B2
Proposer un modèle de connaissance et de comportement

0.1 B1 – Choisir les grandeurs physiques et les caractériser

0.2 B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement

0.2.1 B2-04 – Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert

Exercice 1 – Moteur à courant continu⋆

B2-04

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t)=e(t)+Ri(t)+L\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$;
- $e(t)=K\omega(t)$;
- $c(t)=Ki(t)$;
- $c(t)-f\omega(t)=J\dfrac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t}$.

Question 1 *Exprimer la fonction de transfert* $H(p)=\dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$.

Question 2 *Préciser l'ordre et la classe de* H.

Question 3 *Mettre* $H(p)$ *sous forme canonique.*

Question 4 *Donner les caractéristiques de la fonction de transfert.*

Question 5 *Vérifier l'homgénéité des différentes constantes.*

Éléments de corrigé :

1. $H(p)=\dfrac{K_m}{K_m^2+(R+Lp)(Jp+f)}$.
2. Ordre 2, classe 0.
3. $H(p)=\dfrac{\dfrac{K_m}{K_m^2+Rf}}{1+\dfrac{(RJ+Lf)}{K_m^2+Rf}p+\dfrac{LJ}{K_m^2+Rf}p^2}$.
4. $K=\dfrac{K_m}{K_m^2+Rf}$, $\omega_0=\sqrt{\dfrac{K_m^2+Rf}{LJ}}$, $\xi=\dfrac{RJ+Lf}{2\sqrt{LJ\left(K_m^2+Rf\right)}}$.

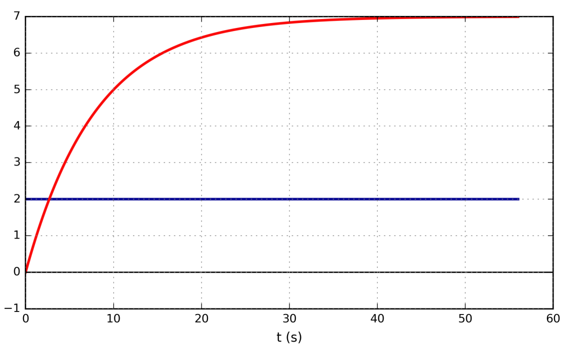
Corrigé voir ??.

0.2.2 B2-06 – Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle

Exercice 2 – Identification temporelle ⋆

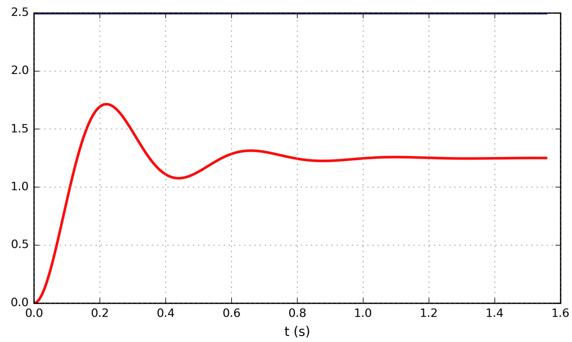
B2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit la réponse à un échelon.



Question 1 *Déterminer la fonction de transfert du système.*

Soit la réponse à un échelon d'amplitude 2,5.



Question 2 *Déterminer la fonction de transfert du système.*

Corrigé voir ??.

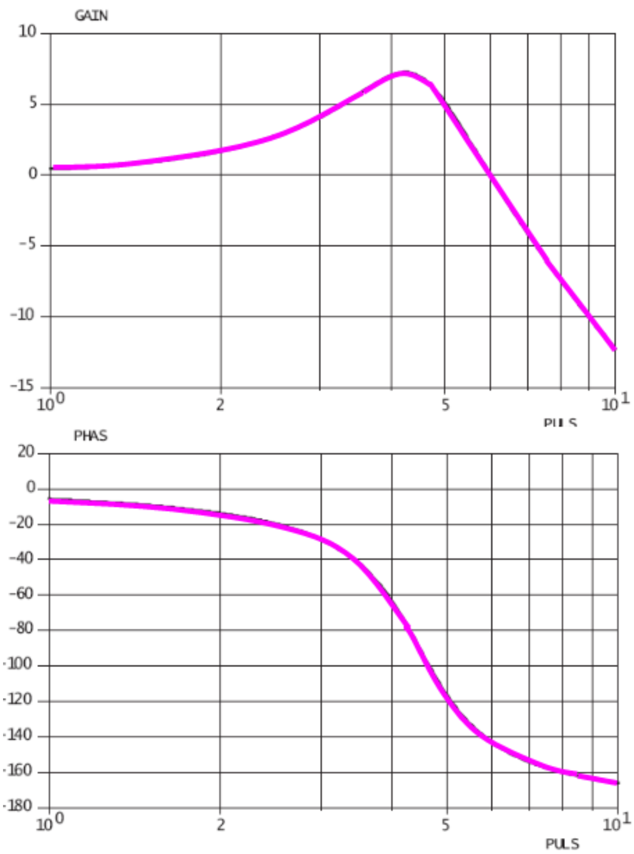
Exercice 3 – Identification ⋆

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

D'après Florestan Mathurin.

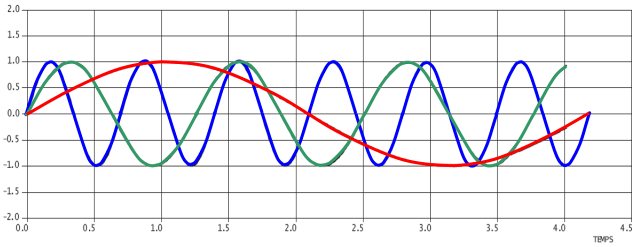
Soit un système dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.



Question 1 *Tracer le diagramme de Bode asymptotique.*

Question 2 *Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.*

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.



Question 3 *Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.*

Question 4 *En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.*

Corrigé voir **??**.

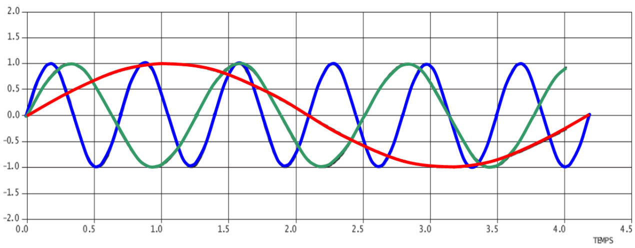
Exercice 4 – Identification ⋆

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

D'après Florestan Mathurin.

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.



Question 1 *Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.*

Question 2 *En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.*

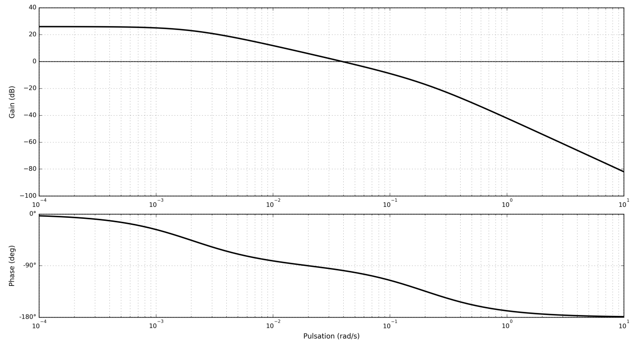
Corrigé voir **??**.

Exercice 5 – Identification ⋆

B2-06

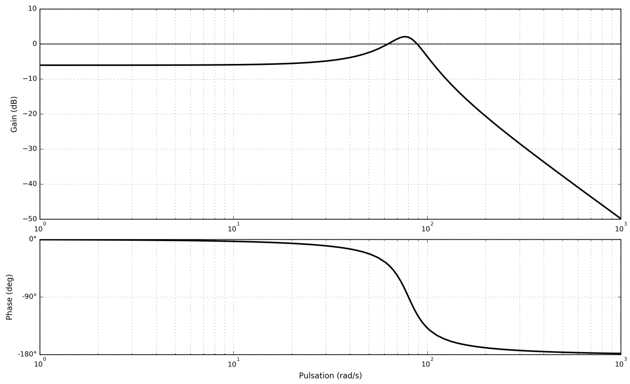
Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit la réponse fréquentielle suivante.



Question 1 *Déterminer la fonction de transfert du système.*

Soit la réponse fréquentielle suivante.



Question 2 *Déterminer la fonction de transfert du système.*

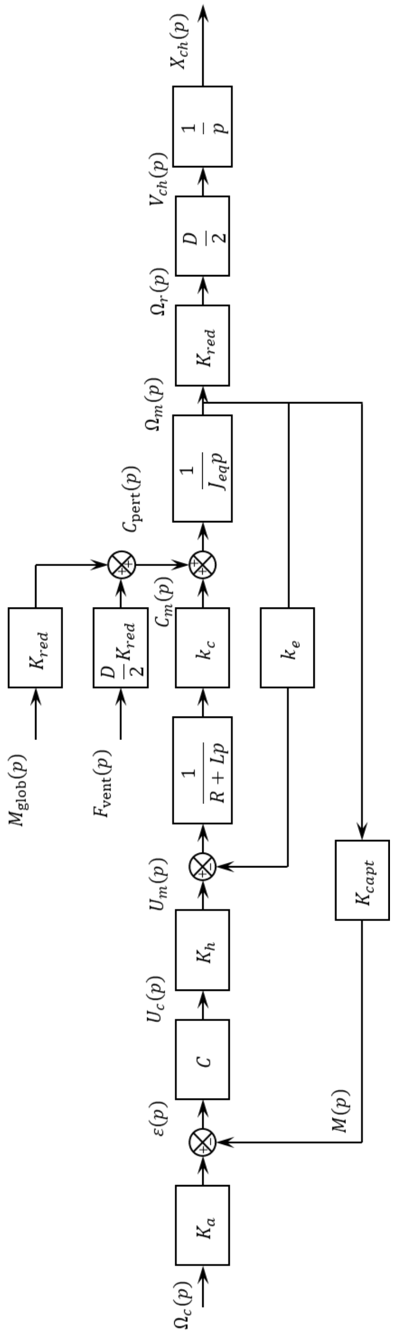
Corrigé voir **??**.

0.2.3 B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs.

Exercice 6 – La Seine Musicale⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 *En considérant que la perturbation $C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.*

Question 2 *Exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\dfrac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.*

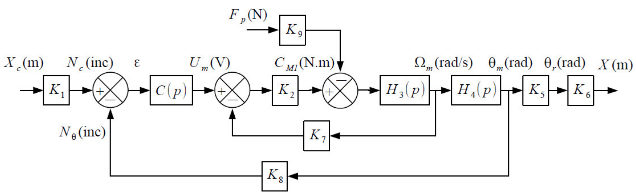
Question 3 *Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 7 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes : $u_m(t) = e(t)+Ri(t)$, $e(t) = k_e\omega_m(t)$ et $C_{M1}(t) = k_t i(t)$.

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

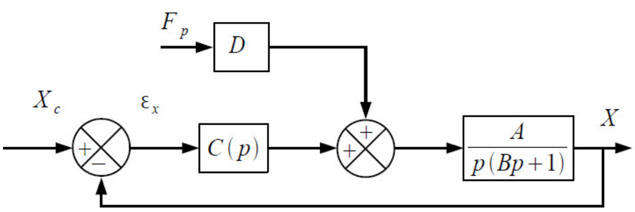
$$(M+m)r\rho_1\dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec : M la masse du chariot et m la masse du support de pied, $\rho_1 = \dfrac{1}{10}$ le rapport de réduction du réducteur, $r = 46{,}1$ mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie–courroie, $C_{M1}(t)$ le couple délivré par le moteur et $F_p(t)$ l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*

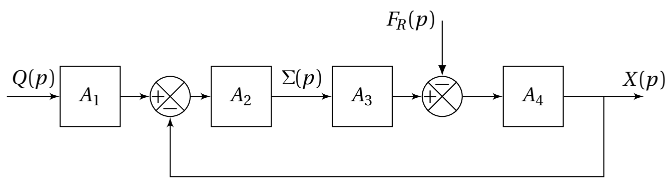


Corrigé voir ??.

Exercice 8 – Quille pendulaire⋆

B2-07

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

- $q(t) = S\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{V}{2B}\dfrac{\mathrm{d}\sigma(t)}{\mathrm{d}t}$ (a) ;
- $M\dfrac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} = S\sigma(t) - kx(t) - \lambda\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} - f_R(t)$ (b).

On a :

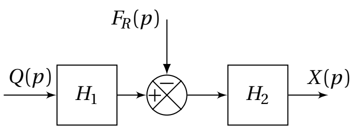
- $\mathscr{L}\left(q(t)\right) = Q(p)$: débit d'alimentation du vérin $\left[\mathrm{m^3 s^{-1}}\right]$;
- $\mathscr{L}\left(\sigma(t)\right) = \Sigma(p)$: différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa];
- $\mathscr{L}\left(x(t)\right) = X(p)$: position de la tige du vérin [m];
- $\mathscr{L}\left(f_R(t)\right) = F_R(p)$: composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- S : section du vérin $\left[\mathrm{m^2}\right]$;
- k : raideur mécanique du vérin $\left[\mathrm{N\,m^{-1}}\right]$;
- V : volume d'huile de référence $\left[\mathrm{m^3}\right]$;
- B : coefficient de compressibilité de l'huile $\left[\mathrm{N\ m^{-2}}\right]$;
- M : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin $\left[\mathrm{kg}\right]$;
- λ : coefficient de frottement visqueux$\left[\mathrm{N\,m^{-1}s}\right]$.

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

Question 3
Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Corrigé voir ??.

Exercice 9 – Moteur à courant continu⋆

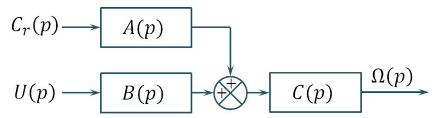
B2-07

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t) + L\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$;
- $e(t) = K\omega(t)$;
- $c(t) = Ki(t)$;
- $c(t) + c_r(t) - f\omega(t) = J\dfrac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t}$.

Question 1 *Réaliser le schéma-blocs.*

Question 2 *Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.*



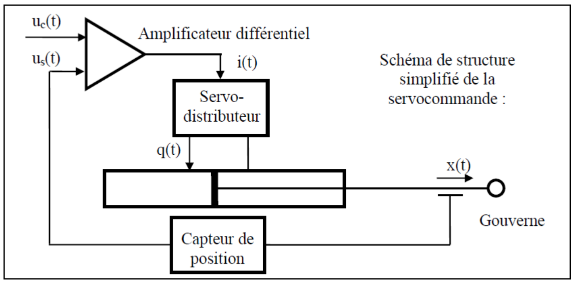
Éléments de corrigé :
1. .
2. $A(p) = R + Lp$, $B(p) = K$, $C(p) = \dfrac{1}{K^2 + (f + Jp)(R + Lp)}$ (plusieurs réponses possibles).

Corrigé voir ??.

Exercice 10 – Vérin⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On donne le schéma de principe d'une servo-commande.



Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servocommande sont :

- un amplificateur différentiel défini par : $u_c(t) = \dfrac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$;
- débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible $q(t) = S \cdot \dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$;
- capteur de position : $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$;
- le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique $q(t)$ proportionnel au courant de commande $i(t)$. (Attention, valable uniquement en régime permanent.) Le constructeur fournit sa fonction de transfert :

$$F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + Tp}$$

où K_d est le gain du servo-distributeur et T sa constante de temps.

Question 1 *Réaliser le schéma-blocs.*

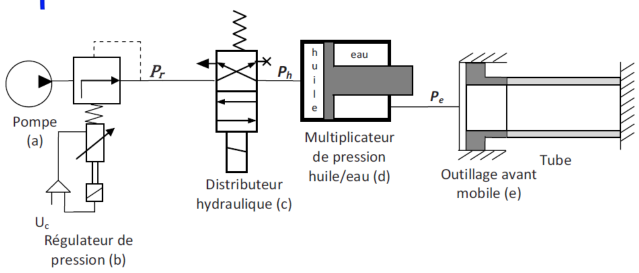
Corrigé voir ??.

Exercice 11 – Banc d'épreuve hydraulique ⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Analyse de la fonction technique « mettre le tube sous pression ».

Un schéma hydraulique simplifié est donné figure suivante.



Mise en place du modèle

Les équations du débit sont :

$$Q_e(t) = S_e \frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} - \frac{V_{e0}}{B_e}\frac{\mathrm{d}P_e(t)}{\mathrm{d}t}$$

et

$$Q_h(t) = S_h \frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{V_{h0}}{B_h}\frac{\mathrm{d}P_h(t)}{\mathrm{d}t}.$$

En appliquant le théorème de la résultante dynamique selon $\overrightarrow{z}$ sur le piston du multiplicateur, on a : $M\ddot{z}(t) = S_h p_h(t) - S_e p_e(t) - Mg - f\dot{z}(t)$.

Question 1 *Déduire de la relation précédente l'équation reliant $Z(p)$, $P_e(p)$, $P_h(p)$, et $Poids(p) = Mg/p$, transformées de Laplace de $z(t)$, $P_e(t)$, $P_h(t)$ et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.*

On note :

- $L(t)$ la position de l'équipage mobile repérée par rapport à sa position initiale;
- $V_t(t)$ le volume du tube;
- $F_t(t)$ l'effort du tube sur l'équipage mobile, avec $F_t(t) = -rL(t)$.

On néglige les variations de volume du tube dues à ses déformations. L'équation du débit s'écrit alors :

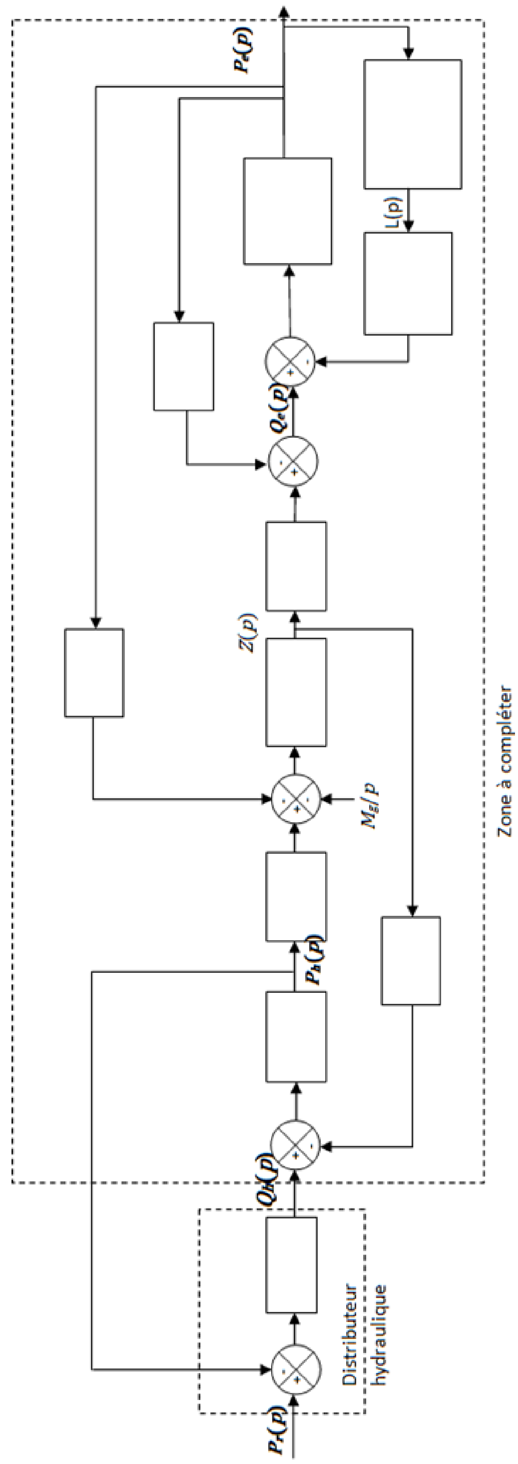
$$Q_e(t) = (S_a - S_b).\frac{\mathrm{d}L(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{V_t}{B_e}\frac{\mathrm{d}P_e(t)}{\mathrm{d}t}.$$

L'équation du mouvement de l'équipage mobile est donnée par :

$$m\ddot{L}(t) = -rL(t) + (S_a - S_b)p_e(t) - f'\dot{L}(t).$$

Question 2 *En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant $L(p)$, $P_e(p)$ et $Q_e(p)$, transformées de Laplace de $L(t)$, $P_e(t)$ et $Q_e(t)$.* Les conditions initiales sont supposées nulles.

Question 3 *Compléter le schéma-blocs de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile régulée $P_r(p)$ et la sortie la pression d'épreuve dans le tube $P_e(p)$.*



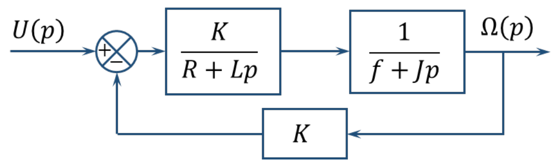
Corrigé voir ??.

Exercice 12 – Fonctions de transfert⋆

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.

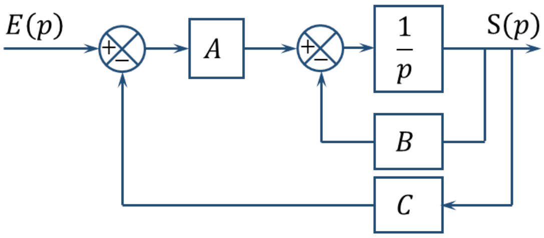


Question 1 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique*

et exprimer les paramètres caractéristiques.

Question 2 *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.*

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 3 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.*

Question 4 *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.*

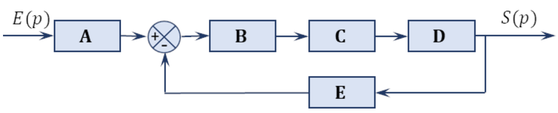
Corrigé voir ??.

Exercice 13 – Calcul de FTBO⋆

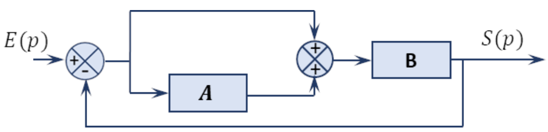
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

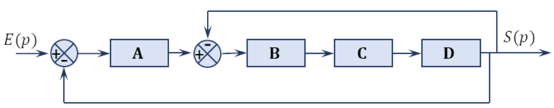
Question 1 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



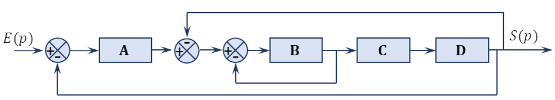
Question 2 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



Question 3 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



Question 4 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



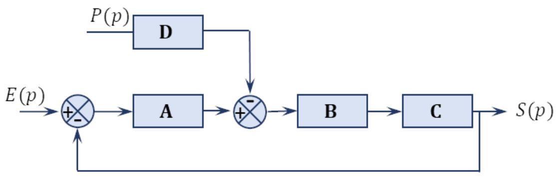
Corrigé voir ??.

Exercice 14 – Calcul de FTBO⋆

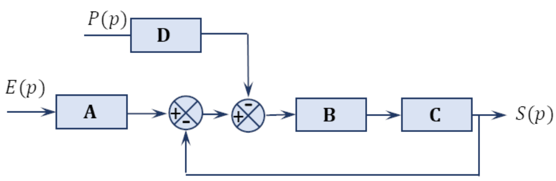
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

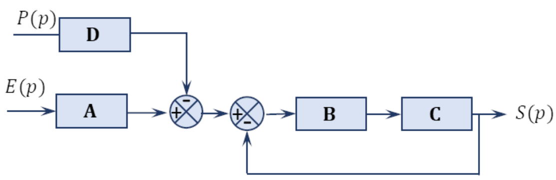
Question 1 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



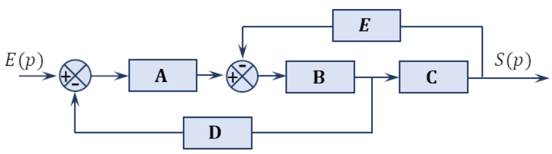
Question 2 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



Question 3 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



Question 4 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



Corrigé voir ??.

0.2.4 Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

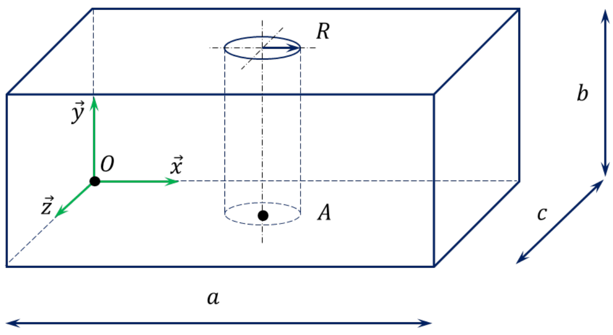
Exercice 15 – Parallélépipède⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k})}$ avec $A=m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B=m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C=m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA}=\dfrac{a}{2}\overrightarrow{x}+\dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Corrigé voir ??.

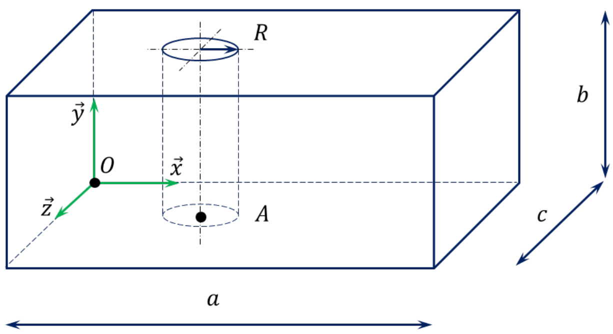
Exercice 16 – Parallélépipède percé⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k})}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k})}$ avec $A=m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B=m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C=m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA}=\dfrac{a}{3}\overrightarrow{x}+\dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

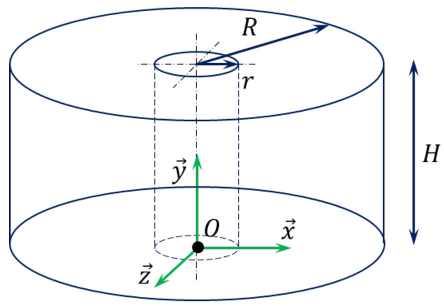
Corrigé voir ??.

Exercice 17 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k})}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA}=-\dfrac{R}{2}\overrightarrow{x}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

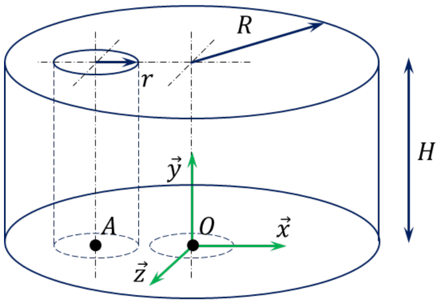
Corrigé voir ??.

Exercice 18 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k})}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

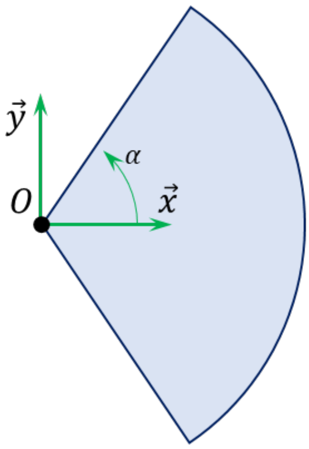
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Corrigé voir ??.

Exercice 19 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

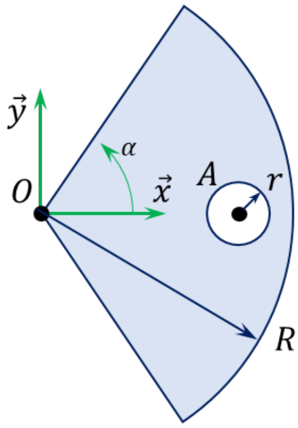
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Corrigé voir ??.

Exercice 20 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ. Il est percé d'un trou de rayon r tel que $\overrightarrow{OA} = \dfrac{3}{4} R \overrightarrow{x}$.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

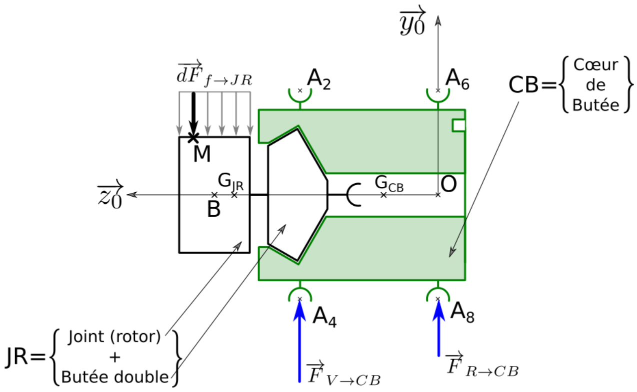
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Corrigé voir ??.

Exercice 21 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypohèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de

l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Question 1 *Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de $\overrightarrow{OG}$ selon $\overrightarrow{z_0}$. Faire l'application numérique.*

Question 2 *Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à $\left(O, \overrightarrow{z_0}\right)$, simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.*

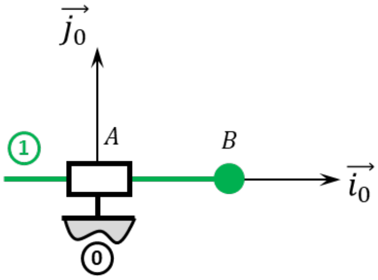
Corrigé voir **??**.

0.2.5 Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique

Exercice 22 – Mouvement T – ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\lambda = 10\,\text{mm}$.

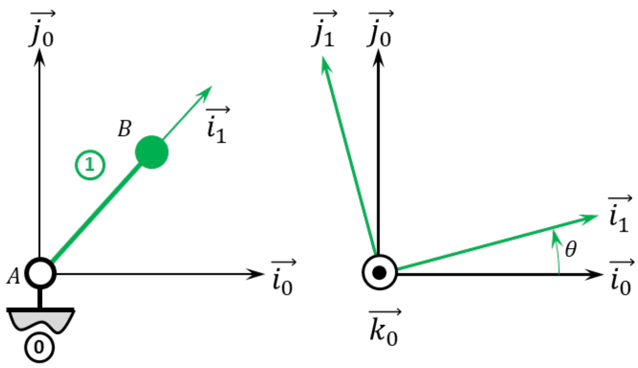
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\lambda = -20\,\text{mm}$.

Corrigé voir **??**.

Exercice 23 – Mouvement R ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ *rad.*

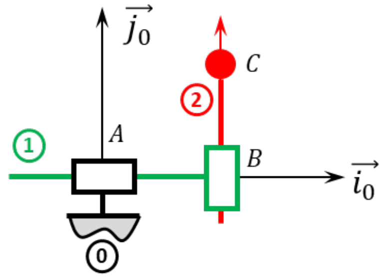
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta = \pi$ *rad.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 24 – Mouvement TT – ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\lambda = 10\,\text{mm}$ *et* $\mu = 10\,\text{mm}$.

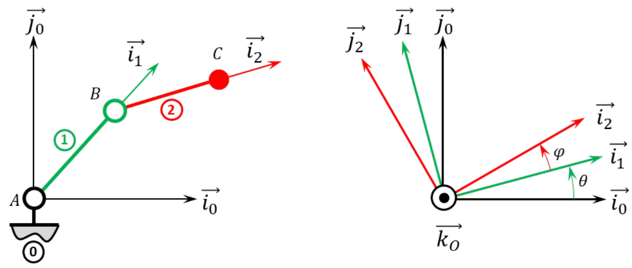
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\lambda = 20\,\text{mm}$ *et* $\mu = 10\,\text{mm}$.

Corrigé voir **??**.

Exercice 25 – Mouvement RR ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ *rad et* $\varphi = \pi$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ *rad et* $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ *rad.*

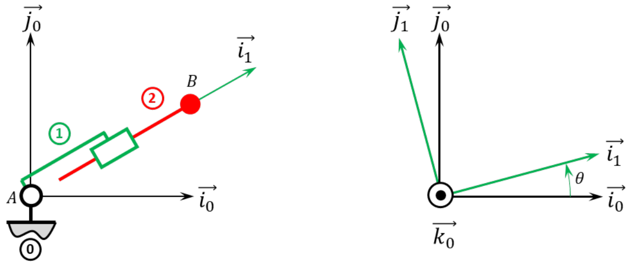
Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 26 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20\,\text{mm}$.*

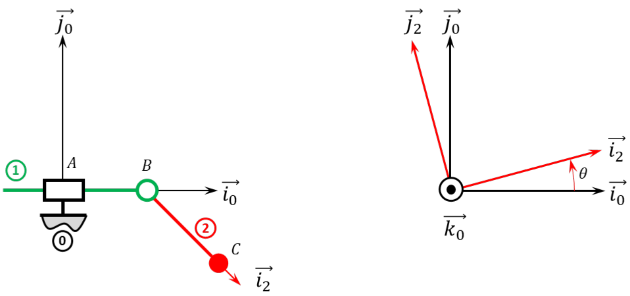
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20\,\text{mm}$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 27 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i2}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20\,\text{mm}$.*

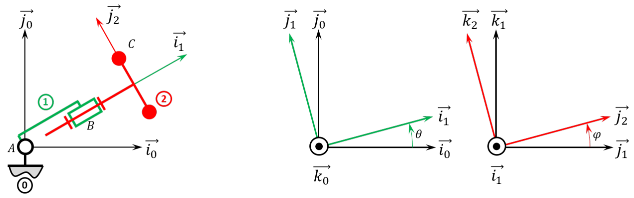
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20\,\text{mm}$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 28 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

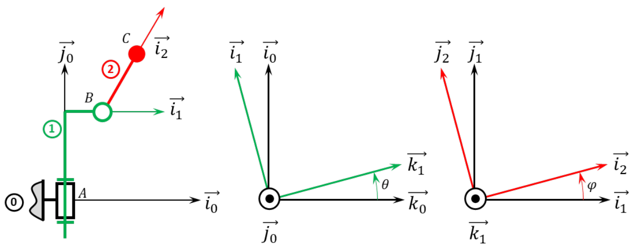
Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 29 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

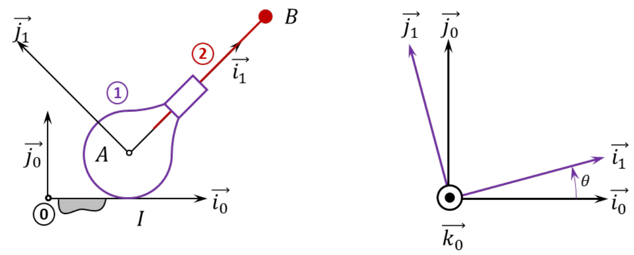
Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \pi$ rad et $\varphi(t) = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 30 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad et $\lambda(t) = 20\,\text{mm}$. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**.*

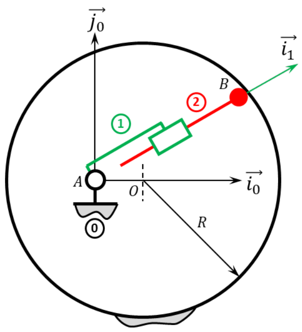
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad et $\lambda(t) = 30\,\text{mm}$. On notera I_2 le point de* *contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\frac{\pi}{2}$.*

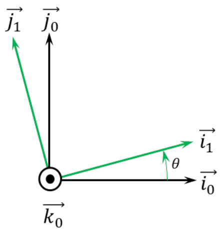
Corrigé voir **??**.

Exercice 31 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \pi$ rad.*

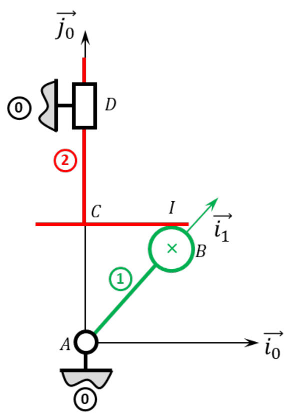
Question 4 *En déduire la course de la pièce **2**.*

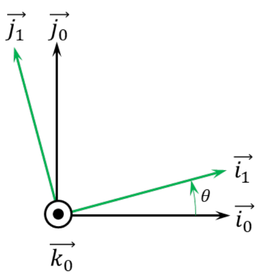
Corrigé voir **??**.

Exercice 32 – Pompe à pistons radiaux ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI} = R\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ rad.*

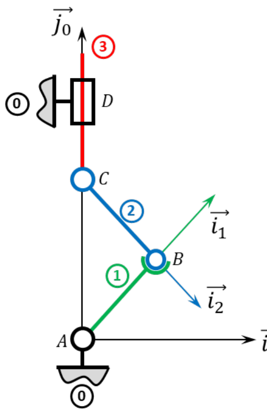
Question 5 *En déduire la course de la pièce **2**.*

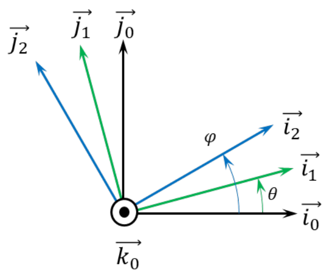
Corrigé voir **??**.

Exercice 33 – Système bielle manivelle ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CB} = L\,\overrightarrow{i_2}$. De plus, $R = 10\,\text{mm}$ et $L = 20\,\text{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ rad.*

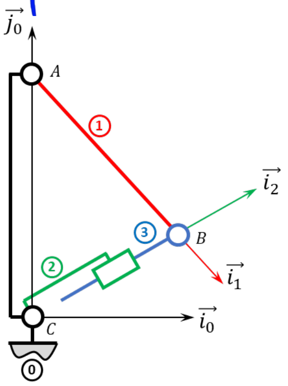
Question 4 *En déduire la course de la pièce **3**.*

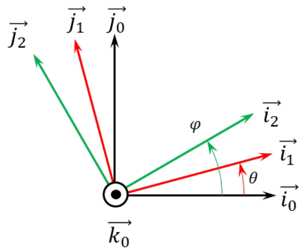
Corrigé voir **??**.

Exercice 34 – Système de transformation de mouvement ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $R = 30\,\text{mm}$ et $H = 40\,\text{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

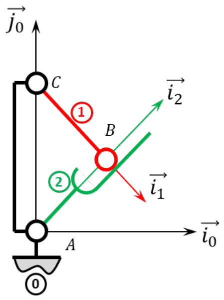
Question 5 *En déduire la course de la pièce **3**.*

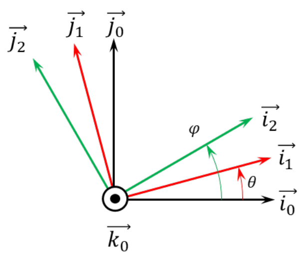
Corrigé voir **??**.

Exercice 35 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120$ mm et $R = 40$ mm.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 75\,°$.*

Question 4 *Dans l'hypothèse où la pièce **1** peut faire des tours complets, quelle doit être la longueur minimale de la pièce **2**.*

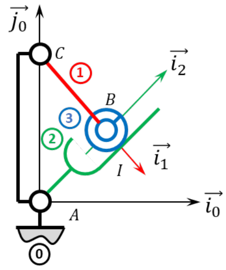
Question 5 *Dans l'hypothèse où la pièce **2** fait* 12 cm, *quel sera le débattement maximal de la pièce **1**.*

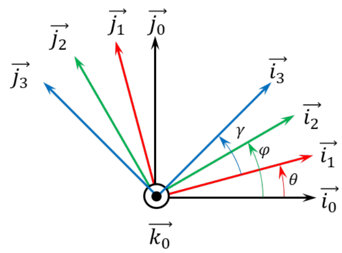
Indications :
1. .
2. .
3. .
4. 160 mm.
5. 160,8 °.

Corrigé voir **??**.

Exercice 36 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.** Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120$ mm, $R = 40$ mm $BI = 10$ mm.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

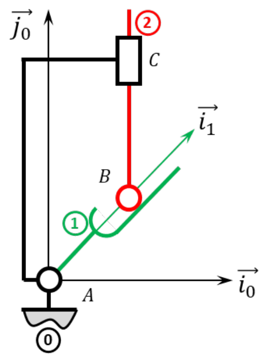
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

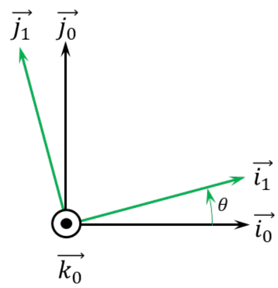
Corrigé voir **??**.

Exercice 37 – Poussoir ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = L\,\overrightarrow{i_0} + H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $H = 120$ mm, $L = 40$ mm.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

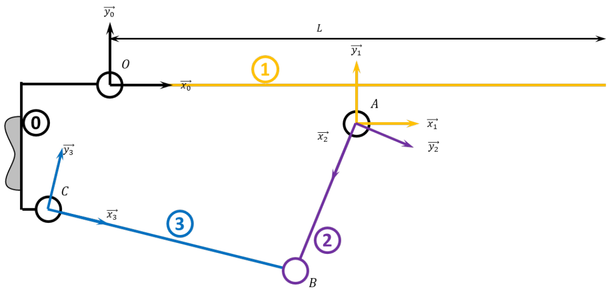
Corrigé voir **??**.

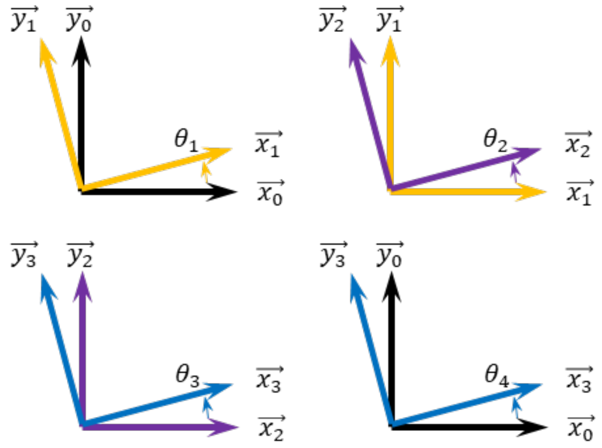
Exercice 38 – Système 4 barres ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a\overrightarrow{x_1} - f\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355$ mm et $f = 13$ mm ;
- $\overrightarrow{AB} = b\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280$ mm ;
- $\overrightarrow{BC} = -c\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280$ mm ;
- $\overrightarrow{OC} = -d\overrightarrow{x_0} - e\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5$ mm et $e = 160$ mm ;





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta_1(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta_1(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

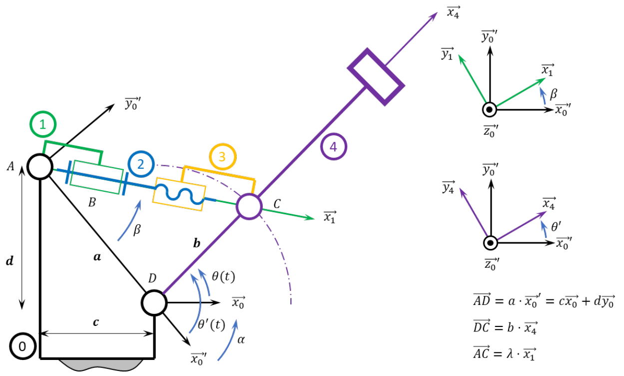
Question 4 *En déduire la course angulaire (θ_4) de la pièce **3**.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 39 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1$ mm, $b = 80$ mm, $c = 70$ mm, $d = 80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

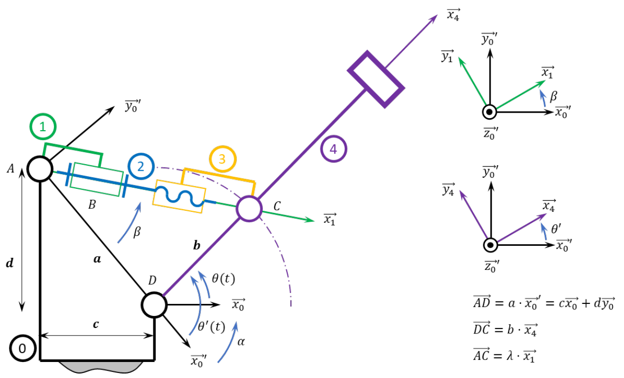
Question 4 *En déduire la course de λ.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 40 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1$ mm, $b = 80$ mm, $c = 70$ mm, $d = 80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

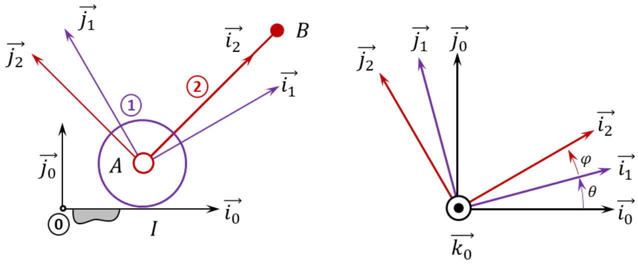
Question 4 *En déduire la course de λ.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 41 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=L\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R=15\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad et $\varphi(t)=0$ rad. On notera I_0 le point de contact entre **0** et **1**.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t)=0$ rad. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Corrigé voir ??.

Exercice 42 – Tabouret ⋆⋆

B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Proposer un schéma cinématique permettant de modéliser la liaison entre l'assise et le sol.*

Corrigé voir ??.

Exercice 43 – Tabouret ⋆⋆

B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Proposer 3 schémas cinématiques permettant de modéliser les contacts entre le sol et le tabouret.*

Corrigé voir ??.

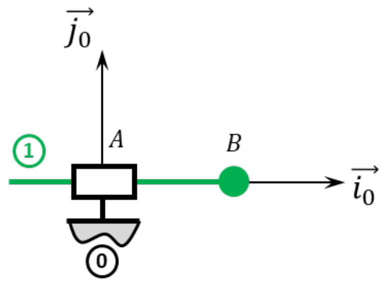
0.2.6 B2-13 – Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides

Exercice 44 – Mouvement T – ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Indications :

1. .
2. $x_B(t)=\lambda(t)$.

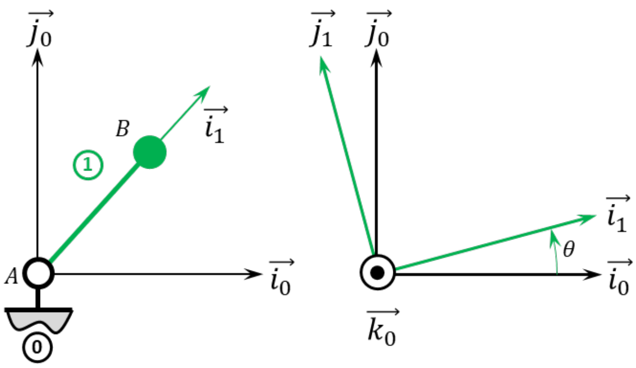
Corrigé voir ??.

Exercice 45 – Mouvement R ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R=20\,\text{mm}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Question 3 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Indications :
1. .
2. .
3. $x_B(t) = R\cos\theta(t)$ et $y_B(t) = R\sin\theta(t)$.

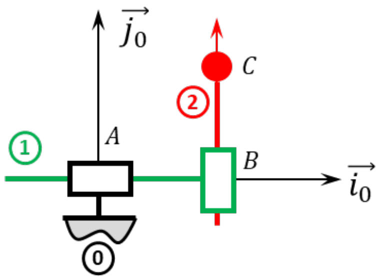
Corrigé voir ??.

Exercice 46 – Mouvement TT – ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R = 10\,\text{cm}$ à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

Question 3 *Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R.*

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{e_\theta}$.

Question 4 *Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v, R et du temps.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.*

Indications :
1. .
2. $x_C(t) = \lambda(t)$ et $y_C(t) = \mu(t)$.
3. $\theta(t) = \dfrac{v}{R}t$.
4. $\lambda(t) = R\cos\left(\dfrac{v}{R}t\right)$, $\mu(t) = R\sin\left(\dfrac{v}{R}t\right)$.
5. .

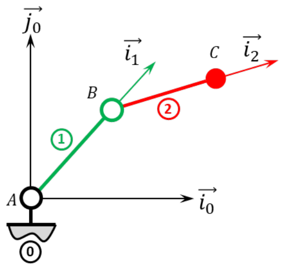
Corrigé voir ??.

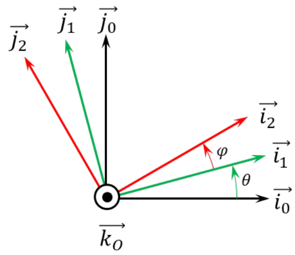
Exercice 47 – Mouvement RR ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$.





Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point C réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$ à la vitesse linéaire v.

Question 3 *Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.*

Question 4 *Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.*

Question 5 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.*

Question 6 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\varphi(t)$ et la trajectoire générée.*

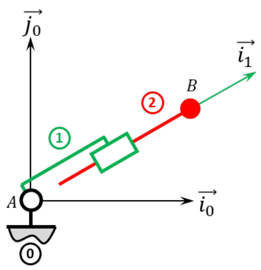
Corrigé voir ??.

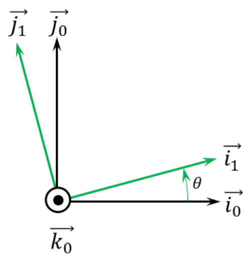
Exercice 48 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$.





Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

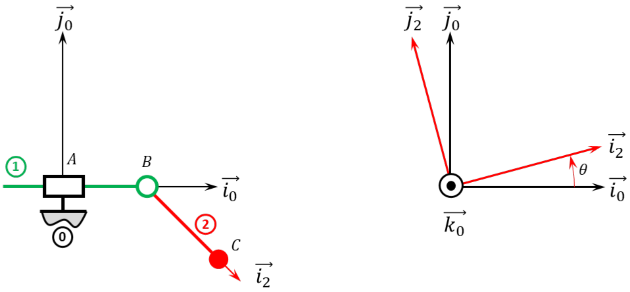
Corrigé voir **??**.

Exercice 49 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\mathrm{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

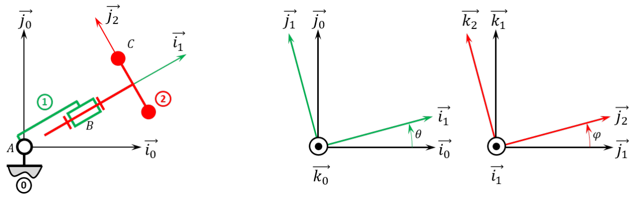
Corrigé voir **??**.

Exercice 50 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\mathrm{mm}$ et $r = 10\,\mathrm{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Indications :

1. .
2. $x_C(t) = (R+\ell)\cos\theta - r\cos\varphi\sin\theta$, $y_C(t) = (R+\ell)\sin\theta + r\cos\varphi\cos\theta$, $z_C(t) = r\sin\varphi$.

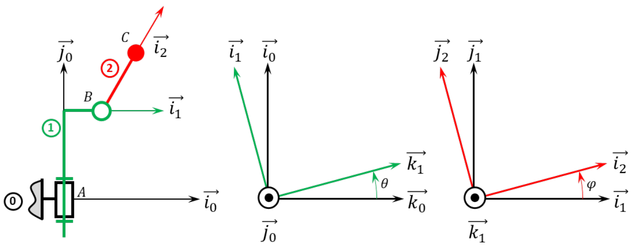
Corrigé voir **??**.

Exercice 51 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\mathrm{mm}$, $R = 20\,\mathrm{mm}$, $L = 10\,\mathrm{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Question 2 *Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Indications

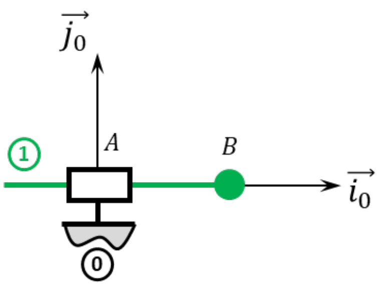
1. Tore.
2. $x_C(t) = R\cos\theta + L\cos\varphi\cos\theta$, $y_C(t) = H + L\sin\varphi$, $z_C(t) = -R\sin\theta - L\cos\varphi\sin\theta$.

Corrigé voir **??**.

Exercice 52 – Mouvement T – ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$.



Modéliser

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

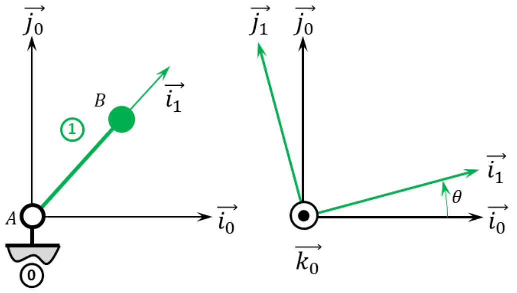
Indications :
1. $\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.
2. $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 53 – Mouvement R ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

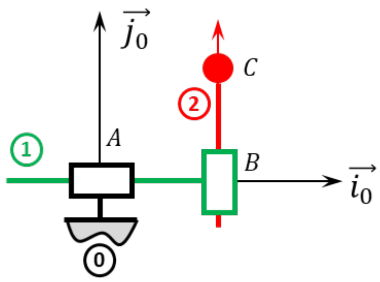
Indications :
1. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
2. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
3. $\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0}\\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_{B}$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 54 – Mouvement TT – ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

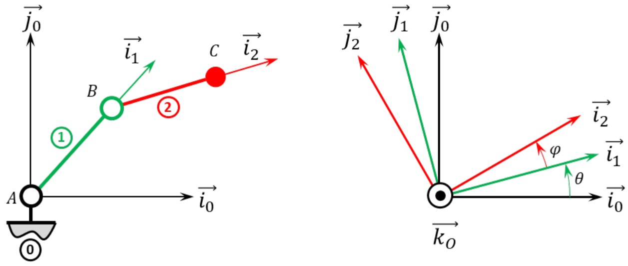
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \ddot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 55 – Mouvement RR ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

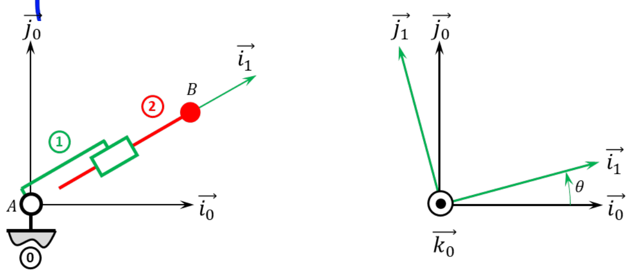
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.
2. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}\left(L\,\overrightarrow{j_2} + R\,\overrightarrow{j_1}\right)$ (c'est la même :)).
3. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0}\\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}\end{array}\right\}_{C}$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1} + L\left(\ddot{\theta}+\ddot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} - L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)^2\overrightarrow{i_2}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 56 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par composition.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

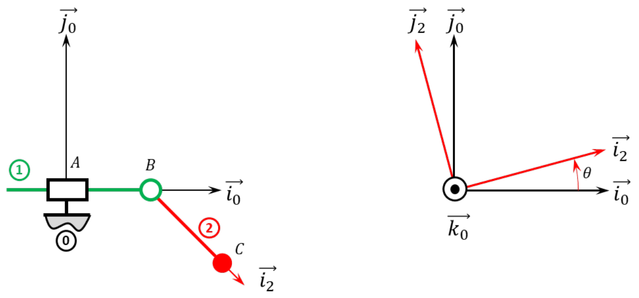
Indications :
1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.
2. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.
3. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \left(\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\right)\overrightarrow{i_1} + \left(\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t) + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_1}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 57 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

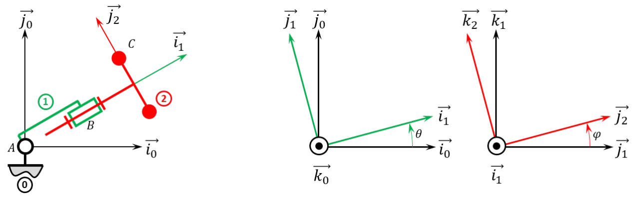
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.
2. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \\ \overrightarrow{V(C,2/0)} \end{array} \right\}_C$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Corrigé voir ??.

Exercice 58 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

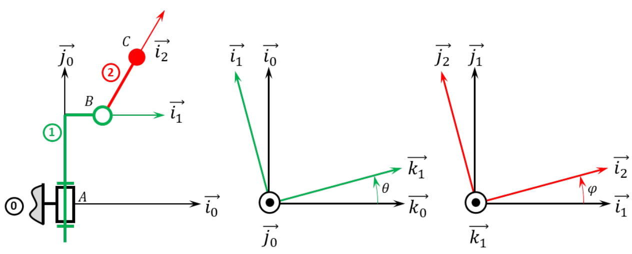
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = (R+\ell)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.
2. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.
3. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} \\ (R+\ell)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} \end{array} \right\}_C$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R+\ell)\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - (R+\ell)\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1} - r\ddot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\theta}\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - r\dot{\theta}^2\cos\varphi\overrightarrow{j_1} + r\ddot{\varphi}\overrightarrow{k_2} + r\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.

Corrigé voir ??.

Exercice 59 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition du vecteur vitesse.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.*

Modéliser

Question 4 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

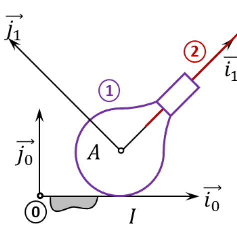
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.
2. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.
3. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} + \dot{\theta}\overrightarrow{j_0} \\ L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right) \end{array}\right\}_C$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\ddot{\varphi}\overrightarrow{j_2} + L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot{\theta}\overrightarrow{i_2}\right) - \ddot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right) - \dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} - L\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

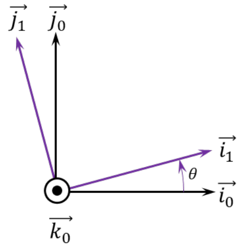
Corrigé voir ??.

Exercice 60 – Mouvement RT – RSG ★★

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I.





Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

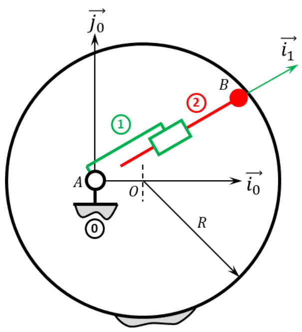
Indications :
1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_1} + \dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}\overrightarrow{i_1} + \dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array}\right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \ddot{\theta}(t)\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) + \dot{\theta}(t)\left(\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}\right)$.

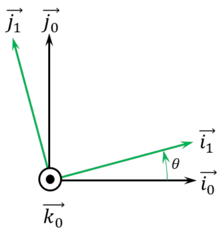
Corrigé voir ??.

Exercice 61 – Pompe à palettes ★

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\dot{\lambda}_+(t) = -e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) - \dfrac{e^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t) - e^2 + R^2}}$ (voir exercice ?? – à vérifier).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

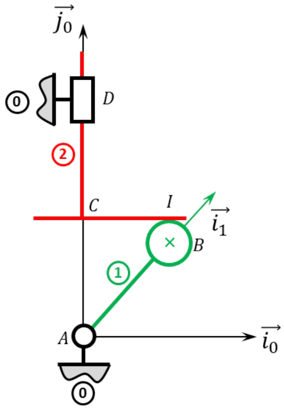
Indications :
1. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array}\right\}_B$.
2. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + 2\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} + \lambda(t)\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

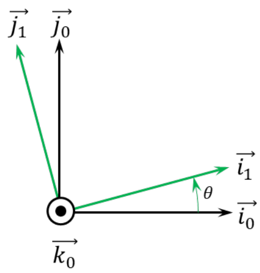
Corrigé voir ??.

Exercice 62 – Pompe à piston axial ★

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI} = R\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = e\sin\theta + R$ ou encore $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ (voir exercice ??).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* C.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

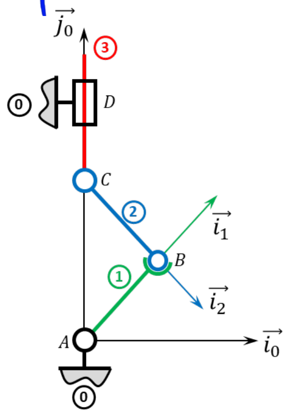
Indications :
1. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} \end{array}\right\}_C$.
2. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}$.

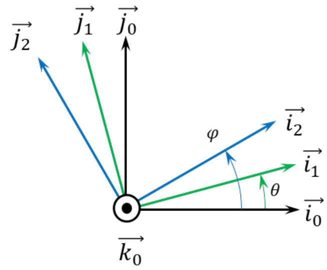
Corrigé voir ??.

Exercice 63 – Système bielle manivelle ★

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CB} = L\,\overrightarrow{i_2}$. De plus, $R = 10\,\text{mm}$ et $L = 20\,\text{mm}$.





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = \pm\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)} + R\sin\theta(t)$ et $\dot{\lambda}(t) = \pm\left(\dfrac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}}\right) + \dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$. (à vérifier – voir exercice **??**).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

On commence par calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Méthode 1 – dérivation vectorielle :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.
- **Méthode 2 – formule de changement de point :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -R\,\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}\,t\,\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

On a alors, $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array}\right\}_B$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *et au point* C.

On a, $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} \end{array}\right\}_C$.

Par ailleurs, on peut remarquer que $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/0)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/0)} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} + L\,\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.

On a donc nécessairement $\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$

$\Rightarrow \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} = R\dot{\theta}(t)\left(\cos\theta(t)\overrightarrow{j_0} - \sin\theta(t)\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\varphi}(t)\left(\cos\varphi(t)\overrightarrow{j_0} - \sin\varphi(t)\overrightarrow{i_0}\right)$.

On a donc :

$$\left\{\begin{array}{l} 0 = -R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) + L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t) \\ \dot{\lambda}(t) = R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) - L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) = L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t) \\ \dot{\lambda}(t) - R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) = L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \tan\varphi(t) = \frac{R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)}{\dot{\lambda}(t) - R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)}$$

Il resterait à supprimer $\varphi(t)$ pour (espérons-le) retomber sur la loi entrée-sortie cinématique.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

Question 4 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

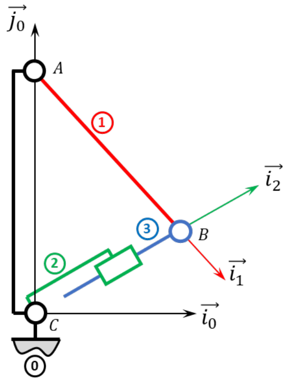
$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}.$$

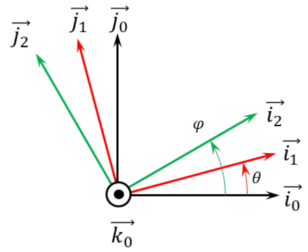
Corrigé voir **??**.

Exercice 64 – Système de transformation de mouvement ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $R = 30$ mm et $H = 40$ mm.





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**).

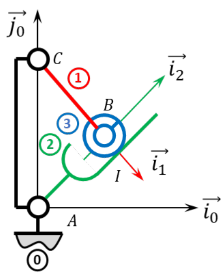
Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(3/0)\}$ *au point* B.

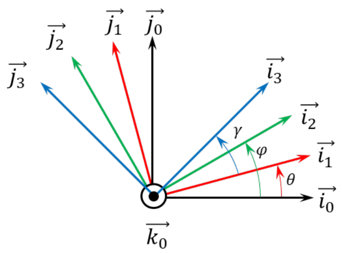
Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,3/0)}$.

Corrigé voir **??**.

Exercice 65 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.** Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120$ mm, $R = 40$ mm $BI = 10$ mm.





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**).

Question 1 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point* I, *déterminer* $\gamma(t)$ *et* $\dot{\gamma}(t)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(3/2)\}$ *au point* B.

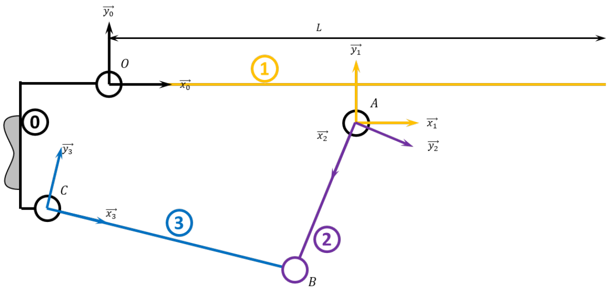
Corrigé voir **??**.

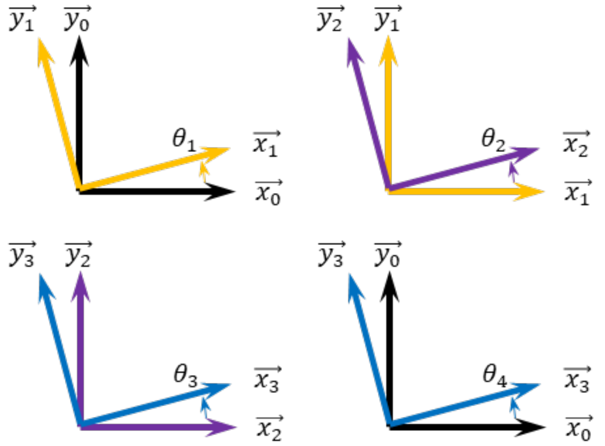
Modéliser

Exercice 66 – Système 4 barres ★★★

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :
- $\overrightarrow{OA} = a\overrightarrow{x_1} - f\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355$ mm et $f = 13$ mm ;
- $\overrightarrow{AB} = b\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280$ mm ;
- $\overrightarrow{BC} = -c\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280$ mm ;
- $\overrightarrow{OC} = -d\overrightarrow{x_0} - e\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5$ mm et $e = 160$ mm ;





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**). On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L\overrightarrow{x_1}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ *au point* G.

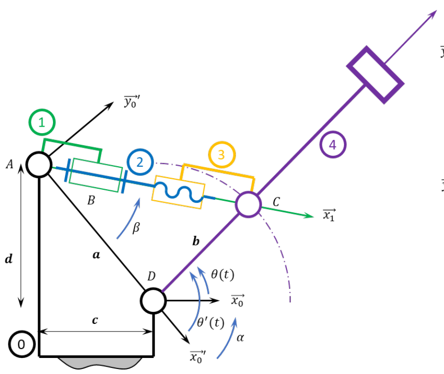
Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(G,1/0)}$.

Corrigé voir **??**.

Exercice 67 – Maxpid ★★★

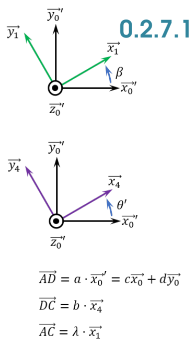
B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



0.2.7

0.2.7.1



Par ailleurs $a = 107{,}1$ mm, $b = 80$ mm, $c = 70$ mm, $d = 80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**).

On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L\overrightarrow{x_4}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(4/0)\}$ *au point* G.

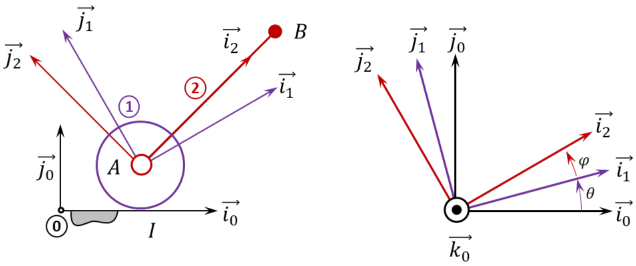
Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(G,4/0)}$.

Corrigé voir **??**.

Exercice 68 – Mouvement RR – RSG ★★

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{i_2}$. De plus $R = 15$ mm. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I.



Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

> Indications (à vérifier...) :
> 1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.
> 2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array}\right\}_B$.
> 3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

Corrigé voir **??**.

Modéliser une action mécanique

Passage du modèle local au modèle global

Exercice 69 – La Seine Musicale ★

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On choisit de représenter une demi-voile, de repère $\mathscr{R}_v\left(O;\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{y_v},\overrightarrow{z}\right)$, par une portion de demi-sphère (**??**). On pourra remarquer qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les repères $\mathscr{R}_{C_G}\left(C_G;\overrightarrow{x_{C_G}},\overrightarrow{y_{C_G}},\overrightarrow{z}\right)$ et $\mathscr{R}_v\left(O;\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{y_v},\overrightarrow{z}\right)$, associé à la demi-voile. On rappelle que $\overrightarrow{OC_G} = R\overrightarrow{y_{C_G}}$, avec R le rayon moyen de la voie de roulement.

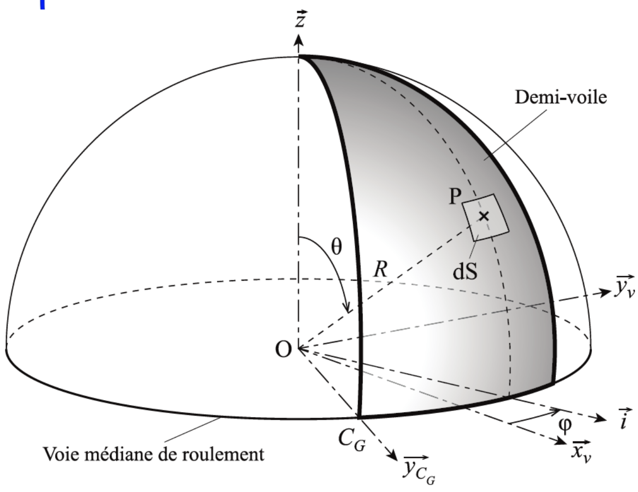


FIGURE 1 – Paramétrage de la surface totale et élémentaire en coordonnées sphériques de la demi-voile

La figure **??** présente l'orientation du vent par rapport au plan de symétrie de la demi-voile dans le plan $\left(\overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{y_v}\right)$. La densité d'effort surfacique du vent sur la demi-voile, pour une vitesse de $9\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, est noté $\overrightarrow{f}_{\text{vent}} = f\,\overrightarrow{u}$ avec $f = 54{,}7\,\mathrm{N\,m^{-2}}$, l'orientation de $\overrightarrow{u}$ étant définie par l'angle constant $\alpha = \left(\overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{u}\right)$.

La base associée au système de coordonnées sphériques $\left(r, \theta, \varphi\right)$ est $\left(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_\varphi}\right)$. La position du point P appartenant à la demi-voile est définie par $\overrightarrow{OP} = R\,\overrightarrow{e_r}$ avec R le rayon moyen de la voie de roulement ($R = 22{,}75\,\mathrm{m}$). L'angle azimutal φ évolue entre $-\dfrac{\pi}{8}$ et $\dfrac{\pi}{8}$ et l'élévation θ évolue entre 0 et $\dfrac{\pi}{2}$. On précise que, dans le cas présenté **??**, la surface élémentaire en coordonnées sphériques est notée $\mathrm{d}S = R^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi$.

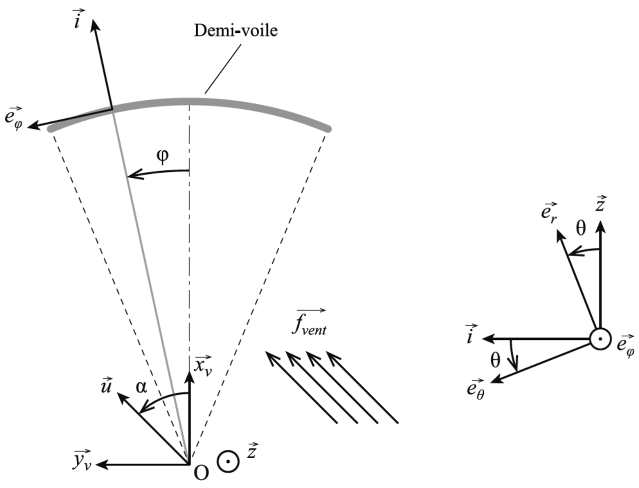


FIGURE 2 – Paramétrage angulaire

Question 1 *Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS, noté $d\overrightarrow{F}_{vent}$.*

Question 2 *Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe $\left(O, \overrightarrow{z}\right)$, $\overrightarrow{\mathcal{M}(O, vent \rightarrow demi\text{-}voile)} \cdot \overrightarrow{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe $\left(O, \overrightarrow{z}\right)$ en fonction de R, f et α.*

Question 3 *On définit F_{vent} tel que $\left(\overrightarrow{OC_G} \wedge F_{vent}\overrightarrow{x_{C_G}}\right) \cdot \overrightarrow{z} = \overrightarrow{\mathcal{M}(O, vent \rightarrow demi\text{-}voile)} \cdot \overrightarrow{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.*

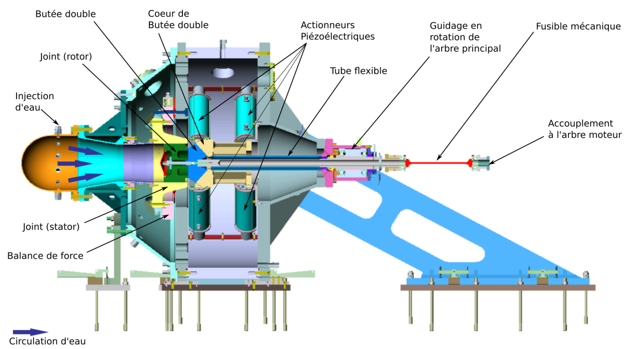
Afin de modéliser le déplacement de la voile dans le cas le plus défavorable, on souhaite déterminer la valeur maximale de $|F_{\text{vent}}|$.

Question 4 *Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal ? Déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 70 – Banc Balafre ⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.** La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\,\overrightarrow{z_0} + R_J\,\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\mathrm{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\mathrm{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\,\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\mathrm{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\mathrm{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\mathrm{mm}$;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\,\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\,\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\,\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\mathrm{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\mathrm{mm}$.

On souhaite déterminer la résultante des actions de pression du fluide sur le joint (rotor). On rappelle qu'un élément de surface $\mathrm{d}S$ autour d'un point M sur une surface cylindrique de rayon R_J s'exprime $\mathrm{d}S = R_J\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z$.

Question 1 *Exprimer au point M le torseur $\left\{dT_{f\rightarrow J_R}\right\}$ de l'action de pression du fluide sur un élément de surface dS joint en fonction de $p(t)$, dS et $\overrightarrow{u}(\theta)$.*

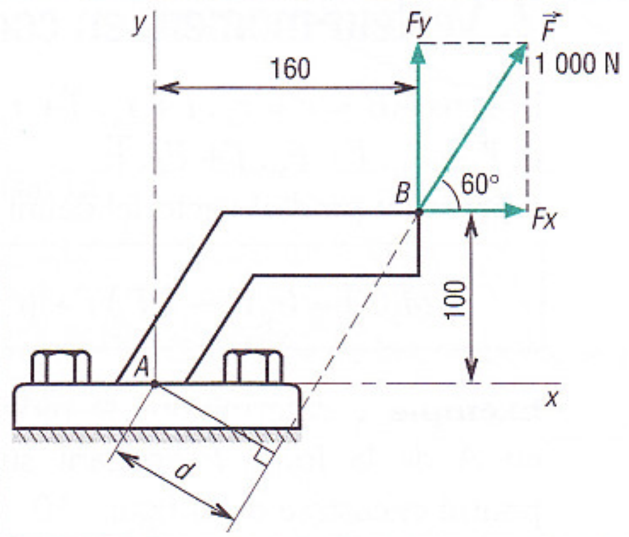
Question 2 *En déduire l'expression en B du torseur $\left\{T_{f\rightarrow J_R}\right\}$ de l'action de pression du fluide sur l'ensemble du* joint.

Corrigé voir ??.

0.2.7.2 Modéliser une action mécanique – Modèle global

Exercice 71 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**



Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}(B,F)}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}(A,F)}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 72 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

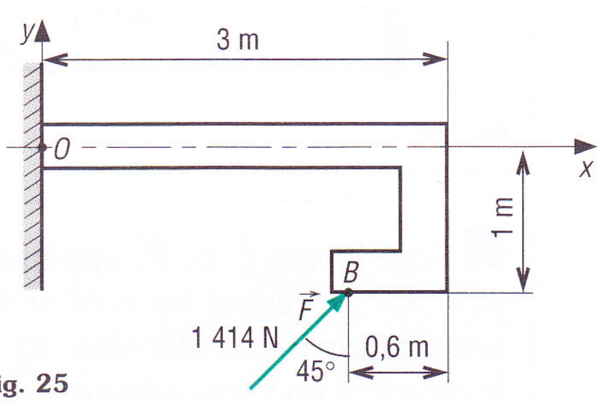


Fig. 25

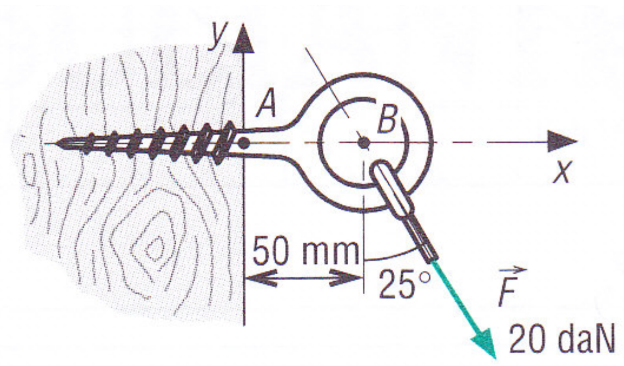
Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B,\vec{F}\right)}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(O,\vec{F}\right)}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 73 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**



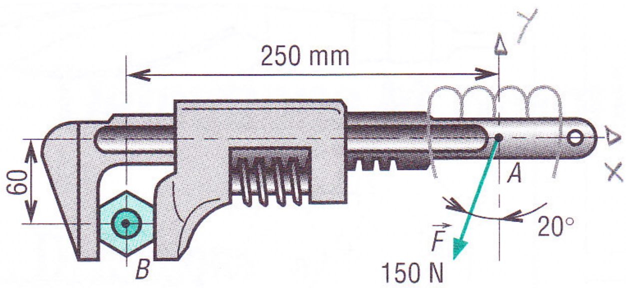
Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B,\vec{F}\right)}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A,\vec{F}\right)}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 74 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**



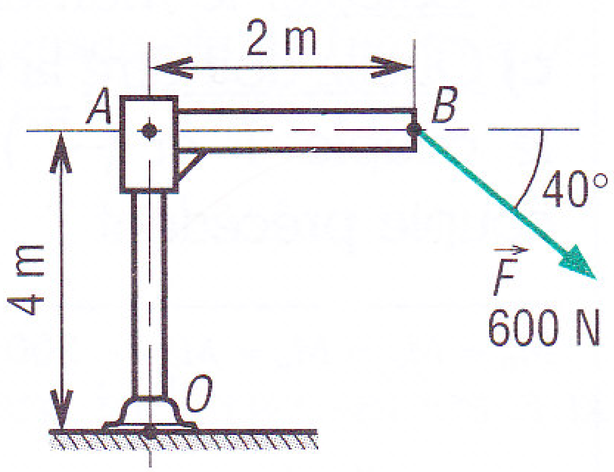
Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A,\vec{F}\right)}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B,\vec{F}\right)}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 75 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**



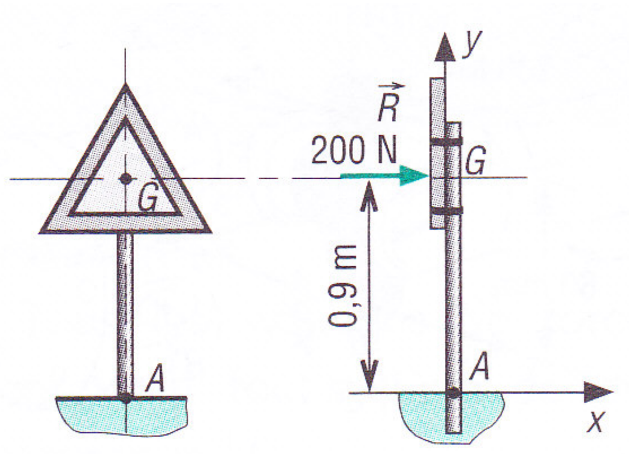
Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B, \overrightarrow{F}\right)}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(O, \overrightarrow{F}\right)}$.

Corrigé voir **??**.

Exercice 76 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**



Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(G, \overrightarrow{R}\right)}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A, \overrightarrow{R}\right)}$.

Corrigé voir **??**.

0.2.8 Décrire le comportement d'un système séquentiel

Exercice 77 – Le banc balafre ⋆

B2-17 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Pendant un essai, les actionneurs sont commandés axe par axe (c'est-à-dire par groupes de deux actionneurs piézoélectriques) grâce à un module d'électronique de puissance $2 \times 10\,\text{kVA}$. Ainsi, quatre modules sont installés dans l'armoire de commande. Les actionneurs sont commandés pour générer ce que l'on appelle des « rafales » : ils produisent les vibrations avec les caractéristiques voulues par l'opérateur, pendant une durée qui dépend de l'objectif de l'essai en cours.

Objectif Nous allons modéliser la façon dont la commande du système doit être programmée afin de protéger les composants vis-à-vis de problèmes de surchauffe.

Afin de protéger les composants, le système de commande doit imposer des périodes de temporisation pour favoriser le refroidissement des actionneurs et amplificateurs. Les amplificateurs de puissance ne doivent pas être utilisés en continu pendant plus de timeout $= 10\,\text{s}$. Le superviseur ne doit pas autoriser de temps de rafale supérieur à $t_{\max} = 31\,\text{s}$. À chaque période supérieure à timeout, il est nécessaire de temporiser le système pendant 1 s et pour une durée de rafale supérieure à $t_{\max}$, il est nécessaire de temporiser pendant 3 s. Le diagramme d'état du superviseur du banc Balafre est présenté sur la figure **??**.

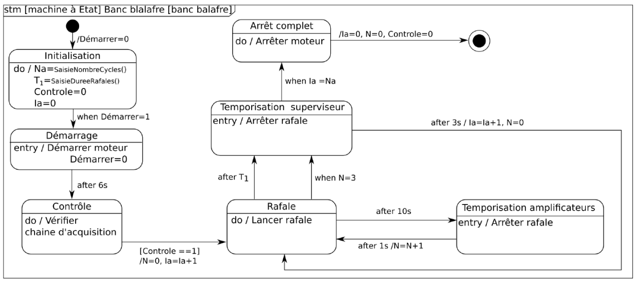
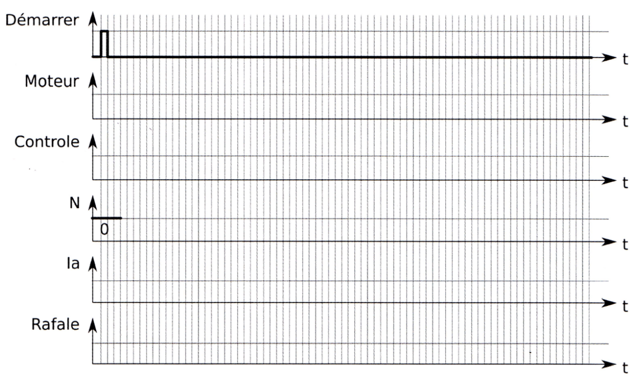


FIGURE 3 – Diagramme d'état du superviseur du banc Balafre.

Les variables suivantes permettent de réaliser le suivi d'un processus de mesure :

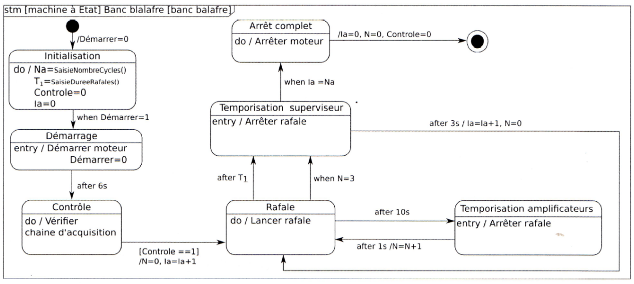
- Démarrer est une variable booléenne. Elle devient vraie, lorsque l'opérateur a saisi le nombre Na de cycles qu'il souhaite réaliser et la durée T_1 de chaque cycle, et qu'il a validé sa saisie.
- Moteur est une variable qui vaut 1 lorsque le moteur a atteint sa vitesse de consigne (supposée non nulle, la vitesse nulle n'étant pas une consigne d'intérêt pratique pour le banc d'essais). Quand Moteur a atteint la valeur 1, seul le retour à l'arrêt peut modifier l'état de cette variable en la faisant repasser à 0. On considère qu'il faut 5 s pour atteindre la vitesse de consigne ou revenir à l'arrêt.
- Controle est une variable qui décrit le résultat des contrôles de la chaîne d'acquisition :
  - Controle=0 si les contrôles n'ont pas été effectués ;
  - Controle=1 si les contrôles sont terminés et que tout est en ordre de marche ;
  - Controle=2 si les contrôles ont détecté une anomalie.
- Rafale est une variable qui vaut 1 si une rafale est en cours, et 0 sinon.

Question 1 *On souhaite réaliser un cycle de rafale de huit secondes. En suivant le diagramme d'état de la figure* **??***, et en supposant que le contrôle soit réalisé en 1 seconde et conclue à ce que tout soit en ordre de marche, compléter le chronogramme.*



Pour un fonctionnement sûr de l'installation, le système doit arrêter les moteurs si les contrôles détectent une anomalie.

Question 2 *Modifier le diagramme d'état ci-dessous pour prendre en compte ce cas de figure.*



Corrigé voir **??**.

0.2.9 Modéliser un convertisseur électromécanique

Exercice 78 – Le banc balafre ⋆

Pas de corrigé pour cet exercice.

Objectif L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 1.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à 6000 tr min^{-1} est estimé à $C_{\text{res}} = 300\,\text{N m}$.
- 1.02 – Vitesse de rotation : la vitesse cible NC (vitesse de rotation du rotor de joint) doit pouvoir être réglée à une valeur choisie entre 5000 tr min^{-1} et 7000 tr min^{-1}.
- 1.03 – Loi de commande : la mise en rotation doit se faire à accélération constante pendant une durée n'excédant par $T_{\text{acc}} = 5\,\text{s}$.

Nous allons modéliser le moteur asynchrone Leroy Somer PLS-280-MP. Ceci va nous permettre de déterminer sa caractéristique de couple. Cette caractéristique sera utilisée dans les parties suivantes et nous permettra dans cette partie de déterminer la fréquence de commande du moteur pour la phase de mesure en régime stationnaire.

Données et hypothèses :

- le réseau d'alimentation électrique fournit une tension 230/400 V en 50 Hz ;
- la plaque signalétique du moteur est donnée en figure **??** ;
- on négligera les pertes fer et les pertes mécaniques dans le moteur ;
- les pertes Joule statoriques sont également négligées.

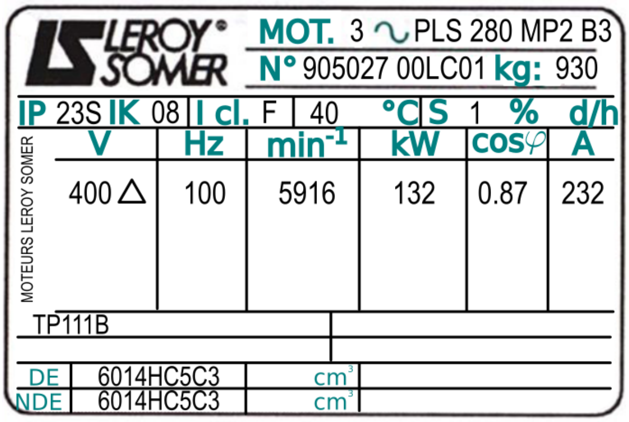


FIGURE 4 – Plaque signalétique du moteur PLS-280-MP

Question 1 *En utilisant les informations de la plaque signalétique, montrer que le moteur possède $p = 1$ paire de pôles.*

Question 2 *À partir de la plaque signalétique, en détaillant les calculs, déterminer le glissement en fonctionnement nominal g_N ainsi que le couple utile nominal C_{uN}.*

On donne sur la figure **??** le modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur. L_0 représente l'inductance de magnétisation et L_c l'inductance des fuites totales d'une phase (rotorique ramenée au stator et stator). On note g le glissement. On rappelle que la puissance dissipée dans la résistance R/g correspond à la puissance transmise du stator au rotor. Cette puissance peut être décomposée en une résistance R correspondant aux pertes Joule dans le rotor en série avec une résistance $R(1-g)/g$ correspondant à la puissance électromécanique fournie au rotor.

R Ce modèle est celui du bobinage couplé en triangle. La tension $\underline{U_S}$ représente la tension entre phases, c'est-à-dire, vue de l'extérieur, la tension composée de valeur nominale 400 V. Le courant $\underline{i_S}$ représente le courant dans chaque phase statorique. La notation conventionnelle $\underline{j_S}$ pour ce courant n'est pas utilisée ici pour éviter toute confusion avec les notations des nombres complexes.

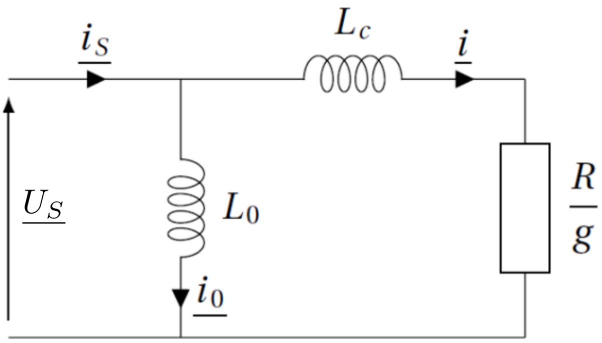


FIGURE 5 – Modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur

Question 3 *Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} fournie au rotor en fonction de U_S (valeur efficace de la tension $\underline{U_S}$), de la résistance R, du glissement g de l'inductance L_c et de la pulsation d'alimentation ω du moteur.*

Question 4 *Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} en fonction du couple électromagnétique C_{EM} et de la vitesse de rotation Ω de l'arbre moteur.*

Question 5 *Exprimer la vitesse de rotation Ω de l'arbre en fonction du glissement g et de la vitesse de synchronisme Ω_S. En déduire l'expression du couple électromagnétique C_{EM} en fonction de U_S^2, ω, g, R, L_c, et p (le nombre de paires de pôles par phase).*

Question 6 *En précisant bien vos hypothèses, justifier que l'expression du couple utile disponible sur l'arbre moteur est* $C_u = \dfrac{3pU_S^2}{\omega} \cdot \dfrac{\dfrac{R}{g}}{\left(\dfrac{R}{g}\right)^2 + (L_c\omega)^2}$.

À l'aide de cette équation, on obtient la figure **??** qui représente l'allure de la courbe de couple en fonction de la vitesse de rotation N de l'arbre moteur.

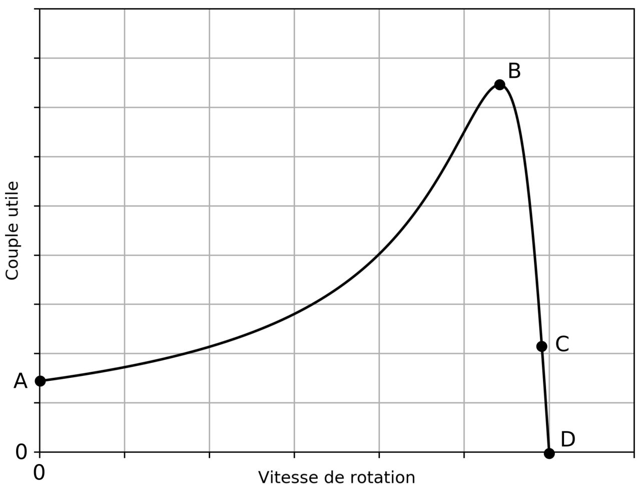


FIGURE 6 – Allure de la courbe de couple utile du moteur en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre

Question 7 *À l'aide des points A, B, C et D, identifier sur cette courbe le point de fonctionnement nominal, le démarrage du moteur, le point de synchronisme, la zone de fonctionnement instable du moteur.*

Le constructeur précise le rapport du couple maximal sur couple nominal : $C_M/C_N = 3,5$. On rappelle que le couple utile est maximal pour une valeur du glissement telle que $R/g = L_c\omega$. **Question 8** *En déduire l'expression de L_c en fonction de p, U_S, C_M et ω et faire l'application numérique.*

Question 9 *Que peut-on dire de R/g par rapport à $L_c\omega$ au voisinage du point de fonctionnement nominal ? En déduire l'expression de R en fonction du couple nominal C_N, du glissement nominal g_N, de p, U_S et de ω.*

R On fera l'application numérique en prenant $g_N = 1,4 \times 10^{-2}$ et $C_N = 213\,\text{Nm}$.

Le variateur utilisé pour la commande du moteur fonctionne en U_S/f constant. À l'aide des valeurs calculées précédemment, on a tracé sur la figure **??** les courbes de couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour différentes valeurs de fréquence de commande.

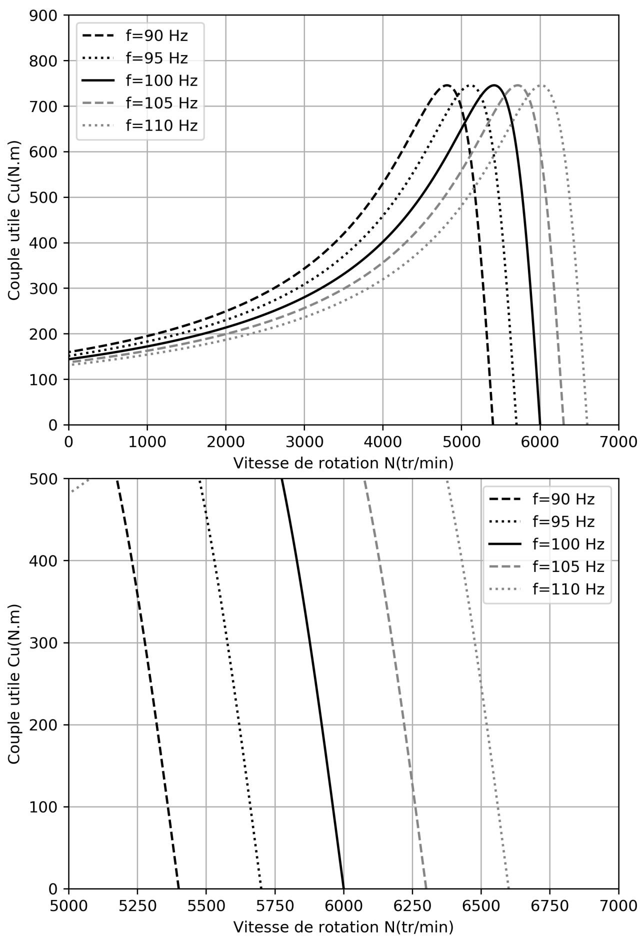


FIGURE 7 – Évolution du couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour des fréquences de commande de 90 Hz à 110 Hz.

Question 10 *Déterminer quelle fréquence doit être imposée par le variateur pour maintenir une vitesse de* $6000\,\mathrm{tr\,min^{-1}}$ *en présence d'un couple résistant correspondant au couple* $C_{res} = 300\,\mathrm{Nm}$ *défini par l'exigence 1.01 du cahier des charges.*

Corrigé voir **??**.

0.3 B3 – Valider un modèle

0.4 B1 – Choisir les grandeurs physiques et les caractériser

0.5 B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement

0.5.1 B2-04 – Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert

Exercice 79 – Moteur à courant continu⋆

B2-04

Question 1 *Exprimer la fonction de transfert $H(p)=\dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$.*

En passant les équations dans le domaine de Laplace, on a :

- $U(p)=E(p)+RI(p)+LpI(p)$;
- $E(p)=K_m\Omega(p)$;
- $C(p)=K_mI(p)$;
- $C(p)-f\Omega(p)=Jp\Omega(p)\Leftrightarrow C(p)=\Omega(p)\left(Jp+f\right)$.

Vous devez savoir qu'un moteur à courant continu est piloté en tension ($U(p)$) et qu'en sortie on observe le taux de rotation ($\Omega(p)$).

En ne conservant que $U(p)$ et $\Omega(p)$, on a donc $U(p)=E(p)+RI(p)+LpI(p)\Leftrightarrow U(p)=K_m\Omega(p)+\left(R+Lp\right)\dfrac{C(p)}{K_m}\Leftrightarrow$ $U(p)=K_m\Omega(p)+\left(R+Lp\right)\dfrac{\Omega(p)\left(Jp+f\right)}{K_m}\Leftrightarrow U(p)=\left(K_m+\left(R+Lp\right)\dfrac{\left(Jp+f\right)}{K_m}\right)\Omega(p)\Leftrightarrow U(p)=\dfrac{K_m^2+\left(R+Lp\right)\left(Jp+f\right)}{K_m}\Omega(p)$

On a donc $H(p)=\dfrac{\Omega(p)}{U(p)}=\dfrac{K}{K^2+\left(R+Lp\right)\left(Jp+f\right)}$.

Question 2 *Préciser l'ordre et la classe de H.*

H est d'ordre 2 et de classe 0 car on ne peut pas mettre de p en facteur. Le terme de plus haut degré du dénominateur est de degré 2.

Question 3 *Mettre $H(p)$ sous forme canonique.*

$$H(p)=\frac{K_m}{K_m^2+Rf+\left(RJ+Lf\right)p+LJp^2}\Leftrightarrow H(p)=\frac{\dfrac{K_m}{K_m^2+Rf}}{1+\dfrac{\left(RJ+Lf\right)}{K_m^2+Rf}p+\dfrac{LJ}{K_m^2+Rf}p^2}.$$

Question 4 *Donner les caractéristiques de la fonction de transfert.*

En identifiant avec la forme canonique standard, $H(p)=\dfrac{K}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$ soit $K=\dfrac{K_m}{K_m^2+Rf}$, $\dfrac{2\xi}{\omega_0}=\dfrac{\left(RJ+Lf\right)}{K_m^2+Rf}$ et $\dfrac{1}{\omega_0^2}=\dfrac{LJ}{K_m^2+Rf}$.

Au final, $K=\dfrac{K_m}{K_m^2+Rf}$, $\omega_0=\sqrt{\dfrac{K_m^2+Rf}{LJ}}$, $\xi=\dfrac{RJ+Lf}{2\sqrt{LJ\left(K_m^2+Rf\right)}}$.

Question 5 *Vérifier l'homgénéité des différentes constantes.*

Le gain doit être en $\mathrm{rad\,s^{-1}V^{-1}}$.

D'une part, $[K_m]=\mathrm{N\,m\,A^{-1}}$. D'autre part, $[K_m]=\mathrm{V\,rad^{-1}\,s}$. On a donc $\mathrm{V\,rad^{-1}\,s}=\mathrm{N\,m\,A^{-1}}$. (On pourrait aussi le montrer par une analyse dimensionnelle...)

De plus $[R]=\Omega=\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$ et $[f]=\mathrm{N\,m\,rad^{-1}\,s}$.

On a donc $[K]=\dfrac{\mathrm{N\,m\,A^{-1}}}{(\mathrm{N\,m\,A^{-1}})^2+\mathrm{N\,m\,rad^{-1}\,s}\times\mathrm{V\,A^{-1}}}=\dfrac{1}{\mathrm{N\,m\,A^{-1}}+\mathrm{rad^{-1}\,s\,V}}=\dfrac{1}{\mathrm{rad^{-1}\,s\,V}}=\mathrm{rad\,s^{-1}\,V^{-1}}$.

La pulsation propre doit être en $\mathrm{s^{-1}}$ ou $\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

On a vu que $[K_m^2]=[Rf]$. De plus $[L]=H=\mathrm{V\,s\,A^{-1}}$ et $[J]=\mathrm{N\,m\,rad^{-1}\,s^2}$ (PFD).

$[\omega_0]=\sqrt{\dfrac{\mathrm{N^2\,m^2\,A^{-2}}}{\mathrm{V\,s\,A^{-1}}\times\mathrm{N\,m\,rad^{-1}\,s^2}}}=\sqrt{\dfrac{\mathrm{N\,m\,rad}}{\mathrm{V\,s\,A\,s^2}}}$. Or, $\mathrm{W}=\mathrm{N\,m\,rad\,s^{-1}}=\mathrm{VA}$.

On a alors $[\omega_0]=\sqrt{\dfrac{\mathrm{N\,m\,rad\,s^{-1}}}{\mathrm{V\,s^2\,A}}}=\sqrt{\dfrac{1}{\mathrm{s^2}}}=\mathrm{s^{-1}}$.

Enfin, ξ est sans unité... à vérifier :)

Modéliser

0.5.2 B2-06 – Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle

Exercice 80 – Identification temporelle ⋆

B2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la fonction de transfert du système.*

Question 2 *Déterminer la fonction de transfert du système.*

Exercice 81 – Identification ⋆

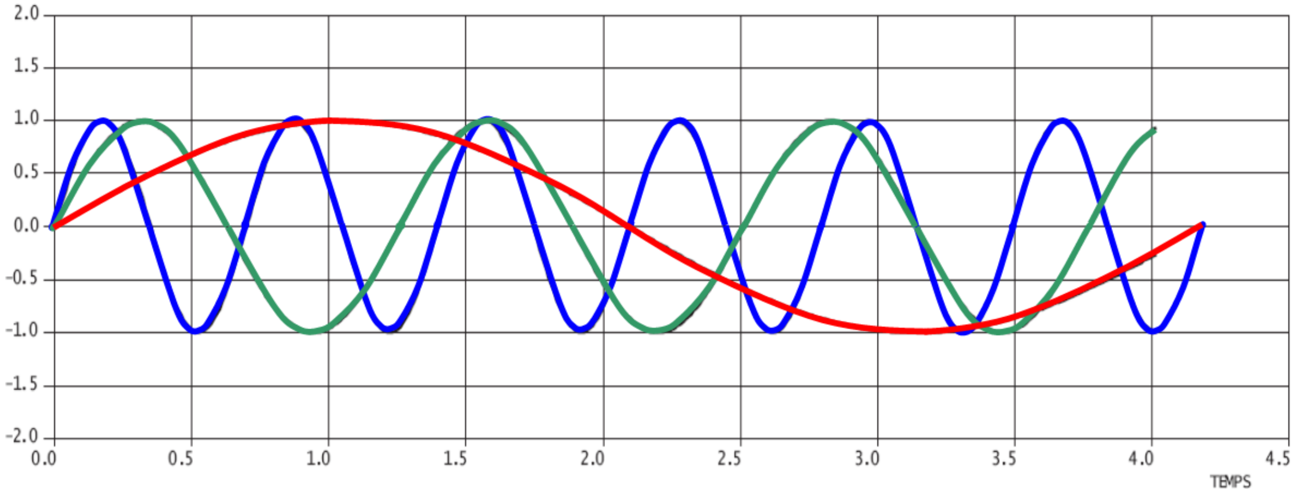
B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Tracer le diagramme de Bode asymptotique.*

Question 2 *Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.*

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.



Question 3 *Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.*

Question 4 *En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.*

Exercice 82 – Identification ⋆

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.*

Question 2 *En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.*

Exercice 83 – Identification ⋆

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Déterminer la fonction de transfert du système.*

Question 2 *Déterminer la fonction de transfert du système.*

0.5.3 B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs.

Exercice 84 – La Seine Musicale⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *En considérant que la perturbation $C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.*

Question 2 *Exprimer la fonction de transfert $H_r(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p)=-\dfrac{\alpha\left(1+\tau p\right)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.*

Question 3 *Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.*

Exercice 85 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

On a :

- $u_m(t)=e(t)+Ri(t)\Rightarrow U_m(p)=E(p)+RI(p)$ et $C_{M1}(p)=k_tI(p)$ donc $K_2=\dfrac{k_t}{R}$;
- $E(p)=k_e\Omega_m(p)$ et donc $K_7=k_e$;
- $(M+m)r\rho_1p\Omega_m(p)=\dfrac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r}-F_p(p)\Leftrightarrow(M+m)r^2\rho_1^2p\Omega_m(p)=C_{M1}(p)-\rho_1rF_p(p)$ et donc $K_9=\rho_1r$ et $H_3(p)=\dfrac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p)=\dfrac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8=\dfrac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5=\rho_1$ et $K_6=r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incréments. X_c est la consigne que doit respectée X. Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon=0$ et $X=X_c$ soit $\varepsilon=0=K_1X_C-K_8\theta_m=K_1X_C-K_8\dfrac{X}{K_5K_6}$. Au final, $K_1=\dfrac{K_8}{K_5K_6}$.

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*

Exercice 86 – Quille pendulaire⋆

B2-07

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace : $Q(p)=SpX(p)+\dfrac{V}{2B}p\Sigma(p)$ et $Mp^2X(p)=S\Sigma(p)-kX(p)-\lambda pX(p)-F_R(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $\Sigma(p)=A_2\left(A_1Q(p)-X(p)\right)=A_1A_2Q(p)-A_2X(p)$.

Par ailleurs $\Sigma(p)=\dfrac{Q(p)-SpX(p)}{\dfrac{V}{2B}p}=Q(p)\dfrac{2B}{Vp}-X(p)\dfrac{S2B}{V}$. On a donc $A_2=\dfrac{S2B}{V}$, $A_1A_2=\dfrac{2B}{Vp}$ soit $A_1=\dfrac{2B}{Vp}\dfrac{V}{S2B}=\dfrac{1}{Sp}$.

On a aussi $X(p)=A_4\left(-F_R(p)+A_3\Sigma(p)\right)=-A_4F_R(p)+A_3A_4\Sigma(p)$. Par ailleurs, $X(p)\left(Mp^2+\lambda p+k\right)=S\Sigma(p)-F_R(p)\Leftrightarrow X(p)=\dfrac{S\Sigma(p)}{Mp^2+\lambda p+k}-\dfrac{F_R(p)}{Mp^2+\lambda p+k}$. On a donc : $A_4=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$ et $A_3=S$.

Au final, $A_1=\dfrac{1}{Sp}$, $A_2=\dfrac{S2B}{V}$, $A_3=S$ et $A_4=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$.

Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

Modéliser

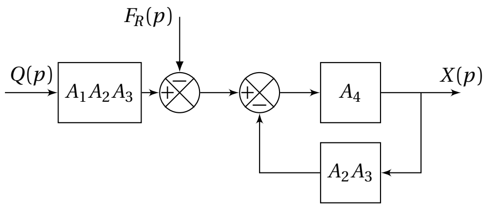
Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes On a $X(p) = \left(H_1 Q(p) - F_R(p)\right) H_2(p)$.

Par ailleurs, on a vu que $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)\right)$ et $\Sigma(p) = A_2\left(A_1 Q(p) - X(p)\right)$.

On a donc $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3 A_2\left(A_1 Q(p) - X(p)\right)\right) \Leftrightarrow X(p)(1 + A_2 A_3 A_4) = A_4\left(-F_R(p) + A_3 A_2 A_1 Q(p)\right)$. On a donc $H_1(p) = A_1 A_2 A_3$ et $H_2 = \dfrac{A_4}{1 + A_2 A_3 A_4}$.

Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs Revient à utiliser la méthode précédente.

Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.

$A_1 = \dfrac{1}{Sp}$, $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

En faisant le calcul on obtient : $H_1(p) = \dfrac{2BS}{pV}$ et $H_2 = \dfrac{\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}}{1 + \dfrac{2BS^2}{V}\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}} = \dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k+\dfrac{2BS^2}{V}}$.

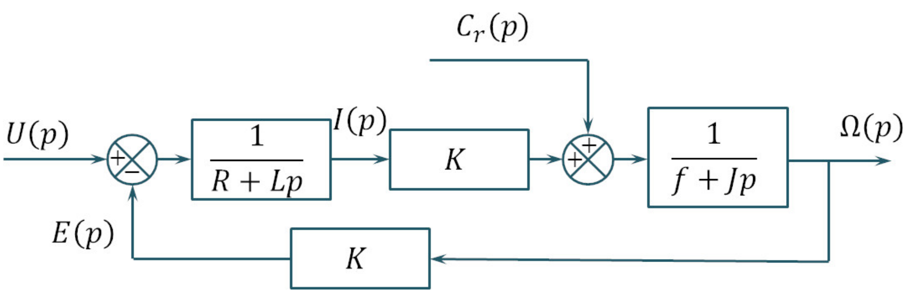
Question 3
Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Dans ce cas, $\dfrac{X(p)}{Q(p)} = H_1(p)H_2(p)\dfrac{2BS}{p\left(MVp^2 + \lambda pV + kV + 2BS^2\right)}$.

Exercice 87 – Moteur à courant continu⋆

B2-07

Question 1 *Réaliser le schéma-blocs.*



Question 2 *Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.*

En utilisant le schéma-blocs proposé, on a $\Omega(p)=\left(C_r(p)A(p)+U(p)B(p)\right)C(p)$.

D'autre part, $\Omega(p)=\left(C_r(p)+\dfrac{K}{R+Lp}\left(U(p)-K\Omega(p)\right)\right)\dfrac{1}{f+Jp}$.

$$\text{On a donc } \left(f+Jp\right)\Omega(p)=C_r(p)+U(p)\frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \left(f+Jp\right)\Omega(p)+\frac{K^2}{R+Lp}\Omega(p)=C_r(p)+U(p)\frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \left(\left(f+Jp\right)+\frac{K^2}{R+Lp}\right)\Omega(p)=C_r(p)+U(p)\frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \frac{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}{R+Lp}\Omega(p)=C_r(p)+U(p)\frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \Omega(p)=\left(C_r(p)+U(p)\frac{K}{R+Lp}\right)\frac{R+Lp}{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}.$$

Dés lors plusieurs schéma-blocs peuvent répondre à la question. Par exemple, $A(p)=1$, $B(p)=\dfrac{K}{R+Lp}$,

$$C(p)=\frac{R+Lp}{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}.$$

En poursuivant, on a aussi : $\Omega(p)=\left(C_r(p)(R+Lp)+U(p)K\right)\dfrac{1}{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}$.

On a donc aussi, $A(p)=R+Lp$, $B(p)=K$, $C(p)=\dfrac{1}{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}$

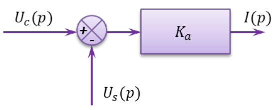
Exercice 88 – Vérin⋆

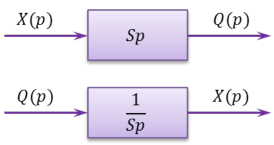
B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

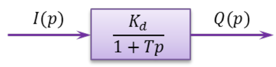
Question 1 *Réaliser le schéma-blocs.*

On a :

- $U_c(p)=\dfrac{1}{K_a}I(p)+U_s(p)$
- $Q(p)=SpX(p)$
- $U_S(p)=K_C\cdot X(p)$
- $F(p)=\dfrac{Q(p)}{I(p)}=\dfrac{K_d}{1+Tp}$







Exercice 89 – Banc d'épreuve hydraulique ⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déduire de la relation précédente l'équation reliant $Z(p)$, $P_e(p)$, $P_h(p)$, et Poids$(p)=Mg/p$, transformées de Laplace de $z(t)$, $P_e(t)$, $P_h(t)$ et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.*

Correction $Mp^2Z(p))=S_hP_h(p)-S_eP_e(pt)-\dfrac{Mg}{p}-fpZ(p)$

Question 2 *En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant $L(p)$, $P_e(p)$ et $Q_e(p)$, transformées de Laplace de $L(t)$, $P_e(t)$ et $Q_e(t)$.*

Correction $Q_e(p)=(S_a-S_b)pL(p)+\dfrac{V_t}{B_e}pP_e(p)$

Les conditions initiales sont supposées nulles.

Question 3 *Compléter le schéma-blocs de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile régulée $P_r(p)$ et la sortie la pression d'épreuve dans le tube $P_e(p)$.*

Correction

Exercice 90 – Fonctions de transfert⋆

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.*

Question 2 *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.*

Question 3 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.*

Question 4 *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.*

Exercice 91 – Calcul de FTBO⋆

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Question 2 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Question 3 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Question 4 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Exercice 92 – Calcul de FTBO⋆

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Question 2 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Question 3 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Question 4 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

0.5.4 Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

Exercice 93 – Parallélépipède⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Exercice 94 – Parallélépipède percé⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Exercice 95 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Exercice 96 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Exercice 97 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Exercice 98 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Exercice 99 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble $JR = \{\text{Joint(rotor)+ Butée double}\}$ a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathcal{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

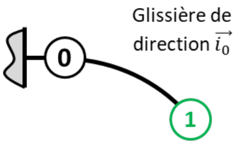
Question 1 *Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de $\overrightarrow{OG}$ selon $\overrightarrow{z_0}$. Faire l'application numérique.*

Question 2 *Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à $\left(O, \overrightarrow{z_0}\right)$, simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.*

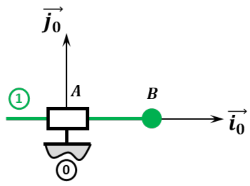
0.5.5 Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique

Exercice 100 – Mouvement T – ⋆

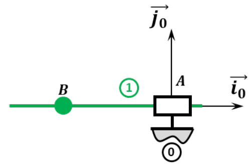
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\,\text{mm}$.*



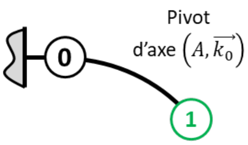
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = -20\,\text{mm}$.*



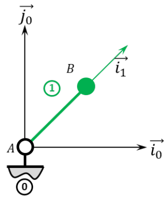
Exercice 101 – Mouvement R ⋆

B2-12

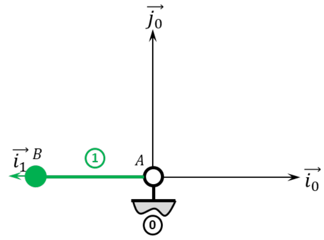
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad.*



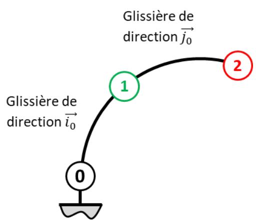
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \pi$ rad.*



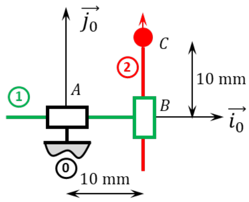
Exercice 102 – Mouvement TT – ⋆

B2-12

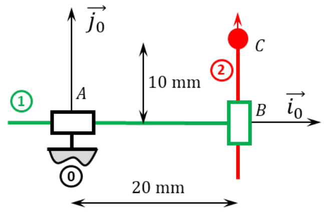
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\,\text{mm}$ et $\mu = 10\,\text{mm}$.*



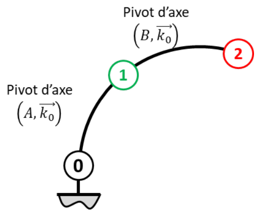
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 20\,\text{mm}$ et $\mu = 10\,\text{mm}$.*



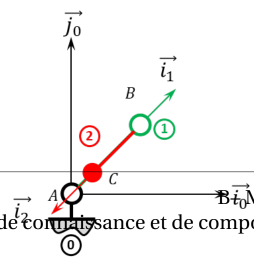
Exercice 103 – Mouvement RR ⋆

B2-12

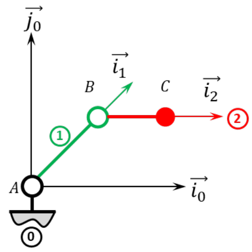
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



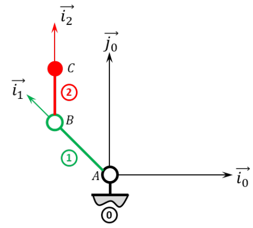
Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = \pi$ rad.*



Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*



Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*



Exercice 104 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20$ mm.*

Exercice 105 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20$ mm.*

Exercice 106 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Exercice 107 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \pi$ rad et $\varphi(t) = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Exercice 108 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad et $\lambda(t) = 30$ mm. On notera I_2 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$.*

Exercice 109 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\pi$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce **2**.*

Exercice 110 – Pompe à pistons radiaux ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=-\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 5 *En déduire la course de la pièce **2**.*

Exercice 111 – Système bielle manivelle ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=-\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce **3**.*

Exercice 112 – Système de transformation de mouvement ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

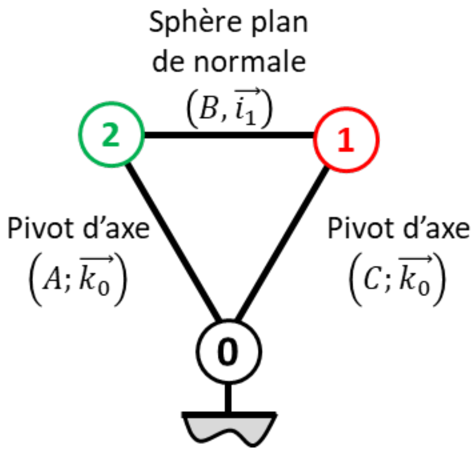
Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=-\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 5 *En déduire la course de la pièce **3**.*

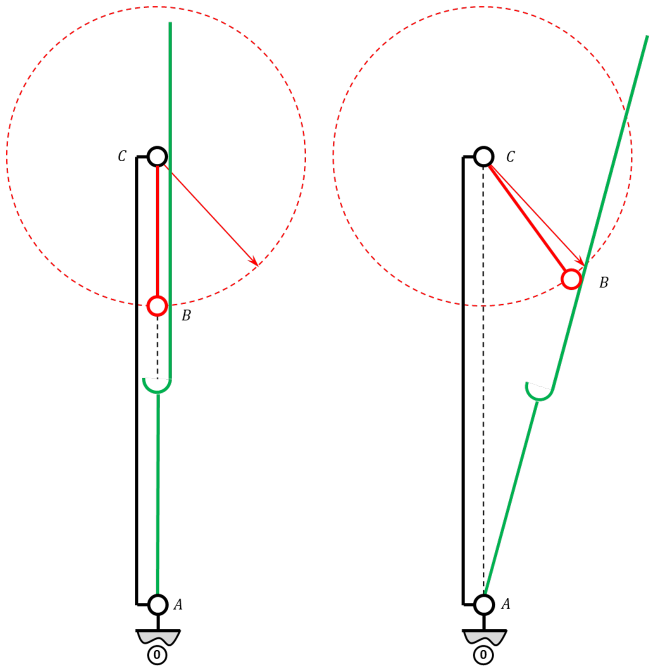
Exercice 113 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*



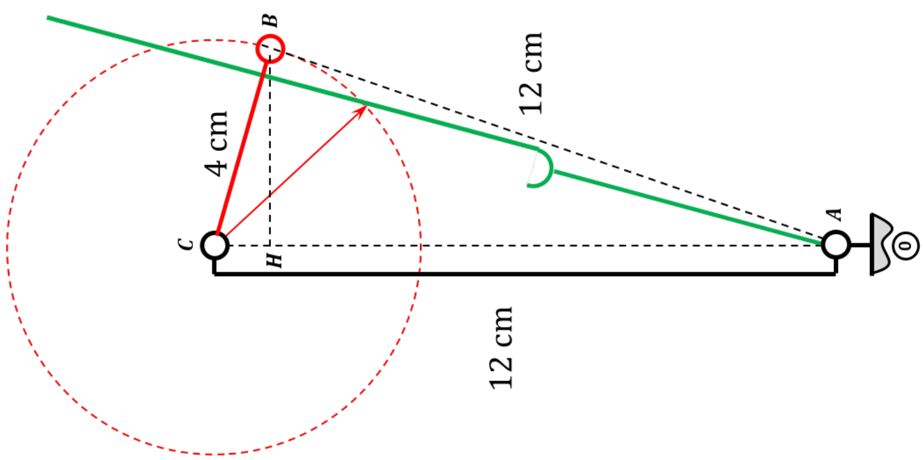
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=75\,°$.

Question 4 *Dans l'hypothèse où la pièce **1** peut faire des tours complets, quelle doit être la longueur minimale de la pièce **2**.*

Dans cas, dans le pire des cas, A, B et C sont alignés (avec B au-dessus de C). Il faut donc $AB = AC + CB = 160\,\text{mm}$.

Question 5 *Dans l'hypothèse où la pièce **2** fait* 12 cm, *quel sera le débattement maximal de la pièce **1**.*

Comme je suis paresseux, j'ai réalisé la construction avec geogebra. On mesure 160,8 °.



Exercice 114 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=-\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Exercice 115 – Poussoir ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=\dfrac{\pi}{4}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=-\dfrac{\pi}{4}$ *rad.*

Exercice 116 – Système 4 barres ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta_1(t)=0$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta_1(t)=-\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 4 *En déduire la course angulaire (*θ_4*) de la pièce* **3**.

Exercice 117 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a=107{,}1\,\text{mm}$, $b=80\,\text{mm}$, $c=70\,\text{mm}$, $d=80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=0$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 4 *En déduire la course de* λ.

Exercice 118 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a=107{,}1\,\text{mm}$, $b=80\,\text{mm}$, $c=70\,\text{mm}$, $d=80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de λ.*

Exercice 119 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad et $\varphi(t)=0$ rad. On notera I_0 le point de contact entre **0** et **1**.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t)=0$ rad. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Exercice 120 – Tabouret ⋆⋆

B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Proposer un schéma cinématique permettant de modéliser la liaison entre l'assise et le sol.*

Exercice 121 – Tabouret ⋆⋆

B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Proposer 3 schémas cinématiques permettant de modéliser les contacts entre le sol et le tabouret.*

0.5.6 B2-13 – Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides

Exercice 122 – Mouvement T – ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

1 est en translation de direction $\overrightarrow{i_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\begin{cases} x_B(t)=\lambda(t)\\ y_B(t)=0\\ z_B(t)=0\end{cases}$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{z_0}\right)$.

Exercice 123 – Mouvement R ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

1 est en rotation de centre A et d'axe $\overrightarrow{k_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 *Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**.*

B est est en rotation par rapport à **0** (cercle de centre A et de rayon R).

Question 3 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1} = R\cos\theta\,\overrightarrow{i_0} + R\sin\theta\,\overrightarrow{j_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\left\{\begin{array}{l} x_B(t) = R\cos\theta(t)\\ y_B(t) = R\sin\theta(t)\\ z_B(t) = 0\end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$.

Exercice 124 – Mouvement TT – ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Le point C a un mouvement quelconque dans le plan $\left(A, \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}\right)$.

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0} + \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$ et donc, on a directement $\left\{\begin{array}{l} x_C(t) = \lambda(t)\\ y_C(t) = \mu(t)\\ z_C(t) = 0\end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$.

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R = 10\,\text{cm}$ à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

Question 3 *Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R.*

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{e_\theta}$.

On a $v = R\dot{\theta}(t)$. Par intégration, $\theta(t) = \dfrac{v}{R}t$ (avec $\theta(t) = 0\,\text{rad}$ pour $t = 0\,\text{s}$).

Question 4 *Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v, R et du temps.*

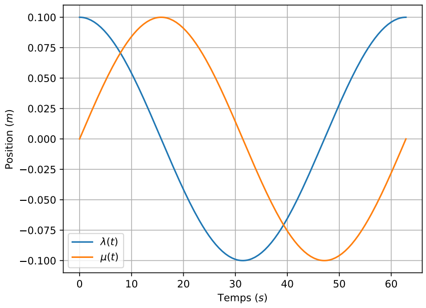
Exprimons la trajectoire du point C : $\overrightarrow{AC} = R\,\overrightarrow{e_r} = R\cos\theta(t)\,\overrightarrow{i_0} + R\sin\theta(t)\,\overrightarrow{j_0}$. Par identification $\lambda(t) = R\cos\theta(t)$ et $\mu(t) = R\sin\theta(t)$.

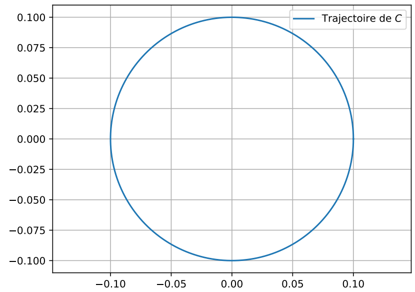
Au final, $\left\{\begin{array}{l} \lambda(t) = R\cos\left(\dfrac{v}{R}t\right)\\ \mu(t) = R\sin\left(\dfrac{v}{R}t\right)\end{array}\right.$.

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.*

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
R = 0.1 # m
v = 0.01 # m.s-1

# Temps pour faire un tour
T = 2*m.pi*R/v

les_t = np.linspace(0,T,200)
les_lambda = R*np.cos(v/R*les_t)
les_mu = R*np.sin(v/R*les_t)
plt.grid()
plt.plot(les_t,les_lambda,label="$\\lambda(t)$")
plt.plot(les_t,les_mu,label="$\\mu(t)$")
plt.xlabel("Temps ($s$)")
plt.ylabel("Position ($m$)")
plt.legend()
#plt.show()
plt.savefig("03_TT_01_c.pdf")
plt.cla()

plt.grid()
plt.axis("equal")
plt.plot(les_lambda,les_mu,label="Trajectoire de $C$")
plt.legend()
#plt.show()
```

```python
plt.savefig("03_TT_02_c.pdf")
```





Exercice 125 – Mouvement RR ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Le point C peut atteindre tous les points situés compris entre deux cercles de rayon 5 mm et de rayon 25 mm.

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC} = R\,\overrightarrow{i_1} + L\,\overrightarrow{i_2}$. On projetant ce vecteur dans le repère $\mathcal{R}_A i_0 j_0 k_0$ on a

$\overrightarrow{AC} = R\left(\cos\theta\,\overrightarrow{i_0} + \sin\theta\,\overrightarrow{j_0}\right) + L\left(\cos\left(\theta+\varphi\right)\overrightarrow{i_0} + \sin\left(\theta+\varphi\right)\overrightarrow{j_0}\right)$. On a donc : $\left\{\begin{array}{l} x_C(t) = R\cos\theta + L\cos\left(\theta+\varphi\right) \\ y_C(t) = R\sin\theta + L\sin\left(\theta+\varphi\right) \\ z_C(t) = 0 \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$.

Question 3 *Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.*

Distance à parcourir : 0,05 m. Durée du parcours : $T = \dfrac{0,05}{v}$.

Question 4 *Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.*

$\forall t \in \left[0, \dfrac{0,05}{v}\right]$, $y_C(t) = 0,025$. Pour $t = 0$, $x_C(0) = -0,025$. On a alors $x_C(t) = -0,025 + v\,t$.

Au final, $\forall t \in \left[0, \dfrac{0,05}{v}\right]$, $\left\{\begin{array}{l} x_C(t) = -0,025 + v\,t \\ y_C(t) = 0,025 \\ z_C(t) = 0 \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$.

Question 5 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.*

Afin que le point C suive un segment, il faut donc que $\left\{\begin{array}{l} -0,025 + v\,t = R\cos\theta + L\cos\left(\theta+\varphi\right) \\ 0,025 = R\sin\theta + L\sin\left(\theta+\varphi\right) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -0,025 + v\,t - R\cos\theta = L\cos\left(\theta+\varphi\right) \\ 0,025 - R\sin\theta = L\sin\left(\theta+\varphi\right) \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \left(-0,025 + v\,t - R\cos\theta\right)^2 = L^2\cos^2\left(\theta+\varphi\right) \\ \left(0,025 - R\sin\theta\right)^2 = L^2\sin^2\left(\theta+\varphi\right) \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left(-0,025 + v\,t - R\cos\theta\right)^2 + \left(0,025 - R\sin\theta\right)^2 = L^2$

$\Rightarrow 0,025^2 + v^2t^2 + R^2\cos^2\theta - 2\times 0,025\,v\,t + 2R\cos\theta - v\,t\,R\cos\theta + 0,025^2 + R^2\sin^2\theta - 2\times 0,025R\sin\theta = L^2$

$\Rightarrow \left(2 - v\,t\right)\cos\theta - 2\times 0,025\sin\theta = \dfrac{L^2}{R} - \dfrac{2\times 0,025^2}{R} - \dfrac{v^2t^2}{R} - R + 2\times 0,025\dfrac{v\,t}{R}$

Équation trigonométrique de la forme $a\cos x + b\sin x = c$.

Il y a donc une solution analytique. On peut aussi résoudre l'équation numériquement.

Une fois $\theta(t)$ déterminée, on a $0,025 - R\sin\theta = L\sin\left(\theta+\varphi\right) \Rightarrow \arcsin\left(\dfrac{0,025 - R\sin\theta(t)}{L}\right) - \theta(t) = \varphi(t)$

Question 6 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\varphi(t)$ et la trajectoire générée.*

Exercice 126 – Mouvement RT ⋆

C2-05

Modéliser

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v=0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

Exercice 127 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v=0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

Exercice 128 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Ça ressemble à un tore, mais c'est pas vraiment un tore :) (aussi bien l'intérieur que l'extérieur...)...

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=R\overrightarrow{i_1}+\ell\overrightarrow{i_2}+r\overrightarrow{j_2}$. Soit $\overrightarrow{AC}=(R+\ell)\left(\cos\theta\overrightarrow{i_0}+\sin\theta\overrightarrow{j_0}\right)+r\left(\cos\varphi\overrightarrow{j_1}+\sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right)=(R+\ell)\left(\cos\theta\overrightarrow{i_0}+\sin\theta\overrightarrow{j_0}\right)+r\left(\cos\varphi\left(\cos\theta\overrightarrow{j_0}-\sin\theta\overrightarrow{i_0}\right)+\sin\varphi\overrightarrow{k_0}\right)$.

On a donc : $\left\{\begin{array}{l} x_C(t)=(R+\ell)\cos\theta-r\cos\varphi\sin\theta\\ y_C(t)=(R+\ell)\sin\theta+r\cos\varphi\cos\theta\\ z_C(t)=r\sin\varphi\end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Exercice 129 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Le point C peut décrire un tore de grand rayon R et de petit rayon L (surface torique uniquement, pas l'intérieur du tore).

Question 2 *Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC}=H\overrightarrow{j_1}+R\overrightarrow{i_1}+L\overrightarrow{i_2}=H\overrightarrow{j_0}+R\cos\theta\overrightarrow{i_0}-R\sin\theta\overrightarrow{k_0}+L\cos\varphi\overrightarrow{i_1}+L\sin\varphi\overrightarrow{j_1}=H\overrightarrow{j_0}+R\cos\theta\overrightarrow{i_0}-R\sin\theta\overrightarrow{k_0}+L\cos\varphi\left(\cos\theta\overrightarrow{i_0}-\sin\theta\overrightarrow{k_0}\right)+L\sin\varphi\overrightarrow{j_0}$.

On a donc : $\left\{\begin{array}{l} x_C(t)=R\cos\theta+L\cos\varphi\cos\theta\\ y_C(t)=H+L\sin\varphi\\ z_C(t)=-R\sin\theta-L\cos\varphi\sin\theta\end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Exercice 130 – Mouvement T – ⋆

B2-13

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

$\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$.

$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}$.

Exercice 131 – Mouvement R ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0}$. Or $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{0} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

D'où $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.*

$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} - R\,\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

On a directement $\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_{B}$.

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$. (En effet, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \overrightarrow{0} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$.)

Exercice 132 – Mouvement TT – ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Par dérivation vectorielle, on a : $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Par composition du torseur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_1} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}$ $= \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$.

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \ddot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Exercice 133 – Mouvement RR ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} + L\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.

(Avec $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$).

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{k_0} = L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

$\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \left(-L\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}\left(L\overrightarrow{j_2} + R\overrightarrow{j_1}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}\left(L\overrightarrow{j_2} + R\overrightarrow{j_1}\right)$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \{\mathscr{V}(2/1)\} + \{\mathscr{V}(1/0)\}$. Pour sommer les torseurs, il faut écrire les vecteurs vitesses au même point, ici en C.

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} \end{array} \right\}_C$$

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

De plus, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$ et $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_2} = -\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{i_2}$.

On a donc $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1} + L\left(\ddot{\theta}+\ddot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} - L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)^2\overrightarrow{i_2}$.

Exercice 134 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par composition.*

$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

$\forall P$, $\overrightarrow{V(P,2/1)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}$.

Par ailleurs $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -\lambda(t)\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} = \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B.$$

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\overrightarrow{i_1} = \left(\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\right)\overrightarrow{i_1} + \left(\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t) + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_1}$.

Exercice 135 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Méthode 1 – Dérivation vectorielle

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$

Méthode 2 – Composition du torseur cinématique

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$

Pour tout point P, $\overrightarrow{V(P,1/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0}$.

$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -R\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \\ \overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_2} \end{array} \right\}_C .$$

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_2}\right).$$

Exercice 136 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ *par dérivation vectorielle.*

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\overrightarrow{i_1} + \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0}.$$

Calculons :

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$ ($\overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{i_2}$).
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}$.

On a donc, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = (R+\ell)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ *par composition.*

On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(C,2/1)}$: on passe par B car B est le centre de la pivot entre 2 et 1 et que $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0}$. $\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \left(-\ell\,\overrightarrow{i_2} - r\,\overrightarrow{j_2}\right) \wedge \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1}$
  $= -\ell\,\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1} - r\,\overrightarrow{j_2} \wedge \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1}$.
  $= r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}$.
- $\overrightarrow{V(C,1/0)}$: on passe par A car A est le centre de la pivot entre 1 et 0 et que $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{0}$ est nul. $\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)}$
  $= \left(-r\,\overrightarrow{j_2} - \ell\,\overrightarrow{i_2} - R\,\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1}$
  $= -r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} - r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* C.

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1} \\ (R+\ell)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} \end{array} \right\}_C$$

Question 4 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$$
$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[(R+\ell)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$$

Calculons :

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{k_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{k_2} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_2} \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R+\ell)\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - (R+\ell)\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1} - r\ddot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot{\theta}\dot{\varphi}\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - r\dot{\theta}^2\cos\varphi\,\overrightarrow{j_1} + r\ddot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} + r\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}\right)$.

Exercice 137 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ *par dérivation vectorielle.*

Modéliser

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_0}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{0}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}\right) \wedge \overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_2} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} \wedge \overrightarrow{i_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}\right)$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition du vecteur vitesse.*

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,2/1)}$, passons par B car $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0}$: $\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)}$ $= -L\,\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} = L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.
- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,1/0)}$, passons par A car $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{0}$: $\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)}$ $= -\left(H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}\right) \wedge \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_1} + L\,\overrightarrow{i_2} \wedge \overrightarrow{j_1}\right) = -\dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_0} \\ L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right) \end{array}\right\}_C.$$

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)\right]_{\mathscr{R}_0}.$$

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1} - \dot{\theta}\,\overrightarrow{i_2}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\ddot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} + L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1} - \dot{\theta}\,\overrightarrow{i_2}\right) - \ddot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right) - \dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1} - L\dot{\varphi}\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)$.

Exercice 138 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.*

$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

D'une part, $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_1}$.

D'autre part, en utilisant le roulement sans glissement en I, $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(I,1/0)} + \overrightarrow{BI} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} + \left(-\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1} - R\,\overrightarrow{j_0}\right) \wedge \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} = -\dot{\theta}\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{k_0} + R\,\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{k_0}\right) = \dot{\theta}\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_1} + \dot{\theta}\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_1} + \dot{\theta}\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right) \end{array}\right\}_B.$$

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \ddot{\theta}(t)\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right) + \dot{\theta}(t)\left(\dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}\right).$$

Exercice 139 – Pompe à palettes ⋆

B2-13

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

En utilisant la décomposition du vecteur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}$.
- $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(A,1/0)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=-\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}=\lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

$\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_B$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}+\lambda(t)\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}.$$

Exercice 140 – Pompe à piston axial ⋆

B2-13

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t)=e\sin\theta+R$ ou encore $\dot{\lambda}(t)=e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ (voir exercice **??**).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* C.

$\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}\end{array}\right\}_C$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Exercice 141 – Système bielle manivelle ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t)=\pm\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}+R\sin\theta(t)$ et $\dot{\lambda}(t)=\pm\left(\dfrac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}}\right)+\dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$. (à vérifier – voir exercice **??**).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

On commence par calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Méthode 1 – dérivation vectorielle :** $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[AB]_{\mathscr{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.
- **Méthode 2 – formule de changement de point :** $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(A,1/0)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=-R\overrightarrow{i_1}\wedge\dot{\theta}\,t\,\overrightarrow{k_0}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

On a alors, $\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}\\ R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_B$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *et au point* C.

On a, $\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}\end{array}\right\}_C$.

Par ailleurs, on peut remarquer que $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/0)}+\overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/0)}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}+L\overrightarrow{i_2}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.

On a donc nécessairement $\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$

$\Rightarrow\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}=R\dot{\theta}(t)\left(\cos\theta(t)\overrightarrow{j_0}-\sin\theta(t)\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\varphi}(t)\left(\cos\varphi(t)\overrightarrow{j_0}-\sin\varphi(t)\overrightarrow{i_0}\right)$.

On a donc :

$$\left\{\begin{array}{l}0=-R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)+L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t)\\ \dot{\lambda}(t)=R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)-L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)=L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t)\\ \dot{\lambda}(t)-R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)=L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\tan\varphi(t)=\frac{R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)}{\dot{\lambda}(t)-R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)}$$

Il resterait à supprimer $\varphi(t)$ pour (espérons-le) retomber sur la loi entrée-sortie cinématique.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0}=R\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-R\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}.$$

Question 4 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}.$$

Modéliser

Exercice 142 – Système de transformation de mouvement ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**).

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(3/0)\}$ au point B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,3/0)}$.*

Exercice 143 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**).

Question 1 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(3/2)\}$ au point B.*

Exercice 144 – Système 4 barres ⋆⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**). On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG}=L\overrightarrow{x_1}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point G.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(G,1/0)}$.*

Exercice 145 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a=107{,}1\,\text{mm}$, $b=80\,\text{mm}$, $c=70\,\text{mm}$, $d=80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.
Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**).
On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG}=L\overrightarrow{x_4}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(4/0)\}$ au point G.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(G,4/0)}$.*

Exercice 146 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.*

En utilisant la décomposition du vecteur vitesse : $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Calcul de $\overrightarrow{V(B,2/1)}$:** $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\overrightarrow{V(A,2/1)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/1)}$. 2 et 1 étant en pivot d'axe $\left(A,\overrightarrow{k_0}\right)$, on a $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\overrightarrow{0}-L\overrightarrow{i_2}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.
- **Calcul de $\overrightarrow{V(B,1/0)}$:** $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(I,1/0)}+\overrightarrow{BI}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{0}-L\overrightarrow{i_1}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}$. En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement : $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\left(-L\overrightarrow{i_1}-R\overrightarrow{j_0}\right)\wedge\dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}=\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.*

$$\{\mathcal{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{\Omega(2/0)}=\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0}\\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)\end{array}\right\}_B.$$

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$$
$$=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)\right]_{\mathcal{R}_0}$$
$$=L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}.$$

0.5.7 Modéliser une action mécanique

0.5.7.1 Passage du modèle local au modèle global

Exercice 147 – La Seine Musicale ⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS, noté $d\overrightarrow{F}_{vent}$.*

Question 2 *Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe $\left(O,\overrightarrow{z}\right)$, $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(O, vent \rightarrow \text{demi-voile}\right)}\cdot\overrightarrow{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe $\left(O,\overrightarrow{z}\right)$ en fonction de R, f et α.*

Question 3 *On définit F_{vent} tel que $\left(\overrightarrow{OC_G}\wedge F_{vent}\overrightarrow{x_{C_G}}\right)\cdot\overrightarrow{z} = \overrightarrow{\mathcal{M}\left(O, vent \rightarrow \text{demi-voile}\right)}\cdot\overrightarrow{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.*

Question 4 *Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal ? Déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.*

Exercice 148 – Banc Balafre ⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Données et hypohèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

On souhaite déterminer la résultante des actions de pression du fluide sur le joint (rotor). On rappelle qu'un élément de surface dS autour d'un point M sur une surface cylindrique de rayon R_J s'exprime d$S = R_J\,\text{d}\theta\,\text{d}z$.

Question 1 *Exprimer au point M le torseur $\left\{dT_{f\rightarrow J_R}\right\}$ de l'action de pression du fluide sur un élément de surface dS joint en fonction de $p(t)$, dS et $\overrightarrow{u}(\theta)$.*

Question 2 *En déduire l'expression en B du torseur $\left\{T_{f\rightarrow J_R}\right\}$ de l'action de pression du fluide sur l'ensemble du joint.*

0.5.7.2 Modéliser une action mécanique – Modèle global

Exercice 149 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}(B,F)}$.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}(A,F)}$.*

Exercice 150 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B,\overrightarrow{F}\right)}$.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(O,\overrightarrow{F}\right)}$.*

Exercice 151 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B,\overrightarrow{F}\right)}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A,\overrightarrow{F}\right)}$.

Exercice 152 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A,\overrightarrow{F}\right)}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B,\overrightarrow{F}\right)}$.

Exercice 153 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B,\overrightarrow{F}\right)}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(O,\overrightarrow{F}\right)}$.

Exercice 154 – Calcul de moment⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(G,\overrightarrow{R}\right)}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A,\overrightarrow{R}\right)}$.

0.5.8 Décrire le comportement d'un système séquentiel

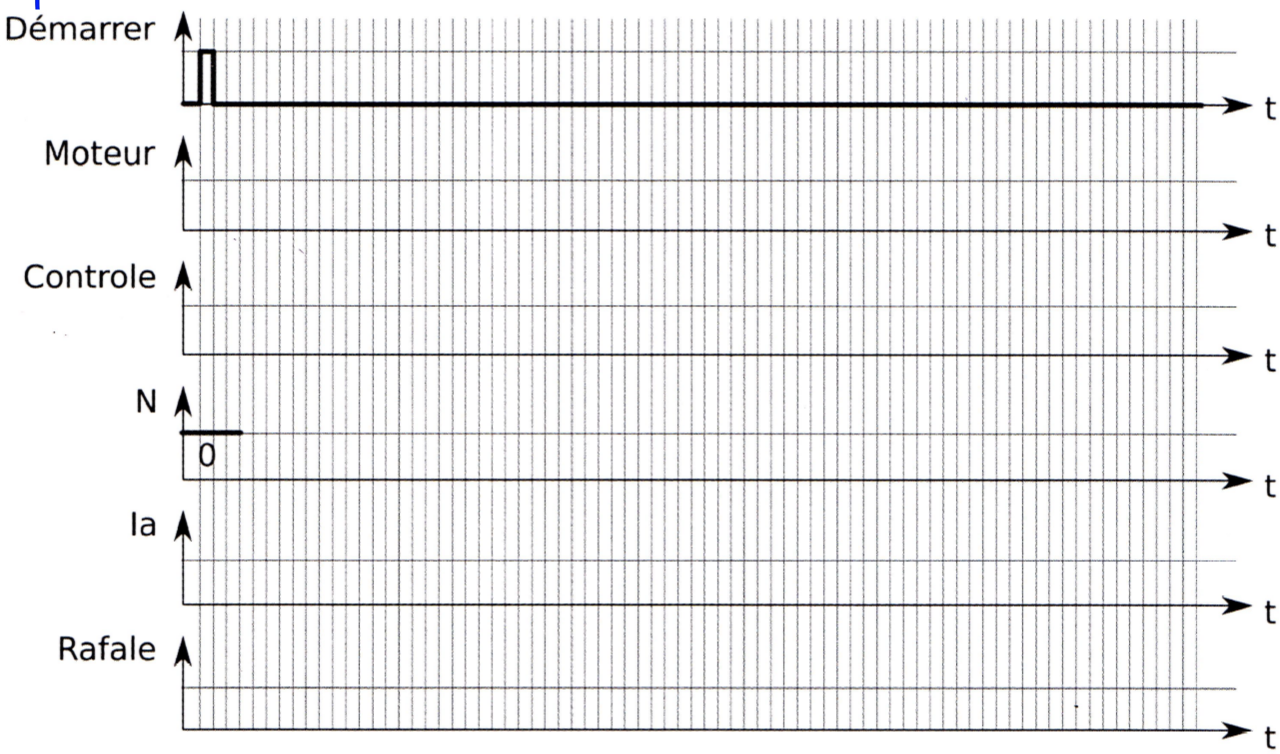
Exercice 155 – Le banc balafre ⋆

B2-17 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Les variables suivantes permettent de réaliser le suivi d'un processus de mesure :

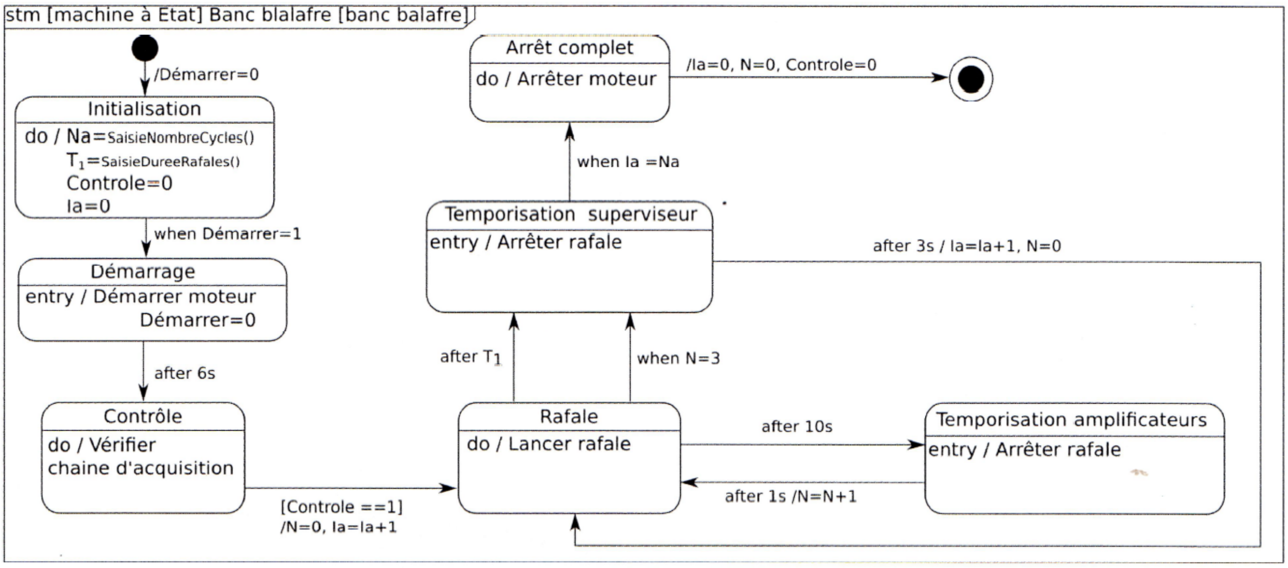
- Démarrer est une variable booléenne. Elle devient vraie, lorsque l'opérateur a saisi le nombre Na de cycles qu'il souhaite réaliser et la durée T_1 de chaque cycle, et qu'il a validé sa saisie.
- Moteur est une variable qui vaut 1 lorsque le moteur a atteint sa vitesse de consigne (supposée non nulle, la vitesse nulle n'étant pas une consigne d'intérêt pratique pour le banc d'essais). Quand Moteur a atteint la valeur 1, seul le retour à l'arrêt peut modifier l'état de cette variable en la faisant repasser à 0. On considère qu'il faut 5 s pour atteindre la vitesse de consigne ou revenir à l'arrêt.
- Controle est une variable qui décrit le résultat des contrôles de la chaîne d'acquisition :
  - Controle=0 si les contrôles n'ont pas été effectués ;
  - Controle=1 si les contrôles sont terminés et que tout est en ordre de marche ;
  - Controle=2 si les contrôles ont détecté une anomalie.
- Rafale est une variable qui vaut 1 si une rafale est en cours, et 0 sinon.

Question 1 *On souhaite réaliser un cycle de rafale de huit secondes. En suivant le diagramme d'état de la figure* **??***, et en supposant que le contrôle soit réalisé en 1 seconde et conclue à ce que tout soit en ordre de marche, compléter le chronogramme.*



Pour un fonctionnement sûr de l'installation, le système doit arrêter les moteurs si les contrôles détectent une anomalie.

Question 2 *Modifier le diagramme d'état ci-dessous pour prendre en compte ce cas de figure.*



0.5.9 Modéliser un convertisseur électromécanique

Exercice 156 – Le banc balafre ⋆

[redacted] **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *En utilisant les informations de la plaque signalétique, montrer que le moteur possède $p = 1$ paire de pôles.*

Question 2 *À partir de la plaque signalétique, en détaillant les calculs, déterminer le glissement en fonctionnement nominal g_N ainsi que le couple utile nominal C_{uN}.*

Question 3 *Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} fournie au rotor en fonction de U_S (valeur efficace de* *la tension $\underline{U_S}$), de la résistance R, du glissement g de l'inductance L_c et de la pulsation d'alimentation ω du moteur.*

Question 4 *Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} en fonction du couple électromagnétique C_{EM} et de la vitesse de rotation Ω de l'arbre moteur.*

Question 5 *Exprimer la vitesse de rotation Ω de l'arbre en fonction du glissement g et de la vitesse de synchronisme Ω_S. En déduire l'expression du couple électromagnétique C_{EM} en fonction de U_S^2, ω, g, R, L_c, et p (le nombre de paires de pôles par phase).*

Question 6 *En précisant bien vos hypothèses, justifier que l'expression du couple utile disponible sur l'arbre moteur est* $C_u = \dfrac{3pU_S^2}{\omega}\cdot\dfrac{\dfrac{R}{g}}{\left(\dfrac{R}{g}\right)^2+(L_c\omega)^2}$.

Question 7 *À l'aide des points A, B, C et D, identifier sur cette courbe le point de fonctionnement nominal, le démarrage du moteur, le point de synchronisme, la zone de fonctionnement instable du moteur.*

Question 8 *En déduire l'expression de L_c en fonction de p, U_S, C_M et ω et faire l'application numérique.*

Question 9 *Que peut-on dire de R/g par rapport à $L_c\omega$ au voisinage du point de fonctionnement nominal ? En déduire l'expression de R en fonction du couple nominal C_N, du glissement nominal g_N, de p, U_S et de ω.*

Question 10 *Déterminer quelle fréquence doit être imposée par le variateur pour maintenir une vitesse de* $6000\,\mathrm{tr\,min^{-1}}$ *en présence d'un couple résistant correspondant au couple $C_{res} = 300\,\mathrm{Nm}$ défini par l'exigence 1.01 du cahier des charges.*

0.6 B3 – Valider un modèle

PSI★ – MP

C2
Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

0.7 C1 – Proposer une démarche de résolution

0.7.1 C1-05 – Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS

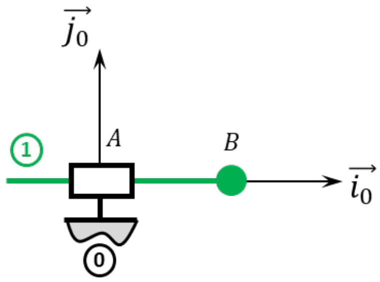
Exercice 1 – Mouvement T – ⋆

B2-14

B2-15

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG}=\ell\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{i_0}$. Un vérin pneumatique positionné entre **1** et **0** permet de maintenir **1** en équilibre.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir **1** en équilibre.*

Indications :

1. .
2. $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} Y_{01}\overrightarrow{j_1}+Z_{01}\overrightarrow{k_1} \\ L_{01}\overrightarrow{i_1}+M_{01}\overrightarrow{j_1}+N_{01}\overrightarrow{k_1}\end{array}\right\}_A$, $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_G$, $\{\mathscr{T}(\text{ver}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} F_v\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_G$.
3. $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} Y_{01}\overrightarrow{j_1} \\ N_{01}\overrightarrow{k_1}\end{array}\right\}_A$, $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_G$, $\{\mathscr{T}(\text{ver}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} F_v\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_G$.
4. TRS suivant $\overrightarrow{i_0}$.

Corrigé voir ??.

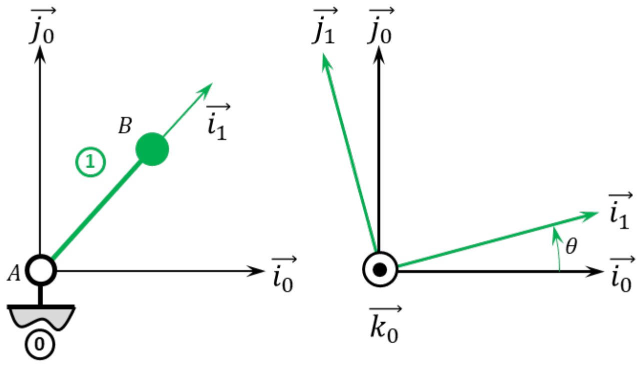
Exercice 2 – Mouvement R ⋆

B2-14

B2-15

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}$ avec $R=20$ mm. La liaison pivot est motorisée par un moteur dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m}=C_m\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide 1 et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir **1** en équilibre.*

Indications :

1. .
2. $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} X_{01}\overrightarrow{i_1}+Y_{01}\overrightarrow{j_1}+Z_{01}\overrightarrow{k_1} \\ L_{01}\overrightarrow{i_1}+M_{01}\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_A$, $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$, $\{\mathscr{T}(\text{Mot}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_A$.
3. $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} X_{01}\overrightarrow{i_1}+Y_{01}\overrightarrow{j_1} \\ M_{01}\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_A$, $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$, $\{\mathscr{T}(\text{Mot}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_A$.
4. TMS en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 3 – Mouvement TT – ⋆

B2-14

B2-15

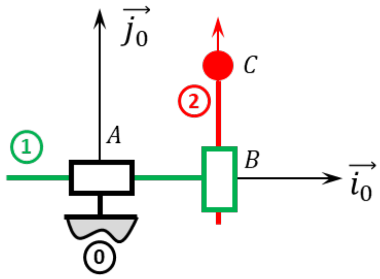
C1-05

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=\mu(t)\overrightarrow{j_0}$. $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse. $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 4 – Mouvement RR ⋆

B2-14

B2-15

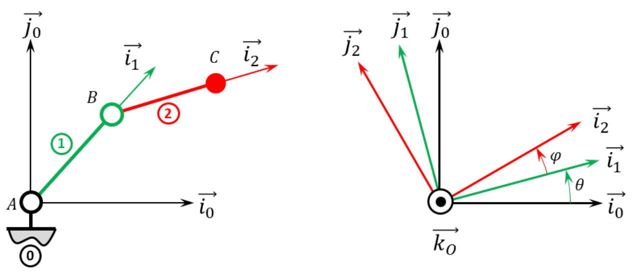
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 5 – Mouvement RT ⋆

B2-14

B2-15

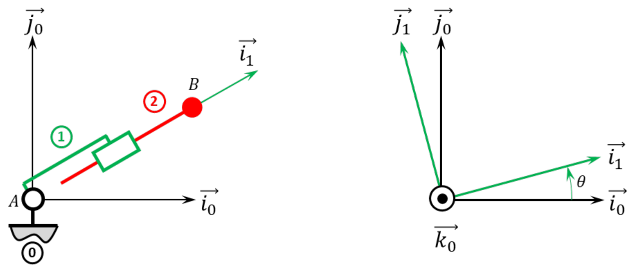
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 6 – Mouvement RT ⋆

B2-14

B2-15

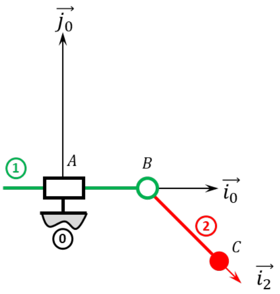
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

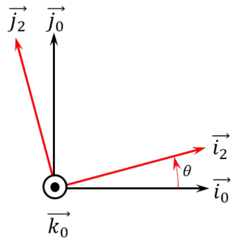
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 7 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

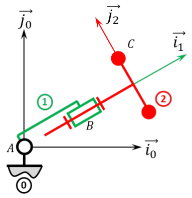
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

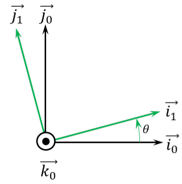
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

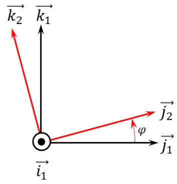
- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.







Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 8 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

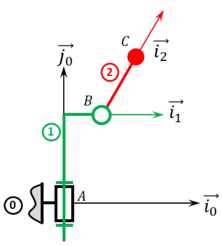
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

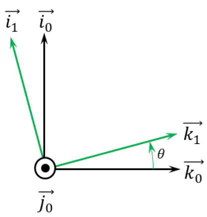
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

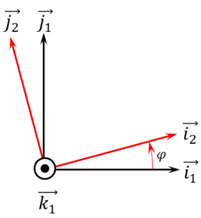
- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\,\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.







Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

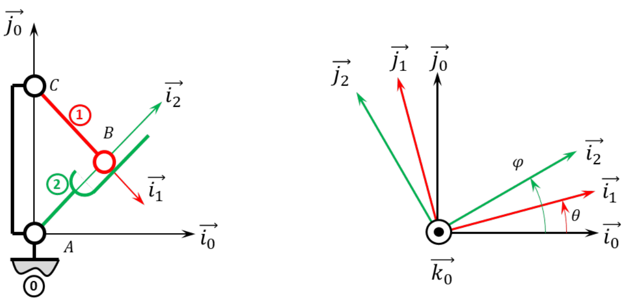
Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 9 – Barrière Sympact ⋆⋆

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$.



On néglige la pesanteur sur la pièce **1**.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\,\overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique du moteur sur la pièce **1**.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_r\,\overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce **2**. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de 45 Nm pour un angle de rotation 100°. On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ($\varphi_o = \dfrac{\pi}{2}$). Il est au maximum lorsque $\varphi_f = 0$.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -M\,g\,\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{\forall G}$ avec $\overrightarrow{AG} = L\,\overrightarrow{i_2}$.

Question 1 *Réaliser un graphe d'analyse.*

Question 2 *Expliciter C_r en fonction des différents constantes $(k, \varphi_o, \varphi_f)$ et celles qui vous sembleraient utile.*

Question 3 *Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.*

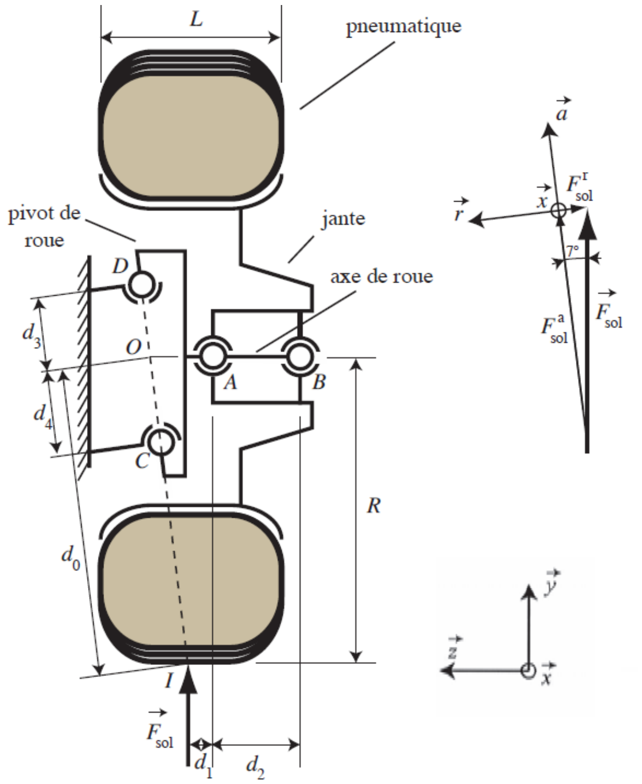
Corrigé voir **??**.

Exercice 10 – Suspension automobile ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes : F_C^a (respectivement F_C^r, F_C^x) désignera la composante suivant $\overrightarrow{a}$ (respectivement $\overrightarrow{r}$, $\overrightarrow{x}$) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Peut-on résoudre complètement le système ? Pourquoi ?*

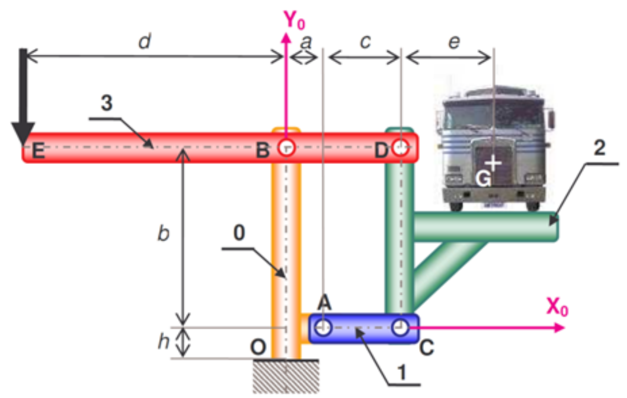
Corrigé voir **??**.

Exercice 11 – Pèse camion ⋆⋆

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On considère un bâti **0** auquel est attaché le repère $\mathscr{R} = \left(O; \overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{y_0}; \overrightarrow{z_0}\right)$. Le champ de pesanteur est $g = -g\,\overrightarrow{y_0}$.La barre **1** est liée au bâti **0** par une liaison pivot parfaite d'axe $\left(A, \overrightarrow{z_0}\right)$. Le plateau porte camion **2** est lié à la barre **1** par une liaison pivot parfaite d'axe $\left(C, \overrightarrow{z_0}\right)$. Le levier **3** est lié au bâti **0** par une liaison pivot parfaite d'axe $\left(B, \overrightarrow{z_0}\right)$. Ce levier est également lié au plateau **2** par une liaison pivot parfaite d'axe $\left(D, \overrightarrow{z_0}\right)$. Le camion **4**, de centre de masse G et de masse M inconnue, repose sur le plateau **2**. L'action mécanique connue est caractérisée par :

$$\{\text{ext} \rightarrow 3\} = \left\{ \begin{array}{c} -F\,\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_E .$$



Question 1 *Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.*

Question 2 *Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de F en fonction de M.*

Corrigé voir **??**.

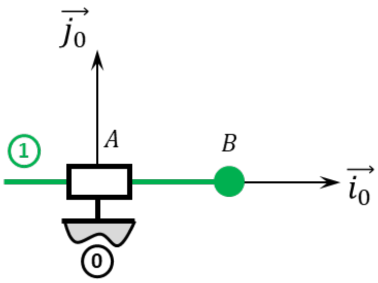
0.7.2 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD

Exercice 12 – Mouvement T – ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG}=\ell\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{i_0}$. Un vérin positionné entre **1** et **0** permet d'actionner la pièce **1**. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

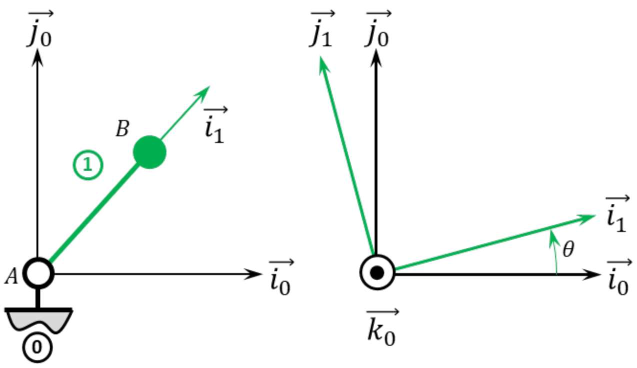
Corrigé voir **??**.

Exercice 13 – Mouvement R ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}$ avec $R=20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m}=C_m\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide **1** et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 14 – Mouvement TT – ⋆

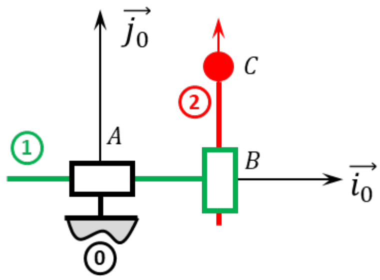
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=\mu(t)\overrightarrow{j_0}$. $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse. $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 15 – Mouvement RR ⋆

B2-14

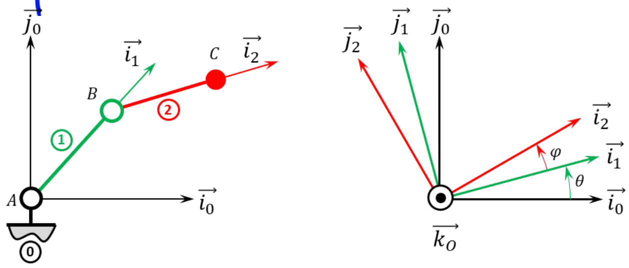
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}$ avec $R=20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC}=L\overrightarrow{i_2}$ avec $L=15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1}=\dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2}=\dfrac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 16 – Mouvement RT ⋆

B2-14

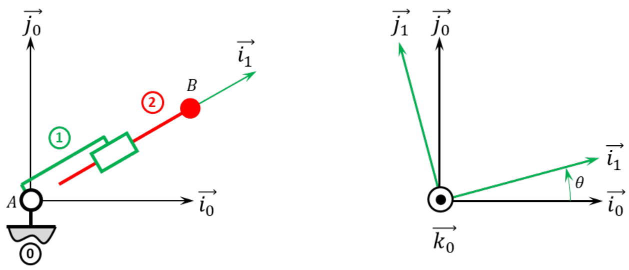
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1}=L_1\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2=B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 17 – Mouvement RT ⋆

B2-14

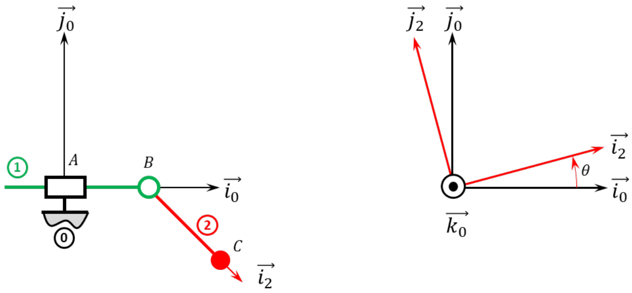
C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=R\,\overrightarrow{i_2}$ avec $R=30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 18 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

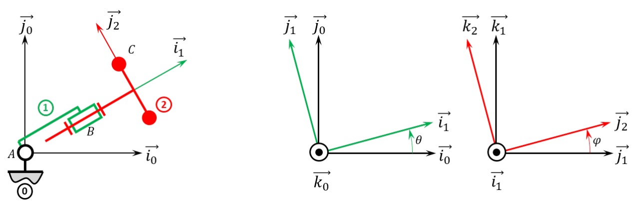
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=\ell\,\overrightarrow{i_2}+r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R+\ell=L=20\,\text{mm}$ et $r=10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2}=\ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 19 – Mouvement RR 3D ★★

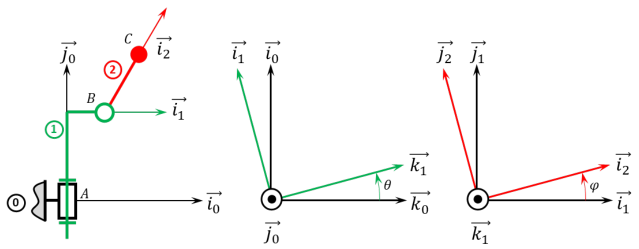
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 20 – Mouvement RT – RSG ★★

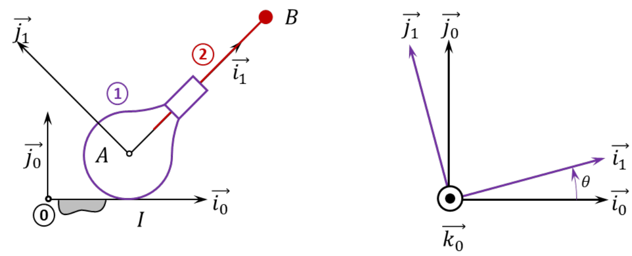
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points A et B.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

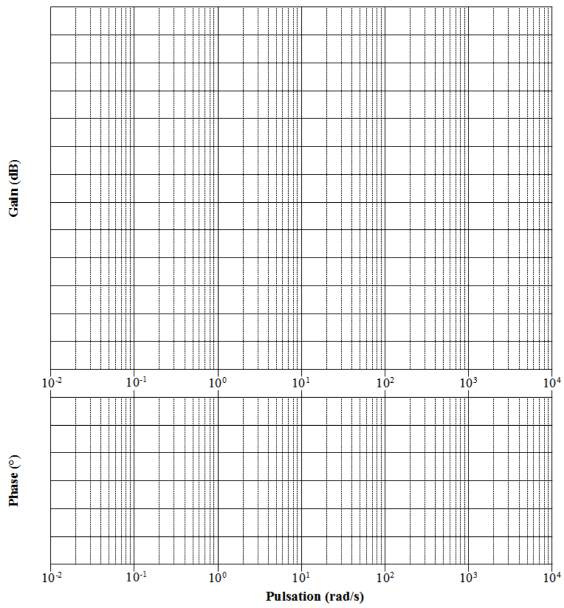
Corrigé voir ??.

0.8 C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

0.8.1 Déterminer la réponse fréquentielle

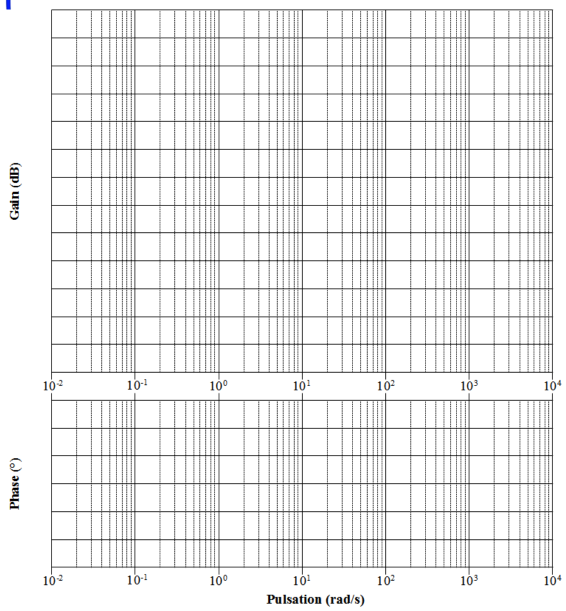
Exercice 21 – Ecart★

C2-02 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

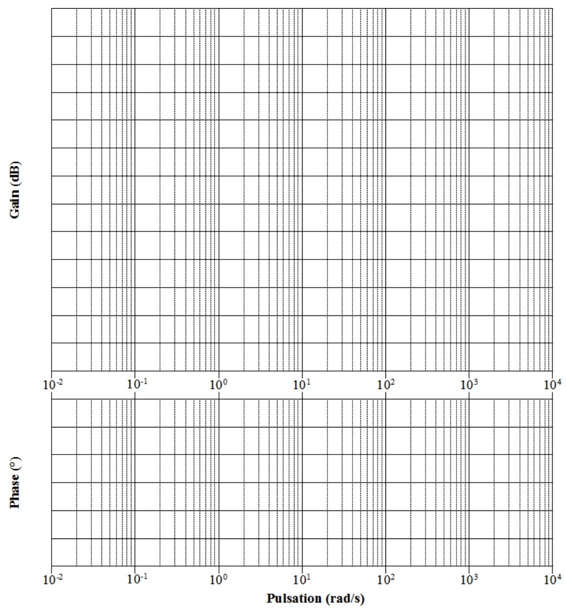


Question 1 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :* $F_1(p) = \dfrac{15}{1+10p}$.

Question 2 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :* $F_2(p) = \dfrac{10}{(1+10p)(10+p)}$.



Question 3 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_3(p)=\dfrac{40}{p\left(1+300p\right)}$.*

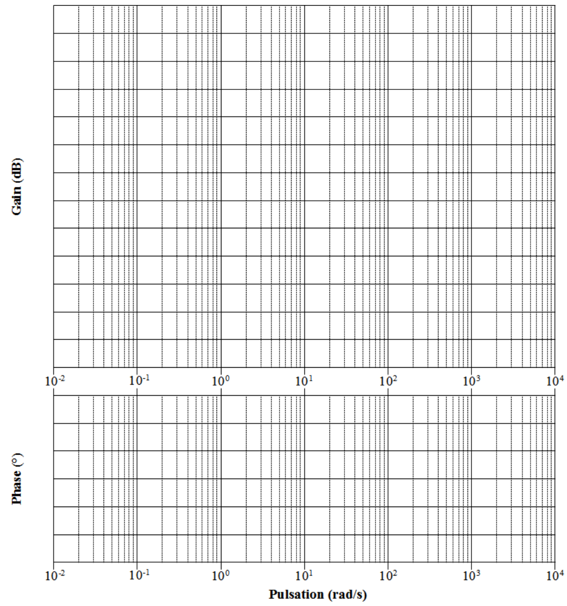


Corrigé voir ??.

Exercice 22 – Ecart⋆

C2-02 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_1(p)=\dfrac{200}{p\left(1+20p+100p^2\right)}$.*



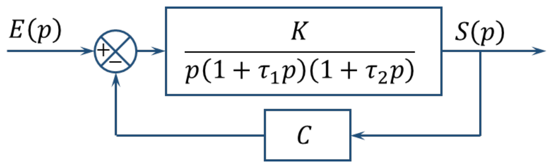
Corrigé voir ??.

C2-03 – Déterminer les performances d'un système asservi

Exercice 23 – Valeur finale⋆

C2-03

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 *Déterminer la valeur finale de $s(t)$ lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude E_0.*

Question 2 *En déduire la valeur de l'erreur statique.*

Question 3 *Déterminer la valeur finale de $s(t)$ lorsque l'entrée est une rampe de pente k.*

Question 4 *En déduire la valeur de l'erreur de traînage.*

Question 5 *Qu'en est-il si $C=1$?.*

Éléments de corrigé :

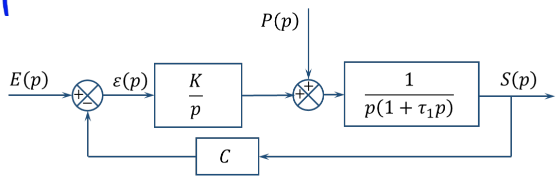
1. $s_\infty=\lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{E_0}{p}\dfrac{K}{p\left(1+\tau_1 p\right)\left(1+\tau_2 p\right)+CK}=\dfrac{E_0}{C}$.
2. $\lim\limits_{t\to+\infty}\left(e(t)-s(t)\right)=E_0-\dfrac{E_0}{C}$.
3. $s_\infty=\infty$.
4. $\varepsilon_v=\infty$.
5. $\varepsilon_v=\dfrac{k}{K}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 24 – Ecart⋆

C2-03 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 *Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $E(p)$ et $P(p)$.*

Question 2 *Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est un échelon d'amplitude E_0 et $P(p)$ est un échelon d'amplitude P_0.*

Question 3 *Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est un échelon d'amplitude E_0 et $P(p)$ est une rampe de pente P_0.*

Question 4 *Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est une rampe de pente E_0 et $P(p)$ est un échelon d'amplitude P_0.*

Question 5 *Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est une rampe de pente E_0 et $P(p)$est une rampe de pente P_0.*

Corrigé voir ??.

0.8.2.1 Stabilité des systèmes

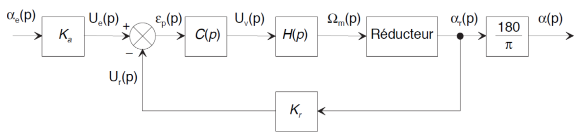
Exercice 25 – Palettisation – Stabilité⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Une boucle de position est représentée ci-dessous. On admet que :

- $H(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{U_v(p)}=\dfrac{30}{1+5\times10^{-3}p}$;
- $K_r=4\,\text{V rad}^{-1}$: gain du capteur de position;
- K_a : gain de l'adaptateur du signal de consigne $\alpha_e(t)$;
- $N=200$: rapport de transmission du réducteur (la réduction est donc de $1/N$).
- le signal de consigne $\alpha_e(t)$ est exprimé en degré;
- le correcteur $C(p)$ est à action proportionnelle de gain réglable K_c.



On montre que la fonction de transfert du réducteur est $R(p)=\dfrac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)}=\dfrac{1}{Np}$, que $k_a=\dfrac{\pi}{180}k_r$ et que la FTBO est donnée par $T(p)=\dfrac{k_{BO}}{p\left(1+\tau_m p\right)}$ $\left(k_{BO}=\dfrac{k_c\,k_m\,k_r}{N}\right)$.

On souhaite une marge de phase de 45°.

Question 1 *Déterminer la valeur de K_{BO} permettant de satisfaire cette condition.*

Question 2 *En déduire la valeur du gain K_c du correcteur.*

Question 3 *Déterminer l'écart de position.*

Éléments de corrigé :
1. $k_{BO}=\sqrt{2}\tau_m$.
2. $k_c=\dfrac{\sqrt{2}N}{\tau_m k_m k_r}=471,1$.
3. $\varepsilon_s=0$.

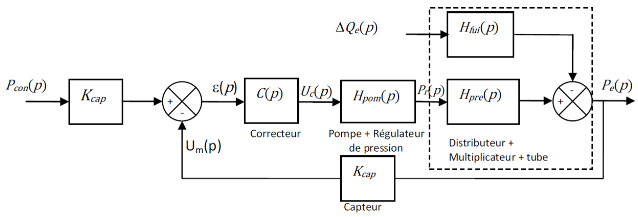
Corrigé voir ??.

Exercice 26 – Banc hydraulique ⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{\text{con}}(p)$:	pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)
$P_e(p)$:	pression d'eau dans le tube (Pa)
$U_c(p)$:	tension de commande du régulateur de pression (V)
$P_r(p)$:	pression d'huile régulée (Pa)
$\Delta Q_e(p)$:	débit de fuite (m^3s^{-1})
$U_m(p)$:	tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- L'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes : $H_{\text{pre}}(p)=\dfrac{K_m}{1+T_1p}$ et $H_{\text{fui}}(p)=\dfrac{K_f}{1+T_1p}$ avec $K_m=3,24$; $K_f=2,55\times10^{10}\,\text{Pa}\,\text{m}^{-3}\,\text{s}$; $T_1=10\,\text{s}$.
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert : $H_{\text{pom}}(p)=\dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2p}$ avec $K_{\text{pom}}=1{,}234\times10^7\,\text{Pa/V}$; $T_2=5\,\text{s}$.
- Le capteur est modélisé par un gain pur : $K_{\text{cap}}=2{,}5\times10^{-8}\,\text{V/Pa}$.

La pression de consigne est de $P_{\text{con}}=800$ bars et les débits de fuite sont estimés à $\Delta Q_e=5\times10^{-4}$ m3/s.

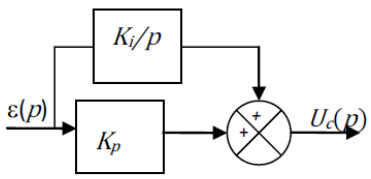
Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de 60° marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement te < 40 s
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{\text{con}} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{\text{pert}} < 40\,\text{bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_e \cdot \omega_{0\,\text{dB}} = 3$ où $\omega_{0\,\text{dB}}$ désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et t_e le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$, temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$, temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma bloc ci-dessous.



Question 1 *Déterminer la fonction de transfert $C(p)$ de ce correcteur.*

Question 2 *Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients K_i et K_p.* 0.8.2.2

Question 3 *Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité ? Justifier.*

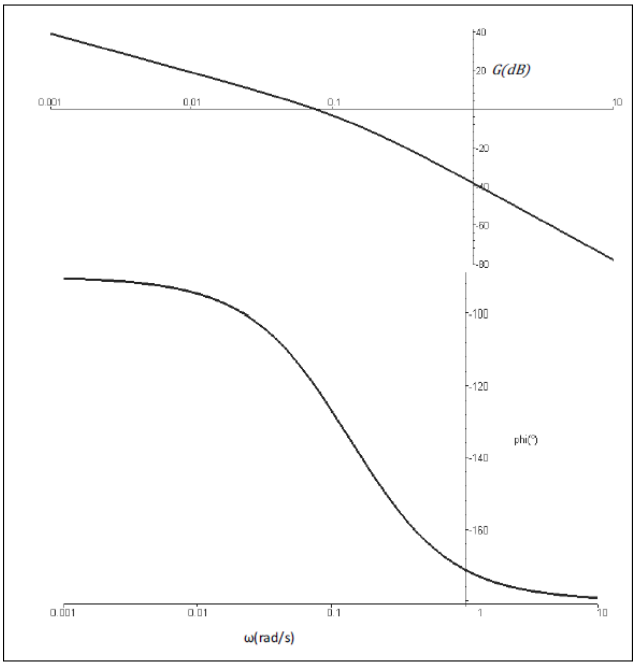
Question 4 *Quelle valeur faut-il donner à $\omega_{0\,\text{dB}}$ pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges ?*

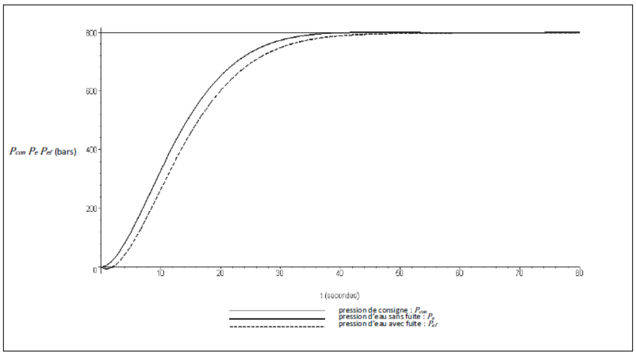
Question 5 *Déterminer alors le rapport $T = \dfrac{K_p}{K_i}$ pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.*

Question 6 *En déduire les valeurs de K_i et K_p qui permettent de régler rapidité et marge de phase.*

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment. On donne sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.

Question 7 *La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges ? Justifier.*





Corrigé voir ??.

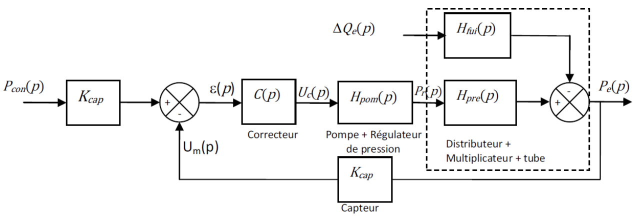
Précision des systèmes

Exercice 27 – Banc hydraulique ⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{\text{con}}(p)$:	pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)
$P_e(p)$:	pression d'eau dans le tube (Pa)
$U_c(p)$:	tension de commande du régulateur de pression (V)
$P_r(p)$:	pression d'huile régulée (Pa)
$\Delta Q_e(p)$:	débit de fuite (m^3s^{-1})
$U_m(p)$:	tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- Ll'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes : $H_{\text{pre}}(p) = \dfrac{K_m}{1+T_1 p}$ et $H_{\text{fui}}(p) = \dfrac{K_f}{1+T_1 p}$ avec $K_m = 3,24$; $K_f = 2,55 \times 10^{10}\,\text{Pa}\,\text{m}^{-3}\,\text{s}$; $T_1 = 10\,\text{s}$.
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert : $H_{\text{pom}}(p) = \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}$ avec $K_{\text{pom}} = 1{,}234 \times 10^7\,\text{Pa/V}$; $T_2 = 5\,\text{s}$.
- Le capteur est modélisé par un gain pur : $K_{\text{cap}} = 2{,}5 \times 10^{-8}\,\text{V/Pa}$.

La pression de consigne est de $P_{\text{con}} = 800\,\text{bars}$ et les débits de fuite sont estimés à $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4}\,\text{m3/s}$.

Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de 60° marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement te < 40 s
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{\text{con}} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{\text{pert}} < 40\,\text{bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_e \cdot \omega_{0\text{dB}} = 3$ où $\omega_{0\text{dB}}$ désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et t_e le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$, temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$, temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel : $C(p) = K_p$.

Question 1 *Déterminer, en fonction de K_p , ε_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.*

Question 2 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.*

Question 3 *Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p la fonction de transfert en régulation définie par : $H_{pert}(p) = \dfrac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$. En déduire, en fonction de K_p, ε_{pert} définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.*

Question 4 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{pert} à la valeur spécifiée au cahier des charges.*

Question 5 *Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement. Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.*

Éléments de corrigé :
1. $\varepsilon_{\text{con}\,\%} = \dfrac{1}{1+K_P K_m K_{\text{pom}} K_{\text{cap}}}$;
2. $K_P > 19$;
3. $\varepsilon_{\text{pert}} = \Delta Q_e \dfrac{K_f}{1+K_{\text{cap}} K_P K_m K_{\text{pom}}}$;
4. $K_P > 2,19$.
5. $K_P < 0,125$. Il est impossible de vérifier les trois conditions avec un correcteur proportionnel.

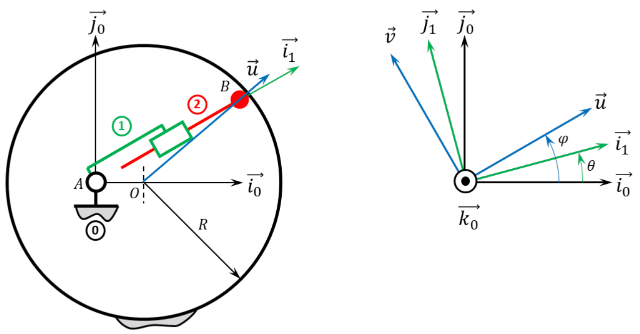
Corrigé voir ??.

C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 28 – Pompe à piston radial ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 4 *Exprimer $\dot\lambda(t)$ en fonction de $\dot\theta(t)$.*

On prendra une section de piston **2** de $1\,\text{cm}^2$ et une fréquence de rotation de $\dot\theta(t) = \pi \times 2\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

Question 5 *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Question 6 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $e = 15\,\text{mm}$.*

Question 7 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ pour une pompe à 5 pistons (5 branches **1+2**).*

Indications (à vérifier...) :

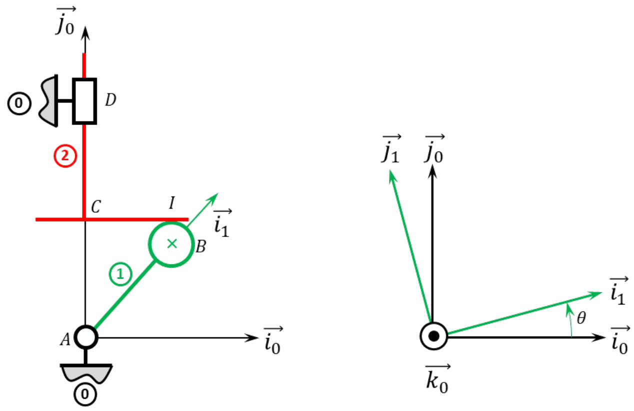
1. .
2. $\lambda(t) = e\cos\theta(t) \pm \sqrt{e^2\cos^2\theta(t) - e^2 + R^2}$.
3. .
4. $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$.
5. .

Corrigé voir ??.

Exercice 29 – Pompe à piston axial ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *On note S la section du piston **2**. Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 10\,\text{mm}$ ainsi que pour $e = 20\,\text{mm}$ et $R = 5\,\text{mm}$. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$, la section du piston est donnée par $S = 1\,\text{cm}^2$.*

Indications :

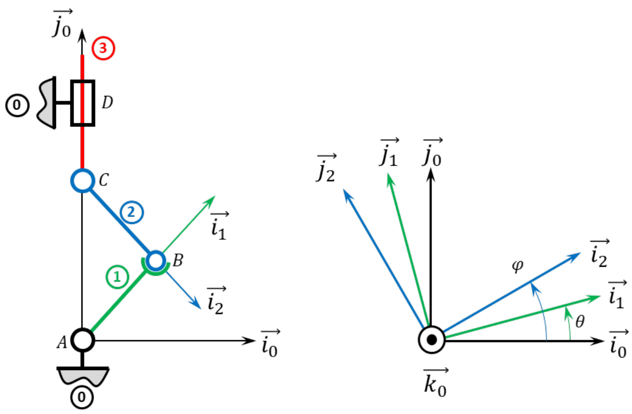
1. .
2. $e\sin\theta + R - \lambda(t) = 0$.
3. $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.
4. $q(t) = eS\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.
5. .

Corrigé voir ??.

Exercice 30 – Système bielle manivelle ⋆⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$, $\overrightarrow{CB} = L\,\overrightarrow{i_2}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer la vitesse du piston en fonction du temps. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$, on prendra $R = 10\,\text{mm}$ et $L = 20\,\text{mm}$ puis $L = 30\,\text{mm}$.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer l'accélération du piston en fonction du temps en utilisant les mêmes valeurs que dans la question précédente. On utilisera une dérivation numérique.*

Indications :

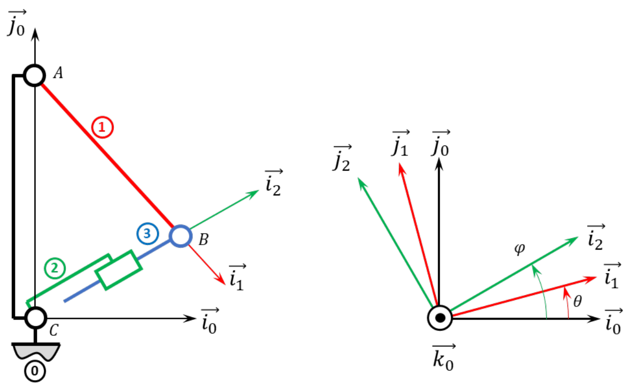
1. .
2. $\lambda(t) = \pm\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)} + R\sin\theta(t)$.
3. $\dot{\lambda}(t) = \pm\left(\dfrac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)}}\right) + \dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$.
4. .
5. .

Corrigé voir ??.

Exercice 31 – Pompe oscillante ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $R = 40\,\text{mm}$ et $H = 60\,\text{mm}$. Par ailleurs, on note $\overrightarrow{CB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_2}$.



Résoudre

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Question 5 *En utilisant Python, donner le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour un piston de diamètre $D = 10\,\text{mm}$.*

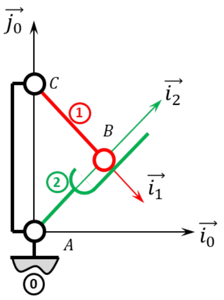
Indications :
1. .
2. $\lambda(t) = \pm\sqrt{R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)}$
3. $\dot{\lambda}(t) = \dfrac{1}{2}\left(-2HR\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\right)\left(R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)\right)^{-\frac{1}{2}}$
4. $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$
5. .

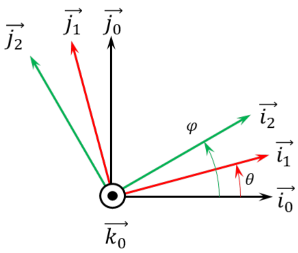
Corrigé voir ??.

Exercice 32 – Barrière Sympact ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Indications :
1. .
2. $\tan\varphi(t) = \dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}$.
3. $\dot{\varphi}(t) = \dfrac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2+h^2+2Rh\sin\theta(t)}$.
4. .

Corrigé voir ??.

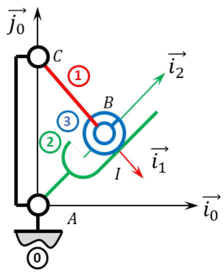
Exercice 33 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

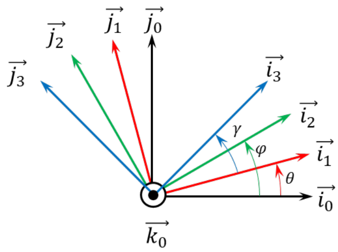
B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.*

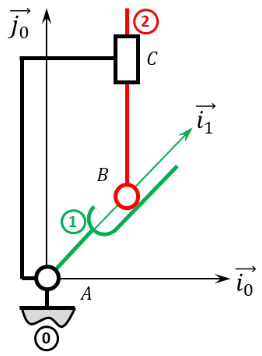
Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

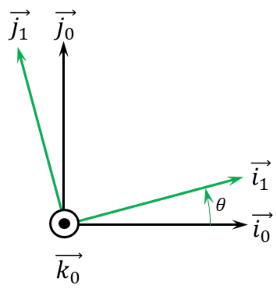
Corrigé voir ??.

Exercice 34 – Poussoir ⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = L\overrightarrow{i_0} + H\overrightarrow{j_0}$, $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$, $L = 40\,\text{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\mu(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

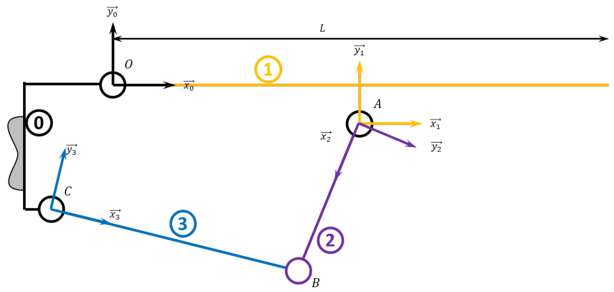
Corrigé voir ??.

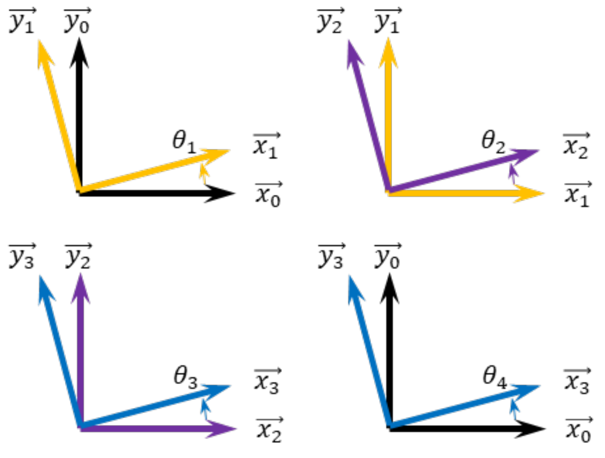
Exercice 35 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a\overrightarrow{x_1} - f\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355\,\text{mm}$ et $f = 13\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{AB} = b\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{BC} = -c\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{OC} = -d\overrightarrow{x_0} - e\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5\,\text{mm}$ et $e = 160\,\text{mm}$;





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta_1(t)$ en fonction de $\theta_4(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$.*

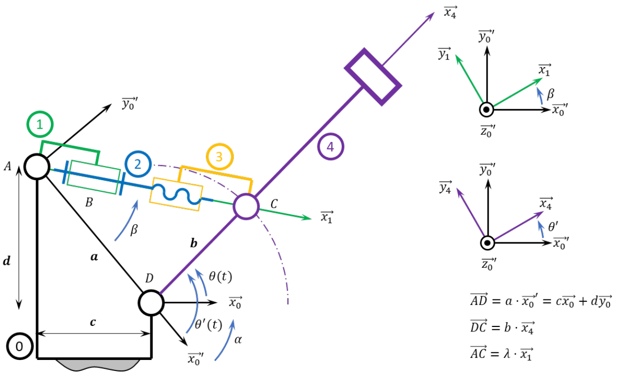
Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Corrigé voir ??.

Exercice 36 – Maxpid ⋆⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta(t)$ en fonction de $\lambda(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.*

Question 4 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$, vitesse de rotation du rotor moteur **2** par rapport au stator **1**.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **2** par rapport à **1** est de 500 tours par minute.*

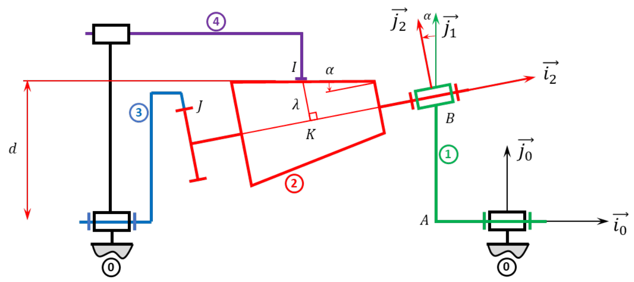
Corrigé voir ??.

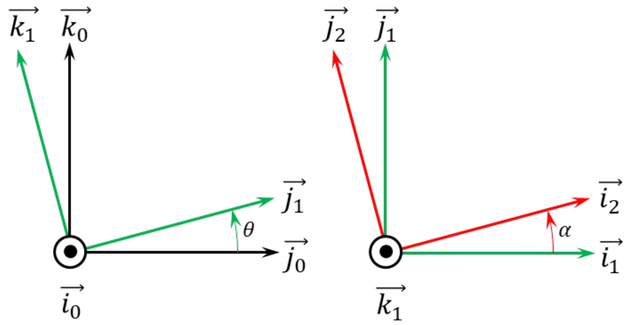
Exercice 37 – Variateur de Graham[1] ⋆⋆⋆

D'après ressources de Michel Huguet.

B2-13
C2-05
C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.





1. Les éventuelles erreur de texte font partie intégrante de la difficulté :).

On note $\overrightarrow{AJ} = -L\,\overrightarrow{i_0} + \dfrac{d_3}{2}\overrightarrow{j_2}$ et $\overrightarrow{KJ} = -\ell\,\overrightarrow{i_2} + \dfrac{d_2}{2}\overrightarrow{j_2}$.

Soit $\mathscr{R} = \left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$ un repère lié au bâti **0** du variateur. L'arbre moteur **1** et l'arbre récepteur **3** ont une liaison pivot d'axe $\left(A, \overrightarrow{i_0}\right)$ avec le bâti **0**. On pose $\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \omega_1\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \omega_3\,\overrightarrow{i_0}$.

Soit $\mathscr{R}_1 = \left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_1}, \overrightarrow{k_1}\right)$ et $\mathscr{R}_2 = \left(B; \overrightarrow{i_2}, \overrightarrow{j_2}, \overrightarrow{k_1}\right)$ deux repères liés respectivement à **1** et **2** tels que $\overrightarrow{AB}$ ait même direction que $\overrightarrow{j_1}$. On pose $\alpha = \left(\overrightarrow{i_1}, \overrightarrow{i_2}\right)$ constant.

Le satellite **2** a une liaison pivot d'axe $\left(\overrightarrow{B}, \overrightarrow{i_2}\right)$ avec **1**. **2** est un tronc de cône de révolution d'axe $\left(\overrightarrow{B}, \overrightarrow{i_2}\right)$ de demi angle au sommet α. On pose $\overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} = \omega\,\overrightarrow{i_2}$.

La génératrice de **2** du plan $\left(O, \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_1}\right)$ la plus éloignée de l'axe $\left(O, \overrightarrow{i_0}\right)$ est parallèle à $\overrightarrow{i_0}$. Notons d sa distance à l'axe $\left(O, \overrightarrow{i_0}\right)$

2 roule sans glisser au point I, sur une couronne **4**, immobile par rapport à **0** pendant le fonctionnement. Le réglage du rapport de variation s'obtient en déplaçant **4** suivant l'axe $\left(O, \overrightarrow{i_0}\right)$.

Soit K le centre de la section droite du tronc de cône passant par I. On pose $\overrightarrow{BI} = \lambda\,\overrightarrow{j_2}$. À l'extrémité de **2** est fixée une roue dentée de n dents, d'axe $\left(B, \overrightarrow{i_2}\right)$, qui engrène avec une couronne dentée intérieure d'axe $\left(A, \overrightarrow{i_0}\right)$, de n_2 dents, liée à **3**.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *En exprimant que **2** roule sans glisser sur **4** au point I, déterminer ω en fonction de ω_1, d et λ.*

Question 3 *Quelle relation obtient-on entre ω_1, ω_3 et ω en exprimant l'engrènement des deux roues dentées ? (c'est à dire que **2** et **3** roulent sans glisser l'un sur l'autre en J).*

Question 4 *En déduire le rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, d_2, d_3 et d.*

Question 5 *Tracer la courbe représentative du rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, sachant que $\dfrac{n}{n_3} = \dfrac{d_1}{d_3}$, $d = 55$ mm et que λ varie entre $\lambda_{mini} = 12$ mm et la valeur $\lambda_{maxi} = 23$ mm.*

Corrigé voir ??.

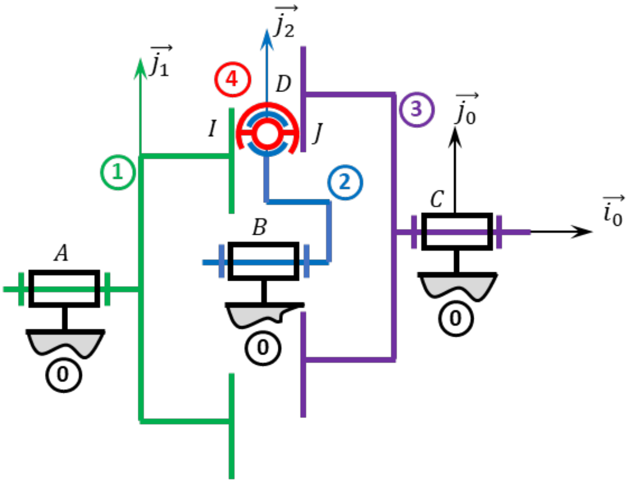
Exercice 38 – Variateur à billes ★★★★★

B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer la loi entrée – sortie.*

Corrigé voir ??.

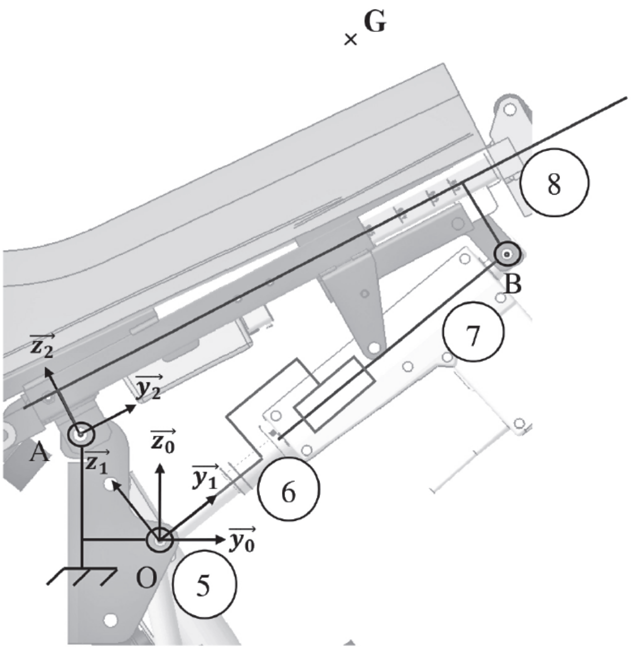
Exercice 39 – Fauteuil Roulant ⋆

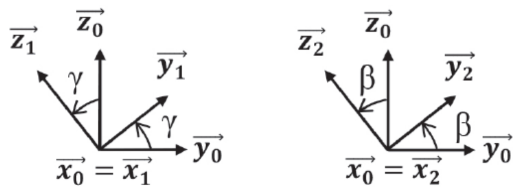
B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse au système de basculement de l'assise d'un système de fauteuil roulant.





$$\overrightarrow{OA} = -a.\vec{y_0} + b.\vec{z_0}$$
$$\overrightarrow{OB} = \lambda(t).\vec{y_1}$$
$$\overrightarrow{AB} = l_1.\vec{y_2} - d_1.\vec{z_2}$$
$$\overrightarrow{AG} = l_2.\vec{y_2} + d_2.\vec{z_2}$$

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer les relations issues de la fermeture géométrique liant les paramètres γ, β et $\lambda(t)$.*

Question 3 *En déduire l'expression de γ en fonction de β.*

Corrigé voir ??.

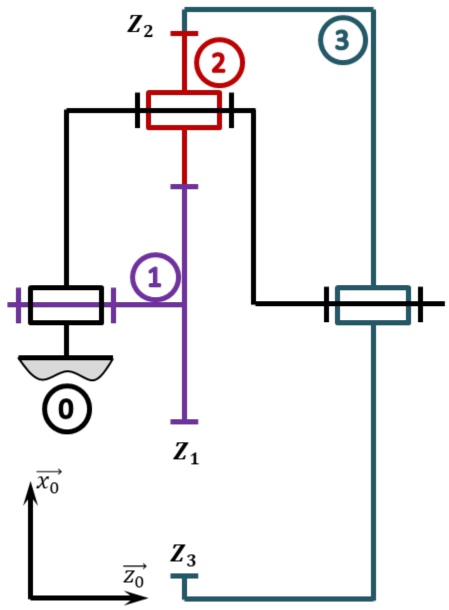
0.8.4 C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 40 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

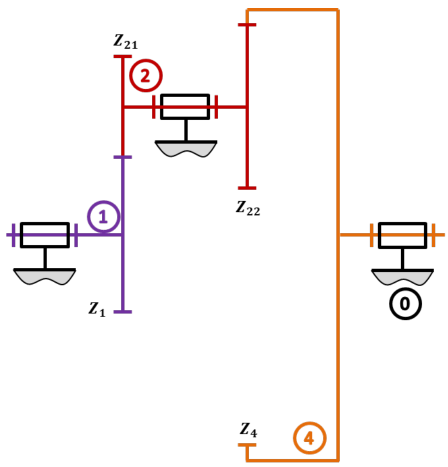
Corrigé voir ??.

Exercice 41 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_{21}, Z_{22} et Z_4 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages (on fera l'hypothèse que toutes les roues dentées ont le même module).*

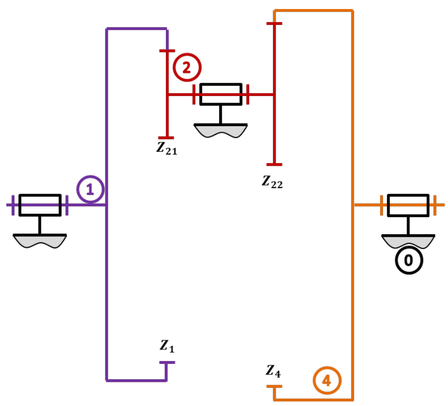
Corrigé voir ??.

Exercice 42 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Résoudre

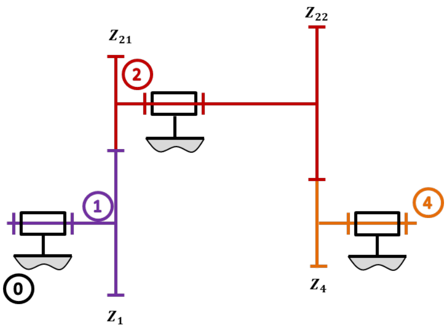
Corrigé voir ??.

Exercice 43 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Corrigé voir ??.

Exercice 44 – Cheville robot NAO⋆

A3-05

C2-06

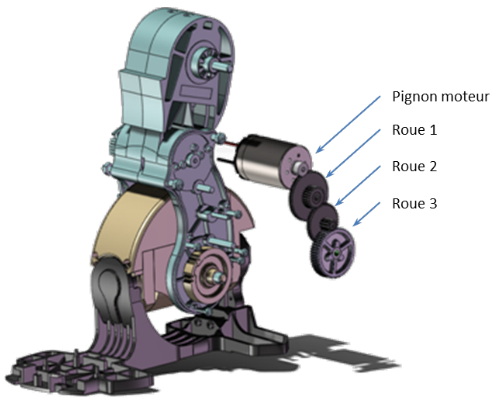
On s'intéresse ici à la cheville NAO. On cherche à savoir si, à partir du moteur retenu par le constructeur, la chaîne de transmission de puissance permet de vérifier les exigences suivantes :

- exigence 1.1.1.1 : la vitesse de roulis doit être inférieure à 42 tr/min;
- exigence 1.1.1.2 : la vitesse de tangage doit être inférieure à 60 tr/min.

La fréquence de rotation des moteurs permettant chacun des deux mouvements est de 8300 tr/min.

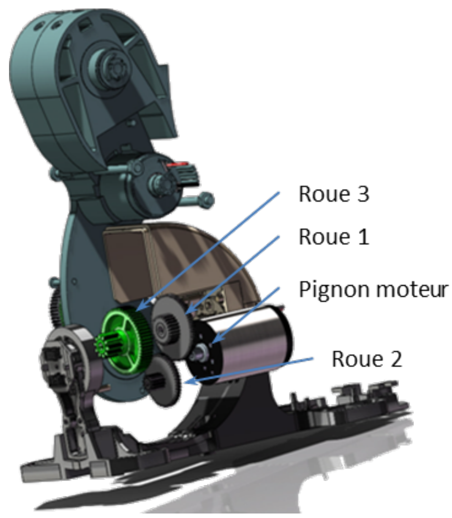
Pour la chaîne de transmission de tangage on donne le nombre de dents et le module de chaque roue dentée :

- pignon moteur : $Z_m = 20$, $M_m = 0,3$;
- grand pignon 1 : $Z_1 = 80$, $M_1 = 0,3$;
- petit pignon 1 : $Z_1' = 25$, $M_1' = 0,4$;
- grand pignon 2 : $Z_2 = 47$, $M_2 = 0,4$;
- petit pignon 2 : $Z_2' = 12$, $M_2' = 0,4$;
- grand pignon 3 : $Z_3 = 58$, $M_3 = 0,4$;
- petit pignon 3 : $Z_3' = 10$, $M_3' = 0,7$;
- roue de sortie : $Z_T = 36$, $M_T = 0,7$.



Pour la chaîne de transmission du roulis on donne le nombre de dents et le module de chaque roue dentée :

- pignon moteur : $Z_m = 13$, $M_m = 0,3$;
- grand pignon 1 : $Z_1 = 80$, $M_1 = 0,3$;
- petit pignon 1 : $Z_1' = 25$, $M_1' = 0,4$;
- grand pignon 2 : $Z_2 = 47$, $M_2 = 0,4$;
- petit pignon 2 : $Z_2' = 12$, $M_2' = 0,4$;
- grand pignon 3 : $Z_3 = 58$, $M_3 = 0,4$;
- petit pignon 3 : $Z_3' = 10$, $M_3' = 0,7$;
- roue de sortie 3 : $Z_R = 36$, $M_R = 0,7$.



Question 1 *Quels doivent être les rapports de réductions des transmissions par engrenage afin de respecter les exigences 1.1.1.1 et 1.1.1.2?*

Question 2 *Dans le cas de l'axe de tangage, remplir le tableau suivant :*

Question 3 *Dans le cas de l'axe de tangage, déterminer le diamètre de chaque roue dentée.*

Question 4 *Dans le cas de l'axe de tangage, réaliser le schéma cinématique minimal.*

Question 5 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de tangage? L'exigence 1.1.1.2 est-elle respectée? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer?*

Question 6 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de roulis? L'exigence 1.1.1.1 est-elle respectée? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer?*

Corrigé voir ??.

Exercice 45 – Train simple ⋆

D'après Florestan Mathurin.

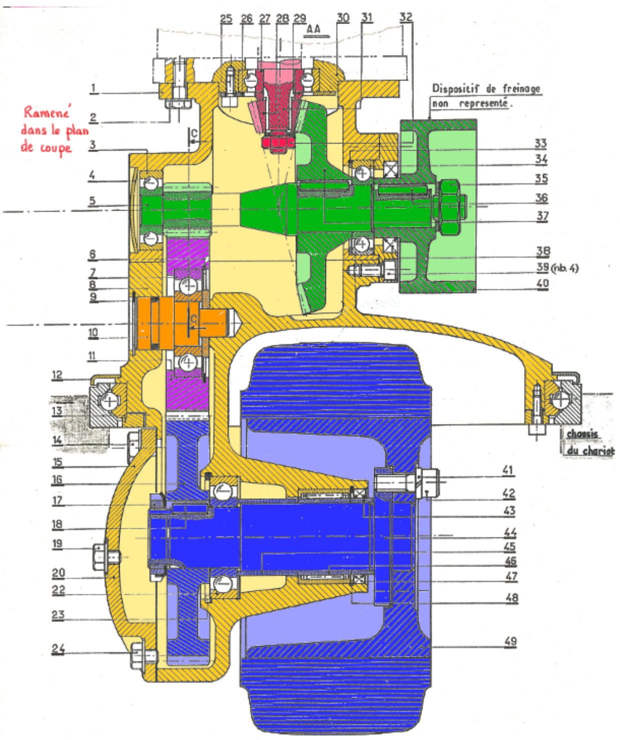
A3-05

C2-06

On s'intéresse au réducteur équipant la roue arrière motrice et directionnelle d'un chariot élévateur de manutention automoteur à conducteur non porté.

Données : $z_{27} = 16$ dents, $z_{35} = 84$ dents, $z_5 = 14$ dents, $z_{11} = 56$ dents, $z_{16} = 75$ dents.

Question 1 *Identifier les classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.*



Question 2 *Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin.*

Question 3 *Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons.*

Repère de la roue	Module m (mm)	Nombre de dents Z	Diamètre primitif D (mm)
27			
35	1,5		
5			
11	1,5		
16			

Question 4 *Après avoir proposé un paramétrage, indiquer dans quel sens tourne la roue si le moteur 28 (31) tourne dans le sens positif.*

Question 5 *Pour une vitesse de* 1500 tr/min *en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue. Le diamètre de la roue est de* 150 mm. *Quelle est la vitesse du véhicule ?*

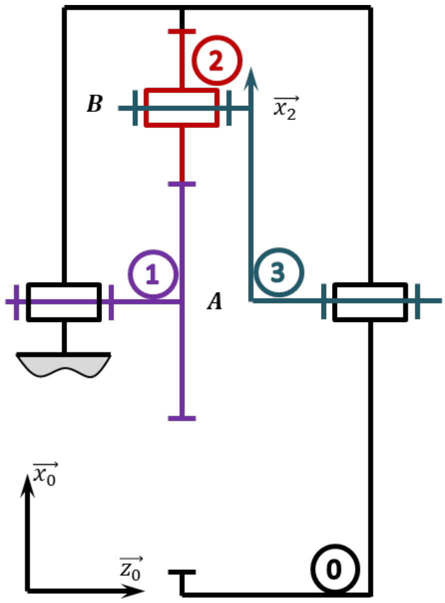
Corrigé voir ??.

Exercice 46 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

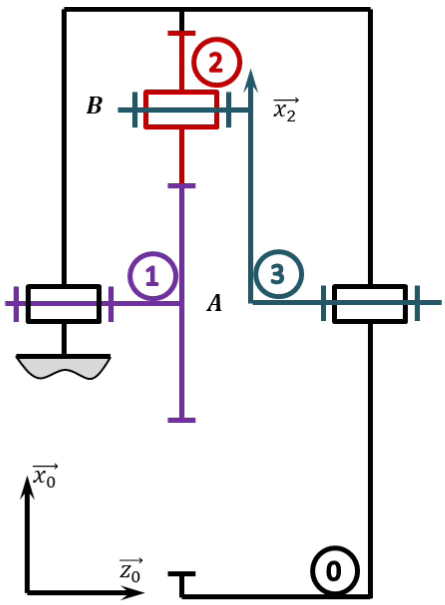
Corrigé voir ??.

Exercice 47 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* ω_{40} *en fonction de* ω_{30} *et* ω_{10}.

Question 3 *On suppose que* ω_{40} *est bloqué. Exprimer le rapport* $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

Résoudre

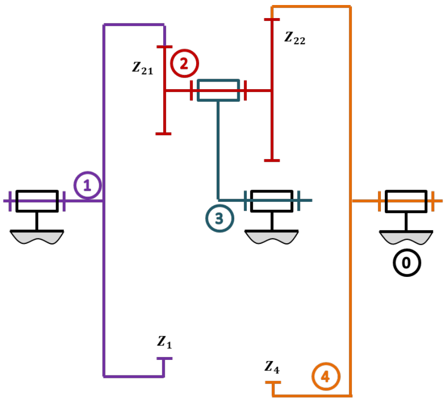
Corrigé voir ??.

Exercice 48 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

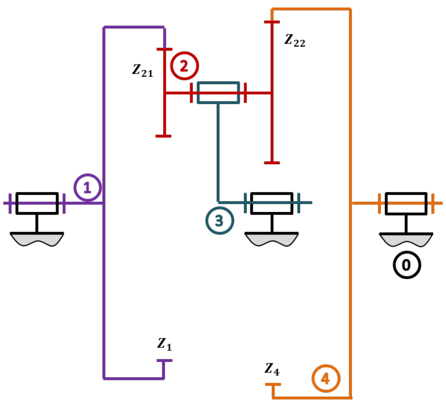
Corrigé voir ??.

Exercice 49 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

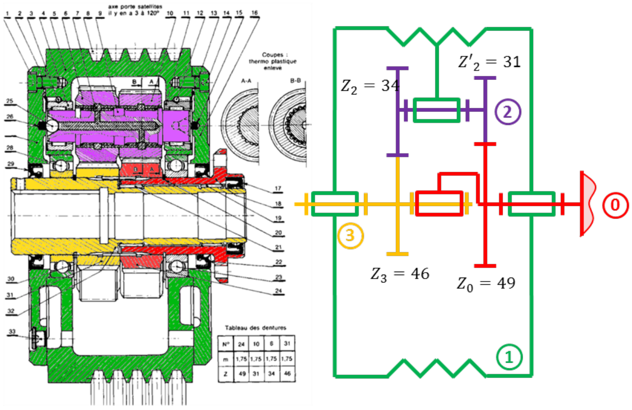
Corrigé voir ??.

Exercice 50 – Poulie Redex ⋆ *D'après ressources de Stéphane Genouël.*

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).*

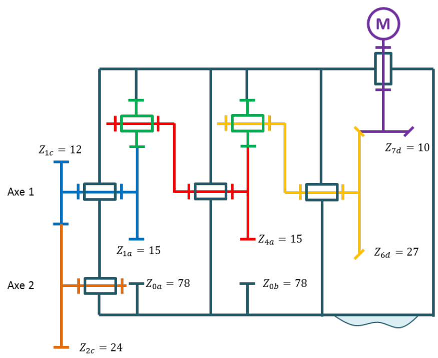
Corrigé voir ??.

Exercice 51 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le système de transmission suivant.



Question 1 *Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.*

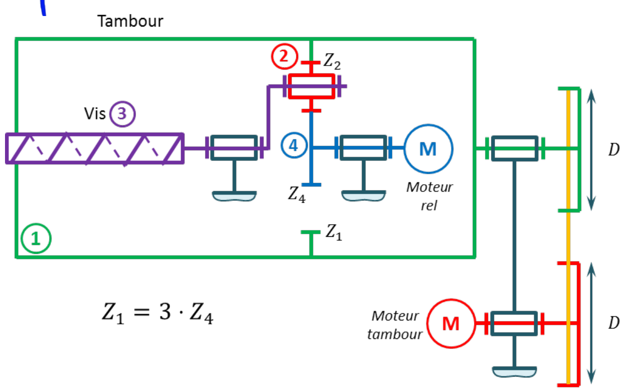
Corrigé voir ??.

Exercice 52 – Centrifugeuse des boues ⋆

A3-05

C2-06

La chaîne cinématique est représentée sur la figure suivante.



$Z_1 = 3 \cdot Z_4$

La séquence de lancement de la centrifugeuse se déroule en trois phases :

- mise en marche du premier moteur M_{tambour} jusqu'à ce que le tambour 1 atteigne sa vitesse de consigne de 2 000 tours/min. Le moteur M_{rel} est à l'arrêt ;
- mise en marche du deuxième moteur M_{rel} jusqu'à ce que la vitesse différentielle de 2 tours/min soit atteinte entre le tambour 1 et la vis 3. La vis 3 tourne ainsi plus vite que le tambour 1 ;
- la boue liquide est ensuite introduite.

Question 1 *Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.*

Corrigé voir ??.

Exercice 53 – Train simple ★ *D'après documentation F. Mazet.*

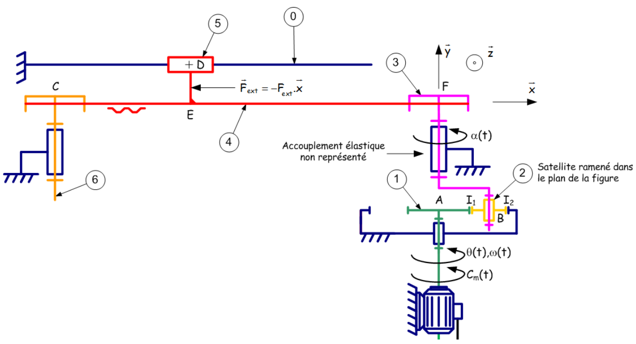
A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à la chaîne de transmission de puissance du Control'X dont un modèle est donné dans la figure ci-dessous.

On note :

- **0 :** le bâti auquel est encastré une couronne de rayon primitif R_b ;
- **1 :** le pignon de sortie du moteur de rayon primitif R_m ;
- **2 :** un des 3 satellites du réducteur épicycloïdal de rayon primitif R_s ;
- **3 :** le porte-satellite auquel est encastré une poulie de rayon R_p ;
- **5 :** le chariot de masse M encastré à la courroie **4** considérée inextensible. On note $v = \overrightarrow{V(D,5/0)} \cdot \overrightarrow{y}$;
- **3 :** le seconde poulie de rayon R_p ;



Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$ et v.*

Corrigé voir ??.

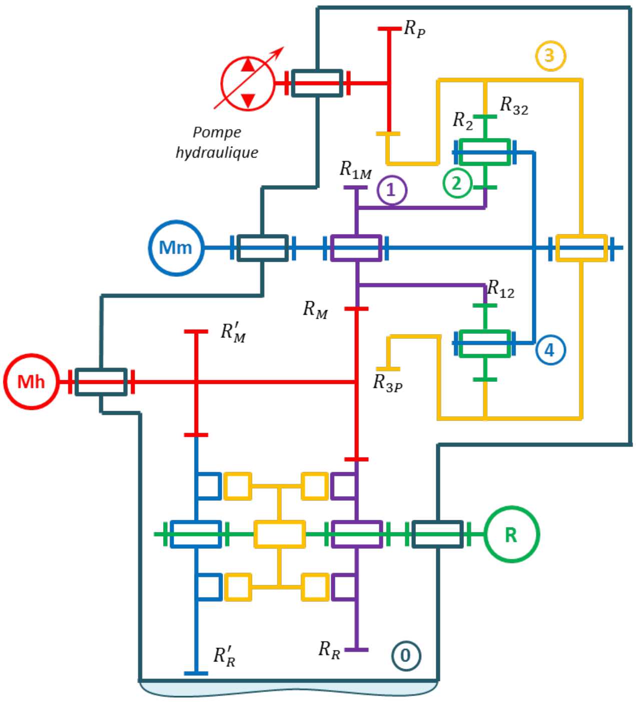
Exercice 54 – Train simple ★

A3-05

C2-06

On s'intéresse à la chaîne de transmission de puissance d'un tracteur Fendt. Cette dernière est composée d'un moteur (et d'une pompe) hydraulique (Mh) ainsi que d'un moteur thermique MAN (Mm).

Le moteur MAN a pour but de fournir de la puissance à la pompe hydraulique et au tracteur (récepteur R). On donne ci-dessous le schéma de la transmission.



Les rayons des pignons sont les suivants : $R_{12} = 60$, $R_{1M} = 33$, $R_2 = 30$, $R_{32} = 120$, $R_{3P} = 54$, $R_M = 54$, $R'_M = 48$, $R_R = 42$, $R'_R = 48$.

Une étude antérieure a permis d'établir que $\dfrac{\omega(Ph/0)}{\omega(Mh/0)} = \dfrac{2y}{x}$ avec $x \in [0,71;1]$ et $y \in [0;1]$.

La fréquence de rotation du moteur Man est de 1900 tr/min.

Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$, $\omega(3/0)$ et $\omega(4/0)$.*

Question 2 *Montrer que la relation entre la rotation du moteur hydraulique et le moteur Man peut se mettre sous la forme : $\dfrac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\dfrac{Ax}{BR_p y + Cx}$ où on explicitera A, B et C.*

Corrigé voir ??.

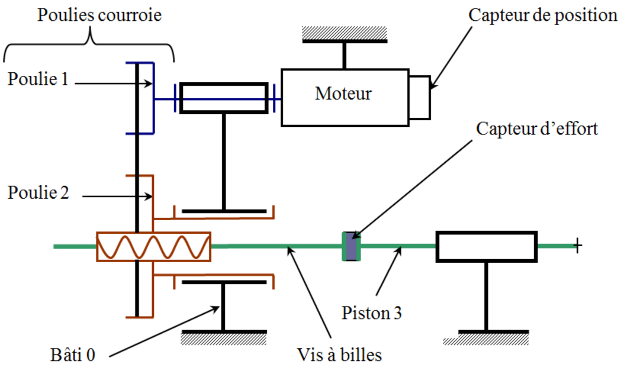
Résoudre

Exercice 55 – Système vis-écrou ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06

Soit la chaîne de transmission suivante.



Le schéma du restituteur actif est donné ci-dessous. Le pas de la vis est $p_v = 10\,\text{mm}$. Le diamètre de la poulie 2 est le double de celui de la poulie 1.

Question 1 *Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.*

Question 2 *Réaliser la chaîne d'énergie-puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.*

Question 3 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1.*

Corrigé voir **??**.

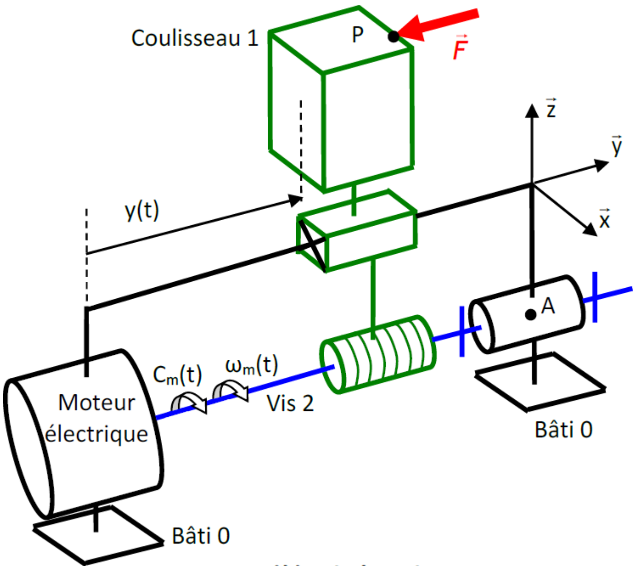
Exercice 56 – Train simple ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante. Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.

On s'intéresse ici à l'axe Y qui met en mouvement le coulisseau 1, sur lequel est fixée l'outil, par rapport au bâti 0. Le coulisseau 1 est mis en mouvement par un moteur électrique qui délivre un couple moteur $C_m(t)$.



Modèle cinématique

On note p le pas de vis.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.*

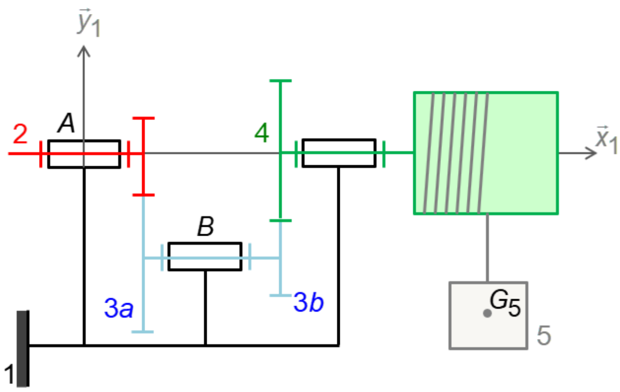
Corrigé voir **??**.

Exercice 57 – Treuil de levage ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à un treuil dont le modèle cinématique est donné ci-dessous.



On note Z_2 le nombre de dents de la roue dentée de l'arbre 2. On note l'arbre intermédiaire 3 et Z_{3a} et Z_{3b} les nombres de dents de ses deux roues dentées. On note R le rayon du tambour 4 sur lequel s'enroule sans glisser un câble et Z_4 le nombre de dents de sa roue dentée.

Question 1 *Déterminer la relation entre v_{51} la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et ω_{21} la vitesse de rotation du moteur.*

Question 2 *On note J_2, J_3, J_4 l'inertie des pièces 2, 3 et 5. On note M_5 la masse du solide 5. Donner la masse* *équivalente ramenée « à la translation » de la masse. Donner l'inertie équivalente ramenée à l'arbre d'entrée 2.*

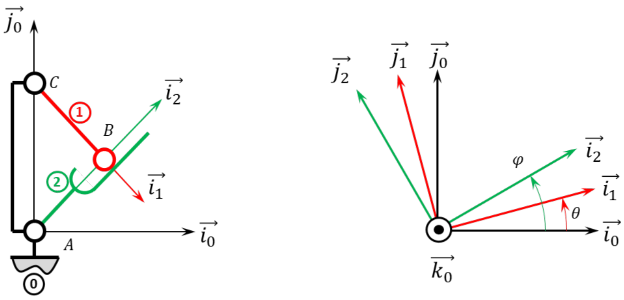
Corrigé voir **??**.

0.8.5 C2-07 – Déterminer les actions mécaniques en statique

Exercice 58 – Barrière Sympact ★★

[redacted] **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$.



On néglige la pesanteur sur la pièce **1**.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\,\overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique du moteur sur la pièce **1**.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_r\,\overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce **2**. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de 45 Nm pour un angle de rotation 100°. On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ($\varphi_o = \dfrac{\pi}{2}$). Il est au maximum lorsque $\varphi_f = 0$.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -M\,g\,\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{\forall G}$ avec $\overrightarrow{AG} = L\,\overrightarrow{i_2}$.

Question 1 *Réaliser un graphe d'analyse.*

Question 2 *Expliciter C_r en fonction des différents constantes $(k, \varphi_o, \varphi_f)$ et celles qui vous sembleraient utile.*

Question 3 *Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.*

Question 4 *Mettre en œuvre une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.*

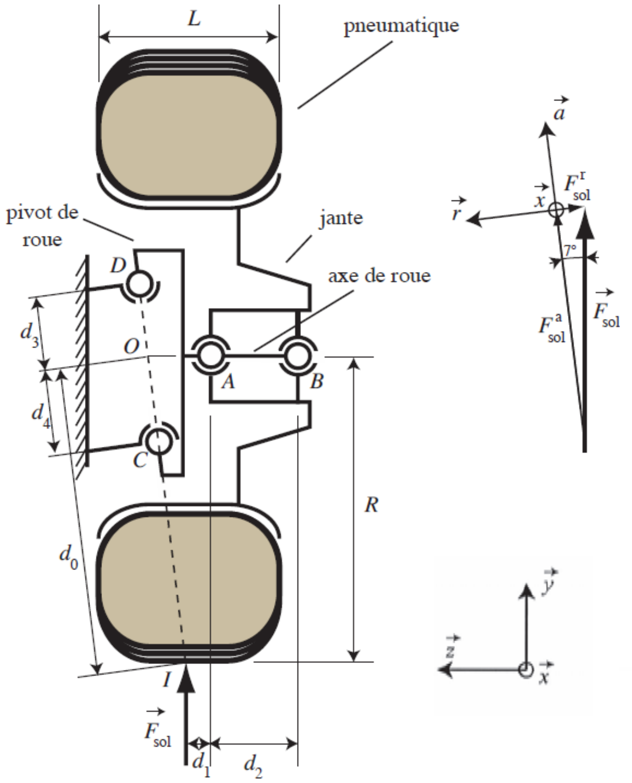
Question 5 *Tracéer de courbe Python.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 59 – Suspension automobile ★★

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes : F_C^a (respectivement F_C^r, F_C^x) désignera la composante suivant $\overrightarrow{a}$ (respectivement $\overrightarrow{r}$, $\overrightarrow{x}$) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.



Question 1 *En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au point C, en projection sur les axes de la base $\left(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{r}, \overrightarrow{x}\right)$ en fonction des composantes F_{sol}^a et F_{sol}^r et des dimensions d_0, d_3 et d_4.*

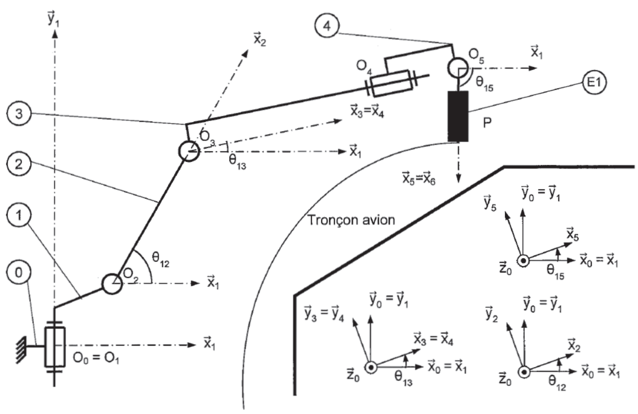
Question 2 *Résoudre littéralement le système.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 60 – Suspension automobile ★★

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

> **Objectif** L'objectif est de déterminer le couple articulaire C12 à appliquer sur le bras 2 afin de garantir l'effort de perçage et l'effort presseur.



Résoudre

Hypothèses :

- l'étude est réalisée pour une demi couture orbitale (couture supérieure) ;
- le repère $\mathcal{R}_0\left(O_0;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$ sera supposé galiléen ;
- $\overrightarrow{y_0}$ est l'axe vertical ascendant et $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{y_0}$ avec $g=9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites.

*Repérage et paramétrage

Le repère associé à l'embase fixe (0) est le repère $\mathcal{R}_0\left(O_0;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$, $\overrightarrow{y_0}$ étant l'axe vertical ascendant.

L'embase de rotation (1), en liaison pivot d'axe $\left(O_1,\overrightarrow{y_1}\right)$, par rapport au bâti (0), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_1\left(O_1;\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1}\right)$ tel que $O_0=O_1$, $\overrightarrow{x_0}=\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_0}=\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_0}=\overrightarrow{z_1}$.

Le bras (2), en liaison pivot d'axe $\left(O_2,\overrightarrow{z_2}\right)$ par rapport à l'embase de rotation (1), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_2\left(O_2;\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)$ tel que $\overrightarrow{O_1O_2}=L_1\overrightarrow{x_1}+L_2\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_1}=\overrightarrow{z_2}$ et $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2}\right)=\left(\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2}\right)=\theta_{12}$.

Le bras (3), en liaison pivot d'axe $\left(O_3,\overrightarrow{z_3}\right)$ par rapport au bras (2), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_3\left(O_3;\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3}\right)$ tel que $\overrightarrow{O_2O_3}=L_3\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{z_1}=\overrightarrow{z_3}$ et $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_3}\right)=\left(\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_3}\right)=\theta_{13}$.

Le bras (4), en liaison pivot d'axe $\left(O_4,\overrightarrow{x_4}\right)$ par rapport au bras (3), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_4\left(O_4;\overrightarrow{x_4},\overrightarrow{y_4},\overrightarrow{z_4}\right)$ tel que $\overrightarrow{O_3O_4}=L_4\overrightarrow{x_3}+l_5\overrightarrow{y_3}$, $\overrightarrow{x_3}=\overrightarrow{x_4}$ et $\left(\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{y_4}\right)=\left(\overrightarrow{z_3},\overrightarrow{z_4}\right)=\theta_{34}$.

L'ensemble (E1) composé du bras (5), du poignet et de l'outil, en liaison pivot d'axe $\left(O_5,\overrightarrow{z_5}\right)$ par rapport au bras (4), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_5\left(O_5;\overrightarrow{x_5},\overrightarrow{y_5},\overrightarrow{z_5}\right)$ tel que $\overrightarrow{O_4O_5}=L_5\overrightarrow{x_3}$, $\overrightarrow{z_1}=\overrightarrow{z_5}$ et $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_5}\right)=\left(\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_5}\right)=\theta_{15}$.

La masse du bras (2) est notée M_2 et la position du centre de gravité est définie par $\overrightarrow{O_2G_2}=\dfrac{1}{2}L_3\overrightarrow{x_2}$.

La masse du bras (3) et du bras (4) est notée M_{34} et la position du centre de gravité est définie par $\overrightarrow{O_3G_3}=\dfrac{1}{3}L_4\overrightarrow{x_3}+L_5\overrightarrow{y_3}$.

La masse de l'ensemble (E1) est notée M_{E1} et la position du centre de gravité est définie par $\overrightarrow{O_5G_5}=L_7\overrightarrow{x_5}$.

L'extrémité de l'outil est définie par le point P définie par $\overrightarrow{O_5P}=L_8\overrightarrow{x_5}$.

Le torseur d'action mécanique lié au perçage sera noté : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{Tronçon (perçage)}\rightarrow E_1\right)\right\}=\left\{\begin{array}{cc}-F & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{array}\right\}_{P,\mathcal{R}_5}$.

Un effort presseur est de plus nécessaire pour le perçage optimal des deux tronçons. Le torseur d'action mécanique associé sera noté :$\{\mathcal{T}\left(\text{Tronçon (presseur)}\rightarrow E_1\right)\}=\left\{\begin{array}{cc}-P & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{array}\right\}_{P,\mathcal{R}_5}$..

La rotation entre les solides (0) et (1) est supposée bloquée dans la suite du sujet.

Question 1 *Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons.*

Question 2 *Quel est l'ensemble Σ à isoler afin de déterminer le couple C_{12}.*

Question 3 *Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à Σ et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.*

Question 4 *Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple C_{12} ?*

La configuration correspondant à la position extrême supérieure de la couture orbitale correspond aux angles suivants : $\theta_{12}=60°$, $\theta_{13}=-4°$, $\theta_{15}=-90°$.

Dans la suite de l'étude, l'angle θ_{13} sera considéré nul.

Question 5 *Déterminer l'équation littérale du couple C_{12} en fonction de g, F, P, M_2, M_{34}, M_{E1}, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, θ_{12}, θ_{15}.*

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2=264\,\mathrm{kg}$, $M_{234}=430\,\mathrm{kg}$, $M_{\mathrm{E1}}=2150\,\mathrm{kg}$, $P=150\,\mathrm{N}$;
- $L_1=0{,}405\,\mathrm{m}$, $L_2=0{,}433\,\mathrm{m}$, $L_3=1{,}075\,\mathrm{m}$, $L_4=1{,}762\,\mathrm{m}$, $L_5=0{,}165\,\mathrm{m}$, $L_6=0{,}250\,\mathrm{m}$, $L_7=0{,}550\,\mathrm{m}$, $L_8=0{,}750\,\mathrm{m}$.

Question 6 *Déterminer alors la valeur du couple C_{12}.*

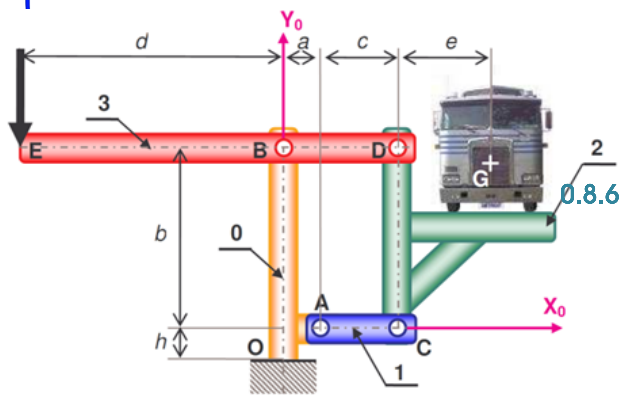
La valeur limite supérieure du couple C_{12} est fixée par le constructeur à 9000 Nm. **Question 7** *Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position ? Justifier la réponse.*

Corrigé voir ??.

Exercice 61 – Pèse camion ⋆⋆

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On considère un bâti **0** auquel est attaché le repère $\mathcal{R}=\left(O;\overrightarrow{x_0};\overrightarrow{y_0};\overrightarrow{z_0}\right)$. Le champ de pesanteur est $g=-g\overrightarrow{y_0}$.La barre **1** est liée au bâti **0** par une liaison pivot parfaite d'axe $\left(A,\overrightarrow{z_0}\right)$. Le plateau porte camion **2** est lié à la barre **1** par une liaison pivot parfaite d'axe $\left(C,\overrightarrow{z_0}\right)$. Le levier **3** est lié au bâti **0** par une liaison pivot parfaite d'axe $\left(B,\overrightarrow{z_0}\right)$. Ce levier est également lié au plateau **2** par une liaison pivot parfaite d'axe $\left(D,\overrightarrow{z_0}\right)$. Le camion **4**, de centre de masse G et de masse M inconnue, repose sur le plateau **2**. L'action mécanique connue est caractérisée par : $\{\text{ext}\rightarrow 3\}=\left\{\begin{array}{c}-F\overrightarrow{y_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_E$.



Question 1 *Déterminer la relation entre F et M. Que dire de la position du camion sur la plate-forme ?*

Question 2 *Déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons.*

Corrigé voir ??.

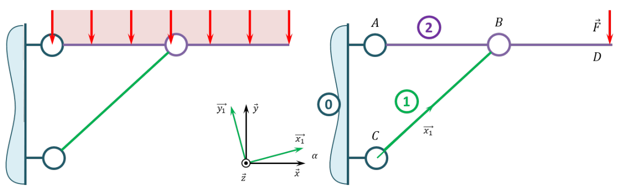
Exercice 62 – Détermination des efforts dans une structure étayée ⋆⋆

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Lors de la démolition d'une partie de la gare de Lyon Part-Dieu (en 2018), des étais ont du être posés afin de soutenir la structure supérieure.

Dans le but de dimensionner les étais, il est nécessaire de déterminer les actions mécanique dans chacune des liaisons.

Pour cela, on utilise la modélisation suivante.



Modèle initial

Modèle retenu

On a $\overrightarrow{AB} = a\,\vec{x}$, $\overrightarrow{BD} = b\,\vec{x}$ et $\overrightarrow{CB} = L\,\vec{x_1}$.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse du système (graphe des liaisons et actions extérieures).*

Question 2 *Proposer une stratégie permettant de déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.*

Question 3 *Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons en fonction de F.*

Éléments de corrigé :

3. $X_{02} = -F\dfrac{a+b}{a\tan\alpha}$, $F_{01} = F\dfrac{a+b}{a\sin\alpha}$, $Y_{02} = -\dfrac{b}{a}F$.

Corrigé voir ??.

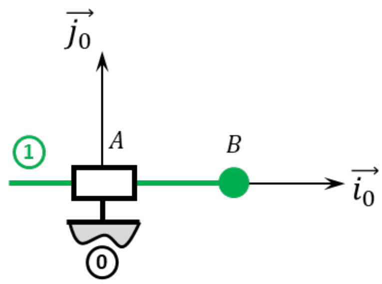
Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 63 – Mouvement T – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide et $I_B(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & -D_1 \\ 0 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$.



Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

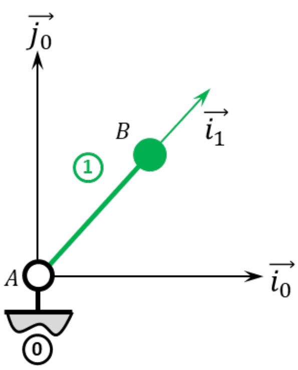
Corrigé voir ??.

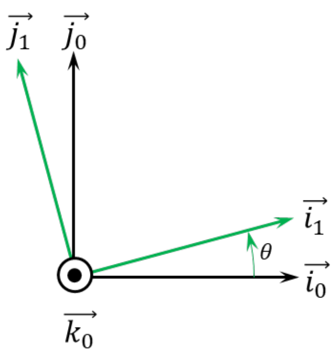
Exercice 64 – Mouvement R ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$.





Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B *puis en* A.

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B *puis en* A.

Masse ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 *Exprimer le torseur cinétique* $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ *en* B.

Question 5 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B *puis en* A.

Corrigé voir ??.

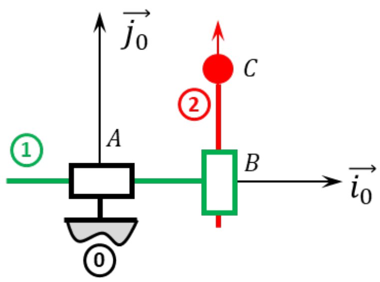
Exercice 65 – Mouvement TT – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer les torseurs cinétiques* $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ *et* $\{\mathscr{C}(2/0)\}$.

Question 2 *Exprimer les torseurs dynamiques* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *et* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 3 *En déduire* $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$ *en* B.

Corrigé voir ??.

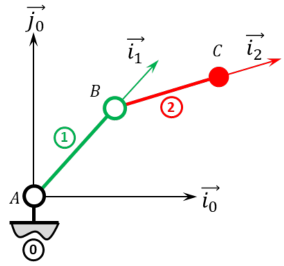
Exercice 66 – Mouvement RR ⋆

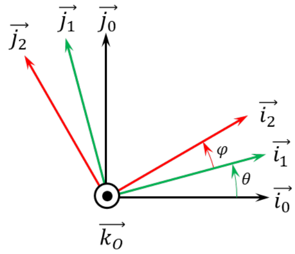
C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.





Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* A.

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Corrigé voir ??.

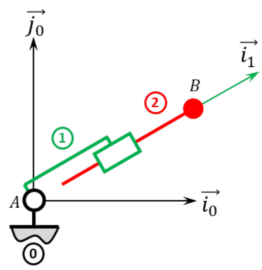
Exercice 67 – Mouvement RT ⋆

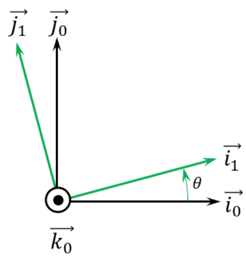
C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.





Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* A.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Corrigé voir ??.

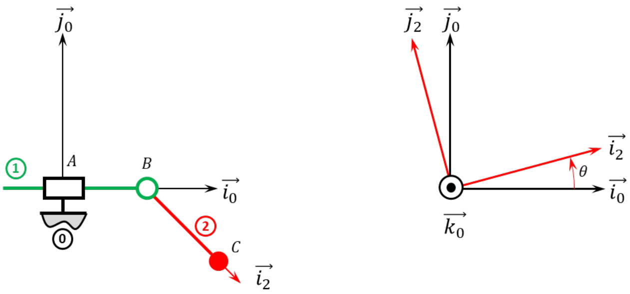
Exercice 68 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=R\overrightarrow{i_2}$ avec $R=30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix}A_1&0&0\\0&B_1&0\\0&0&C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix}A_2&0&0\\0&B_2&0\\0&0&C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$

Indications :

1. $\{\mathscr{D}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)\end{array}\right\}_B$.
2. $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}=m_1\ddot{\lambda}(t)+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)-R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t)+\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Corrigé voir ??.

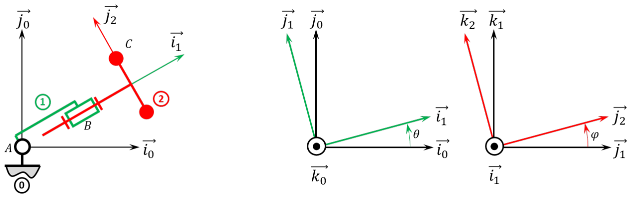
Exercice 69 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=\ell\overrightarrow{i_2}+r\overrightarrow{j_2}$. On note $R+\ell=L=20\,\text{mm}$ et $r=10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix}A_1&0&0\\0&B_1&0\\0&0&C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2}=\ell\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix}A_2&0&0\\0&B_2&0\\0&0&C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Corrigé voir ??.

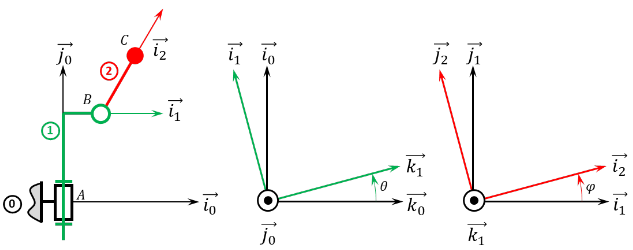
Exercice 70 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=H\overrightarrow{j_1}+R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=L\overrightarrow{i_2}$. On a $H=20\,\text{mm}$, $r=5\,\text{mm}$, $L=10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix}A_1&0&0\\0&B_1&0\\0&0&C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix}A_2&0&0\\0&B_2&0\\0&0&C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{j_0}$

Corrigé voir ??.

Exercice 71 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

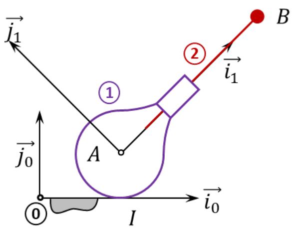
C2-08

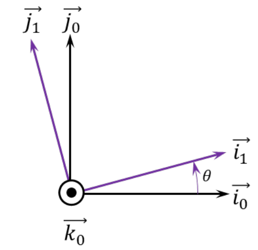
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus $R=15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=-\ell\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix}A_1&0&0\\0&B_1&0\\0&0&C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;

- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.





Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$*

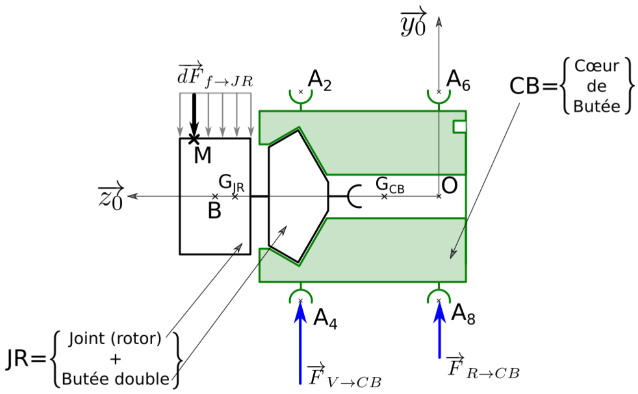
Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(I, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

Exercice 72 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $\left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $\left(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$) : $\{\mathscr{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathscr{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ v(t)\overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble S= { JR + CB} afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

Question 2 *Exprimer $v(t)$ en fonction de $y(t)$.*

Question 3 *Déterminer l'expression en G_{CB} du torseur dynamique de CB par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 4 *Déterminer l'expression en G_{JR} du torseur dynamique de JR par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 5 *Exprimer alors en G le torseur dynamique de l'ensemble S par rapport à 0 en fonction de $\dot{v}(t)$, M_{CB} et M_{JR}.*

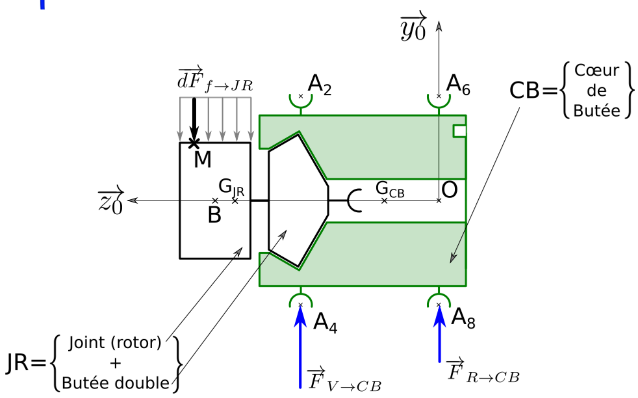
Corrigé voir ??.

0.8.7 Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 73 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\,\overrightarrow{z_0} + R_J\,\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\,\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathcal{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\,\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\,\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\,\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $\left(y_0, \overrightarrow{z_0}\right)$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $\left(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$) : $\{\mathcal{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega\,\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathcal{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ v(t)\,\overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble S= { JR + CB} afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

On considérera l'expression suivante pour le torseur dynamique de S par rapport à 0 : $\{\mathcal{D}(S/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} M\,\dot{v}\,\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$ où $M = 140\,\text{kg}$.

Question 2 *Exprimer le torseur $\{T_{V\to CB}\}$ (actionneurs 2 et 4 sur CB) au point A_4 en fonction de FV et le torseur $\{T_{R\to CB}\}$ (actionneurs 6 et 8 sur CB) au point A_8 en fonction de F_R.*

Question 3 *En expliquant clairement chaque étape de la démarche utilisée, montrer que :*

$$\left\{ \begin{array}{l} F_V = M\dfrac{z_G}{z_4}\,\dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \dfrac{z_B}{z_4} \\ F_R = M\left(1 - \dfrac{z_G}{z_4}\right)\dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \left(1 - \dfrac{z_B}{z_4}\right) \end{array} \right.$$

Question 4 *En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer les acctionneurs les plus sollicités par le mouvement en phase : actionneurs du plan avant (2 et 4) ou du plan arrière (6 et 8).*

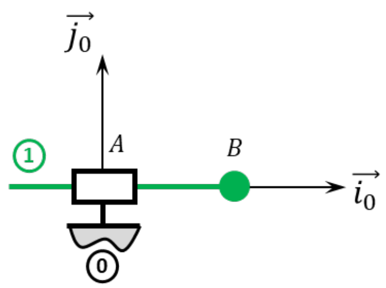
Corrigé voir ??.

Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus

Exercice 74 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG} = \ell\,\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{i_0}$. Un vérin positionné entre **1** et **0** permet d'actionner la pièce **1**. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



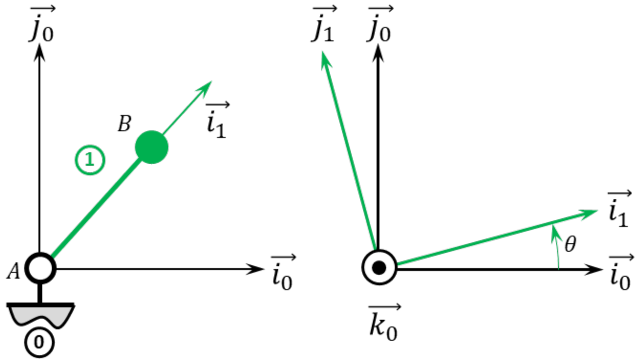
Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **1** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 75 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m\,\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide **1** et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **1** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Corrigé voir **??**.

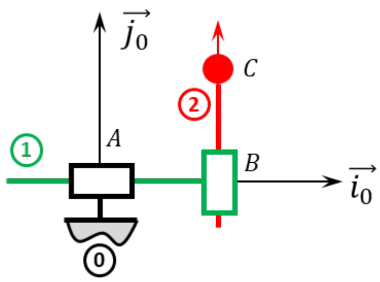
Exercice 76 – Mouvement TT – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$; $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{j_0}$ puis le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

Corrigé voir **??**.

Exercice 77 – Mouvement RR ⋆

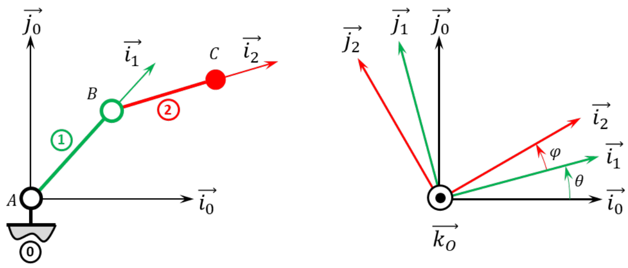
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir **??**.

Exercice 78 – Mouvement RT ⋆

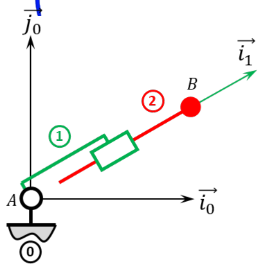
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

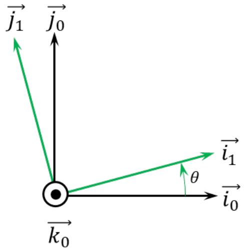
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

Exercice 79 – Mouvement RT ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$. De plus :

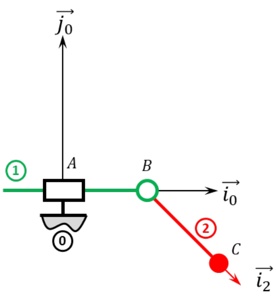
- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

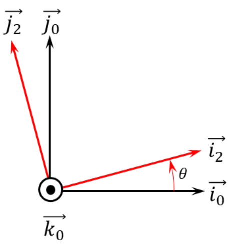
Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.

Par ailleurs,

$\overrightarrow{\delta(B, 2/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$ et $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$





L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Question 2 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

Indications :
1. $C_m - m_2 g R\cos\theta(t) = C_1\ddot{\theta} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t) + R\ddot{\theta}\right)$;
2. $F_{\text{ver}} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Corrigé voir ??.

Exercice 80 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

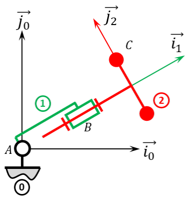
B2-14

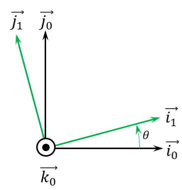
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

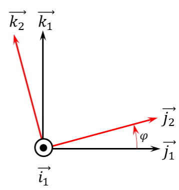
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.







Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

Exercice 81 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

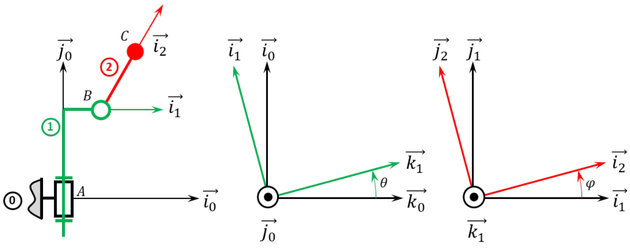
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Résoudre

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{j_0}$*

Corrigé voir ??.

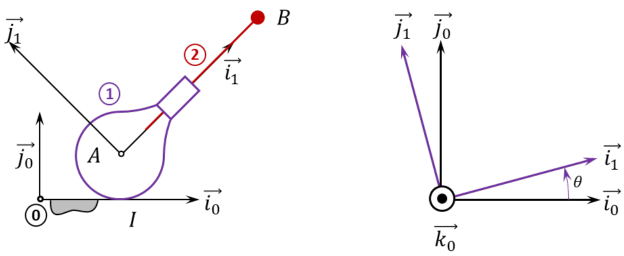
Exercice 82 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R=15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=-\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2=B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points A et B.



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Corrigé voir ??.

Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC

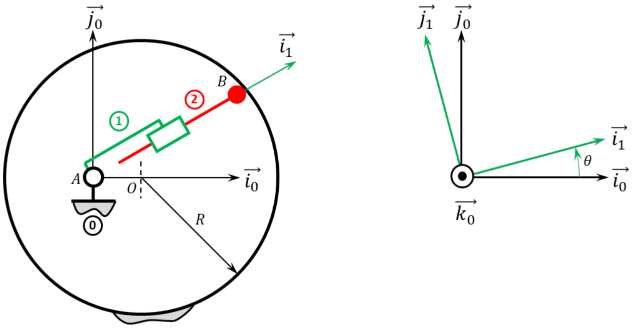
Exercice 83 – Pompe à palettes ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO}=e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e=10\,\text{mm}$ et $R=20\,\text{mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe). De plus, on note :

- $G_1=A$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{BG_2}=-\ell\,\overrightarrow{i_1}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h\,\overrightarrow{i_1}$ l'action du fluide sur **2** (le fluide agissant sur les solides **1** et **2**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice ??.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.*

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir ??.

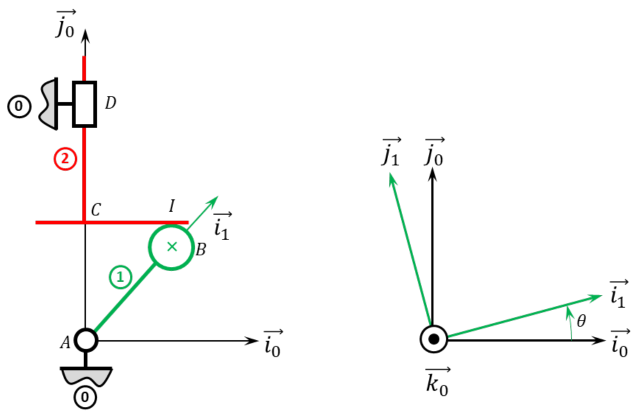
Exercice 84 – Pompe à pistons radiaux ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI}=R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AC}=\lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e=10\,\text{mm}$ et $R=20\,\text{mm}$. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**. De plus, on note :

- $G_1 = B$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2} = \ell \overrightarrow{j_0}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h \overrightarrow{j_0}$ l'action du fluide sur **2** (le fluide agissant sur les solides **1** et **2**) et $F_r \overrightarrow{j_0}$ l'action du ressort sur **2** (un ressort étant positionné entre les solides **0** et **2** afin d'assurer le maintien du contact entre 1 et 2 en I). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir ??.

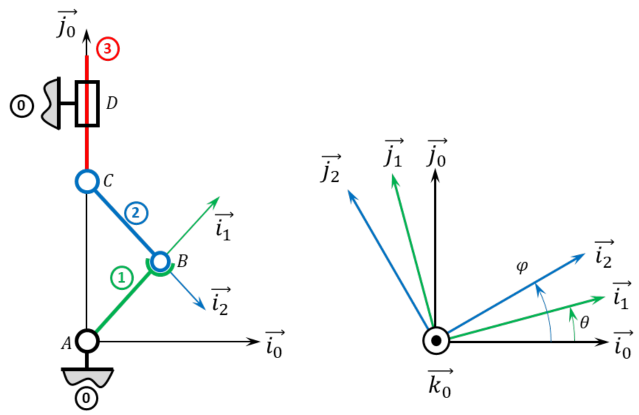
Exercice 85 – Système bielle manivelle ★★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$, $\overrightarrow{CB} = L\overrightarrow{i_2}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\overrightarrow{j_0}$. De plus, on note :

- $G_1 = A$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2} = \dfrac{L}{2}\overrightarrow{i_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie ;
- G_3 le centre d'inertie du solide **3** tel que $\overrightarrow{CG_3} = L_3\overrightarrow{j_0}$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(2) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h \overrightarrow{j_0}$ l'action du fluide sur **3**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathcal{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir ??.

Exercice 86 – Pompe oscillante ★

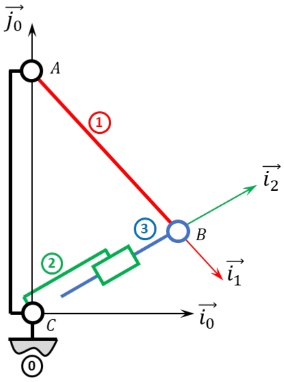
C2-09

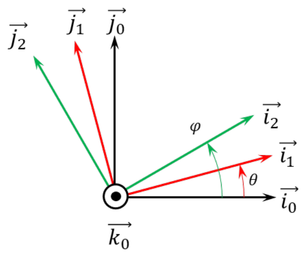
Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H\overrightarrow{j_0}$. De plus, $R = 10\,\text{mm}$ et $H = 60\,\text{mm}$. Par ailleurs, on note $\overrightarrow{CB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_2}$. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{R}{2}\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie;
- G_3 le centre d'inertie du solide **3** tel que $\overrightarrow{BG_3} = -a\,\overrightarrow{i_2}$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(2) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **2**, $F_h\,\overrightarrow{i_2}$ l'action du fluide sur **3** (le fluide agissant sur les solides **2** et **3**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice ??.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathcal{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir ??.

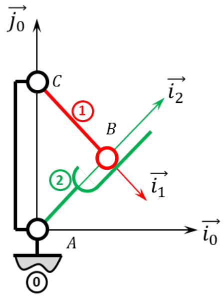
Exercice 87 – Barrière Sympact ⋆

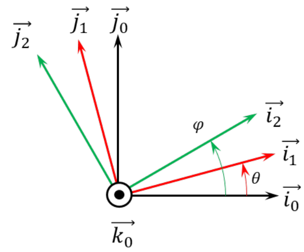
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120$ mm et $R = 40$ mm. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{CG_1} = \dfrac{R}{2}\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{G_2} = a\,\overrightarrow{i_2} + b\,\overrightarrow{j_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1** et $C_r\,\overrightarrow{k_0}$ le couple exercé par un ressort de torsion agissant sur les solides **0** et **2**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice ??.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir ??.

Exercice 88 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

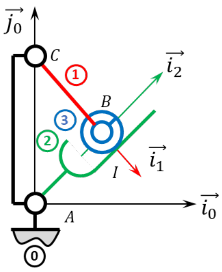
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

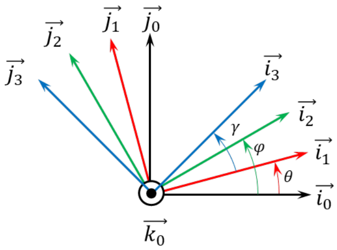
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120$ mm et $R = 40$ mm. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{CG_1} = \dfrac{R}{2}\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;

- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{G_2} = a\,\overrightarrow{i_2} + b\,\overrightarrow{j_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie;
- $G_3 = B$ le centre d'inertie du solide **3**, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1** et $C_r\,\overrightarrow{k_0}$ le couple exercé par un ressort de torsion agissant sur les solides **0** et **2**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 89 – Poussoir ⋆

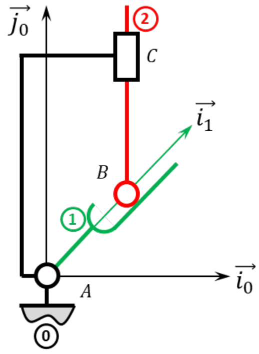
C2-09

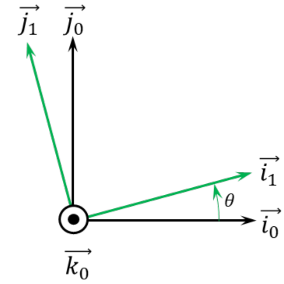
Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = L\,\overrightarrow{i_0} + H\,\overrightarrow{j_0}$, $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $H = 120$ mm, $L = 40$ mm. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = R\,\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2} = -\ell\,b\,\overrightarrow{j_0}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1** et $F_h\,\overrightarrow{j_0}$ l'action d'un fluide sur le solide 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 90 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a\,\overrightarrow{x_1} - f\,\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355$ mm et $f = 13$ mm;
- $\overrightarrow{AB} = b\,\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280$ mm;
- $\overrightarrow{BC} = -c\,\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280$ mm;
- $\overrightarrow{OC} = -d\,\overrightarrow{x_0} - e\,\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5$ mm et $e = 160$ mm.

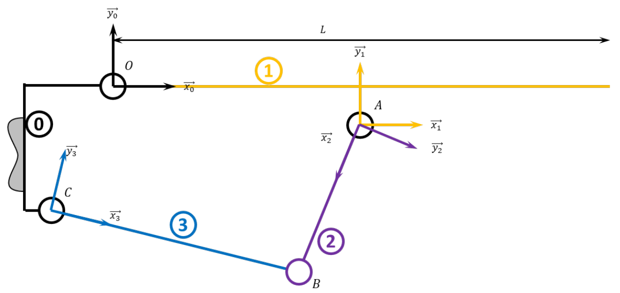
De plus, on note :

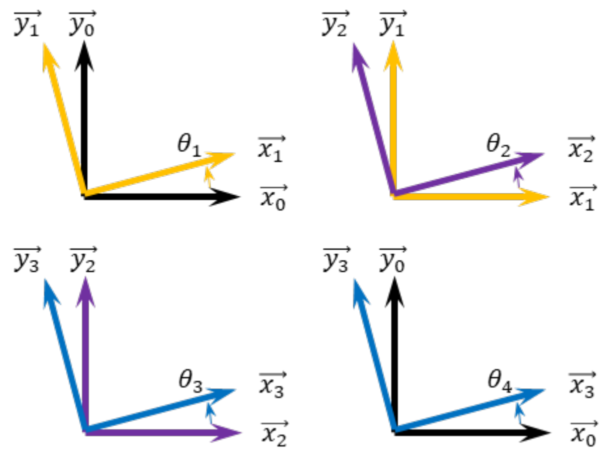
- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{OG_1} = L\,\overrightarrow{x_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{AG_2} = \dfrac{b}{2}\,\overrightarrow{x_2}$,

m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie ;

- G_3 le centre d'inertie du solide **3** tel que $\overrightarrow{CG_3} = \dfrac{c}{2}\overrightarrow{x_3}$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{z_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice ??.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

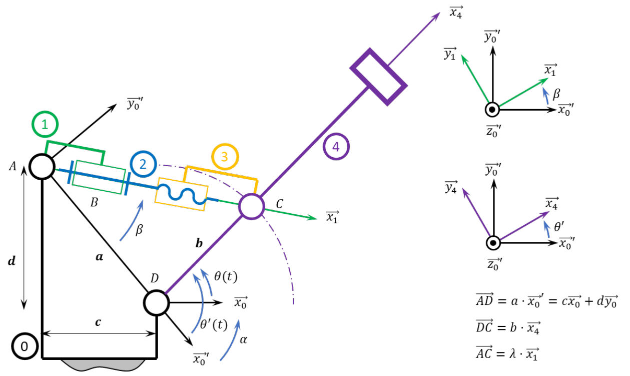
Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir ??.

Exercice 91 – Maxpid ★★★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1$ mm, $b = 80$ mm, $c = 70$ mm, $d = 80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm. De plus, on note :

- $G_1 = B$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = L\overrightarrow{x_1}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie ;
- $G_3 = C$ le centre d'inertie du solide **3**, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_3}$ sa matrice d'inertie ;
- G_4 le centre d'inertie du solide **4** tel que $\overrightarrow{DG_4} = L_4\overrightarrow{x_4}$, m_4 sa masse et $I_{G_4}(4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_4}$ sa matrice d'inertie ;.

On note $C_m\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{y_0}$. On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice ??.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3+4**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3+4**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3+4/0)$.

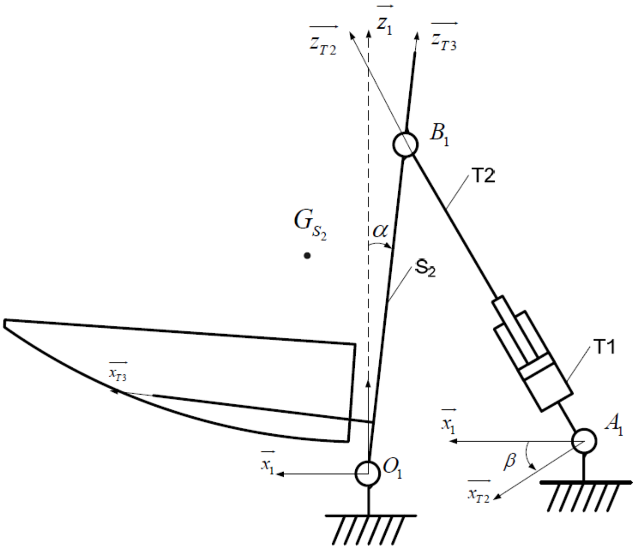
Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir ??.

Exercice 92 – Chariot élévateur de bateaux ★★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir un modèle dynamique du mécanisme de basculement à partir de la modélisation plane proposée sur la figure suivante.



Les solides pris en compte pour l'étude sont :

- l'ensemble S_2={ T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, B} en liaison pivot d'axe $\left(O_1, \overrightarrow{y_0}\right)$ par rapport au chariot 1 de centre de gravité G_{S_2}. Le moment d'inertie de l'ensemble S_2 par rapport à l'axe sera $\left(G_{S_2}, \overrightarrow{y_1}\right)$ noté J_{S2} et sa masse m_{S2}. La liaison pivot entre l'ensemble S_2 et le chariot génère un couple résistant $\overrightarrow{C_\mu} = -\mu\dot{\alpha}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{O_1 O_{G_{S2}}} = x_{G_{S2}}\overrightarrow{x_{T3}} + z_{G_{S2}}\overrightarrow{z_{T3}}$;
- un vérin équivalent $V = \{T1, T2\}$ dont la tige est en liaison pivot d'axe $\left(A_1, \overrightarrow{y_0}\right)$ par rapport au chariot 1 et le corps en liaison pivot d'axe $\left(B_1, \overrightarrow{y_0}\right)$ par rapport à l'ensemble S_2. La masse et l'inertie du vérin sont négligées. Le vérin développe un effort au cours du mouvement qui sera noté $\overrightarrow{F_V} = p(t)S\overrightarrow{z_{T2}}$ où $p(t)$ est la différence de pression entre les deux chambres du vérin.

On pose $\overrightarrow{A_1 B_1} = (\lambda_0 + \lambda)\overrightarrow{z_{T2}}$. Le paramétrage est tel que si $\alpha = 0$ alors $\lambda = 0$.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle α est petit, montrer que $\alpha(t)$ et $p(t)$ sont liés par l'équation différentielle suivante :* $J_{eq}\ddot{\alpha}(t) + \mu\dot{\alpha}(t) = \dfrac{Sp(t)}{k} + m_{S_2} g\, x_{G_{S_2}}$. *Exprimer J_{eq}.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 93 – Banc Balafre★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Objectif L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 2.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à 7000 tr min^{-1} est estimé à $C_{res} = 100\,\text{N}\,m$.
- 2.02 – loi de commande La vitesse cible maximale $N_C^{max} = 7000\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ doit être atteinte en moins de $T_{acc} = 5\,\text{s}$.
- 2.03 – Risque de décrochage : le couple maximal demandé au moteur en fonctionnement doit rester inférieur à $C_u^{max}/s = 570\,\text{Nm}$ où $C_u^{max} = 740\,\text{Nm}$ et $s = 1,3$ est un coefficient de sécurité.

Sans cette partie, nous allons vérifier que le moteur modélisé dans la partie précédente permet de répondre à l'exigence 2.02 concernant la loi de commande. Nous allons également mettre en évidence la nécessité de réaliser un asservissement de la vitesse du moteur.

Données et hypothèses :

- pendant toute la phase de mise en rotation de la ligne d'arbre, on considérera pour simplifier l'étude, que le couple résistant sur le joint(rotor) est constant et égal à C_{res} ;
- le moteur étant commandé à U_S/f constant, on considérera que le couple moteur (noté C_m) est constant pendant la phase d'accélération ;
- le rendement de la liaison pivot réalisée par le palier hydrostatique (double butée) est $\eta_b = 0,95$;
- le rendement de la liaison pivot réalisée par les roulements à billes est $\eta_b = 0,9$;
- le moment d'inertie du rotor moteur est $J_{mot} = 1,15\,\text{kg}\text{m}^2$;
- le moment d'inertie de l'accouplement à l'arbre moteur est négligé ;
- plusieurs solutions technologiques (différentes formes internes et différents matériaux) seront testées pour la nouvelle géométrie de joint. Le moment d'inertie maximal du joint (rotor) selon l'axe de rotation est $J_{joint} = 0,92\,\text{kg}\,\text{m}^2$;
- le moment d'inertie de l'ensemble bda={ butée double + arbre + fusible mécanique} selon l'axe de rotation est $J_{bda} = 0,092\,\text{kg}\,\text{m}^2$.

On considère l'ensemble de la ligne d'arbre (voir figure **??**) $\Sigma = \{$arbre moteur + accouplement + fusible mécanique + tube fle

On notera Ω la vitesse de rotation $\Omega(\Sigma/0)$ de la ligne d'arbre par rapport au bâti 0, et J_Σ le moment d'inertie de Σ par rapport à l'axe de rotation du moteur.

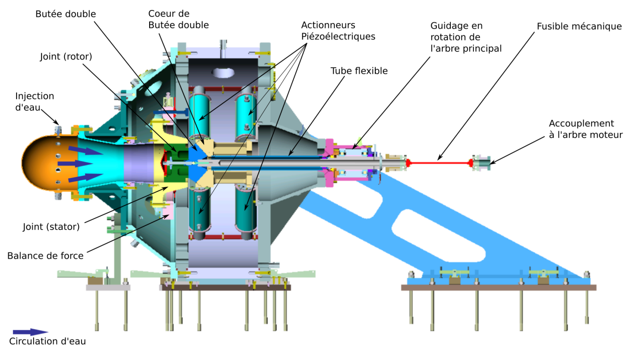


FIGURE 8 – Représentation en coupe du banc BALAFRE

Résoudre

Question 1 *Exprimer le moment d'inertie J_Σ en fonction des données fournies et calculer sa valeur numérique.*

Question 2 *Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au bâti (noté 0) du banc (fixé au sol).*

Question 3 *Exprimer la puissance des actions mécaniques extérieures sur Σ dans le mouvement de Σ par rapport à 0.*

Question 4 *Exprimer la puissance perdue P_{pertes} dans les roulements à billes et dans la butée hydrostatique.*

Question 5 *Exprimer le théorème de l'énergie cinétique appliqué au mouvement de Σ par rapport à 0. En déduire l'expression de $\dfrac{d\Omega}{dt}$ en fonction de C_m, C_{res}, η_r, η_r et J_Σ.*

Question 6 *En explicitant clairement les hypothèses utilisées, expliquer pourquoi l'accélération peut être considérée constante pendant la mise en mouvement de la ligne d'arbre.*

Question 7 *Déterminer la valeur minimale d'accélération α_{min} compatible avec le tableau des exigences 2.*

Question 8 *En déduire la valeur de couple moteur nécessaire pendant cette phase d'accélération.*

En cas de perturbation de vitesse sur la ligne d'arbre pendant la phase d'accélération, il peut se produire un phénomène instable au niveau du film liquide à l'intérieur du joint testé. Ceci peut se traduire par une perturbation de couple pouvant aller jusqu'à une valeur $C_p = 100\,\text{Nm}$.

Question 9 *Déterminer alors la valeur de C_m pour le scénario le plus défavorable.*

Corrigé voir **??**.

0.9 C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique

0.10 C1 – Proposer une démarche de résolution

0.10.1 C1-05 – Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS

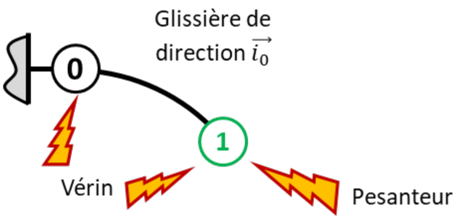
Exercice 94 – Mouvement T – ⋆

B2-14

B2-15

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*



Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

$$\{\mathscr{F}(0\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{01}\,\overrightarrow{j_1} + Z_{01}\,\overrightarrow{k_1} \\ L_{01}\,\overrightarrow{i_1} + M_{01}\,\overrightarrow{j_1} + N_{01}\,\overrightarrow{k_1} \end{array} \right\}_A$$

$$\{\mathscr{F}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g\,\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$$

$$\{\mathscr{F}(\text{ver}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_v\,\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$$

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

$$\{\mathscr{F}(0\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{01}\,\overrightarrow{j_1} \\ N_{01}\,\overrightarrow{k_1} \end{array} \right\}_A, \{\mathscr{F}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g\,\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G, \{\mathscr{F}(\text{ver}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_v\,\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G.$$

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir **1** en équilibre.*

Mouvement de translation. On isole **1** et on applique le théorème de la résultante statique en projection suivant $\overrightarrow{i_0}$.

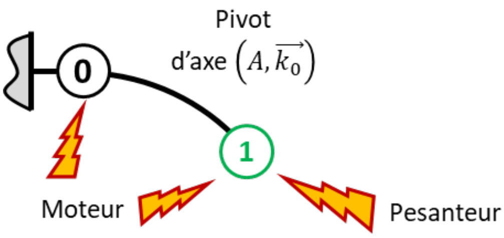
Exercice 95 – Mouvement R ⋆

B2-14

B2-15

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*



Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

$$\{\mathscr{F}(0\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{01}\,\overrightarrow{i_1} + Y_{01}\,\overrightarrow{j_1} + Z_{01}\,\overrightarrow{k_1} \\ L_{01}\,\overrightarrow{i_1} + M_{01}\,\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_A, \{\mathscr{F}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g\,\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B, \{\mathscr{F}(\text{Mot}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\,\overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_A.$$

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

$$\{\mathscr{F}(0\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{01}\,\overrightarrow{i_1} + Y_{01}\,\overrightarrow{j_1} \\ M_{01}\,\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_A, \{\mathscr{F}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g\,\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B, \{\mathscr{F}(\text{Mot}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\,\overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_A.$$

Résoudre

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir **1** en équilibre.*

On isole 1 et on réalise un théorème du moment statique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Exercice 96 – Mouvement TT – ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 97 – Mouvement RR ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 98 – Mouvement RT ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 99 – Mouvement RT ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 100 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 101 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 102 – Barrière Sympact ⋆⋆

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On néglige la pesanteur sur la pièce **1**.

On note $\{\mathscr{T}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique du moteur sur la pièce **1**.

On note $\{\mathscr{T}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_r \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce **2**. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de 45 Nm pour un angle de rotation 100°. On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ($\varphi_o = \dfrac{\pi}{2}$). Il est au maximum lorsque $\varphi_f = 0$.

On note $\{\mathscr{T}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -Mg\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{\forall G}$ avec $\overrightarrow{AG} = L\overrightarrow{i_2}$.

Question 1 *Réaliser un graphe d'analyse.*

Question 2 *Expliciter C_r en fonction des différents constantes (k, φ_o, φ_f) et celles qui vous sembleraient utile.*

Question 3 *Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.*

Exercice 103 – Suspension automobile ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Peut-on résoudre complètement le système ? Pourquoi ?*

Exercice 104 – Pèse camion ⋆⋆

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.*

Résoudre

Question 2 *Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de F en fonction de M.*

0.10.2 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD

Exercice 105 – Mouvement T – ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Exercice 106 – Mouvement R ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Exercice 107 – Mouvement TT – ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Exercice 108 – Mouvement RR ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Exercice 109 – Mouvement RT ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

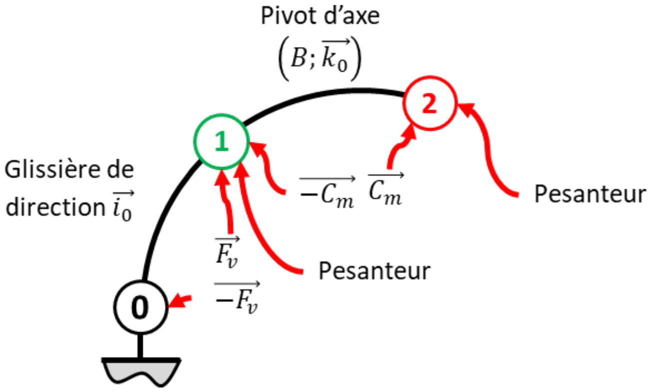
Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Exercice 110 – Mouvement RT ⋆

B2-14

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

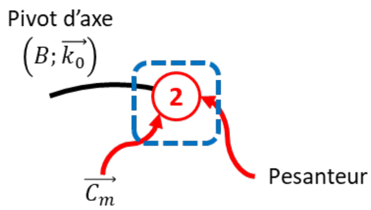


Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Ce mécanisme présente deux degrés de liberté indépendants : $\lambda(t)$ et $\theta(t)$. Il est donc nécessaire d'écrire, dans le meilleur des cas, deux équations :

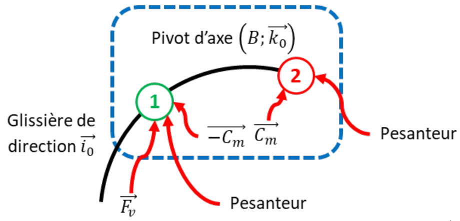
- une équation traduisant la mobilité de 2 par rapport à 1, soit TMD appliqué à 2 en B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$;
- une équation traduisant la mobilité de 2+1 par rapport à 0, soit TRD appliqué à 1+2 en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.

- **On isole 2.**



  - **BAME :**
    - actions de la liaison pivot $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}$;
    - action du moteur $\{\mathscr{T}(\text{mot}\rightarrow 2)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$.
- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_{\text{mot}}+\overrightarrow{\mathscr{M}(B,\text{pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{\delta(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.
- **Calcul de la composante dynamique :** considérons le cas où la matrice d'inertie est donnée en C. On a donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$. De plus, $\overrightarrow{\delta(B,2/0)}=\overrightarrow{\delta(C,2/0)}+\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)}$ et $\overrightarrow{R_d(2/0)}=m_2\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

- **On isole 1+2.**



  - **BAME :**
    - actions de la liaison glissière $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$;
    - action du vérin $\{\mathscr{T}(\text{ver}\rightarrow 1)\}$;.
- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R(\text{ver}\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{i_0}=\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$.
- **Calcul de la composante dynamique :** $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}=\overrightarrow{R_d(1/0)}+\overrightarrow{R_d(2/0)}=m_1\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)}+m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)}$.

Exercice 111 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 112 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de* **1** *et de* **2** *par rapport à* $\mathcal{R}_0$.

Exercice 113 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de* **1** *et de* **2** *par rapport à* $\mathcal{R}_0$.

0.11 C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

0.11.1 Déterminer la réponse fréquentielle

Exercice 114 – Ecart⋆

C2-02 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :* $F_1(p) = \dfrac{15}{1+10p}$.

Question 2 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :* $F_2(p) = \dfrac{10}{(1+10p)(10+p)}$.

Question 3 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :* $F_3(p) = \dfrac{40}{p(1+300p)}$.

Exercice 115 – Ecart⋆

C2-02 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :* $F_1(p) = \dfrac{200}{p(1+20p+100p^2)}$.

0.11.2 C2-03 – Déterminer les performances d'un système asservi

Exercice 116 – Valeur finale⋆

C2-03

Question 1 *Déterminer la valeur finale de $s(t)$ lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude E_0.*

On a $H(p) = \dfrac{\dfrac{K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}}{1+\dfrac{CK}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}} = \dfrac{K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+CK}$. En conséquence, $S(p) = E(p)\dfrac{K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+CK}$.

$s_\infty = \lim\limits_{t\to+\infty} s(t) = \lim\limits_{p\to 0} pS(p) = \lim\limits_{p\to 0} pE(p)H(p)$. Dans le cas où $E(p)$ est un échelon, on a $E(p) = \dfrac{E_0}{p}$ et donc $s_\infty = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{E_0}{p}\dfrac{K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+CK} = \dfrac{E_0}{C}$.

Question 2 *En déduire la valeur de l'erreur statique.*

L'erreur statique est donnée par $\lim\limits_{t\to+\infty}(e(t)-s(t)) = E_0 - \dfrac{E_0}{C}$.

Question 3 *Déterminer la valeur finale de $s(t)$ lorsque l'entrée est une rampe de pente k.*

On a maintenant $E(p) = \dfrac{k}{p^2}$. On a donc et donc $s_\infty = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{k}{p^2}\dfrac{K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+CK}$ et $s_\infty = \infty$.

Question 4 *En déduire la valeur de l'erreur de traînage.*

$$\varepsilon_v = \lim_{t\to+\infty}(e(t)-s(t)) = \lim_{p\to 0} p\left(\frac{k}{p^2} - \frac{k}{p^2}\frac{K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+CK}\right)$$

$$= \lim_{p\to 0}\frac{k}{p}\left(1-\frac{K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+CK}\right) = \lim_{p\to 0}\frac{k}{p}\frac{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+CK-K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+CK} = +\infty$$

Question 5 *Qu'en est-il si $C=1$?.*

$$\varepsilon_v = \lim_{p\to 0} \frac{k}{p}\frac{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+CK-K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+CK} = \lim_{p\to 0} \frac{k}{p}\frac{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+K} = \lim_{p\to 0} k\frac{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)+K} = \frac{k}{K}.$$

Exercice 117 – Ecart⋆

C2-03 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $E(p)$ et $P(p)$.*

Question 2 *Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est un échelon d'amplitude E_0 et $P(p)$ est un échelon d'amplitude P_0.*

Question 3 *Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est un échelon d'amplitude E_0 et $P(p)$ est une rampe de pente P_0.*

Question 4 *Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est une rampe de pente E_0 et $P(p)$ est un échelon d'amplitude P_0.*

Question 5 *Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est une rampe de pente E_0 et $P(p)$est une rampe de pente P_0.*

0.11.2.1 Stabilité des systèmes

Exercice 118 – Palettisation – Stabilité⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

On montre que la fonction de transfert du réducteur est $R(p)=\dfrac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)}=\dfrac{1}{Np}$, que $k_a=\dfrac{\pi}{180}k_r$ et que la FTBO est donnée par $T(p)=\dfrac{k_{BO}}{p(1+\tau_m p)}$ $\left(k_{BO}=\dfrac{k_c k_m k_r}{N}\right)$.

On souhaite une marge de phase de 45°. **Question 1** *Déterminer la valeur de K_{BO} permettant de satisfaire cette condition.*

Question 2 *En déduire la valeur du gain K_c du correcteur.*

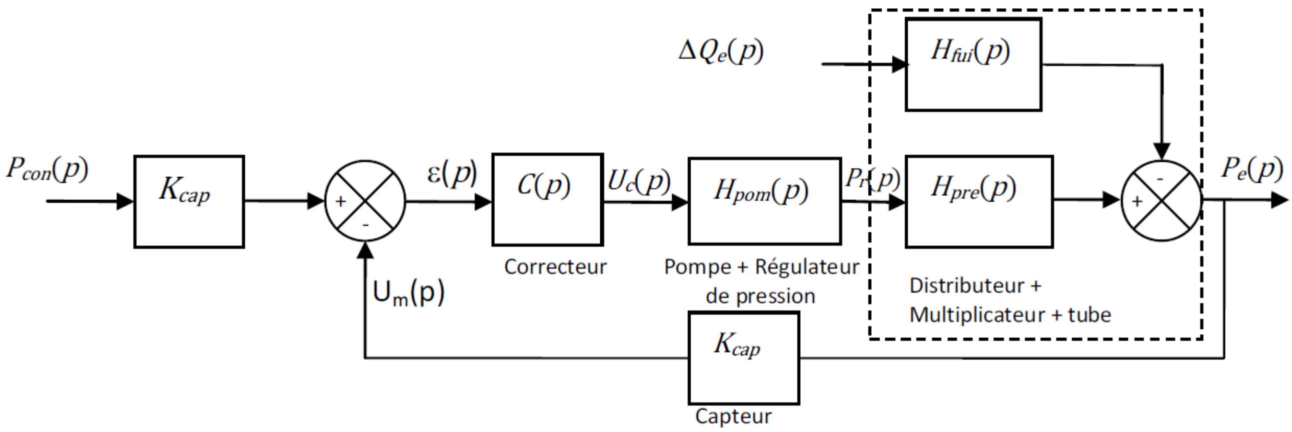
Question 3 *Déterminer l'écart de position.*

Exercice 119 – Banc hydraulique ⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{\text{con}}(p)$: pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)
$P_e(p)$: pression d'eau dans le tube (Pa)
$U_c(p)$: tension de commande du régulateur de pression (V)
$P_r(p)$: pression d'huile régulée (Pa)
$\Delta Q_e(p)$: débit de fuite (m^3s^{-1})
$U_m(p)$: tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- Ll'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes : $H_{\text{pre}}(p) = \dfrac{K_m}{1+T_1 p}$ et $H_{\text{fui}}(p) = \dfrac{K_f}{1+T_1 p}$ avec $K_m = 3,24$; $K_f = 2,55\times 10^{10}\,\text{Pa}\,\text{m}^{-3}\,\text{s}$; $T_1 = 10\,\text{s}$.
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert : $H_{\text{pom}}(p) = \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}$ avec $K_{\text{pom}} = 1,234\times 10^7\,\text{Pa/V}$; $T_2 = 5\,\text{s}$.
- Le capteur est modélisé par un gain pur : $K_{\text{cap}} = 2,5\times 10^{-8}\,\text{V/Pa}$.

La pression de consigne est de $P_{\text{con}} = 800\,\text{bars}$ et les débits de fuite sont estimés à $\Delta Q_e = 5\times 10^{-4}\,\text{m3/s}$.

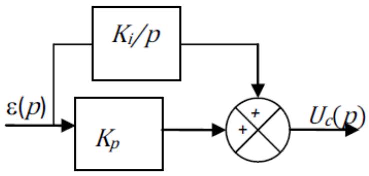
Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de 60° marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement te < 40 s
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{\text{con}} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{\text{pert}} < 40\,\text{bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_e\cdot\omega_{0\text{dB}} = 3$ où $\omega_{0\text{dB}}$ désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et t_e le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$, temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$, temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma bloc ci-dessous.



Question 1 *Déterminer la fonction de transfert $C(p)$ de ce correcteur.*

Question 2 *Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients K_i et K_p.*

Question 3 *Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité ? Justifier.*

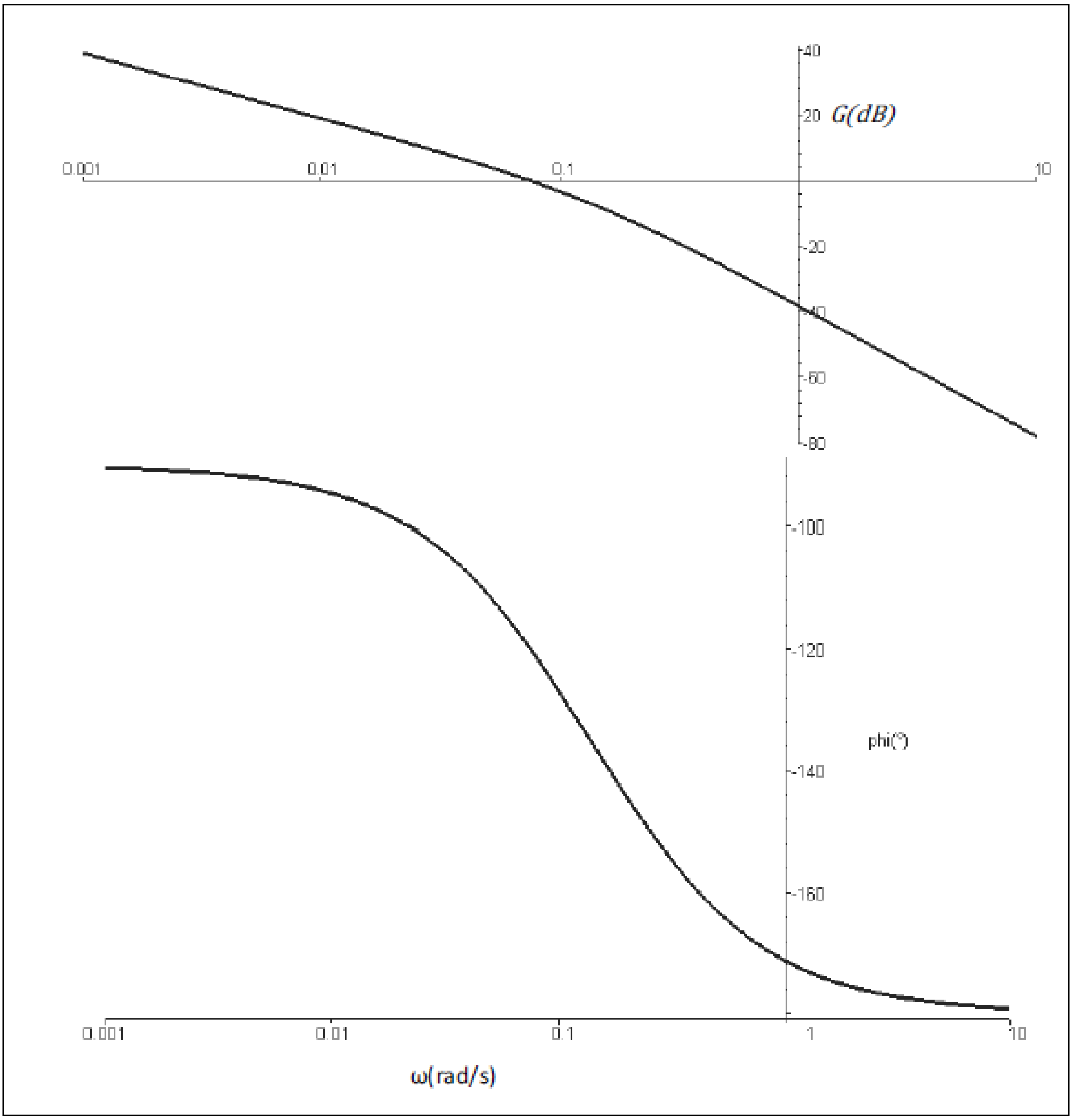
Question 4 *Quelle valeur faut-il donner à $\omega_{0\text{dB}}$ pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges ?*

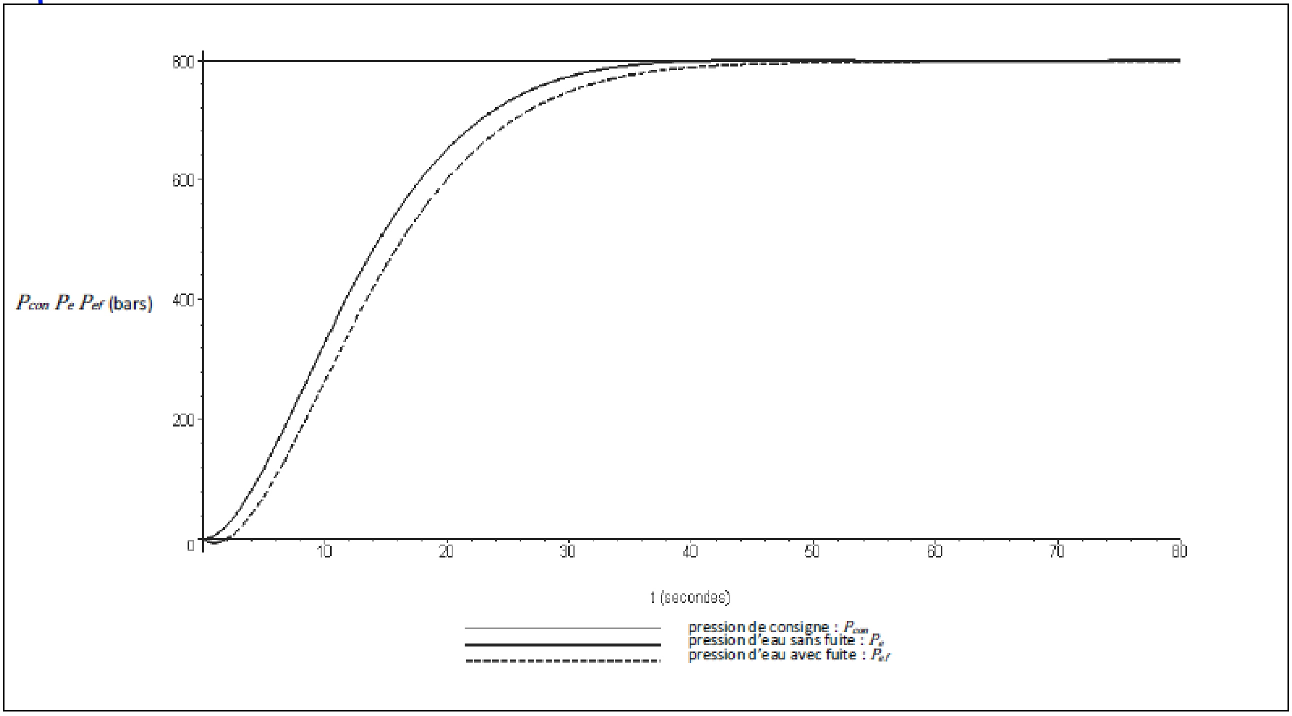
Question 5 *Déterminer alors le rapport $T = \dfrac{K_p}{K_i}$ pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.*

Question 6 *En déduire les valeurs de K_i et K_p qui permettent de régler rapidité et marge de phase.*

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment. On donne sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.

Question 7 *La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges ? Justifier.*





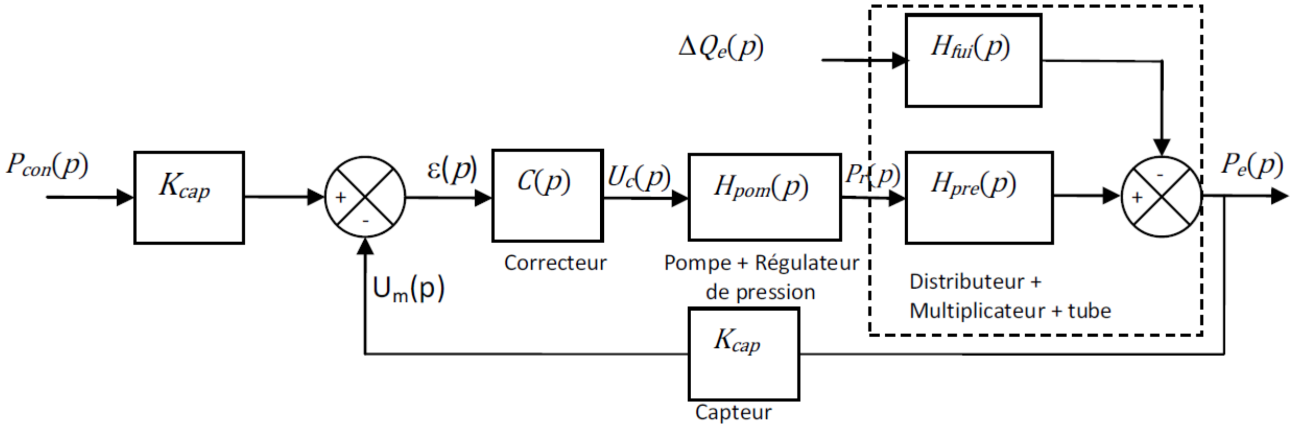
0.11.2.2 Précision des systèmes

Exercice 120 – Banc hydraulique ⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{\text{con}}(p)$:	pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)
$P_e(p)$:	pression d'eau dans le tube (Pa)
$U_c(p)$:	tension de commande du régulateur de pression (V)
$P_r(p)$:	pression d'huile régulée (Pa)
$\Delta Q_e(p)$:	débit de fuite (m^3s^{-1})
$U_m(p)$:	tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- Ll'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes : $H_{\text{pre}}(p) = \dfrac{K_m}{1+T_1 p}$ et $H_{\text{fui}}(p) = \dfrac{K_f}{1+T_1 p}$ avec $K_m = 3,24$; $K_f = 2,55 \times 10^{10}\,\text{Pa}\,\text{m}^{-3}\,\text{s}$; $T_1 = 10\,\text{s}$.
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert : $H_{\text{pom}}(p) = \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}$ avec $K_{\text{pom}} = 1,234 \times 10^7\,\text{Pa/V}$; $T_2 = 5\,\text{s}$.
- Le capteur est modélisé par un gain pur : $K_{\text{cap}} = 2,5 \times 10^{-8}\,\text{V/Pa}$.

La pression de consigne est de $P_{\text{con}} = 800$ bars et les débits de fuite sont estimés à $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4}$ m3/s.
Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de 60° marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement te < 40 s
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{\text{con}} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{\text{pert}} < 40$ bars
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_e \cdot \omega_{0\,\text{dB}} = 3$ où $\omega_{0\,\text{dB}}$ désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et t_e le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$, temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$, temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel : $C(p) = K_p$.

Question 1 *Déterminer, en fonction de K_p, ε_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.*

Question 2 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.*

Question 3 *Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p la fonction de transfert en régulation définie par : $H_{pert}(p) = \dfrac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$. En déduire, en fonction de K_p, ε_{pert} définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.*

Question 4 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{pert} à la valeur spécifiée au cahier des charges.*

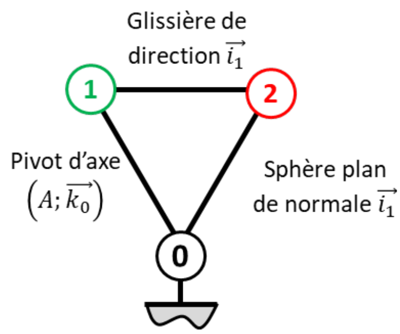
Question 5 *Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement. Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.*

0.11.3 C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 121 – Pompe à piston radial ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

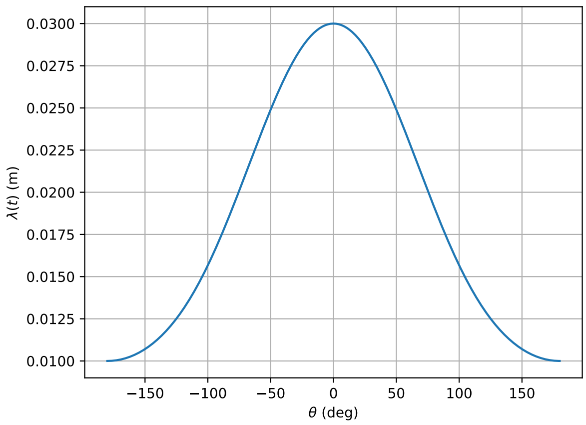
On a $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{0}$ soit $-e\,\overrightarrow{i_0} + \lambda\,\overrightarrow{i_1} - R\,\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow -e\,\overrightarrow{i_0} + \lambda(t)\cos\theta(t)\,\overrightarrow{i_0} + \lambda(t)\sin\theta(t)\,\overrightarrow{j_0} - R\cos\varphi(t)\,\overrightarrow{i_0} - R\sin\varphi(t)\,\overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$.

En projetant les expressions sur $\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{j_0}$, on a : $\left\{\begin{array}{l} -e + \lambda(t)\cos\theta(t) - R\cos\varphi(t) = 0 \\ \lambda(t)\sin\theta(t) - R\sin\varphi(t) = 0 \end{array}\right.$

On cherche à supprimer $\varphi(t)$; donc
$$\left\{\begin{array}{l} -e+\lambda(t)\cos\theta(t)=R\cos\varphi(t) \\ \lambda(t)\sin\theta(t)=R\sin\varphi(t) \end{array}\right. .$$

En élevant au carré les expressions et en sommant, on obtient $R^2=(-e+\lambda(t)\cos\theta(t))^2+\lambda(t)^2\sin^2\theta(t) \Rightarrow R^2=(-e+\lambda(t)\cos\theta(t))^2+\lambda(t)^2\sin^2\theta(t)$
$\Rightarrow R^2=e^2-2e\lambda(t)\cos\theta(t)+\lambda(t)^2$.
Résolution de l'équation : $\lambda(t)^2-2e\lambda(t)\cos\theta(t)+e^2-R^2=0$.
On a $\Delta=(-2e\cos\theta(t))^2-4\left(e^2-R^2\right)=4e^2\cos^2\theta(t)-4e^2+4R^2$.
On a donc
$$\lambda(t)=\dfrac{2e\cos\theta(t)\pm\sqrt{4e^2\cos^2\theta(t)-4e^2+4R^2}}{2}$$
$$=e\cos\theta(t)\pm\sqrt{e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2}$$

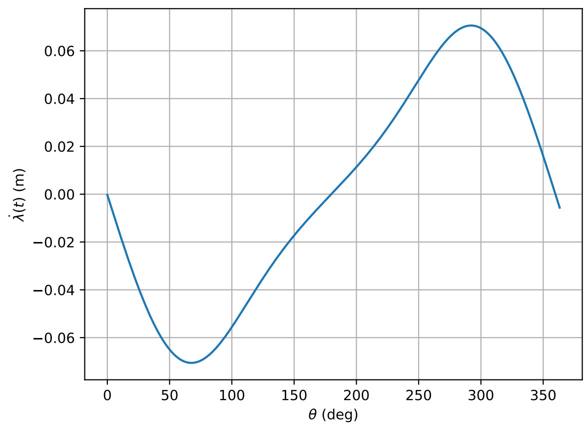
Question 3 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*
On garde la solution positive et obtient la courbe suivante.



Question 4 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

En dérivant l'expression précédente, on a $\dot{\lambda}_+(t)=-e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)+\dfrac{1}{2}\left(e^2\cos^2\theta(t)\right)'\left(e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2\right)^{-\frac{1}{2}}$
$$=-e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)-\dfrac{e^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2}}.$$

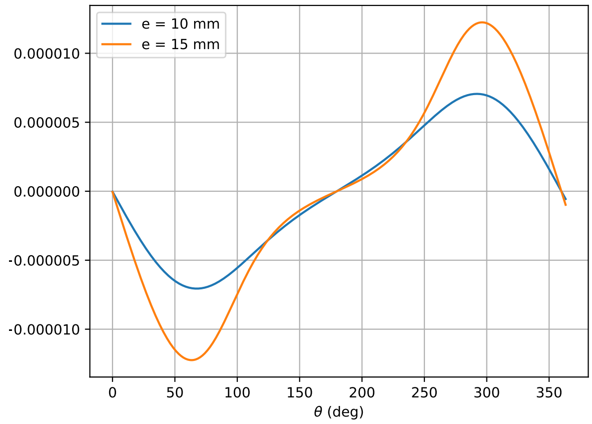
À revoir



Question 5 *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Le débit instantané de la pompe est donné par $q(t)=S\dot{\lambda}(t)$.

Question 6 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $e = 15\,\text{mm}$.*

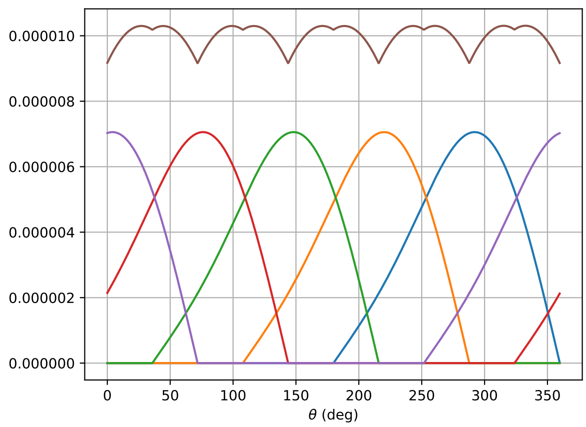


Question 7 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ pour une pompe à 5 pistons (5 branches **1+2**).*

```
def plot_debit5p():
    plt.cla()
    w = 2*m.pi # rad/s (1tr/s)
    les_t = np.linspace(0,6,6000)
    les_theta = w*les_t

    # Calcul de la vitesse instantanée des pistons.
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    les_lambdap = np.array(les_lambdap)

    S= 1e-4 # Surface en m2

    # 5 courbes de débit décalées d'un cinquième de tour
    les_q1 = S*les_lambdap
    les_q2 = S*les_lambdap[200:]
    les_q3 = S*les_lambdap[400:]
    les_q4 = S*les_lambdap[600:]
    les_q5 = S*les_lambdap[800:]

    # On conserve que les valeurs que sur un tour
    les_q1 = les_q1[:1000]
    les_q2 = les_q2[:1000]
    les_q3 = les_q3[:1000]
    les_q4 = les_q4[:1000]
    les_q5 = les_q5[:1000]
    plt.grid()

    les_t = les_t[:1000]
    les_theta = les_theta[:1000]

    plt.xlabel("$\\theta$ (deg)")
    plt.ylabel("Débit instantané $m^3s^{-1}$")

    # On conserve que les valeurs positives (débit)
    for i in range(len(les_q1)):
        if les_q1[i]<0:
            les_q1[i]=0
        if les_q2[i]<0:
            les_q2[i]=0
        if les_q3[i]<0:
```

Résoudre

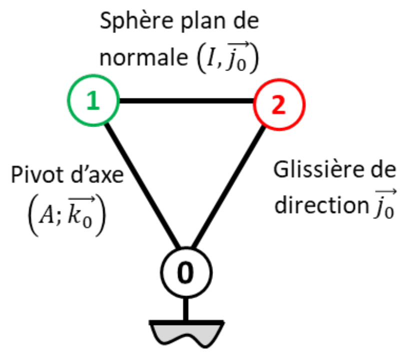
```
            les_q3[i]=0
        if les_q4[i]<0:
            les_q4[i]=0
        if les_q5[i]<0:
            les_q5[i]=0

    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q2)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q3)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q4)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q5)

    # Le débit instantané est la sommme des contributions
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1+les_q2+les_q3+les_q4+les_q5)
    #plt.show()
    #plt.savefig("10_05_c.pdf")
```



Exercice 122 – Pompe à piston axial ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

En écrivant la fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$.

On a donc, $e\,\overrightarrow{i_1}+R\,\overrightarrow{j_0}+\mu\,\overrightarrow{i_0}-\lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$. En projetant l'expression sur $\overrightarrow{j_0}$ (dans ce cas, l'expression suivant $\overrightarrow{i_0}$ n'est pas utile) : $e\sin\theta+R-\lambda(t)=0$.

On a donc, $\lambda(t)=e\sin\theta+R$.

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

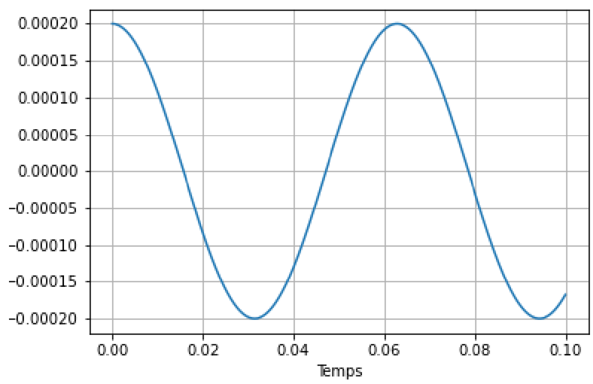
En dérivant l'expression précédente, on a $\dot{\lambda}(t)=e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.

Question 4 *On note S la section du piston **2**. Exprimer le débit instantané de la pompe.*

En notant $q(t)$ le débit instantané, $q(t) = eS\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.

Question 5 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour* $e = 10\,\text{mm}$ *et* $R = 10\,\text{mm}$ *ainsi que pour* $e = 20\,\text{mm}$ *et* $R = 5\,\text{mm}$. *La fréquence de rotation est* $\dot{\theta}(t) = 100\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$, *la section du piston est donnée par* $S = 1\,\text{cm}^2$.

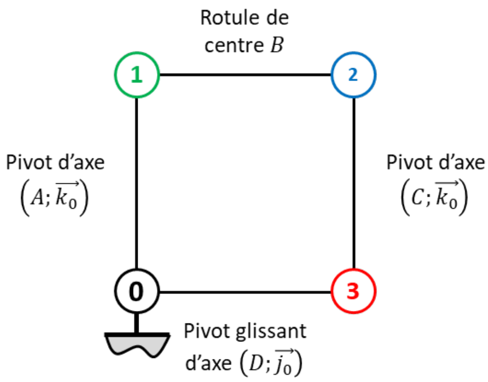
```
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""11_PompePistonAxial.py"""

__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.02 # m
e = 0.01 # m

def calc_lambda(theta):
    res= e*np.sin(theta)+R

    return res

def calc_lambdap(theta,w):

    res = e*w*np.cos(theta)
    return res

def plot_debit():
    plt.cla()
    w = 100 # rad/s
    les_t = np.linspace(0,0.1,1000)
    les_theta = w*les_t
    global e
    S = 1e-4
    e = 20e-3
    les_q = e*S*w*np.cos(les_theta)
    plt.plot(les_t,les_q)
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Débit (${m}^3s^{-1}$)")
    plt.grid()
    plt.savefig("11_02_c.png")
    plt.show()

plot_debit()
```



Exercice 123 – Système bielle manivelle ⋆⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

En réalisant une fermeture géométrique, on obtient $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow R\,\overrightarrow{i_1}-L\,\overrightarrow{i_2}-\lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$. On projette alors cette expression dans $\mathscr{R}_0$:
$$\left\{\begin{array}{l} R\cos\theta(t)-L\cos\varphi(t)=0 \\ R\sin\theta(t)-L\sin\varphi(t)-\lambda(t)=0 \end{array}\right. .$$
On cherche à éliminer $\varphi(t)$:
$$\left\{\begin{array}{l} R\cos\theta(t)=L\cos\varphi(t) \\ R\sin\theta(t)-\lambda(t)=L\sin\varphi(t) \end{array}\right. .$$
En élevant au carré, on a donc
$$\left\{\begin{array}{l} R^2\cos^2\theta(t)=L^2\cos^2\varphi(t) \\ \left(R\sin\theta(t)-\lambda(t)\right)^2=L^2\sin^2\varphi(t) \end{array}\right. .$$
En conséquence, $R^2\cos^2\theta(t)+\left(R\sin\theta(t)-\lambda(t)\right)^2=L^2$ et
$\left(R\sin\theta(t)-\lambda(t)\right)^2=L^2-R^2\cos^2\theta(t) \Rightarrow \lambda(t)=\pm\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}+R\sin\theta(t)$.

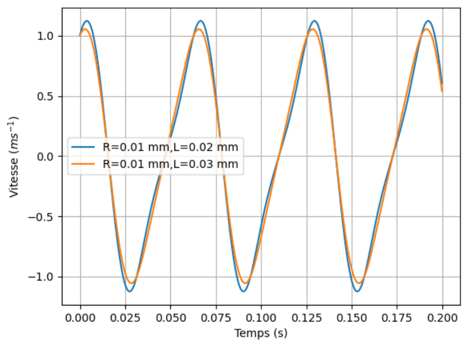
Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

$$\dot{\lambda}(t)=\pm\left(\frac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}}\right)+\dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$$

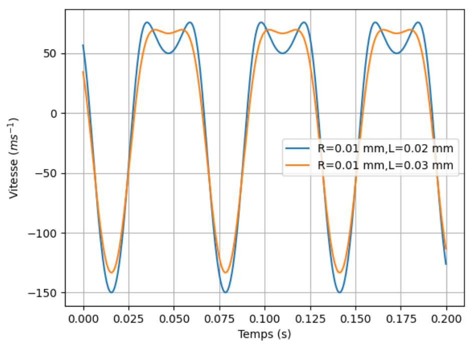
Question 4 *En utilisant Python, tracer la vitesse du piston en fonction du temps. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t)=100\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$, on prendra $R=10\,\mathrm{mm}$ et $L=20\,\mathrm{mm}$ puis $L=30\,\mathrm{mm}$.*

```python
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""12_BielleManivelle.py"""
__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.01 # m
L = 0.03 # m
w = 100
def calc_lambda(theta):
    #res = R*np.sin(theta)
    #print(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))
    #res = res + np.sqrt(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))
    res = np.sqrt(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))+R*np.sin(theta)
    return res
```

```python
def plot_lambda():
    les_theta=np.linspace(-2*np.pi,2*np.pi,1000)
    les_l = [calc_lambda(x) for x in les_theta]
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Vitesse ($\{m}s^{-1}$)")
    plt.plot(les_theta,les_l,label=str("R=")+str(R)+" mm,"+str("L=")+str(L)+" mm")
    plt.legend()
    plt.show()

plot_lambda()
```



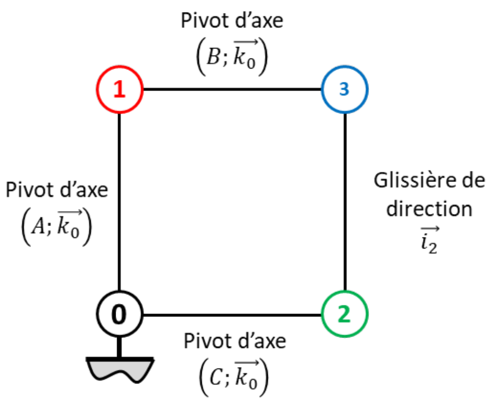
Question 5 *En utilisant Python, tracer l'accélération du piston en fonction du temps en utilisant les mêmes valeurs que dans la question précédente. On utilisera une dérivation numérique.*



Exercice 124 – Pompe oscillante ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

En réalisant une fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow R\,\overrightarrow{i_1}-\lambda(t)\,\overrightarrow{i_2}+H\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

En projetant cette expression dans le repère $\mathcal{R}_0$, on a $R\left(\cos\theta(t)\,\overrightarrow{i_0}+\sin\theta(t)\,\overrightarrow{j_0}\right)-\lambda(t)\left(\cos\varphi(t)\,\overrightarrow{i_0}+\sin\varphi(t)\,\overrightarrow{j_0}\right)+H\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

On obtient alors les équation scalaires suivantes : $\left\{\begin{array}{l} R\cos\theta(t)-\lambda(t)\cos\varphi(t)=0 \\ R\sin\theta(t)-\lambda(t)\sin\varphi(t)+H=0\end{array}\right.$.

On cherche à supprimer $\varphi(t)$, on va donc isoler la variable : $\left\{\begin{array}{l} \lambda(t)\cos\varphi(t)=R\cos\theta(t) \\ \lambda(t)\sin\varphi(t)=R\sin\theta(t)+H\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \lambda(t)^2\cos^2\varphi(t)=R^2\cos^2\theta(t) \\ \lambda(t)^2\sin^2\varphi(t)=(R\sin\theta(t)+F\end{array}\right.$

En sommant les expressions, on a : $\lambda(t)^2=R^2\cos^2\theta(t)+(R\sin\theta(t)+H)^2$.

Au final, $\lambda(t)^2=R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)$ et
$\lambda(t)=\pm\sqrt{R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)}$.

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

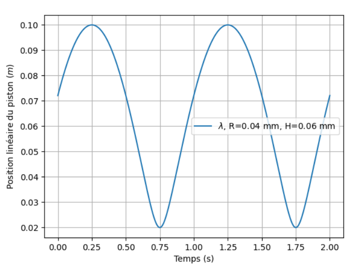
En dérivant l'expression obtenue à la question précédente, on obtient

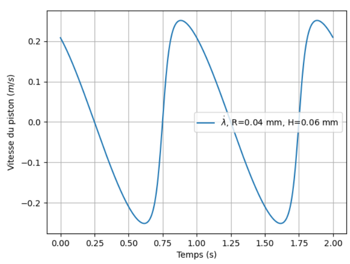
$$\dot{\lambda}(t)=\frac{1}{2}\left(-2HR\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\right)\left(R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

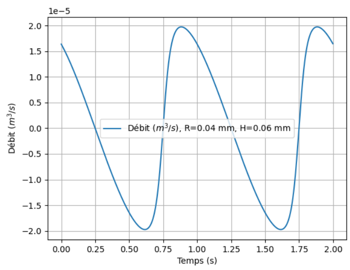
Question 4 *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

On note q le débit instantané de la pompe. On a $q(t)=S\dot{\lambda}(t)$ avec S la section du piston 3.

Question 5 *En utilisant Python, donner le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour un piston de diamètre $D=10$ mm.*








```python
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""13_TransfoMouvement.py"""

__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles@lamartin.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m

R = 0.04 # m
H = 0.06 # m
D = 10e-3 # 10 mm

w = 60 # tours /min
w = w*2*m.pi/60 # rad/s

def calc_lambda(theta):
    res = R*R+H*H+2*H*R*np.sin(theta)

    return np.sqrt(res)

def calc_lambdap(theta):
    res = -H*R*w*np.cos(theta)*np.power(R*R+H*H+2*H*R*np.sin(theta),-0.5)
    return np.sqrt(res)
```

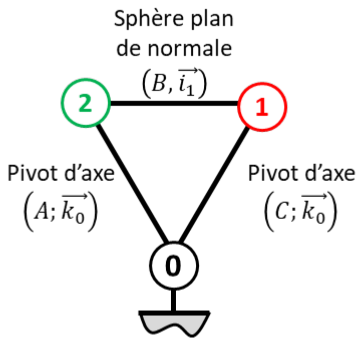
```python
def calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda):
    les_lambda_p = []
    for i in range(len(les_t)-1):
        les_lambda_p.append((les_lambda[i+1]-les_lambda[i])/(les_t[i+1]-les_t[i]))

    return les_lambda_p

def plot_lambda():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Position linéaire du piston ($m$)")
    plt.plot(les_t,les_lambda,label=str("$\\lambda$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.legend()
    plt.show()

def plot_lambdap():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Vitesse du piston ($m/s$)")
    #plt.plot(les_t,les_lambdap,label=str("$\dot{\\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")

    les_lambdap_bis = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    plt.plot(les_t[:-1],les_lambdap_bis,label=str("$\dot{\\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")

    plt.legend()
    plt.show()

def plot_debit():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Débit ($m^3/s$)")
    #plt.plot(les_t,les_lambdap,label=str("$\dot{\\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")

    les_lambdap_bis = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    for i in range(len(les_lambdap_bis)):
        les_lambdap_bis[i]=les_lambdap_bis[i]*np.pi*D*D/4

    plt.plot(les_t[:-1],les_lambdap_bis,label=str("Débit ($m^3/s$), R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")

    plt.legend()
    plt.show()

#plot_lambda()
#plot_lambdap()
plot_debit()
```

Exercice 125 – Barrière Sympact ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Résoudre



Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*
On a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$ soit $\lambda(t)\overrightarrow{i_2}-R\overrightarrow{i_1}-h\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

En exprimant l'équation vectorielle dans le repère $\mathscr{R}_0$, on a $\lambda(t)\left(\cos\varphi(t)\overrightarrow{i_0}+\sin\varphi(t)\overrightarrow{j_0}\right)-R\left(\cos\theta(t)\overrightarrow{i_0}+\sin\theta(t)\overrightarrow{j_0}\right)-h\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

On a alors $\left\{\begin{array}{l}\lambda(t)\cos\varphi(t)-R\cos\theta(t)=0\\ \lambda(t)\sin\varphi(t)-R\sin\theta(t)-h=0\end{array}\right.$

soit $\left\{\begin{array}{l}\lambda(t)\cos\varphi(t)=R\cos\theta(t)\\ \lambda(t)\sin\varphi(t)=R\sin\theta(t)+h\end{array}\right.$.

En faisant le rapport des équations, on a donc : $\tan\varphi(t)=\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}$ (pour $\theta(t)\neq\dfrac{\pi}{2}\,mod\,\pi$).

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*
On a : $\varphi(t)=\arctan\left(\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}\right)$.

Pour commencer, $(R\sin\theta(t)+h)'=R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ et $(R\cos\theta(t))'=-R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)$.

De plus, $\left(\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}\right)'$

$$=\frac{R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)R\cos\theta(t)+R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)(R\sin\theta(t)+h)}{R^2\cos^2\theta(t)}$$

$$=\frac{R^2\dot{\theta}(t)\cos^2\theta(t)+R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)(R\sin\theta(t)+h)}{R^2\cos^2\theta(t)}$$

$$=\frac{R\dot{\theta}(t)\cos^2\theta(t)+R\sin^2\theta(t)\dot{\theta}(t)+h\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}$$

$$=\dot{\theta}(t)\frac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}.$$

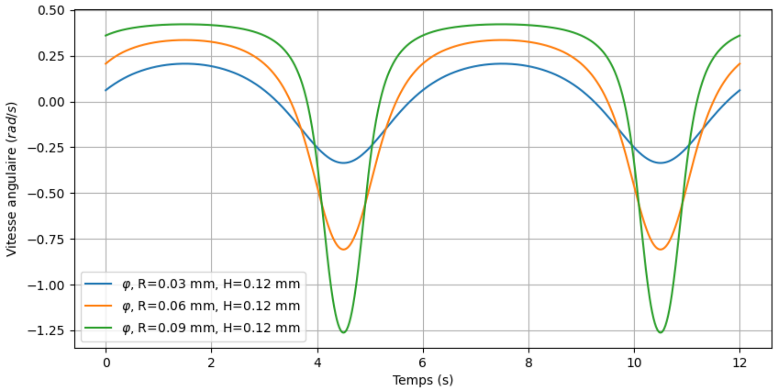
Au final,

$$\dot{\varphi}(t)=\frac{\dot{\theta}(t)\dfrac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}}{1+\left(\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}\right)^2}\quad\frac{\dot{\theta}(t)\dfrac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}}{1+\dfrac{(R\sin\theta(t)+h)^2}{R^2\cos^2\theta(t)}}.$$

$$\dot{\varphi}(t)=R^2\cos^2\theta(t)\frac{\dot{\theta}(t)\dfrac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}}{R^2\cos^2\theta(t)+\dfrac{(R\sin\theta(t)+h)^2}{R^2\cos^2\theta(t)}}=\frac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2\cos^2\theta(t)+(R\sin\theta(t)+h)^2}.$$

$$\dot{\varphi}(t)=\frac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2\cos^2\theta(t)+R^2\sin^2\theta(t)+h^2+2Rh\sin\theta(t)}=\frac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2+h^2+2Rh\sin\theta(t)}.$$

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*




```python
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""14_Sympact.py"""

__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.03 # m
H = 0.12 # m
w = 10 # tours /min
w = 10*2*m.pi/60 # rad/s

def calc_phi(theta):
    num = R*np.sin(theta)+H
    den = R*np.cos(theta)
    return np.arctan2(num,den)

def calc_phip(theta):
    num = R*w*(R+H*np.sin(theta))
    den = R*R+H*H+2*R*H*np.sin(theta)
    return np.arctan2(num,den)

def plot_phi():
    les_t = np.linspace(0,12,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_phi = calc_phi(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Position angulaire ($rad$)")
    #plt.plot(les_t,les_theta,label=str("$\\theta$, R=")+str(R)+" mm,"+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.plot(les_t,les_phi,label=str("$\\varphi$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.legend()
    plt.show()


def plot_phip():
    les_t = np.linspace(0,12,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_phip = calc_phip(les_theta)

    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Vitesse angulaire ($rad/s$)")
```

```
    #plt.plot(les_t,les_theta,label=str("$\\theta$, R=")+str(R)+" mm,"+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.plot(les_t,les_phip,label=str("$\\varphi$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.legend()
    plt.show()

for R in [0.03,0.06,0.09]:
    plot_phip()
```

Exercice 126 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Exercice 127 – Poussoir ⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\mu(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Exercice 128 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta_1(t)$ en fonction de $\theta_4(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Exercice 129 – Maxpid ⋆⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta(t)$ en fonction de $\lambda(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.*

Question 4 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$, vitesse de rotation du rotor moteur **2** par rapport au stator **1**.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **2** par rapport à **1** est de 500 tours par minute.*

Exercice 130 – Variateur de Graham★★★

D'après ressources de Michel Huguet.

B2-13
C2-05
C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *En exprimant que **2** roule sans glisser sur **4** au point I, déterminer ω en fonction de ω_1, d et λ.*

Question 3 *Quelle relation obtient-on entre ω_1, ω_3 et ω en exprimant l'engrènement des deux roues dentées ? (c'est à dire que **2** et **3** roulent sans glisser l'un sur l'autre en J).*

Question 4 *En déduire le rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, d_2, d_3 et d.*

Question 5 *Tracer la courbe représentative du rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, sachant que $\dfrac{n}{n_3}=\dfrac{d_1}{d_3}$, $d=55\,\text{mm}$ et que λ varie entre $\lambda_{mini}=12\,\text{mm}$ et la valeur $\lambda_{maxi}=23\,\text{mm}$.*

Exercice 131 – Variateur à billes ★★★★★

B2-13
C2-05
C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer la loi entrée – sortie.*

Exercice 132 – Fauteuil Roulant ★

B2-13
C2-05
C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer les relations issues de la fermeture géométrique liant les paramètres γ, β et $\lambda(t)$.*

Question 3 *En déduire l'expression de γ en fonction de β.*

0.11.4 C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 133 – Train simple ★

A3-05
C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}=-\dfrac{Z_1}{Z_3}$.

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

On a $Z_3 = 2Z_2 + Z_1$.

Exercice 134 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_{21}, Z_{22} et Z_4 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages (on fera l'hypothèse que toutes les roues dentées ont le même module).*

On a $Z_1 + Z_{21} + Z_{22} = Z_4$.

Exercice 135 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Exercice 136 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Exercice 137 – Cheville robot NAO⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Quels doivent être les rapports de réductions des transmissions par engrenage afin de respecter les exigences 1.1.1.1 et 1.1.1.2 ?*

D'après le diagramme de définition des blocs et le diagramme des exigences, les rapports de transmission doivent être :

- pour l'axe de tangage : $\dfrac{N_{\text{moteur}}}{N_{\text{Tangage}}} = 138,33$ au minimum ;
- pour l'axe de roulis : $\dfrac{N_{\text{moteur}}}{N_{\text{Roulis}}} = 197,61$ au minimum.

Question 2 *Dans le cas de l'axe de tangage, remplir le tableau suivant :*

Roue dentée	Module	Nb dents	Diamètre (mm)
Pignon 03 20	0,3	20	6
Mobile Inf1 Roue	0,3	80	24
Mobile Inf1 Pignon	0,4	25	10
Mobile Inf2 Roue	0,4	47	18,8
Mobile Inf2 Pignon	0,4	12	4,8
Mobile Inf4 Roue	0,4	58	23,2
Mobile Inf4 Pignon	0,7	10	7
Roue de sortie	0,7	36	25,2

Question 3 *Dans le cas de l'axe de tangage, déterminer le diamètre de chaque roue dentée.*

Question 4 *Dans le cas de l'axe de tangage, réaliser le schéma cinématique minimal.*

Question 5 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de tangage? L'exigence 1.1.1.2 est-elle respectée? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer?*

$$R_T = (-1)^n \frac{80 \cdot 47 \cdot 58 \cdot 36}{20 \cdot 25 \cdot 12 \cdot 10} = 130,85$$

Ceci est inférieur à ce qui est préconisé par le cahier des charges.

Pour respecter le cahier des charges, on peut :

- choisir un autre moteur;
- changer le nombre de dents d'une des roues. Il suffirait pour cela que, par exemple, la roue de sortie comporte 39 dents.

Question 6 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de roulis? L'exigence 1.1.1.1 est-elle respectée? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer?*
Le rapport de transmission du second train est de 201,3 ce qui est compatible avec le cahier des charges.

Exercice 138 – Train simple ⋆

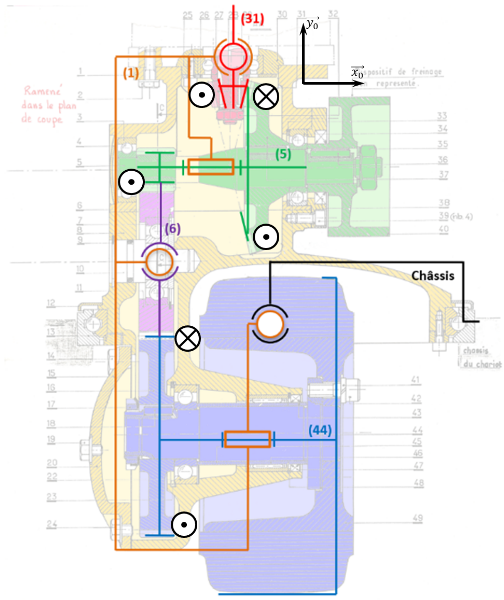
D'après Florestan Mathurin.

A3-05

C2-06

Question 1 *Identifier les classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.*

Question 2 *Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin.*



Question 3 *Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons.*

Repère de la roue	Module m (mm)	Nombre de dents Z	Diamètre primitif D (mm)
27	1,5	16	24
35	1,5	84	126
5	1,5	14	21
11	1,5	56	84
16	1,5	75	112,5

Question 4 *Après avoir proposé un paramétrage, indiquer dans quel sens tourne la roue si le moteur 28 (31) tourne dans le sens positif.*

Voir figure précédente. Si le moteur tourne dans le sens positif, la roue tourne dans le sens négatif.

Question 5 *Pour une vitesse de* 1500 tr/min *en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue. Le diamètre de la roue est de* 150 mm. *Quelle est la vitesse du véhicule ?*

Le rapport de réduction de la transmission est le suivant : $k = \dfrac{Z_{27}Z_5Z_{11}}{Z_{35}Z_{11}Z_{16}} = \dfrac{16 \cdot 14}{84 \cdot 75} = 0,0355$

La vitesse de rotation de la roue est donc de $53,33\,\mathrm{tr\,min^{-1}}$ soit $5,59\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. On en déduit la vitesse du véhicule : $5,59 \times 0,15 = 0,84\,\mathrm{m\,s^{-1}} \simeq 3\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.

Exercice 139 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{03}}{\omega_{13}} = -\dfrac{Z_1}{Z_0}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}} = -\dfrac{Z_1}{Z_0}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{30}-\omega_{10}} = -\dfrac{Z_1}{Z_0} \Leftrightarrow \omega_{30} = -\dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{30} + \dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1}{Z_0}\right) = \dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30} = \dfrac{Z_1}{Z_0+Z_1}\omega_{10}$.

Exercice 140 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* ω_{40} *en fonction de* ω_{30} *et* ω_{10}.

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})$
$\Leftrightarrow \omega_{40} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03}) - \omega_{03} \Leftrightarrow \omega_{40} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03}) + \omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} + \omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)$.

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

$$0 = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} + \omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)$$
$$\Leftrightarrow \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} = \omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)$$
$$\Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \dfrac{\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{1+\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4 + Z_1 Z_{22}}.$$

Exercice 141 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})$
$\Leftrightarrow \omega_{40} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}(\omega_{10}-\omega_{30}) + \omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} + \left(1-\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)\omega_{30}$.

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

$$\Leftrightarrow 0 = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} + \left(1-\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} = -\left(1-\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \dfrac{\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}-1} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_1 Z_{22} - Z_{21} Z_4}.$$

Exercice 142 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})$
$\Leftrightarrow \omega_{40} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}(\omega_{10}-\omega_{30}) + \omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} + \left(1-\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)\omega_{30}$.

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

$$\Leftrightarrow 0 = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} + \left(1-\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} = -\left(1-\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \dfrac{\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}-1} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_1 Z_{22} - Z_{21} Z_4}.$$

Exercice 143 – Poulie Redex ⋆ *D'après ressources de Stéphane Genouël.*

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).*

Résoudre

On cherche $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$. En bloquant le porte satellite 1, on a $\dfrac{\omega_{31}}{\omega_{01}}=\dfrac{Z_0Z_2}{Z_2'Z_3}$. En décomposant les vitesses, on a : $\dfrac{\omega_{30}-\omega_{10}}{\omega_{10}}=-\dfrac{Z_0Z_2}{Z_2'Z_3}\Leftrightarrow \omega_{30}-\omega_{10}=-\dfrac{Z_0Z_2}{Z_2'Z_3}\omega_{10}\Leftrightarrow \omega_{30}=\left(1-\dfrac{Z_0Z_2}{Z_2'Z_3}\right)\omega_{10}\Leftrightarrow\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}=1-\dfrac{Z_0Z_2}{Z_2'Z_3}$.

AN : $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}=1-\dfrac{49\times 34}{31\times 46}=-0,17$.à

Exercice 144 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.*

Exercice 145 – Centrifugeuse des boues ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.*

Exercice 146 – Train simple ⋆ *D'après documentation F. Mazet.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$ et v.*

Exercice 147 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$, $\omega(3/0)$ et $\omega(4/0)$.*

Question 2 *Montrer que la relation entre la rotation du moteur hydraulique et le moteur Man peut se mettre sous la forme : $\dfrac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)}=-\dfrac{Ax}{BR_py+Cx}$ où on explicitera A, B et C.*

On cherche une relation entre $\omega_{\text{Mh}/0}$, $\omega_{\text{Ph}/0}$ et $\omega_{\text{Mm}/0}$ (avec Mm et 4 même classe d'équivalence). Pour cela, on va d'abord rechercher une relation entre $\omega(3/0)$, $\omega(4/0)$ et $\omega(1/0)$.

Bloquons le porte satellite 4, directement lié au moteur Mm. On est alors en présence d'un réducteur simple d'entrée $\omega(1/4)$ et de sortie $\omega(3/4)$. On a donc : $\dfrac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)}=-\dfrac{R_{12}}{R_{32}}$.

En libérant le porte satellite, on a donc : $\dfrac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)}=\dfrac{\omega(3/0)-\omega(4/0)}{\omega(1/0)-\omega(4/0)}=-\dfrac{R_{12}}{R_{32}}\Leftrightarrow R_{32}\omega(3/0)+R_{12}\omega(1/0)=\omega(4/0)(R_{12}+R_{32})$

On a donc, $R_{32}\omega(3/0)+R_{12}\omega(1/0)=\omega(\text{Mm}/0)(R_{12}+R_{32})$.

Par ailleurs, $\dfrac{\omega(\text{Ph}/0)}{\omega(3/0)}=-\dfrac{R_{3P}}{R_P}$ et $\dfrac{\omega(1/0)}{\omega(\text{Mh}/0)}=-\dfrac{R_M}{R_{1M}}$.

On a donc, $\dfrac{2y}{x}\omega(Mh/0)=-\omega(3/0)\dfrac{R_{3P}}{R_P}\Leftrightarrow\omega(3/0)=-\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}}\omega(Mh/0)$.

En utilisant la relation du train épi : On a donc, $-R_{32}\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}}\omega(Mh/0)-R_{12}\dfrac{R_M}{R_{1M}}\omega(\text{Mh}/0)=\omega(\text{Mm}/0)(R_{12}+R_{32})\Leftrightarrow$ $\left(-R_{32}\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}}-R_{12}\dfrac{R_M}{R_{1M}}\right)\omega(\text{Mh}/0)=\omega(\text{Mm}/0)(R_{12}+R_{32})$.

$$\frac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)}=-\frac{R_{12}+R_{32}}{R_{32}\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}}+R_{12}\dfrac{R_M}{R_{1M}}}$$

$\dfrac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)}=-\dfrac{(R_{12}+R_{32})R_{1M}R_{3P}x}{R_{32}2yR_PR_{1M}+R_{3P}xR_{12}R_M}$. On a donc, $A=(R_{12}+R_{32})R_{1M}R_{3P}$, $B=R_{32}2R_{1M}$ et $C=R_{3P}xR_{12}R_M$.

Attention, plusieurs solutions possibles, si on factorise le numérateur et le dénominateur par l'un ou l'autre des rayons.

Exercice 148 – Système vis-écrou ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06

Question 1 *Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.*

Question 2 *Réaliser la chaîne d'énergie-puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.*

Question 3 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1.*

Exercice 149 – Train simple ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.*

Exercice 150 – Treuil de levage ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la relation entre v_{51} la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et ω_{21} la vitesse de rotation du moteur.*

Question 2 *On note J_2, J_3, J_4 l'inertie des pièces 2, 3 et 5. On note M_5 la masse du solide 5. Donner la masse équivalente ramenée « à la translation » de la masse. Donner l'inertie équivalente ramenée à l'arbre d'entrée 2.*

0.11.5 C2-07 – Déterminer les actions mécaniques en statique

Exercice 151 – Barrière Sympact ⋆⋆

[redacted] **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On néglige la pesanteur sur la pièce **1**.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique du moteur sur la pièce **1**.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_r \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce **2**. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de 45 Nm pour un angle de rotation 100°. On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ($\varphi_o = \dfrac{\pi}{2}$). Il est au maximum lorsque $\varphi_f = 0$.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -M g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{\forall G}$ avec $\overrightarrow{AG} = L\overrightarrow{i_2}$.

Question 1 *Réaliser un graphe d'analyse.*

Question 2 *Expliciter C_r en fonction des différents constantes $(k, \varphi_o, \varphi_f)$ et celles qui vous sembleraient utile.*

Question 3 *Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.*

Question 4 *Mettre en œuvre une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.*

Question 5 *Tracéer de courbe Python.*

Exercice 152 – Suspension automobile ⋆⋆

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au point C, en projection sur les axes de la base $\left(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{r}, \overrightarrow{x}\right)$ en fonction des composantes F_{sol}^{a} et F_{sol}^{r} et des dimensions d_0, d_3 et d_4.*

Question 2 *Résoudre littéralement le système.*

Exercice 153 – Suspension automobile ⋆⋆

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons.*

Question 2 *Quel est l'ensemble Σ à isoler afin de déterminer le couple C_{12}.*

Question 3 *Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à Σ et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.*

Question 4 *Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple C_{12} ?*

La configuration correspondant à la position extrême supérieure de la couture orbitale correspond aux angles suivants : $\theta_{12} = 60°$, $\theta_{13} = -4°$, $\theta_{15} = -90°$.

Dans la suite de l'étude, l'angle θ_{13} sera considéré nul.

Question 5 *Déterminer l'équation littérale du couple C_{12} en fonction de g, F, P, M_2, M_{34}, M_{E1}, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, θ_{12}, θ_{15}.*

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2 = 264\,\text{kg}$, $M_{234} = 430\,\text{kg}$, $M_{\text{E1}} = 2150\,\text{kg}$, $P = 150\,\text{N}$;
- $L_1 = 0{,}405\,\text{m}$, $L_2 = 0{,}433\,\text{m}$, $L_3 = 1{,}075\,\text{m}$, $L_4 = 1{,}762\,\text{m}$, $L_5 = 0{,}165\,\text{m}$, $L_6 = 0{,}250\,\text{m}$, $L_7 = 0{,}550\,\text{m}$, $L_8 = 0{,}750\,\text{m}$.

Question 6 *Déterminer alors la valeur du couple C_{12}.*

La valeur limite supérieure du couple C_{12} est fixée par le constructeur à 9000 Nm. **Question 7** *Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position ? Justifier la réponse.*

Exercice 154 – Pèse camion ⋆⋆

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

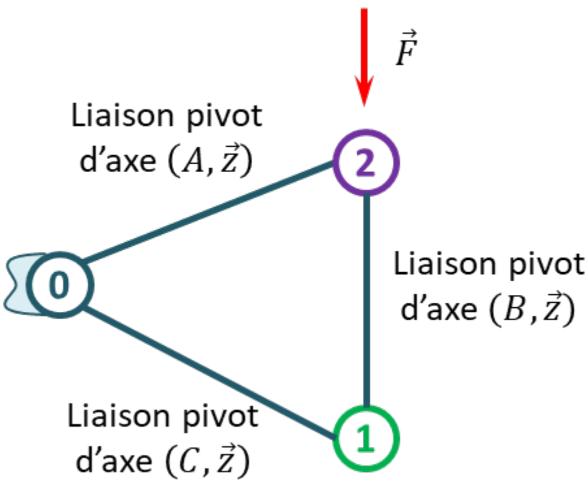
Question 1 *Déterminer la relation entre F et M. Que dire de la position du camion sur la plate-forme ?*

Question 2 *Déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons.*

Exercice 155 – Détermination des efforts dans une structure étayée ⋆⋆

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse du système (graphe des liaisons et actions extérieures).*



Question 2 *Proposer une stratégie permettant de déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.*

Ici, il s'agit de déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons. Il faudra donc isoler successivement toutes les pièces et réaliser un PFS pour chacune d'entre elles. Cependant, il y a quand même une stratégie d'isolement à avoir : **il faut commencer par isoler les solides soumis à deux glisseurs**. En effet, d'après le PFS, lorsqu'un solide est soumis à deux glisseurs, les deux forces sont de même norme, de même direction (droite passant par le point d'application des deux glisseurs) et de sens opposé.

La stratégie est donc la suivante :

- on isole 1 et on réalise le PFS ;
- on isole 2 et on réalise le PFS en B.

Question 3 *Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons en fonction de F.*

On isole 1. On réalise le BAME :

- $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\}$;
- $\{\mathscr{T}(2\rightarrow 1)\}$.

D'après le PFS pour un solide soumis à 2 glisseurs, on a : $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\}+\{\mathscr{T}(2\rightarrow 1)\}=0$.

Résolution : $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\}=-\{\mathscr{T}(2\rightarrow 1)\}=\left\{\begin{array}{c} F_{01}\overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_A$.

On isole 2. On réalise le BAME :

- $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 2)\}=\left\{\begin{array}{c} X_{02}\overrightarrow{x}+Y_{02}\overrightarrow{y} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_A=\left\{\begin{array}{c} X_{02}\overrightarrow{x}+Y_{02}\overrightarrow{y} \\ -a\,Y_{02}\overrightarrow{z}\end{array}\right\}_A$;
- $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}=\left\{\begin{array}{c} F_{01}\overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$;
- $\{\mathscr{T}(\text{ext}\rightarrow 2)\}=\left\{\begin{array}{c} -F\overrightarrow{y} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_C=\left\{\begin{array}{c} -F\overrightarrow{y} \\ -F\,b\overrightarrow{z}\end{array}\right\}_C$.

D'après le PFS pour un solide soumis à 2 glisseurs, on a :
$\{\mathscr{T}(0\rightarrow 2)\}+\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}+\{\mathscr{T}(\text{ext}\rightarrow 2)\}=0$.

Résolution :

$$\left\{\begin{array}{l} X_{02}+F_{01}\cos\alpha=0 \\ Y_{02}+F_{01}\sin\alpha-F=0 \\ -a\,Y_{02}-F\,b=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} X_{02}=-F_{01}\cos\alpha=-F\dfrac{a+b}{a\tan\alpha} \\ F_{01}=\dfrac{F-Y_{02}}{\sin\alpha}=F\dfrac{a+b}{a\sin\alpha} \\ Y_{02}=-\dfrac{b}{a}F\end{array}\right.$$

0.11.6 Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 156 – Mouvement T – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Exercice 157 – Mouvement R ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Masse ponctuelle
On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 5 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Exercice 158 – Mouvement TT – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer les torseurs cinétiques $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ et $\{\mathscr{C}(2/0)\}$.*

Question 2 *Exprimer les torseurs dynamiques $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ et $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 3 *En déduire $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$ en B.*

Exercice 159 – Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 160 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 161 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Expression de la résultante dynamique $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)} = m_2\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}\ \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Méthode 1 : Calcul en $G_2 = C$ puis déplacement du torseur dynamique

- Calcul du moment cinétique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en B : $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\overrightarrow{i_2}\wedge\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$ $= C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$.

Au final, on a donc $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right) \end{array}\right\}_B$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$*

On a $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1 \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$. On projette alors sur $\overrightarrow{i_0}$, $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 162 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Exercice 163 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{j_0}$*

Exercice 164 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Exercice 165 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $\left(y_0, \overrightarrow{z_0}\right)$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $\left(O;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$) : $\{\mathscr{V}(JR/CB)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathscr{V}(CB/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ v(t)\overrightarrow{y_0} \end{array}\right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble S= { JR + CB} afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

Question 2 *Exprimer $v(t)$ en fonction de $y(t)$.*

Question 3 *Déterminer l'expression en G_{CB} du torseur dynamique de CB par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 4 *Déterminer l'expression en G_{JR} du torseur dynamique de JR par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 5 *Exprimer alors en G le torseur dynamique de l'ensemble S par rapport à 0 en fonction de $\dot{v}(t)$, M_{CB} et M_{JR}.*

0.11.7 Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 166 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\,\overrightarrow{z_0} + R_J\,\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\,\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble $JR = \{\text{Joint(rotor)+ Butée double}\}$ a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathcal{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\,\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\,\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\,\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $\left(y_0, \overrightarrow{z_0}\right)$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $\left(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$) : $\{\mathcal{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathcal{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ v(t)\overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble S= { JR + CB} afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

On considérera l'expression suivante pour le torseur dynamique de S par rapport à 0 : $\{\mathcal{D}(S/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} M\dot{v}\,\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$ où $M = 140\,\text{kg}$.

Question 2 *Exprimer le torseur $\{T_{V\to CB}\}$ (actionneurs 2 et 4 sur CB) au point A_4 en fonction de $F\,V$ et le torseur $\{T_{R\to CB}\}$ (actionneurs 6 et 8 sur CB) au point A_8 en fonction de F_R.*

Question 3 *En expliquant clairement chaque étape de la démarche utilisée, montrer que :*

$$\left\{ \begin{array}{l} F_V = M\dfrac{z_G}{z_4}\dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \dfrac{z_B}{z_4} \\ F_R = M\left(1 - \dfrac{z_G}{z_4}\right)\dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J\left(1 - \dfrac{z_B}{z_4}\right) \end{array} \right.$$

Question 4 *En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer les acctionneurs les plus sollicités par le mouvement en phase : actionneurs du plan avant (2 et 4) ou du plan arrière (6 et 8).*

0.11.8 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – Lois de mouvement 1D

Exercice 167 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Les performances dynamique de l'axe demandées sont les suivantes :

- vitesse linéaire maximale : $50\,\text{m}\,\text{min}^{-1}$;
- accélération linéaire maximale : $9,8\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$.

Objectif L'objectif de ce travail est de déterminer les caractéristiques du moteur (vitesse et couple) permettant d'atteindre ces performances.

Question 1 *Quelle est la vitesse maximale que l'axe peut atteindre en $m\,s^{-1}$.*

Correction $V = 0,83\,\text{ms}^{-1}$

Question 2 *Combien de temps l'axe met-il pour atteindre la vitesse maximale ?*

Correction $T_a = 0,83/9,8 = 0,08s$

Question 3 *Quelle distance l'axe parcourt-il pour atteindre la vitesse maximale ?*

Correction

Question 4 *Quelle est la longueur minimale à commander pour que l'axe puisse atteindre la vitesse maximale ?*

Correction

Question 5 *Proposer une longueur minimale de l'axe pour pouvoir profiter de ses performances dynamiques.*

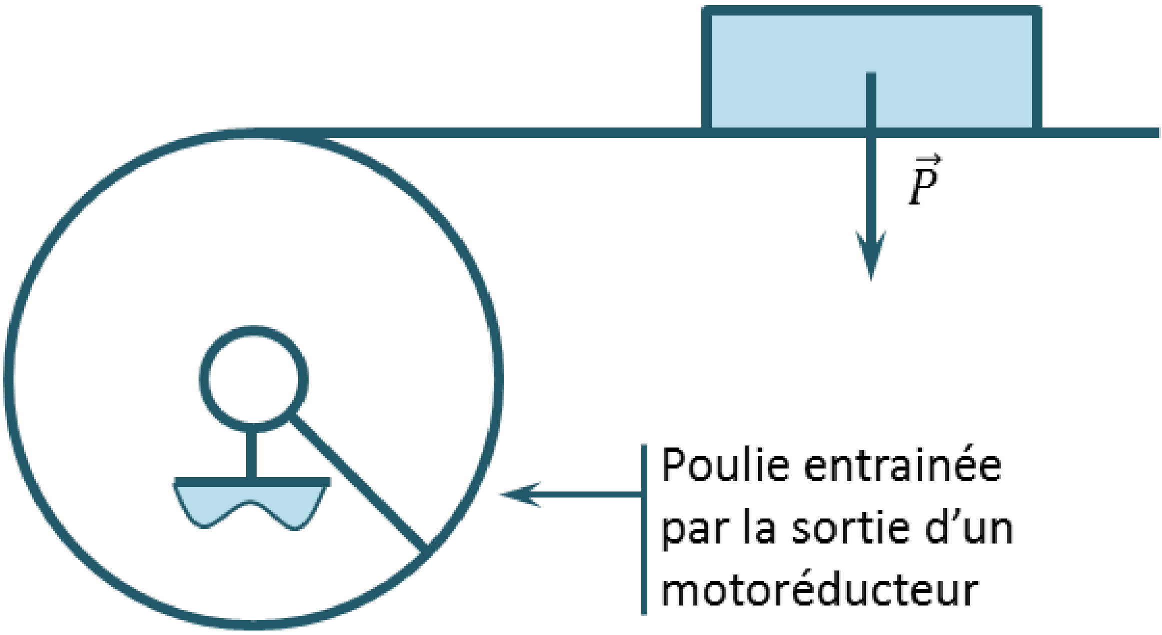
Correction

Question 6 *Tracer le profil de la position, de la vitesse et de l'accélération pour parcourir une distance de 50 cm. On cherchera à atteindre les performances maximales de l'axe.*

Correction

Un motoréducteur permet d'entraîner un système poulie – courroie permettant de déplacer la charge. On considère :

- une charge de masse 1 kg ;
- un poulie de rayon 5 cm ;
- un réducteur de rapport de transmission 1 : 20.



Question 7 *Déterminer le couple à fournir par la poulie pour déplacer la charge lorsque l'accélération est au maximum.*

Correction

Exercice 168 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Calculer l'accélération du moteur pendant le démarrage.*

Question 2 *Calculer le temps mis pour atteindre la fréquence nominale.*

Exercice 169 – Barrière Sympact ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner **l'allure** des lois d'accélération, vitesse et position angulaires. Vous indiquerez toutes les valeurs utiles (sous forme littérale).*

Question 2 *Donner l'expression littérale du temps total.*

Question 3 *Donner l'expression littérale de la vitesse angulaire en fin de phase d'accélération.*

Question 4 *Donner l'expression littérale de l'angle total parcouru.*

Question 5 *Déterminer la durée de l'accélération ainsi que la vitesse angulaire maximale atteinte.*

Exercice 170 – Automate d'exploration de l'hémostase ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer la vitesse maximale V_M^x en fonction de x_M^{max}, T et T_a.*
La distance $x_M^{\max}$ correspond à l'aire sous le courbe de la loi de commande de vitesse. On a alors $x_M^{\max}=(T-T_a)\,V_M^x$ $\Longleftrightarrow V_M^x=\dfrac{x_M^{\max}}{T-T_a}$.

Question 2 *Par application du théorème de l'énergie cinétique sur l'ensemble des pièces en mouvement, exprimer le couple moteur C_m en fonction de V_x, T_a, J_e et λ durant les trois phases du mouvement.*

- Expression de l'énerige cinétique : $\mathscr{E}_c(E/0)=\dfrac{1}{2}J_e(\omega_m^x)^2$.
- Puissance intérieure : $\mathscr{P}_{\text{int}}(E)=0$.

- Puissance extérieure : $\mathscr{P}_{\text{ext}}(E) = C_m \omega_m^x$.
- Application du TEC : $J_e \omega_m^x \dot{\omega}_m^x = C_m \omega_m^x$ soit $J_e \dot{\omega}_m^x = C_m$.

On a alors sur chacune des phases :

- Phase 1 : $C_m = J_e \dot{\omega}_m^x$ avec $\dot{\omega}_m^x = \dot{V}_M^{\ x} / \lambda = \dfrac{V_M^x}{\lambda T_a}$ et $C_m = J_e \dfrac{V_M^x}{\lambda T_a}$.
- Phase 2 : $C_m = 0$.
- Phase 3 : $C_m = -J_e \dfrac{V_M^x}{\lambda T_a}$.

Question 3 *Préciser à quel(s) instant(s) t la puissance fournie par le moteur est maximale (P_{max})*

.

Question 4 *Exprimer cette puissance P_{max} en fonction de V_M^x, λ, J_e, et T_a.*

$P_{\max} = J_e \dfrac{V_M^x}{\lambda T_a} \omega_m^x = J_e \dfrac{(V_M^x)^2}{\lambda^2 T_a}$.

Question 5 *Donner alors l'expression de P_{max} en fonction de x_M^{max}, λ, J_e, et T_a.*

On a alors $P_{\max} = J_e \dfrac{\left(x_M^{\max}\right)^2}{\lambda^2 (T - T_a)^2 T_a}$.

Question 6 *À partir de cette expression, montrer que P_{max} est minimale pour un réglage du temps d'accélération T_a tel que $T_a = \dfrac{T}{3}$.*

On résout $\dfrac{\mathrm{d}P_{\max}}{\mathrm{d}T_a} = 0$ et on cherche la valeur de T_a pour laquelle $P_{\max}$ est minimale.

Question 7 *Déterminer la vitesse de rotation maximum ω_{max}^x que doit atteindre le moteur. Le choix de celui-ci est-il validé ?*

On a $V_M^x = \dfrac{x_M^{\max}}{T - T_a}$. D'autre part, $V_M^x = \omega_M^x k R_p$ soit $\omega_M^x = \dfrac{V_M^x}{k R_p} = \dfrac{x_M^{\max}}{k R_p (T - T_a)}$.

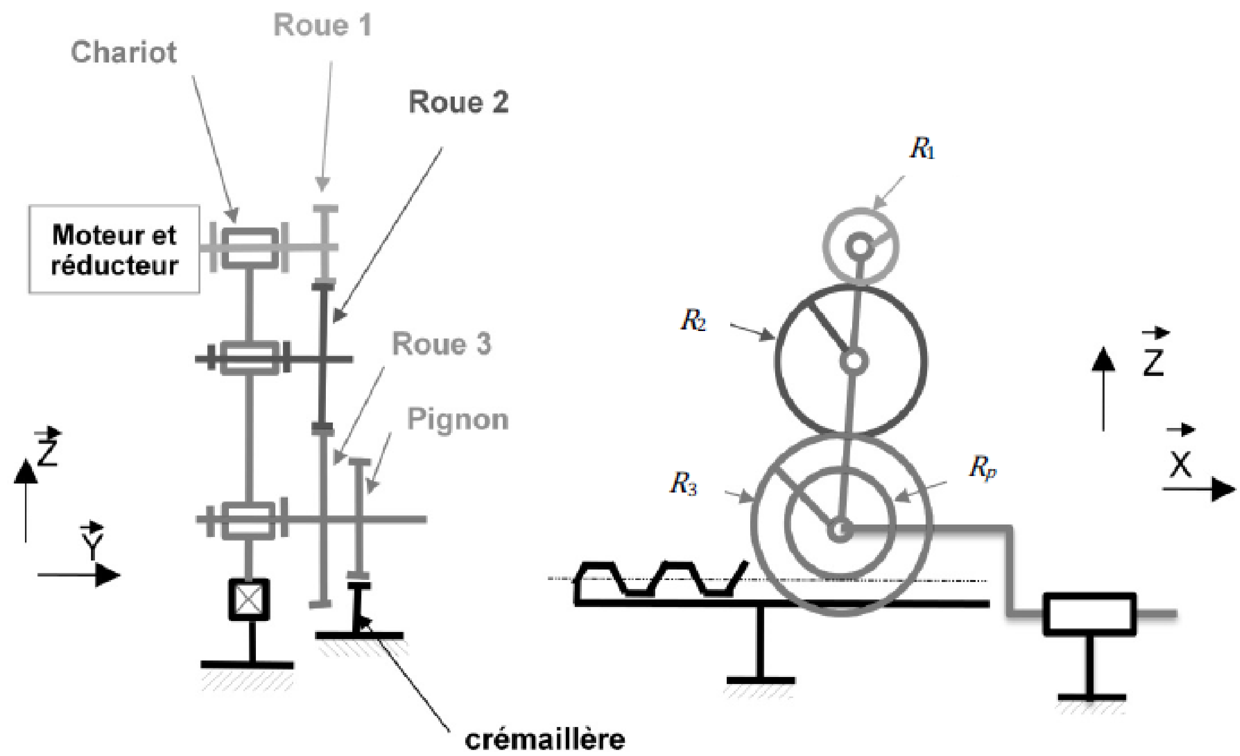
AN : $\omega_M^x = \dfrac{550 \times 10^{-3}}{0,1 \times 20 \times 10^{-3} (1 - 1/3)} = \dfrac{550 \times 3}{4} = 412{,}5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ soit $3941\,\mathrm{tr\,min^{-1}}$.

Cette valeur est bien compatible avec la vitesse du moteur.

Exercice 171 – Banc d'épreuve hydraulique ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

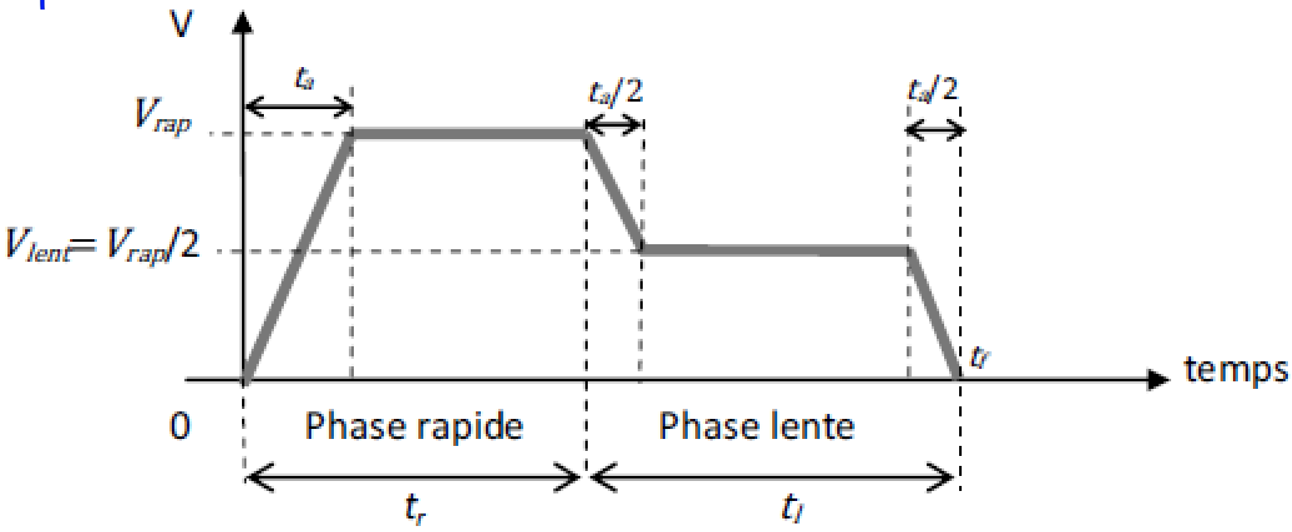
Un schéma cinématique simplifié du chariot arrière, ainsi que les grandeurs cinématiques et cinétiques, sont donnés figure suivante. La chaîne de puissance comporte un moteur hydraulique, un réducteur roue et vis sans fin, un réducteur à engrenages parallèles et un système pignon-crémaillère. Le guidage du chariot est modélisé par une glissière.



pièces	Inertie (kg.m²)	Données cinématiques
moteur	I_m = 0,0012	
Réducteur roue et vis sans fin	I_r = 0,004 (ramenée à l'arbre moteur)	Rapport de réduction r = 1/30
Roue 1	négligeable	R_1 = 50 mm
Roue 2	négligeable	R_2 = 105 mm
Roue 3 et pignon	négligeable	roue 3 : R_3 = 115 mm pignon : R_p = 85 mm

La masse totale en translation de l'ensemble Σ={chariot + moteur + réducteur + roues} est M = 2350 Kg.

On note C_m le couple moteur, ω_m sa vitesse de rotation par rapport au bâti, et V la vitesse du chariot. La loi de vitesse du chariot pendant la totalité du trajet est présentée ci-dessous.



- On note t_r la durée de la phase de déplacement rapide, t_l la durée de la phase lente, t_f la durée totale, t_a la durée de la phase d'accélération. Chacune des 2 phases de décélération dure $t_a/2$.
- La course pendant la phase de déplacement en vitesse rapide (de 0 à t_r) est au maximum de $c_{rap} = 6{,}24\,\text{m}$ (pour le tube le plus court que peut tester le banc) et pendant la phase en vitesse lente (de t_r à t_f) $c_{\text{lent}} = 1{,}56\,\text{m}$.
- La durée maximale du déplacement total (phase rapide + phase lente) est limitée à 20 s.
- La vitesse du chariot, lors de la phase rapide, V_{rap} est limitée à 0,5 m/s.
- On considérera que le module de l'accélération a du chariot est identique pendant toutes les phases d'accélération et de décélération.

Question 1 *Exprimer c_{lent} et c_{rap} en fonction de t_a, t_l et t_r.*

Question 2 *En déduire les valeurs numériques de t_r et de t_a. En déduire l'accélération a du chariot.*

Question 3 *Déterminer ω_m en fonction de V et des données cinémtiques utiles.*

Question 4 *En déduire les valeurs numériques de la vitesse maximale du moteur ω_m et de l'accélération angulaire $\dot{\omega}_m$ pendant les phases d'accélération et de décélération.*

Question 5 *Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au référentiel galiléen bâti.*

Question 6 *En déduire l'expression de l'inertie équivalente de cet ensemble ramenée à l'axe de sortie du moteur, notée J_{eq} en fonction de M, I_m, I_r et des données cinématiques utiles. Application numérique.*

- Les efforts résistants sur le chariot sont modélisés par un glisseur F d'amplitude 500 N.
- Le rendement de l'ensemble du mécanisme (réducteur roue et vis sans fin, réducteur à axes parallèles) est $\eta = 0,3$.
- On prendra une accélération angulaire maximale du moteur $\dot{\omega}_m$ égale à $250\,\text{rad}\,\text{s}^{-2}$ et une inertie totale équivalente ramenée à l'arbre moteur J_{eq} égale à $0{,}01\,\text{kg}\,\text{m}^2$.

On se propose de déterminer le couple nécessaire du moteur.

Question 7 *Déterminer l'expresion du couple C_m à fournir par le moteur en fonction de $\dot{\omega}_m$, J_{eq} et F. Calculer C_m.*

0.11.9 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus

Exercice 172 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **1** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.*

Exercice 173 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **1** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Exercice 174 – Mouvement TT – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{j_0}$ puis le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

Exercice 175 – Mouvement RR ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 176 – Mouvement RT ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 177 – Mouvement RT ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

- **On isole 2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison pivot $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$. On a $\overrightarrow{\mathscr{M}(B,2\rightarrow 0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{\mathscr{M}(G_2,2\rightarrow 0)}\cdot\overrightarrow{k_0}+\left(\overrightarrow{BG_2}\wedge\left(-m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$ $=\left(R\overrightarrow{i_2}\wedge\left(-m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}=-m_2 g R\overrightarrow{i_0}\cdot\overrightarrow{i_2}=-m_2 g R\cos\theta(t)$.
- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_m+\overrightarrow{\mathscr{M}(B,\text{pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{\delta(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$. On a $\overrightarrow{\delta(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\left(C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}=C_1\ddot{\theta}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)+R\ddot{\theta}\right)$. Au final, $C_m-m_2 g R\cos\theta(t)=C_1\ddot{\theta}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)+R\ddot{\theta}\right)$.

Question 2 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

- **On isole 1+2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison glissière $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$;
  - action du vérin $\{\mathscr{T}(\text{ver}\rightarrow 1)\}$.
- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R(\text{ver}\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{i_0}=\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$. Au final, $F_{\text{ver}}=m_1\ddot{\lambda}(t)+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)-R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t)+\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 178 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 179 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en* *projection sur $\overrightarrow{j_0}$*

Exercice 180 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

0.11.10 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC

Exercice 181 – Pompe à palettes ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 182 – Pompe à pistons radiaux ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 183 – Système bielle manivelle ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 184 – Pompe oscillante ⋆

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 185 – Barrière Sympact ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 186 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 187 – Poussoir ⋆

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 188 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3***.

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3***.

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 189 – Maxpid ⋆⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3+4***.

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3+4***.

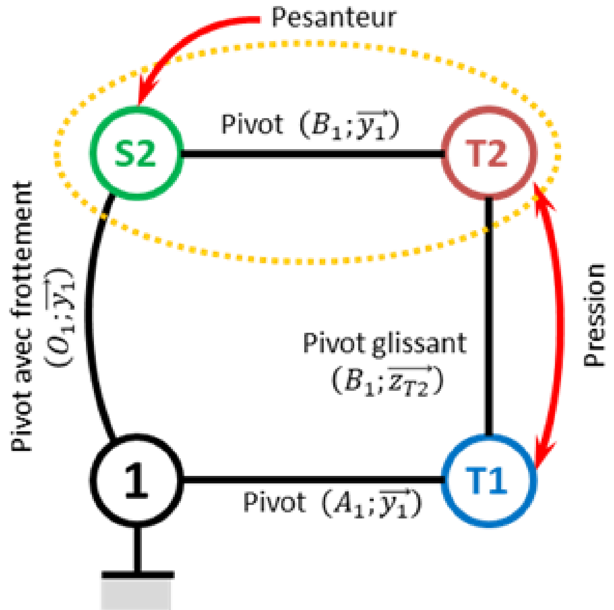
Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3+4/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 190 – Chariot élévateur de bateaux ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Résoudre

Question 2 *En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle α est petit, montrer que $\alpha(t)$ et $p(t)$ sont liés par l'équation différentielle suivante :* $J_{eq}\ddot{\alpha}(t)+\mu\dot{\alpha}(t)=\dfrac{Sp(t)}{k}+m_{S_2}g\,x_{G_{S_2}}$. *Exprimer J_{eq}.*

On isole l'ensemble $E=\{S2;T2,\}$. On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble en mouvement dans le référentiel terrestre galiléen : $\mathscr{P}_{\text{int}}(E)+\mathscr{P}\left(\overline{E}\rightarrow E/R_g\right)=\dfrac{\mathrm{d}\mathscr{E}_c\left(E/R_g\right)}{\mathrm{d}t}$.

Calcul des puissances externes

$\mathscr{P}\left(\text{pes}\rightarrow 2/R_g\right)=$

Calcul des puissances internes $\mathscr{P}_{\text{int}}(E)=0$ car pas de frottement dans la liaison pivot.

Exercice 191 – Banc Balafre★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le moment d'inertie J_Σ en fonction des données fournies et calculer sa valeur numérique.*

Question 2 *Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au bâti (noté 0) du banc (fixé au sol).*

Question 3 *Exprimer la puissance des actions mécaniques extérieures sur Σ dans le mouvement de Σ par rapport à 0.*

Question 4 *Exprimer la puissance perdue P_{pertes} dans les roulements à billes et dans la butée hydrostatique.*

Question 5 *Exprimer le théorème de l'énergie cinétique appliqué au mouvement de Σ par rapport à 0. En déduire l'expression de $\dfrac{d\Omega}{dt}$ en fonction de C_m, C_{res}, η_r, η_r et J_Σ.*

Question 6 *En explicitant clairement les hypothèses utilisées, expliquer pourquoi l'accélération peut être considérée constante pendant la mise en mouvement de la ligne d'arbre.*

Question 7 *Déterminer la valeur minimale d'accélération α_{min} compatible avec le tableau des exigences 2.*

Question 8 *En déduire la valeur de couple moteur nécessaire pendant cette phase d'accélération.*

Question 9 *Déterminer alors la valeur de C_m pour le scénario le plus défavorable.*

0.12 C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique