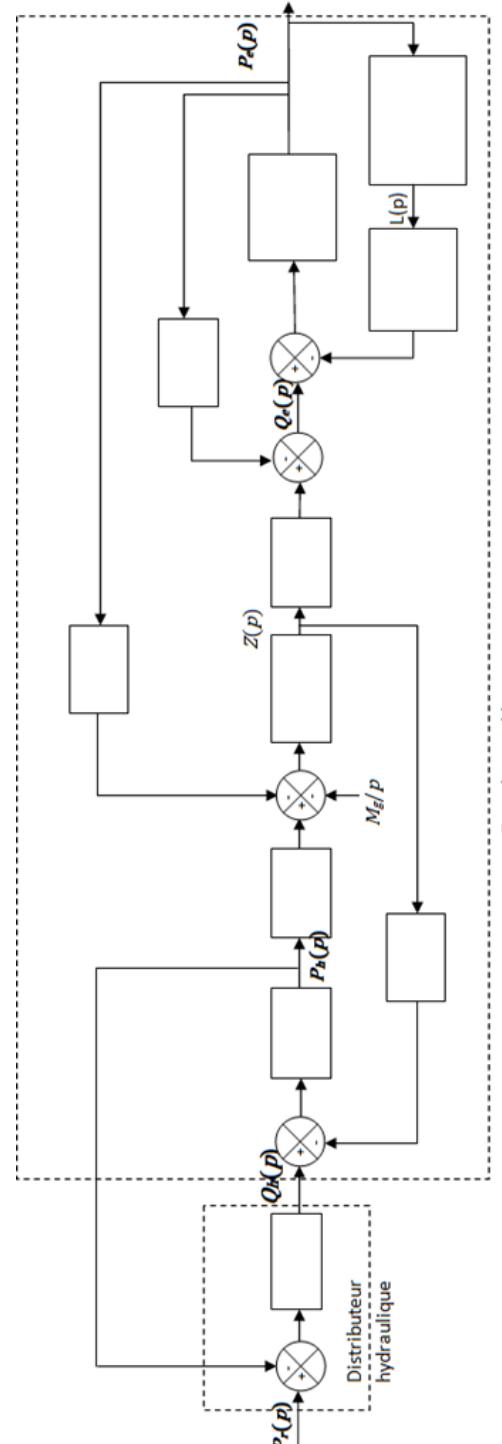
$$Q_e(t) = (S_a - S_b) \cdot \frac{dL(t)}{dt} + \frac{V_t}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}.$$

L'équation du mouvement de l'équipage mobile est donnée par :

$$m\ddot{L}(t) = -rL(t) + (S_a - S_b)p_e(t) - f'\dot{L}(t).$$

**Question 2** En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant  $L(p)$ ,  $P_e(p)$  et  $Q_e(p)$ , transformées de Laplace de  $L(t)$ ,  $P_e(t)$  et  $Q_e(t)$ . Les conditions initiales sont supposées nulles.

**Question 3** Compléter le schéma-blocs de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile régulée  $P_r(p)$  et la sortie la pression d'épreuve dans le tube  $P_e(p)$ .



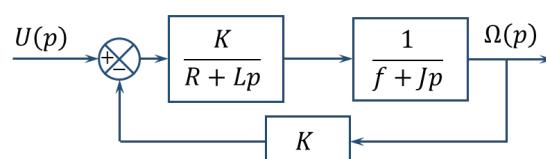
Corrigé voir 92.

## Exercice 94 – Fonctions de transfert\*

B2-07

**Pas de corrigé pour cet exercice**

Soit le schéma-blocs suivant.



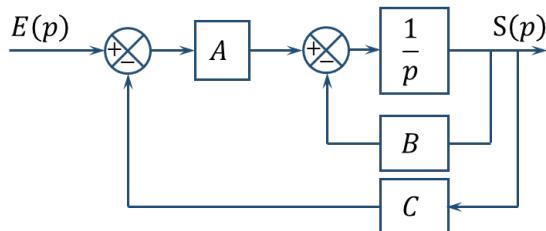
**Question 1** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique

et exprimer les paramètres caractéristiques.

Corrigé voir 96.

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 3** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 4** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.

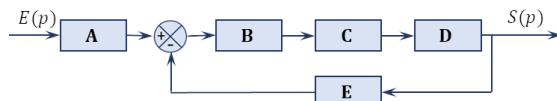
Corrigé voir 94.

### Exercice 95 – Calcul de FTBO\*

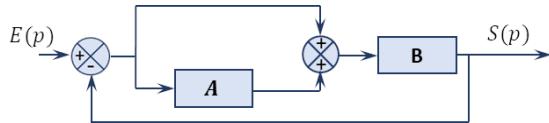
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

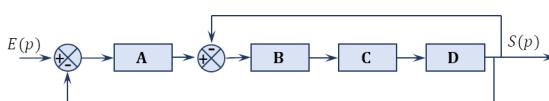


**Question 2** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

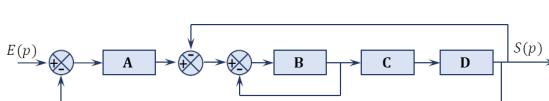


**Question 3** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

2.2.4



**Question 4** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

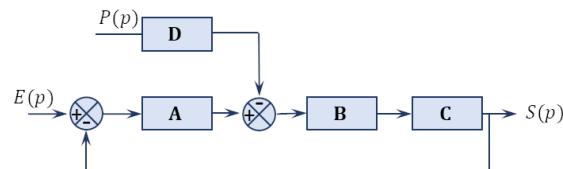


### Exercice 96 – Calcul de FTBO\*

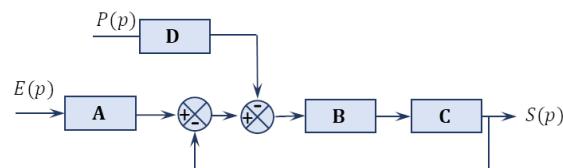
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

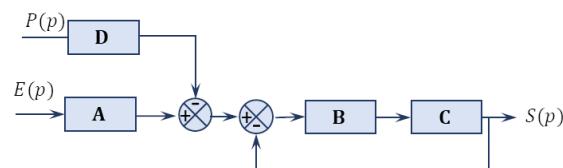
**Question 1** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



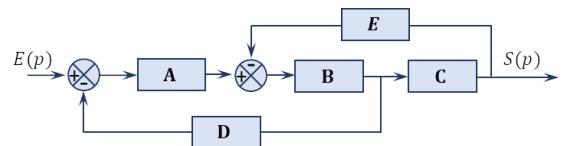
**Question 2** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



**Question 3** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



**Question 4** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



Corrigé voir 96.

Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

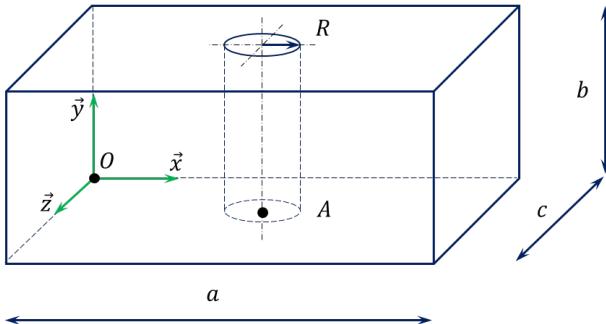
### Exercice 97 – Parallélépipède\*

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \vec{k})$  de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  et de masse  $m$  est donnée en son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$  avec  $A = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12}\right)$  et  $C = m\frac{R^2}{2}$ .

La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés  $a$ ,  $b$  et  $c$  et de masse  $m$  est donnée en son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec  $A = m \frac{b^2 + c^2}{12}$ ,  $B = m \frac{a^2 + c^2}{12}$ ,  $C = m \frac{a^2 + b^2}{12}$ .

Soit la pièce suivante.



On pose  $\overrightarrow{OA} = \frac{a}{2} \vec{x} + \frac{c}{2} \vec{z}$ .

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $G$ , en  $A$  puis  $O$ .

Corrigé voir 97.

### Exercice 98 – Parallélépipède percé\*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \vec{k})$  de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  et de masse  $m$  est donnée en

son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

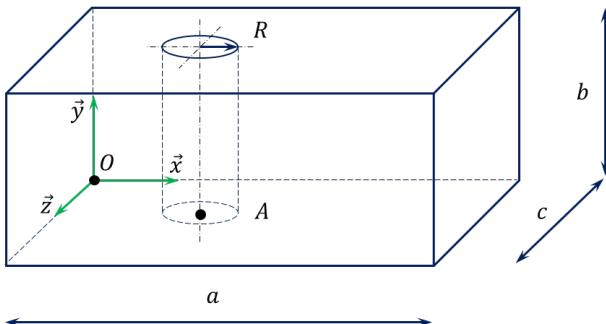
$$A = m \left( \frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés  $a$ ,  $b$  et  $c$  et de masse  $m$  est donnée en son

centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

$$A = m \frac{b^2 + c^2}{12}, B = m \frac{a^2 + c^2}{12}, C = m \frac{a^2 + b^2}{12}.$$

Soit la pièce suivante.



On pose  $\overrightarrow{OA} = \frac{a}{3} \vec{x} + \frac{c}{2} \vec{z}$ .

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $G$ , en  $A$  puis  $O$ .

Corrigé voir 98.

### Exercice 99 – Cylindre percé \*

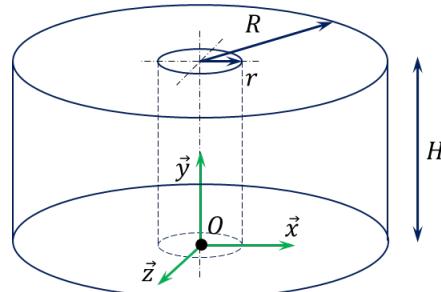
**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \vec{k})$  de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  et de masse  $m$  est donnée en

son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

$$A = m \left( \frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

Soit la pièce suivante.



On pose  $\overrightarrow{OA} = -\frac{R}{2} \vec{x}$ .

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $G$  puis en  $O$ .

Corrigé voir 99.

### Exercice 100 – Cylindre percé \*

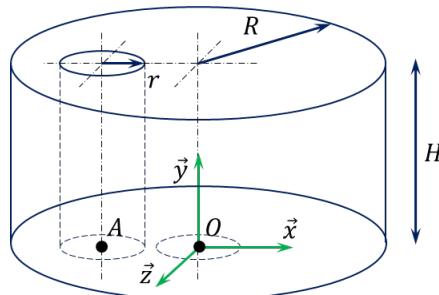
**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \vec{k})$  de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  et de masse  $m$  est donnée en

son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

$$A = m \left( \frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

Soit la pièce suivante.



**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

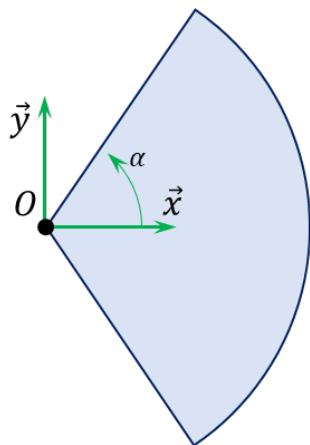
**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $G$  puis en  $O$ .

Corrigé voir 100.

### Exercice 101 – Disque \*\*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit un secteur de disque de rayon  $R$ , d'épaisseur négligeable et de masse surfacique  $\mu$ .



**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

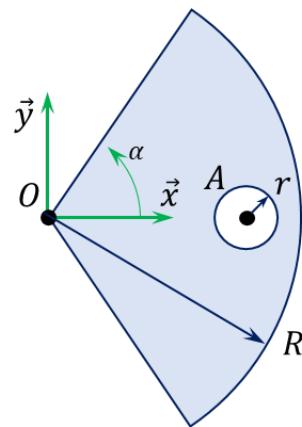
**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $O$ .

Corrigé voir 101.

### Exercice 102 – Disque \*\*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit un secteur de disque de rayon  $R$ , d'épaisseur négligeable et de masse surfacique  $\mu$ . Il est percé d'un trou de rayon  $r$  tel que  $\overrightarrow{OA} = \frac{3}{4}R\overrightarrow{x}$ .



**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

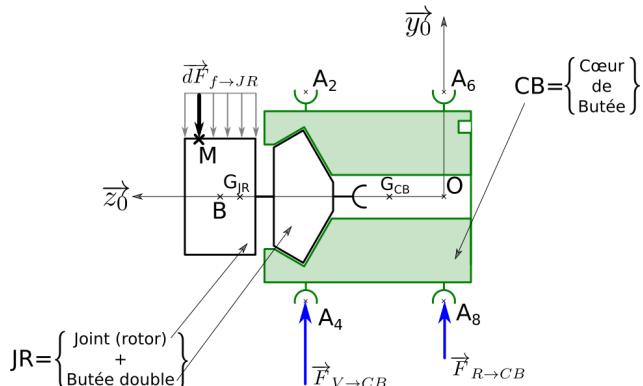
**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $O$ .

Corrigé voir 102.

### Exercice 103 – Banc Balafré \*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble  $S = \{JR + CB\}$ . On nommera  $G$  le centre d'inertie de l'ensemble  $S$ .



#### Données et hypothèses

- On note  $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$  où  $R_J$  est le rayon du joint avec  $R_J = 175$  mm;
- la longueur du joint est  $L_J = 150$  mm. La position du point  $B$ , centre du joint est  $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$  avec  $z_B = 425$  mm;
- Le coeur de butée a une masse  $M_{CB} = 40$  kg et la position de son centre d'inertie  $G_{CB}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{CB} = 193$  mm;
- L'ensemble  $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{Butée double}\}$  a une masse  $M_{JR} = 100$  kg et la position de son centre d'inertie  $G_{JR}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{JR} = 390$  mm. On notera  $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$  la matrice d'inertie de

l'ensemble  $JR$  au point  $G_{JR}$  exprimée dans une base  $\mathcal{B}_{JR} = (\vec{x}_{JR}, \vec{y}_{JR}, \vec{z}_0)$  liée à  $JR$ ;

- Les positions des points  $A_4$  et  $A_8$  sont paramétrées par  $\vec{OA}_4 = z_4 \vec{z}_0 - R_{CB} \vec{y}_0$  et  $\vec{OA}_8 = -R_{CB} \vec{y}_0$  avec  $z_4 = 280\text{ mm}$  et  $R_{CB} = 150\text{ mm}$ .

**Question 1** Déterminer l'expression de la coordonnée  $z_G$  de  $\vec{OG}$  selon  $\vec{z}_0$ . Faire l'application numérique.

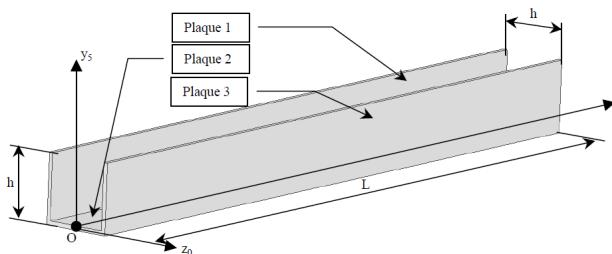
**Question 2** Sachant que l'ensemble  $JR$  possède une symétrie de révolution par rapport à  $(O, \vec{z}_0)$ , simplifier la matrice d'inertie  $I_{G_{JR}}(JR)$ .

Corrigé voir 103.

### Exercice 104 – EPAS \*

#### B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Dans une première approche, on modélise le parc échelle d'un camion de pompier par un assemblage de trois plaques rectangulaires homogènes d'épaisseur négligeable, de longueur  $L$  et de largeur  $h$ . Chaque plaque a une masse notée  $m$ .



#### 2.2.5

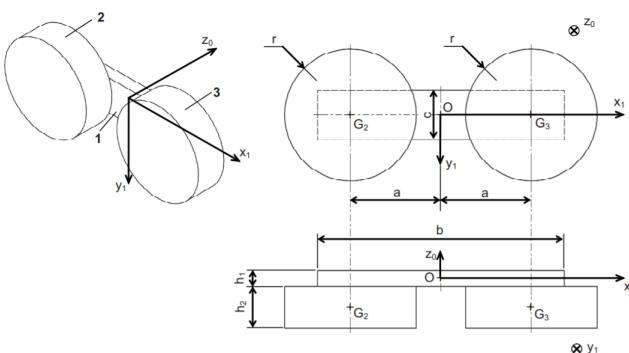
**Question 1** Montrez que le vecteur position  $\vec{OG}$  du centre de gravité  $G$  du parc échelle est tel que  $\vec{OG} = \frac{L}{2} \vec{x}_5 + \frac{h}{3} \vec{y}_5$ .

Corrigé voir 246.

### Exercice 105 – Banc Balafre \*

#### B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Les galets 2 et 3 sont de masses identiques  $m_2$  et de centres d'inertie respectifs  $G_2$  et  $G_3$ . Le balancier 1 est de masse  $m_1$  et de centre d'inertie  $O$  (la tige de  $G_3H$  étant de masse négligeable). Les solides 1, 2 et 3 sont supposés homogènes.



**Question 1** Donner la forme de la matrice d'inertie du solide 1 au point  $O$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ .

**Question 2** Exprimer littéralement le moment d'inertie  $C_1$  du solide 1 par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ , en fonction de la masse  $m_1$  et de ses dimensions.

**Question 3** Donner la forme de la matrice d'inertie du solide 2 au point  $G_2$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ .

**Question 4** Exprimer littéralement le moment d'inertie  $C'_2$  du solide 2 par rapport à l'axe  $(G_2, \vec{z}_0)$ , en fonction de la masse  $m_2$  et de ses dimensions.

**Question 5** Exprimer littéralement le moment d'inertie  $C_2$  du solide 2 par rapport à l'axe  $(G_2, \vec{z}_0)$ , en fonction de la masse  $m_2$  et de ses dimensions.

1.  $I_O(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}$
2.  $C_1 = \frac{m_1}{12} (b^2 + c^2)$ .
3.  $I_{G_2}(1) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}$
4.  $C'_2 = m_2 \frac{r^2}{2}$ .
5.  $C_2 = m_2 \left( \frac{r^2}{2} + a^2 \right)$ .

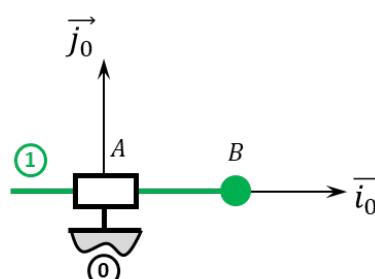
Corrigé voir 105.

Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique

### Exercice 106 – Mouvement T – \*

#### B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\lambda = 10\text{ mm}$ .

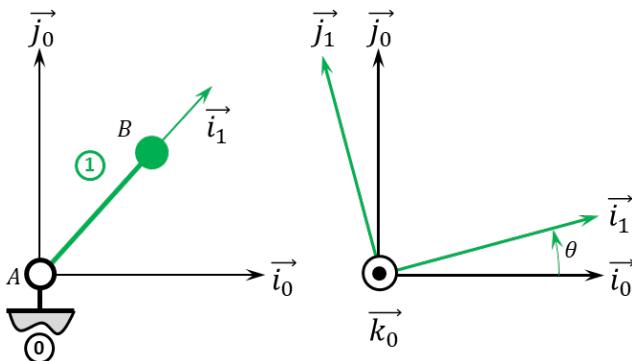
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\lambda = -20\text{ mm}$ .

Corrigé voir 106.

### Exercice 107 – Mouvement R \*

**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

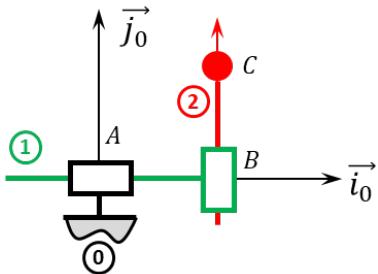
**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \pi \text{ rad}$ .

Corrigé voir 107.

**Exercice 108 – Mouvement TT – \***
**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

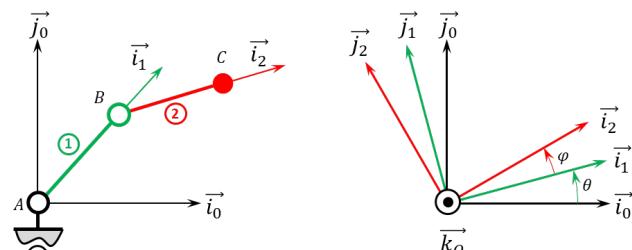
**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\lambda = 10 \text{ mm}$  et  $\mu = 10 \text{ mm}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\lambda = 20 \text{ mm}$  et  $\mu = 10 \text{ mm}$ .

Corrigé voir 108.

**Exercice 109 – Mouvement RR \***
**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\varphi = \pi \text{ rad}$ .

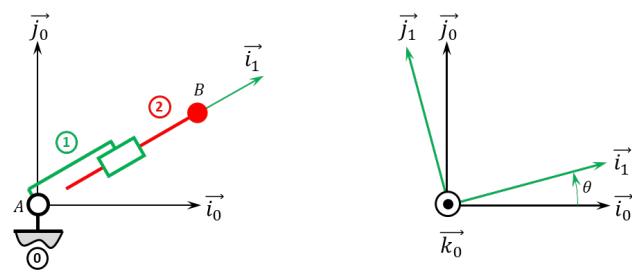
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

**Question 4** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

Corrigé voir 109.

**Exercice 110 – Mouvement RT \***
**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

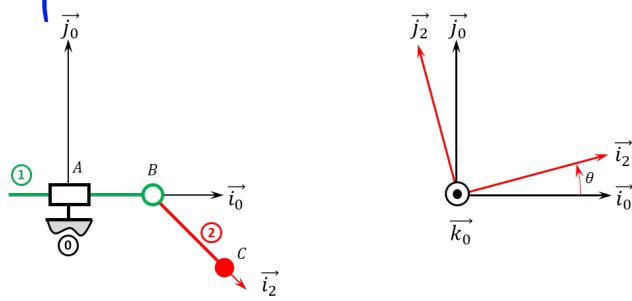
**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = 20 \text{ mm}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = -20 \text{ mm}$ .

Corrigé voir 110.

**Exercice 111 – Mouvement RT \***
**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = 20 \text{ mm}$ .

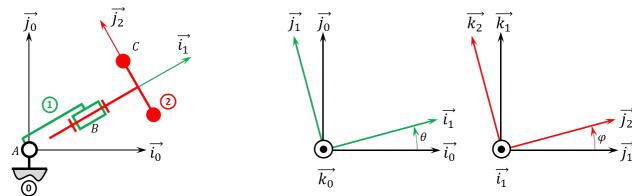
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{-\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = -20 \text{ mm}$ .

Corrigé voir 111.

### Exercice 112 – Mouvement RR 3D \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{BC} = \ell \overrightarrow{i_2} + r \overrightarrow{j_2}$ . On note  $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$  et  $r = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

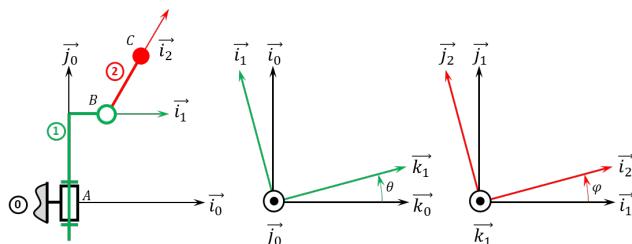
**Question 2** Retracer le schéma cinématique en 3D pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$  et  $\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

Corrigé voir 112.

### Exercice 113 – Mouvement RR 3D \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = H \overrightarrow{j_1} + R \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \overrightarrow{i_2}$ . On a  $H = 20 \text{ mm}$ ,  $r = 5 \text{ mm}$ ,  $L = 10 \text{ mm}$ .



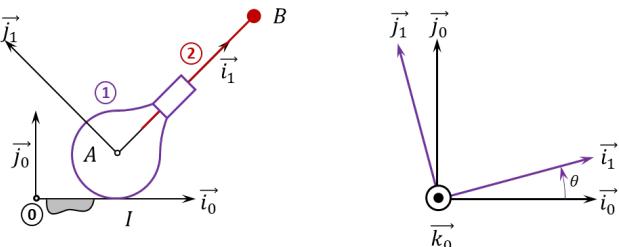
**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique en 3D pour  $\theta(t) = \pi \text{ rad}$  et  $\varphi(t) = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

### Exercice 114 – Mouvement RT – RSG \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{IA} = R \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = 20 \text{ mm}$ . On notera  $I_1$  le point de contact entre **0** et **1**.

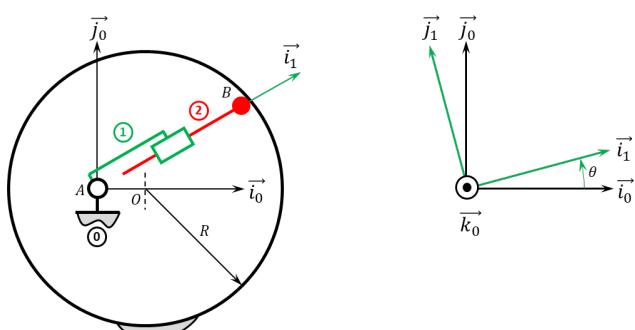
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = 30 \text{ mm}$ . On notera  $I_2$  le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points  $I_{0,0}$  et  $I_{0,1}$ , points résultants de la rupture de contact lors du passage de  $\theta(t)$  de  $0$  à  $\frac{\pi}{2}$ .

Corrigé voir 114.

### Exercice 115 – Pompe à palettes \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AO} = e \overrightarrow{i_0}$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$ . De plus  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre **0** et **2** en **B** est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .

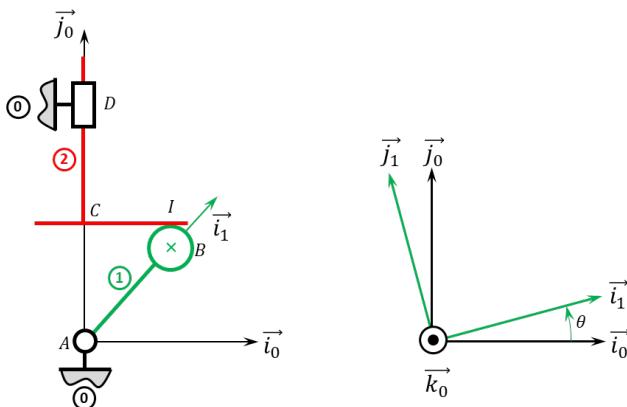
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \pi \text{ rad}$ .

**Question 4** En déduire la course de la pièce **2**.

Corrigé voir 115.

**Exercice 116 – Pompe à pistons radiaux \*\***
**B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.**

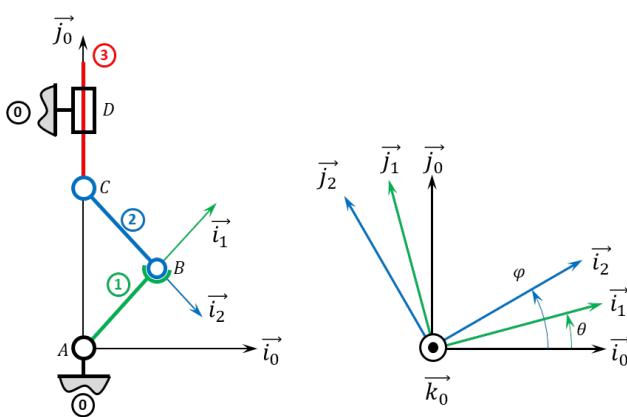
Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$ . De plus,  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 1 et 2 en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre 0 et 2.


**Question 1 Tracer le graphe des liaisons.**
**Question 2 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .**
**Question 3 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 4 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 5 En déduire la course de la pièce 2.**

Corrigé voir 116.

**Exercice 117 – Système bielle manivelle \*\***
**B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.**

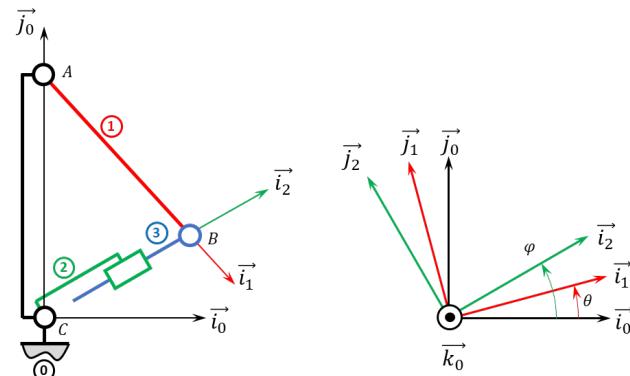
Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{CB} = L \vec{i}_2$ . De plus,  $R = 10 \text{ mm}$  et  $L = 20 \text{ mm}$ .


**Question 1 Tracer le graphe des liaisons.**
**Question 2 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 3 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 4 En déduire la course de la pièce 3.**

Corrigé voir 117.

**Exercice 118 – Système de transformation de mouvement \*\***
**B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.**

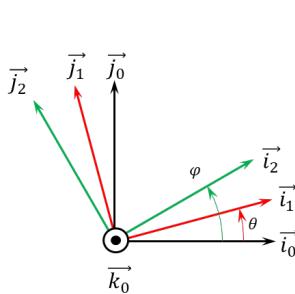
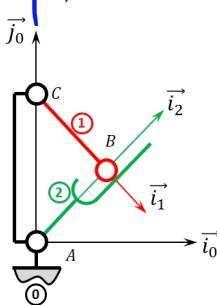
Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{CA} = H \vec{j}_0$ . De plus,  $R = 30 \text{ mm}$  et  $H = 40 \text{ mm}$ .


**Question 1 Tracer le graphe des liaisons.**
**Question 2 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 3 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .**
**Question 4 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .**
**Question 5 En déduire la course de la pièce 3.**

Corrigé voir 118.

**Exercice 119 – Barrière Sympact \*\***
**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = H \vec{j}_0$  et  $\overrightarrow{CB} = R \vec{i}_1$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$  et  $R = 40 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$  rad.

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 75^\circ$ .

**Question 4** Dans l'hypothèse où la pièce 1 peut faire des tours complets, quelle doit être la longueur minimale de la pièce 2.

**Question 5** Dans l'hypothèse où la pièce 2 fait 12 cm, quel sera le débattement maximal de la pièce 1.

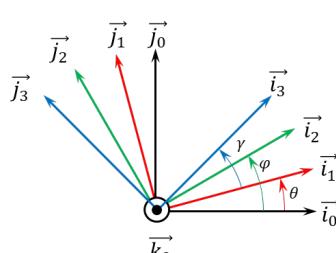
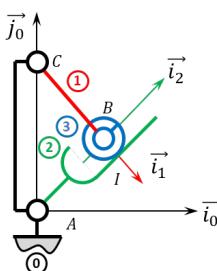
Indications :

1. .
2. .
3. .
4. 160 mm.
5. 160,8°.

Corrigé voir 149.

### Exercice 120 – Barrière Sympact \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice. Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AC} = H \vec{j}_0$  et  $\vec{CB} = R \vec{i}_1$ . De plus,  $H = 120$  mm,  $R = 40$  mm  $BI = 10$  mm.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

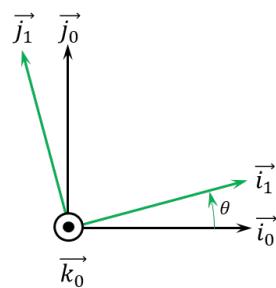
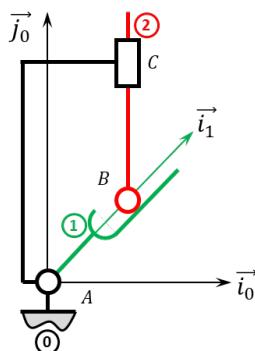
**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$  rad.

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$  rad.

### Exercice 121 – Poussoir \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AC} = L \vec{i}_0 + H \vec{j}_0$ . De plus,  $H = 120$  mm,  $L = 40$  mm.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{4}$  rad.

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{4}$  rad.

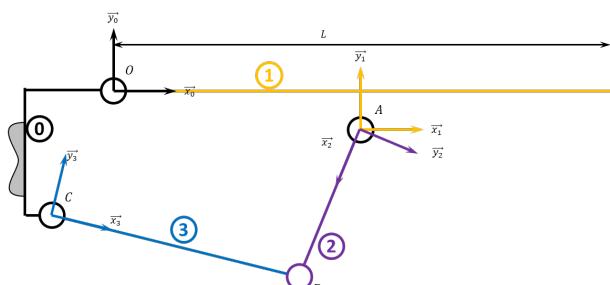
Corrigé voir 121.

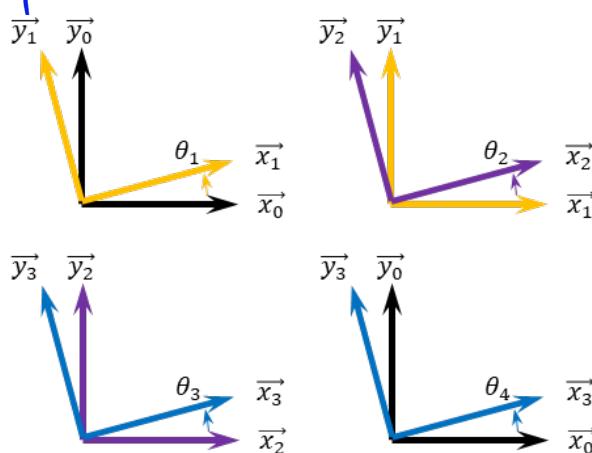
### Exercice 122 – Système 4 barres \*\*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

On a :

- $\vec{OA} = a \vec{x}_1 - f \vec{y}_1$  avec  $a = 355$  mm et  $f = 13$  mm;
- $\vec{AB} = b \vec{x}_2$  avec  $b = 280$  mm;
- $\vec{BC} = -c \vec{x}_3$  avec  $c = 280$  mm;
- $\vec{OC} = -d \vec{x}_0 - e \vec{y}_0$  avec  $d = 89,5$  mm et  $e = 160$  mm;





**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta_1(t) = 0 \text{ rad}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta_1(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

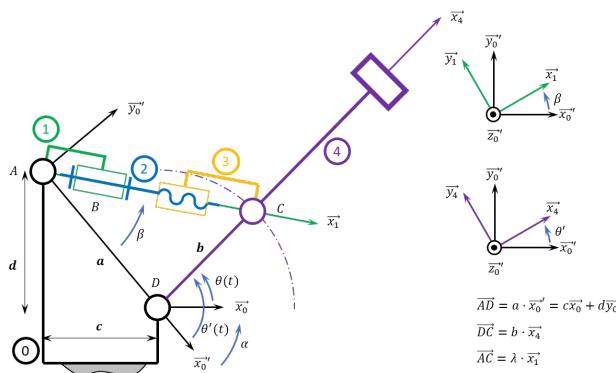
**Question 4** En déduire la course angulaire ( $\theta_4$ ) de la pièce 3.

Corrigé voir 122.

### Exercice 123 – Maxpid \*\*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs  $a = 107,1 \text{ mm}$ ,  $b = 80 \text{ mm}$ ,  $c = 70 \text{ mm}$ ,  $d = 80 \text{ mm}$ . Le pas de la vis est de 4 mm.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

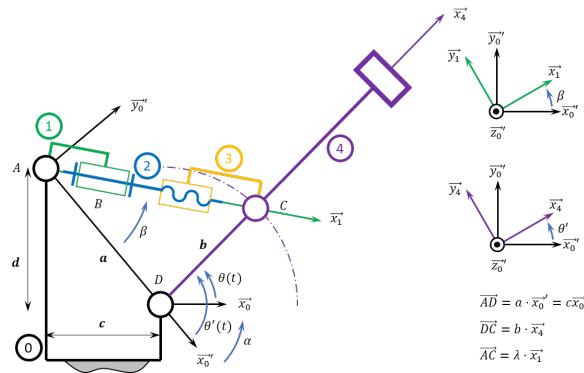
**Question 4** En déduire la course de  $\lambda$ .

Corrigé voir 124.

### Exercice 124 – Maxpid \*\*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs  $a = 107,1 \text{ mm}$ ,  $b = 80 \text{ mm}$ ,  $c = 70 \text{ mm}$ ,  $d = 80 \text{ mm}$ . Le pas de la vis est de 4 mm.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

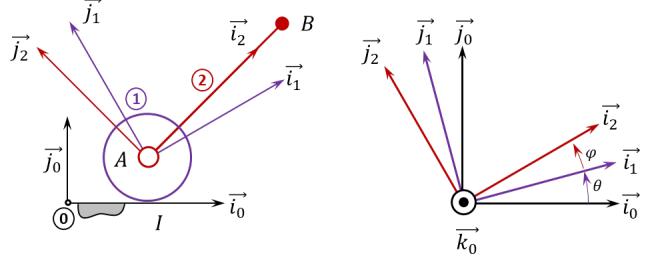
**Question 4** En déduire la course de  $\lambda$ .

Corrigé voir 124.

### Exercice 125 – Mouvement RR – RSG \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{IA} = R \vec{j}_0$  et  $\vec{AB} = L \vec{i}_1$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$  et  $\varphi(t) = 0 \text{ rad}$ . On notera  $I_0$  le point de contact entre  $\mathbf{0}$  et  $\mathbf{1}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$  et  $\varphi(t) = 0 \text{ rad}$ . On notera  $I_1$  le point de contact entre  $\mathbf{0}$  et  $\mathbf{1}$ . On précisera la position des points  $I_{0,0}$  et  $I_{0,1}$ , points résultants de la rupture de contact lors du passage de  $\theta(t)$  de 0 à  $\frac{\pi}{2}$ .

**Question 4** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$  et  $\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

Corrigé voir 125.

### Exercice 126 – Tabouret \*\*

B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.



**Question 1** Proposer un schéma cinématique permettant de modéliser la liaison entre l'assise et le sol.

Corrigé voir 126.

### Exercice 127 – Tabouret \*\*

B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.



**Question 1** Proposer 3 schémas cinématiques permettant de modéliser les contacts entre le sol et le tabouret.

Corrigé voir 127.

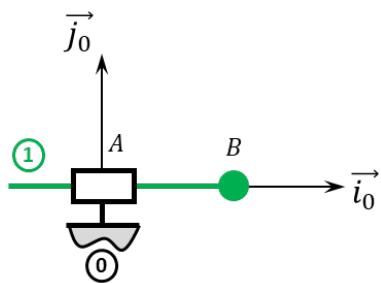
### 2.2.6 B2-13 – Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides

#### Exercice 128 – Mouvement T – \*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$ .



**Question 1** Quel est le mouvement de **I** par rapport à **0**.

**Question 2** Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point **B**, point appartenant à **I** par rapport à **0**.

Indications :

- 1.
2.  $x_B(t) = \lambda(t)$ .

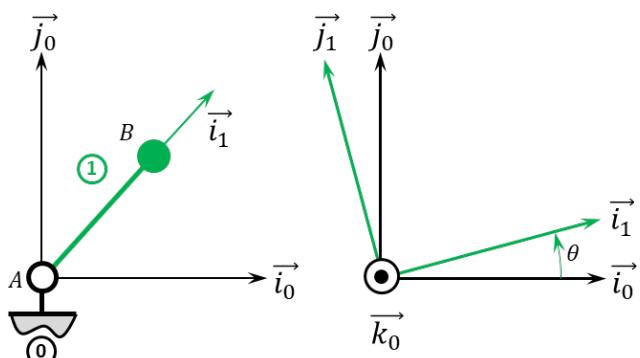
Corrigé voir 128.

### Exercice 129 – Mouvement R \*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ .



**Question 1** Quel est le mouvement de **I** par rapport à **0**.

**Question 2** Quelle est la trajectoire du point **B** appartenant à **I** par rapport à **0**.

**Question 3** Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point **B**, point appartenant à **I** par rapport à **0**.

Indications :

- 1.
- 2.
3.  $x_B(t) = R \cos \theta(t)$  et  $y_B(t) = R \sin \theta(t)$ .

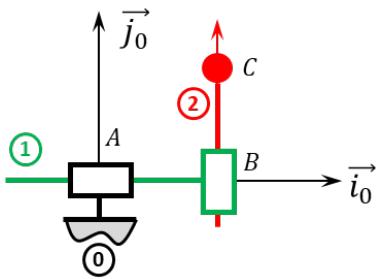
Corrigé voir 137.

### Exercice 130 – Mouvement TT – \*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \overrightarrow{j_0}$ .



**Question 1** Quel est le mouvement de 2 par rapport à 0.

**Question 2** Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon  $R = 10 \text{ cm}$  à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 3** Donner la relation liant  $\theta(t)$ ,  $v$  et  $R$ .

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par  $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = R \dot{\theta} \overrightarrow{e_\theta}$ .

**Question 4** Donner les expressions de  $\lambda(t)$  et  $\mu(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de  $v$ ,  $R$  et du temps.

**Question 5** En utilisant Python, tracer  $\lambda(t)$ ,  $\mu(t)$  et la trajectoire générée.

Indications :

1. .
2.  $x_C(t) = \lambda(t)$  et  $y_C(t) = \mu(t)$ .
3.  $\theta(t) = \frac{v}{R} t$ .
4.  $\lambda(t) = R \cos\left(\frac{v}{R} t\right)$ ,  $\mu(t) = R \sin\left(\frac{v}{R} t\right)$ .
5. .

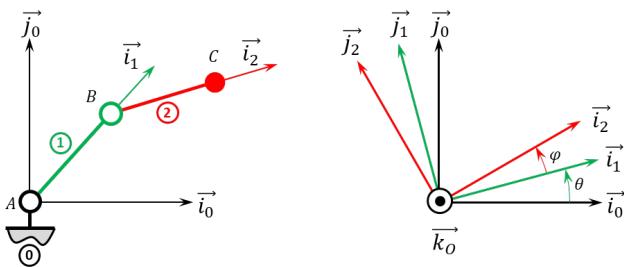
Corrigé voir 130.

### Exercice 131 – Mouvement RR \*

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \overrightarrow{i_2}$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ .



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

**Question 2** Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point C réalise un segment entre les points  $[-25, 25]$  et  $[25, 25]$  à la vitesse linéaire  $v$ .

**Question 3** Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.

**Question 4** Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.

**Question 5** Donner les expressions de  $\theta(t)$  et  $\varphi(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 6** En utilisant Python, tracer  $\theta(t)$ ,  $\varphi(t)$  et la trajectoire générée.

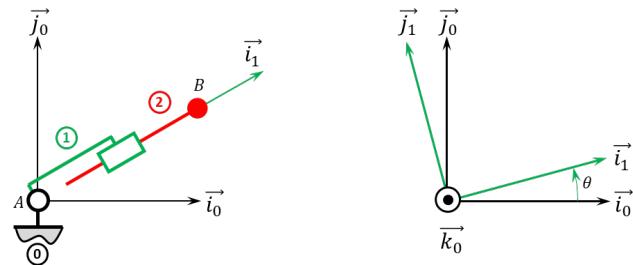
Corrigé voir 131.

### Exercice 132 – Mouvement RT \*

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$ .



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

**Question 2** Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points  $[-25, 25]$  et  $[25, 25]$ .

**Question 3** Donner les expressions de  $\theta(t)$  et  $\lambda(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 4** En utilisant Python, tracer  $\theta(t)$ ,  $\lambda(t)$  et la trajectoire générée.

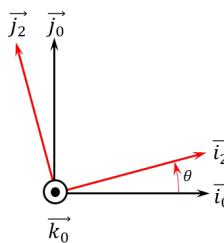
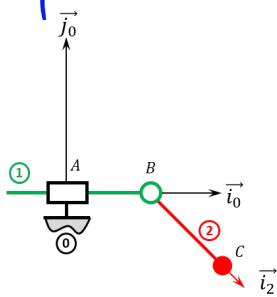
Corrigé voir 132.

### Exercice 133 – Mouvement RT \*

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$  et  $\overrightarrow{BC} = R \overrightarrow{i_2}$  avec  $R = 30 \text{ mm}$ .



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

**Question 2** Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points  $[-25, 25]$  et  $[25, 25]$ .

**Question 3** Donner les expressions de  $\theta(t)$  et  $\lambda(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 4** En utilisant Python, tracer  $\theta(t)$ ,  $\lambda(t)$  et la trajectoire générée.

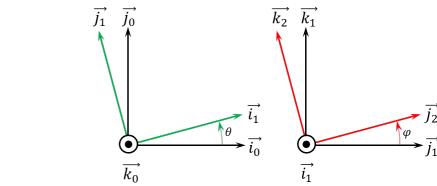
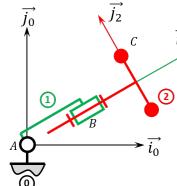
Corrigé voir 133.

### Exercice 134 – Mouvement RR 3D \*\*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$ . On note  $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$  et  $r = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

**Question 2** Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

Indications :

1. .
2.  $x_C(t) = (R + \ell) \cos \theta - r \cos \varphi \sin \theta$ ,  $y_C(t) = (R + \ell) \sin \theta + r \cos \varphi \cos \theta$ ,  $z_C(t) = r \sin \varphi$ .

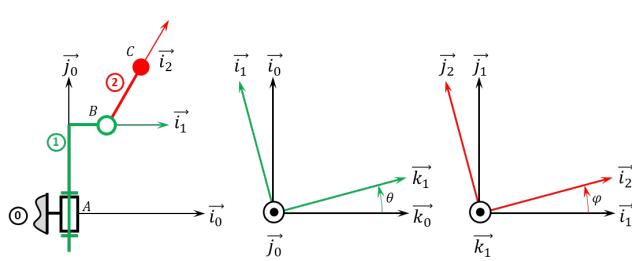
Corrigé voir 134.

### Exercice 135 – Mouvement RR 3D \*\*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ . On a  $H = 20 \text{ mm}$ ,  $R = 20 \text{ mm}$ ,  $L = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

**Question 2** Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

Indications

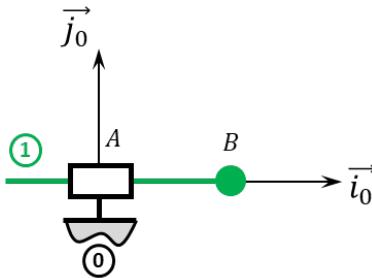
1. Tore.
2.  $x_C(t) = R \cos \theta + L \cos \varphi \cos \theta$ ,  $y_C(t) = H + L \sin \varphi$ ,  $z_C(t) = -R \sin \theta - L \cos \varphi \sin \theta$ .

Corrigé voir 143.

### Exercice 136 – Mouvement T – \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ .



**Question 1** Donner le toreur cinématique  $\{\mathcal{V}(1/0)\}$  au point B.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)}$ .

Indications :

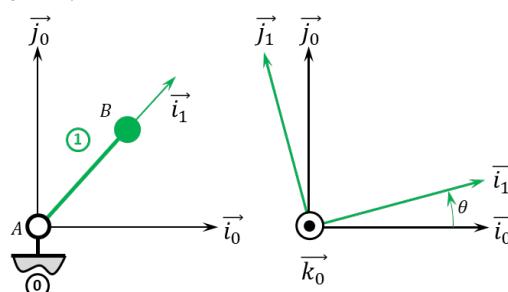
1.  $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 \end{array} \right\}_{VP}$ .
2.  $\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0$ .

Corrigé voir 136.

### Exercice 137 – Mouvement R \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V(B,1/0)}$  par dérivation vectorielle.

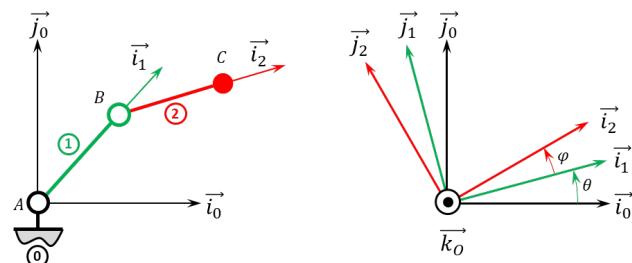
**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{V(B,1/0)}$  par une autre méthode.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(1/0)\}$  au point B.

**Question 4** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$ .

Indications :

1.  $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta} \vec{j}_1$ .
2.  $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\ddot{\theta} \vec{j}_1$ .
3.  $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ R\dot{\theta} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B$ .
4.  $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = R\ddot{\theta} \vec{j}_1 - R\dot{\theta}^2 \vec{i}_1$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V(C,2/0)}$  par dérivation vectorielle.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{V(C,2/0)}$  par composition.

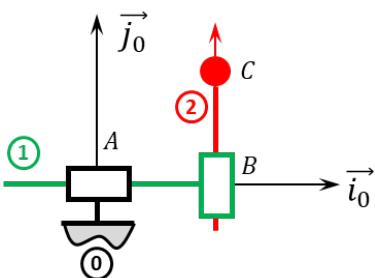
**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 4** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$ .

### Exercice 138 – Mouvement TI – \*

**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V(C,2/0)}$  par dérivation vectorielle ou par composition.

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 3** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$ .

Indications :

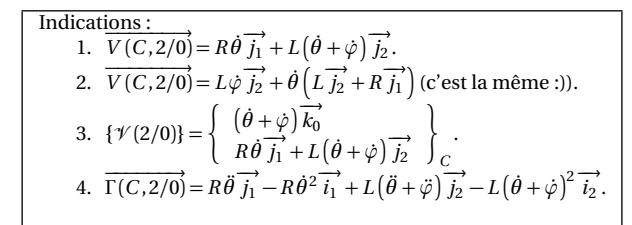
1.  $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0$ .
2.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0 \end{array} \right\}_{\mathbb{V}_P}$ .
3.  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \ddot{\mu}(t) \vec{j}_0$ .

Corrigé voir 138.

### Exercice 139 – Mouvement RR \*

**B2-13**

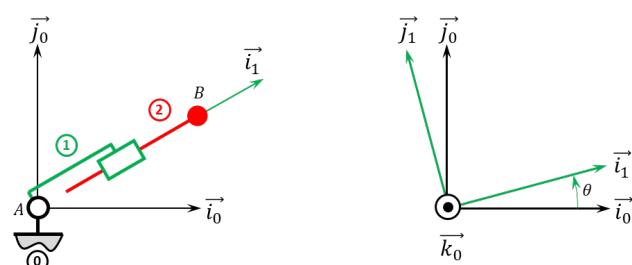
Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ .



### Exercice 140 – Mouvement RT \*

**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V(B,2/0)}$  par dérivation vectorielle.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{V(B,2/0)}$  par composition.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point B.

**Question 4** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$ .

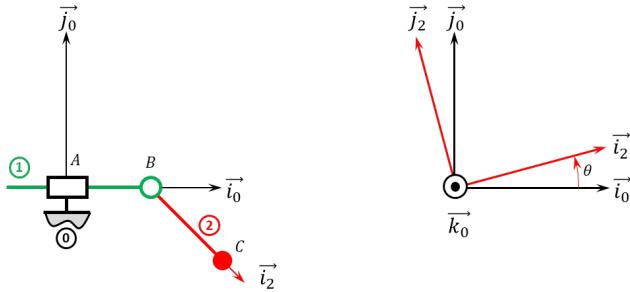
Indications :

1.  $\vec{V}(B, 2/0) = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1$ .
2.  $\vec{V}(B, 2/0) = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1$ .
3.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}(t) \vec{k}_0 \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B$ .
4.  $\vec{\Gamma}(B, 2/0) = (\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t) \dot{\theta}(t)^2) \vec{i}_1 + (\dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t) + \dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t)) \vec{j}_1$ .

Corrigé voir 140.

**Exercice 141 – Mouvement RT \***
**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\vec{BC} = R \vec{i}_2$  avec  $R = 30 \text{ mm}$ .



**Question 1** Déterminer  $\vec{V}(C, 2/0)$  par dérivation vectorielle ou par composition.

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 3** Déterminer  $\vec{\Gamma}(C, 2/0)$ .

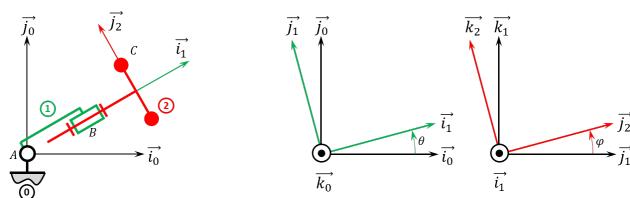
Indications :

1.  $\vec{V}(C, 2/0) = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R \dot{\theta} \vec{j}_2$ .
2.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\Omega}(2/0) = \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ \vec{V}(C, 2/0) \end{array} \right\}_C$ .
3.  $\vec{\Gamma}(C, 2/0) = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R(\dot{\theta} \vec{j}_2 - \dot{\theta}^2 \vec{i}_2)$ .

Corrigé voir 141.

**Exercice 142 – Mouvement RR 3D \***
**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\vec{BC} = L \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$ . On note  $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$  et  $r = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Déterminer  $\vec{V}(C, 2/0)$  par dérivation vectorielle.

**Question 2** Déterminer  $\vec{V}(C, 2/0)$  par composition.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 4** Déterminer  $\vec{\Gamma}(C, 2/0)$ .

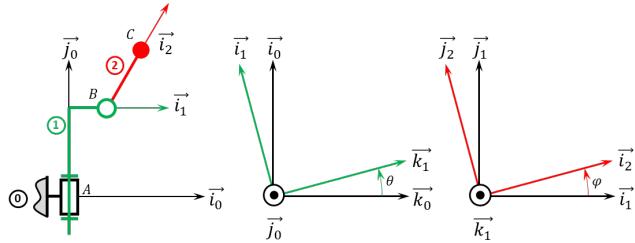
Indications :

1.  $\vec{V}(C, 2/0) = (R + \ell) \dot{\theta} \vec{j}_1 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\varphi} \vec{k}_2$ .
2.  $\vec{V}(C, 2/0) = r \dot{\varphi} \vec{k}_2 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + \ell \dot{\theta} \vec{j}_1 + R \dot{\theta} \vec{j}_1$ .
3.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_1 + \dot{\varphi} \vec{i}_1 \\ (R + \ell) \dot{\theta} \vec{j}_1 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\varphi} \vec{k}_2 \end{array} \right\}_C$ .
4.  $\vec{\Gamma}(C, 2/0) = (R + \ell) \ddot{\theta} \vec{j}_1 - (R + \ell) \dot{\theta}^2 \vec{i}_1 - r \ddot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \varphi \vec{i}_1 - r \dot{\theta}^2 \cos \varphi \vec{j}_1 + r \ddot{\varphi} \vec{k}_2 + r \dot{\varphi} (\dot{\theta} \sin \varphi \vec{i}_1 - \dot{\varphi} \vec{j}_2)$ .

Corrigé voir 134.

**Exercice 143 – Mouvement RR 3D \***
**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$  et  $\vec{BC} = L \vec{i}_2$ . On a  $H = 20 \text{ mm}$ ,  $r = 5 \text{ mm}$ ,  $L = 10 \text{ mm}$ .



**Question 1** Déterminer  $\vec{V}(C, 2/0)$  par dérivation vectorielle.

**Question 2** Déterminer  $\vec{V}(C, 2/0)$  par composition du vecteur vitesse.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 4** Déterminer  $\vec{\Gamma}(C, 2/0)$ .

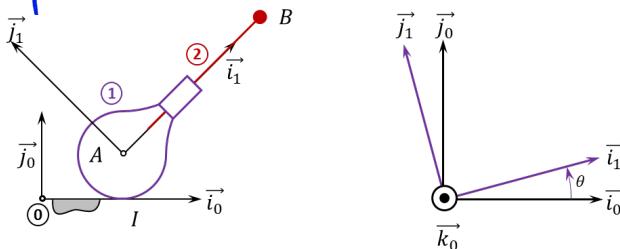
Indications :

1.  $\vec{V}(C, 2/0) = -R \dot{\theta} \vec{k}_1 + L(-\dot{\theta} \cos \varphi \vec{k}_1 + \dot{\varphi} \vec{j}_2)$ .
2.  $\vec{V}(C, 2/0) = L \dot{\varphi} \vec{j}_2 - \dot{\theta}(R \vec{k}_1 + L \cos \varphi \vec{k}_1)$ .
3.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\varphi} \vec{k}_2 + \dot{\theta} \vec{j}_0 \\ L \dot{\varphi} \vec{j}_2 - \dot{\theta}(R \vec{k}_1 + L \cos \varphi \vec{k}_1) \end{array} \right\}_C$ .
4.  $\vec{\Gamma}(C, 2/0) = L \dot{\varphi} \vec{j}_2 + L \dot{\varphi} (\dot{\theta} \sin \varphi \vec{k}_1 - \dot{\theta} \vec{i}_2) - \ddot{\theta}(R \vec{k}_1 + L \cos \varphi \vec{k}_1) - \dot{\theta}(R \dot{\theta} \vec{i}_1 + L \cos \varphi \dot{\theta} \vec{i}_1 - L \dot{\varphi} \sin \varphi \vec{k}_1)$ .

Corrigé voir 143.

**Exercice 144 – Mouvement RT – RSG \*\***
**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{IA} = R \vec{j}_0$  et  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ . On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I.



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ .

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point B.

**Question 3** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$ .

Indications :

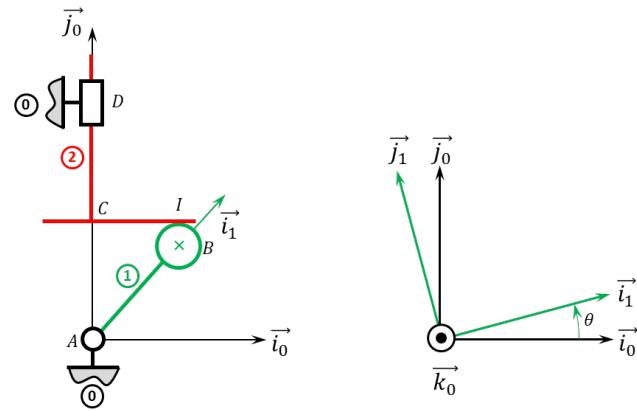
1.  $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda} \vec{i}_1 + \dot{\theta} (\lambda(t) \vec{j}_1 - R \vec{i}_0)$ .
2.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ \dot{\lambda} \vec{i}_1 + \dot{\theta} (\lambda(t) \vec{j}_1 - R \vec{i}_0) \end{array} \right\}_B$ .
3.  $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \dot{\lambda}(t) \dot{\theta} \vec{j}_1 + \ddot{\theta}(t) (\lambda(t) \vec{j}_1 - R \vec{i}_0) + \dot{\theta}(t) (\dot{\lambda}(t) \vec{j}_1 - \lambda(t) \dot{\theta} \vec{i}_1)$ .

Corrigé voir 145.

### Exercice 146 – Pompe à piston axial \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$ . De plus,  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 1 et 2 en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre 0 et 2.

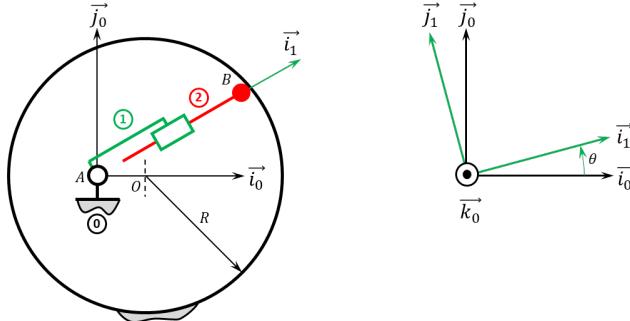


Corrigé voir 144.

### Exercice 145 – Pompe à palettes \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AO} = e \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 0 et 2 en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme  $\dot{\lambda}_+(t) = -e \dot{\theta}(t) \sin \theta(t) - \frac{e^2 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \sin \theta(t)}{\sqrt{e^2 \cos^2 \theta(t) - e^2 + R^2}}$  (voir exercice 199 – à vérifier).

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point B.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$ .

Indications :

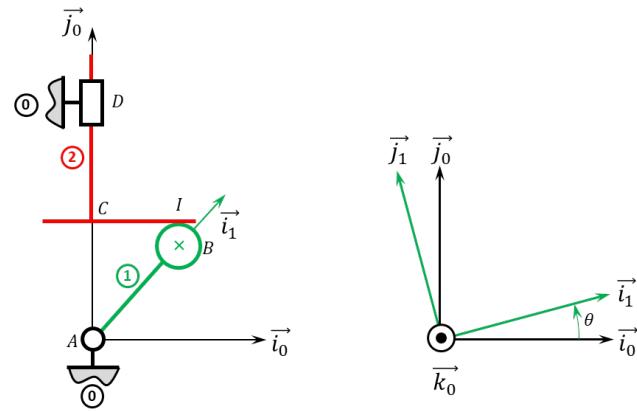
1.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}(t) \vec{k}_0 \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B$ .
2.  $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + 2\dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 + \lambda(t) \ddot{\theta}(t) \vec{j}_1 - \lambda(t) \dot{\theta}^2(t) \vec{i}_1$ .

Corrigé voir 145.

### Exercice 146 – Pompe à piston axial \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$ . De plus,  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 1 et 2 en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre 0 et 2.



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme  $\lambda(t) = e \sin \theta + R$  ou encore  $\dot{\lambda}(t) = e \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$  (voir exercice 200).

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$ .

Indications :

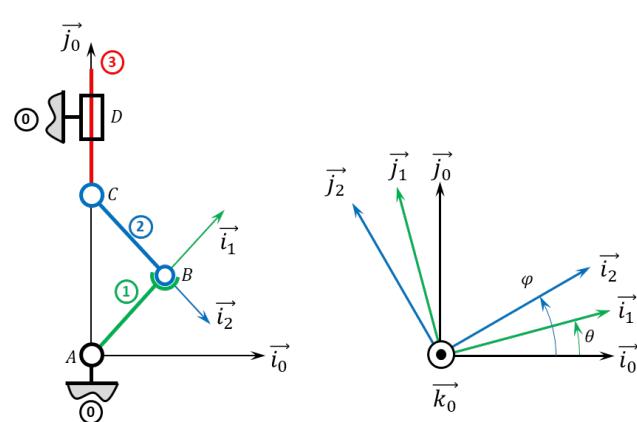
1.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{j}_0 \end{array} \right\}_C$ .
2.  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{j}_0$ .

Corrigé voir 146.

### Exercice 147 – Système bielle manivelle \*

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{CB} = L \vec{i}_2$ . De plus,  $R = 10 \text{ mm}$  et  $L = 20 \text{ mm}$ .



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme  $\lambda(t) = \pm\sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)} + R \sin \theta(t)$  et  $\dot{\lambda}(t) = \pm \left( \frac{R^2 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \sin \theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)}} \right) + \dot{\theta}(t) R \cos \theta(t)$ . (à vérifier – voir exercice 201).

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point B.

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  et au point C.

**Question 3** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$ .

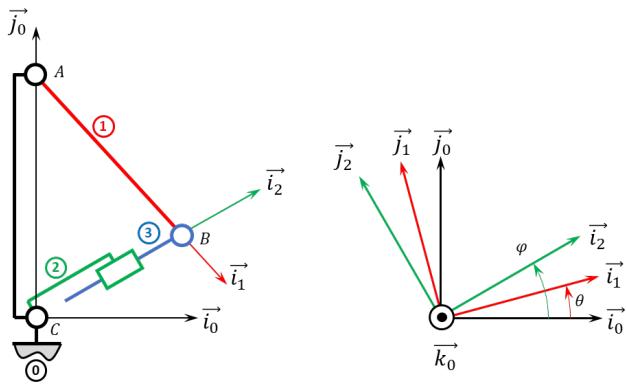
**Question 4** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$ .

Corrigé voir 147.

### Exercice 148 – Système de transformation de mouvement \*

**B2-13** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{CA} = H \overrightarrow{j_0}$ . De plus,  $R = 30 \text{ mm}$  et  $H = 40 \text{ mm}$ .



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme \*\*\* (voir exercice 202).

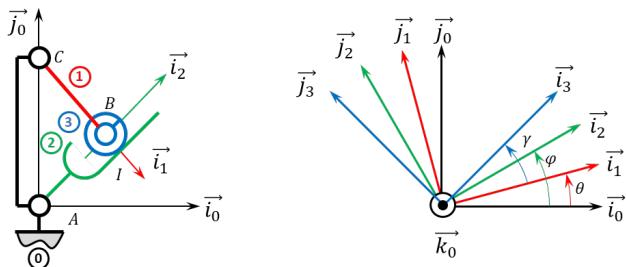
**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(3/0)\}$  au point B.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B,3/0)}$ .

Corrigé voir 148.

### Exercice 149 – Barrière Sympact \*\*

**B2-13** Pas de corrigé pour cet exercice. Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = H \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{CB} = R \overrightarrow{i_1}$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$ ,  $R = 40 \text{ mm}$   $BI = 10 \text{ mm}$ .



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme \*\*\* (voir exercice 203).

**Question 1** En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer  $\gamma(t)$  et  $\dot{\gamma}(t)$ .

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(3/2)\}$  au point B.

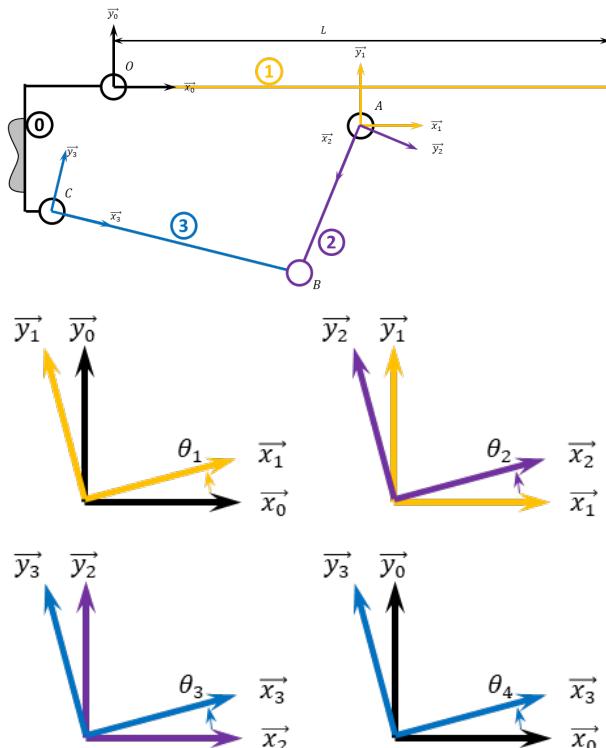
Corrigé voir 149.

### Exercice 150 – Système 4 barres \*\*\*

**B2-13** Pas de corrigé pour cet exercice.

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a \overrightarrow{x_1} - f \overrightarrow{y_1}$  avec  $a = 355 \text{ mm}$  et  $f = 13 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{AB} = b \overrightarrow{x_2}$  avec  $b = 280 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{BC} = -c \overrightarrow{x_3}$  avec  $c = 280 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{OC} = -d \overrightarrow{x_0} - e \overrightarrow{y_0}$  avec  $d = 89,5 \text{ mm}$  et  $e = 160 \text{ mm}$ ;



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme \*\*\* (voir exercice 206). On définit le point G tel que  $\overrightarrow{OG} = L \overrightarrow{x_1}$ .

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(1/0)\}$  au point G.

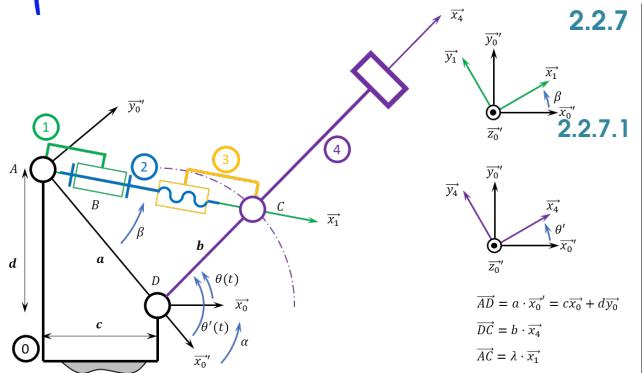
**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(G,1/0)}$ .

Corrigé voir 150.

### Exercice 151 – Maxpid \*\*\*

**B2-13** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.


**2.2.7**
**2.2.7.1**

Par ailleurs  $a = 107,1 \text{ mm}$ ,  $b = 80 \text{ mm}$ ,  $c = 70 \text{ mm}$ ,  $d = 80 \text{ mm}$ . Le pas de la vis est de 4 mm.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme \*\*\* (voir exercice 207).

On définit le point  $G$  tel que  $\overrightarrow{OG} = L\overrightarrow{x_4}$ .

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(4/0)\}$  au point  $G$ .

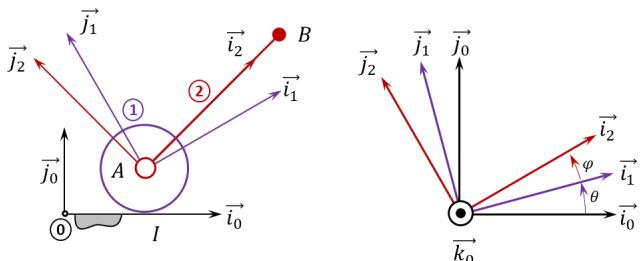
**Question 2** Déterminer  $\overline{\Gamma(G, 4/0)}$ .

Corrigé voir 151.

**Exercice 152 – Mouvement RR – RSG \*\***

**B2-13**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{i_2}$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ . On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point  $I$ .



**Question 1** Déterminer  $\overline{V(B, 2/0)}$ .

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point  $B$ .

**Question 3** Déterminer  $\overline{\Gamma(B, 2/0)}$ .

Indications (à vérifier...):

1.  $\overline{V(B, 2/0)} = L\dot{\phi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0})$ .
2.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overline{\Omega(2/0)} = (\dot{\phi}(t) + \dot{\theta}(t))\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\phi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}) \end{array} \right\}_B$ .
3.  $\overline{\Gamma(B, 2/0)} = L\ddot{\phi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\phi}(t)(\dot{\phi}(t) + \dot{\theta}(t))\overrightarrow{i_2} + \dot{\theta}(t)(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$ .

Corrigé voir 152.

## Modéliser une action mécanique

### Passage du modèle local au modèle global

#### Exercice 153 – La Seine Musicale \*

**B2-14** Pas de corrigé pour cet exercice.

On choisit de représenter une demi-voile, de repère  $\mathcal{R}_v(O; \overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{y_v}, \overrightarrow{z})$ , par une portion de demi-sphère (Figure 2.1). On pourra remarquer qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les repères  $\mathcal{R}_{C_G}(C_G; \overrightarrow{x_{C_G}}, \overrightarrow{y_{C_G}}, \overrightarrow{z})$  et  $\mathcal{R}_v(O; \overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{y_v}, \overrightarrow{z})$ , associé à la demi-voile. On rappelle que  $\overrightarrow{OC_G} = R\overrightarrow{y_{C_G}}$ , avec  $R$  le rayon moyen de la voie de roulement.

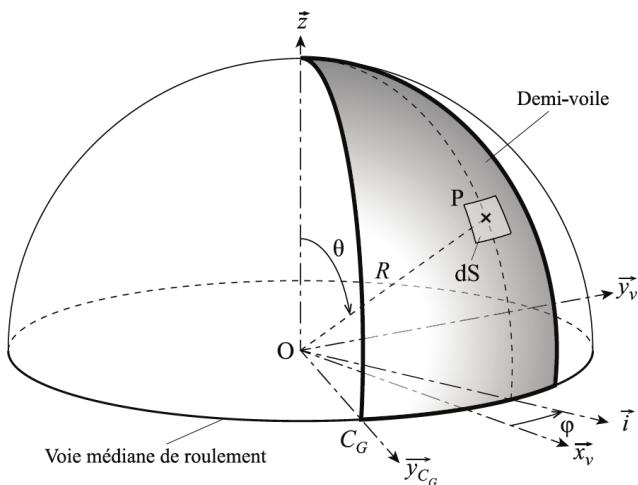


FIGURE 2.1 – Paramétrage de la surface totale et élémentaire en coordonnées sphériques de la demi-voie

La figure Figure 2.2 présente l'orientation du vent par rapport au plan de symétrie de la demi-voie dans le plan  $(\overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{y_v})$ . La densité d'effort surfacique du vent sur la demi-voie, pour une vitesse de  $9 \text{ m s}^{-1}$ , est noté  $\overrightarrow{f}_{\text{vent}} = f \overrightarrow{u}$  avec  $f = 54,7 \text{ N m}^{-2}$ , l'orientation de  $\overrightarrow{u}$  étant définie par l'angle constant  $\alpha = (\overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{u})$ .

La base associée au système de coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$  est  $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_\varphi})$ . La position du point  $P$  appartenant à la demi-voie est définie par  $\overrightarrow{OP} = R\overrightarrow{e_r}$  avec  $R$  le rayon moyen de la voie de roulement ( $R = 22,75 \text{ m}$ ). L'angle azimutal  $\varphi$  évolue entre  $-\frac{\pi}{8}$  et  $\frac{\pi}{8}$  et l'élévation  $\theta$  évolue entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$ . On précise que, dans le cas présenté Figure 2.1, la surface élémentaire en coordonnées sphériques est notée  $dS = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ .

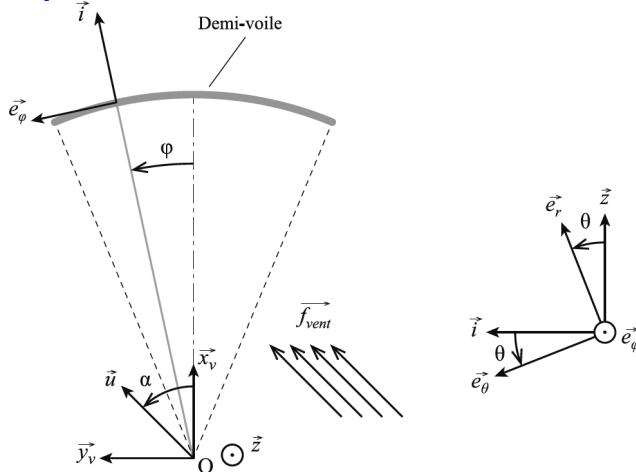


FIGURE 2.2 – Paramétrage angulaire

**Question 1** Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface  $dS$ , noté  $d\vec{F}_{vent}$ .

**Question 2** Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe  $(O, \vec{z})$ ,  $\vec{M}(O, vent \rightarrow demi-voile) \cdot \vec{z}$  s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe  $(O, \vec{z})$  en fonction de  $R$ ,  $f$  et  $\alpha$ .

**Question 3** On définit  $F_{vent}$  tel que (2.2.7.2)  
 $\vec{z} = \vec{M}(O, vent \rightarrow demi-voile) \cdot \vec{z}$ . En déduire l'expression de  $F_{vent}$  l'effort du vent au point  $C_G$  s'opposant au déplacement du chariot central.

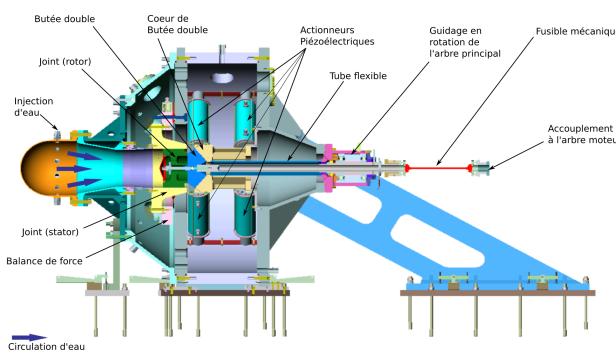
Afin de modéliser le déplacement de la voile dans le cas le plus défavorable, on souhaite déterminer la valeur maximale de  $|F_{vent}|$ .

**Question 4** Pour quelle valeur de  $\alpha$  cet effort est-il maximal? Déterminer la valeur maximale de  $|F_{vent}|$ .

Corrigé voir 153.

#### Exercice 154 – Banc Balafre \*

**B2-14** Pas de corrigé pour cet exercice. La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble  $S = \{JR + CB\}$ . On nommera  $G$  le centre d'inertie de l'ensemble  $S$ .



#### Données et hypothèses

- On note  $\vec{BM} = z \vec{z}_0 + R_J \vec{u}(\theta)$  où  $R_J$  est le rayon du joint avec  $R_J = 175$  mm;
- la longueur du joint est  $L_J = 150$  mm. La position du point  $B$ , centre du joint est  $\vec{OB} = z_B \vec{z}_0$  avec  $z_B = 425$  mm;
- Le cœur de butée a une masse  $M_{CB} = 40$  kg et la position de son centre d'inertie  $G_{CB}$  est paramétrée par  $\vec{OG}_{CB} = L_{CB} \vec{z}_0$  avec  $L_{CB} = 193$  mm;
- Les positions des points  $A_4$  et  $A_8$  sont paramétrées par  $\vec{OA}_4 = z_4 \vec{z}_0 - R_{CB} \vec{y}_0$  et  $\vec{OA}_8 = -R_{CB} \vec{y}_0$  avec  $z_4 = 280$  mm et  $R_{CB} = 150$  mm.

On souhaite déterminer la résultante des actions de pression du fluide sur le joint (rotor). On rappelle qu'un élément de surface  $dS$  autour d'un point  $M$  sur une surface cylindrique de rayon  $R_J$  s'exprime  $dS = R_J d\theta dz$ .

**Question 1** Exprimer au point  $M$  le torseur  $\{dT_{f \rightarrow J_R}\}$  de l'action de pression du fluide sur un élément de surface  $dS$  joint en fonction de  $p(t)$ ,  $dS$  et  $\vec{u}(\theta)$ .

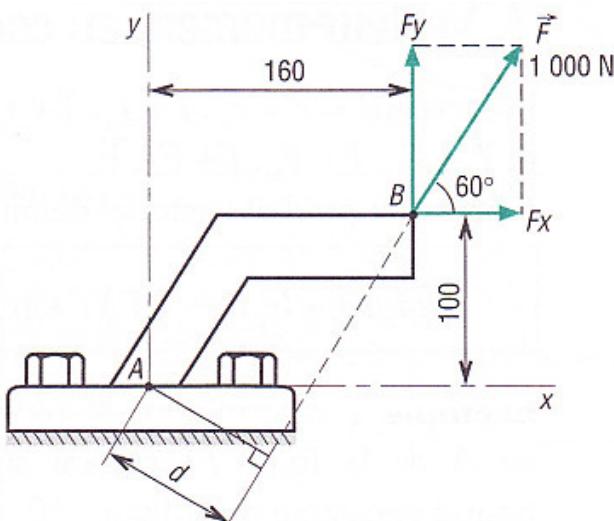
**Question 2** En déduire l'expression en  $B$  du torseur  $\{T_{f \rightarrow J_R}\}$  de l'action de pression du fluide sur l'ensemble du joint.

Corrigé voir 154.

#### Modéliser une action mécanique – Modèle global

##### Exercice 155 – Calcul de moment\*

**B2-14** Pas de corrigé pour cet exercice.



**Question 1** Déterminer  $\vec{M}(B, F)$ .

**Question 2** Déterminer  $\vec{M}(A, F)$ .

Corrigé voir 155.

##### Exercice 156 – Calcul de moment\*

**B2-14** Pas de corrigé pour cet exercice.

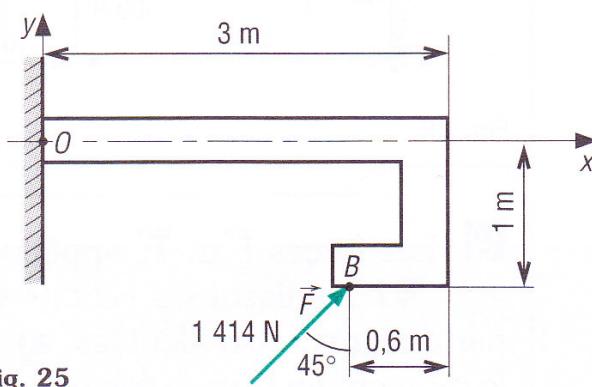


Fig. 25

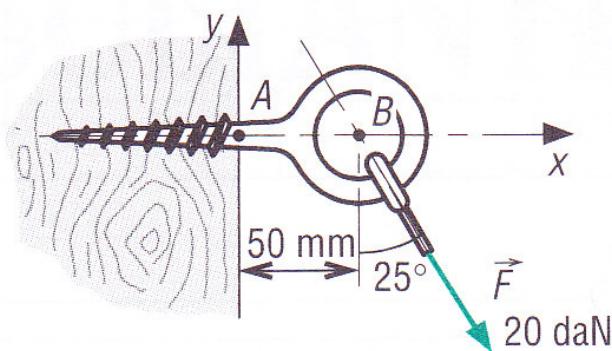
**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{M}(B, \vec{F})$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{M}(O, \vec{F})$ .

Corrigé voir 156.

**Exercice 157 – Calcul de moment\***

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.



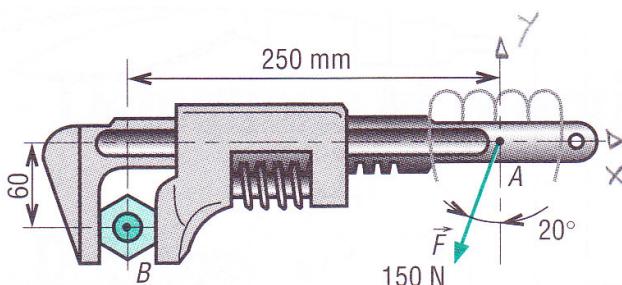
**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{M}(B, \vec{F})$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{M}(A, \vec{F})$ .

Corrigé voir ??.

**Exercice 158 – Calcul de moment\***

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.



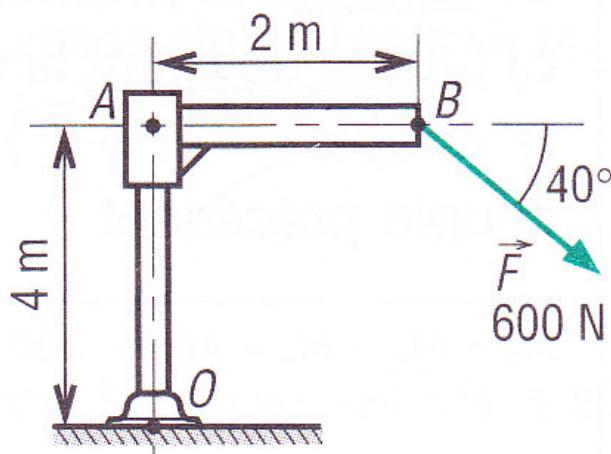
**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{M}(A, \vec{F})$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{M}(B, \vec{F})$ .

Corrigé voir 158.

**Exercice 159 – Calcul de moment\***

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.



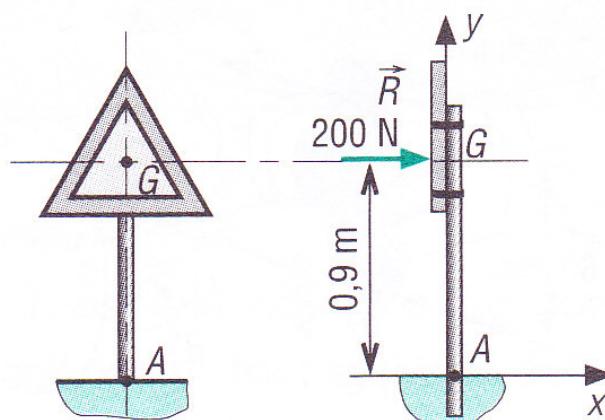
**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{M}(B, \vec{F})$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{M}(O, \vec{F})$ .

Corrigé voir 159.

**Exercice 160 – Calcul de moment\***

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{M}(G, \vec{R})$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{M}(A, \vec{R})$ .

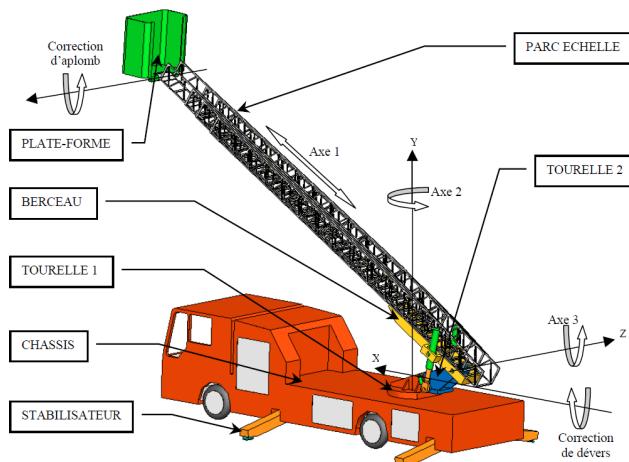
Corrigé voir 160.

## 2.2.8 Modifier un modèle pour le rendre isostatique

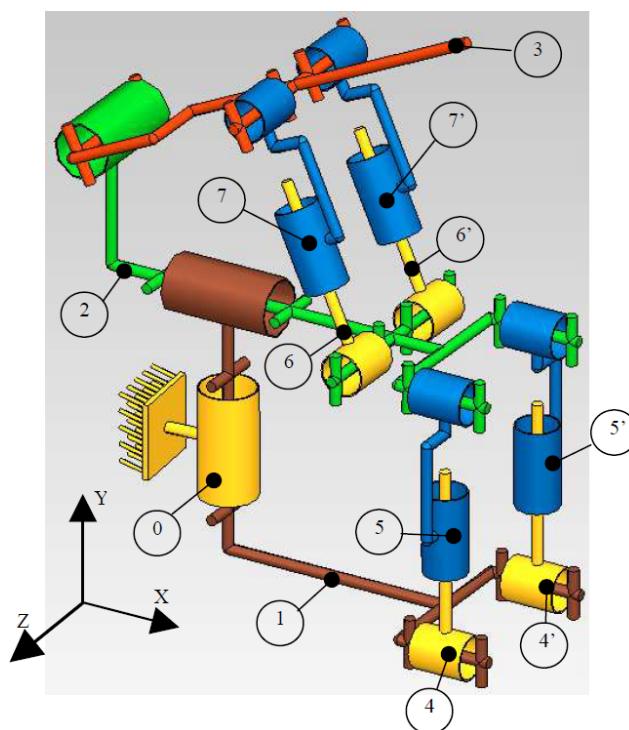
### Exercice 161 - \*

**B2-16**
**Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à l'échelle pivotante équipant un camion de pompier.



On donne un schéma cinématique du système de manœuvre du parc échelle.



**Question 1** Réaliser le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer le degré d'hyperstatisme de ce mécanisme.

**Question 3** Proposer des modifications qui permettraient de le rendre isostatique.

Éléments de corrigé :

1. .
2.  $h = 8$ .
3. .

**2.2.9**
**Décrire le comportement d'un système séquentiel**

### Exercice 162 - Le banc balafre \*

**B2-17** **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Pendant un essai, les actionneurs sont commandés axe par axe (c'est-à-dire par groupes de deux actionneurs piézoélectriques) grâce à un module d'électronique de puissance  $2 \times 10 \text{ kVA}$ . Ainsi, quatre modules sont installés dans l'armoire de commande. Les actionneurs sont commandés pour générer ce que l'on appelle des « rafales » : ils produisent les vibrations avec les caractéristiques voulues par l'opérateur, pendant une durée qui dépend de l'objectif de l'essai en cours.

**Objectif** Nous allons modéliser la façon dont la commande du système doit être programmée afin de protéger les composants vis-à-vis de problèmes de surchauffe.

Afin de protéger les composants, le système de commande doit imposer des périodes de temporisation pour favoriser le refroidissement des actionneurs et amplificateurs. Les amplificateurs de puissance ne doivent pas être utilisés en continu pendant plus de timeout = 10 s. Le superviseur ne doit pas autoriser de temps de rafale supérieur à  $t_{\max} = 31 \text{ s}$ . À chaque période supérieure à timeout, il est nécessaire de temporiser le système pendant 1 s et pour une durée de rafale supérieure à  $t_{\max}$ , il est nécessaire de temporiser pendant 3 s. Le diagramme d'état du superviseur du banc Balafre est présenté sur la figure 3.2.

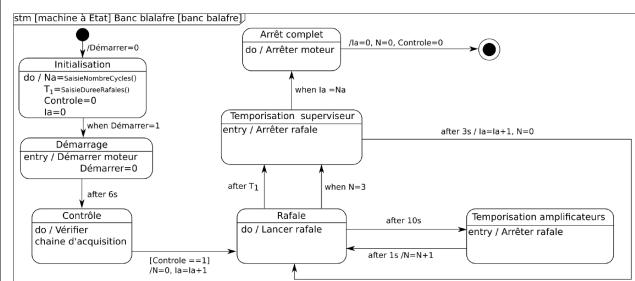


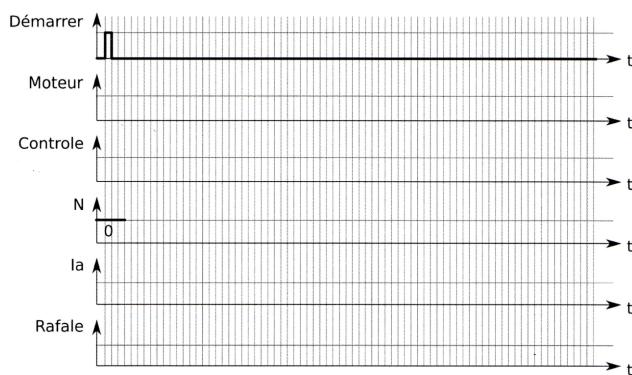
FIGURE 2.3 – Diagramme d'état du superviseur du banc Balafre.

Les variables suivantes permettent de réaliser le suivi d'un processus de mesure :

- Démarrer est une variable booléenne. Elle devient vraie, lorsque l'opérateur a saisi le nombre  $N_a$  de cycles qu'il souhaite réaliser et la durée  $T_1$  de chaque cycle, et qu'il a validé sa saisie.
- Moteur est une variable qui vaut 1 lorsque le moteur a atteint sa vitesse de consigne (supposée non nulle, la vitesse nulle n'étant pas une consigne d'intérêt pratique pour le banc d'essais). Quand Moteur a atteint la valeur 1, seul le retour à l'arrêt peut modifier l'état de cette variable en la faisant repasser à 0. On considère qu'il faut 5 s pour atteindre la vitesse de consigne ou revenir à l'arrêt.

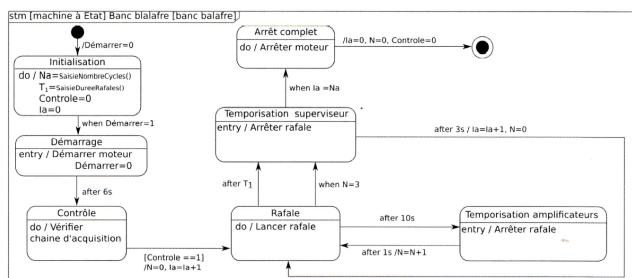
- Contrôle est une variable qui décrit le résultat des contrôles de la chaîne d'acquisition :
  - Contrôle=0 si les contrôles n'ont pas été effectués;
  - Contrôle=1 si les contrôles sont terminés et que tout est en ordre de marche;
  - Contrôle=2 si les contrôles ont détecté une anomalie.
- Rafale est une variable qui vaut 1 si une rafale est en cours, et 0 sinon.

**Question 1** On souhaite réaliser un cycle de rafale de huit secondes. En suivant le diagramme d'état de la figure 3.2, et en supposant que le contrôle soit réalisé en 1 seconde et conclue à ce que tout soit en ordre de marche, compléter le chronogramme.



Pour un fonctionnement sûr de l'installation, le système doit arrêter les moteurs si les contrôles détectent une anomalie.

**Question 2** Modifier le diagramme d'état ci-dessous pour prendre en compte ce cas de figure.



Corrigé voir 162.

## 2.2.10 Modéliser un convertisseur électromécanique

### Exercice 163 – Le banc balafré \*

**Pas de corrigé pour cet exercice.**

**Objectif** L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 1.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à  $6000 \text{ tr min}^{-1}$  est estimé à  $C_{\text{res}} = 300 \text{ Nm}$ .
- 1.02 – Vitesse de rotation : la vitesse cible NC (vitesse de rotation du rotor de joint) doit pouvoir être réglée à une valeur choisie entre  $5000 \text{ tr min}^{-1}$  et  $7000 \text{ tr min}^{-1}$ .
- 1.03 – Loi de commande : la mise en rotation doit se faire à accélération constante pendant une durée n'excédant par  $T_{\text{acc}} = 5 \text{ s}$ .

Nous allons modéliser le moteur asynchrone Leroy Somer PLS-280-MP. Ceci va nous permettre de déterminer sa caractéristique de couple. Cette caractéristique sera utilisée dans les parties suivantes et nous permettra dans cette partie de déterminer la fréquence de commande du moteur pour la phase de mesure en régime stationnaire.

Données et hypothèses :

- le réseau d'alimentation électrique fournit une tension  $230/400 \text{ V}$  en  $50 \text{ Hz}$ ;
- la plaque signalétique du moteur est donnée en figure Figure 3.2;
- on négligera les pertes fer et les pertes mécaniques dans le moteur;
- les pertes Joule statoriques sont également négligées.

LEROY SOMER		MOT. 3 ~ PLS 280 MP2 B3			
		N° 905027 00LC01 kg: 930			
IP	IK 08	I cl.	F 40	°C S	1 % d/h
V	Hz	min <sup>-1</sup>	kW	cosφ	A
400 △	100	5916	132	0.87	232
<b>NOTEURS LEROY SOMER</b>					
TP111B					
DE	6014HC5C3		cm <sup>3</sup>		
NDE	6014HC5C3		cm <sup>3</sup>		

FIGURE 2.4 – Plaque signalétique du moteur PLS-280-MP

**Question 1** En utilisant les informations de la plaque signalétique, montrer que le moteur possède  $p = 1$  paire de pôles.

**Question 2** À partir de la plaque signalétique, en détaillant les calculs, déterminer le glissement en fonctionnement nominal  $g_N$  ainsi que le couple utile nominal  $C_{uN}$ .

On donne sur la figure Figure 2.5 le modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur.  $L_0$  représente l'inductance de magnétisation et  $L_c$  l'inductance des fuites totales d'une phase (rotorique ramenée au stator

et stator). On note  $g$  le glissement. On rappelle que la puissance dissipée dans la résistance  $R/g$  correspond à la puissance transmise du stator au rotor. Cette puissance peut être décomposée en une résistance  $R$  correspondant aux pertes Joule dans le rotor en série avec une résistance  $R(1 - g)/g$  correspondant à la puissance électromécanique fournie au rotor.

**R** Ce modèle est celui du bobinage couplé en triangle. La tension  $U_S$  représente la tension entre phases, c'est-à-dire, vue de l'extérieur, la tension composée de valeur nominale 400 V. Le courant  $i_S$  représente le courant dans chaque phase statorique. La notation conventionnelle  $j_S$  pour ce courant n'est pas utilisée ici pour éviter toute confusion avec les notations des nombres complexes.

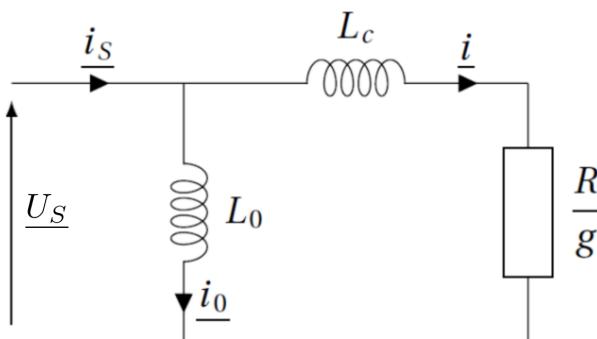


FIGURE 2.5 – Modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur

**Question 3** Exprimer la puissance électromécanique  $P_{EM}$  fournie au rotor en fonction de  $U_S$  (valeur efficace de la tension  $U_S$ ), de la résistance  $R$ , du glissement  $g$  de l'inductance  $L_c$  et de la pulsation d'alimentation  $\omega$  du moteur.

**Question 4** Exprimer la puissance électromécanique  $P_{EM}$  en fonction du couple électromagnétique  $C_{EM}$  et de la vitesse de rotation  $\Omega$  de l'arbre moteur.

**Question 5** Exprimer la vitesse de rotation  $\Omega$  de l'arbre en fonction du glissement  $g$  et de la vitesse de synchronisme  $\Omega_S$ . En déduire l'expression du couple électromagnétique  $C_{EM}$  en fonction de  $U_S^2$ ,  $\omega$ ,  $g$ ,  $R$ ,  $L_c$ , et  $p$  (le nombre de paires de pôles par phase).

**Question 6** En précisant bien vos hypothèses, justifier que l'expression du couple utile disponible sur l'arbre

$$\text{moteur est } C_u = \frac{3pU_S^2}{\omega} \cdot \frac{\frac{R}{g}}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (L_c \omega)^2}.$$

À l'aide de cette équation, on obtient la figure Figure 2.6 qui représente l'allure de la courbe de couple en fonction de la vitesse de rotation  $N$  de l'arbre moteur.

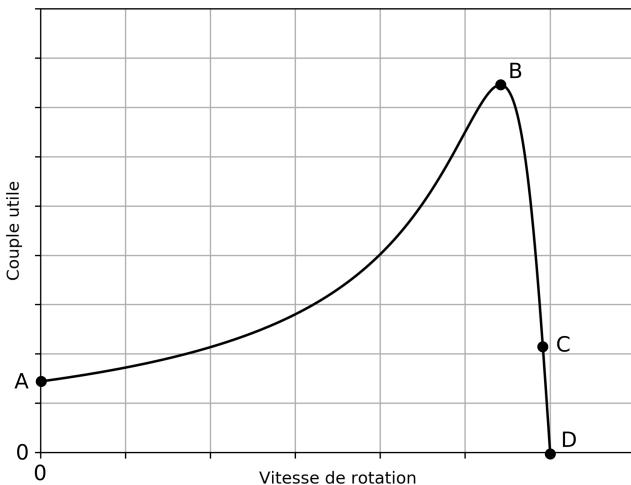


FIGURE 2.6 – Allure de la courbe de couple utile du moteur en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre

**Question 7** À l'aide des points A, B, C et D, identifier sur cette courbe le point de fonctionnement nominal, le démarrage du moteur, le point de synchronisme, la zone de fonctionnement instable du moteur.

Le constructeur précise le rapport du couple maximal sur couple nominal :  $C_M/C_N = 3,5$ . On rappelle que le couple utile est maximal pour une valeur du glissement telle que  $R/g = L_c \omega$ . **Question 8** En déduire l'expression de  $L_c$  en fonction de  $p$ ,  $U_S$ ,  $C_M$  et  $\omega$  et faire l'application numérique.

**Question 9** Que peut-on dire de  $R/g$  par rapport à  $L_c \omega$  au voisinage du point de fonctionnement nominal ? En déduire l'expression de  $R$  en fonction du couple nominal  $C_N$ , du glissement nominal  $g_N$ , de  $p$ ,  $U_S$  et de  $\omega$ .

**R** On fera l'application numérique en prenant  $g_N = 1,4 \times 10^{-2}$  et  $C_N = 213 \text{ Nm}$ .

Le variateur utilisé pour la commande du moteur fonctionne en  $U_S/f$  constant. À l'aide des valeurs calculées précédemment, on a tracé sur la figure Figure 2.7 les courbes de couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour différentes valeurs de fréquence de commande.

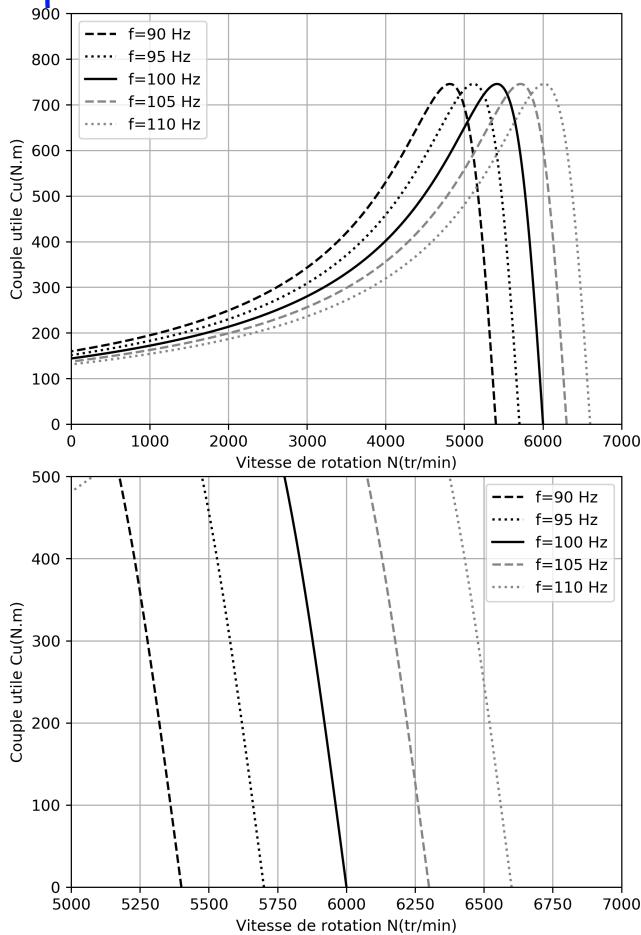


FIGURE 2.7 – Évolution du couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour des fréquences de commande de 90 Hz à 110 Hz.

**Question 10** Déterminer quelle fréquence doit être imposée par le variateur pour maintenir une vitesse de  $6000 \text{ tr min}^{-1}$  en présence d'un couple résistant correspondant au couple  $C_{\text{res}} = 300 \text{ Nm}$  défini par l'exigence 1.01 du cahier des charges.

Corrigé voir 163.

## 2.3 B3 – Valider un modèle



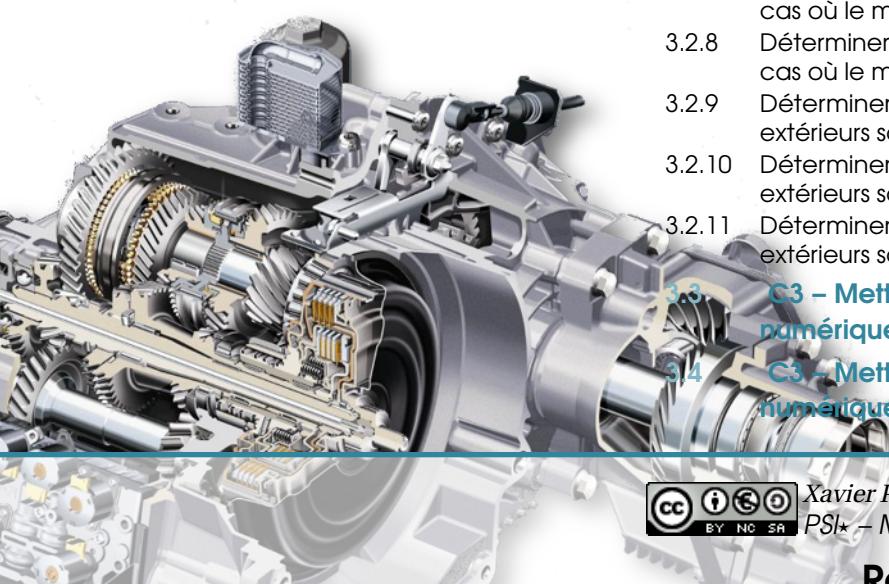
## **Chapitre 3**

# **Résoudre**

## C2

### Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

<b>3.1</b>	<b>C1 – Proposer une démarche de résolution</b>	<b>65</b>
3.1.1	C1-05 – Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS . . . . .	65
3.1.2	Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD . . . . .	69
<b>3.2</b>	<b>C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique</b>	<b>71</b>
3.2.1	Déterminer la réponse fréquentielle . . . . .	71
3.2.2	C2-03 – Déterminer les performances d'un système asservi	72
3.2.3	C2-04 – Mettre en œuvre une démarche de réglage d'un correcteur . . . . .	76
3.2.4	C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques . . . . .	82
3.2.5	C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques . . . . .	87
3.2.6	C2-07 – Déterminer les actions mécaniques en statique	93
3.2.7	Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé. . . . .	96
3.2.8	Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé. . . . .	100
3.2.9	Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus . . . . .	101
3.2.10	Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – Lois de mouvement 1D . . . . .	104
3.2.11	Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC . . . . .	107
<b>3.3</b>	<b>C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique</b>	<b>113</b>
<b>3.4</b>	<b>C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique</b>	<b>113</b>



### 3.1 C1 – Proposer une démarche de résolution

#### 3.1.1 C1-05 – Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS

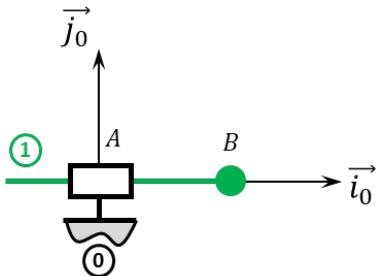
##### Exercice 164 – Mouvement T – \*

B2-14

B2-15

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1. On note  $G$  le centre d'inertie de 1 tel que  $\overrightarrow{BG} = \ell \vec{j}_1$ . La pesanteur est telle que  $\vec{g} = -g \vec{i}_0$ . Un vérin pneumatique positionné entre 1 et 0 permet de maintenir 1 en équilibre.



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir 1 en équilibre.

Indications :

1. .
2.  $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{01} \vec{j}_1 + Z_{01} \vec{k}_1 \\ L_{01} \vec{i}_1 + M_{01} \vec{j}_1 + N_{01} \vec{k}_1 \end{array} \right\}_A$ ,  
 $\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{i}_1 \\ 0 \end{array} \right\}_G$ ,  $\{\mathcal{F}(\text{ver} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} F_v \vec{i}_1 \\ 0 \end{array} \right\}_G$ .
3.  $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{01} \vec{j}_1 \\ N_{01} \vec{k}_1 \end{array} \right\}_A$ ,  $\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{i}_1 \\ 0 \end{array} \right\}_G$ ,  $\{\mathcal{F}(\text{ver} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} F_v \vec{i}_1 \\ 0 \end{array} \right\}_G$ .
4. TRS suivant  $\vec{i}_0$ .

Corrigé voir 164.

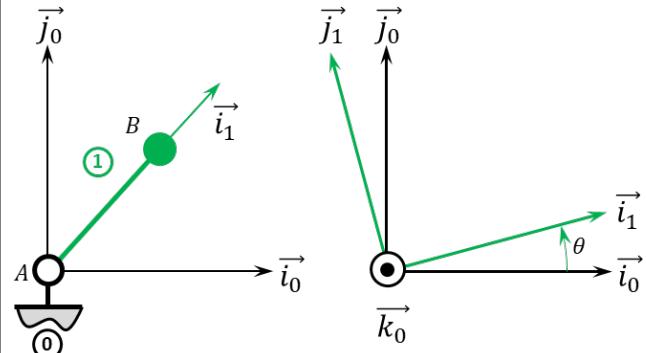
##### Exercice 165 – Mouvement R – \*

B2-14

B2-15

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20\text{mm}$ . La liaison pivot est motorisée par un moteur dont l'action mécanique sur 1 est donnée par  $\overrightarrow{C_m} = C_m \vec{k}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1 et  $B$  son centre d'inertie. La pesanteur est telle que  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir 1 en équilibre.

Indications :

1. .
2.  $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01} \vec{i}_1 + Y_{01} \vec{j}_1 + Z_{01} \vec{k}_1 \\ L_{01} \vec{i}_1 + M_{01} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_A$ ,  
 $\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{j}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_B$ ,  $\{\mathcal{F}(\text{Mot} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_A$ .
3.  $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01} \vec{i}_1 + Y_{01} \vec{j}_1 \\ M_{01} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_A$ ,  $\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{j}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_B$ ,  $\{\mathcal{F}(\text{Mot} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_A$ .
4. TMS en A en projection sur  $\vec{k}_0$ .

Corrigé voir 237.

##### Exercice 166 – Mouvement TT – \*

B2-14

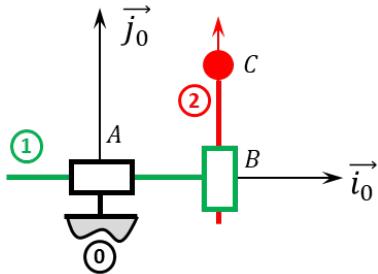
B2-15

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .  $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, et  $m_1$  sa masse.  $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2 et  $m_2$  sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 166.

### Exercice 167 – Mouvement RR \*

B2-14

B2-15

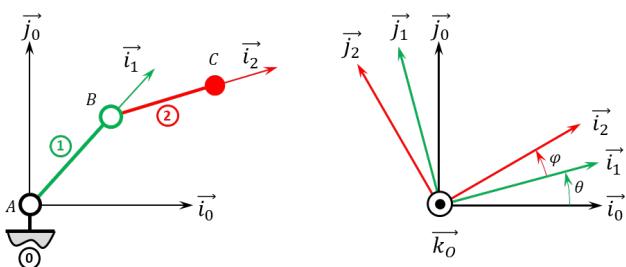
**C1-05** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de **1** et  $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2}R \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de **1**;
- $G_2 = B$  désigne le centre d'inertie de **2** et  $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2}L \vec{i}_2$ , on note  $m_2$  la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 167.

### Exercice 168 – Mouvement RT \*

B2-14

B2-15

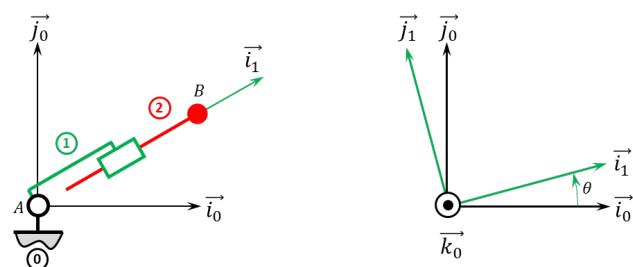
**C1-05** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de **1** et  $\overrightarrow{AG_1} = L_1 \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de **1**;
- $G_2 = B$  désigne le centre d'inertie de **2**, on note  $m_2$  la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 168.

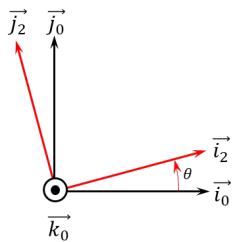
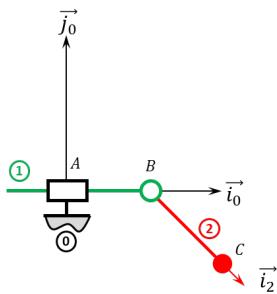
**Exercice 169 – Mouvement RT \***
**B2-14**
**B2-15**
**C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$  et  $\overrightarrow{BC} = R \overrightarrow{i_2}$  avec  $R = 30 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, on note  $m_1$  la masse de 1;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2, on note  $m_2$  la masse de 2.

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet de maintenir 1 en équilibre. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet de maintenir 2 en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 169.

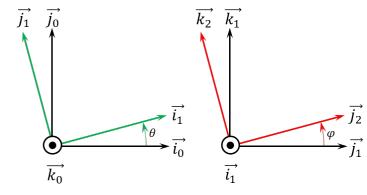
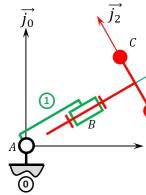
**Exercice 170 – Mouvement RR 3D \*\***
**B2-14**
**C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{BC} = \ell \overrightarrow{i_2} + r \overrightarrow{j_2}$ . On note  $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$  et  $r = 10 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, on note  $m_1$  la masse de 1;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2 tel que  $\overrightarrow{BG_2} = \ell \overrightarrow{i_2}$ , on note  $m_2$  la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet de maintenir 1 en équilibre. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet de maintenir 2 en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 170.

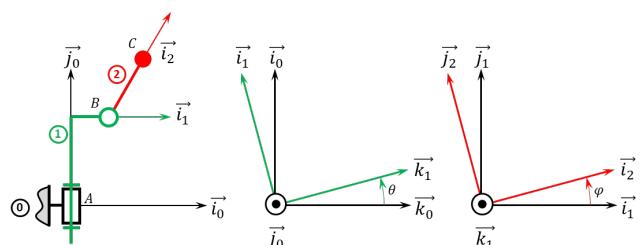
**Exercice 171 – Mouvement RR 3D \*\***
**B2-14**
**C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = H \overrightarrow{j_1} + R \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \overrightarrow{i_2}$ . On a  $H = 20 \text{ mm}$ ,  $r = 5 \text{ mm}$ ,  $L = 10 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1 tel que  $\overrightarrow{AG_1} = H \overrightarrow{j_1}$ , on note  $m_1$  la masse de 1;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2, on note  $m_2$  la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet de maintenir 1 en équilibre. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet de maintenir 2 en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

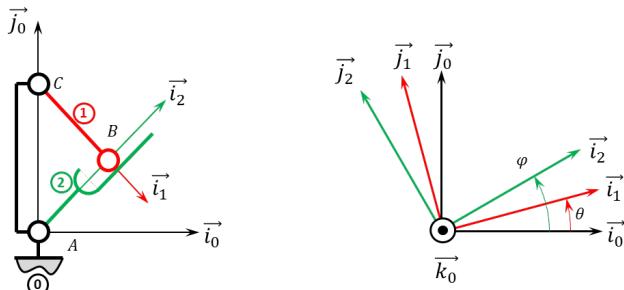
**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 182.

**Exercice 172 – Barrière Sympact \*\***
**C1-05** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = H \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{CB} = R \overrightarrow{i_1}$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$  et  $R = 40 \text{ mm}$ .



On néglige la pesanteur sur la pièce 1.

On note  $\{\mathcal{F}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$  l'action mécanique du moteur sur la pièce 1.

On note  $\{\mathcal{F}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ C_r \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$  l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce 2. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de  $45 \text{ Nm}$  pour un angle de rotation  $100^\circ$ . On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ( $\varphi_o = \frac{\pi}{2}$ ). Il est au maximum lorsque  $\varphi_f = 0$ .

On note  $\{\mathcal{F}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{l} -Mg \overrightarrow{j_0} \\ 0 \end{array} \right\}_{\forall G}$  avec  $\overrightarrow{AG} = L \overrightarrow{i_2}$ .

**Question 1** Réaliser un graphe d'analyse.

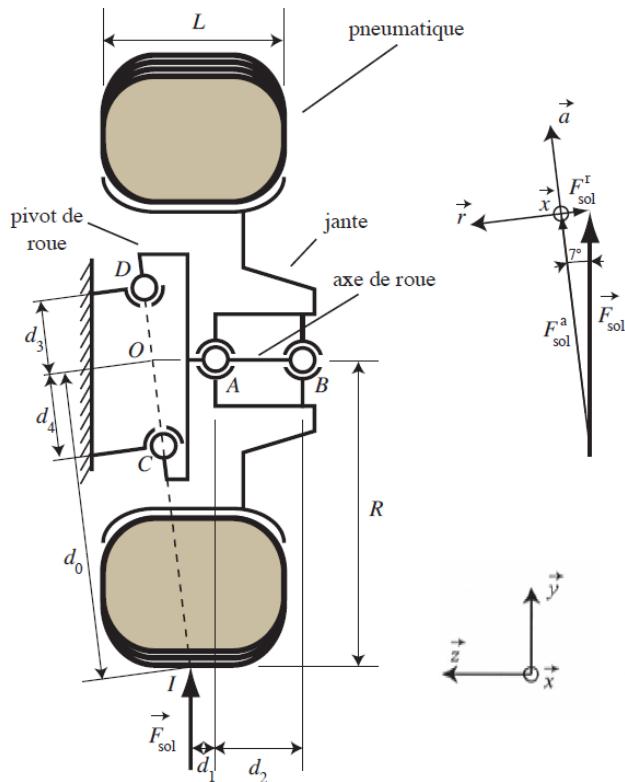
**Question 2** Expliciter  $C_r$  en fonction des différents constantes ( $k$ ,  $\varphi_o$ ,  $\varphi_f$ ) et celles qui vous sembleraient utile.

**Question 3** Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.

Corrigé voir 172.

**Exercice 173 – Suspension automobile \*\***
**B2-14**
**C1-05** Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la roue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes :  $F_C^a$  (respectivement  $F_C^r$ ,  $F_C^x$ ) désignera la composante suivant  $\overrightarrow{a}$  (respectivement  $\overrightarrow{r}$ ,  $\overrightarrow{x}$ ) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

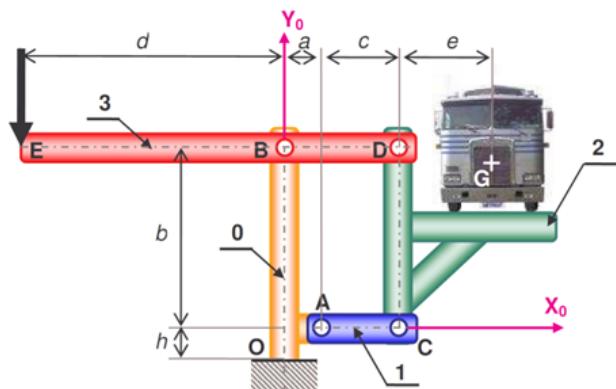
**Question 2** Peut-on résoudre complètement le système ? Pourquoi ?

Corrigé voir 173.

**Exercice 174 – Pèse camion \*\***
**C1-05** Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère un bâti 0 auquel est attaché le repère  $\mathcal{R} = (O; \overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{y_0}; \overrightarrow{z_0})$ . Le champ de pesanteur est  $g = -g \overrightarrow{y_0}$ . La barre 1 est liée au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe ( $A, \overrightarrow{z_0}$ ). Le plateau porte camion 2 est lié à la barre 1 par une liaison pivot parfaite d'axe ( $C, \overrightarrow{z_0}$ ). Le levier 3 est lié au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe ( $B, \overrightarrow{z_0}$ ). Le camion 4, de centre de masse  $G$  et de masse  $M$  inconnue, repose sur le plateau 2. L'action mécanique connue est caractérisée par :

$$\{\text{ext} \rightarrow 3\} = \left\{ \begin{array}{l} -F \overrightarrow{y_0} \\ 0 \end{array} \right\}_E.$$



**Question 1** Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.

**Question 2** Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de  $F$  en fonction de  $M$ .

Corrigé voir 174.

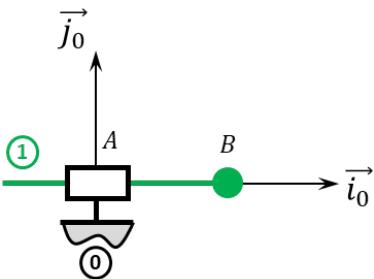
### 3.1.2 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD

#### Exercice 175 – Mouvement T – \*

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1. On note  $G$  le centre d'inertie de 1 tel que  $\vec{BG} = \ell \vec{j}_1$ . La pesanteur est telle que  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ . Un vérin électrique positionné entre 1 et 0 permet d'actionner la pièce 1. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de 1 par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .

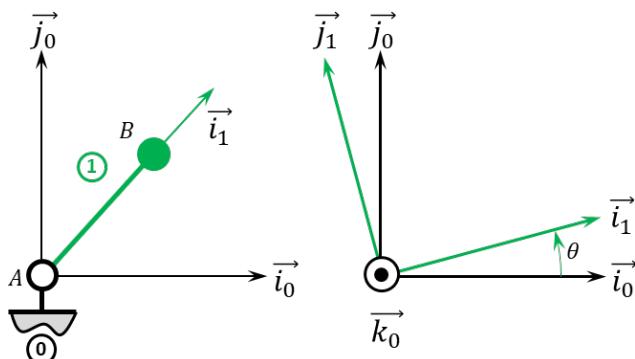
Corrigé voir 175.

#### Exercice 176 – Mouvement R \*

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20\text{ mm}$ . La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur 1 est donnée par  $\vec{C_m} = C_m \vec{k}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1 et  $B$  son centre d'inertie. La pesanteur est telle que  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de 1 par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .

Corrigé voir 176.

#### Exercice 177 – Mouvement TT – \*

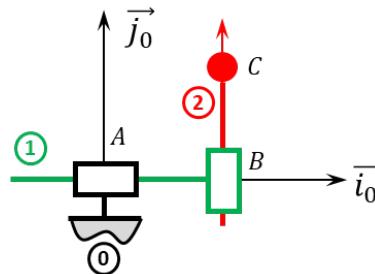
B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\vec{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .  $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, et  $m_1$  sa masse.  $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2 et  $m_2$  sa masse.

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un vérin électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer les lois de mouvement de 1 et de 2 par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .

Corrigé voir 177.

#### Exercice 178 – Mouvement RR \*

B2-14

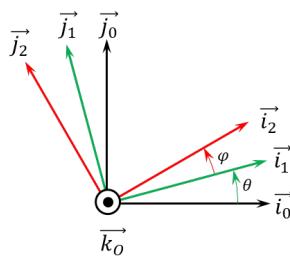
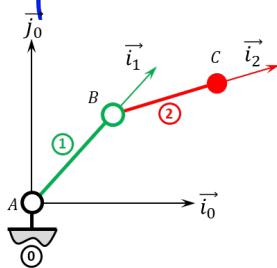
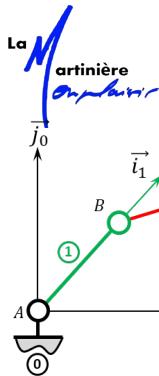
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20\text{ mm}$  et  $\vec{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15\text{ mm}$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de 1 et  $\vec{AG}_1 = \frac{1}{2} R \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de 1;
- $G_2$  désigne le centre d'inertie de 2 et  $\vec{BG}_2 = \frac{1}{2} L \vec{i}_2$ , on note  $m_2$  la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



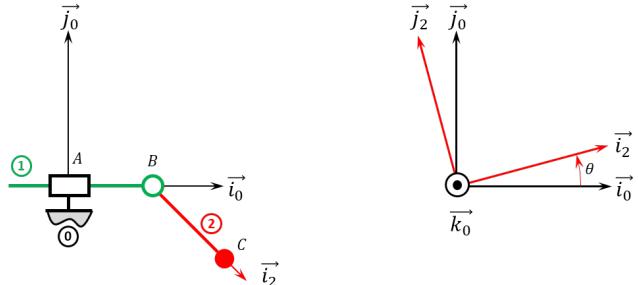
**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de 1 et de 2 par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .

- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2, on note  $m_2$  la masse de 2.

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



Corrigé voir 178.

### Exercice 179 – Mouvement RT \*

B2-14

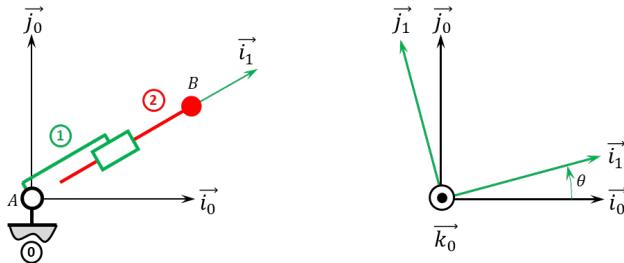
**C1-05** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1 et  $AG_1 = L_1 \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de 1;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2, on note  $m_2$  la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un vérin électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de 1 et de 2 par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .

Corrigé voir 179.

### Exercice 180 – Mouvement RT \*

B2-14

**C1-05**

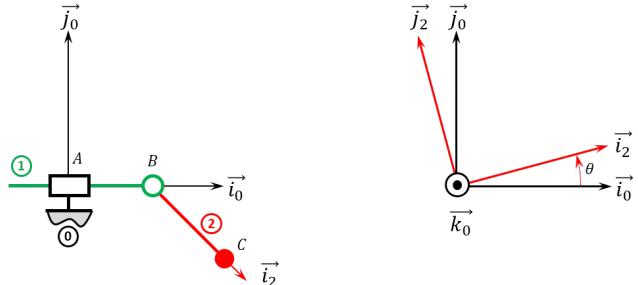
Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$  avec  $R = 30\text{ mm}$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, on note  $m_1$  la masse de 1;

- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2, on note  $m_2$  la masse de 2.

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de 1 et de 2 par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .

Corrigé voir 180.

### Exercice 181 – Mouvement RR 3D \*\*

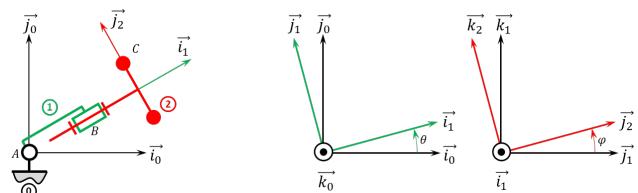
B2-14

**C1-05** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$ . On note  $R + \ell = L = 20\text{ mm}$  et  $r = 10\text{ mm}$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, on note  $m_1$  la masse de 1;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2 tel que  $\overrightarrow{BG_2} = \ell \vec{i}_2$ , on note  $m_2$  la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de 1 et de 2 par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .

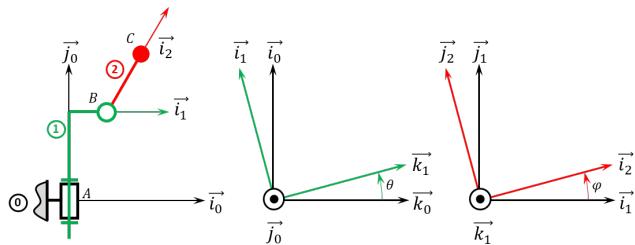
Corrigé voir 181.

**Exercice 182 – Mouvement RR 3D \*\***
**B2-14**
**C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = H \overrightarrow{j_1} + R \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \overrightarrow{i_2}$ . On a  $H = 20 \text{ mm}$ ,  $R = 5 \text{ mm}$ ,  $L = 10 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de **1** tel que  $\overrightarrow{AG_1} = H \overrightarrow{j_1}$ , on note  $m_1$  la masse de **1**;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de **2**, on note  $m_2$  la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{j_0}$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer les lois de mouvement de **1** et de **2** par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .

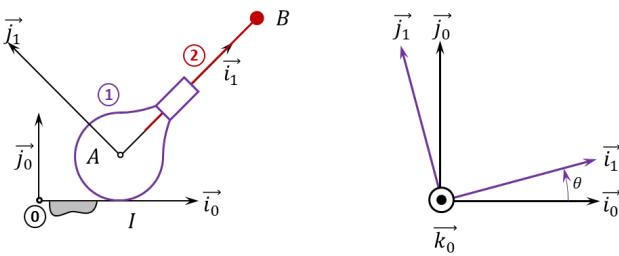
Corrigé voir 182.

**Exercice 183 – Mouvement RT – RSG \*\***
**B2-14**
**C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{IA} = R \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ . On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point **I**. De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de **1** tel que  $\overrightarrow{AG_1} = -\ell \overrightarrow{i_1}$ , on note  $m_1$  la masse de **1**;
- $G_2 = B$  désigne le centre d'inertie de **2**, on note  $m_2$  la masse de **2**.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points **A** et **B**.



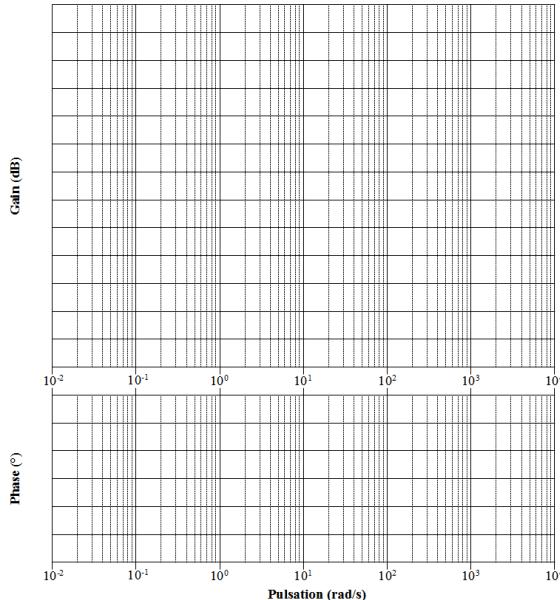
**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer les lois de mouvement de **1** et de **2** par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .

Corrigé voir 183.

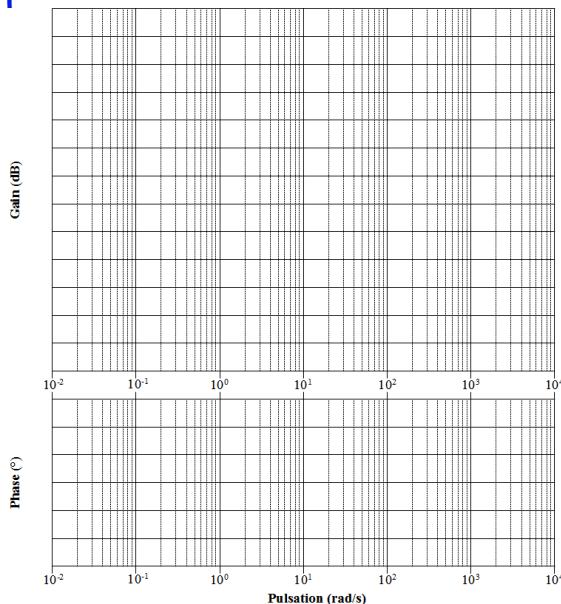
## 3.2 C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

### 3.2.1 Déterminer la réponse fréquentielle

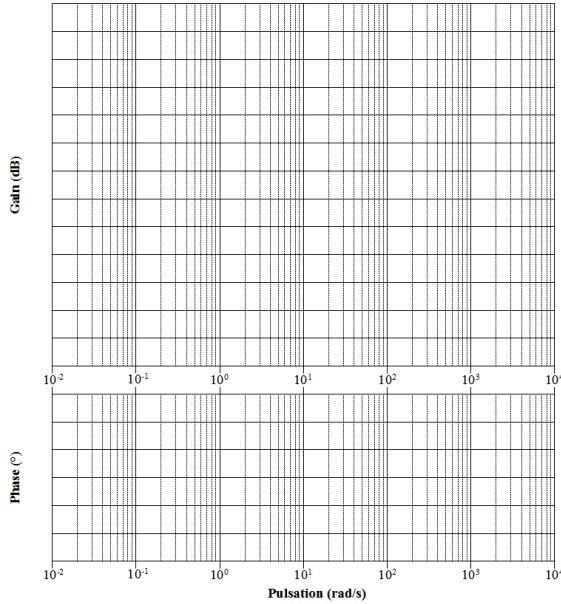
**Exercice 184 – Ecart\***
**C2-02 Pas de corrigé pour cet exercice.**


**Question 1** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :  $F_1(p) = \frac{15}{1 + 10p}$ .

**Question 2** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :  $F_2(p) = \frac{10}{(1 + 10p)(10 + p)}$ .



**Question 3** Tracer le diagramme de Bode [solution](#) fonction de transfert suivante :  $F_3(p) = \frac{40}{p(1+300p)}$ .

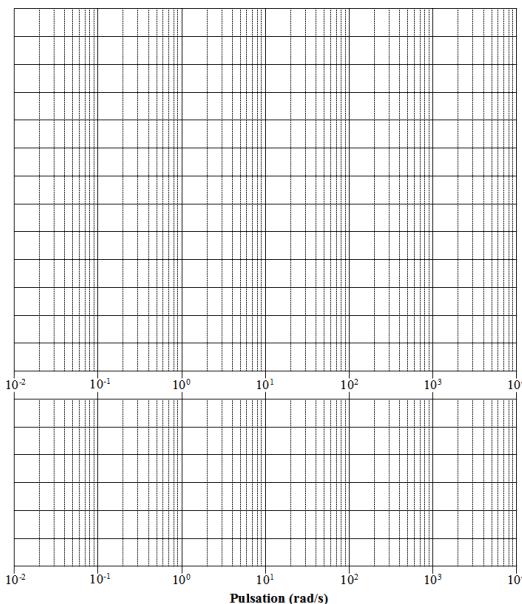


Corrigé voir 185.

### Exercice 185 – Ecart\*

**C2-02** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :  $F_1(p) = \frac{200}{p(1+20p+100p^2)}$ .



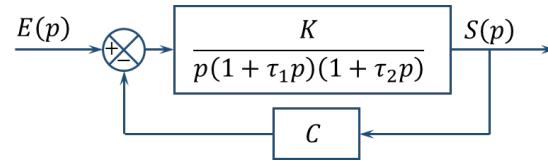
Corrigé voir 185.

### C2-03 – Déterminer les performances d'un système asservi

#### Exercice 186 – Valeur finale\*

##### C2-03

Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 1** Déterminer la valeur finale de  $s(t)$  lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude  $E_0$ .

**Question 2** En déduire la valeur de l'erreur statique.

**Question 3** Déterminer la valeur finale de  $s(t)$  lorsque l'entrée est une rampe de pente  $k$ .

**Question 4** En déduire la valeur de l'erreur de traînage.

**Question 5** Qu'en est-il si  $C = 1$  ?

Éléments de corrigé :

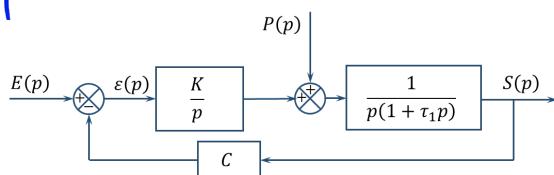
1.  $s_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{E_0}{p} \frac{K}{p(1+\tau_1p)(1+\tau_2p)+CK} = \frac{E_0}{C}$ .
2.  $\lim_{t \rightarrow +\infty} (e(t) - s(t)) = E_0 - \frac{E_0}{C}$ .
3.  $s_\infty = \infty$ .
4.  $\epsilon_v = \infty$ .
5.  $\epsilon_v = \frac{k}{K}$ .

Corrigé voir 186.

### Exercice 187 – Ecart\*

**C2-03** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 1** Exprimer  $e(p)$  en fonction de  $E(p)$  et  $P(p)$ .

**Question 2** Évaluer la valeur finale de  $e(t)$  lorsque  $E(p)$  est un échelon d'amplitude  $E_0$  et  $P(p)$  est un échelon d'amplitude  $P_0$ .

**Question 3** Évaluer la valeur finale de  $e(t)$  lorsque  $E(p)$  est un échelon d'amplitude  $E_0$  et  $P(p)$  est une rampe de pente  $P_0$ .

**Question 4** Évaluer la valeur finale de  $e(t)$  lorsque  $E(p)$  est une rampe de pente  $E_0$  et  $P(p)$  est un échelon d'amplitude  $P_0$ .

**Question 5** Évaluer la valeur finale de  $e(t)$  lorsque  $E(p)$  est une rampe de pente  $E_0$  et  $P(p)$  est une rampe de pente  $P_0$ .

Corrigé voir 187.

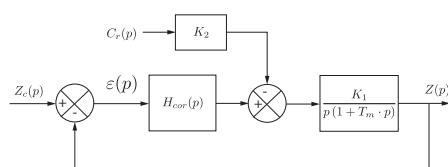
### 3.2.2.1 Stabilité des systèmes

#### Exercice 188 – Hemostase – Stabilité\*

##### C2-03

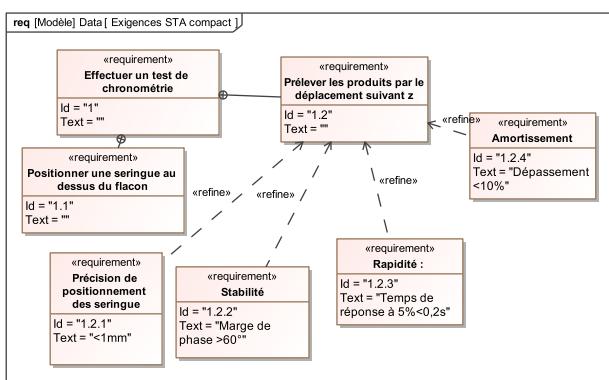
La modélisation de l'asservissement de position est donnée par le schéma-bloc ci-dessous dans lequel  $K_2 = 2,78 \cdot 10^{-2} \text{ N}^{-1}$ ,  $K_1 = 856 \text{ s}^{-1}$ ,  $T_m = 3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ .

Le couple résistant  $C_r$  est constant et vaut  $C_{r0} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$ .



On suppose le correcteur proportionnel :  $H_{cor}(p) = K_p$ .

Les performances du système sont détaillées dans le diagramme des exigences partiel.



**Question 1** Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(p) = \left(\frac{Z(p)}{e(p)}\right)_{C_r(p)=0}$  ainsi que la fonction de transfert  $H_{cr}(p) = \left(\frac{Z(p)}{C_r(p)}\right)_{Z_c=0}$ .

**Question 2** Déterminer l'erreur statique pour une entrée de type échelon d'amplitude  $Z_{c0}$  dans l'hypothèse d'une perturbation nulle ( $C_{r0}$ ). Déterminer ensuite l'erreur due à une perturbation constante  $C_{r0}$ , dans le cas d'une consigne de position nulle ( $Z_c = 0$ ). En déduire la valeur de  $K_p$  pour satisfaire le critère de précision du cahier des charges.

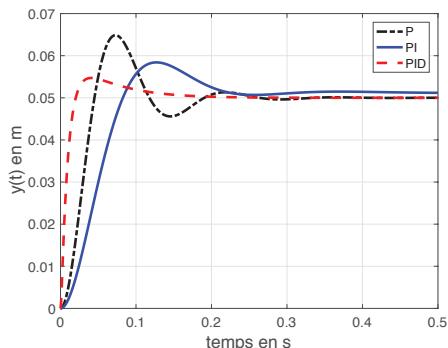
**Question 3** Sur le document réponse compléter les diagrammes de Bode en gain et en phase de  $H_{bo}(p)$  pour  $K_p$  déterminé précédemment. Indiquer si le critère de stabilité est satisfait en justifiant votre démarche par des tracés nécessaires.

Afin d'améliorer le comportement, on implante un correcteur Proportionnel Intégral ayant pour fonction de transfert :  $H_{cor}(p) = \frac{K_p(1+T_i \cdot p)}{T_i \cdot p}$  avec  $K_p = 1$  et  $T_i = 1 \text{ s}$ .

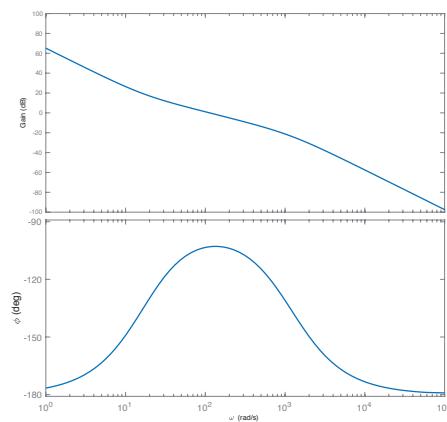
**Question 4** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec ce correcteur avec  $K_p = 1$  et  $T_i = 1 \text{ s}$ .

**Question 5** On souhaite une marge de phase d'au moins  $60^\circ$ . Proposer un réglage de  $K_p$  pour satisfaire au cahier des charges.

**Question 6** La figure suivante donne la réponse à un échelon de position de 50 mm avec trois types de correcteurs. Vérifier qu'elle est conforme au cahier des charges. Justifier clairement vos réponses en donnant les valeurs numériques pour chaque critère.



**Question 7** Analyser les résultats à l'aide du diagramme de Bode de la FTBO corrigé avec un PID optimisé.



Corrigé voir 188.

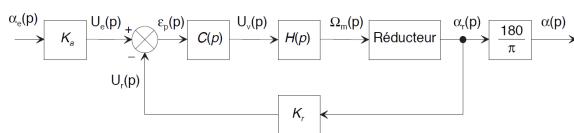
### Exercice 189 – Palettisation – Stabilité\*

C2-03

**Pas de corrigé pour cet exercice.**

Une boucle de position est représentée ci-dessous. On admet que :

- $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = \frac{30}{1 + 5 \times 10^{-3} p}$  ;
- $K_r = 4 \text{ V rad}^{-1}$  : gain du capteur de position;
- $K_a$  : gain de l'adaptateur du signal de consigne  $\alpha_e(t)$ ;
- $N = 200$  : rapport de transmission du réducteur (la réduction est donc de  $1/N$ ).
- le signal de consigne  $\alpha_e(t)$  est exprimé en degré;
- le correcteur  $C(p)$  est à action proportionnelle de gain réglable  $K_c$ .



On montre que la fonction de transfert du réducteur est  $R(p) = \frac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{Np}$ , que  $k_a = \frac{\pi}{180} k_r$  et que la FTBO est donnée par  $T(p) = \frac{k_{BO}}{p(1 + \tau_m p)}$  ( $k_{BO} = \frac{k_a k_m k_r}{N}$ ).

On souhaite une marge de phase de  $45^\circ$ . **Question**

**1** Déterminer la valeur de  $K_{BO}$  permettant de satisfaire cette condition.

**Question 2** En déduire la valeur du gain  $K_c$  du correcteur.

**Question 3** Déterminer l'écart de position.

Éléments de corrigé :

1.  $k_{BO} = \sqrt{2} \tau_m$ .
2.  $k_c = \frac{\sqrt{2} N}{\tau_m k_m k_r} = 471,1$ .
3.  $\epsilon_s = 0$ .

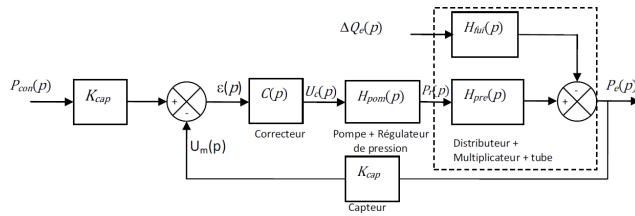
Corrigé voir 189.

### Exercice 190 – Banc hydraulique \*

C2-03

**Pas de corrigé pour cet exercice.**

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{con}(p)$  : pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)

$P_e(p)$  : pression d'eau dans le tube (Pa)

$U_c(p)$  : tension de commande du régulateur de pression (V)

$P_r(p)$  : pression d'huile régulée (Pa)

$\Delta Q_e(p)$  : débit de fuite ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )

$U_m(p)$  : tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- L'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes :  $H_{pre}(p) = \frac{K_m}{1 + T_1 p}$  et  $H_{fui}(p) = \frac{K_f}{1 + T_1 p}$  avec  $K_m = 3,24$ ;  $K_f = 2,55 \times 10^{10} \text{ Pa m}^{-3} \text{ s}$ ;  $T_1 = 10 \text{ s}$ .
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert :  $H_{pom}(p) = \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p}$  avec  $K_{pom} = 1,234 \times 10^7 \text{ Pa/V}$ ;  $T_2 = 5 \text{ s}$ .
- Le capteur est modélisé par un gain pur :  $K_{cap} = 2,5 \times 10^{-8} \text{ V/Pa}$ .

La pression de consigne est de  $P_{con} = 800$  bars et les débits de fuite sont estimés à  $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

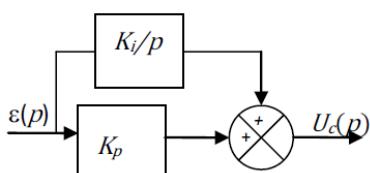
Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de $60^\circ$ marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e < 40 \text{ s}$
Précision :	erreur statique $< 5\%$ soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\epsilon_{con} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\epsilon_{pert} < 40 \text{ bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

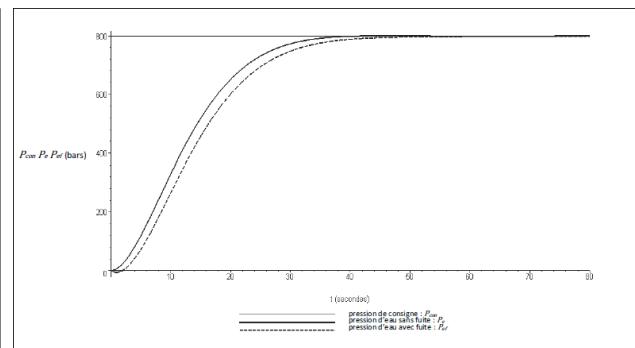
Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation :  $t_e \cdot \omega_{0\text{dB}} = 3$  où  $\omega_{0\text{dB}}$  désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et  $t_e$  le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$ , temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$ , temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma bloc ci-dessous.



**Question 1** Déterminer la fonction de transfert  $C(p)$  de ce correcteur.



Corrigé voir 191.

**Question 2** Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients  $K_i$  et  $K_p$ .

**Question 3** Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité? Justifier.

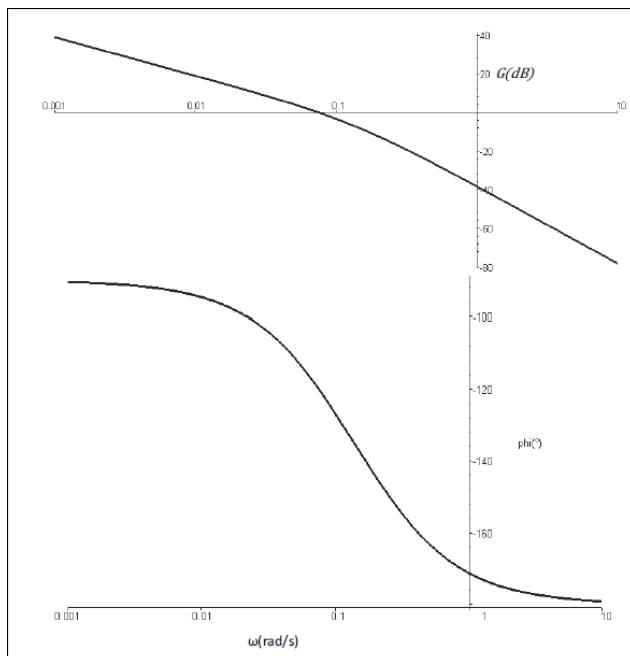
**Question 4** Quelle valeur faut-il donner à  $\omega_{0dB}$  pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges?

**Question 5** Déterminer alors le rapport  $T = \frac{K_p}{K_i}$  pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.

**Question 6** En déduire les valeurs de  $K_i$  et  $K_p$  qui permettent de régler rapidité et marge de phase.

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment. On donne sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.

**Question 7** La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges? Justifier.



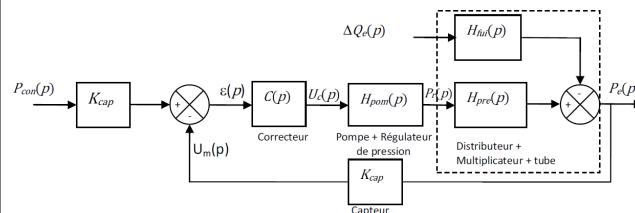
## Précision des systèmes

### Exercice 191 – Banc hydraulique \*

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{con}(p)$ : pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)

$P_e(p)$ : pression d'eau dans le tube (Pa)

$U_c(p)$ : tension de commande du régulateur de pression (V)

$P_r(p)$ : pression d'huile régulée (Pa)

$\Delta Q_e(p)$ : débit de fuite ( $m^3 s^{-1}$ )

$U_m(p)$ : tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- L'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes :  $H_{pre}(p) = \frac{K_m}{1 + T_1 p}$  et  $H_{fui}(p) = \frac{K_f}{1 + T_1 p}$  avec  $K_m = 3,24$ ;  $K_f = 2,55 \times 10^{10} \text{ Pa m}^{-3} \text{ s}$ ;  $T_1 = 10 \text{ s}$ .
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert :  $H_{pom}(p) = \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p}$  avec  $K_{pom} = 1,234 \times 10^7 \text{ Pa/V}$ ;  $T_2 = 5 \text{ s}$ .
- Le capteur est modélisé par un gain pur :  $K_{cap} = 2,5 \times 10^{-8} \text{ V/Pa}$ .

La pression de consigne est de  $P_{con} = 800 \text{ bars}$  et les débits de fuite sont estimés à  $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de $60^\circ$ marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e < 40$ s
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\epsilon_{con} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\epsilon_{pert} < 40$ bars
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation :  $t_e \cdot \omega_{0dB} = 3$  où  $\omega_{0dB}$  désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et  $t_e$  le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$ , temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$ , temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel :  $C(p) = K_p$ .

**Question 1** Déterminer, en fonction de  $K_p$ ,  $\epsilon_{con}$  définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne  $P_{con}$  de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

**Question 2** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\epsilon_{con}$  à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.

**Question 3** Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de  $K_p$  la fonction de transfert en régulation définie par :  $H_{pert}(p) = \frac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$ . En déduire, en fonction de  $K_p$ ,  $\epsilon_{pert}$  définie comme l'erreur statique pour une perturbation  $\Delta Q_e$  de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle. **3.2.3**

**Question 4** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\epsilon_{pert}$  à la valeur spécifiée au cahier des charges.

**Question 5** Proposer un réglage de  $K_p$  pour vérifier le critère d'amortissement. Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.

Éléments de corrigé :

1.  $\epsilon_{con} \% = \frac{1}{1 + K_p K_m K_{pom} K_{cap}}$  ;
2.  $K_p > 19$ ;
3.  $\epsilon_{pert} = \Delta Q_e \frac{K_f}{1 + K_{cap} K_p K_m K_{pom}}$  ;
4.  $K_p > 2,19$ .
5.  $K_p < 0,125$ . Il est impossible de vérifier les trois conditions avec un correcteur proportionnel.

Corrigé voir 191.

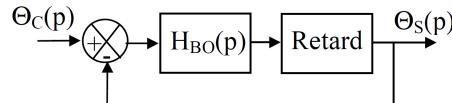
**Exercice 192 – \***

**C2-03**

Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne le système suivant dont la la FTBF est donnée par  $G(p) = \frac{\Theta_S(p)}{\Theta_C(p)} = \frac{3,24}{p^2 + 3,24p + 3,24}$ . Le retard du système est de 0,2 s.

L'asservissement est donné par le schéma-blocs suivant.



**Question 1** En considérant le retard nul, déterminer l'écart statique.

**Question 2** En considérant le retard nul, déterminer l'écart statique, déterminer l'expression de la boucle ouverte  $H_{BO}(p)$ .

**Question 3** Déterminer l'expression de  $G_r(p)$ , transmittance en boucle fermée du système avec retard de 0,2 s.

Le système est soumise à une rampe de  $0,1 \text{ rad s}^{-1}$ .

**Question 4** Donner la valeur de l'erreur de traînage correspondant à cette entrée, en négligeant le retard.

**Question 5** Donner la valeur de l'écart statique du système avec retard.

**Question 6** Donner la valeur de l'erreur de traînage du système avec retard.

Corrigé voir 192.

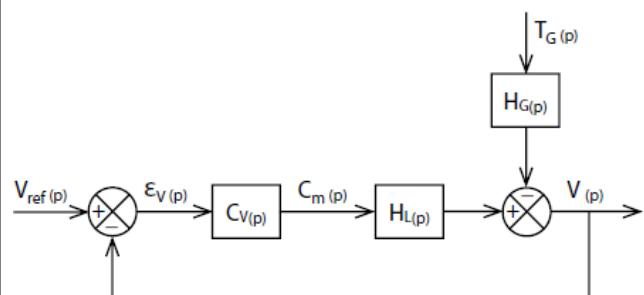
## C2-04 – Mettre en œuvre une démarche de réglage d'un correcteur

### Exercice 193 – Système éclipse \*

**C2-04**

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le schéma-blocs sous la forme suivante avec un gain unitaire pour le capteur de vitesse.



$$H_L(p) = \frac{K_L}{1 + \tau_L p} \text{ et } H_G(p) = \frac{K_G}{1 + \tau_G p} \text{ avec } \tau_G = \tau_L = 20 \text{ ms}, K_L = 1 \times 10^{-3} \text{ N}^{-1}\text{s}^{-1} \text{ et } K_G = 2 \times 10^{-5} \text{ mN}^{-1}\text{s}^{-1}.$$

Le cahier des charges donne les valeurs des critères d'appréciation adoptés :

- la précision : en régime permanent à vitesse constante, soit  $\varepsilon_S = 0$  et à accélération constante, soit  $\varepsilon_T = 0$ ;  $\varepsilon_S$  désigne l'erreur statique de position et  $\varepsilon_T$  l'erreur statique de vitesse ou erreur de traînage;
- la rapidité : le temps de réponse à 5% tel que :  $t_{R5\%} \leq 1$  s;
- la stabilité : marge de phase  $\geq 45^\circ$  et marge de gain  $\geq 10$  dB.

On choisit tout d'abord une correction proportionnelle telle que  $C_V(p) = K_p$ .

**Question 1** Le cahier des charges est-il respecté en termes de précision, rapidité et stabilité?

**Question 2** Peut-on choisir une valeur de  $K_p$  qui puisse assurer le respect complet du cahier des charges?

**Question 3** Le système est-il robuste à une perturbation en échelon?

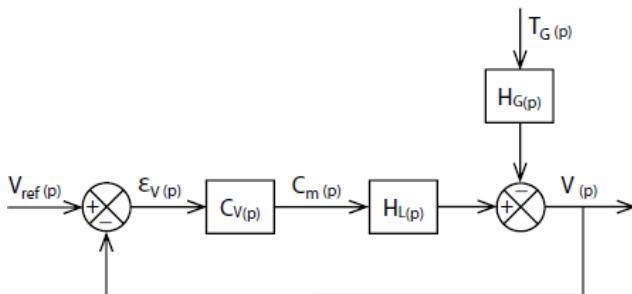
Corrigé voir 193.

### Exercice 194 – Système éclipse \*

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le schéma-blocs sous la forme suivante avec un gain unitaire pour le capteur de vitesse.



$$H_L(p) = \frac{K_L}{1 + \tau_L p} \text{ et } H_G(p) = \frac{K_G}{1 + \tau_G p} \text{ avec } \tau_G = \tau_L = 20 \text{ ms}, K_L = 1 \times 10^{-3} \text{ N}^{-1}\text{s}^{-1} \text{ et } K_G = 2 \times 10^{-5} \text{ mN}^{-1}\text{s}^{-1}.$$

Le cahier des charges donne les valeurs des critères d'appréciation adoptés :

- la précision : en régime permanent à vitesse constante, soit  $\varepsilon_S = 0$  et à accélération constante, soit  $\varepsilon_T = 0$ ;  $\varepsilon_S$  désigne l'erreur statique de position et  $\varepsilon_T$  l'erreur statique de vitesse ou erreur de traînage;
- la rapidité : le temps de réponse à 5% tel que :  $t_{R5\%} \leq 1$  s;
- la stabilité : marge de phase  $\geq 45^\circ$  et marge de gain  $\geq 10$  dB.

On considère que le système n'est pas perturbé et que  $T_G(p) = 0$ . On choisit tout d'abord une correction intégrale telle que  $C_V(p) = \frac{K_i}{p}$ .

**Question 1** Le cahier des charges est-il respecté en terme de précision?

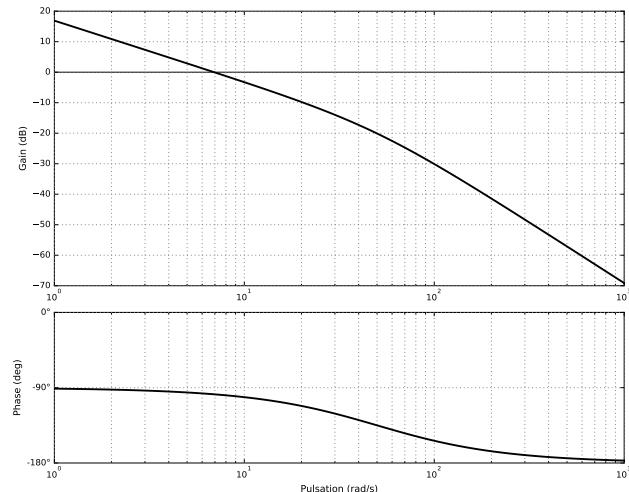
**Question 2** Calculer numériquement le temps de réponse à 5% optimal obtenu avec cette correction. Préciser la valeur de  $K_i$  permettant d'obtenir ce temps de réponse

**Question 3** Tracer l'allure du diagramme de Bode de la FTBO corrigée avec ce correcteur.

**Question 4** Indiquer la marge de phase.

**Question 5** Calculer la valeur de  $K_i$  limite assurant le cahier des charges en terme de marge de phase.

**Question 6** Vérifier cette valeur en vous aidant du diagramme de Bode partiel de la fonction  $C_V(p) \cdot H_L(p)$ , donné ci-dessous pour la valeur particulière :  $K_i = 7000$ .



**Question 7** Que pensez-vous de cette valeur, vis-à-vis du comportement du système, comparée à celle trouvée précédemment.

**Question 8** Un correcteur de type  $C_V(p) = \frac{K_i}{p^2}$ , permettrait-il d'obtenir les performances attendues en terme de précision et pourquoi?

**Question 9** Permet-il d'assurer la stabilité du système et pourquoi?

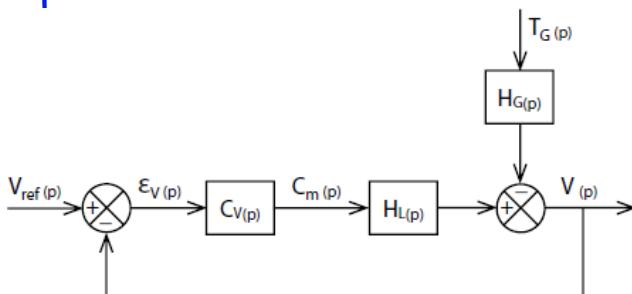
Corrigé voir 195.

### Exercice 195 – Système éclipse \*

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le schéma-blocs sous la forme suivante avec un gain unitaire pour le capteur de vitesse.



$$H_L(p) = \frac{K_L}{1 + \tau_L p} \text{ et } H_G(p) = \frac{K_G}{1 + \tau_G p} \text{ avec } \tau_G = \tau_L = 20 \text{ ms}, K_L = 1 \times 10^{-3} \text{ N}^{-1}\text{s}^{-1} \text{ et } K_G = 2 \times 10^{-5} \text{ mN}^{-1}\text{s}^{-1}.$$

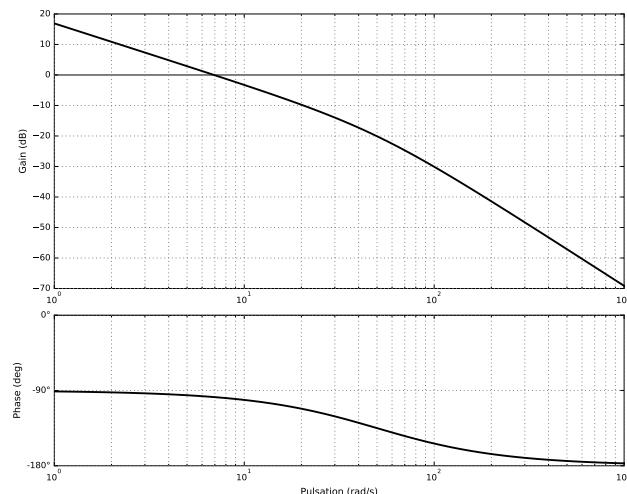
Le cahier des charges donne les valeurs des critères d'appréciation adoptés :

- la précision : en régime permanent à vitesse constante, soit  $\epsilon_S = 0$  et à accélération constante, soit  $\epsilon_T = 0$ ;  $\epsilon_S$  désigne l'erreur statique de position et  $\epsilon_T$  l'erreur statique de vitesse ou erreur de traînage;
- la rapidité : le temps de réponse à 5 % tel que :  $t_{R5\%} \leq 1 \text{ s}$ ;
- la stabilité : marge de phase  $\geq 45^\circ$  et marge de gain  $\geq 10 \text{ dB}$ .

On considère que le système n'est pas perturbé et que  $T_G(p) = 0$ . On choisit une correction telle que  $C_V(p) = C_{V1}(p) \cdot C_{V2}(p)$  avec  $C_{V1}(p) = \frac{K_i}{p^2}$  et  $C_{V2}(p) = \frac{1 + k_f \tau_v p}{1 + \tau_v p}$  où  $k_f$  est appelé coefficient de filtrage et dont la valeur est généralement comprise entre  $5 \leq k_f \leq 10$ .

**Question 1** Comment se nomme la correction apportée par  $C_{V2}(p)$ ? Expliquer brièvement comment ce type de correction permet de stabiliser un système instable. Pour cela, tracer l'allure du diagramme de Bode correspondant à ce terme.

La figure suivante fournit les diagrammes de Bode du système corrigé uniquement par le correcteur  $C_{V1}(p)$  avec  $K_V = 1$ , c'est-à-dire la fonction de transfert  $W(p) = \frac{1}{p^2} H_L(p)$ .



**Question 2** Lire sur les diagrammes de Bode du système de fonction de transfert  $W(p)$ , la valeur de la pul-

sation de coupure  $\omega_0 \text{dB}$  où le rapport d'amplitude  $A_{dB}$  s'an-nule. Quelle est, à cette pulsation, la valeur de la phase? Justifier alors la présence de la correction  $\frac{1 + k_f \tau_v p}{1 + \tau_v p}$

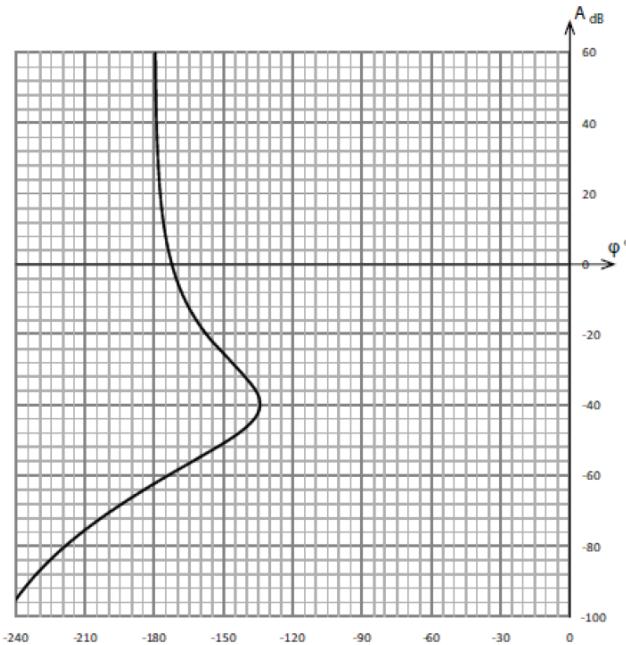
**Question 3** Exprimer en fonction de  $\tau_v$  et de  $k_f$  la pulsation  $\omega_m$  pour laquelle la phase maximale est atteinte. On rappelle pour cela que  $\frac{d \arctan x}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$ .

On montre que pour un coefficient de filtrage  $k_f = 8$ , la valeur maximale de la phase, ajoutée par la correction, est de  $51^\circ$ .

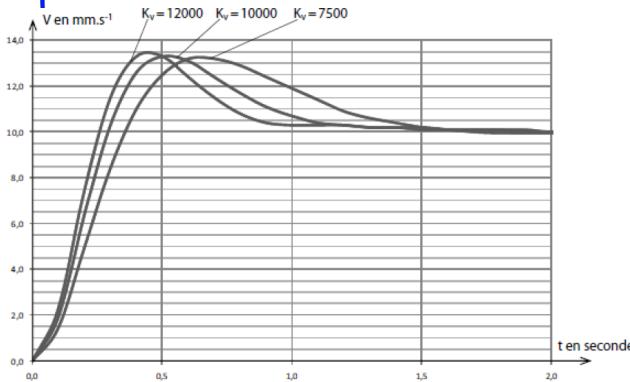
On choisit de prendre pour  $\omega_m$  la valeur de la pulsation pour laquelle le système corrigé uniquement par le correcteur  $C_{V1}(p)$ , possède une phase de  $-185^\circ$ .

**Question 4** Lire sur les diagrammes de Bode la valeur de  $\omega$  pour laquelle la phase du système corrigé uniquement par le correcteur  $C_{V1}(p)$ , est de  $-185^\circ$ . En déduire la valeur de  $\tau_v$  correspondante.

**Question 5** Pour la valeur de  $\tau_v$  trouvée précédemment, on donne le diagramme de Black (hors programme...) de la FTBO du système corrigé entièrement, obtenu pour  $K_V = 75$ . Donner la valeur de  $K_V$  qui maximise la marge de phase en expliquant comment vous l'obtenez à la lecture de ce diagramme. Valider alors les performances attendues en terme de stabilité.



**Question 6** On donne le tracé de la réponse temporelle à un échelon de vitesse de  $10 \text{ mm s}^{-1}$  du système corrigé pour trois valeurs de  $K_V$ . Quelle valeur de  $K_V$  permet de valider les performances attendues en terme de rapidité? Donnez une valeur optimale de  $K_V$  qui permette de satisfaire au mieux le cahier des charges?



**Question 7** Le système ainsi corrigé est-il robuste aux perturbations en échelon mais également en rampe comme celles provoquées par le système de maintien en tension ?

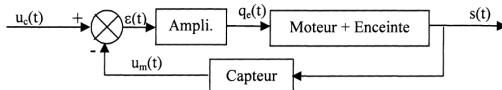
Corrigé voir 195.

### Exercice 196 – Système éclipse \*

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour éléver la température à cœur du moteur, on alimente en tension tous les bobinages du moteur par l'intermédiaire d'un comparateur et d'un amplificateur. Cet ensemble élabore une tension, dépendant de la teion de consigne  $u_c(t)$ , provenant d'un dispositif non étudié ici, et de la tension  $u_m(t)$  fournie par un capteur de température situé dans le stator du moteur.



$u_c(t)$  : tension de consigne.

$u_m(t)$  : tension image de la variation de température.

$s(t)$  : variation de température.

$e(t)$  : tension image de l'écart entre la consigne et la variation de température.

$q_e(t)$  : flux de chaleur apporté par effet joule.

L'ensemble {Moteur + enceinte} est modélisé par un premier ordre de fonction de transfert  $H(p) = \frac{H_0}{1 + \tau p}$  avec  $H_0 = 0^\circ\text{C W}^{-1}$  et  $\tau = 200\text{s}$  ?

Le capteur est modélisé par un système de fonction de transfert  $\beta \exp^{-T_r p}$  avec  $\beta = \frac{5}{200}\text{V}^\circ\text{C}^{-1}$  et  $T_r = 20\text{s}$ .

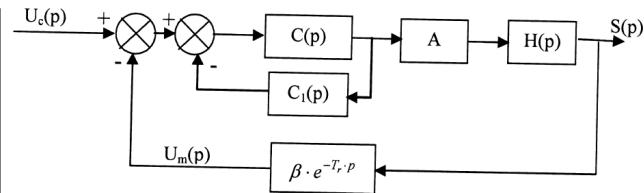
L'amplificateur est modélisé par un gain pur  $A = 400\text{W V}^{-1}$

Le cahier des charges est le suivant.

FS4 : Ne pas polluer l'environnement de la chambre à vide	<ul style="list-style-type: none"> <li>Température de la phase de dégazage</li> <li>Dépassage de température</li> <li>Ecart par rapport à une consigne constante</li> <li>Durée de montée en température (à 5% près)</li> </ul>	200°C Aucun Nul 2 min
---	---	--------------------------------

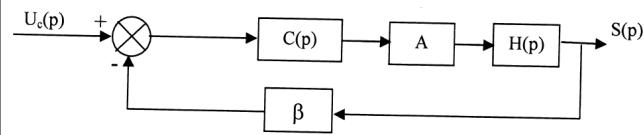
**Question 1** Expliquez en quelques lignes pourquoi le retard engendré par le capteur risque de rendre le système non conforme au cahier des charges.

Pour supprimer l'influence du retard, on choisit d'insérer un correcteur en série juste avant l'amplificateur, comme indiqué sur le schéma-blocs suivant.



**Question 2** Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle fermée du système ainsi corrigé en fonction de  $H(p)$ ,  $A$ ,  $C(p)$ ,  $C_1(p)$ ,  $\beta$  et  $T_r$ .

**Question 3** Déterminer l'expression de  $C_1(p)$  en fonction de  $H(p)$ ,  $A$ ,  $\beta$  et  $T_r$ , pour que le système ait un comportement équivalent au système sans retard suivant.



Grâce au correcteur  $C(p)$  choisi précédemment, le retard n'a plus d'influence sur la commande du système.

On choisit comme fonction de transfert de la seconde partie du correcteur  $C(p) = K_i \frac{1 + T_i p}{T_i p}$ .

**Question 4** Justifier le choix de  $C(p)$  en vous appuyant sur les exigences du cahier des charges.

**Question 5** Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $F(p) = \frac{S(p)}{U_c(p)}$  du système en fonction de  $K_i$  et  $T_i$ .

**Question 6** Calculer la valeur de  $T_i$  pour que le système se comporte comme un premier ordre.

**Question 7** Calculer la valeur de  $K_i$  pour que le temps de montée en température soit compatible avec les données du cahier des charges.

Éléments de corrigé :

1. .
2.  $H_{BF} \text{ corrigée} = \frac{AHC}{1 + CC_1 + AHC\beta \exp^{-T_r p}}$ .
3.  $C_1 = AH\beta(1 - \exp^{-T_r p})$ .
4. .
5.  $F(p) = \frac{AH_0 K_i (1 + T_i p)}{(1 + \tau p) T_i p + A\beta H_0 K_i (1 + T_i p)}$ .
6.  $T_i = \tau$ .
7.  $K_i = \frac{\tau}{40A\beta H_0} = 25$ .

Corrigé voir 196.

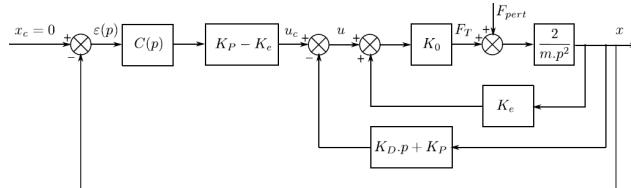
### Exercice 197 – Système éclipse \*

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Afin de satisfaire les critères du cahier des charges, on envisage d'asservir le palier magnétique par un premier bouclage de stabilisation (retour  $K_D p + K_P$ ). Un second retour unitaire associé à un correcteur  $C(p)$  assure la régulation en position du palier. On utilisera par la suite

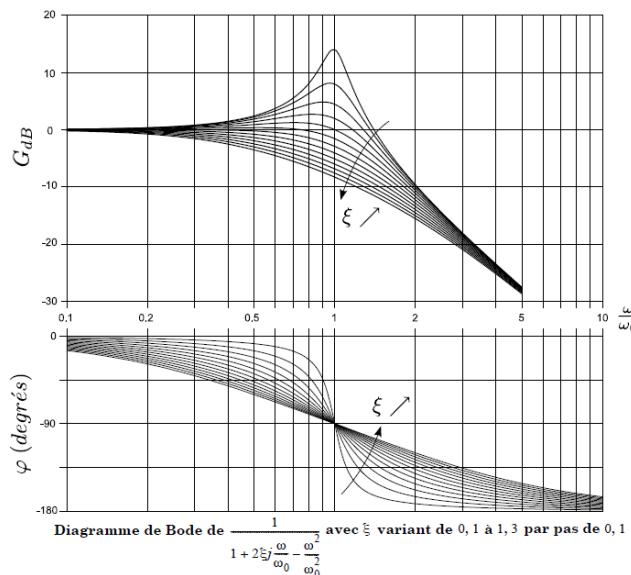
les paramètres suivants :  $K_e = 5000 \text{ V m}^{-1}$ ,  $K_0 = 190 \text{ N m}^{-1}$  et  $m = 10 \text{ kg}$ . On considère dans un premier temps le système sans correction :  $C(p) = 1$ .



Effort maximal transmissible sur chaque palier	$F = 300 \text{ N}$
Déplacement maximal autorisé	Jeu dans les paliers magnétiques de $0,2 \text{ mm}$
Stabilité de l'asservissement	Marge de phase : $60^\circ$ Marge de gain : $12 \text{ dB}$
Sensibilité aux perturbations	Amortissement : $\xi = 0,4$ Bande passante à $-3 \text{ dB}$ : $\omega_{\max}/10$ Déplacement en régime permanent vis-à-vis d'une perturbation constante : nul

**Question 1** Déterminer la fonction de transfert de la boucle interne  $H_{PMI}(p) = \frac{X(p)}{\varepsilon(p)}$ , en fonction de  $K_e$ ,  $K_0$ ,  $m$ ,  $K_P$  et  $K_D$ . Préciser les conditions sur  $K_D$  et  $K_P$  pour que  $H_{PMI}(p)$  soit stable en boucle ouverte.

**Question 2** En considérant l'ensemble de l'asservissement, déterminer la fonction de transfert  $H_{pert}(p) = \frac{X(p)}{F_{pert}(p)}$ , puis calculer les valeurs de  $K_D$  et  $K_P$  permettant de respecter les spécifications du cahier des charges en terme de bande passante et d'amortissement.



**Question 3** Tracer l'allure des diagrammes de Bode asymptotique et réel de la fonction de transfert de la boucle interne  $H_{PMI}(p)$  et préciser la pulsation de coupure ainsi que les marges de gain et de phase. Valider les critères de stabilité du cahier des charges.

L'ouverture et la fermeture des arrivées de gaz sont assurées par des « vannes guillotines ». À la suite de la fermeture de la guillotine, le palier est soumis à un effort bref

mais violent, qui peut être modélisé par une perturbation d'effort en échelon d'amplitude  $F_G$ .

**Question 4** Conclure quant au critère de sensibilité vis-à-vis des perturbations.

Afin d'améliorer les performances du système, on utilise un correcteur de fonction de transfert :  $C(p) = K_i \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$ .

**Question 5** Quelle performance est directement améliorée par ce correcteur ? (justifier votre réponse sans calcul).

**Question 6** Tracer l'allure du diagramme de Bode du correcteur en précisant les valeurs caractéristiques. Expliquer comment choisir  $K_i$  et  $T_i$  afin de conserver des marges de gain, de phase, et une pulsation de coupure proches de celles obtenues sans correction ( $C(p) = 1$ ). Proposer des valeurs numériques.

On admet que le correcteur influe peu sur le temps de réponse et les dépassements lorsque les marges de stabilité et la pulsation de coupure sont conservées. On garde par conséquent les valeurs de  $K_P$  et  $K_D$  obtenues précédemment.

Conclusion : nous avons donc désormais dimensionné les deux boucles d'asservissement successives permettant d'obtenir les performances attendues du palier magnétique.

Afin de préparer la prochaine partie, relative à l'étude dynamique du rotor, on recherche un modèle simple de l'effort du palier magnétique actif en fonction du déplacement  $x$  de l'arbre, dans une gamme de vitesses de rotation raisonnables variant de  $10000 \text{ tr min}^{-1}$  à  $30000 \text{ tr min}^{-1}$ .

**Question 7** Déterminer la fonction de transfert  $K(p)$  telle que  $F_T(p) = K(p)X(p)$ . À partir de simplifications justifiées, montrer que dans la plage de fréquences considérée, l'effort  $F_T(p)$  peut s'écrire sous la forme d'un modèle ressort amortisseur  $F_T(t) = -kx(t) - cx'(t)$  où vous préciserez les valeurs numériques de  $k$  et  $c$ . Comment évolue le modèle lorsque  $\omega$  augmente au delà de cette plage de fréquences ?

Éléments de corrigé :

1.  $K_P > K_e$  et  $K_D > 0$ .
2.  $K_P = 5900$  et  $K_D = 5,5$ .
3.  $\omega_{c0} = 150 \text{ rad s}^{-1}$ ,  $M_\varphi = 110^\circ$ .
4. .
5. .
6.  $K_i = 1$  et  $T_i = 0,07 \text{ s}$ .
7. .

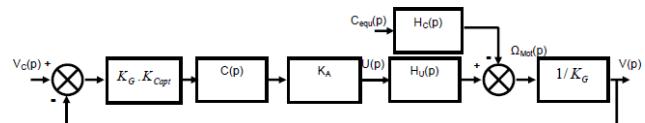
Corrigé voir 197.

### Exercice 198 – Système éclipse \*

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.



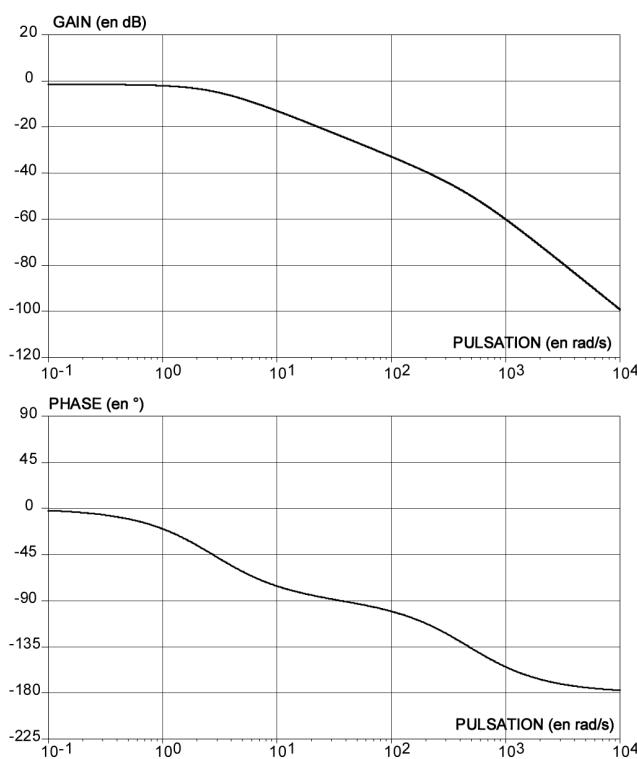
On a  $H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$  et  $H_C(p) = \frac{K_C}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$ .  $K_U = 8,3 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$ ,  $K_C = 152,7 \text{ rad s}^{-1} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ,  $T_1 = 2,1 \text{ ms}$  et  $T_2 = 0,36 \text{ ms}$ .

#### Etude des performances sans correction : $C(p)=1$

Nous distinguerons dans la suite :

- l'étude en poursuite : le couple de perturbation équivalent  $C_{\text{equ}}(t)$  est nul.  $V_c(t)$  varie;
- l'étude en régulation : la vitesse de consigne de la plate-forme  $V_c(t)$  est nulle.  $C_{\text{equ}}(t)$  varie.

Les diagrammes de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte FTBO( $p$ ) non corrigée sont fournis pour  $C(p)=1$ .



**Question 1** Le système étudié est-il stable théoriquement ? Justifier vos réponses.

**Question 2** Etudier l'aptitude du système sans correction à respecter les critères de précision. Vous déterminez notamment les expressions littérales de l'erreur statique en poursuite pour une consigne de vitesse de la plate-forme  $V_c(t)$  en échelon d'amplitude  $V_{CO}$  :  $V_C(t) = V_{CO} u(t)$  (avec  $u(t)$  l'échelon unitaire) et de l'influence en régulation d'une perturbation  $C_{\text{equ}}(t)$  en échelon d'amplitude  $C_0$ , sur la vitesse réelle  $V(t)$  de la plate-forme en régime permanent.

**Etude des performances avec un correcteur de fonction de transfert :  $C(p) = \frac{K_I}{p}$**

**Question 3** Indiquer quelle est la nature de la correction effectuée par ce correcteur (ou désignation du correcteur) ? Indiquer pour quelle(s) raison(s) principale(s) ce correcteur a été choisi. Valider ce choix vis à vis du cahier

des charges. Sans calcul, donner l'influence de ce correcteur sur les autres performances attendues.

Reprenez le diagramme de Bode précédent.

**Question 4** Compléter le document-réponse en traçant les diagrammes de Bode du correcteur avec  $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$ . Déterminer alors la valeur de  $K_I$  maximale notée  $K_{I\max}$  permettant de respecter les marges de stabilité énoncées dans le cahier des charges.

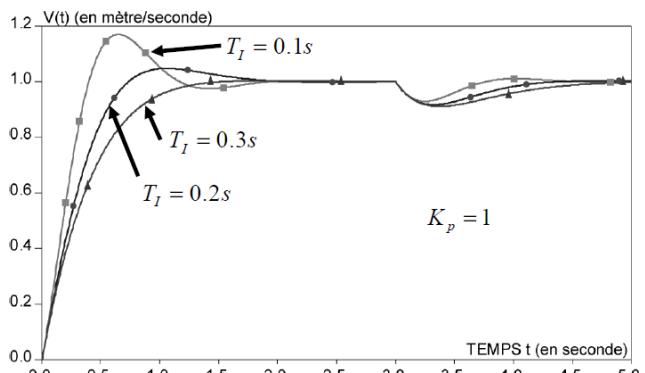
Afin d'évaluer analytiquement le temps de réponse à 5%, il est proposé d'adopter une modélisation simplifiée du comportement du moteur en conservant uniquement le mode associé au pôle « dominant ». On donne  $T_{5\% \text{mini}} \cdot \omega_0 = 3$  avec  $\omega_0$  la pulsation propre non amortie d'un système fondamental du second ordre.

**Question 5** En analysant les valeurs numériques des pôles de la fonction de transfert du moteur en poursuite  $H_U(p)$ , préciser quel est le pôle dominant et proposer alors un modèle simplifié de la fonction de transfert  $H_U(p)$ . Déterminer alors la valeur numérique de  $K_I$  notée  $K_{I5\%}$  minimisant le temps de réponse à 5% pour une entrée échelon en poursuite. Calculer alors la valeur approchée du temps de réponse à 5% minimale  $T_{5\% \text{mini}}$  et comparer la au cahier des charges.

**Etude des performances avec un correcteur proportionnel intégral :  $C(p) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I p} \right)$**

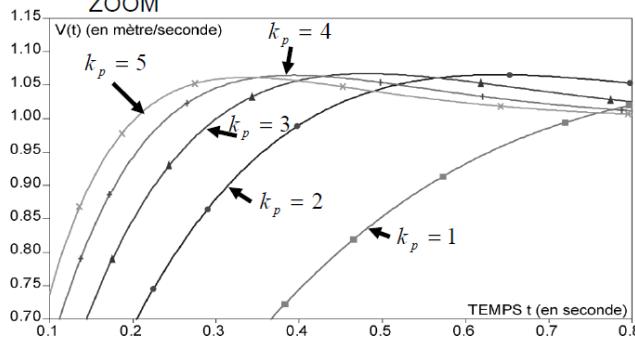
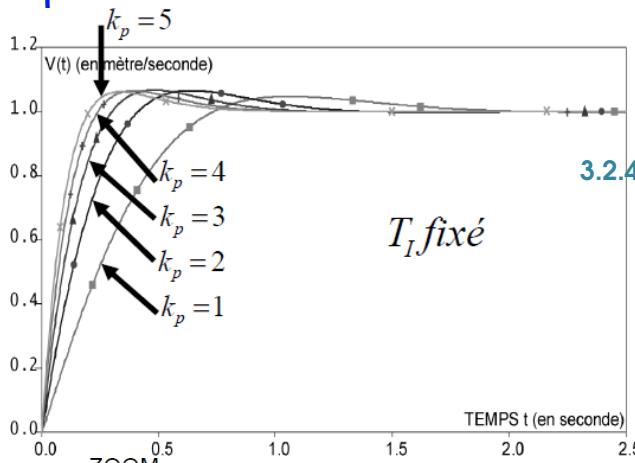
Le correcteur est remplacé par un correcteur proportionnel intégral. Des réponses temporelles du système corrigé sont tracées avec :

- une consigne de vitesse unitaire de la plate-forme  $V_c(t) = u(t)$  (avec  $u(t)$  l'échelon unitaire);
- une perturbation sous la forme d'un échelon unitaire retardé de 5 secondes  $C_{\text{equ}}(t) = u(t-5)$ ;
- un gain du correcteur  $K_P = 1$ ;
- différentes valeurs de  $T_I$ .



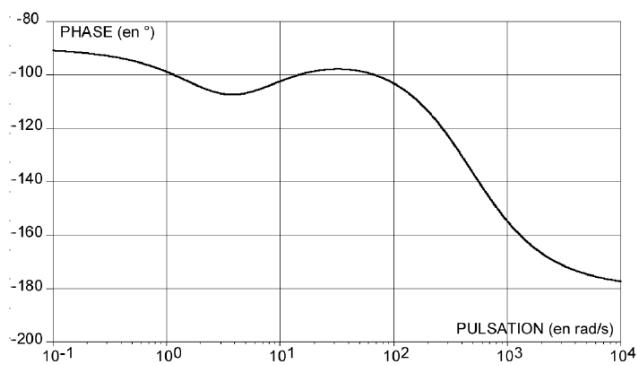
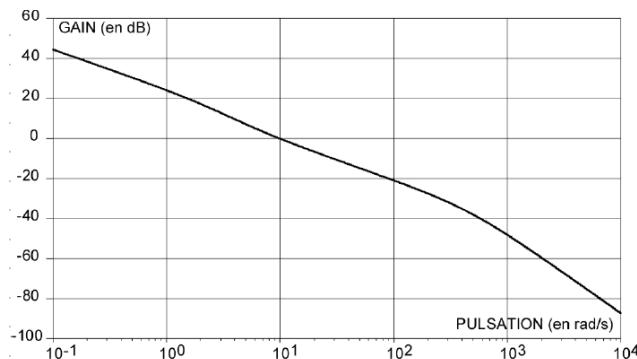
**Question 6** Parmi les différentes valeurs de  $T_I$ , choisir celle qui assure le temps de réponse à 5% le plus faible. Vous ferez apparaître ce temps de réponse sur la figure.

La valeur de  $T_I$  déterminée à la question précédente est retenue pour le réglage du correcteur proportionnel intégral. Il s'agit alors de choisir le gain du correcteur  $K_p$  à partir des simulations proposées.



**Question 7** Parmi les différentes valeurs de  $K_p$ , choisir la valeur qui assure un temps de réponse à 5% au plus près de la valeur fournie dans le cahier des charges.

Avec le couple de valeurs ( $T_I$  et  $K_p$ ) obtenu, la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte a été tracée.



**Question 8** Conclure quant à la capacité de ce correcteur à respecter tous les critères du cahier des charges.

Eléments de corrigé :  
1. .

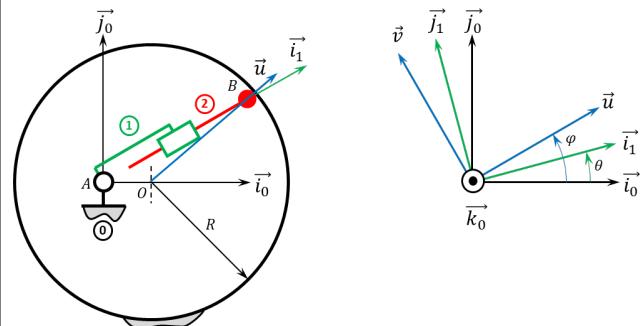
Corrigé voir 198.

### C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

#### Exercice 199 – Pompe à piston radial \*

##### C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AO} = e \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 0 et 2 en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** En utilisant Python, tracer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 4** Exprimer  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

On prendra une section de piston 2 de  $1 \text{ cm}^2$  et une fréquence de rotation de  $\dot{\theta}(t) = \pi \times 2 \text{ rad s}^{-1}$ . **Question 5** Exprimer le débit instantané de la pompe.

**Question 6** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 15 \text{ mm}$ .

**Question 7** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10 \text{ mm}$  pour une pompe à 5 pistons (5 branches 1+2).

Indications (à vérifier...):

1. .
2.  $\lambda(t) = e \cos \theta(t) \pm \sqrt{e^2 \cos^2 \theta(t) - e^2 + R^2}$ .
3. .
4.  $q(t) = S \dot{\lambda}(t)$ .
5. .

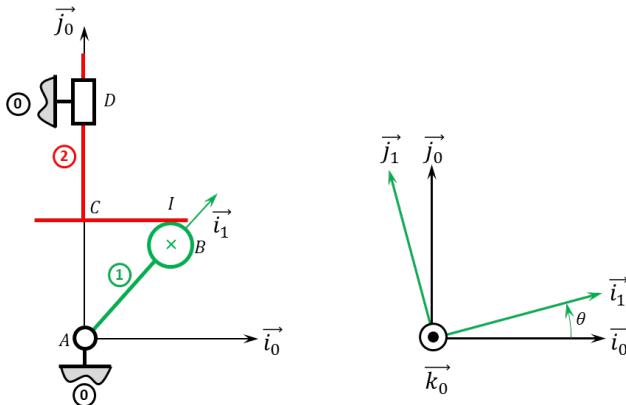
Corrigé voir 199.

#### Exercice 200 – Pompe à piston axial \*

##### C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$  et  $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \vec{j}_0$ . De plus,  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le

contact entre **1** et **2** en *B* est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** Exprimer  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

**Question 4** On note  $S$  la section du piston **2**. Exprimer le débit instantané de la pompe.

**Question 5** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10\text{mm}$  et  $R = 10\text{mm}$  ainsi que pour  $e = 20\text{mm}$  et  $R = 5\text{mm}$ . La fréquence de rotation est  $\dot{\theta}(t) = 100\text{rad s}^{-1}$ , la section du piston est donnée par  $S = 1\text{cm}^2$ .

Indications :

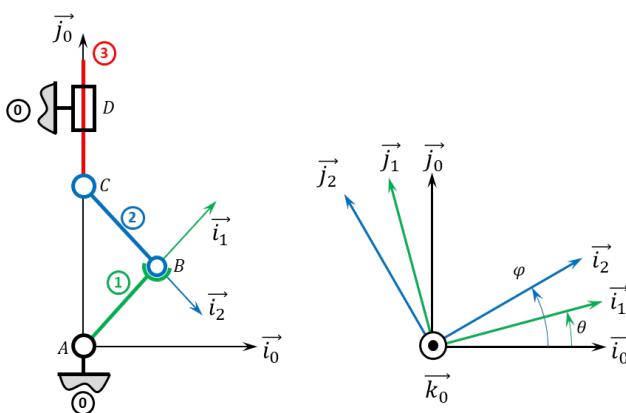
1. .
2.  $e \sin \theta + R - \lambda(t) = 0$ .
3.  $\dot{\lambda}(t) = e \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$ .
4.  $q(t) = e S \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$ .
5. .

Corrigé voir 200.

### Exercice 201 – Système bielle manivelle \*\*

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$ ,  $\overrightarrow{CB} = L \overrightarrow{i_2}$  et  $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \overrightarrow{j_0}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** Exprimer  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

**Question 4** En utilisant Python, tracer la vitesse du piston en fonction du temps. La fréquence de rotation est  $\dot{\theta}(t) = 100\text{ rad s}^{-1}$ , on prendra  $R = 10\text{ mm}$  et  $L = 20\text{ mm}$  puis  $L = 30\text{ mm}$ .

**Question 5** En utilisant Python, tracer l'accélération du piston en fonction du temps en utilisant les mêmes valeurs que dans la question précédente. On utilisera une dérivation numérique.

Indications :

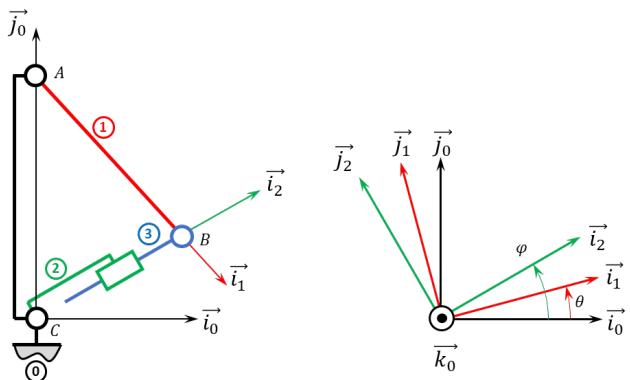
1. .
2.  $\lambda(t) = \pm \sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)} + R \sin \theta(t)$ .
3.  $\dot{\lambda}(t) = \pm \left( \frac{R^2 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \sin \theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)}} \right) + \dot{\theta}(t) R \cos \theta(t)$ .
4. .
5. .

Corrigé voir 201.

### Exercice 202 – Pompe oscillante \*

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{CA} = H \overrightarrow{j_0}$ . De plus,  $R = 40\text{mm}$  et  $H = 60\text{mm}$ . Par ailleurs, on note  $\overrightarrow{CB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_2}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** Exprimer  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

**Question 4** Exprimer le débit instantané de la pompe.

**Question 5** En utilisant Python, donner le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour un piston de diamètre  $D = 10\text{mm}$ .

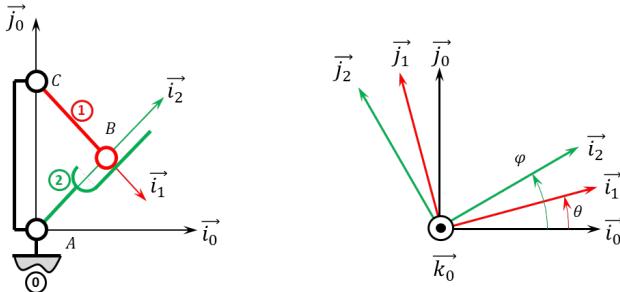
Indications :

1. .
2.  $\lambda(t) = \pm \sqrt{R^2 + H^2 + 2HR \sin \theta(t)}$
3.  $\dot{\lambda}(t) = \frac{1}{2} (-2HR\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)) (R^2 + H^2 + 2HR \sin \theta(t))^{-\frac{1}{2}}$
4.  $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$
5. .

Corrigé voir 202.

**Exercice 203 – Barrière Sympact \***
**C2-06**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = H \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{CB} = R \overrightarrow{i_1}$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$  et  $R = 40 \text{ mm}$ .


**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\varphi(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** Exprimer  $\dot{\varphi}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

**Question 4** En utilisant Python, tracer  $\dot{\varphi}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ . On considérera que la fréquence de rotation de la pièce I est de 10 tours par minute.

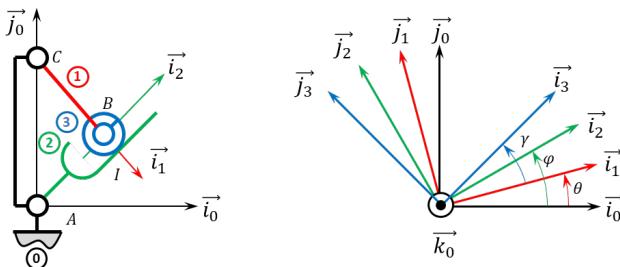
Indications :

1. .
2.  $\tan \varphi(t) = \frac{R \sin \theta(t) + h}{R \cos \theta(t)}$ .
3.  $\dot{\varphi}(t) = \frac{R \dot{\theta}(t)(R + h \sin \theta(t))}{R^2 + h^2 + 2Rh \sin \theta(t)}$ .
4. .

Corrigé voir 203.

**Exercice 204 – Barrière Sympact avec galet \*\***
**B2-13**
**C2-05**
**C2-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = H \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{CB} = R \overrightarrow{i_1}$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$  et  $R = 40 \text{ mm}$ .


**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\varphi(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** Exprimer  $\dot{\varphi}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

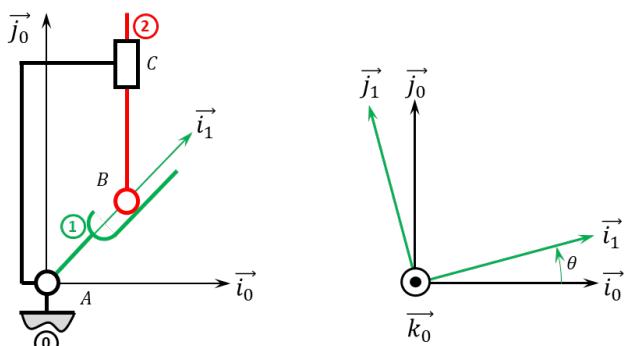
**Question 4** En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer  $\gamma(t)$  et  $\dot{\gamma}(t)$ .

**Question 5** En utilisant Python, tracer  $\dot{\varphi}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ . On considérera que la fréquence de rotation de la pièce I est de 10 tours par minute.

Corrigé voir 204.

**Exercice 205 – Poussoir \***
**C2-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = L \overrightarrow{i_0} + H \overrightarrow{j_0}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \overrightarrow{j_0}$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$ ,  $L = 40 \text{ mm}$ .


**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\mu(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** Exprimer  $\dot{\mu}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

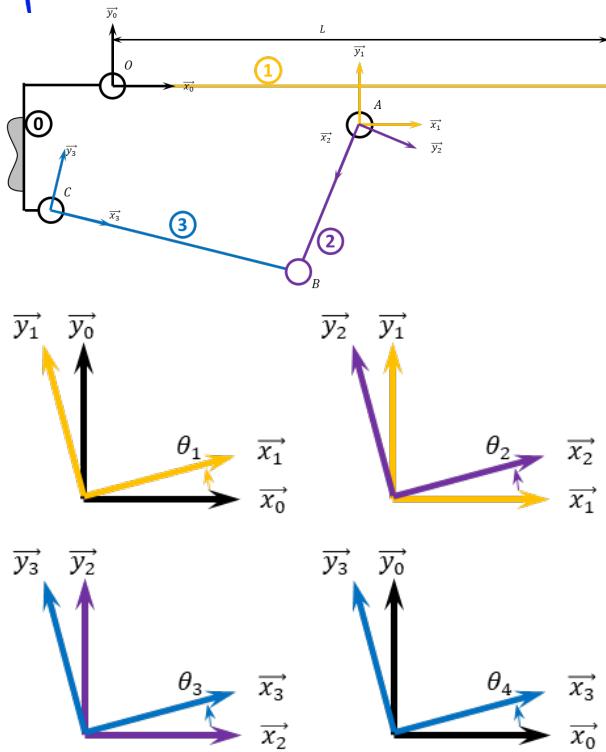
**Question 4** En utilisant Python, tracer  $\dot{\mu}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ . On considérera que la fréquence de rotation de la pièce I est de 10 tours par minute.

Corrigé voir 205.

**Exercice 206 – Système 4 barres \*\***
**C2-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a \overrightarrow{x_1} - f \overrightarrow{y_1}$  avec  $a = 355 \text{ mm}$  et  $f = 13 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{AB} = b \overrightarrow{x_2}$  avec  $b = 280 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{BC} = -c \overrightarrow{x_3}$  avec  $c = 280 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{OC} = -d \overrightarrow{x_0} - e \overrightarrow{y_0}$  avec  $d = 89,5 \text{ mm}$  et  $e = 160 \text{ mm}$ ;



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\theta_1(t)$  en fonction de  $\theta_4(t)$ .

**Question 3** Exprimer  $\dot{\theta}_1(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}_4(t)$ .

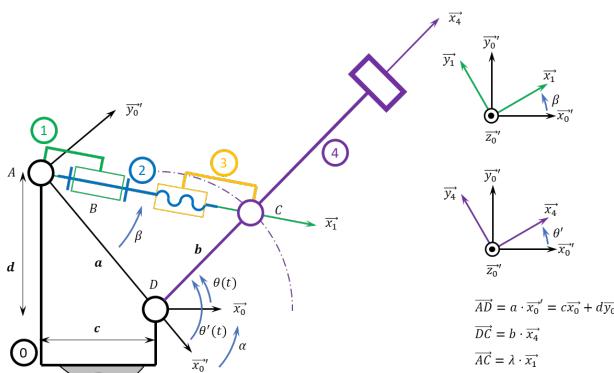
**Question 4** En utilisant Python, tracer  $\dot{\theta}_1(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}_4(t)$ . On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 1 est de 10 tours par minute.

Corrigé voir 206.

### Exercice 207 – Maxpid \*\*\*

**C2-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs  $a = 107,1 \text{ mm}$ ,  $b = 80 \text{ mm}$ ,  $c = 70 \text{ mm}$ ,  $d = 80 \text{ mm}$ . Le pas de la vis est de 4 mm.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

- Les éventuelles erreurs de texte font partie intégrante de la difficulté :).

**Question 2** Exprimer  $\theta(t)$  en fonction de  $\lambda(t)$ .

**Question 3** Exprimer  $\dot{\theta}(t)$  en fonction de  $\dot{\lambda}(t)$ .

**Question 4** Exprimer  $\dot{\theta}(t)$  en fonction de  $\omega(t)$ , vitesse de rotation du rotor moteur 2 par rapport au stator 1.

**Question 5** En utilisant Python, tracer  $\dot{\theta}(t)$  en fonction de  $\omega(t)$ . On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 2 par rapport à 1 est de 500 tours par minute.

Corrigé voir 207.

### Exercice 208 – Variateur de Graham \*\*\*

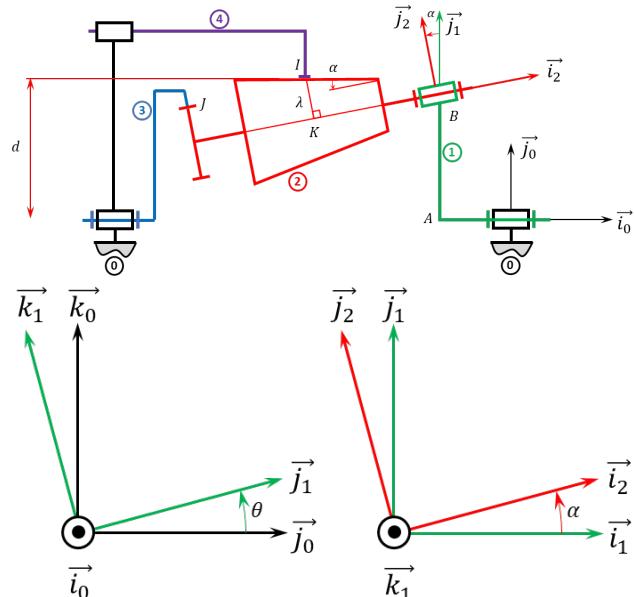
D'après ressources de Michel Huguet.

**B2-13**

**C2-05**

**C2-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



On note  $\vec{AJ} = -L \vec{i}_0 + \frac{d_3}{2} \vec{j}_2$  et  $\vec{KJ} = -\ell \vec{i}_2 + \frac{d_2}{2} \vec{j}_2$ .

Soit  $\mathcal{R} = (A; \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$  un repère lié au bâti 0 du variateur. L'arbre moteur 1 et l'arbre récepteur 3 ont une liaison pivot d'axe  $(A, \vec{i}_0)$  avec le bâti 0. On pose  $\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \omega_1 \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \omega_3 \vec{i}_0$ .

Soit  $\mathcal{R}_1 = (A; \vec{i}_0, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$  et  $\mathcal{R}_2 = (B; \vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_1)$  deux repères liés respectivement à 1 et 2 tels que  $\vec{AB}$  ait même direction que  $\vec{j}_1$ . On pose  $\alpha = (\vec{i}_1, \vec{i}_2)$  constant.

Le satellite 2 a une liaison pivot d'axe  $(B, \vec{i}_2)$  avec 1. 2 est un tronc de cône de révolution d'axe  $(B, \vec{i}_2)$  de demi angle au sommet  $\alpha$ . On pose  $\overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} = \omega \vec{i}_2$ .

La génératrice de **2** du plan  $(O, \vec{i}_0, \vec{j}_1)$  la plus éloignée de l'axe  $(O, \vec{i}_0)$  est parallèle à  $\vec{i}_0$ . Notons  $d$  sa distance à l'axe  $(O, \vec{i}_0)$

**2** roule sans glisser au point *I*, sur une couronne **4**, immobile par rapport à **0** pendant le fonctionnement. Le réglage du rapport de variation s'obtient en déplaçant **4** suivant l'axe  $(O, \vec{i}_0)$ .

Soit *K* le centre de la section droite du tronc de cône passant par *I*. On pose  $\overline{BI} = \lambda j_2$ . À l'extrémité de **2** est fixée une roue dentée de  $n$  dents, d'axe  $(B, \vec{i}_2)$ , qui engrenne avec une couronne dentée intérieure d'axe  $(A, \vec{i}_0)$ , de  $n_2$  dents, liée à **3**.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** En exprimant que **2** roule sans glisser sur **4** au point *I*, déterminer  $\omega$  en fonction de  $\omega_1$ ,  $d$  et  $\lambda$ .

**Question 3** Quelle relation obtient-on entre  $\omega_1$ ,  $\omega_3$  et  $\omega$  en exprimant l'engrenement des deux roues dentées ? (c'est à dire que **2** et **3** roulent sans glisser l'un sur l'autre en *J*).

**Question 4** En déduire le rapport de variation  $\frac{\omega_3}{\omega_1}$  du mécanisme en fonction de  $\lambda$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  et  $d$ .

**Question 5** Tracer la courbe représentative du rapport de variation  $\frac{\omega_3}{\omega_1}$  du mécanisme en fonction de  $\lambda$ , sachant que  $\frac{n}{n_3} = \frac{d_1}{d_3}$ ,  $d = 55$  mm et que  $\lambda$  varie entre  $\lambda_{mini} = 12$  mm et la valeur  $\lambda_{maxi} = 23$  mm.

Corrigé voir 209.

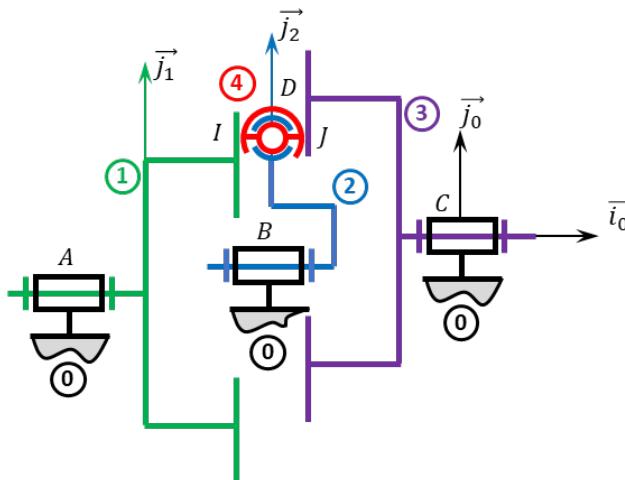
### Exercice 209 – Variateur à billes \*\*\*\*\*

B2-13

C2-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer la loi entrée – sortie.

Corrigé voir 209.

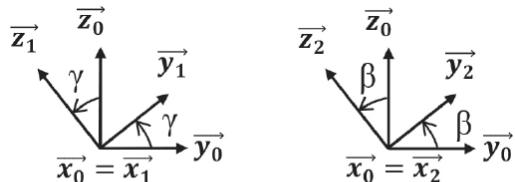
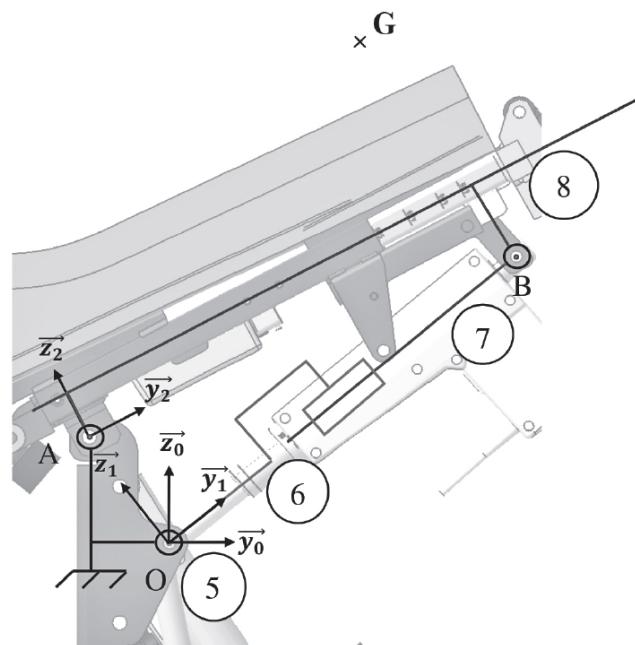
### Exercice 210 – Fauteuil Roulant \*

B2-13

C2-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse au système de basculement de l'assise d'un système de fauteuil roulant.



$$\overrightarrow{OA} = -a \cdot \overrightarrow{y_0} + b \cdot \overrightarrow{z_0}$$

$$\overrightarrow{OB} = \lambda(t) \cdot \overrightarrow{y_1}$$

$$\overrightarrow{AB} = l_1 \cdot \overrightarrow{y_2} - d_1 \cdot \overrightarrow{z_2}$$

$$\overrightarrow{AG} = l_2 \cdot \overrightarrow{y_2} + d_2 \cdot \overrightarrow{z_2}$$

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer les relations issues de la fermeture géométrique liant les paramètres  $\gamma$ ,  $\beta$  et  $\lambda(t)$ .

**Question 3** En déduire l'expression de  $\gamma$  en fonction de  $\beta$ .

Corrigé voir 210.

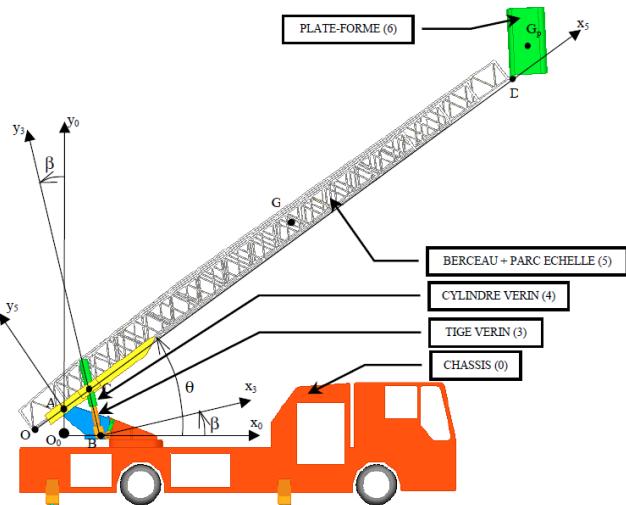
### Exercice 211 – Système EPAS \*

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Nous allons déterminer la vitesse de sortie des vérins pour que la vitesse des points de la plate-forme soit constante.

On propose le paramétrage suivant :

- le repère  $\mathcal{R}_0 = (O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est lié au châssis (0) ;
- le repère  $\mathcal{R}_5 = (A; \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_0)$  est lié à l'ensemble {berceau+parc échelle} (5) avec  $\overrightarrow{O_0 A} = a \vec{y}_0$  et  $(x_0, \vec{x}_5) = \theta$ ,  $\overrightarrow{AC} = c \vec{x}_5$ ,  $\overrightarrow{AD} = H \vec{x}_5$  ;
- le repère  $\mathcal{R}_3 = (B; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$  est lié au vérin (3+4) avec  $\overrightarrow{O_0 B} = b \vec{x}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = r \vec{y}_3$  et  $\beta = (x_0, \vec{x}_3)$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer la vitesse du point D du parc échelle dans son mouvement par rapport au châssis :  $\vec{V}(D, 5/0)$  en fonction de la vitesse angulaire de dressage  $\dot{\theta}$  et des paramètres géométriques.

**Question 3** En faisant une fermeture de chaîne cinématique, déterminez la vitesse de sortie du vérin  $V(V, 4/3) = v \vec{y}_3$  en fonction de la vitesse angulaire de dressage et des paramètres géométriques.

**Question 4** Etablir la relation  $\tan \beta = \frac{b - c \cos \theta}{a + c \sin \theta}$  en écrivant une fermeture de chaîne géométrique.

**Question 5** Déduire des questions précédentes la vitesse de sortie des vérins  $v$  en fonction de  $\theta$  et  $H$  et des constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ; pour que la vitesse du point D du parc échelle soit constante.

Eléments de corrigé :

- $\vec{V}(D, 5/0) = H \dot{\theta} \vec{y}_5$ .
- $v = c \dot{\theta} \cos(\theta - \beta)$ .
- $v = \dot{r} = \frac{c \dot{\theta} (a \cos \theta + b \sin \theta)}{\sqrt{(b - c \cos \theta)^2 + (a + c \sin \theta)^2}}$ .

Corrigé voir 211.

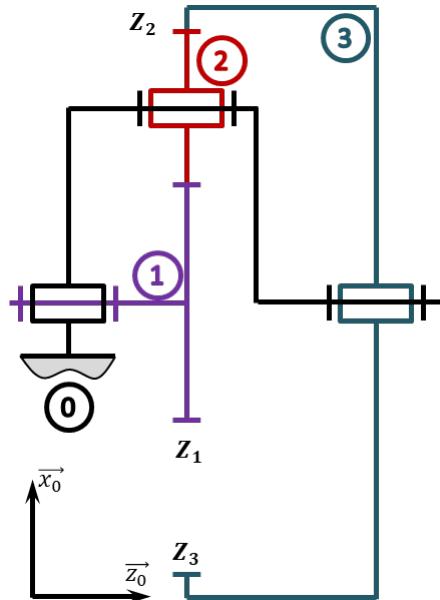
## C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

### Exercice 212 – Train simple \*

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer  $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

**Question 3** Donner une relation géométrique entre  $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z_3$  permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.

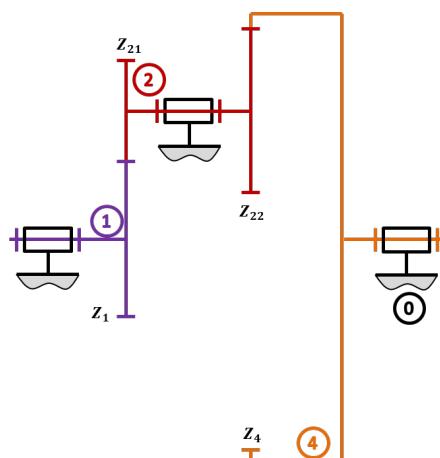
Corrigé voir 223.

### Exercice 213 – Train simple \*

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

Résoudre

**Question 2** Déterminer  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

Corrigé voir 215.

**Question 3** Donner une relation géométrique entre  $Z_1, Z_{21}, Z_{22}$  et  $Z_4$  permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages (on fera l'hypothèse que toutes les roues dentées ont le même module).

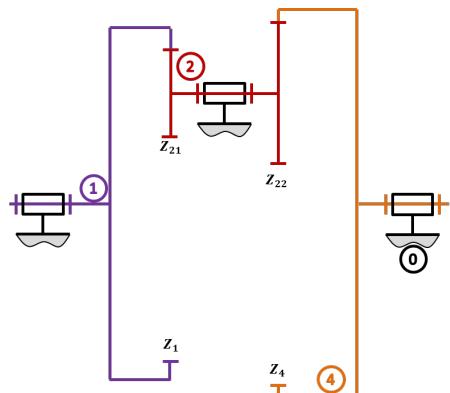
Corrigé voir 213.

### Exercice 214 – Train simple \*

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

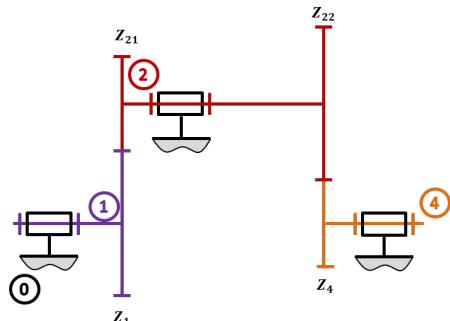
Corrigé voir 214.

### Exercice 215 – Train simple \*

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

### Exercice 216 – Cheville robot NAO\*

A3-05

C2-06

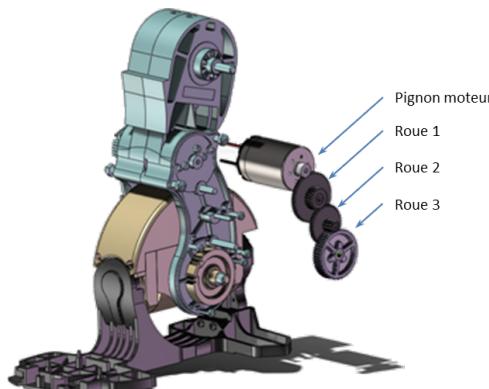
On s'intéresse ici à la cheville NAO. On cherche à savoir si, à partir du moteur retenu par le constructeur, la chaîne de transmission de puissance permet de vérifier les exigences suivantes :

- exigence 1.1.1.1 : la vitesse de roulis doit être inférieure à 42 tr/min;
- exigence 1.1.1.2 : la vitesse de tangage doit être inférieure à 60 tr/min.

La fréquence de rotation des moteurs permettant chacun des deux mouvements est de 8300 tr/min.

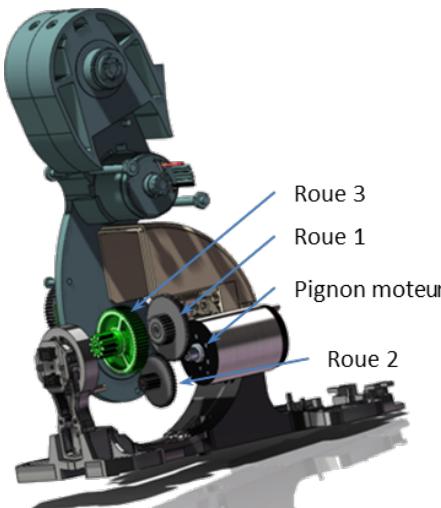
Pour la chaîne de transmission de tangage on donne le nombre de dents et le module de chaque roue dentée :

- pignon moteur :  $Z_m = 20, M_m = 0,3$ ;
- grand pignon 1 :  $Z_1 = 80, M_1 = 0,3$ ;
- petit pignon 1 :  $Z'_1 = 25, M'_1 = 0,4$ ;
- grand pignon 2 :  $Z_2 = 47, M_2 = 0,4$ ;
- petit pignon 2 :  $Z'_2 = 12, M'_2 = 0,4$ ;
- grand pignon 3 :  $Z_3 = 58, M_3 = 0,4$ ;
- petit pignon 3 :  $Z'_3 = 10, M'_3 = 0,7$ ;
- roue de sortie :  $Z_T = 36, M_T = 0,7$ .



Pour la chaîne de transmission du roulis on donne le nombre de dents et le module de chaque roue dentée :

- pignon moteur :  $Z_m = 13, M_m = 0,3$ ;
- grand pignon 1 :  $Z_1 = 80, M_1 = 0,3$ ;
- petit pignon 1 :  $Z'_1 = 25, M'_1 = 0,4$ ;
- grand pignon 2 :  $Z_2 = 47, M_2 = 0,4$ ;
- petit pignon 2 :  $Z'_2 = 12, M'_2 = 0,4$ ;
- grand pignon 3 :  $Z_3 = 58, M_3 = 0,4$ ;
- petit pignon 3 :  $Z'_3 = 10, M'_3 = 0,7$ ;
- roue de sortie 3 :  $Z_R = 36, M_R = 0,7$ .



**Question 1** Quels doivent être les rapports de réductions des transmissions par engrenage afin de respecter les exigences 1.1.1.1 et 1.1.1.2?

**Question 2** Dans le cas de l'axe de tangage, remplir le tableau suivant :

**Question 3** Dans le cas de l'axe de tangage, déterminer le diamètre de chaque roue dentée.

**Question 4** Dans le cas de l'axe de tangage, réaliser le schéma cinématique minimal.

**Question 5** Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de tangage ? L'exigence 1.1.1.2 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?

**Question 6** Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de roulis ? L'exigence 1.1.1.1 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?

Corrigé voir 216.

### Exercice 217 – Train simple \*

D'après Florestan Mathurin.

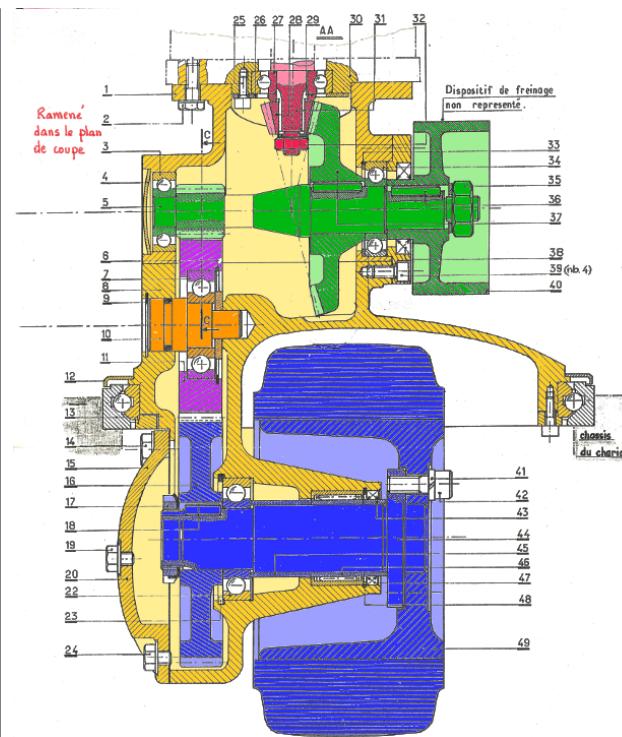
A3-05

C2-06

On s'intéresse au réducteur équipant la roue arrière motrice et directionnelle d'un chariot élévateur de manutention automoteur à conducteur non porté.

**Données :**  $z_{27} = 16$  dents,  $z_{35} = 84$  dents,  $z_5 = 14$  dents,  $z_{11} = 56$  dents,  $z_{16} = 75$  dents.

**Question 1** Identifier les classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.



**Question 2** Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin.

**Question 3** Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons.

Repère de la roue	Module $m$ (mm)	Nombre de dents $Z$	Diamètre primitif $D$ (mm)
27			
35	1,5		
5			
11	1,5		
16			

**Question 4** Après avoir proposé un paramétrage, indiquer dans quel sens tourne la roue si le moteur 28 (31) tourne dans le sens positif.

**Question 5** Pour une vitesse de 1500 tr/min en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue. Le diamètre de la roue est de 150 mm. Quelle est la vitesse du véhicule ?

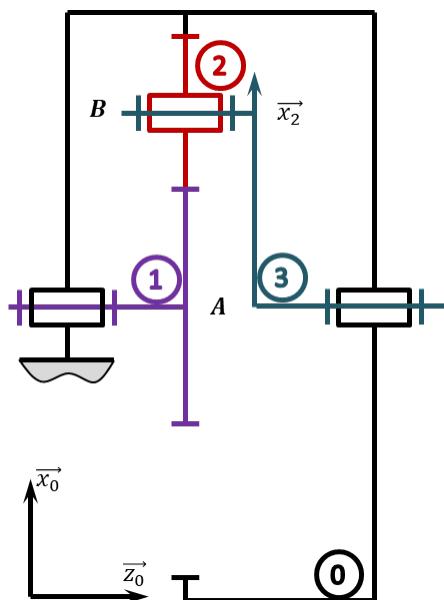
Corrigé voir 217.

### Exercice 218 – Train simple \*

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer  $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

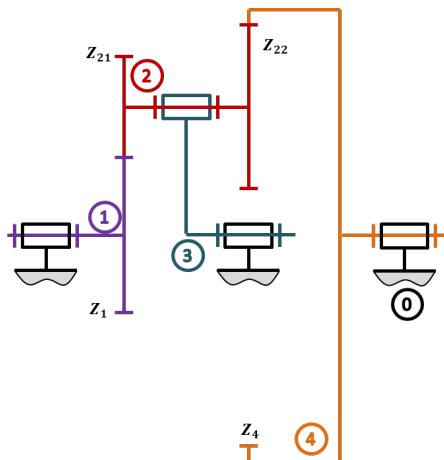
Corrigé voir 218.

### Exercice 219 – Train simple \*

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer  $\omega_{40}$  en fonction de  $\omega_{30}$  et  $\omega_{10}$ .

**Question 3** On suppose que  $\omega_{40}$  est bloqué. Exprimer le rapport  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$ .

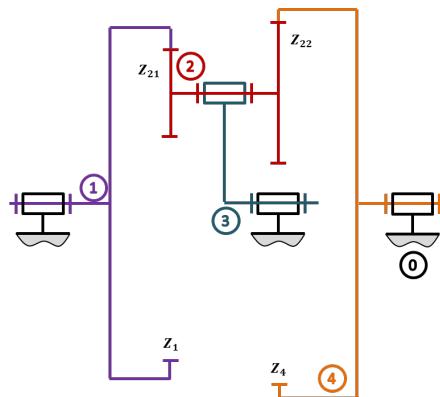
Corrigé voir 219.

### Exercice 220 – Train simple \*

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer  $\omega_{40}$  en fonction de  $\omega_{30}$  et  $\omega_{10}$ .

**Question 3** On suppose que  $\omega_{40}$  est bloqué. Exprimer le rapport  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$ .

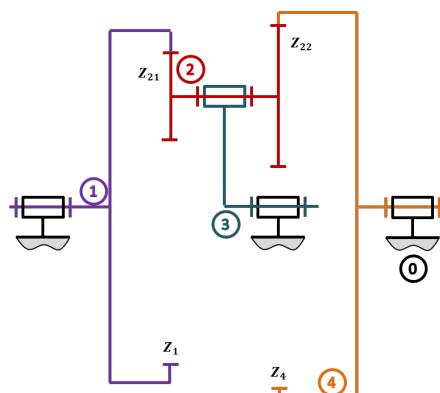
Corrigé voir 220.

### Exercice 221 – Train simple \*

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer  $\omega_{40}$  en fonction de  $\omega_{30}$  et  $\omega_{10}$ .

**Question 3** On suppose que  $\omega_{40}$  est bloqué. Exprimer le rapport  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$ .

Corrigé voir 221.



**Question 1** Déterminer la relation entre  $\omega(1/0)$  et  $v$ .

Corrigé voir 225.

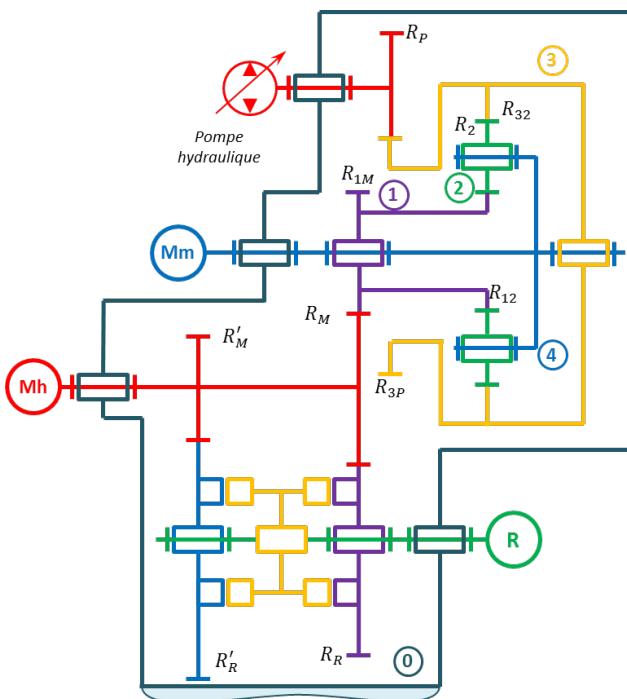
### Exercice 226 – Train simple \*

A3-05

C2-06

On s'intéresse à la chaîne de transmission de puissance d'un tracteur Fendt. Cette dernière est composée d'un moteur (et d'une pompe) hydraulique (Mh) ainsi que d'un moteur thermique MAN (Mm).

Le moteur MAN a pour but de fournir de la puissance à la pompe hydraulique et au tracteur (récepteur R). On donne ci-dessous le schéma de la transmission.



Les rayons des pignons sont les suivants :  $R_{12} = 60$ ,  $R_{1M} = 33$ ,  $R_2 = 30$ ,  $R_{32} = 120$ ,  $R_{3P} = 54$ ,  $R_M = 54$ ,  $R'_M = 48$ ,  $R_R = 42$ ,  $R'_R = 48$ .

Une étude antérieure a permis d'établir que  $\frac{\omega(Ph/0)}{\omega(Mh/0)} = \frac{2y}{x}$  avec  $x \in [0, 71; 1]$  et  $y \in [0; 1]$ .

La fréquence de rotation du moteur Man est de 1900 tr/min.

**Question 1** Déterminer la relation entre  $\omega(1/0)$ ,  $\omega(3/0)$  et  $\omega(4/0)$ .

**Question 2** Montrer que la relation entre la rotation du moteur hydraulique et le moteur Man peut se mettre sous la forme :  $\frac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\frac{Ax}{BR_p y + Cx}$  où on explicitera A, B et C.

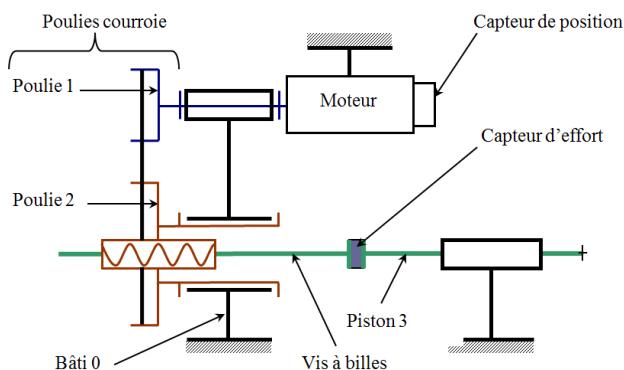
Corrigé voir 226.

### Exercice 227 – Système vis-écrou \* D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

A3-05

C2-06

Soit la chaîne de transmission suivante.



Le schéma du restituteur actif est donné ci-dessous. Le pas de la vis est  $p_v = 10$  mm. Le diamètre de la poulie 2 est le double de celui de la poulie 1.

**Question 1** Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.

**Question 2** Réaliser la chaîne d'énergie-puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.

**Question 3** Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1.

Corrigé voir 227.

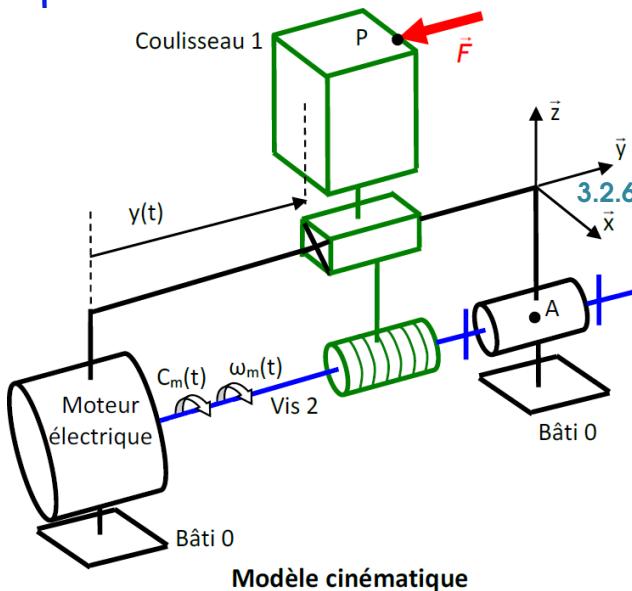
### Exercice 228 – Train simple \* D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

A3-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante. Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.

On s'intéresse ici à l'axe Y qui met en mouvement le coulisseau 1, sur lequel est fixée l'outil, par rapport au bâti 0. Le coulisseau 1 est mis en mouvement par un moteur électrique qui délivre un couple moteur  $C_m(t)$ .



On note  $p$  le pas de vis.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.

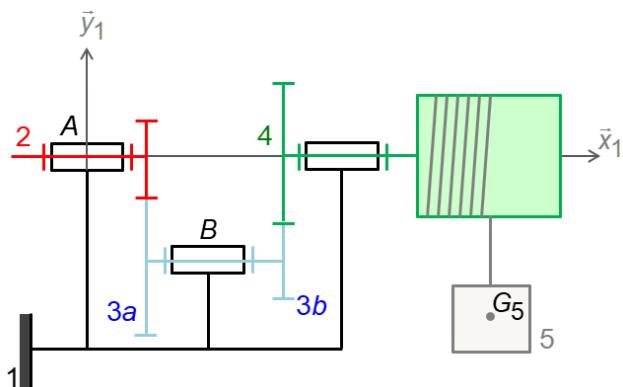
Corrigé voir 228.

**Exercice 229 – Treuil de levage \*** D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

**A3-05**

**C2-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à un treuil dont le modèle cinématique est donné ci-dessous.



On note  $Z_2$  le nombre de dents de la roue dentée de l'arbre 2. On note l'arbre intermédiaire 3 et  $Z_{3a}$  et  $Z_{3b}$  les nombres de dents de ses deux roues dentées. On note  $R$  le rayon du tambour 4 sur lequel s'enroule sans glisser un câble et  $Z_4$  le nombre de dents de sa roue dentée.

**Question 1** Déterminer la relation entre  $v_{51}$  la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et  $\omega_{21}$  la vitesse de rotation du moteur.

**Question 2** On note  $J_2$ ,  $J_3$ ,  $J_4$  l'inertie des pièces 2, 3 et 5. On note  $M_5$  la masse du solide 5. Donner la masse

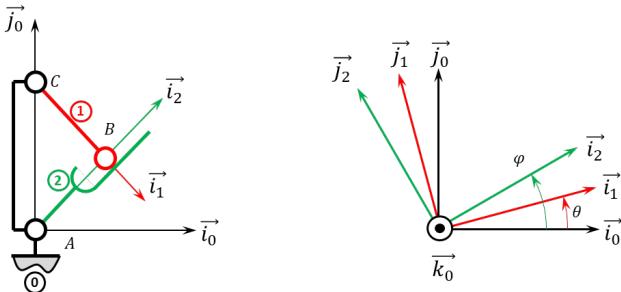
équivalente ramenée « à la translation » de la masse. Donner l'inertie équivalente ramenée à l'arbre d'entrée 2.

Corrigé voir 229.

**C2-07 – Déterminer les actions mécaniques en statique**

**Exercice 230 – Barrière Sympact \*\***  
Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = H \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{CB} = R \overrightarrow{i_1}$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$  et  $R = 40 \text{ mm}$ .



On néglige la pesanteur sur la pièce 1.

On note  $\{\mathcal{F}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$  l'action mécanique du moteur sur la pièce 1.

On note  $\{\mathcal{F}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_r \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$  l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce 2. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de  $45 \text{ Nm}$  pour un angle de rotation  $100^\circ$ . On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ( $\varphi_o = \frac{\pi}{2}$ ). Il est au maximum lorsque  $\varphi_f = 0$ .

On note  $\{\mathcal{F}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -Mg \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{\forall G}$  avec  $\overrightarrow{AG} = L \overrightarrow{i_2}$ .

**Question 1** Réaliser un graphe d'analyse.

**Question 2** Expliciter  $C_r$  en fonction des différents constantes ( $k$ ,  $\varphi_o$ ,  $\varphi_f$ ) et celles qui vous sembleraient utile.

**Question 3** Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.

**Question 4** Mettre en œuvre une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.

**Question 5** Tracer de courbe Python.

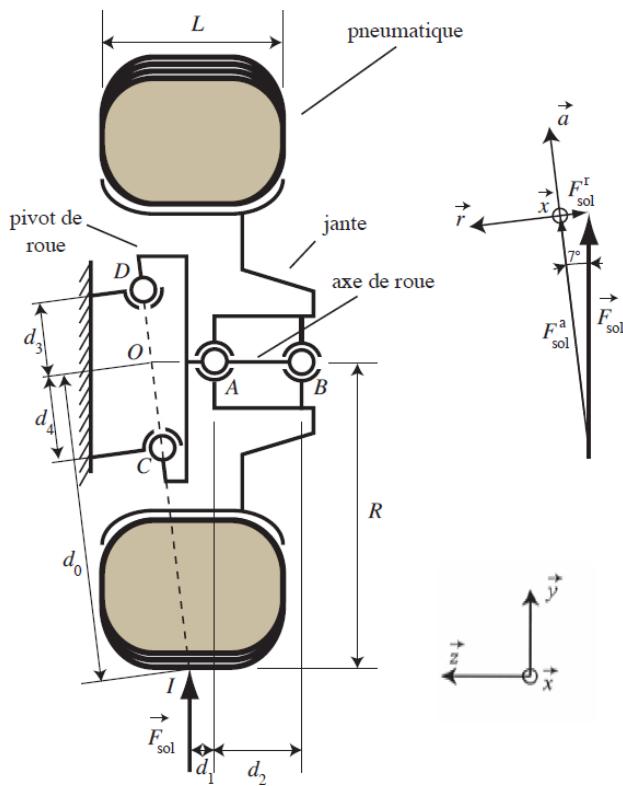
Corrigé voir 230.

**Exercice 231 – Suspension automobile \*\***

**C2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les

suivantes :  $F_C^a$  (respectivement  $F_C^r$ ,  $F_C^x$ ) désignera la composante suivant  $\vec{a}$  (respectivement  $\vec{r}$ ,  $\vec{x}$ ) de l'effort extérieur exercé en  $C$ . On procédera de même pour le point  $D$ .



**Question 1** En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliquée au point  $C$ , en projection sur les axes de la base ( $\vec{a}$ ,  $\vec{r}$ ,  $\vec{x}$ ) en fonction des composantes  $F_{sol}^a$  et  $F_{sol}^r$  et des dimensions  $d_0$ ,  $d_3$  et  $d_4$ .

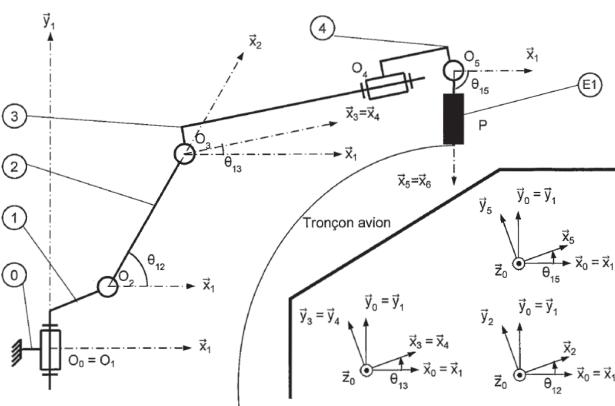
**Question 2** Résoudre littéralement le système.

Corrigé voir 231.

### Exercice 232 – Suspension automobile \*\*

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

**Objectif** L'objectif est de déterminer le couple articulaire C12 à appliquer sur le bras 2 afin de garantir l'effort de perçage et l'effort presseur.



### Hypothèses :

- l'étude est réalisée pour une demi couture orbitale (couture supérieure) ;
- le repère  $\mathcal{R}_0(O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  sera supposé galiléen ;
- $\vec{y}_0$  est l'axe vertical ascendant et  $\vec{g} = -g \vec{y}_0$  avec  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$  ;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites.

### \*Repérage et paramétrage

Le repère associé à l'embase fixe (0) est le repère  $\mathcal{R}_0(O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ,  $\vec{y}_0$  étant l'axe vertical ascendant.

L'embase de rotation (1), en liaison pivot d'axe ( $O_1, \vec{y}_1$ ), par rapport au bâti (0), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_1(O_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  tel que  $O_0 = O_1$ ,  $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$ ,  $\vec{y}_0 = \vec{y}_1$ ,  $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ .

Le bras (2), en liaison pivot d'axe ( $O_2, \vec{z}_2$ ) par rapport à l'embase de rotation (1), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_2(O_2; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  tel que  $\overrightarrow{O_1 O_2} = L_1 \vec{x}_1 + L_2 \vec{y}_1$ ,  $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$  et  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \theta_{12}$ .

Le bras (3), en liaison pivot d'axe ( $O_3, \vec{z}_3$ ) par rapport au bras (2), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_3(O_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  tel que  $\overrightarrow{O_2 O_3} = L_3 \vec{x}_2$ ,  $\vec{z}_1 = \vec{z}_3$  et  $(\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = \theta_{13}$ .

Le bras (4), en liaison pivot d'axe ( $O_4, \vec{x}_4$ ) par rapport au bras (3), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_4(O_4; \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$  tel que  $\overrightarrow{O_3 O_4} = L_4 \vec{x}_3 + l_5 \vec{y}_3$ ,  $\vec{x}_3 = \vec{x}_4$  et  $(\vec{y}_3, \vec{y}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4) = \theta_{34}$ .

L'ensemble (E1) composé du bras (5), du poignet et de l'outil, en liaison pivot d'axe ( $O_5, \vec{z}_5$ ) par rapport au bras (4), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_5(O_5; \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$  tel que  $\overrightarrow{O_4 O_5} = L_5 \vec{x}_3$ ,  $\vec{z}_1 = \vec{z}_5$  et  $(\vec{x}_1, \vec{x}_5) = (\vec{y}_1, \vec{y}_5) = \theta_{15}$ .

La masse du bras (2) est notée  $M_2$  et la position du centre de gravité est définie par  $\overrightarrow{O_2 G_2} = \frac{1}{2} L_3 \vec{x}_2$ .

La masse du bras (3) et du bras (4) est notée  $M_{34}$  et la position du centre de gravité est définie par  $\overrightarrow{O_3 G_3} = \frac{1}{3} L_4 \vec{x}_3 + L_5 \vec{y}_3$ .

La masse de l'ensemble (E1) est notée  $M_{E1}$  et la position du centre de gravité est définie par  $\overrightarrow{O_5 G_5} = L_7 \vec{x}_5$ .

L'extrémité de l'outil est définie par le point  $P$  défini par  $\overrightarrow{O_5 P} = L_8 \vec{x}_5$ .

Le torseur d'action mécanique lié au perçage sera noté :  $\{\mathcal{T}(\text{Tronçon (perçage}) \rightarrow E_1)\} = \begin{Bmatrix} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P, \mathcal{R}_5}$ .

Un effort presseur est de plus nécessaire pour le perçage optimal des deux tronçons. Le torseur d'action mécanique associé sera noté :  $\{\mathcal{T}(\text{Tronçon (presseur}) \rightarrow E_1)\} = \begin{Bmatrix} -P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P, \mathcal{R}_5} \dots$

La rotation entre les solides (0) et (1) est supposée bloquée dans la suite du sujet.

**Question 1** Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons.

**Question 2** Quel est l'ensemble  $\Sigma$  à isoler afin de

déterminer le couple  $C_{12}$ .

**Question 3** Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à  $\Sigma$  et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.

**Question 4** Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple  $C_{12}$  ?

La configuration correspondant à la position extrême supérieure de la couture orbitale correspond aux angles suivants :  $\theta_{12} = 60^\circ$ ,  $\theta_{13} = -4^\circ$ ,  $\theta_{15} = -90^\circ$ .

Dans la suite de l'étude, l'angle  $\theta_{13}$  sera considéré nul.

**Question 5** Déterminer l'équation littérale du couple  $C_{12}$  en fonction de  $g$ ,  $F$ ,  $P$ ,  $M_2$ ,  $M_{34}$ ,  $M_{E1}$ ,  $L_3$ ,  $L_4$ ,  $L_5$ ,  $L_6$ ,  $L_7$ ,  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{15}$ .

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2 = 264\text{kg}$ ,  $M_{34} = 430\text{kg}$ ,  $M_{E1} = 2150\text{kg}$ ,  $P = 150\text{N}$ ;
- $L_1 = 0,405\text{m}$ ,  $L_2 = 0,433\text{m}$ ,  $L_3 = 1,075\text{m}$ ,  $L_4 = 1,762\text{m}$ ,  $L_5 = 0,165\text{m}$ ,  $L_6 = 0,250\text{m}$ ,  $L_7 = 0,550\text{m}$ ,  $L_8 = 0,750\text{m}$ .

**Question 6** Déterminer alors la valeur du couple  $C_{12}$ .

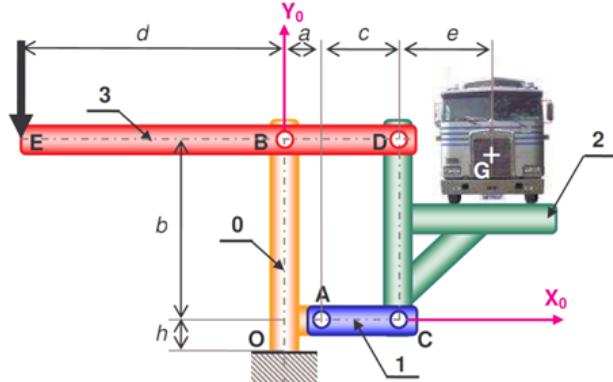
La valeur limite supérieure du couple  $C_{12}$  est fixée par le constructeur à  $9000\text{Nm}$ . **Question 7** Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position? Justifier la réponse.

Corrigé voir 232.

### Exercice 233 – Pèse camion \*\*

**C2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère un bâti **0** auquel est attaché le repère  $\mathcal{R} = (O; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$ . Le champ de pesanteur est  $g = -g \vec{y}_0$ . La barre **1** est liée au bâti **0** par une liaison pivot parfaite d'axe  $(A, \vec{z}_0)$ . Le plateau porte camion **2** est lié à la barre **1** par une liaison pivot parfaite d'axe  $(C, \vec{z}_0)$ . Le levier **3** est lié au bâti **0** par une liaison pivot parfaite d'axe  $(B, \vec{z}_0)$ . Ce levier est également lié au plateau **2** par une liaison pivot parfaite d'axe  $(D, \vec{z}_0)$ . Le camion **4**, de centre de masse  $G$  et de masse  $M$  inconnue, repose sur le plateau **2**. L'action mécanique connue est caractérisée par :  $\{\text{ext} \rightarrow 3\} = \left\{ \begin{array}{c} -F \vec{y}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_E$ .



**Question 1** Déterminer la relation entre  $F$  et  $M$ . Que dire de la position du camion sur la plate-forme?

**Question 2** Déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons.

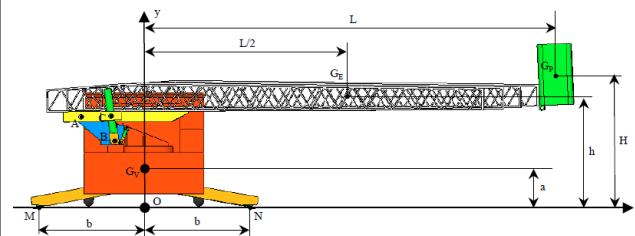
Corrigé voir 233.

### Exercice 234 – Pèse camion \*\*

**C2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

Le véhicule porteur de l'E.P.A.S. doit être équipé de stabilisateurs. Une fois en place, les stabilisateurs le soulèvent, afin qu'il ne repose plus sur les roues (les roues touchent le sol mais ne supportent aucun poids) : le mouvement des suspensions du véhicule mettrait en danger sa stabilité.

L'objet de cette partie est de déterminer la longueur de déploiement maximale que le système de sécurité pourra autoriser.



Le véhicule est dans la configuration de la figure précédente :

- parc échelle horizontale;
- stabilisateurs sortis au maximum;
- charge maximale dans la plate-forme.

Le problème sera traité en statique plane dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$  de la figure précédente.

Les efforts pris en compte sont :

- les actions de pesanteur sur chaque élément :
  - véhicule et charge utile, centre d'inertie  $G_V$ , masse  $m_V$ ,  $\overrightarrow{OG_V} = a \vec{y}$ ,
  - parc échelle, centre d'inertie  $G_E$ , masse  $m_E$ ,  $\overrightarrow{OG_E} = \frac{L}{2} \vec{x} + h \vec{y}$ ,
  - plate-forme et charge utile, centre d'inertie  $G_P$ , masse  $m_P$ ,  $\overrightarrow{OG_P} = L \vec{x} + H \vec{y}$ ;
- les actions de contact de la route sur les stabilisateurs.

Ces actions sont modélisées par des glisseurs passant l'un par  $M$ , tel que  $\overrightarrow{OM} = -b \vec{x}$  et l'autre par  $N$  tel que  $\overrightarrow{ON} = b \vec{x}$ . Les résultantes de ces glisseurs seront notées respectivement :  $\overrightarrow{R}_M = X_M \vec{x} + Y_M \vec{y}$  et  $\overrightarrow{R}_N = X_N \vec{x} + Y_N \vec{y}$ .

**Question 1** Exprimer la condition de non basculement de l'ensemble.

**Question 2** Calculer la longueur  $L_{max}$  de déploiement au-delà de laquelle il y aura basculement.

Corrigé voir 234.

### Exercice 235 – Détermination des efforts dans une structure étayée \*\*

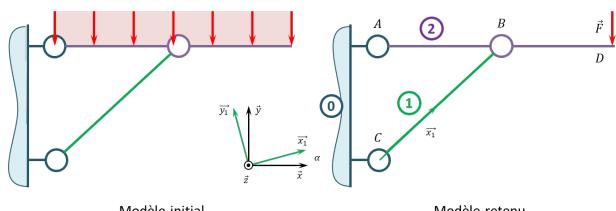
**C2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

Lors de la démolition d'une partie de la gare de Lyon Part-Dieu (en 2018), des étais ont été posés afin de soutenir la structure supérieure.



Dans le but de dimensionner les étais, il est nécessaire de déterminer les actions mécanique dans chacune des liaisons.

Pour cela, on utilise la modélisation suivante.



On a  $\overrightarrow{AB} = a \vec{x}$ ,  $\overrightarrow{BD} = b \vec{x}$  et  $\overrightarrow{CB} = L \vec{x}_1$ .

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse du système (graphe des liaisons et actions extérieures).

**Question 2** Proposer une stratégie permettant de déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.

**Question 3** Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons en fonction de  $F$ .

Éléments de corrigé :

$$3. X_{02} = -F \frac{a+b}{a \tan \alpha}, F_{01} = F \frac{a+b}{a \sin \alpha}, Y_{02} = -\frac{b}{a} F.$$

Corrigé voir 235.

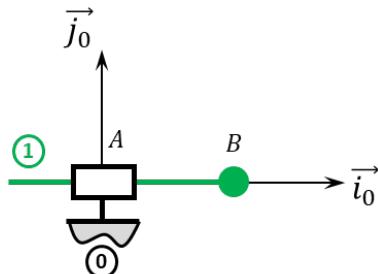
### Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

#### Exercice 236 – Mouvement T – \*

**C2-08**

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide et  $I_B(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & -D_1 \\ 0 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$ .



**Question 1** Exprimer le torseur cinétique  $\{\mathcal{C}(1/0)\}$  en  $B$ .

**Question 2** Exprimer le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(1/0)\}$  en  $B$  puis en  $A$ .

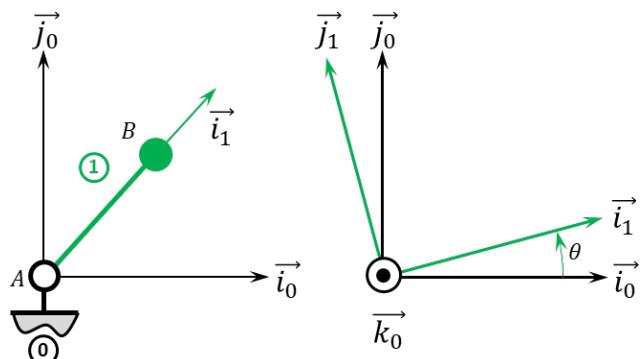
Corrigé voir 236.

#### Exercice 237 – Mouvement R \*

**C2-08**

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1,  $B$  son centre d'inertie et  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$ .



#### Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

**Question 1** Exprimer le torseur cinétique  $\{\mathcal{C}(1/0)\}$  en  $B$ .

**Question 2** Exprimer le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(1/0)\}$  en  $B$  puis en  $A$ .

#### Méthode 2 – Calcul en $A$

**Question 3** Exprimer le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(1/0)\}$  en  $B$  puis en  $A$ .

### Masse ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en  $B$ .

**Question 4** Exprimer le torseur cinétique  $\{\mathcal{C}(1/0)\}$  en  $B$ .

**Question 5** Exprimer le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(1/0)\}$  en  $B$  puis en  $A$ .

Corrigé voir 237.

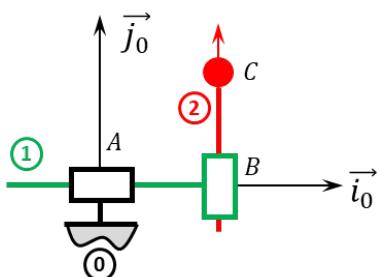
### Exercice 238 – Mouvement TT – \*

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de **1**, on note  $m_1$  sa masse et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de **2**, on note  $m_2$  sa masse et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .



**Question 1** Exprimer les torseurs cinétiques  $\{\mathcal{C}(1/0)\}$  et  $\{\mathcal{C}(2/0)\}$ .

**Question 2** Exprimer les torseurs dynamiques  $\{\mathcal{D}(1/0)\}$  et  $\{\mathcal{D}(2/0)\}$  en  $B$ .

**Question 3** En déduire  $\{\mathcal{D}(1+2/0)\}$  en  $B$ .

Corrigé voir 238.

### Exercice 239 – Mouvement RR \*

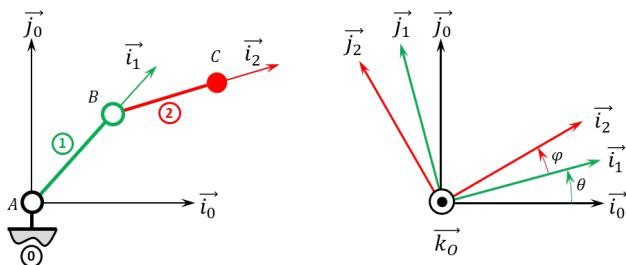
C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de **1** et  $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2}R \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de **1** et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;

- $G_2$  désigne le centre d'inertie de **2** et  $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2}L \vec{i}_2$ , on note  $m_2$  la masse de **2** et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .



**Question 1** Exprimer le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(1/0)\}$  en  $A$ .

**Question 2** Exprimer le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(2/0)\}$  en  $B$ .

**Question 3** Déterminer  $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \vec{k}_0$

Corrigé voir 239.

### Exercice 240 – Mouvement RT \*

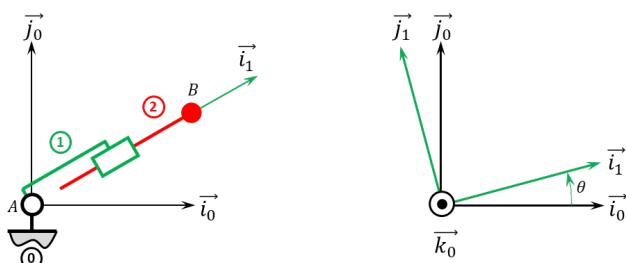
C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de **1** et  $\overrightarrow{AG_1} = L_1 \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de **1** et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;

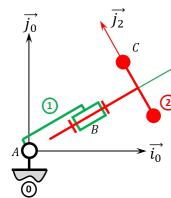
- $G_2 = B$  désigne le centre d'inertie de **2**, on note  $m_2$  la masse de **2** et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .



**Question 1** Exprimer le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(1/0)\}$  en  $A$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\delta}(A, 1+2/0) \cdot \vec{k}_0$

Corrigé voir 240.



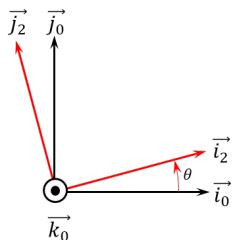
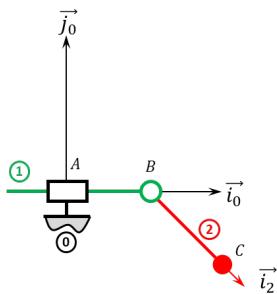
### Exercice 241 – Mouvement RT \*

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$  avec  $R = 30 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, on note  $m_1$  la masse de 1 et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2, on note  $m_2$  la masse de 2 et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .



**Question 1** Exprimer le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(2/0)\}$  en B.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{R_d}(1+2/0) \cdot \vec{i}_0$

Indications :

$$1. \quad \{\mathcal{D}(2/0)\} = \left\{ \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R(\dot{\theta} \vec{j}_2 - \dot{\theta}^2 \vec{i}_2) \right. \\ \left. C_1 \dot{\theta} \vec{k}_1 + R(-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) \vec{k}_0 + R \ddot{\theta} \vec{k}_2) \right\}_{\mathcal{B}}.$$

$$2. \quad \overrightarrow{R_d}(1+2/0) \cdot \vec{i}_0 = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2 (\ddot{\lambda}(t) - R(\dot{\theta} \sin \theta(t) + \dot{\theta}^2 \cos \theta)).$$

Corrigé voir 241.

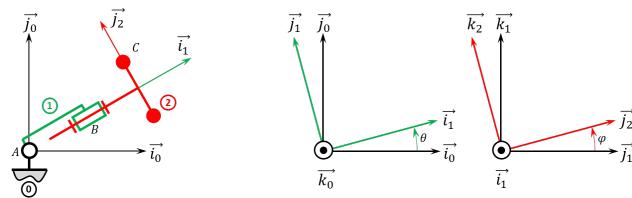
### Exercice 242 – Mouvement RR 3D \*\*

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$ . On note  $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$  et  $r = 10 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, on note  $m_1$  la masse de 1 et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2 tel que  $\overrightarrow{BG_2} = \ell \vec{i}_2$ , on note  $m_2$  la masse de 2 et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .



**Question 1** Exprimer le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(1/0)\}$  en B.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\delta}(A, 1+2/0) \cdot \vec{k}_0$

Corrigé voir 242.

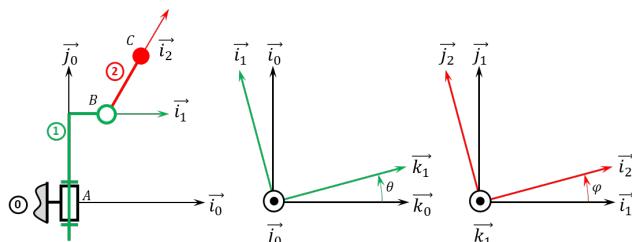
### Exercice 243 – Mouvement RR 3D \*\*

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ . On a  $H = 20 \text{ mm}$ ,  $r = 5 \text{ mm}$ ,  $L = 10 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de 1 tel que  $\overrightarrow{AG_1} = H \vec{j}_1$ , on note  $m_1$  la masse de 1 et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2, on note  $m_2$  la masse de 2 et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .



**Question 1** Exprimer le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(2/0)\}$  en B.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\delta}(A, 1+2/0) \cdot \vec{j}_0$

Corrigé voir 244.

### Exercice 244 – Mouvement RT – RSG \*\*

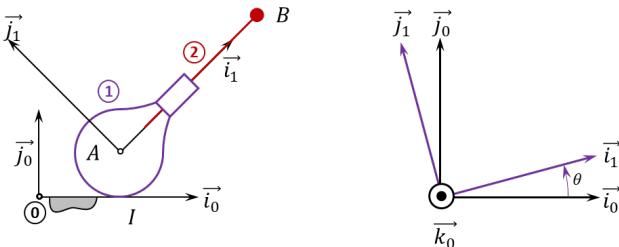
C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{IA} = R \vec{j}_0$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ . On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1 tel que  $\overrightarrow{AG_1} = -\ell \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de 1 et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;

- $G_2 = B$  désigne le centre d'inertie de **2**, on note  $m_2$  la masse de **2** et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \vec{i}_1$

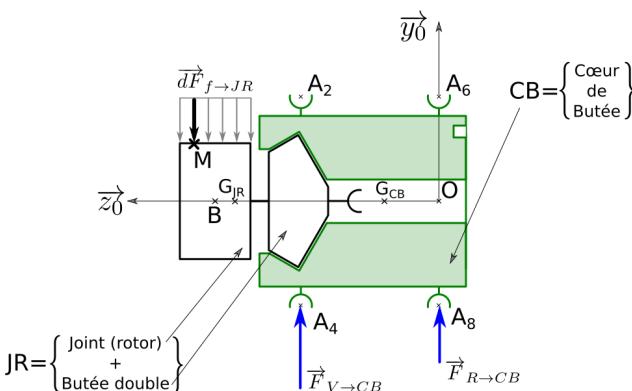
**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\delta(I, 1+2/0)} \cdot \vec{k}_0$

Corrigé voir 244.

### Exercice 245 – Banc Balafre \*

**C2-08** Pas de corrigé pour cet exercice.

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble  $S = \{JR + CB\}$ . On nommera  $G$  le centre d'inertie de l'ensemble  $S$ .



#### Données et hypothèses

- On note  $\overrightarrow{BM} = z \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$  où  $R_J$  est le rayon du joint avec  $R_J = 175$  mm;
- la longueur du joint est  $L_J = 150$  mm. La position du point  $B$ , centre du joint est  $\overrightarrow{OB} = z_B \overrightarrow{z_0}$  avec  $z_B = 425$  mm;
- Le coeur de butée a une masse  $M_{CB} = 40$  kg et la position de son centre d'inertie  $G_{CB}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{CB} = 193$  mm;
- L'ensemble  $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{Butée double}\}$  a une masse  $M_{JR} = 100$  kg et la position de son centre d'inertie  $G_{JR}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR} \overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{JR} = 390$  mm. On notera  $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$  la matrice d'inertie de l'ensemble  $JR$  au point  $G_{JR}$  exprimée dans une base  $\mathcal{B}_{JR} = (\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0})$  liée à  $JR$ ;

l'ensemble  $JR$  au point  $G_{JR}$  exprimée dans une base  $\mathcal{B}_{JR} = (\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0})$  liée à  $JR$ ;

- Les positions des points  $A_4$  et  $A_8$  sont paramétrées par  $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$  et  $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$  avec  $z_4 = 280$  mm et  $R_{CB} = 150$  mm.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan  $(y_0, \overrightarrow{z_0})$ , lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

**Question 1** Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée  $CB$  par rapport au bâti 0 dans ces conditions.

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble  $JR$  a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti  $(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ ) :

$$\{\mathcal{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_{JR}} \text{ avec } \Omega \text{ constante. } \{\mathcal{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ v(t) \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{G_{CB}}$$

La fonction  $v(t)$  représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier  $v(t)$  aux déplacements  $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$  provoqués en  $A_4$  et  $A_8$  par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble  $S = \{JR + CB\}$  afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

**Question 2** Exprimer  $v(t)$  en fonction de  $y(t)$ .

**Question 3** Déterminer l'expression en  $G_{CB}$  du torseur dynamique de  $CB$  par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).

**Question 4** Déterminer l'expression en  $G_{JR}$  du torseur dynamique de  $JR$  par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).

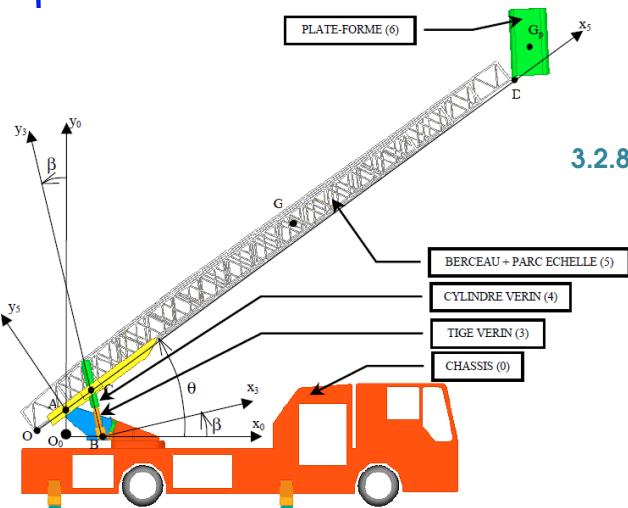
**Question 5** Exprimer alors en  $G$  le torseur dynamique de l'ensemble  $S$  par rapport à 0 en fonction de  $\dot{v}(t)$ ,  $M_{CB}$  et  $M_{JR}$ .

Corrigé voir 245.

### Exercice 246 – EPAS \*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à l'échelle pivotante équipant un camion de pompier.



Les deux vérins doivent être capables de déplacer l'ensemble du parc échelle et la plate-forme chargée.

**Le parc échelle (5)** : on notera la matrice d'inertie du parc échelle au point  $G$  (son centre de gravité) dans la

$$\text{base } (\vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_0) : I_G(5) = \begin{pmatrix} I_{G_x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{G_y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{G_z} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_0)} . \text{ Le}$$

parc échelle a une masse notée  $3m$  et une longueur notée  $L$ . Son centre de gravité  $G$  est tel que  $\overrightarrow{OG} = \frac{L}{2} \vec{x}_5 + \frac{h}{3} \vec{y}_5$ .

Le parc échelle est solidaire du berceau avec  $\overrightarrow{OA} = d \vec{x}_5$

**La plate forme chargée (6)** : pendant le redressement ou l'abaissement, la plate-forme reste toujours horizontale. Sa masse une fois chargée sera notée  $M$  et son centre de gravité est le point  $G_P$  tel que :  $\overrightarrow{DG_P} = \lambda \vec{x}_0 + \mu \vec{y}_0$ . On notera la matrice d'inertie de la plate forme chargée au point  $G_P$  (son centre de gravité) dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  :

$$I_{G_P}(6) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} .$$

**Le berceau (5)** : sa masse sera négligée devant les autres masses. Il est incliné par rapport à l'horizontal d'un angle  $\theta$  fonction du temps.

**Les vérins (3+4)** : leurs masses seront négligées devant les autres masses. Ils devront exercer un effort, modélisé par un glisseur de résultante  $\vec{R} = R \vec{y}_3$ , permettant le déplacement  $\theta$ .

**Question 1** Déterminer l'expression littérale du moment dynamique en  $A$  de l'ensemble {parc échelle + berceau} (5) par rapport au châssis (0) :  $\delta(A, 5/0)$ .

**Question 2** Déterminer l'expression littérale du moment dynamique en  $A$  de la plate-forme (6) par rapport au châssis (0) :  $\delta(A, 6/0)$ .

**Question 3** Déterminer l'expression littérale de l'effort  $R$  que devra fournir l'ensemble des deux vérins sur le berceau, en fonction des masses, des paramètres géométriques et de l'angle  $\theta$  et de ses dérivées. Indiquer clairement les sous-ensembles isolés, les actions mécaniques prises en compte et les théorèmes utilisés.

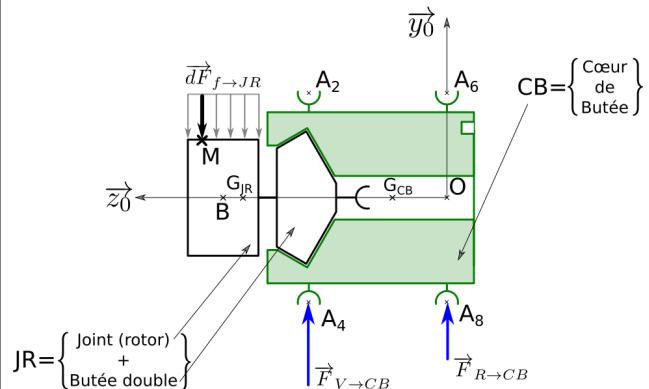
Corrigé voir 246.

Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

### Exercice 247 – Banc Balafre \*

#### C2-08 Pas de corrigé pour cet exercice.

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble  $S = \{JR + CB\}$ . On nommera  $G$  le centre d'inertie de l'ensemble  $S$ .



#### Données et hypothèses

- On note  $\overrightarrow{BM} = z \vec{z}_0 + R_J \vec{u}(\theta)$  où  $R_J$  est le rayon du joint avec  $R_J = 175$  mm;
- la longueur du joint est  $L_J = 150$  mm. La position du point  $B$ , centre du joint est  $\overrightarrow{OB} = z_B \vec{z}_0$  avec  $z_B = 425$  mm;
- Le coeur de butée a une masse  $M_{CB} = 40$  kg et la position de son centre d'inertie  $G_{CB}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \vec{z}_0$  avec  $L_{CB} = 193$  mm;
- L'ensemble  $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{Butée double}\}$  a une masse  $M_{JR} = 100$  kg et la position de son centre d'inertie  $G_{JR}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR} \vec{z}_0$  avec  $L_{JR} = 390$  mm. On notera  $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$  la matrice d'inertie de l'ensemble  $JR$  au point  $G_{JR}$  exprimée dans une base  $\mathcal{B}_{JR} = (\vec{x}_{JR}, \vec{y}_{JR}, \vec{z}_0)$  liée à  $JR$ ;
- Les positions des points  $A_4$  et  $A_8$  sont paramétrées par  $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \vec{z}_0 - R_{CB} \vec{y}_0$  et  $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \vec{y}_0$  avec  $z_4 = 280$  mm et  $R_{CB} = 150$  mm.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan  $(y_0, z_0)$ , lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

**Question 1** Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée  $CB$  par rapport au bâti 0 dans ces conditions.

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti  $(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ) :

$$\{\mathcal{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ \Omega(JR/CB) = \Omega \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{G_{JR}} \quad \text{avec } \Omega$$

$$\text{constante. } \{\mathcal{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ v(t) \vec{y}_0 \end{array} \right\}_{G_{CB}}$$

La fonction  $v(t)$  représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier  $v(t)$  aux déplacements  $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$  provoqués en  $A_4$  et  $A_8$  par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble  $S = \{JR + CB\}$  afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

On considérera l'expression suivante pour le torseur dynamique de  $S$  par rapport à 0 :  $\{\mathcal{D}(S/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} M \dot{v} \vec{y}_0 \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$  où  $M = 140 \text{ kg}$ .

**Question 2** Exprimer le torseur  $\{T_{V \rightarrow CB}\}$  (actionneurs 2 et 4 sur  $CB$ ) au point  $A_4$  en fonction de  $F_V$  et le torseur  $\{T_{R \rightarrow CB}\}$  (actionneurs 6 et 8 sur  $CB$ ) au point  $A_8$  en fonction de  $F_R$ .

**Question 3** En expliquant clairement chaque étape de la démarche utilisée, montrer que :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_V = M \frac{z_G}{z_4} \dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \frac{z_B}{z_4} \\ F_R = M \left(1 - \frac{z_G}{z_4}\right) \dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \left(1 - \frac{z_B}{z_4}\right) \end{array} \right.$$

**Question 4** En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer les actionneurs les plus sollicités par le mouvement en phase : actionneurs du plan avant (2 et 4) ou du plan arrière (6 et 8).

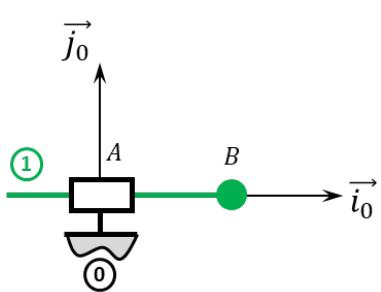
Corrigé voir 247.

### 3.2.9 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus

#### Exercice 248 – Mouvement T – \*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1. On note  $G$  le centre d'inertie de 1 tel que  $\overrightarrow{BG} = \ell \vec{j}_1$ . La pesanteur est telle que  $\overrightarrow{g} = -g \vec{i}_0$ . Un vérin positionné entre 1 et 0 permet d'actionner la pièce 1. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



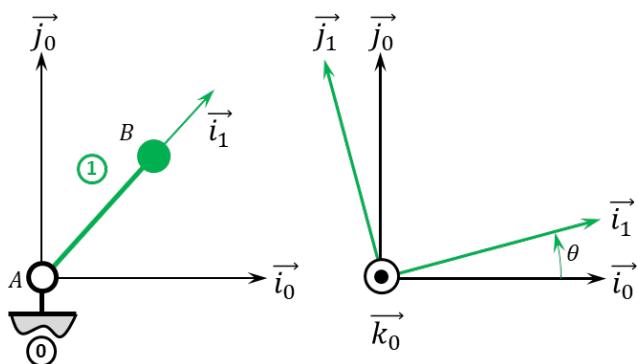
**Question 1** Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide 1 en projection sur  $\vec{i}_0$ .

Corrigé voir 248.

#### Exercice 249 – Mouvement R \*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ . La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur 1 est donnée par  $\overrightarrow{C_m} = C_m \vec{k}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1 et  $B$  son centre d'inertie. La pesanteur est telle que  $\overrightarrow{g} = -g \vec{j}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1,  $B$  son centre d'inertie et  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$ .



**Question 1** Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide 1 au point A en projection sur  $\vec{k}_0$ .

Corrigé voir 258.

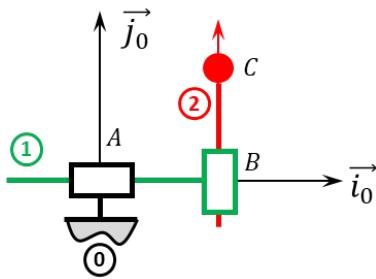
#### Exercice 250 – Mouvement TT – \*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .  $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, et  $m_1$  sa masse et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$ ;  $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2 et  $m_2$  sa masse et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un vérin électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\overrightarrow{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur  $\vec{j}_0$  puis le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur  $\vec{i}_0$

Corrigé voir 250.

### Exercice 251 – Mouvement RR \*

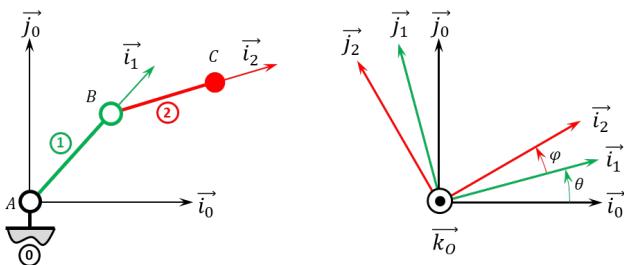
**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20\text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15\text{ mm}$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de **1** et  $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2}R \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de **1** et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;
- $G_2$  désigne le centre d'inertie de **2** et  $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2}L \vec{i}_2$ , on note  $m_2$  la masse de **2** et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point **B** en projection sur  $\vec{k}_0$  puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point **A** en projection sur  $\vec{k}_0$

Corrigé voir 251.

### Exercice 252 – Mouvement RT \*

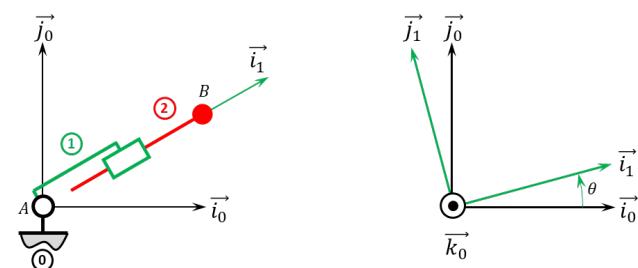
**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de **1** et  $\overrightarrow{AG_1} = L_1 \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de **1** et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;
- $G_2 = B$  désigne le centre d'inertie de **2**, on note  $m_2$  la masse de **2** et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur  $\vec{i}_1$  puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point **A** en projection sur  $\vec{k}_0$

Corrigé voir 252.

### Exercice 253 – Mouvement RT \*

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$  avec  $R = 30\text{ mm}$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de **1**, on note  $m_1$  la masse de **1** et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de **2**, on note  $m_2$  la masse de **2** et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .

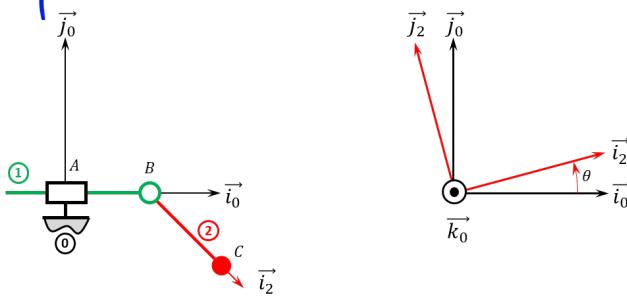
Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .

Par ailleurs,

$$\frac{\delta(B, 2/0)}{R_d(1+2/0) \cdot \vec{i}_0} = C_1 \ddot{\theta} \vec{k}_1 + R(-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) \vec{k}_0 + R \dot{\theta} \vec{k}_2) \quad \text{et}$$

$$\frac{\delta_d(1+2/0) \cdot \vec{i}_0}{R_d(1+2/0) \cdot \vec{i}_0} = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2(\ddot{\lambda}(t) - R(\ddot{\theta} \sin \theta(t) + \dot{\theta}^2 \cos \theta)).$$



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

**Question 1** Appliquer le théorème du moment dynamique au solide 2 au point B en projection sur  $\vec{k}_0$ .

**Question 2** Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble 1+2 en projection sur  $\vec{i}_0$

Indications :

1.  $C_m - m_2 g R \cos \theta(t) = C_1 \ddot{\theta} + R(-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) + R \dot{\theta})$ ;
2.  $F_{ver} = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2 (\ddot{\lambda}(t) - R(\dot{\theta} \sin \theta(t) + \dot{\theta}^2 \cos \theta))$ .

Corrigé voir 253.

### Exercice 254 – Mouvement RR 3D \*\*

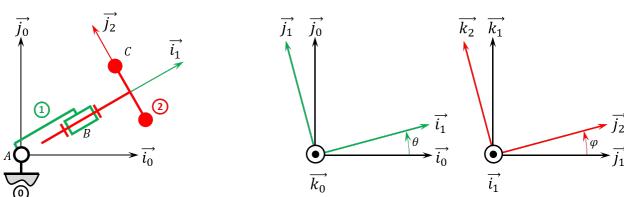
B2-14

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$ . On note  $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$  et  $r = 10 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, on note  $m_1$  la masse de 1 et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2 tel que  $\overrightarrow{BG_2} = \ell \vec{i}_2$ , on note  $m_2$  la masse de 2 et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide 2 au point A en projection sur  $\vec{i}_1$  puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point A en projection sur  $\vec{k}_0$

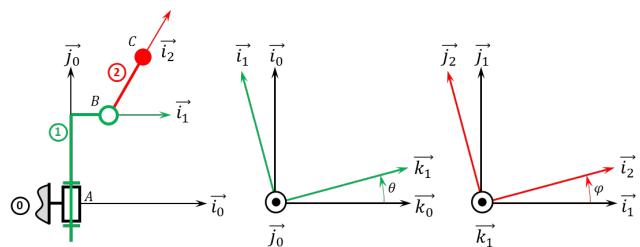
### Exercice 255 – Mouvement RR 3D \*\*

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ . On a  $H = 20 \text{ mm}$ ,  $r = 5 \text{ mm}$ ,  $L = 10 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1 tel que  $\overrightarrow{AG_1} = H \vec{j}_1$ , on note  $m_1$  la masse de 1 et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;
- $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2, on note  $m_2$  la masse de 2 et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide 2 au point B en projection sur  $\vec{k}_1$  puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point A en projection sur  $\vec{j}_0$

Corrigé voir 255.

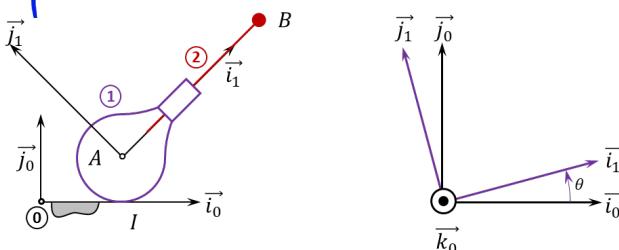
### Exercice 256 – Mouvement RT – RSG \*\*

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{IA} = R \vec{j}_0$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $R = 15 \text{ mm}$ . On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1 tel que  $\overrightarrow{AG_1} = -R \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de 1 et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  ;
- $G_2 = B$  désigne le centre d'inertie de 2, on note  $m_2$  la masse de 2 et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ .

Un ressort exerce une action mécanique entre les points A et B.



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

**Question 1** Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide 2 en projection sur  $\vec{i}_1$

**Question 2** Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point I en projection sur  $\vec{k}_0$ .

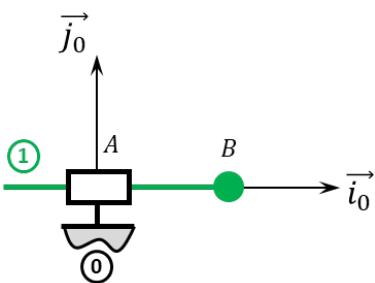
Corrigé voir 256.

### 3.2.10 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – Lois de mouvement 1D

#### Exercice 257 – Mouvement T – \*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1. On note  $G$  le centre d'inertie de 1 tel que  $\overrightarrow{BG} = \ell \vec{j}_1$ . La pesanteur est telle que  $\vec{g} = -g \vec{i}_0$ . Un vérin positionné entre 1 et 0 permet d'actionner la pièce 1.



Les performances dynamiques de l'axe demandées sont les suivantes :

- vitesse linéaire maximale :  $50 \text{ m min}^{-1}$ ;
- accélération linéaire maximale :  $9,8 \text{ m s}^{-2}$ .

**Objectif** L'objectif de ce travail est de déterminer les caractéristiques du moteur (vitesse et couple) permettant d'atteindre ces performances.

**Question 1** Quelle est la vitesse maximale que l'axe peut atteindre en  $\text{m s}^{-1}$ .

**Question 2** Combien de temps l'axe met-il pour atteindre la vitesse maximale ?

**Question 3** Quelle distance l'axe parcourt-il pour atteindre la vitesse maximale ?

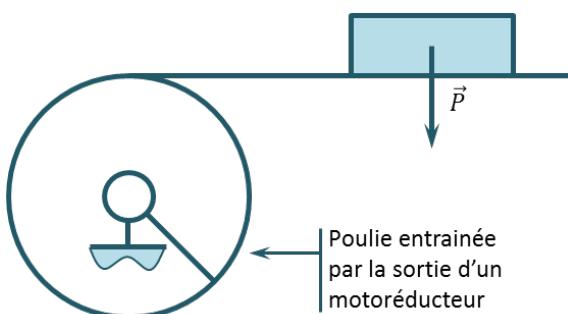
**Question 4** Quelle est la longueur minimale à commander pour que l'axe puisse atteindre la vitesse maximale ?

**Question 5** Proposer une longueur minimale de l'axe pour pouvoir profiter de ses performances dynamiques.

**Question 6** Tracer le profil de la position, de la vitesse et de l'accélération pour parcourir une distance de 50 cm. On cherchera à atteindre les performances maximales de l'axe.

Un motoréducteur permet d'entraîner un système poulie – courroie permettant de déplacer la charge. On considère :

- une charge de masse 1 kg;
- un poulie de rayon 5 cm;
- un réducteur de rapport de transmission 1 : 20.



**Question 7** Déterminer le couple à fournir par la poulie pour déplacer la charge lorsque l'accélération est au maximum.

Corrigé voir 257.

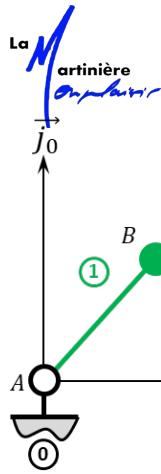
#### Exercice 258 – Mouvement R \*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ . La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur 1 est donnée par  $\overrightarrow{C_m} = C_m \vec{k}_0$  avec  $C_m = 40 \text{ Nm}$ . La fréquence de rotation nominale est de  $1500 \text{ tr min}^{-1}$ .

La pesanteur est telle que  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1,  $B$  son centre d'inertie et  $I_B(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$  avec  $A_1 = 12,5 \text{ kg m}^2$ . Le couple résistant dû aux frottements est supposé constant et égal à  $4 \text{ Nm}$ .

(On notera  $J$  le moment dynamique du solide 1 autour de l'axe  $(A, \vec{k}_0)$ ).



**Question 1** Calculer l'accélération du moteur pendant le démarrage.

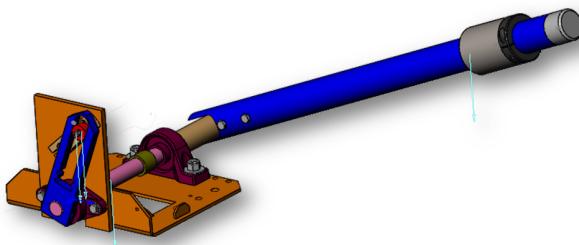
**Question 2** Calculer le temps mis pour atteindre la fréquence nominale.

Corrigé voir 258.

### Exercice 259 – Barrière Sympact \*

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

La barrière Sympact permet d'ouvrir ou de fermer l'accès à un parking.



L'angle d'ouverture est de  $\alpha = 90^\circ$ . La durée d'ouverture et de fermeture doit être  $T = 1\text{ s}$  au maximum. L'accélération maximale est de  $\ddot{\theta}_{\max} = 30 \text{ rad s}^{-2}$ . La loi d'évolution est un trapèze de vitesse. On note  $t_a$  le temps d'accélération (égal au temps de décélération) et  $T$  le temps passé à vitesse constante. On note  $\dot{\theta}_{\max}$  la vitesse angulaire maximale.

**Question 1** Donner l'allure des lois d'accélération, vitesse et position angulaires. Vous indiquerez toutes les valeurs utiles (sous forme littérale).

**Question 2** Donner l'expression littérale du temps total.

**Question 3** Donner l'expression littérale de la vitesse angulaire en fin de phase d'accélération.

**Question 4** Donner l'expression littérale de l'angle total parcouru.

**Question 5** Déterminer la durée de l'accélération ainsi que la vitesse angulaire maximale atteinte.

### Exercice 260 – Automate d'exploration de l'hémostase \*

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Afin de valider le choix des moteurs, on étudie le déplacement sur l'axe  $x$ . On note  $V_x$  la vitesse selon cet axe. On rappelle que la distance maximum à parcourir est  $x_M^{\max} = 550 \text{ mm}$  en 1 seconde. La loi de commande sur chaque axe est définie par un trapèze de vitesse (Figure 3.1) avec les temps d'accélération et de décélération ( $T_a$ ) identiques. De plus, les moteurs se mettent en route et s'arrêtent en même temps.  $T$  est la durée totale du déplacement. Nous allons chercher à optimiser cette loi de commande de sorte que le moteur fournit une puissance instantanée minimale.

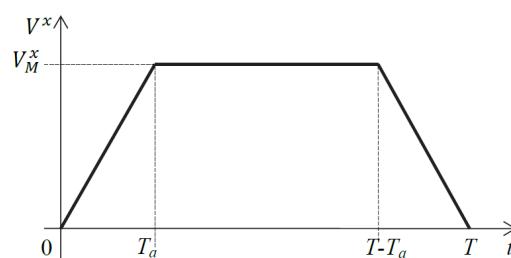


FIGURE 3.1 – Loi de commande de vitesse en trapèze

Le modèle de calcul pour cette commande d'axe est le suivant :

- le mouvement de rotation du moteur (vitesse  $\omega_m^x$ ) est transformé en mouvement de translation (vitesse  $V^x$ );
- le rapport de transmission de la chaîne cinématique est  $\lambda = \frac{V^x}{\omega_m^x}$ ;
- la distance à parcourir est  $x_M^{\max}$ ;
- l'inertie équivalente de l'ensemble des pièces en mouvement ramenée à l'arbre moteur est  $J_e$ ;
- les frottements et la pesanteur sont négligés, il n'y a donc pas de couple résistant.

**Question 1** Exprimer la vitesse maximale  $V_M^x$  en fonction de  $x_M^{\max}$ ,  $T$  et  $T_a$ .

**Question 2** Par application du théorème de l'énergie cinétique sur l'ensemble des pièces en mouvement, exprimer le couple moteur  $C_m$  en fonction de  $V_x$ ,  $T_a$ ,  $J_e$  et  $\lambda$  durant les trois phases du mouvement.

**Question 3** Préciser à quel(s) instant(s)  $t$  la puissance fournie par le moteur est maximale ( $P_{\max}$ )

**Question 4** Exprimer cette puissance  $P_{\max}$  en fonction de  $V_M^x$ ,  $\lambda$ ,  $J_e$ , et  $T_a$ .

**Question 5** Donner alors l'expression de  $P_{\max}$  en fonction de  $x_M^{\max}$ ,  $\lambda$ ,  $J_e$ , et  $T_a$ .

**Question 6** À partir de cette expression, montrer que  $P_{\max}$  est minimale pour un réglage du temps d'accélé-

ration  $T_a$  tel que  $T_a = \frac{T}{3}$ .

Pour cette nouvelle commande avec  $T_a = \frac{T}{3}$ , on cherche à valider le choix du moteur en étudiant le déplacement maximum suivant  $\vec{x}$ . Les caractéristiques de la chaîne cinématique sont :

- vitesse maximale du moteur :  $N_{\max}^{\text{mot}} = 4150 \text{ tr min}^{-1}$ ;
- rapport de réduction du réducteur  $k = \frac{1}{10}$ ;
- rayon de poulie  $R_p = 20 \text{ mm}$ .

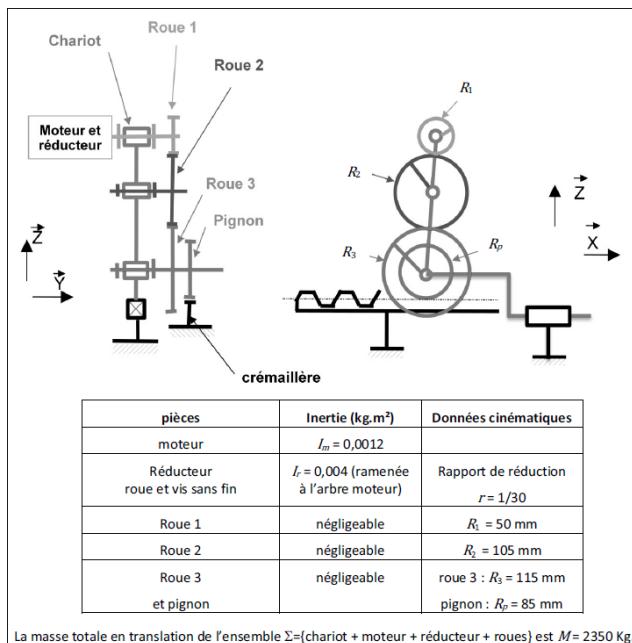
**Question 7** Déterminer la vitesse de rotation maximum  $\omega_{\max}^x$  que doit atteindre le moteur. Le choix de celui-ci est-il validé?

Corrigé voir 260.

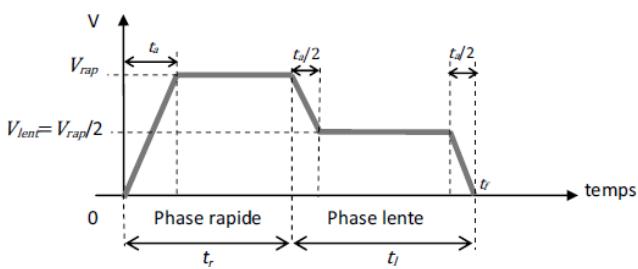
### Exercice 261 – Banc d'épreuve hydraulique \*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Un schéma cinématique simplifié du chariot arrière, ainsi que les grandeurs cinématiques et cinétiques, sont donnés figure suivante. La chaîne de puissance comporte un moteur hydraulique, un réducteur roue et vis sans fin, un réducteur à engrenages parallèles et un système pignon-crémaillère. Le guidage du chariot est modélisé par une glissière.



On note  $C_m$  le couple moteur,  $\omega_m$  sa vitesse de rotation par rapport au bâti, et  $V$  la vitesse du chariot. La loi de vitesse du chariot pendant la totalité du trajet est présentée ci-dessous.



- On note  $t_r$  la durée de la phase de déplacement rapide,  $t_l$  la durée de la phase lente,  $t_f$  la durée totale,  $t_a$  la durée de la phase d'accélération. Chacune des 2 phases de décélération dure  $t_a/2$ .
- La course pendant la phase de déplacement en vitesse rapide (de 0 à  $t_r$ ) est au maximum de  $c_{rap} = 6,24 \text{ m}$  (pour le tube le plus court que peut tester le banc) et pendant la phase en vitesse lente (de  $t_r$  à  $t_f$ )  $c_{lent} = 1,56 \text{ m}$ .
- La durée maximale du déplacement total (phase rapide + phase lente) est limitée à 20 s.
- La vitesse du chariot, lors de la phase rapide,  $V_{rap}$  est limitée à  $0,5 \text{ m/s}$ .
- On considérera que le module de l'accélération  $a$  du chariot est identique pendant toutes les phases d'accélération et de décélération.

**Question 1** Exprimer  $c_{lent}$  et  $c_{rap}$  en fonction de  $t_a$ ,  $t_l$  et  $t_r$ .

**Question 2** En déduire les valeurs numériques de  $t_r$  et de  $t_a$ . En déduire l'accélération  $a$  du chariot.

**Question 3** Déterminer  $\omega_m$  en fonction de  $V$  et des données cinématiques utiles.

**Question 4** En déduire les valeurs numériques de la vitesse maximale du moteur  $\omega_m$  et de l'accélération angulaire  $\dot{\omega}_m$  pendant les phases d'accélération et de décélération.

**Question 5** Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble  $\Sigma$  par rapport au référentiel galiléen bâti.

**Question 6** En déduire l'expression de l'inertie équivalente de cet ensemble ramenée à l'axe de sortie du moteur, notée  $J_{eq}$  en fonction de  $M$ ,  $I_m$ ,  $I_r$  et des données cinématiques utiles. Application numérique.

- Les efforts résistants sur le chariot sont modélisés par un glisseur  $F$  d'amplitude 500 N.
- Le rendement de l'ensemble du mécanisme (réducteur roue et vis sans fin, réducteur à axes parallèles) est  $\eta = 0,3$ .
- On prendra une accélération angulaire maximale du moteur  $\dot{\omega}_m$  égale à  $250 \text{ rad s}^{-2}$  et une inertie totale équivalente ramenée à l'arbre moteur  $J_{eq}$  égale à  $0,01 \text{ kg m}^2$ .

On se propose de déterminer le couple nécessaire du moteur.

**Question 7** Déterminer l'expression du couple  $C_m$  à fournir par le moteur en fonction de  $\dot{\omega}_m$ ,  $J_{eq}$  et  $F$ . Calculer  $C_m$ .

- $c_{lent} = \frac{V_{rap}}{2} t_l$  et  $c_{rap} = V_{rap} \left( t_r - \frac{1}{2} t_a \right)$ .
- $t_a = 2,56 \text{ s}$ ,  $t_l = 6,24 \text{ s}$ ,  $t_r = 13,76 \text{ s}$  et  $a = 0,19 \text{ ms}^{-2}$ .
- $\omega_m = -\frac{V R_3}{r R_1 R_p}$ .

4.  $\omega_m = -406 \text{ rad s}^{-1}$  et  $\dot{\omega}_m = -158 \text{ rad s}^{-2}$ .
5.  $\mathcal{E}_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} (I_M + I_r) \omega_m^2$ .
6.  $J_{\text{eq}} = I_M + I_r + M \left( \frac{r R_1 R_p}{R_3} \right)^2 = 0,00877 \text{ kg m}^2$ .
7.  $C_M \frac{J_{\text{eq}} \dot{\omega}_m + F \frac{r R_1 R_p}{R_3}}{\eta} = 10,4 \text{ N m}$  (rendement à voir...).

Corrigé voir 261.

### 3.2.11 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC

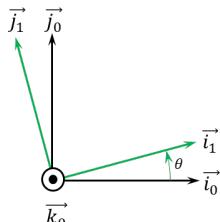
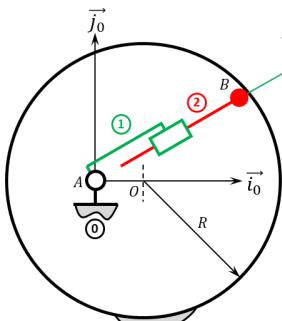
#### Exercice 262 – Pompe à palettes \*

##### C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AO} = e \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre **0** et **2** en **B** est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe). De plus, on note :

- $G_1 = A$  le centre d'inertie du solide **1**,  $m_1$  sa masse et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$  sa matrice d'inertie;
- $G_2$  le centre d'inertie du solide **2** tel que  $\overrightarrow{BG_2} = -\ell \vec{i}_1$ ,  $m_2$  sa masse et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$  sa matrice d'inertie.

On note  $C_m \vec{k}_0$  le couple moteur agissant sur le solide **1**,  $F_h \vec{i}_1$  l'action du fluide sur **2** (le fluide agissant sur les solides **1** et **2**). L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation \*\*\* établie à l'exercice 199.

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

**Question 2** Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.

**Question 4** Déterminer  $\mathcal{E}_c(1+2/0)$ .

**Question 5** Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 262.

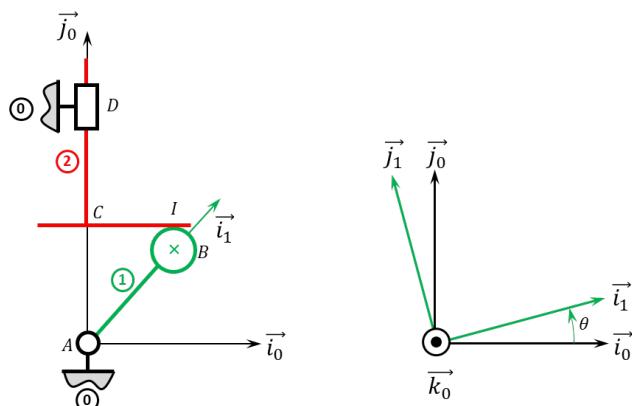
#### Exercice 263 – Pompe à pistons radiaux \*

##### C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$  et  $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \vec{j}_0$ . De plus,  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre **1** et **2** en **B** est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**. De plus, on note :

- $G_1 = B$  le centre d'inertie du solide **1**,  $m_1$  sa masse et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$  sa matrice d'inertie;
- $G_2$  le centre d'inertie du solide **2** tel que  $\overrightarrow{CG_2} = \ell \vec{j}_0$ ,  $m_2$  sa masse et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$  sa matrice d'inertie.

On note  $C_m \vec{k}_0$  le couple moteur agissant sur le solide **1**,  $F_h \vec{j}_0$  l'action du fluide sur **2** (le fluide agissant sur les solides **1** et **2**) et  $F_r \vec{j}_0$  l'action du ressort sur **2** (un ressort étant positionné entre les solides **0** et **2** afin d'assurer le maintien du contact entre **1** et **2** en **I**). L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation \*\*\* établie à l'exercice 200.

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

**Question 2** Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.

**Question 4** Déterminer  $\mathcal{E}_c(1+2/0)$ .

**Question 5** Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 263.

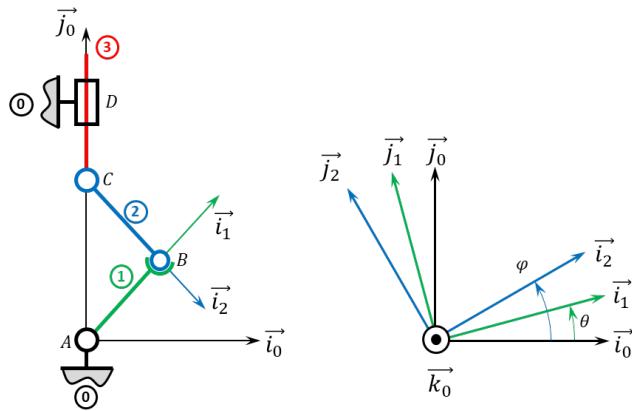
**Exercice 264 – Système bielle manivelle \*\***

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ ,  $\overrightarrow{CB} = L \vec{i}_2$  et  $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \vec{j}_0$ . De plus, on note :

- $G_1 = A$  le centre d'inertie du solide 1,  $m_1$  sa masse et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$  sa matrice d'inertie;
- $G_2$  le centre d'inertie du solide 2 tel que  $\overrightarrow{CG_2} = \frac{L}{2} \vec{i}_2$ ,  $m_2$  sa masse et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$  sa matrice d'inertie;
- $G_3$  le centre d'inertie du solide 3 tel que  $\overrightarrow{CG_3} = L_3 \vec{j}_0$ ,  $m_3$  sa masse et  $I_{G_3}(2) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$  sa matrice d'inertie.

On note  $C_m \vec{k}_0$  le couple moteur agissant sur le solide 1,  $F_h \vec{j}_0$  l'action du fluide sur 3. L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation \*\*\* établie à l'exercice 201.

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

**Question 2** Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2+3.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2+3.

**Question 4** Déterminer  $\mathcal{E}_c(1+2+3/0)$ .

**Question 5** Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 264.

**Exercice 265 – Pompe oscillante \***

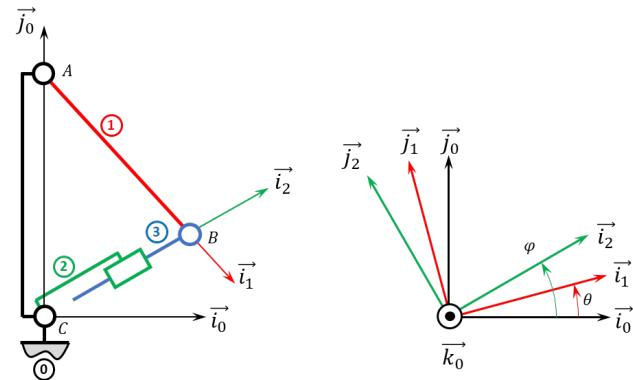
**C2-09**

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{CA} = H \vec{j}_0$ . De plus,  $R = 10 \text{ mm}$  et  $H = 60 \text{ mm}$ . Par ailleurs, on note  $\overrightarrow{CB} = \lambda(t) \vec{i}_2$ . De plus, on note :

- $G_1 = A$  le centre d'inertie du solide 1 tel que  $\overrightarrow{AG_1} = \frac{R}{2} \vec{i}_1$ ,  $m_1$  sa masse et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$  sa matrice d'inertie;
- $G_2$  le centre d'inertie du solide 2 tel que  $\overrightarrow{CG_2} = \ell \vec{i}_2$ ,  $m_2$  sa masse et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$  sa matrice d'inertie;
- $G_3$  le centre d'inertie du solide 3 tel que  $\overrightarrow{BG_3} = -a \vec{i}_2$ ,  $m_3$  sa masse et  $I_{G_3}(2) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$  sa matrice d'inertie.

On note  $C_m \vec{k}_0$  le couple moteur agissant sur le solide 2,  $F_h \vec{i}_2$  l'action du fluide sur 3 (le fluide agissant sur les solides 2 et 3). L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation \*\*\* établie à l'exercice 202.

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

**Question 2** Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2+3.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2+3.

**Question 4** Déterminer  $\mathcal{E}_c$  (1 + 2 + 3/0).

**Question 5** Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 265.

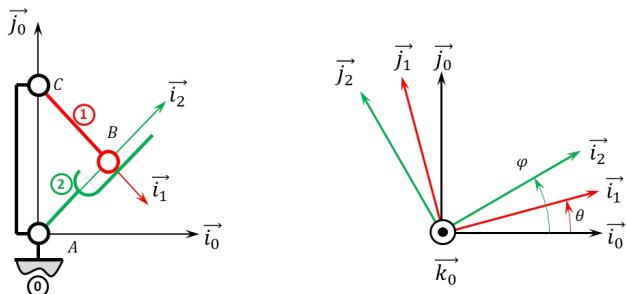
**Exercice 266 – Barrière Sympact \***

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = H \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{CB} = R \overrightarrow{i_1}$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$  et  $R = 40 \text{ mm}$ . De plus, on note :

- $G_1$  le centre d'inertie du solide 1 tel que  $\overrightarrow{CG_1} = \frac{R}{2} \overrightarrow{i_1}$ ,  $m_1$  sa masse et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$  sa matrice d'inertie;
- $G_2$  le centre d'inertie du solide 2 tel que  $\overrightarrow{G_2} = a \overrightarrow{i_2} + b \overrightarrow{j_2}$ ,  $m_2$  sa masse et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$  sa matrice d'inertie;
- $G_3 = B$  le centre d'inertie du solide 3,  $m_3$  sa masse et  $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$  sa matrice d'inertie.

On note  $C_m \overrightarrow{k_0}$  le couple moteur agissant sur le solide 1 et  $C_r \overrightarrow{k_0}$  le couple exercé par un ressort de torsion agissant sur les solides 0 et 2). L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{j_0}$ .



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation \*\*\* établie à l'exercice 203.

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

**Question 2** Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2.

**Question 4** Déterminer  $\mathcal{E}_c$  (1 + 2 + 3/0).

**Question 5** Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 266.

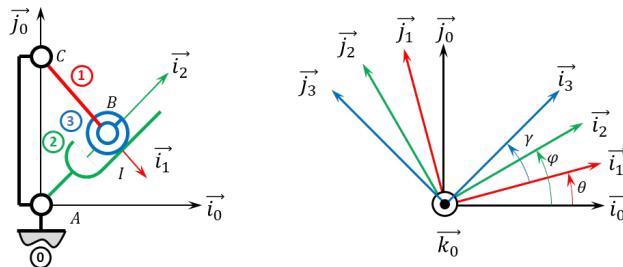
**Exercice 267 – Barrière Sympact avec galet \*\***

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AC} = H \overrightarrow{j_0}$  et  $\overrightarrow{CB} = R \overrightarrow{i_1}$ . De plus,  $H = 120 \text{ mm}$  et  $R = 40 \text{ mm}$ . De plus, on note :

- $G_1$  le centre d'inertie du solide 1 tel que  $\overrightarrow{CG_1} = \frac{R}{2} \overrightarrow{i_1}$ ,  $m_1$  sa masse et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$  sa matrice d'inertie;
- $G_2$  le centre d'inertie du solide 2 tel que  $\overrightarrow{G_2} = a \overrightarrow{i_2} + b \overrightarrow{j_2}$ ,  $m_2$  sa masse et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$  sa matrice d'inertie;
- $G_3 = B$  le centre d'inertie du solide 3,  $m_3$  sa masse et  $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$  sa matrice d'inertie.

On note  $C_m \overrightarrow{k_0}$  le couple moteur agissant sur le solide 1 et  $C_r \overrightarrow{k_0}$  le couple exercé par un ressort de torsion agissant sur les solides 0 et 2). L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{j_0}$ .



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation \*\*\* établie à l'exercice 204.

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

**Question 2** Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2+3.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2+3.

**Question 4** Déterminer  $\mathcal{E}_c$  (1 + 2 + 3/0).

**Question 5** Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 267.

**Exercice 268 – Pousoir \***

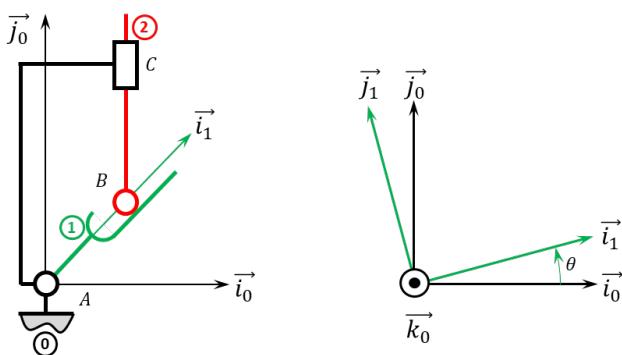
**C2-09**

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AC} = L\vec{i}_0 + H\vec{j}_0$ ,  $\vec{AB} = \lambda(t)\vec{i}_1$  et  $\vec{BC} = \mu(t)\vec{j}_0$ . De plus,  $H = 120\text{ mm}$ ,  $L = 40\text{ mm}$ . De plus, on note :

- $G_1$  le centre d'inertie du solide 1 tel que  $\vec{AG}_1 = R\vec{i}_1$ ,  $m_1$  sa masse et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$  sa matrice d'inertie;
- $G_2$  le centre d'inertie du solide 2 tel que  $\vec{CG}_2 = -\ell b\vec{j}_0$ ,  $m_2$  sa masse et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$  sa matrice d'inertie;
- $G_3$  le centre d'inertie du solide 3 tel que  $\vec{CG}_3 = \frac{c}{2}\vec{x}_3$ ,  $m_3$  sa masse et  $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$  sa matrice d'inertie.

On note  $C_m\vec{k}_0$  le couple moteur agissant sur le solide 1 et  $F_h\vec{j}_0$  l'action d'un fluide sur le solide 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g\vec{j}_0$ .



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation \*\*\* établie à l'exercice 205.

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

**Question 2** Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2.

**Question 4** Déterminer  $\mathcal{E}_c(1+2/0)$ .

**Question 5** Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 268.

### Exercice 269 – Système 4 barres \*\*

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

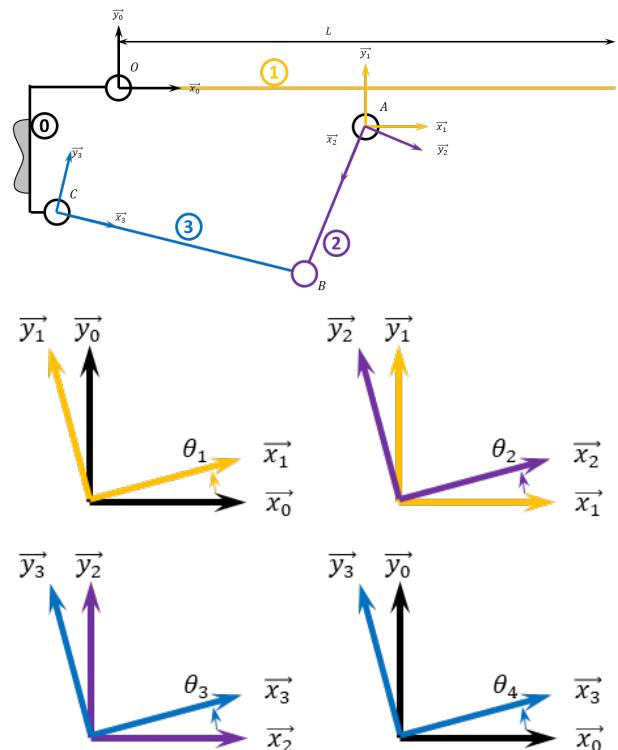
On a :

- $\vec{OA} = a\vec{x}_1 - f\vec{y}_1$  avec  $a = 355\text{ mm}$  et  $f = 13\text{ mm}$ ;
- $\vec{AB} = b\vec{x}_2$  avec  $b = 280\text{ mm}$ ;
- $\vec{BC} = -c\vec{x}_3$  avec  $c = 280\text{ mm}$ ;
- $\vec{OC} = -d\vec{x}_0 - e\vec{y}_0$  avec  $d = 89,5\text{ mm}$  et  $e = 160\text{ mm}$ .

De plus, on note :

- $G_1$  le centre d'inertie du solide 1 tel que  $\vec{OG}_1 = L\vec{x}_1$ ,  $m_1$  sa masse et  $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$  sa matrice d'inertie;
- $G_2$  le centre d'inertie du solide 2 tel que  $\vec{AG}_2 = \frac{b}{2}\vec{x}_2$ ,  $m_2$  sa masse et  $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$  sa matrice d'inertie;
- $G_3$  le centre d'inertie du solide 3 tel que  $\vec{CG}_3 = \frac{c}{2}\vec{x}_3$ ,  $m_3$  sa masse et  $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$  sa matrice d'inertie.

On note  $C_m\vec{k}_0$  le couple moteur agissant sur le solide 1. L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g\vec{z}_0$ .



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation \*\*\* établie à l'exercice 206.

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

**Question 2** Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2+3.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2+3.

**Question 4** Déterminer  $\mathcal{E}_c(1+2+3/0)$ .

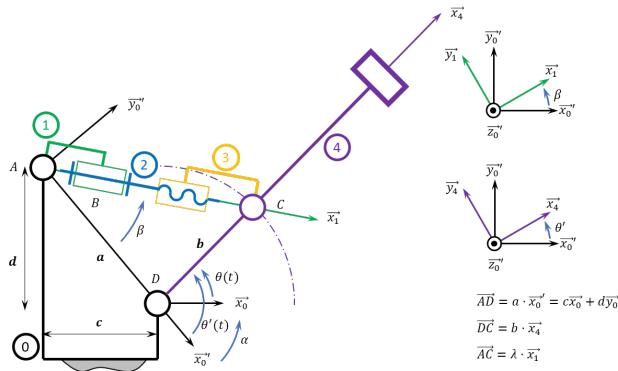
**Question 5** Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 269.

### Exercice 270 – Maxpid \*\*\*

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



On note  $C_m \vec{k}_0$  le couple moteur agissant sur le solide 1. L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{y}_0$ . On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation \*\*\* établie à l'exercice 206.

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

**Question 2** Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2+3+4.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2+3+4.

**Question 4** Déterminer  $\mathcal{E}_c(1 + 2 + 3 + 4 / 0)$ .

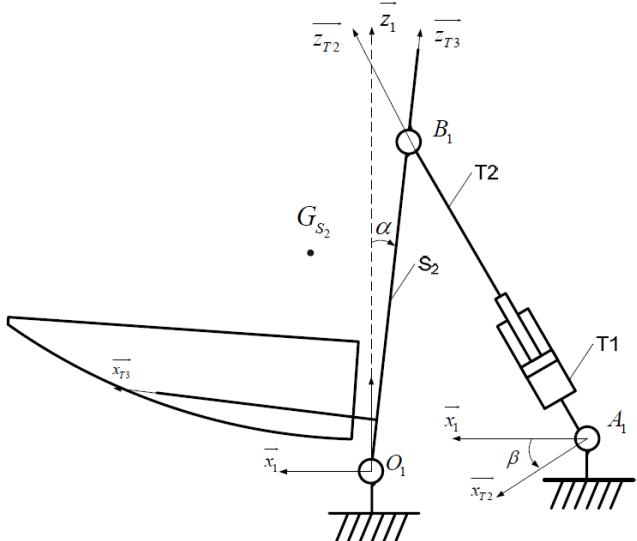
**Question 5** Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 270.

### Exercice 271 – Chariot élévateur de bateaux \*\*

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

L'objectif est d'obtenir un modèle dynamique du mécanisme de basculement à partir de la modélisation plane proposée sur la figure suivante.



Les solides pris en compte pour l'étude sont :

- l'ensemble  $S_2 = \{T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10}, T_{11}, B\}$  en liaison pivot d'axe  $(O_1, \vec{y}_0)$  par rapport au chariot 1 de centre de gravité  $G_{S_2}$ . Le moment d'inertie de l'ensemble  $S_2$  par rapport à l'axe sera  $(G_{S_2}, \vec{y}_1)$  noté  $J_{S_2}$  et sa masse  $m_{S_2}$ . La liaison pivot entre l'ensemble  $S_2$  et le chariot génère un couple résistant  $\vec{C}_\mu = -\mu \dot{\alpha} \vec{y}_0$  et  $\overrightarrow{O_1 O_{G_2}} = x_{G_2} \vec{x}_3 + z_{G_2} \vec{z}_3$ ;
- un vérin équivalent  $V = \{T_1, T_2\}$  dont la tige est en liaison pivot d'axe  $(A_1, \vec{y}_0)$  par rapport au chariot 1 et le corps en liaison pivot d'axe  $(B_1, \vec{y}_0)$  par rapport à l'ensemble  $S_2$ . La masse et l'inertie du vérin sont négligées. Le vérin développe un effort au cours du mouvement qui sera noté  $\vec{F}_V = p(t) S \vec{z}_{T_2}$  où  $p(t)$  est la différence de pression entre les deux chambres du vérin.

On pose  $\overrightarrow{A_1 B_1} = (\lambda_0 + \lambda) \vec{z}_{T_2}$ . Le paramétrage est tel que si  $\alpha = 0$  alors  $\lambda = 0$ .

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle  $\alpha$  est petit, montrer que  $\alpha(t)$  et  $p(t)$  sont liés par l'équation différentielle suivante :  $J_{eq} \ddot{\alpha}(t) + \mu \dot{\alpha}(t) = \frac{Sp(t)}{k} + m_{S_2} g x_{G_2}$ . Exprimer  $J_{eq}$ .

Corrigé voir 271.

### Exercice 272 – Banc Balafre\*

**C2-09** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Objectif** L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 2.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à  $7000 \text{ tr min}^{-1}$  est estimé à  $C_{\text{res}} = 100 \text{ N m}$ .
- 2.02 – loi de commande La vitesse cible maximale  $N_C^{\max} = 7000 \text{ tr min}^{-1}$  doit être atteinte en moins de  $T_{\text{acc}} = 5 \text{ s}$ .
- 2.03 – Risque de décrochage : le couple maximal demandé au moteur en fonctionnement doit rester inférieur à  $C_u^{\max} / s = 570 \text{ Nm}$  où  $C_u^{\max} = 740 \text{ Nm}$  et  $s = 1,3$  est un coefficient de sécurité.

Sans cette partie, nous allons vérifier que le moteur modélisé dans la partie précédente permet de répondre à l'exigence 2.02 concernant la loi de commande. Nous allons également mettre en évidence la nécessité de réaliser un asservissement de la vitesse du moteur.

Données et hypothèses :

- pendant toute la phase de mise en rotation de la ligne d'arbre, on considérera pour simplifier l'étude, que le couple résistant sur le joint(rotor) est constant et égal à  $C_{\text{res}}$ ;
- le moteur étant commandé à  $U_S/f$  constant, on considérera que le couple moteur (noté  $C_m$ ) est constant pendant la phase d'accélération;
- le rendement de la liaison pivot réalisée par le palier hydrostatique (double butée) est  $\eta_b = 0,95$ ;
- le rendement de la liaison pivot réalisée par les roulements à billes est  $\eta_b = 0,9$ ;
- le moment d'inertie du rotor moteur est  $J_{\text{mot}} = 1,15 \text{ kgm}^2$ ;
- le moment d'inertie de l'accouplement à l'arbre moteur est négligé;
- plusieurs solutions technologiques (différentes formes internes et différents matériaux) seront testées pour la nouvelle géométrie de joint. Le moment d'inertie maximal du joint (rotor) selon l'axe de rotation est  $J_{\text{joint}} = 0,92 \text{ kgm}^2$ ;
- le moment d'inertie de l'ensemble bda={ butée double + arbre + fusible mécanique} selon l'axe de rotation est  $J_{bda} = 0,092 \text{ kg m}^2$ .

On considère l'ensemble de la ligne d'arbre (voir figure Figure 3.2)  $\Sigma = \{\text{arbre moteur} + \text{accouplement} + \text{fusible mécanique} + \text{tube flexible} + \text{butée double} + \text{Joint (rotor)}\}$ . On notera  $\Omega$  la vitesse de rotation  $\Omega(\Sigma/0)$  de la ligne d'arbre par rapport au bâti 0, et  $J_\Sigma$  le moment d'inertie de  $\Sigma$  par rapport à l'axe de rotation du moteur.

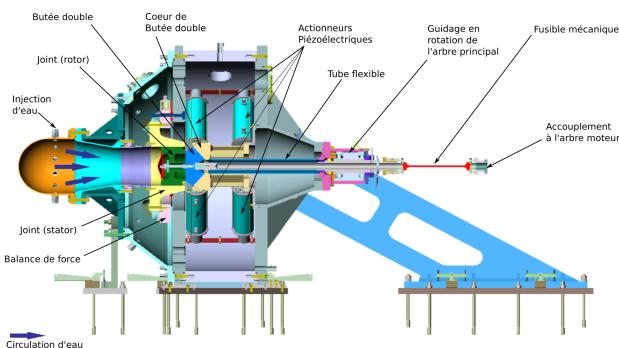


FIGURE 3.2 – Représentation en coupe du banc BALAFRE

**Question 1** Exprimer le moment d'inertie  $J_\Sigma$  en fonction des données fournies et calculer sa valeur numérique.

**Question 2** Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble  $\Sigma$  par rapport au bâti (noté 0) du banc (fixé au sol).

**Question 3** Exprimer la puissance des actions mécaniques extérieures sur  $\Sigma$  dans le mouvement de  $\Sigma$  par rapport à 0.

**Question 4** Exprimer la puissance perdue  $P_{\text{pertes}}$  dans les roulements à billes et dans la butée hydrostatique.

**Question 5** Exprimer le théorème de l'énergie cinétique appliqué au mouvement de  $\Sigma$  par rapport à 0. En déduire l'expression de  $\frac{d\Omega}{dt}$  en fonction de  $C_m$ ,  $C_{\text{res}}$ ,  $\eta_r$ ,  $\eta_b$  et  $J_\Sigma$ .

**Question 6** En explicitant clairement les hypothèses utilisées, expliquer pourquoi l'accélération peut être considérée constante pendant la mise en mouvement de la ligne d'arbre.

**Question 7** Déterminer la valeur minimale d'accélération  $a_{\min}$  compatible avec le tableau des exigences 2.

**Question 8** En déduire la valeur de couple moteur nécessaire pendant cette phase d'accélération.

En cas de perturbation de vitesse sur la ligne d'arbre pendant la phase d'accélération, il peut se produire un phénomène instable au niveau du film liquide à l'intérieur du joint testé. Ceci peut se traduire par une perturbation de couple pouvant aller jusqu'à une valeur  $C_p = 100 \text{ Nm}$ .

**Question 9** Déterminer alors la valeur de  $C_m$  pour le scénario le plus défavorable.

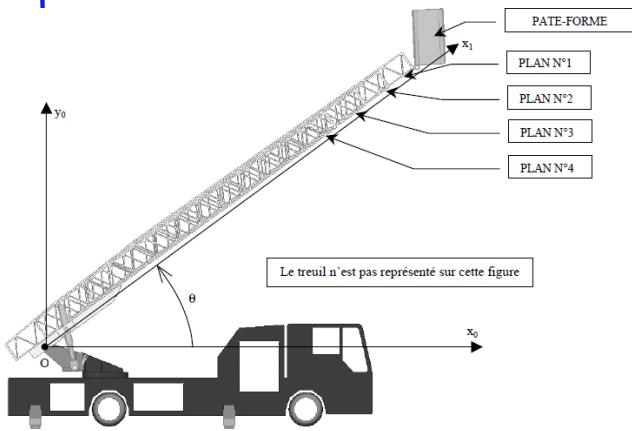
Corrigé voir 272.

### Exercice 273 – EPAS\*

#### C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

On suppose que le système de commande du déploiement permet d'obtenir une vitesse de la plateforme trapézoïdale :

- une première phase de mouvement uniformément accéléré, d'accélération  $\Gamma_0$ ;
- une deuxième phase de mouvement uniforme, de vitesse  $V_0$ ;
- une dernière phase de mouvement uniformément décéléré, d'accélération  $-\Gamma_0$ .



On note  $\mathcal{R}_0 = (O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  le repère lié au châssis et  $\mathcal{R}_1 = (O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  le repère lié au berceau.

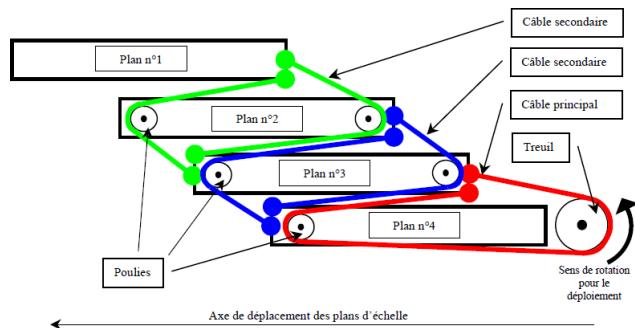
**Le parc échelle :** le parc échelle est redressé d'un angle  $\theta$  constant par rapport à l'horizontale. Les plans du parc échelle ont tous la même masse notée  $M$ . Leur centre de gravité sera noté  $G_i$ ,  $i$  étant le numéro du plan.

Chaque plan du parc échelle se translate par rapport au châssis, suivant  $\vec{x}_1$  à une vitesse deux fois plus grande que le plan suivant :  $\overrightarrow{V(P, Plan_i / \mathcal{R}_0)} = 2 \overrightarrow{V(P, Plan_{i+1} / \mathcal{R}_0)}$

Le guidage des plans les uns par rapport aux autres engendre des efforts s'opposants aux mouvements que l'on modélisera par un glisseur dont le module de la résultante sera noté  $F$  constant.

**La plate-forme :** la plate-forme de centre de gravité  $G_p$  a une masse notée  $m$ , et se translate par rapport au châssis suivant  $\vec{x}_1$  à une vitesse notée  $V(t)$ .

**Le treuil :** un treuil de rayon  $R$ , tournant à une vitesse de rotation notée  $\omega$ , entraîne le câble principal dont les extrémités sont fixées au plan n°3. Le moment d'inertie du treuil par rapport à son axe de rotation, sera noté  $I$ . Le moment du couple moteur exercé par l'ensemble moto réducteur hydraulique sera noté  $C$ .



**Question 1** Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de la plate-forme et des quatre plans du parc échelle en fonction de  $V(t)$  et des différentes masses.

**Question 2** Déterminer l'énergie cinétique galiléenne du treuil en fonction de  $V(t)$ .

**Question 3** Déterminer la puissance des actions extérieures à l'ensemble {treuil+parc échelle+plate-forme} en fonction de  $V(t)$ .

**Question 4** Déterminer la puissance des actions intérieures de ce même ensemble en fonction de  $V(t)$ .

**Question 5** En déduire le moment du couple moteur nécessaire pendant la première phase de mouvement.

- $\mathcal{E}_c(E/0) = \frac{1}{2} \left( m + \frac{21}{16} M \right) V^2.$
- $\mathcal{E}_c(CT/0) = \frac{1}{2} \frac{I}{16R^2} V^2.$
- $P_{\text{ext}} = V \left( \frac{C}{4R} - g \left( m + \frac{7}{4} M \right) \sin \theta \right).$
- $P_{\text{int}} = -FV.$
- $4R \left[ \left( m + \frac{21}{16} M + \frac{I}{16R^2} \right) \Gamma_0 + F + g \left( m + \frac{7}{4} M \right) \sin \theta \right].$

Corrigé voir 273.

### 3.3 C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique

### 3.4 C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique