Chapitre 1

Analyser

PSI⋆ – MP

B2

Proposer un modèle de connaissance et de comportement

chapter.1

section.2.1section.2.2subsection.2.2.1subsection.2.2.2subsection.2.2.3subsection.2.2.

1.1 A1 – Analyser les exigences

1.2 A2 – Définir les frontières de l'analyse

1.3 A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle

1.3.1 Caractériser un constituant de la chaine d'information

Exercice 1 – Le banc balafre ⋆

A3-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Entre autres contrôles de la chaîne d'acquisition, le superviseur vérifie que la mesure des efforts se fait correctement : au niveau des actionneurs piézoélectriques et au niveau du joint testé. Les capteurs de force utilisés sur le système sont analogiques. Afin de simplifier le traitement et l'interprétation de ces forces, on utilise un amplificateur de charges à plusieurs canaux (voir figure **??**).

FIGURE 1.1 – Amplificateur de charge à plusieurs canaux KISTLER.

Cet amplificateur possède deux options qui sont utilisées sur le banc Balafre :

- l'amplificateur de sommation pour le calcul analogique des forces et moments résultants ;
- un convertisseur Analogique/Numérique pour faire le traitement des données (algorithme de contrôle).

Dans l'algorithme de contrôle, la valeur d'effort de chaque actionneur est comparée à la valeur théorique de la consigne effectuée pour le contrôle. Si un écart trop grand est constaté, l'algorithme de contrôle émet un signal d'erreur (Controle=2). Pour cette mesure, on considère qu'une résolution inférieure à 10 N est nécessaire. La conversion analogique/numérique se fait ici sur 12 bits. La mesure de l'effort se fait sur la plage de -20 à 20 kN. Les données techniques utiles sont rassemblées sur la figure **??**.

Le capteur de force (voir figure **??**) utilisé est un capteur KISTLER 9167A, permettant de mesurer des efforts dans trois directions. Pour la mesure de l'effort développé par les actionneurs, seule la direction Z est utilisée, et la sensibilité du capteur dans cette direction est $4{,}2\ \mathrm{pC\,N^{-1}}$.

Le synoptique de la figure **??** présente la structure interne de l'amplificateur de charge.

Ladungsverstärker	*Amplificateur de charge*	*Charge amplifier*		
Anzahl Messkanäle	**Nombre des canaux de mesure**	**Number of measuring channels**		3 ... 8
Messbereich	**Gamme de mesure**	**Measuring range**	pC	±10 ... 999'000
Sensorempfindlichkeit	**Sensibilité du capteur**	**Sensor sensitivity**	pC / M.U.	0,01 ... 9990 1)
Massstab	**Echelle**	**Scale**	M.U. / V	0,001 ... 9'990'000
Ausgangsspannung	**Tension de sortie**	**Output voltage**	V	±10
Ausgangsstrom (kurzschlusssicher)	**Courant de sortie** (protégé contre les court-circuits)	**Output current** (short-circuit protected)	mA	0 ... ±5
Ausgangsimpedanz	**Impédance de sortie**	**Output impedance**	Ω	10
Frequenzbereich (–3dB, Filter off)	**Gamme de fréquence** (–3dB, Filter off)	**Frequency limit** (–3dB, Filter off)	kHz	≈ 0 ... 200
Tiefpassfilter Butterworth 2-pol., 8-stufig 10, 30, 100 ... (–3dB)	**Filtre passe-bas** Butterwoth à 2 pôles, à 8 étages 10, 30, 100 ... (–3dB)	**Low-pass filter** Butterworth 2-pole, 8 stages 10, 30, 100 ... (–3dB)	kHz	0,01 ... 30 (±10 %)
Zeitkonstante Hochpassfilter *Long*	**Constante de temps** Filtre passe-haut *Long*	**Time constant** High-pass filter *Long*		DC-mode
Medium	*Medium*	*Medium*	s	1 ... 10'000
Short	*Short*	*Short*	s	0,01 ... 100
Linearität	**Linéarité**	**Linearity**	%	<±0,05
Messfehler	**Erreur de mesure**	**Measuring error**		
≤±99,9 pC FS	≤±99,9 pC FS	≤±99,9 pC FS	%	<±3
≥±100 pC FS	≥±100 pC FS	≥±100 pC FS	%	<±1
Ausgangsstörsignal	**Interférence à la sortie**	**Output interference**	$\mathrm{mV_{rms}}$	<1,5
Drift (Leckstrom MOSFET) bei 25 °C	**Dérive** (courant d'entrée MOSFET) à 25 °C	**Drift** (input current MOSFET) at 25 °C	pC/s	<±0,09

FIGURE 1.2 – Amplificateur de charge à plusieurs canaux KISTLER.

FIGURE 1.3 – Capteur de force KISTLER 9167A.

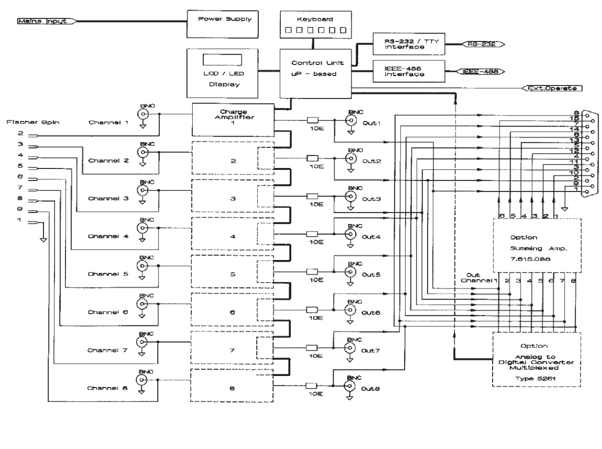


FIGURE 1.4 – Synoptique de la structure interne de l'amplificateur de charge.

Question 1 *Sur le synoptique de la figure* **??**, *on peut lire « Analog to Digital Converter Multiplexed ». Que signifie le terme multiplexé utilisé ici ?*

Question 2 *Compte tenu de la sensibilité du capteur et de l'étendue des valeurs à mesurer, déterminer la gamme de mesure à régler sur l'amplificateur de charge.*

Question 3 *En utilisant la documentation technique de l'amplificateur de charge, déterminer la plage de variation de la tension de sortie de l'amplificateur. En déduire le quantum de la conversion analogique numérique, puis la résolution de la mesure. Conclure vis-à-vis de la résolution demandée.*

Corrigé voir **??**.

1.4 A4 – Analyser les performances et les écarts

1.5 A5 – Analyser un compromis produit-procédés-matériaux

1.6 A1 – Analyser les exigences

1.7 A2 – Définir les frontières de l'analyse

1.8 A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle

1.8.1 Caractériser un constituant de la chaine d'information

Exercice 2 – Le banc balafre ⋆

A3-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Sur le synoptique de la figure* **??**, *on peut lire « Analog to Digital Converter Multiplexed ». Que signifie le terme multiplexé utilisé ici ?*

Question 2 *Compte tenu de la sensibilité du capteur et de l'étendue des valeurs à mesurer, déterminer la gamme de mesure à régler sur l'amplificateur de charge.*

Question 3 *En utilisant la documentation technique de l'amplificateur de charge, déterminer la plage de variation de la tension de sortie de l'amplificateur. En déduire le quantum de la conversion analogique numérique, puis la résolution de la mesure. Conclure vis-à-vis de la résolution demandée.*

1.9 A4 – Analyser les performances et les écarts

1.10 A5 – Analyser un compromis produit-procédés-matériaux

1.10.1 Modéliser un convertisseur électromécanique

Exercice 3 – Le banc balafre ⋆

[redacted] **Pas de corrigé pour cet exercice.**

> **Objectif** L'objectif est de valider les exigences suivantes.
> - 1.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à $6000\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ est estimé à $C_{\text{res}} = 300\,\text{N}\,\text{m}$.
> - 1.02 – Vitesse de rotation : la vitesse cible NC (vitesse de rotation du rotor de joint) doit pouvoir être réglée à une valeur choisie entre $5000\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ et $7000\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$.
> - 1.03 – Loi de commande : la mise en rotation doit se faire à accélération constante pendant une durée n'excédant par $T_{\text{acc}} = 5\,\text{s}$.
>
> Nous allons modéliser le moteur asynchrone Leroy Somer PLS-280-MP. Ceci va nous permettre de déterminer sa caractéristique de couple. Cette caractéristique sera utilisée dans les parties suivantes et nous permettra dans cette partie de déterminer la fréquence de commande du moteur pour la phase de mesure en régime stationnaire.

Données et hypothèses :

- le réseau d'alimentation électrique fournit une tension 230/400 V en 50 Hz ;
- la plaque signalétique du moteur est donnée en figure **??** ;
- on négligera les pertes fer et les pertes mécaniques dans le moteur ;
- les pertes Joule statoriques sont également négligées.

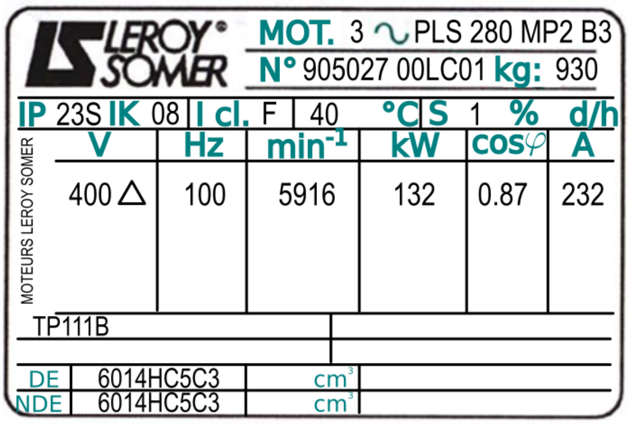


FIGURE 1.5 – Plaque signalétique du moteur PLS-280-MP

Question 1 *En utilisant les informations de la plaque signalétique, montrer que le moteur possède $p = 1$ paire de pôles.*

Question 2 *À partir de la plaque signalétique, en détaillant les calculs, déterminer le glissement en fonctionnement nominal g_N ainsi que le couple utile nominal C_{uN}.*

On donne sur la figure **??** le modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur. L_0 représente l'inductance de magnétisation et L_c l'inductance des fuites totales d'une phase (rotorique ramenée au stator et stator). On note g le glissement. On rappelle que la puissance dissipée dans la résistance R/g correspond à la puissance transmise du stator au rotor. Cette puissance peut être décomposée en une résistance R correspondant aux pertes Joule dans le rotor en série avec une résistance $R(1-g)/g$ correspondant à la puissance électromécanique fournie au rotor.

Ce modèle est celui du bobinage couplé en triangle. La tension $\underline{U_S}$ représente la tension entre phases, c'est-à-dire, vue de l'extérieur, la tension composée de valeur nominale 400 V. Le courant $\underline{i_S}$ représente le courant dans chaque phase statorique. La notation conventionnelle $\underline{j_S}$ pour ce courant n'est pas utilisée ici pour éviter toute confusion avec les notations des nombres complexes.

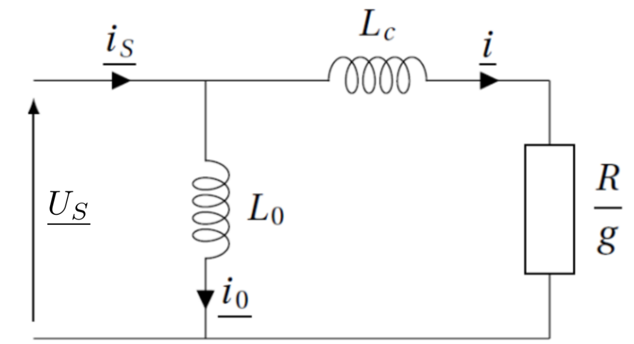


FIGURE 1.6 – Modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur

Question 3 *Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} fournie au rotor en fonction de U_S (valeur efficace de la tension $\underline{U_S}$), de la résistance R, du glissement g de l'inductance L_c et de la pulsation d'alimentation ω du moteur.*

Question 4 *Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} en fonction du couple électromagnétique C_{EM} et de la vitesse de rotation Ω de l'arbre moteur.*

Question 5 *Exprimer la vitesse de rotation Ω de l'arbre en fonction du glissement g et de la vitesse de synchronisme Ω_S. En déduire l'expression du couple électromagnétique C_{EM} en fonction de U_S^2, ω, g, R, L_c, et p (le nombre de paires de pôles par phase).*

Question 6 *En précisant bien vos hypothèses, justifier que l'expression du couple utile disponible sur l'arbre moteur est* $C_u = \dfrac{3pU_S^2}{\omega} \cdot \dfrac{\frac{R}{g}}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (L_c\omega)^2}$.

À l'aide de cette équation, on obtient la figure **??** qui représente l'allure de la courbe de couple en fonction de la vitesse de rotation N de l'arbre moteur.

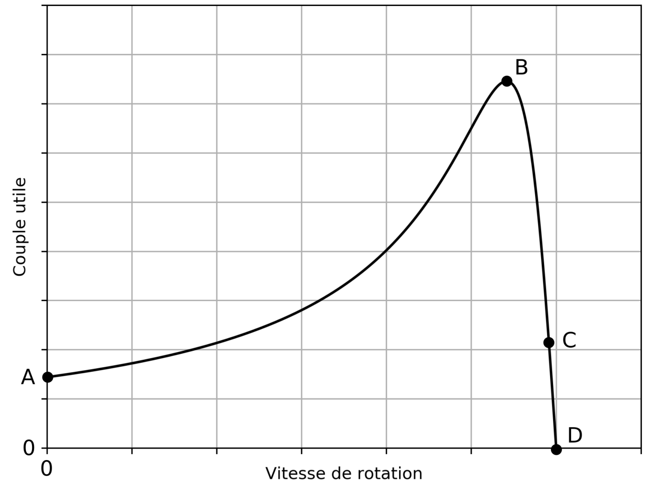


FIGURE 1.7 – Allure de la courbe de couple utile du moteur en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre

Question 7 *À l'aide des points A, B, C et D, identifier sur cette courbe le point de fonctionnement nominal, le démarrage du moteur, le point de synchronisme, la zone de fonctionnement instable du moteur.*

Le constructeur précise le rapport du couple maximal sur couple nominal : $C_M/C_N = 3,5$. On rappelle que le couple utile est maximal pour une valeur du glissement telle que $R/g = L_c\omega$. **Question** 8 *En déduire l'expression de L_c en fonction de p, U_S, C_M et ω et faire l'application numérique.*

Question 9 *Que peut-on dire de R/g par rapport à $L_c\omega$ au voisinage du point de fonctionnement nominal ? En déduire l'expression de R en fonction du couple nominal C_N, du glissement nominal g_N, de p, U_S et de ω.*

On fera l'application numérique en prenant $g_N = 1,4 \times 10^{-2}$ et $C_N = 213$ Nm.

Le variateur utilisé pour la commande du moteur fonctionne en U_S/f constant. À l'aide des valeurs calculées précédemment, on a tracé sur la figure **??** les courbes de couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour différentes valeurs de fréquence de commande.

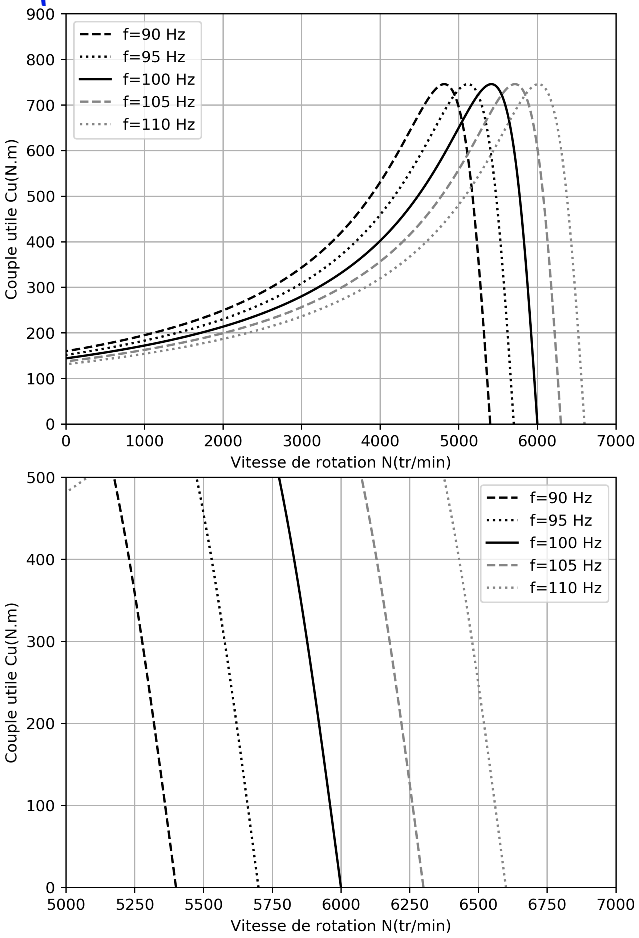


FIGURE 1.8 – Évolution du couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour des fréquences de commande de 90 Hz à 110 Hz.

Question 10 *Déterminer quelle fréquence doit être imposée par le variateur pour maintenir une vitesse de* $6000\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ *en présence d'un couple résistant correspondant au couple* $C_{res} = 300\,\text{N}\,\text{m}$ *défini par l'exigence 1.01 du cahier des charges.*

Corrigé voir ??.

Chapitre 2

Modéliser

PSI⋆ – MP

chapter.1section.1.1section.1.2section.1.3subsection.1.3.1section.1.4section.1.5sect

section.2.7subsection.2.7.1subsection.2.7.2section.2.8subsection.2.8.1subsection.2.

B2
Proposer un modèle de connaissance et de comportement

2.1 B1 – Choisir les grandeurs physiques et les caractériser

2.2 B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement

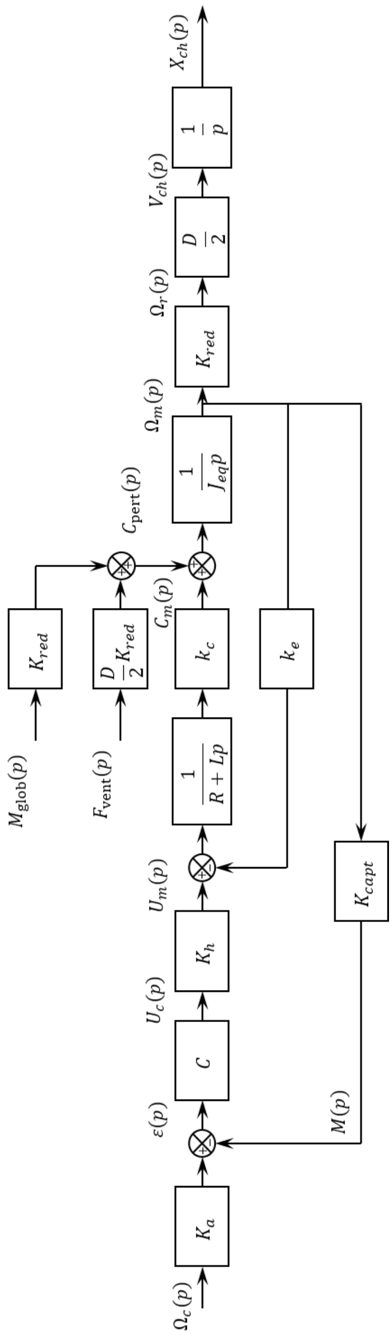
2.2.1 Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert

2.2.2 Modéliser un système par schéma-blocs.

Exercice 4 – La Seine Musicale⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 *En considérant que la perturbation $C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.*

Question 2 *Exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\dfrac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.*

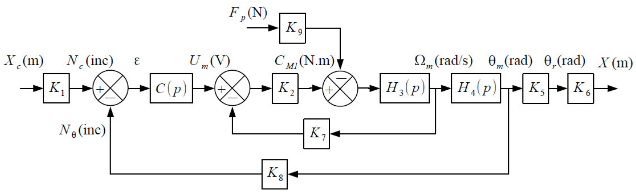
Question 3 *Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 5 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes : $u_m(t) = e(t) + R\,i(t)$, $e(t) = k_e\,\omega_m(t)$ et $C_{M1}(t) = k_t\,i(t)$.

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

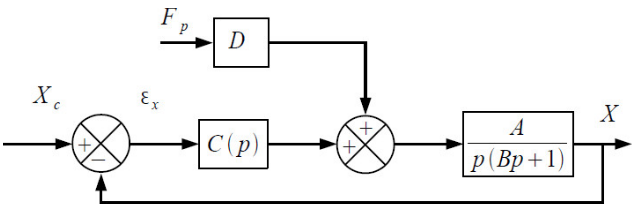
$$(M+m)\,r\,\rho_1\,\dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec : M la masse du chariot et m la masse du support de pied, $\rho_1 = \dfrac{1}{10}$ le rapport de réduction du réducteur, $r = 46{,}1$ mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie–courroie, $C_{M1}(t)$ le couple délivré par le moteur et $F_p(t)$ l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*

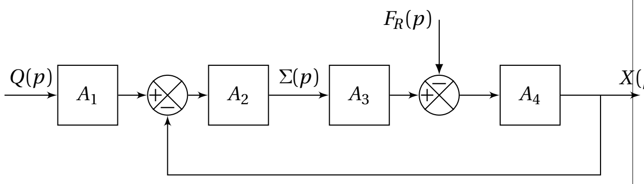


Corrigé voir ??.

Exercice 6 – Quille pendulaire★

B2-07

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

- $q(t)=S\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}+\dfrac{V}{2B}\dfrac{\mathrm{d}\sigma(t)}{\mathrm{d}t}$ (a) ;
- $M\dfrac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2}=S\sigma(t)-kx(t)-\lambda\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}-f_R(t)$ (b).

On a :

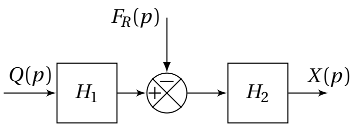
- $\mathscr{L}\left(q(t)\right)=Q(p)$: débit d'alimentation du vérin $\left[\mathrm{m^3s^{-1}}\right]$;
- $\mathscr{L}\left(\sigma(t)\right)=\Sigma(p)$: différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa];
- $\mathscr{L}\left(x(t)\right)=X(p)$: position de la tige du vérin [m];
- $\mathscr{L}\left(f_R(t)\right)=F_R(p)$: composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- S : section du vérin $\left[\mathrm{m^2}\right]$;
- k : raideur mécanique du vérin $\left[\mathrm{N\,m^{-1}}\right]$;
- V : volume d'huile de référence $\left[\mathrm{m^3}\right]$;
- B : coefficient de compressibilité de l'huile $\left[\mathrm{N\ m^{-2}}\right]$;
- M : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin $\left[\mathrm{kg}\right]$;
- λ : coefficient de frottement visqueux$\left[\mathrm{N\,m^{-1}s}\right]$.

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

Question 3
Pour ce vérin non perturbé ($F_R=0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Corrigé voir **??**.

2.2.3 Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

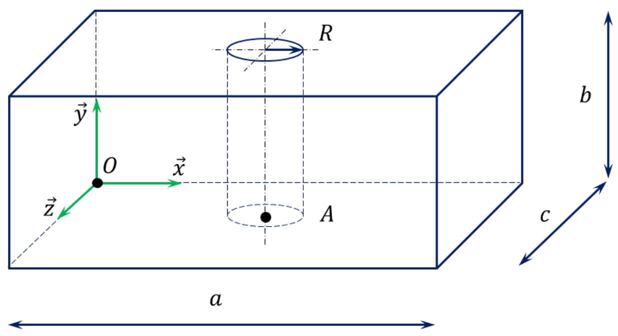
Exercice 7 – Parallélépipède★

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix}A&0&0\\0&A&0\\0&0&C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix}A&0&0\\0&B&0\\0&0&C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B=m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C=m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA}=\dfrac{a}{2}\overrightarrow{x}+\dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Corrigé voir **??**.

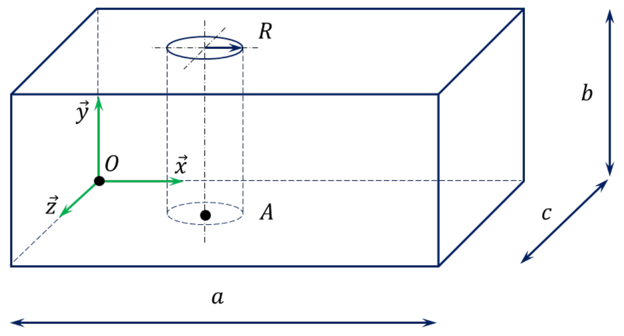
Exercice 8 – Parallélépipède percé★

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix}A&0&0\\0&A&0\\0&0&C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix}A&0&0\\0&B&0\\0&0&C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B=m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C=m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA}=\dfrac{a}{3}\overrightarrow{x}+\dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

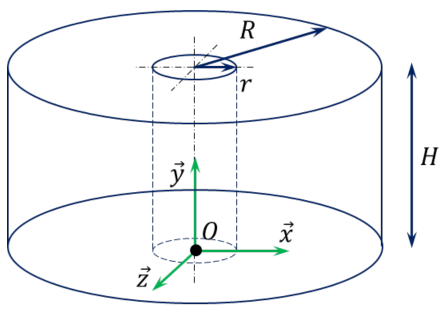
Corrigé voir ??.

Exercice 9 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA}=-\dfrac{R}{2}\overrightarrow{x}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

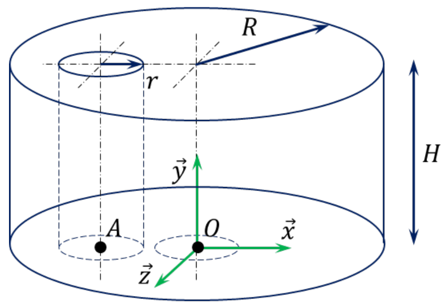
Corrigé voir ??.

Exercice 10 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

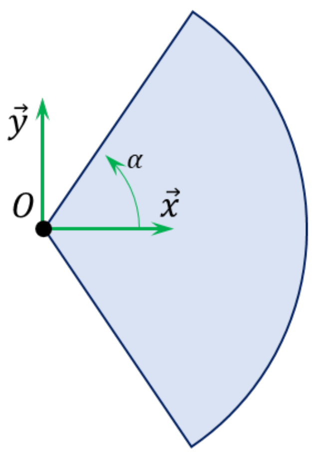
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Corrigé voir ??.

Exercice 11 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

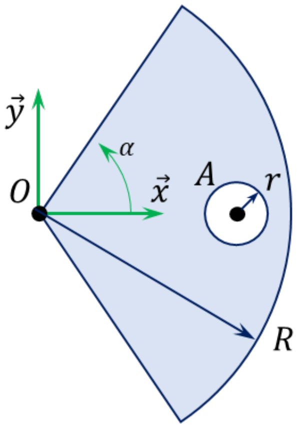
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Corrigé voir ??.

Exercice 12 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ. Il est percé d'un trou de rayon r tel que $\overrightarrow{OA}=\dfrac{3}{4}R\overrightarrow{x}$.



2.2.4

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

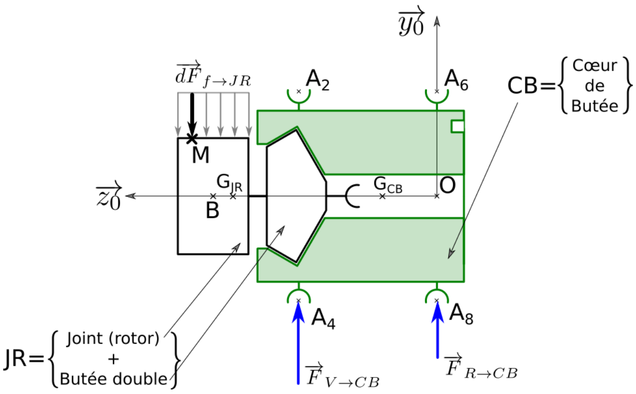
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Corrigé voir ??.

Exercice 13 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Question 1 *Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de $\overrightarrow{OG}$ selon $\overrightarrow{z_0}$. Faire l'application numérique.*

Question 2 *Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à $\left(O, \overrightarrow{z_0}\right)$, simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.*

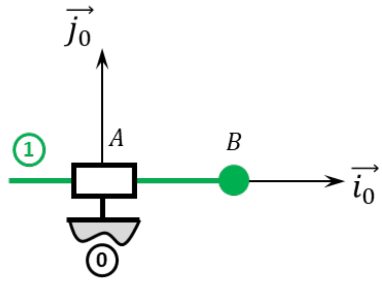
Corrigé voir ??.

Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique

Exercice 14 – Mouvement T – ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\,\text{mm}$.*

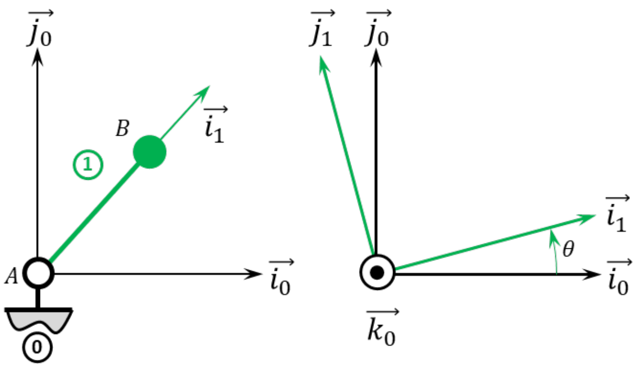
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = -20\,\text{mm}$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 15 – Mouvement R ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4}$ rad.*

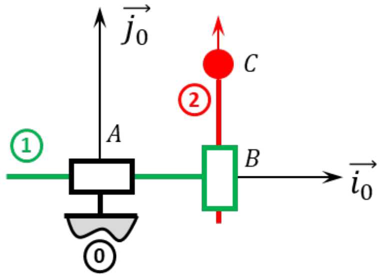
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \pi$ rad.*

Corrigé voir ??.

Exercice 16 – Mouvement TT – ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10$ mm et $\mu = 10$ mm.*

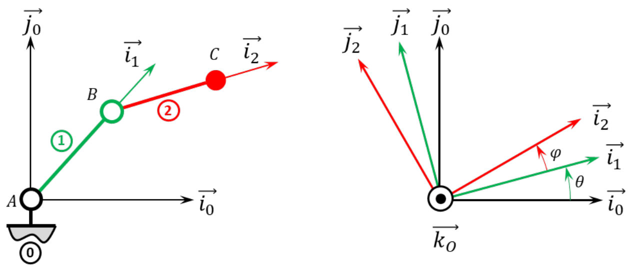
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 20$ mm et $\mu = 10$ mm.*

Corrigé voir ??.

Exercice 17 – Mouvement RR ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20$ mm et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15$ mm.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = \pi$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

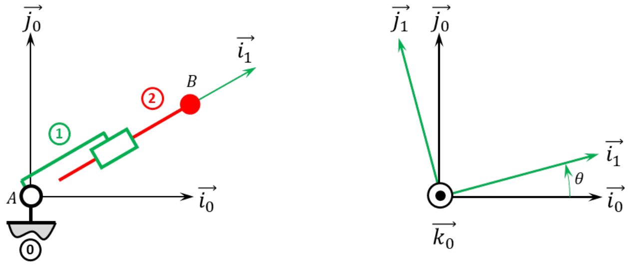
Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Corrigé voir ??.

Exercice 18 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm.*

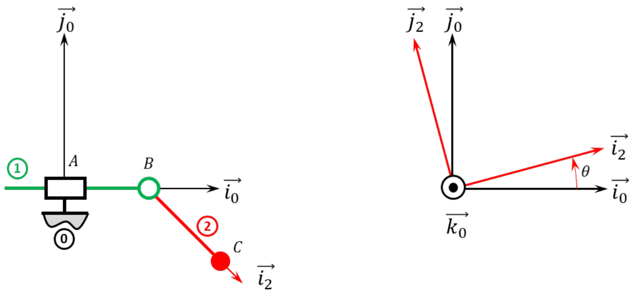
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20$ mm.*

Corrigé voir ??.

Exercice 19 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i2}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm.*

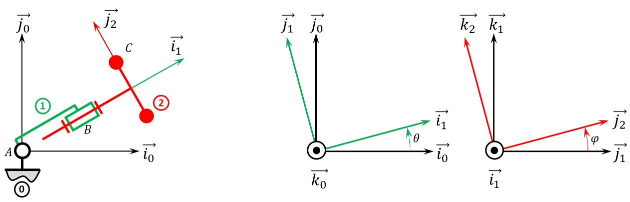
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20$ mm.*

Corrigé voir ??.

Exercice 20 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20$ mm et $r = 10$ mm.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

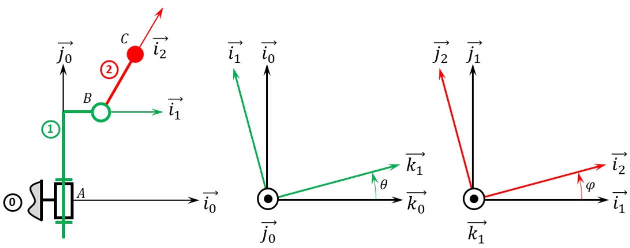
Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour* $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ *rad et* $\varphi(t)=\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Corrigé voir ??.

Exercice 21 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=H\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H=20$ mm, $r=5$ mm, $L=10$ mm.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

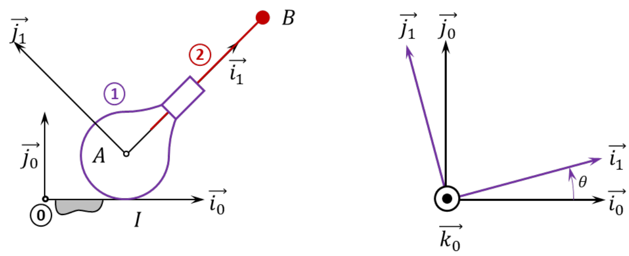
Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour* $\theta(t)=\pi$ *rad et* $\varphi(t)=-\dfrac{\pi}{4}$ *rad.*

Corrigé voir ??.

Exercice 22 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R=15$ mm.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=0$ *rad et* $\lambda(t)=20$ mm. *On notera* I_1 *le point de contact entre* ***0*** *et* ***1****.*

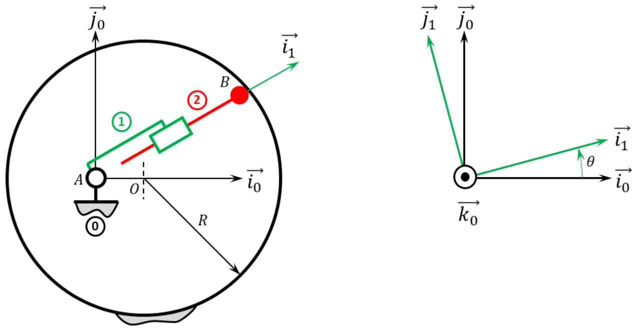
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ *rad et* $\lambda(t)=30$ mm. *On notera* I_2 *le point de contact entre* ***0*** *et* ***1****. On précisera la position des points* $I_{0,0}$ *et* $I_{0,1}$*, points résultants de la rupture de contact lors du passage de* $\theta(t)$ *de 0 à* $\dfrac{\pi}{2}$*.*

Corrigé voir ??.

Exercice 23 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO}=e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e=10$ mm et $R=20$ mm. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=0$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=\pi$ *rad.*

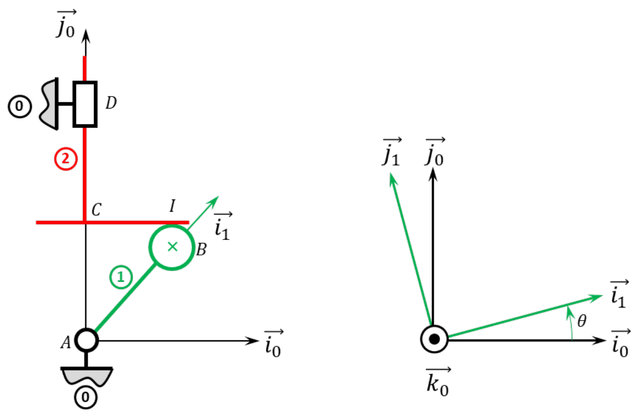
Question 4 *En déduire la course de la pièce* ***2****.*

Corrigé voir ??.

Exercice 24 – Pompe à pistons radiaux ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI}=R\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e=10$ mm et $R=20$ mm. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=0$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t)=-\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

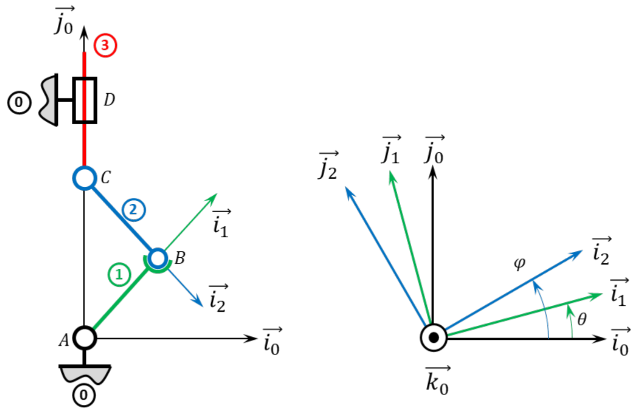
Question 5 *En déduire la course de la pièce* ***2****.*

Corrigé voir ??.

Exercice 25 – Système bielle manivelle ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CB} = L\,\overrightarrow{i_2}$. De plus, $R = 10\,\text{mm}$ et $L = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

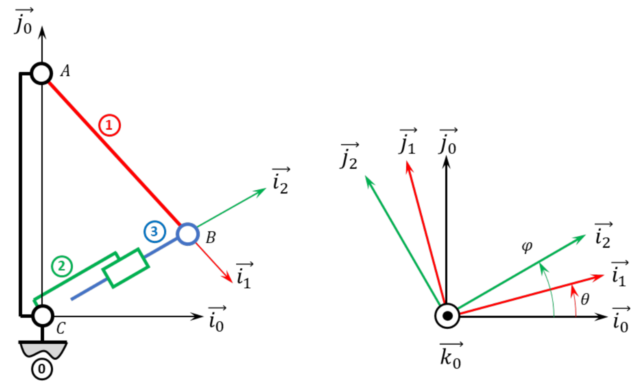
Question 4 *En déduire la course de la pièce* ***3****.*

Corrigé voir ??.

Exercice 26 – Système de transformation de mouvement ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $R = 30\,\text{mm}$ et $H = 40\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 0$ *rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

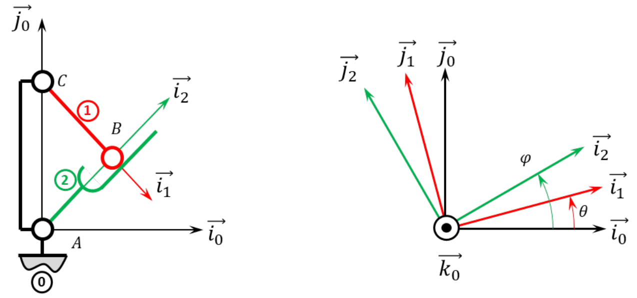
Question 5 *En déduire la course de la pièce* ***3****.*

Corrigé voir ??.

Exercice 27 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

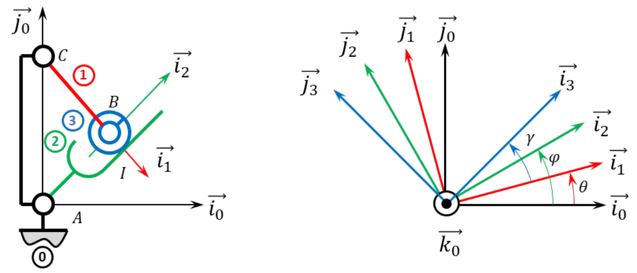
Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Corrigé voir ??.

Exercice 28 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.** Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$, $R = 40\,\text{mm}$ $BI = 10\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

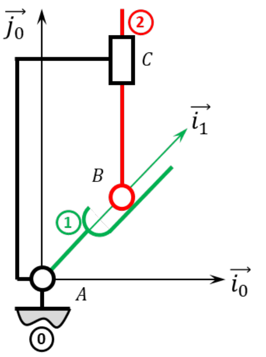
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

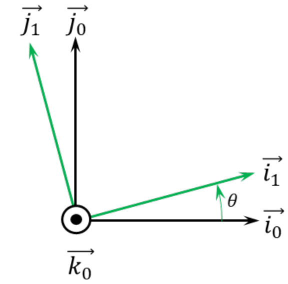
Corrigé voir ??.

Exercice 29 – Poussoir ★★

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = L\,\overrightarrow{i_0} + H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$, $L = 40\,\text{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

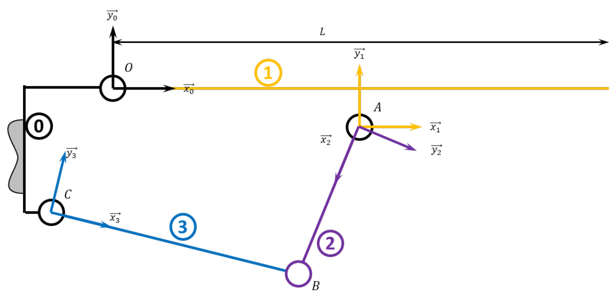
Corrigé voir ??.

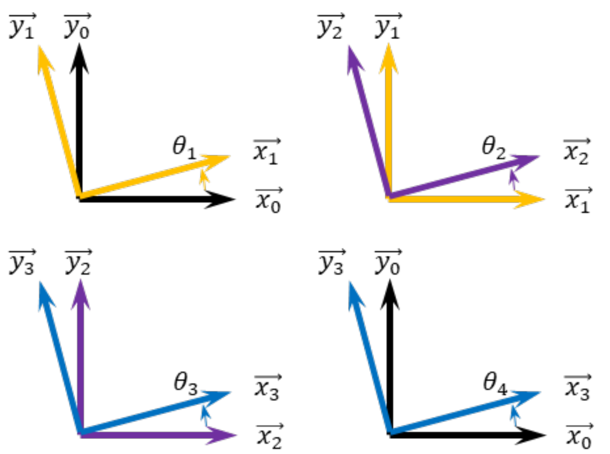
Exercice 30 – Système 4 barres ★★★

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a\,\overrightarrow{x_1} - f\,\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355\,\text{mm}$ et $f = 13\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{AB} = b\,\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{BC} = -c\,\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{OC} = -d\,\overrightarrow{x_0} - e\,\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5\,\text{mm}$ et $e = 160\,\text{mm}$;





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta_1(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta_1(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

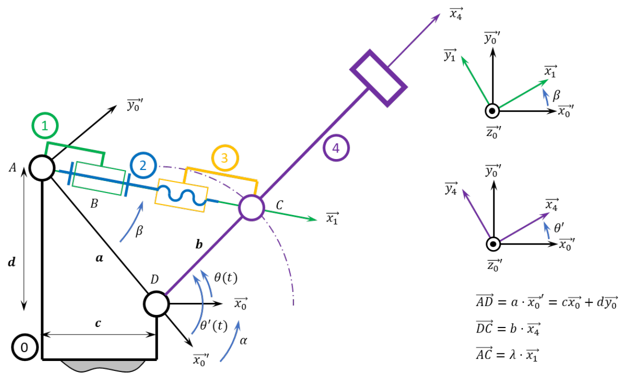
Question 4 *En déduire la course angulaire (θ_4) de la pièce **3**.*

Corrigé voir ??.

Exercice 31 – Maxpid ★★★

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

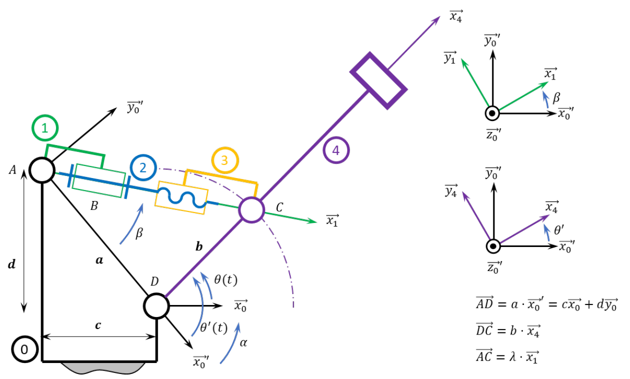
Question 4 *En déduire la course de λ.*

Corrigé voir ??.

Exercice 32 – Maxpid ★★★

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

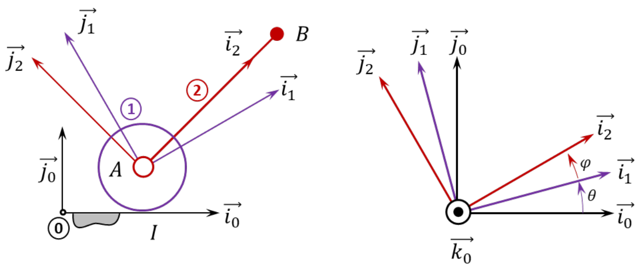
Question 4 *En déduire la course de λ.*

Corrigé voir ??.

Exercice 33 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad et $\varphi(t) = 0$ rad. On notera I_0 le point de contact entre **0** et **1**.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t) = 0$ rad. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Corrigé voir ??.

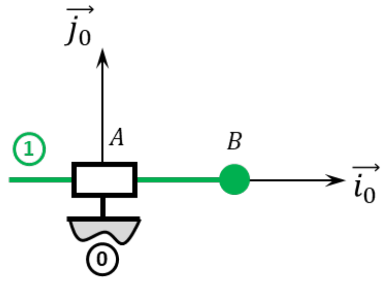
2.2.5 Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides

Exercice 34 – Mouvement T – ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Indications :
1. .
2. $x_B(t) = \lambda(t)$.

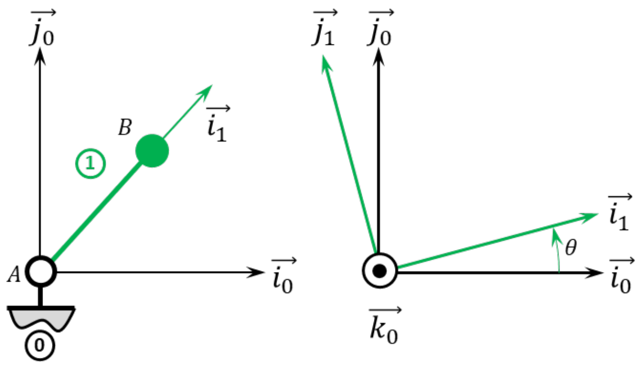
Corrigé voir ??.

Exercice 35 – Mouvement R ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Question 3 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Indications :
1. .
2. .
3. $x_B(t) = R\cos\theta(t)$ et $y_B(t) = R\sin\theta(t)$.

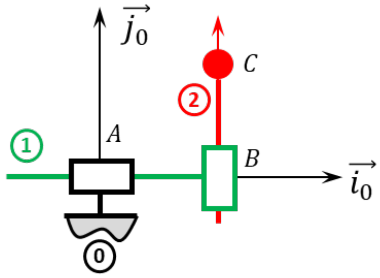
Corrigé voir ??.

Exercice 36 – Mouvement TT – ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R = 10\,\text{cm}$ à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

Question 3 *Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R.*

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$.

Question 4 *Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v, R et du temps.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.*

Indications :
1. .
2. $x_C(t) = \lambda(t)$ et $y_C(t) = \mu(t)$.
3. $\theta(t) = \dfrac{v}{R}t$.
4. $\lambda(t) = R\cos\left(\dfrac{v}{R}t\right)$, $\mu(t) = R\sin\left(\dfrac{v}{R}t\right)$.
5. .

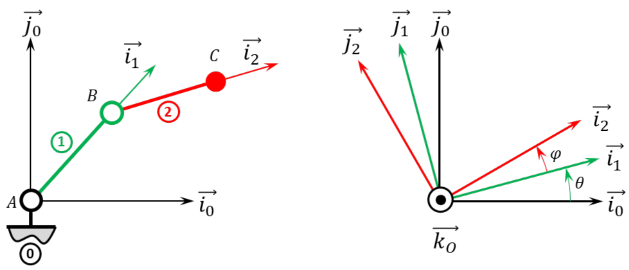
Corrigé voir ??.

Exercice 37 – Mouvement RR ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point C réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$ à la vitesse linéaire v.

Question 3 *Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.*

Question 4 *Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.*

Question 5 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.*

Question 6 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\varphi(t)$ et la trajectoire générée.*

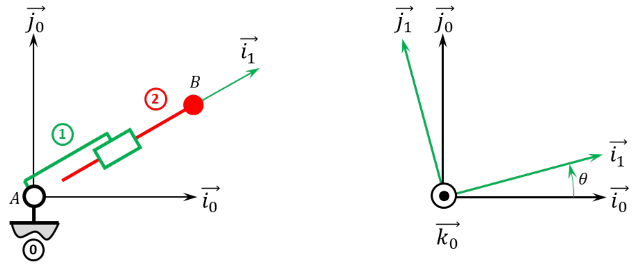
Corrigé voir ??.

Exercice 38 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

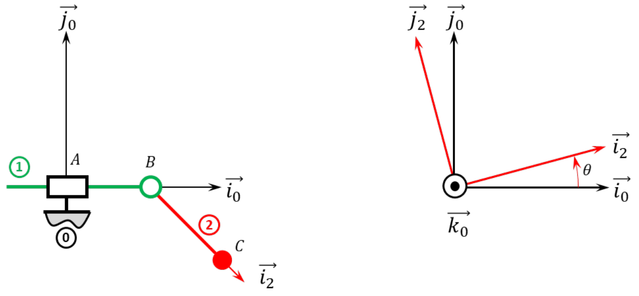
Corrigé voir ??.

Exercice 39 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

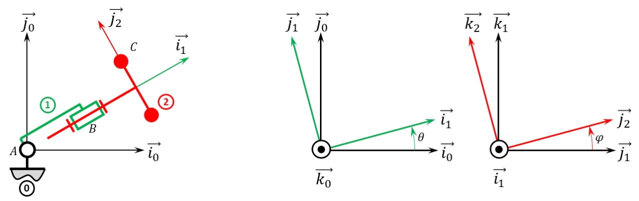
Corrigé voir ??.

Exercice 40 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R+\ell = L = 20\,\mathrm{mm}$ et $r = 10\,\mathrm{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Indications :
1. .
2. $x_C(t) = (R+\ell)\cos\theta - r\cos\varphi\sin\theta$, $y_C(t) = (R+\ell)\sin\theta + r\cos\varphi\cos\theta$, $z_C(t) = r\sin\varphi$.

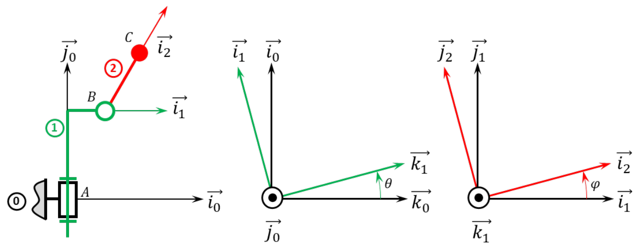
Corrigé voir ??.

Exercice 41 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\mathrm{mm}$, $R = 20\,\mathrm{mm}$, $L = 10\,\mathrm{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Question 2 *Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

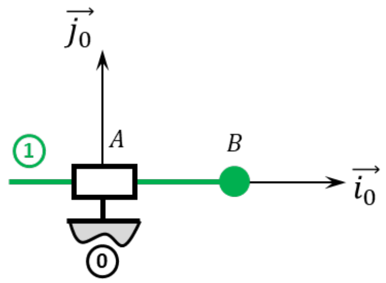
Indications
1. Tore.
2. $x_C(t) = R\cos\theta + L\cos\varphi\cos\theta$, $y_C(t) = H + L\sin\varphi$, $z_C(t) = -R\sin\theta - L\cos\varphi\sin\theta$.

Corrigé voir ??.

Exercice 42 – Mouvement T – ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

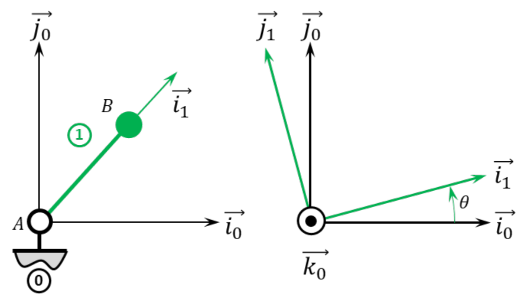
Indications :
1. $\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$.
2. $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 43 – Mouvement R ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\mathrm{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

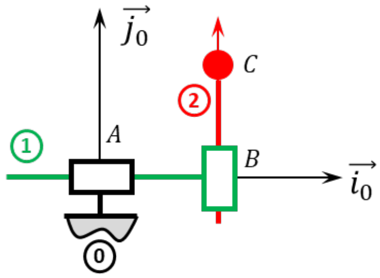
Indications :
1. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
2. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
3. $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 44 – Mouvement TT – ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

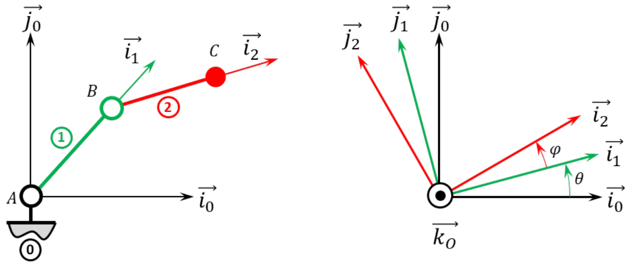
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.
2. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \ddot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 45 – Mouvement RR ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

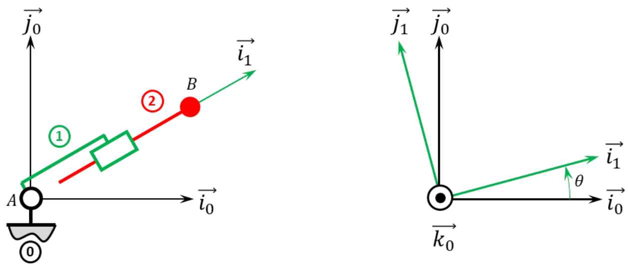
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.
2. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}\left(L\,\overrightarrow{j_2} + R\,\overrightarrow{j_1}\right)$ (c'est la même :)).
3. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} \end{array} \right\}_C$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1} + L\left(\ddot{\theta}+\ddot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} - L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)^2\overrightarrow{i_2}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 46 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par composition.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

Indications :
1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1}$.
2. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1}$.
3. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \left(\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\right)\overrightarrow{i_1} + \left(\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t) + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_1}$.

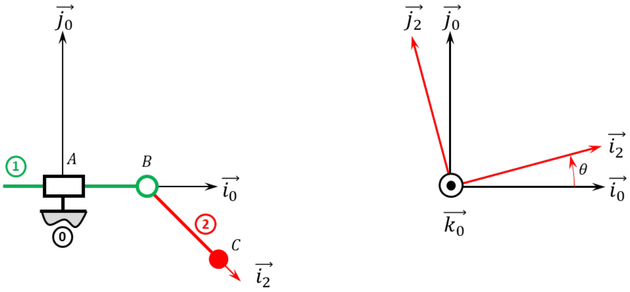
Modéliser

Corrigé voir ??.

Exercice 47 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

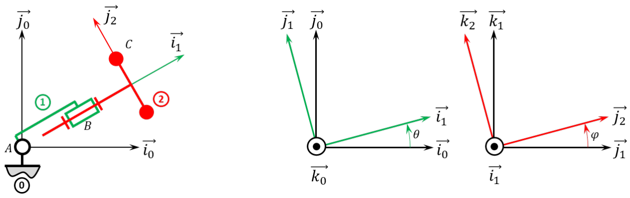
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot\lambda(t)\overrightarrow{i_0} + R\dot\theta\overrightarrow{j_2}$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot\theta\overrightarrow{k_0} \\ \overrightarrow{V(C,2/0)} \end{array} \right\}_C$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot\lambda(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot\theta\overrightarrow{j_2} - \dot\theta^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Corrigé voir ??.

Exercice 48 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

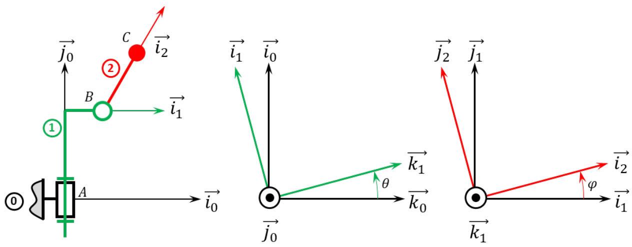
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = (R+\ell)\dot\theta\overrightarrow{j_1} - r\dot\theta\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot\varphi\overrightarrow{k_2}$.
2. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = r\dot\varphi\overrightarrow{k_2} - r\dot\theta\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \ell\dot\theta\overrightarrow{j_1} + R\dot\theta\overrightarrow{j_1}$.
3. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot\theta\overrightarrow{k_1} + \dot\varphi\overrightarrow{i_1} \\ (R+\ell)\dot\theta\overrightarrow{j_1} - r\dot\theta\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot\varphi\overrightarrow{k_2} \end{array} \right\}_C$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R+\ell)\ddot\theta\overrightarrow{j_1} - (R+\ell)\dot\theta^2\overrightarrow{i_1} - r\ddot\theta\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot\theta\dot\varphi\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - r\dot\theta^2\cos\varphi\overrightarrow{j_1} + r\ddot\varphi\overrightarrow{k_2} + r\dot\varphi\left(\dot\theta\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - \dot\varphi\overrightarrow{j_2}\right)$.

Corrigé voir ??.

Exercice 49 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition du vecteur vitesse.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

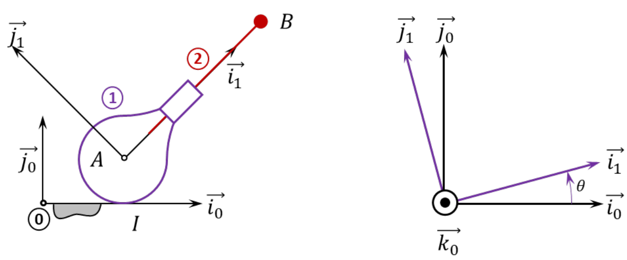
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot\theta\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot\theta\cos\varphi\overrightarrow{k_1} + \dot\varphi\overrightarrow{j_2}\right)$.
2. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot\varphi\overrightarrow{j_2} - \dot\theta\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.
3. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot\varphi\overrightarrow{k_2} + \dot\theta\overrightarrow{j_0} \\ L\dot\varphi\overrightarrow{j_2} - \dot\theta\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right) \end{array} \right\}_C$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\ddot\varphi\overrightarrow{j_2} + L\dot\varphi\left(\dot\theta\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot\theta\overrightarrow{i_2}\right) - \ddot\theta\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right) - \dot\theta\left(R\dot\theta\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\dot\theta\overrightarrow{i_1} - L\dot\varphi\sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Corrigé voir ??.

Exercice 50 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

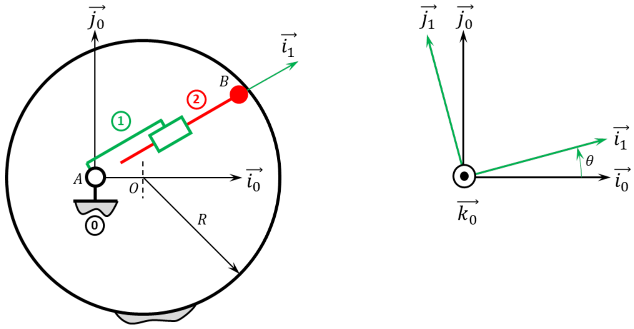
Indications :
1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_1} + \dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_1} + \dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right) \end{array}\right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \ddot{\theta}(t)\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right) + \dot{\theta}(t)\left(\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}\right)$.

Corrigé voir ??.

Exercice 51 – Pompe à palettes ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10$ mm et $R = 20$ mm. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\dot{\lambda}_+(t) = -e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) - \dfrac{e^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t) - e^2 + R^2}}$ (voir exercice ?? – à vérifier).

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

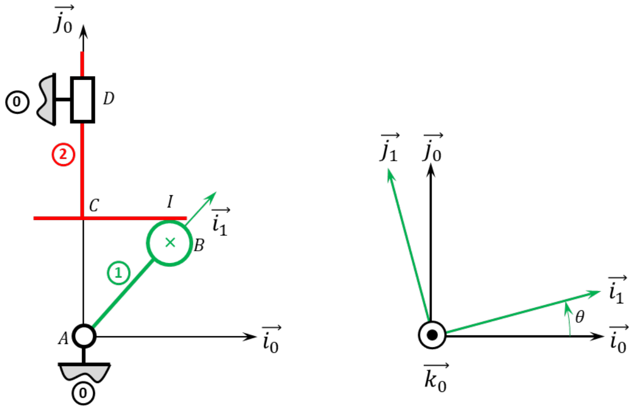
Indications :
1. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array}\right\}_B$.
2. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + 2\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} + \lambda(t)\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 52 – Pompe à piston axial ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI} = R\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e = 10$ mm et $R = 20$ mm. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = e\sin\theta + R$ ou encore $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ (voir exercice ??).

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

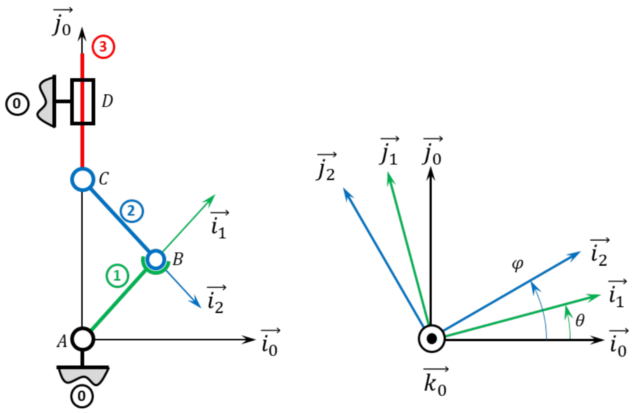
Indications :
1. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} \end{array}\right\}_C$.
2. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 53 – Système bielle manivelle ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CB} = L\,\overrightarrow{i_2}$. De plus, $R = 10$ mm et $L = 20$ mm.



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = \pm\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)} + R\sin\theta(t)$ et $\dot{\lambda}(t) = \pm\left(\dfrac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)}}\right) + \dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$. (à vérifier – voir exercice ??).

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.*

On commence par calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Méthode 1 – dérivation vectorielle :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[AB\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Modéliser

- **Méthode 2 – formule de changement de point :** $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(A,1/0)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=-R\,\overrightarrow{i_1}\wedge\dot{\theta}\,t\,\overrightarrow{k_0}$ $=R\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1}$.

On a alors, $\{\mathcal{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}\\ R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_B$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ *et au point* C.

On a, $\{\mathcal{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}\end{array}\right\}_C$.

Par ailleurs, on peut remarquer que $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/0)}+\overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/0)}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}+L\overrightarrow{i_2}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.

On a donc nécessairement $\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$

$\Rightarrow\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}=R\dot{\theta}(t)\left(\cos\theta(t)\overrightarrow{j_0}-\sin\theta(t)\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\varphi}(t)\left(\cos\varphi(t)\overrightarrow{j_0}-\sin\varphi(t)\overrightarrow{i_0}\right)$.

On a donc :

$$\left\{\begin{array}{l}0=-R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)+L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t)\\ \dot{\lambda}(t)=R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)-L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)=L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t)\\ \dot{\lambda}(t)-R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)=L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\tan\varphi(t)=\frac{R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)}{\dot{\lambda}(t)-R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)}$$

Il resterait à supprimer $\varphi(t)$ pour (espérons-le) retomber sur la loi entrée-sortie cinématique.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0}=R\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-R\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

Question 4 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

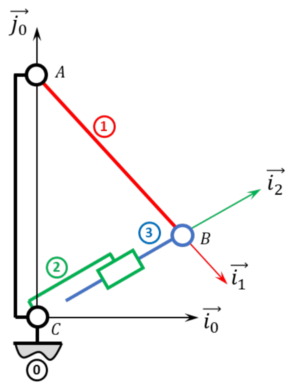
$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}.$$

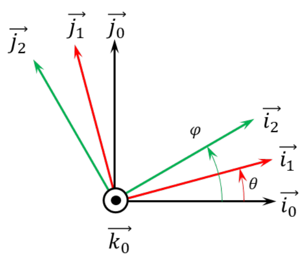
Corrigé voir ??.

Exercice 54 – Système de transformation de mouvement ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA}=H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $R=30$ mm et $H=40$ mm.





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice ??).

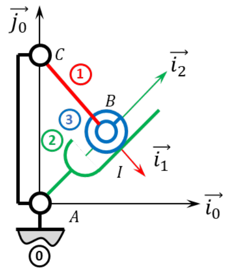
Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathcal{V}(3/0)\}$ *au point* B.

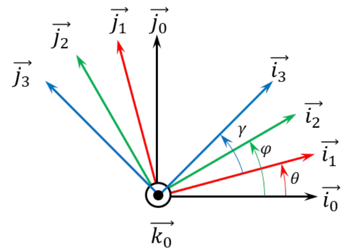
Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,3/0)}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 55 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.** Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC}=H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB}=R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H=120$ mm, $R=40$ mm $BI=10$ mm.





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice ??).

Question 1 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point* I, *déterminer* $\gamma(t)$ *et* $\dot{\gamma}(t)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathcal{V}(3/2)\}$ *au point* B.

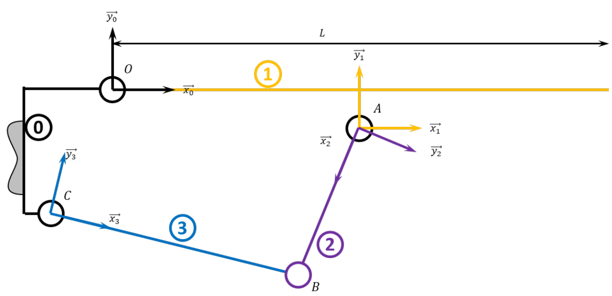
Corrigé voir ??.

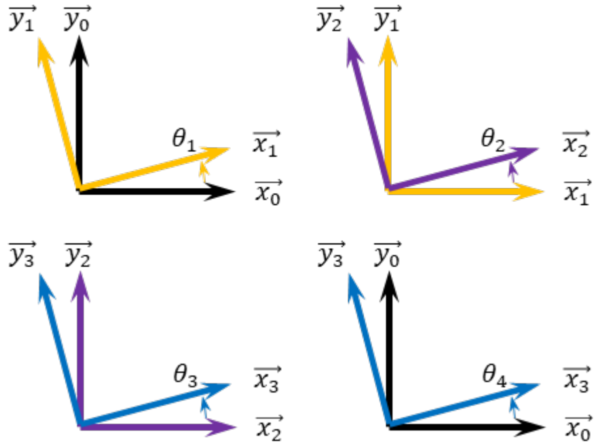
Exercice 56 – Système 4 barres ⋆⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :

- $\overrightarrow{OA}=a\,\overrightarrow{x_1}-f\,\overrightarrow{y_1}$ avec $a=355$ mm et $f=13$ mm ;
- $\overrightarrow{AB}=b\,\overrightarrow{x_2}$ avec $b=280$ mm ;
- $\overrightarrow{BC}=-c\,\overrightarrow{x_3}$ avec $c=280$ mm ;
- $\overrightarrow{OC}=-d\,\overrightarrow{x_0}-e\,\overrightarrow{y_0}$ avec $d=89{,}5$ mm et $e=160$ mm ;





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**). On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L\overrightarrow{x_1}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point G.*

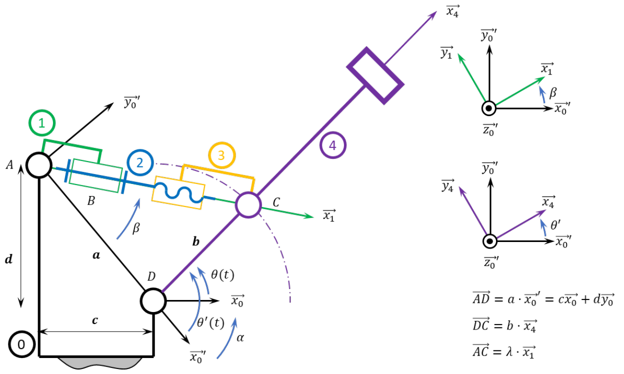
Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(G,1/0)}$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 57 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**).

On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L\overrightarrow{x_4}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(4/0)\}$ au point G.*

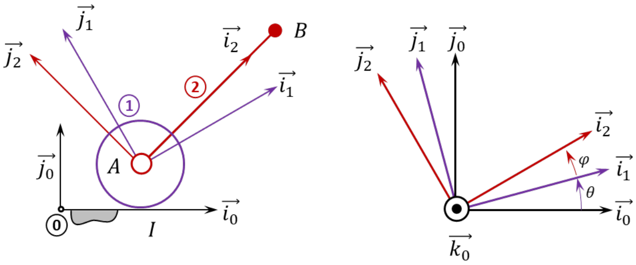
Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(G,4/0)}$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 58 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{i_2}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

Indications (à vérifier...) :
1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)\end{array}\right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

Corrigé voir **??**.

2.2.6 Modéliser une action mécanique

Exercice 59 – La Seine Musicale ⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On choisit de représenter une demi-voile, de repère $\mathscr{R}_v\left(O;\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{y_v},\overrightarrow{z}\right)$, par une portion de demi-sphère (**??**). On pourra remarquer qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les repères $\mathscr{R}_{C_G}\left(C_G;\overrightarrow{x_{C_G}},\overrightarrow{y_{C_G}},\overrightarrow{z}\right)$ et $\mathscr{R}_v\left(O;\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{y_v},\overrightarrow{z}\right)$, associé à la demi-voile. On rappelle que $\overrightarrow{OC_G} = R\overrightarrow{y_{C_G}}$, avec R le rayon moyen de la voie de roulement.

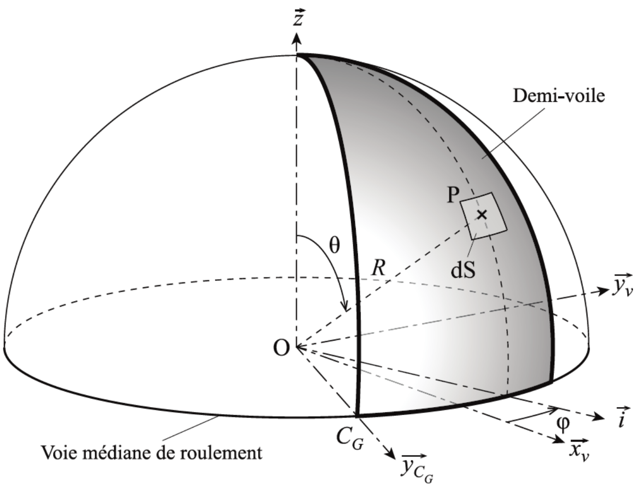


FIGURE 2.1 – Paramétrage de la surface totale et élémentaire en coordonnées sphériques de la demi-voile

La figure **??** présente l'orientation du vent par rapport au plan de symétrie de la demi-voile dans le plan $\left(\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{y_v}\right)$. La densité d'effort surfacique du vent sur la demi-voile, pour une vitesse de $9\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$, est noté $\overrightarrow{f}_{\text{vent}} = f\,\overrightarrow{u}$

avec $f = 54{,}7\,\mathrm{N\,m^{-2}}$, l'orientation de $\overrightarrow{u}$ étant définie par l'angle constant $\alpha = \left(\overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{u}\right)$.

La base associée au système de coordonnées sphériques (r, θ, φ) est $\left(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_\varphi}\right)$. La position du point P appartenant à la demi-voile est définie par $\overrightarrow{OP} = R\overrightarrow{e_r}$ avec R le rayon moyen de la voie de roulement ($R = 22{,}75\,\mathrm{m}$). L'angle azimutal φ évolue entre $-\dfrac{\pi}{8}$ et $\dfrac{\pi}{8}$ et l'élévation θ évolue entre 0 et $\dfrac{\pi}{2}$. On précise que, dans le cas présenté **??**, la surface élémentaire en coordonnées sphériques est notée $\mathrm{d}S = R^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi$.

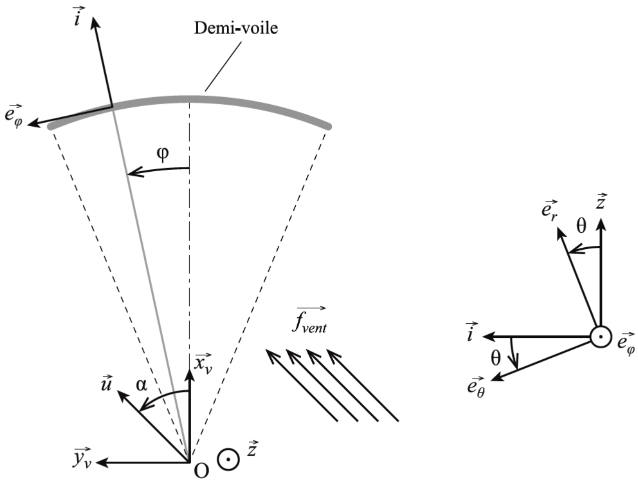


FIGURE 2.2 – Paramétrage angulaire

Question 1 *Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS, noté $d\overrightarrow{F}_{vent}$.*

Question 2 *Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe $(O, \overrightarrow{z})$, $\overrightarrow{\mathcal{M}(O, \text{vent} \rightarrow \text{demi-voile})} \cdot \overrightarrow{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe $(O, \overrightarrow{z})$ en fonction de R, f et α.*

Question 3 *On définit F_{vent} tel que $\left(\overrightarrow{OC_G} \wedge F_{vent}\overrightarrow{x_{C_G}}\right) \cdot \overrightarrow{z} = \overrightarrow{\mathcal{M}(O, \text{vent} \rightarrow \text{demi-voile})} \cdot \overrightarrow{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.*

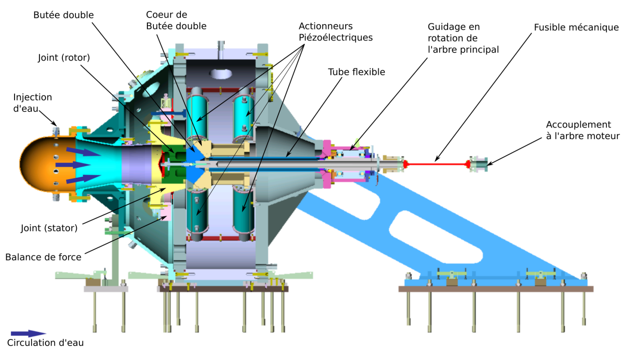
Afin de modéliser le déplacement de la voile dans le cas le plus défavorable, on souhaite déterminer la valeur maximale de $|F_{\text{vent}}|$.

Question 4 *Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal ? Déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 60 – Banc Balafre ⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.** La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\mathrm{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\mathrm{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\mathrm{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\mathrm{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\mathrm{mm}$;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\mathrm{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\mathrm{mm}$.

On souhaite déterminer la résultante des actions de pression du fluide sur le joint (rotor). On rappelle qu'un élément de surface $\mathrm{d}S$ autour d'un point M sur une surface cylindrique de rayon R_J s'exprime $\mathrm{d}S = R_J\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z$.

Question 1 *Exprimer au point M le torseur $\left\{dT_{f\rightarrow J_R}\right\}$ de l'action de pression du fluide sur un élément de surface dS joint en fonction de $p(t)$, dS et $\overrightarrow{u}(\theta)$.*

Question 2 *En déduire l'expression en B du torseur $\left\{T_{f\rightarrow J_R}\right\}$ de l'action de pression du fluide sur l'ensemble du joint.*

Corrigé voir **??**.

2.2.7 Modéliser un convertisseur électromécanique

Exercice 61 – Le banc balafre ⋆

[redacted] **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Objectif L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 1.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à 6000 $\mathrm{tr\,min^{-1}}$ est estimé à $C_{\mathrm{res}} = 300\,\mathrm{N\,m}$.
- 1.02 – Vitesse de rotation : la vitesse cible NC (vitesse de rotation du rotor de joint) doit pouvoir être réglée à une valeur choisie entre 5000 $\mathrm{tr\,min^{-1}}$ et 7000 $\mathrm{tr\,min^{-1}}$.
- 1.03 – Loi de commande : la mise en rotation doit se faire à accélération constante pendant une durée n'excédant par $T_{\mathrm{acc}} = 5\,\mathrm{s}$.

Nous allons modéliser le moteur asynchrone Leroy Somer PLS-280-MP. Ceci va nous permettre de déterminer sa caractéristique de couple. Cette caractéristique sera utilisée dans les parties suivantes et nous permettra dans cette partie de déterminer la fréquence de commande du moteur pour la phase de mesure en régime stationnaire.

Données et hypothèses :

- le réseau d'alimentation électrique fournit une tension 230/400 V en 50 Hz ;
- la plaque signalétique du moteur est donnée en figure **??** ;
- on négligera les pertes fer et les pertes mécaniques dans le moteur ;
- les pertes Joule statoriques sont également négligées.

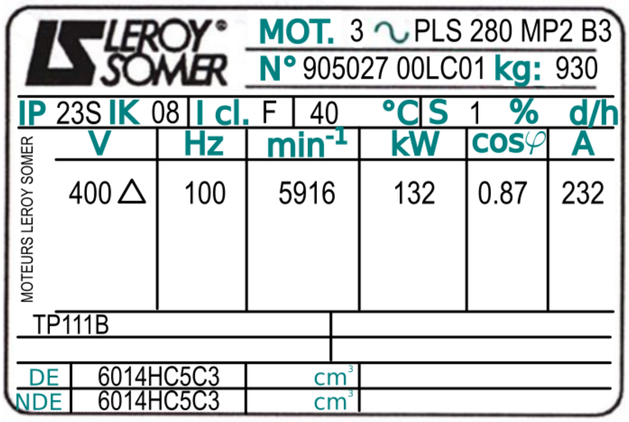


FIGURE 2.3 – Plaque signalétique du moteur PLS-280-MP

Question 1 *En utilisant les informations de la plaque signalétique, montrer que le moteur possède $p=1$ paire de pôles.*

Question 2 *À partir de la plaque signalétique, en détaillant les calculs, déterminer le glissement en fonctionnement nominal g_N ainsi que le couple utile nominal C_{uN}.*

On donne sur la figure **??** le modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur. L_0 représente l'inductance de magnétisation et L_c l'inductance des fuites totales d'une phase (rotorique ramenée au stator et stator). On note g le glissement. On rappelle que la puissance dissipée dans la résistance R/g correspond à la puissance transmise du stator au rotor. Cette puissance peut être décomposée en une résistance R correspondant aux pertes Joule dans le rotor en série avec une résistance $R(1-g)/g$ correspondant à la puissance électromécanique fournie au rotor.

R Ce modèle est celui du bobinage couplé en triangle. La tension $\underline{U_S}$ représente la tension entre phases, c'est-à-dire, vue de l'extérieur, la tension composée de valeur nominale 400 V. Le courant $\underline{i_S}$ représente le courant dans chaque phase statorique. La notation conventionnelle $\underline{j_S}$ pour ce courant n'est pas utilisée ici pour éviter toute confusion avec les notations des nombres complexes.

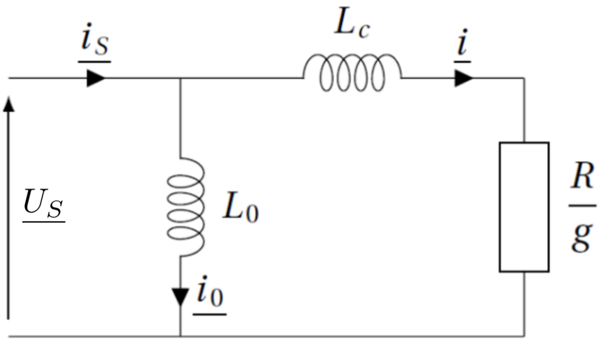


FIGURE 2.4 – Modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur

Question 3 *Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} fournie au rotor en fonction de U_S (valeur efficace de la tension $\underline{U_S}$), de la résistance R, du glissement g de l'inductance L_c et de la pulsation d'alimentation ω du moteur.*

Question 4 *Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} en fonction du couple électromagnétique C_{EM} et de la vitesse de rotation Ω de l'arbre moteur.*

Question 5 *Exprimer la vitesse de rotation Ω de l'arbre en fonction du glissement g et de la vitesse de synchronisme Ω_S. En déduire l'expression du couple électromagnétique C_{EM} en fonction de U_S^2, ω, g, R, L_c, et p (le nombre de paires de pôles par phase).*

Question 6 *En précisant bien vos hypothèses, justifier que l'expression du couple utile disponible sur l'arbre moteur est* $C_u = \dfrac{3pU_S^2}{\omega}\cdot\dfrac{\dfrac{R}{g}}{\left(\dfrac{R}{g}\right)^2+(L_c\omega)^2}$.

À l'aide de cette équation, on obtient la figure **??** qui représente l'allure de la courbe de couple en fonction de la vitesse de rotation N de l'arbre moteur.

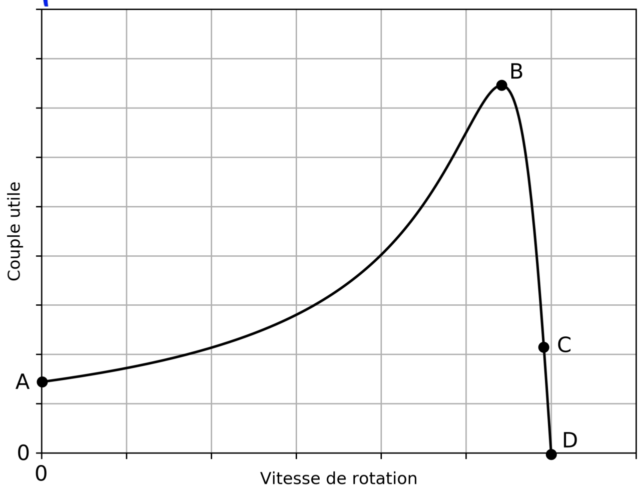


FIGURE 2.5 – Allure de la courbe de couple utile du moteur en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre

Question 7 *À l'aide des points A, B, C et D, identifier sur cette courbe le point de fonctionnement nominal, le démarrage du moteur, le point de synchronisme, la zone de fonctionnement instable du moteur.*

Le constructeur précise le rapport du couple maximal sur couple nominal : $C_M/C_N = 3,5$. On rappelle que le couple utile est maximal pour une valeur du glissement telle que $R/g = L_c\omega$. **Question** 8 *En déduire l'expression de L_c en fonction de p, U_S, C_M et ω et faire l'application numérique.*

Question 9 *Que peut-on dire de R/g par rapport à $L_c\omega$ au voisinage du point de fonctionnement nominal ? En déduire l'expression de R en fonction du couple nominal C_N, du glissement nominal g_N, de p, U_S et de ω.*

R On fera l'application numérique en prenant $g_N = 1,4\times10^{-2}$ et $C_N = 213\,\mathrm{Nm}$.

Le variateur utilisé pour la commande du moteur fonctionne en U_S/f constant. À l'aide des valeurs calculées précédemment, on a tracé sur la figure **??** les courbes de couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour différentes valeurs de fréquence de commande.

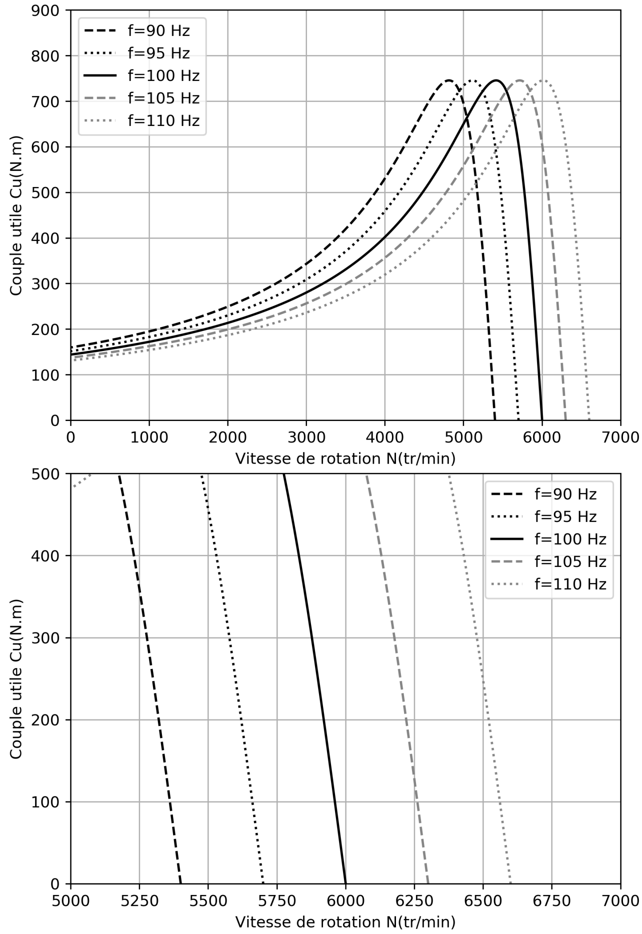


FIGURE 2.6 – Évolution du couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour des fréquences de commande de 90 Hz à 110 Hz.

Question 10 *Déterminer quelle fréquence doit être imposée par le variateur pour maintenir une vitesse de $6000\,\mathrm{tr\,min^{-1}}$ en présence d'un couple résistant correspondant au couple $C_{res} = 300\,\mathrm{Nm}$ défini par l'exigence 1.01 du cahier des charges.*

Corrigé voir **??**.

2.3 B3 – Valider un modèle

2.4 B1 – Choisir les grandeurs physiques et les caractériser

2.5 B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement

2.5.1 Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert

2.5.2 Modéliser un système par schéma-blocs.

Exercice 62 – La Seine Musicale⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *En considérant que la perturbation $C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.*

Question 2 *Exprimer la fonction de transfert $H_r(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p)=-\dfrac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.*

Question 3 *Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.*

Exercice 63 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

On a :

- $u_m(t)=e(t)+Ri(t)\Rightarrow U_m(p)=E(p)+RI(p)$ et $C_{M1}(p)=k_tI(p)$ donc $K_2=\dfrac{k_t}{R}$;
- $E(p)=k_e\Omega_m(p)$ et donc $K_7=k_e$;
- $(M+m)r\rho_1p\Omega_m(p)=\dfrac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r}-F_p(p)\Leftrightarrow(M+m)r^2\rho_1^2p\Omega_m(p)=C_{M1}(p)-\rho_1 rF_p(p)$ et donc $K_9=\rho_1 r$ et $H_3(p)=\dfrac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p)=\dfrac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8=\dfrac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5=\rho_1$ et $K_6=r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incréments. X_c est la consigne que doit respectée X. Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon=0$ et $X=X_c$ soit $\varepsilon=0=K_1X_C-K_8\theta_m=K_1X_C-K_8\dfrac{X}{K_5K_6}$. Au final, $K_1=\dfrac{K_8}{K_5K_6}$.

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*

Correction

Exercice 64 – Quille pendulaire⋆

B2-07

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

Correction D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace : $Q(p)=SpX(p)+\dfrac{V}{2B}p\Sigma(p)$ et $Mp^2X(p)=S\Sigma(p)-kX(p)-\lambda pX(p)-F_R(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $\Sigma(p)=A_2\left(A_1Q(p)-X(p)\right)=A_1A_2Q(p)-A_2X(p)$.

Par ailleurs $\Sigma(p)=\dfrac{Q(p)-SpX(p)}{\dfrac{V}{2B}p}=Q(p)\dfrac{2B}{Vp}-X(p)\dfrac{S2B}{V}$. On a donc $A_2=\dfrac{S2B}{V}$, $A_1A_2=\dfrac{2B}{Vp}$ soit $A_1=$

$\dfrac{2B}{Vp}\dfrac{V}{S2B}=\dfrac{1}{Sp}$.

On a aussi $X(p)=A_4\left(-F_R(p)+A_3\Sigma(p)\right)=-A_4F_R(p)+A_3A_4\Sigma(p)$. Par ailleurs, $X(p)\left(Mp^2+\lambda p+k\right)=S\Sigma(p)-F_R(p)\Leftrightarrow X(p)=\dfrac{S\Sigma(p)}{Mp^2+\lambda p+k}-\dfrac{F_R(p)}{Mp^2+\lambda p+k}$. On a donc : $A_4=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$ et $A_3=S$.

Au final, $A_1=\dfrac{1}{Sp}$, $A_2=\dfrac{S2B}{V}$, $A_3=S$ et $A_4=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$.

Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

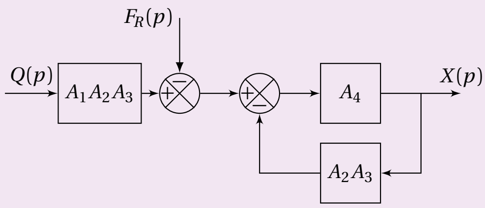
Correction **Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes** On a $X(p)=\left(H_1Q(p)-F_R(p)\right)H_2(p)$.

Par ailleurs, on a vu que $X(p)=A_4\left(-F_R(p)+A_3\Sigma(p)\right)$ et $\Sigma(p)=A_2\left(A_1Q(p)-X(p)\right)$.

On a donc $X(p)=A_4\left(-F_R(p)+A_3A_2\left(A_1Q(p)-X(p)\right)\right)\Leftrightarrow X(p)(1+A_2A_3A_4)=A_4\left(-F_R(p)+A_3A_2A_1Q(p)\right)$. On a donc $H_1(p)=A_1A_2A_3$ et $H_2=\dfrac{A_4}{1+A_2A_3A_4}$.

Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs Revient à utiliser la méthode précédente.

Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.

$A_1=\dfrac{1}{Sp}$, $A_2=\dfrac{S2B}{V}$, $A_3=S$ et $A_4=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$.

En faisant le calcul on obtient : $H_1(p)=\dfrac{2BS}{pV}$ et $H_2=\dfrac{\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}}{1+\dfrac{2BS^2}{V}\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}}=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k+\dfrac{2BS^2}{V}}$.

Question 3
Pour ce vérin non perturbé ($F_R=0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Correction Dans ce cas, $\dfrac{X(p)}{Q(p)}=H_1(p)H_2(p)\dfrac{2BS}{p\left(MVp^2+\lambda pV+kV+2BS^2\right)}$.

2.5.3 Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

Exercice 65 – Parallélépipède⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Exercice 66 – Parallélépipède percé⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Exercice 67 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Modéliser

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Exercice 68 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Exercice 69 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Exercice 70 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Exercice 71 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Données et hypohèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble $JR = \{\text{Joint(rotor)+ Butée double}\}$ a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Question 1 *Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de $\overrightarrow{OG}$ selon $\overrightarrow{z_0}$. Faire l'application numérique.*

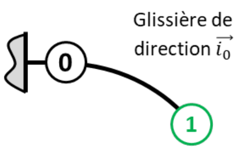
Question 2 *Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à $\left(O, \overrightarrow{z_0}\right)$, simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.*

2.5.4 Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique

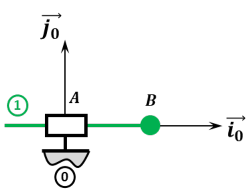
Exercice 72 – Mouvement T – ⋆

B2-12

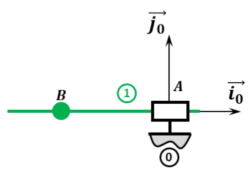
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\,\text{mm}$.*



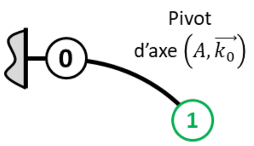
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = -20\,\text{mm}$.*



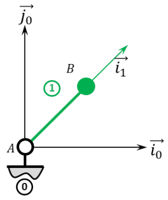
Exercice 73 – Mouvement R ★

B2-12

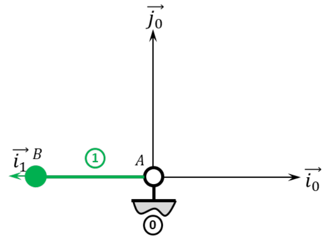
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad.*



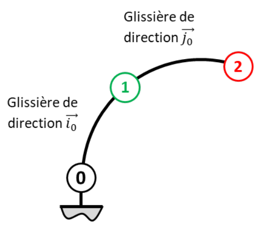
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \pi$* rad.



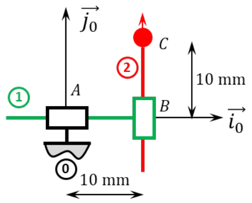
Exercice 74 – Mouvement TT – ★

B2-12

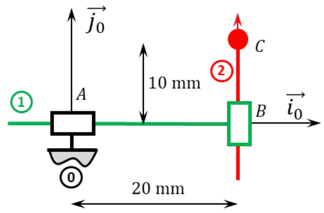
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10$ mm et $\mu = 10$* mm.



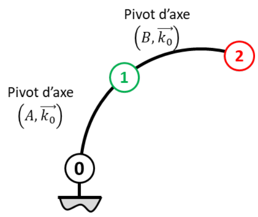
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 20$ mm et $\mu = 10$* mm.



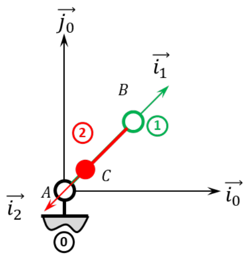
Exercice 75 – Mouvement RR ★

B2-12

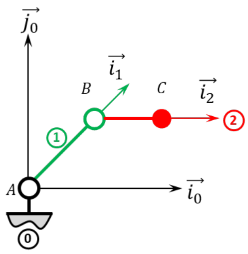
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



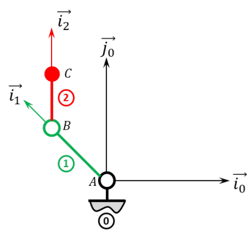
Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = \pi$ rad.*



Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*



Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*



Exercice 76 – Mouvement RT ★

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ *rad et* $\lambda(t) = 20\,\text{mm}$.

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ *rad et* $\lambda(t) = -20\,\text{mm}$.

Exercice 77 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ *rad et* $\lambda(t) = 20\,\text{mm}$.

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ *rad et* $\lambda(t) = -20\,\text{mm}$.

Exercice 78 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad et* $\varphi(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Exercice 79 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour* $\theta(t) = \pi$ *rad et* $\varphi(t) = -\dfrac{\pi}{4}$ *rad.*

Exercice 80 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 0$ *rad et* $\lambda(t) = 20\,\text{mm}$. *On notera* I_1 *le point de contact entre* ***0*** *et* ***1***.

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad et* $\lambda(t) = 30\,\text{mm}$. *On notera* I_2 *le point de contact entre* ***0*** *et* ***1***. *On précisera la position des points* $I_{0,0}$ *et* $I_{0,1}$, *points résultants de la rupture de contact lors du passage de* $\theta(t)$ *de 0 à* $\dfrac{\pi}{2}$.

Exercice 81 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 0$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \pi$ *rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce* ***2***.

Exercice 82 – Pompe à pistons radiaux ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 0$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 5 *En déduire la course de la pièce* ***2***.

Exercice 83 – Système bielle manivelle ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce* ***3****.*

Exercice 84 – Système de transformation de mouvement ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 0$ *rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 5 *En déduire la course de la pièce* ***3****.*

Exercice 85 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ *rad.*

Exercice 86 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ *rad.*

Exercice 87 – Poussoir ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \frac{\pi}{4}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\frac{\pi}{4}$ *rad.*

Exercice 88 – Système 4 barres ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta_1(t) = 0$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta_1(t) = -\frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 4 *En déduire la course angulaire* (θ_4) *de la pièce* ***3****.*

Exercice 89 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a = 107{,}1$ mm, $b = 80$ mm, $c = 70$ mm, $d = 80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 0$ *rad.*

Modéliser

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de λ.*

Exercice 90 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a=107{,}1\,\text{mm}$, $b=80\,\text{mm}$, $c=70\,\text{mm}$, $d=80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de λ.*

Exercice 91 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad et $\varphi(t)=0$ rad. On notera I_0 le point de contact entre **0** et **1**.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t)=0$ rad. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

2.5.5 Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides

Exercice 92 – Mouvement T – ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

1 est en translation de direction $\overrightarrow{i_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\left\{\begin{array}{l} x_B(t)=\lambda(t)\\ y_B(t)=0\\ z_B(t)=0\end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{z_0}\right)$.

Exercice 93 – Mouvement R ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

1 est en rotation de centre A et d'axe $\overrightarrow{k_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 *Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**.*

B est est en rotation par rapport à **0** (cercle de centre A et de rayon R).

Question 3 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}=R\cos\theta\overrightarrow{i_0}+R\sin\theta\overrightarrow{j_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\left\{\begin{array}{l} x_B(t)=R\cos\theta(t)\\ y_B(t)=R\sin\theta(t)\\ z_B(t)=0\end{array}\right.$

dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{z_0}\right)$.

Exercice 94 – Mouvement TT – ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de* **2** *par rapport à* **0***.*

Le point C a un mouvement quelconque dans le plan $\left(A, \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}\right)$.

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de* **2** *par rapport à* **0***.*

On a $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0} + \mu(t)\overrightarrow{j_0}$ et donc, on a directement $\left\{\begin{array}{l} x_C(t) = \lambda(t) \\ y_C(t) = \mu(t) \\ z_C(t) = 0 \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$.

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R = 10\,\text{cm}$ à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

Question 3 *Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R.*

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \dfrac{\text{d}}{\text{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$.
On a $v = R\dot{\theta}(t)$. Par intégration, $\theta(t) = \dfrac{v}{R}t$ (avec $\theta(t) = 0\,\text{rad}$ pour $t = 0\,\text{s}$).

Question 4 *Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v, R et du temps.*

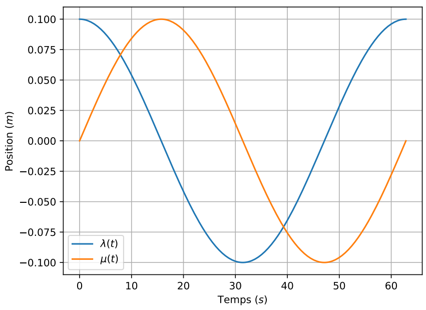
Exprimons la trajectoire du point C : $\overrightarrow{AC} = R\overrightarrow{e_r} = R\cos\theta(t)\overrightarrow{i_0} + R\sin\theta(t)\overrightarrow{j_0}$. Par identification $\lambda(t) = R\cos\theta(t)$ et $\mu(t) = R\sin\theta(t)$.

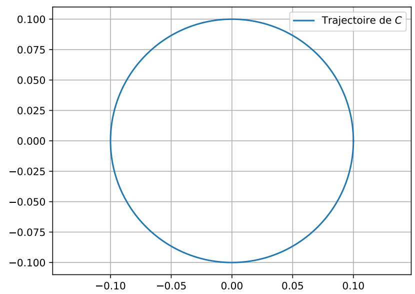
Au final, $\left\{\begin{array}{l} \lambda(t) = R\cos\left(\dfrac{v}{R}t\right) \\ \mu(t) = R\sin\left(\dfrac{v}{R}t\right) \end{array}\right.$.

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.*

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
R = 0.1 # m
v = 0.01 # m.s-1

# Temps pour faire un tour
T = 2*m.pi*R/v

les_t = np.linspace(0,T,200)
les_lambda = R*np.cos(v/R*les_t)
les_mu = R*np.sin(v/R*les_t)
plt.grid()
plt.plot(les_t,les_lambda,label="$\\lambda(t)$")
plt.plot(les_t,les_mu,label="$\\mu(t)$")
plt.xlabel("Temps ($s$)")
plt.ylabel("Position ($m$)")
plt.legend()
#plt.show()
plt.savefig("03_TT_01_c.pdf")
plt.cla()

plt.grid()
plt.axis("equal")
plt.plot(les_lambda,les_mu,label="Trajectoire de $C$")
plt.legend()
#plt.show()
plt.savefig("03_TT_02_c.pdf")
```

Modéliser





Exercice 95 – Mouvement RR ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Le point C peut atteindre tous les points situés compris entre deux cercles de rayon 5 mm et de rayon 25 mm.

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC} = R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}$. On projetant ce vecteur dans le repère $\mathcal{R}_A i_0 j_0 k_0$ on a $\overrightarrow{AC} = R\left(\cos\theta\,\overrightarrow{i_0} + \sin\theta\,\overrightarrow{j_0}\right) + L\left(\cos\left(\theta+\varphi\right)\overrightarrow{i_0} + \sin\left(\theta+\varphi\right)\overrightarrow{j_0}\right)$. On a donc : $\left\{\begin{array}{l} x_C(t) = R\cos\theta + L\cos\left(\theta+\varphi\right) \\ y_C(t) = R\sin\theta + L\sin\left(\theta+\varphi\right) \\ z_C(t) = 0 \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Question 3 *Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.*

Distance à parcourir : 0,05 m. Durée du parcours : $T = \dfrac{0,05}{v}$.

Question 4 *Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.*

$\forall t \in \left[0, \dfrac{0,05}{v}\right]$, $y_C(t) = 0,025$. Pour $t=0$, $x_C(0) = -0,025$. On a alors $x_C(t) = -0,025 + vt$.

Au final, $\forall t \in \left[0, \dfrac{0,05}{v}\right]$, $\left\{\begin{array}{l} x_C(t) = -0,025 + vt \\ y_C(t) = 0,025 \\ z_C(t) = 0 \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Question 5 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0,01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.*

Afin que le point C suive un segment, il faut donc que $\left\{\begin{array}{l} -0,025 + vt = R\cos\theta + L\cos\left(\theta+\varphi\right) \\ 0,025 = R\sin\theta + L\sin\left(\theta+\varphi\right) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -0,025 + vt - R\cos\theta = L\cos\left(\theta+\varphi\right) \\ 0,025 - R\sin\theta = L\sin\left(\theta+\varphi\right) \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} (-0,025 + vt - R\cos\theta)^2 = L^2\cos^2\left(\theta+\varphi\right) \\ (0,025 - R\sin\theta)^2 = L^2\sin^2\left(\theta+\varphi\right) \end{array}\right.$

$\Rightarrow (-0,025 + vt - R\cos\theta)^2 + (0,025 - R\sin\theta)^2 = L^2$

$\Rightarrow 0,025^2 + v^2t^2 + R^2\cos^2\theta - 2\times 0,025vt + 2R\cos\theta - vtR\cos\theta + 0,025^2 + R^2\sin^2\theta - 2\times 0,025R\sin\theta = L^2$

$\Rightarrow (2 - vt)\cos\theta - 2\times 0,025\sin\theta = \dfrac{L^2}{R} - \dfrac{2\times 0,025^2}{R} - \dfrac{v^2t^2}{R} - R + 2\times 0,025\dfrac{vt}{R}$

Équation trigonométrique de la forme $a\cos x + b\sin x = c$.

Il y a donc une solution analytique. On peut aussi résoudre l'équation numériquement.

Une fois $\theta(t)$ déterminée, on a $0,025 - R\sin\theta = L\sin\left(\theta+\varphi\right) \Rightarrow \arcsin\left(\dfrac{0,025 - R\sin\theta(t)}{L}\right) - \theta(t) = \varphi(t)$

Question 6 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\varphi(t)$ et la trajectoire générée.*

Exercice 96 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

Exercice 97 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

Exercice 98 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Ça ressemble à un tore, mais c'est pas vraiment un tore :) (aussi bien l'intérieur que l'extérieur...)...

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i_1}+\ell\,\overrightarrow{i_2}+r\,\overrightarrow{j_2}$. Soit $\overrightarrow{AC} = (R+\ell)\left(\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}+\sin\theta\,\overrightarrow{j_0}\right)+r\left(\cos\varphi\,\overrightarrow{j_1}+\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right) = (R+\ell)\left(\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}+\sin\theta\,\overrightarrow{j_0}\right)+ r\left(\cos\varphi\left(\cos\theta\,\overrightarrow{j_0}-\sin\theta\,\overrightarrow{i_0}\right)+\sin\varphi\,\overrightarrow{k_0}\right)$.

On a donc : $\left\{\begin{array}{l} x_C(t) = (R+\ell)\cos\theta - r\cos\varphi\sin\theta \\ y_C(t) = (R+\ell)\sin\theta + r\cos\varphi\cos\theta \\ z_C(t) = r\sin\varphi \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Exercice 99 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Le point C peut décrire un tore de grand rayon R et de petit rayon L (surface torique uniquement, pas l'intérieur du tore).

Question 2 *Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_1}+L\,\overrightarrow{i_2} = H\,\overrightarrow{j_0}+R\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}-R\sin\theta\,\overrightarrow{k_0}+L\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1}+L\sin\varphi\,\overrightarrow{j_1} = H\,\overrightarrow{j_0}+R\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}-R\sin\theta\,\overrightarrow{k_0}+ L\cos\varphi\left(\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}-\sin\theta\,\overrightarrow{k_0}\right)+L\sin\varphi\,\overrightarrow{j_0}$.

On a donc : $\left\{\begin{array}{l} x_C(t) = R\cos\theta + L\cos\varphi\cos\theta \\ y_C(t) = H + L\sin\varphi \\ z_C(t) = -R\sin\theta - L\cos\varphi\sin\theta \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Exercice 100 – Mouvement T – ⋆

B2-13

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.*

$$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} \end{array}\right\}_{\forall P}.$$

$$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}.$$

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

Modéliser

$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}$.

Exercice 101 – Mouvement R ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0}$. Or $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{0} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

D'où $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.*

$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} - R\,\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

On a directement $\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \end{array}\right\}_B$.

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$. (En effet, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \overrightarrow{0} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$.)

Exercice 102 – Mouvement TT – ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Par dérivation vectorielle, on a : $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Par composition du torseur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_1} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}$ $= \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0} \end{array}\right\}_{\forall P}$.

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \ddot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Exercice 103 – Mouvement RR ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} + L\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.

(Avec $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$).

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -L\,\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_0} = L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.

$\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \left(-L\,\overrightarrow{i_2} - R\,\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}\left(L\,\overrightarrow{j_2} + R\,\overrightarrow{j_1}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}\left(L\,\overrightarrow{j_2} + R\,\overrightarrow{j_1}\right)$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \{\mathscr{V}(2/1)\} + \{\mathscr{V}(1/0)\}$. Pour sommer les torseurs, il faut écrire les vecteurs vitesses au même point, ici en C.

$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} \end{array}\right\}_C$

Question 4 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

De plus, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$ et $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_2} = -\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{i_2}$.

On a donc $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1} + L\left(\ddot{\theta}+\ddot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} - L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)^2\overrightarrow{i_2}$.

Exercice 104 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ *par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ *par composition.*

$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

$\forall P$, $\overrightarrow{V(P,2/1)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1}$.

Par ailleurs $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{k_0} = \lambda(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1}$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1} \end{array}\right\}_B.$$

Question 4 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\,\overrightarrow{i_1} = \left(\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\right)\overrightarrow{i_1} + \left(\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t) + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_1}$.

Exercice 105 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ *par dérivation vectorielle ou par composition.*

Méthode 1 – Dérivation vectorielle

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_2}$

Méthode 2 – Composition du torseur cinématique

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$

Pour tout point P, $\overrightarrow{V(P,1/0)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_0}$.

$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -R\,\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_2}$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* C.

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \\ \overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_2} \end{array}\right\}_C.$$

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_2}\right)$.

Exercice 106 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ *par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\overrightarrow{i_1} + \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$ ($\overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{i_2}$).
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}$.

On a donc, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = (R+\ell)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(C,2/1)}$: on passe par B car B est le centre de la pivot entre 2 et 1 et que $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0}$. $\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \left(-\ell\,\overrightarrow{i_2} - r\,\overrightarrow{j_2}\right) \wedge \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1}$
  $= -\ell\,\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1} - r\,\overrightarrow{j_2} \wedge \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1}$.
  $= r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}$.
- $\overrightarrow{V(C,1/0)}$: on passe par A car A est le centre de la pivot entre 1 et 0 et que $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{0}$ est nul. $\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)}$
  $= \left(-r\,\overrightarrow{j_2} - \ell\,\overrightarrow{i_2} - R\,\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1}$
  $= -r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} - r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1} \\ (R+\ell)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} \end{array} \right\}_C$$

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$
$= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[(R+\ell)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{k_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{k_2} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_2} \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R+\ell)\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - (R+\ell)\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1} - r\ddot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot{\theta}\dot{\varphi}\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - r\dot{\theta}^2\cos\varphi\,\overrightarrow{j_1} + r\ddot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} + r\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}\right)$.

Exercice 107 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1} + L\,\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_0}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{0}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}\right) \wedge \overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_2} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} \wedge \overrightarrow{i_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}\right)$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition du vecteur vitesse.*

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,2/1)}$, passons par B car $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0}$: $\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -L\,\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} = L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.

- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,1/0)}$, passons par A car $\overrightarrow{V(A,1/0)}=\overrightarrow{0}$: $\overrightarrow{V(C,1/0)}=\overrightarrow{V(A,1/0)}+\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}$ $=-\left(H\overrightarrow{j_1}+R\overrightarrow{i_1}+L\overrightarrow{i_2}\right)\wedge\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}=-\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_1}+L\overrightarrow{i_2}\wedge\overrightarrow{j_1}\right)=-\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1}+L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)}=L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1}+L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}+\dot{\theta}\overrightarrow{j_0}\\ L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1}+L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)\end{array}\right\}_C.$$

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$$
$$=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1}+L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)\right]_{\mathscr{R}_0}.$$

Calculons :

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0}=\overrightarrow{\Omega(2/0)}\wedge\overrightarrow{j_2}=\left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}+\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}\right)\wedge\overrightarrow{j_2}=\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}\wedge\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}\wedge\overrightarrow{j_2}=\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}-\dot{\theta}\overrightarrow{i_2}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_1}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=L\ddot{\varphi}\overrightarrow{j_2}+L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}-\dot{\theta}\overrightarrow{i_2}\right)-\ddot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1}+L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)-\dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}+L\cos\varphi\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}-L\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Exercice 108 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.*

$\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

D'une part, $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\dot{\lambda}\overrightarrow{i_1}$.

D'autre part, en utilisant le roulement sans glissement en I, $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(I,1/0)}+\overrightarrow{BI}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{0}+\left(-\lambda(t)\overrightarrow{i_1}-R\overrightarrow{j_0}\right)\wedge\dot{\theta}\overrightarrow{k_0}=-\dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{k_0}+R\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{k_0}\right)=\dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\dot{\lambda}\overrightarrow{i_1}+\dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\dot{\theta}\overrightarrow{k_0}\\ \dot{\lambda}\overrightarrow{i_1}+\dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)\end{array}\right\}_B.$$

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}+\ddot{\theta}(t)\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)+\dot{\theta}(t)\left(\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}\right).$$

Exercice 109 – Pompe à palettes ⋆

B2-13

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

En utilisant la décomposition du vecteur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}$.
- $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(A,1/0)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=-\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}=\lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

$$\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_B.$$

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}+\lambda(t)\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}.$$

Exercice 110 – Pompe à piston axial ⋆

B2-13

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t)=e\sin\theta+R$ ou encore $\dot{\lambda}(t)=e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ (voir exercice **??**).

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}\end{array}\right\}_C.$$

Modéliser

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Exercice 111 – Système bielle manivelle ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t)=\pm\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}+R\sin\theta(t)$ et $\dot{\lambda}(t)=\pm\left(\dfrac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}}\right)+\dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$. (à vérifier – voir exercice **??**).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

On commence par calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Méthode 1 – dérivation vectorielle :** $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[AB\right]_{\mathscr{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.
- **Méthode 2 – formule de changement de point :** $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(A,1/0)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=-R\overrightarrow{i_1}\wedge\dot{\theta}\,t\,\overrightarrow{k_0}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

On a alors, $\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}\\ R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_B$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *et au point* C.

On a, $\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}\end{array}\right\}_C$.

Par ailleurs, on peut remarquer que $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/0)}+\overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/0)}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}+L\overrightarrow{i_2}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.

On a donc nécessairement $\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}=R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$

$\Rightarrow\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}=R\dot{\theta}(t)\left(\cos\theta(t)\overrightarrow{j_0}-\sin\theta(t)\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\varphi}(t)\left(\cos\varphi(t)\overrightarrow{j_0}-\sin\varphi(t)\overrightarrow{i_0}\right)$.

On a donc :

$$\left\{\begin{array}{l}0=-R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)+L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t)\\ \dot{\lambda}(t)=R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)-L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)=L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t)\\ \dot{\lambda}(t)-R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)=L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\tan\varphi(t)=\frac{R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)}{\dot{\lambda}(t)-R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)}$$

Il resterait à supprimer $\varphi(t)$ pour (espérons-le) retomber sur la loi entrée-sortie cinématique.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0}=R\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-R\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}.$$

Question 4 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}.$$

Exercice 112 – Système de transformation de mouvement ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(3/0)\}$ *au point* B.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,3/0)}$.

Exercice 113 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**).

Question 1 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point* I, *déterminer* $\gamma(t)$ *et* $\dot{\gamma}(t)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(3/2)\}$ *au point* B.

Exercice 114 – Système 4 barres ⋆⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**). On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG}=L\overrightarrow{x_1}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point G.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(G,1/0)}$.*

Exercice 115 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a=107{,}1\,\text{mm}$, $b=80\,\text{mm}$, $c=70\,\text{mm}$, $d=80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.
Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice **??**).
On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG}=L\overrightarrow{x_4}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(4/0)\}$ au point G.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(G,4/0)}$.*

Exercice 116 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.*

En utilisant la décomposition du vecteur vitesse : $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Calcul de $\overrightarrow{V(B,2/1)}$:** $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\overrightarrow{V(A,2/1)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/1)}$. 2 et 1 étant en pivot d'axe $\left(A,\overrightarrow{k_0}\right)$, on a $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\overrightarrow{0}-L\overrightarrow{i_2}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.
- **Calcul de $\overrightarrow{V(B,1/0)}$:** $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(I,1/0)}+\overrightarrow{BI}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{0}-L\overrightarrow{i_1}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}$. En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement : $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\left(-L\overrightarrow{i_1}-R\overrightarrow{j_0}\right)\wedge\dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}=\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{\Omega(2/0)}=\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0}\\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)\end{array}\right\}_B.$$

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}&=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}\\&=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)\right]_{\mathscr{R}_0}\\&=L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}.\end{aligned}$$

2.5.6 Modéliser une action mécanique

Exercice 117 – La Seine Musicale ⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS, noté $d\overrightarrow{F}_{vent}$.*

Question 2 *Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe $\left(O,\overrightarrow{z}\right)$, $\overrightarrow{\mathscr{M}(O,vent\rightarrow demi\text{-}voile)}\cdot\overrightarrow{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe $\left(O,\overrightarrow{z}\right)$ en fonction de R, f et α.*

Question 3 *On définit F_{vent} tel que $\left(\overrightarrow{OC_G}\wedge F_{vent}\overrightarrow{x_{C_G}}\right)\cdot\overrightarrow{z}=\overrightarrow{\mathscr{M}(O,vent\rightarrow demi\text{-}voile)}\cdot\overrightarrow{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.*

Question 4 *Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal ? Déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.*

Exercice 118 – Banc Balafre ⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Données et hypohèses

- On note $\overrightarrow{BM}=z\overrightarrow{z_0}+R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J=175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J=150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB}=z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B=425\,\text{mm}$;

Modéliser

- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

On souhaite déterminer la résultante des actions de pression du fluide sur le joint (rotor). On rappelle qu'un élément de surface dS autour d'un point M sur une surface cylindrique de rayon R_J s'exprime $\mathrm{d}S = R_J\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z$.

Question 1 *Exprimer au point M le torseur $\left\{dT_{f\rightarrow J_R}\right\}$ de l'action de pression du fluide sur un élément de surface dS joint en fonction de $p(t)$, dS et $\overrightarrow{u}(\theta)$.*

Question 2 *En déduire l'expression en B du torseur $\left\{T_{f\rightarrow J_R}\right\}$ de l'action de pression du fluide sur l'ensemble du joint.*

2.5.7 Modéliser un convertisseur électromécanique

Exercice 119 – Le banc balafre ⋆

[redacted] **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *En utilisant les informations de la plaque signalétique, montrer que le moteur possède $p = 1$ paire de pôles.*

Question 2 *À partir de la plaque signalétique, en détaillant les calculs, déterminer le glissement en fonctionnement nominal g_N ainsi que le couple utile nominal C_{uN}.*

Question 3 *Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} fournie au rotor en fonction de U_S (valeur efficace de la tension $\underline{U_S}$), de la résistance R, du glissement g de l'inductance L_c et de la pulsation d'alimentation ω du moteur.*

Question 4 *Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} en fonction du couple électromagnétique C_{EM} et de la vitesse de rotation Ω de l'arbre moteur.*

Question 5 *Exprimer la vitesse de rotation Ω de l'arbre en fonction du glissement g et de la vitesse de synchronisme Ω_S. En déduire l'expression du couple électromagnétique C_{EM} en fonction de U_S^2, ω, g, R, L_c, et p (le nombre de paires de pôles par phase).*

Question 6 *En précisant bien vos hypothèses, justifier que l'expression du couple utile disponible sur l'arbre moteur est* $C_u = \dfrac{3pU_S^2}{\omega}\cdot\dfrac{\dfrac{R}{g}}{\left(\dfrac{R}{g}\right)^2 + (L_c\omega)^2}$.

Question 7 *À l'aide des points A, B, C et D, identifier sur cette courbe le point de fonctionnement nominal, le démarrage du moteur, le point de synchronisme, la zone de fonctionnement instable du moteur.*

Question 8 *En déduire l'expression de L_c en fonction de p, U_S, C_M et ω et faire l'application numérique.*

Question 9 *Que peut-on dire de R/g par rapport à $L_c\omega$ au voisinage du point de fonctionnement nominal ? En déduire l'expression de R en fonction du couple nominal C_N, du glissement nominal g_N, de p, U_S et de ω.*

Question 10 *Déterminer quelle fréquence doit être imposée par le variateur pour maintenir une vitesse de* $6000\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ *en présence d'un couple résistant correspondant au couple* $C_{res} = 300\,\text{N}\,\text{m}$ *défini par l'exigence 1.01 du cahier des charges.*

2.6 B3 – Valider un modèle

2.7 C1 – Proposer une démarche de résolution

2.7.1 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS

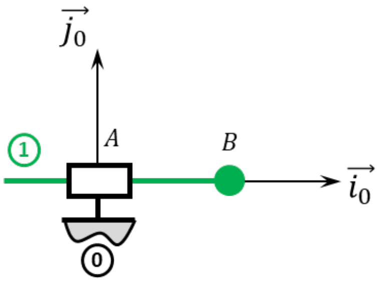
Exercice 120 – Mouvement T – ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG} = \ell\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{i_0}$. Un vérin pneumatique positionné entre **1** et **0** permet de maintenir **1** en équilibre. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir **1** en équilibre.*

Corrigé voir **??**.

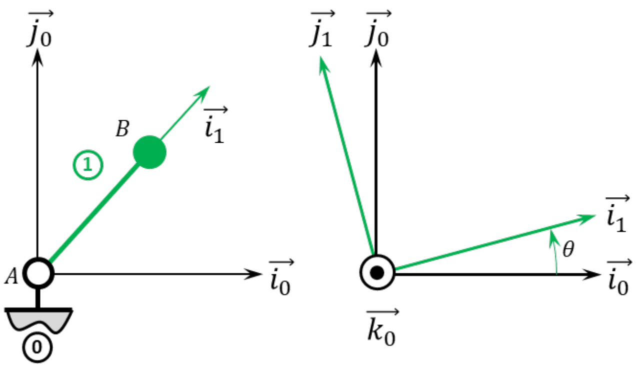
Exercice 121 – Mouvement R ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide 1 et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir **1** en équilibre.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 122 – Mouvement TT – ⋆

B2-14

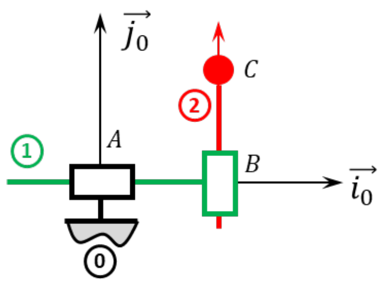
B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse. $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 123 – Mouvement RR ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

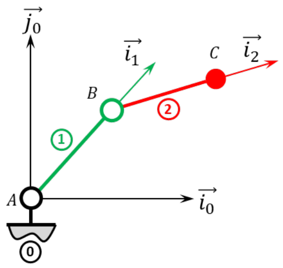
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

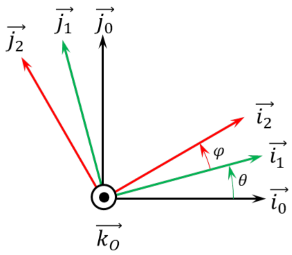
- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Modéliser

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 124 – Mouvement RT ⋆

B2-14

B2-15

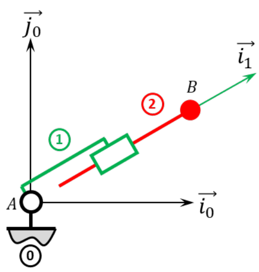
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

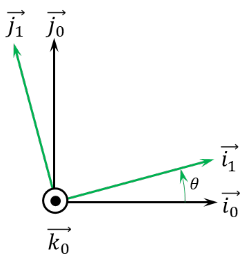
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 125 – Mouvement RT ⋆

B2-14

B2-15

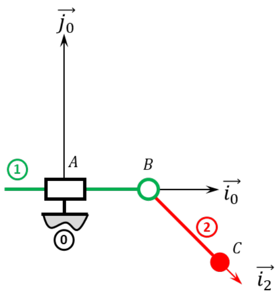
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

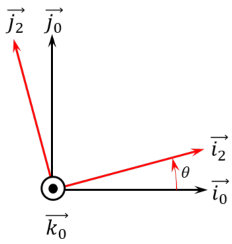
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 126 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

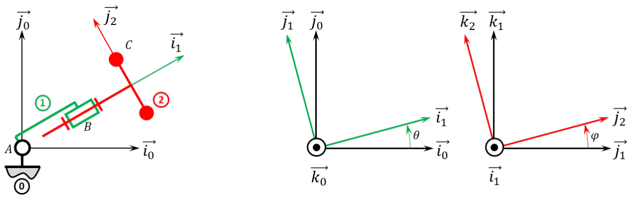
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 127 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

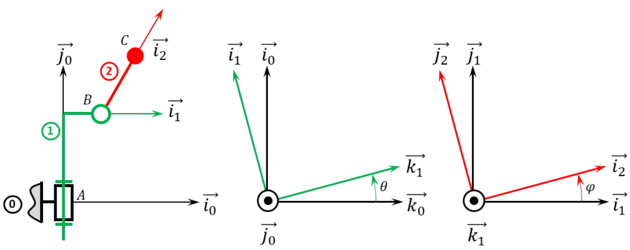
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\,\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

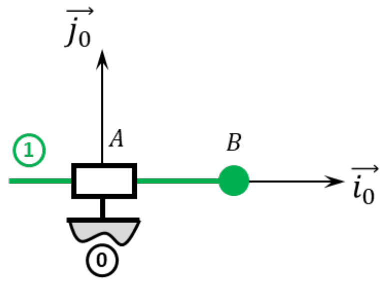
Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD

Exercice 128 – Mouvement T – ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG} = \ell\,\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{i_0}$. Un vérin positionné entre **1** et **0** permet d'actionner la pièce **1**. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

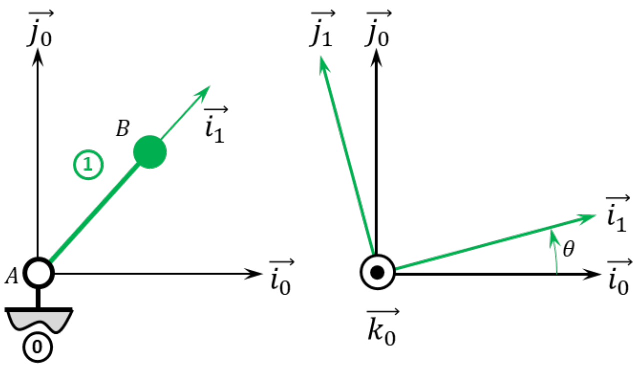
Corrigé voir ??.

Exercice 129 – Mouvement R ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m\,\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide **1** et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 130 – Mouvement TT – ⋆

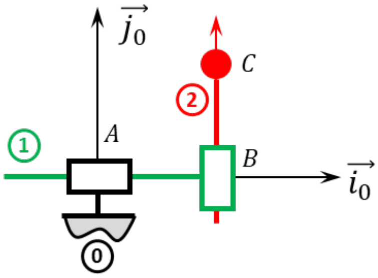
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse. $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 131 – Mouvement RR ⋆

B2-14

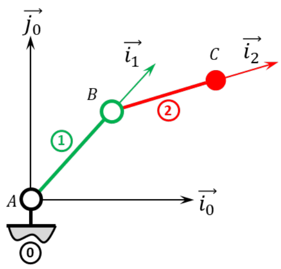
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

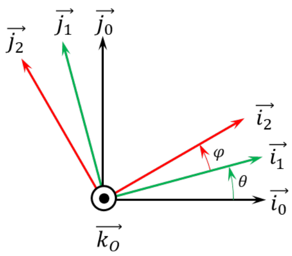
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 132 – Mouvement RT ⋆

B2-14

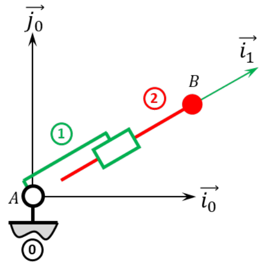
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

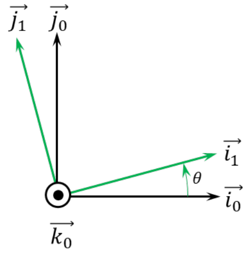
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 133 – Mouvement RT ⋆

B2-14

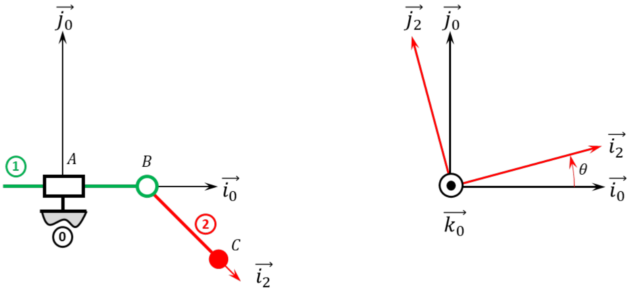
C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 134 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

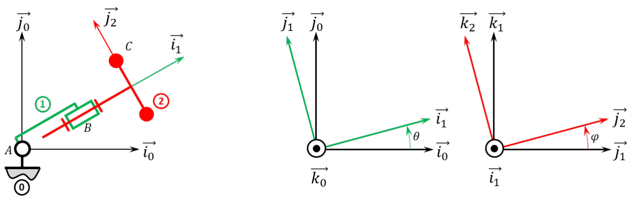
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=\ell\,\overrightarrow{i_2}+r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R+\ell=L=20\,\text{mm}$ et $r=10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2}=\ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 135 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

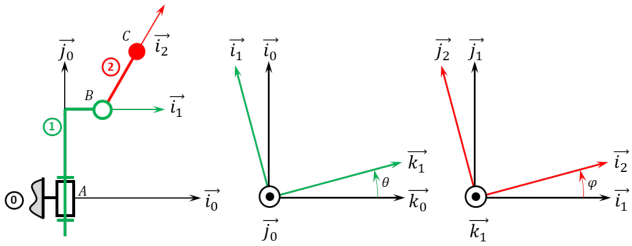
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=H\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H=20\,\text{mm}$, $r=5\,\text{mm}$, $L=10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=H\,\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 136 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

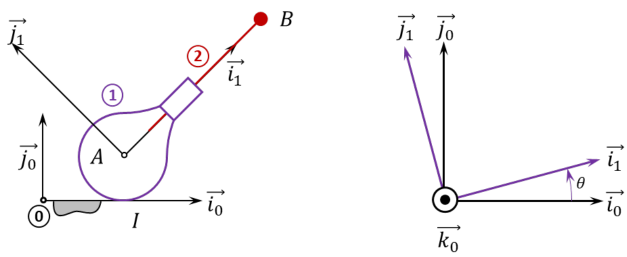
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R=15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=-\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2=B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points A et B.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

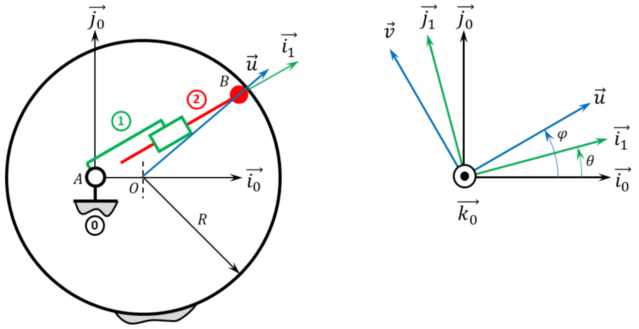
2.8 C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

2.8.1 Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 137 – Pompe à piston radial ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 4 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

On prendra une section de piston **2** de $1\,\text{cm}^2$ et une fréquence de rotation de $\dot{\theta}(t) = 2\pi\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$. **Question 5** *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Question 6 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $e = 15\,\text{mm}$.*

Question 7 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ pour une pompe à 5 pistons (5 branches **1+2**).*

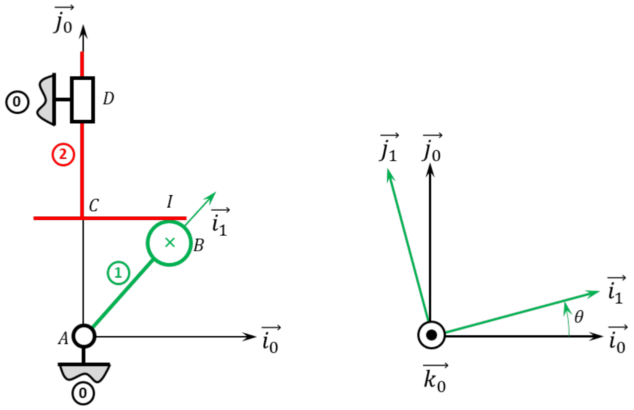
Indications (à vérifier...) :
1. .
2. $\lambda(t) = e\cos\theta(t) \pm \sqrt{e^2\cos^2\theta(t) - e^2 + R^2}$.
3. .
4. $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$.
5. .

Corrigé voir ??.

Exercice 138 – Pompe à piston axial ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *On note S la section du piston **2**. Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 10\,\text{mm}$ ainsi que pour $e = 20\,\text{mm}$ et $R = 5\,\text{mm}$. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$, la section du piston est donnée par $S = 1\,\text{cm}^2$.*

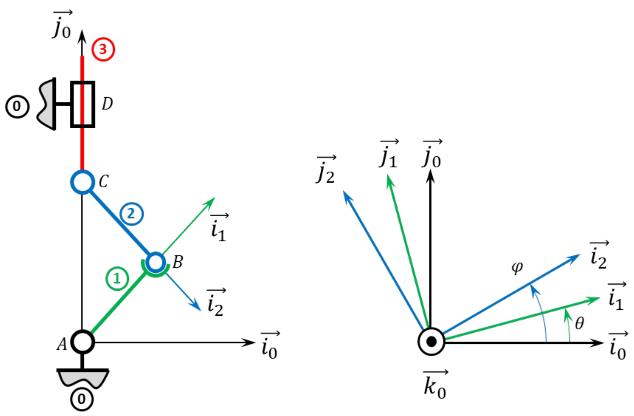
Indications :
1. .
2. $e\sin\theta + R - \lambda(t) = 0$.
3. $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.
4. $q(t) = eS\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.
5. .

Corrigé voir ??.

Exercice 139 – Système bielle manivelle ⋆⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$, $\overrightarrow{CB} = L\,\overrightarrow{i_2}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer la vitesse du piston en fonction du temps. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$, on prendra $R = 10\,\mathrm{mm}$ et $L = 20\,\mathrm{mm}$ puis $L = 30\,\mathrm{mm}$.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer l'accélération du piston en fonction du temps en utilisant les mêmes valeurs que dans la question précédente. On utilisera une dérivation numérique.*

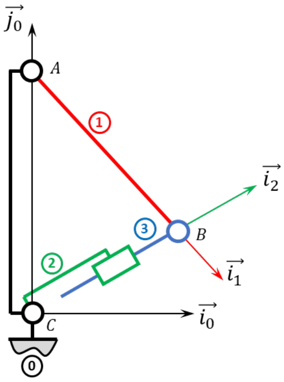
Indications :
1. .
2. $\lambda(t) = \pm\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)} + R\sin\theta(t)$.
3. $\dot{\lambda}(t) = \pm\left(\dfrac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)}}\right) + \dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$.
4. .
5. .

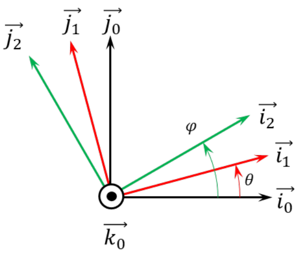
Corrigé voir ??.

Exercice 140 – Pompe oscillante ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $R = 40\,\mathrm{mm}$ et $H = 60\,\mathrm{mm}$. Par ailleurs, on note $\overrightarrow{CB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_2}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Question 5 *En utilisant Python, donner le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour un piston de diamètre $D = 10\,\mathrm{mm}$.*

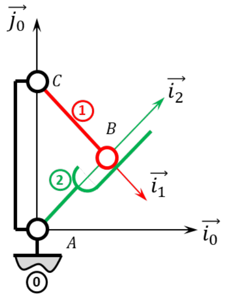
Indications :
1. .
2. $\lambda(t) = \pm\sqrt{R^2 + H^2 + 2HR\sin\theta(t)}$
3. $\dot{\lambda}(t) = \dfrac{1}{2}\left(-2HR\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\right)\left(R^2 + H^2 + 2HR\sin\theta(t)\right)^{-\frac{1}{2}}$
4. $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$
5. .

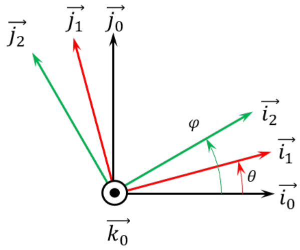
Corrigé voir ??.

Exercice 141 – Barrière Sympact ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\mathrm{mm}$ et $R = 40\,\mathrm{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Indications :
1. .
2. $\tan\varphi(t) = \dfrac{R\sin\theta(t) + h}{R\cos\theta(t)}$.
3. $\dot{\varphi}(t) = \dfrac{R\dot{\theta}(t)(R + h\sin\theta(t))}{R^2 + h^2 + 2Rh\sin\theta(t)}$.
4. .

Corrigé voir ??.

Exercice 142 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

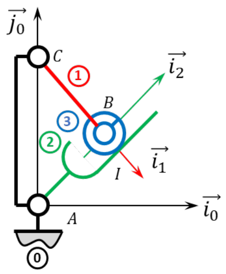
B2-13

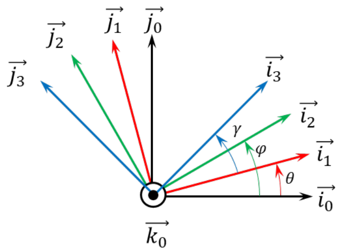
C2-05

C2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\mathrm{mm}$ et $R = 40\,\mathrm{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.*

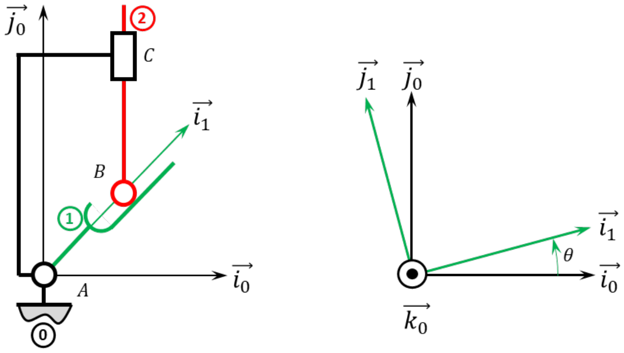
Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Corrigé voir ??.

Exercice 143 – Poussoir ⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = L\,\overrightarrow{i_0} + H\,\overrightarrow{j_0}$, $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $H = 120$ mm, $L = 40$ mm.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\mu(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

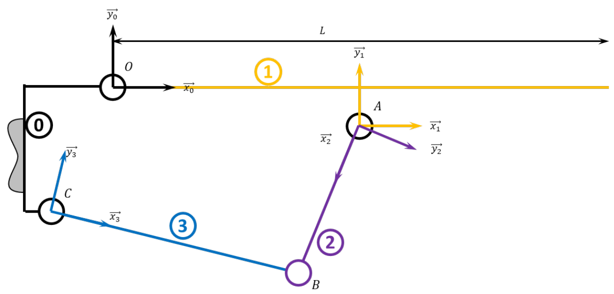
Corrigé voir ??.

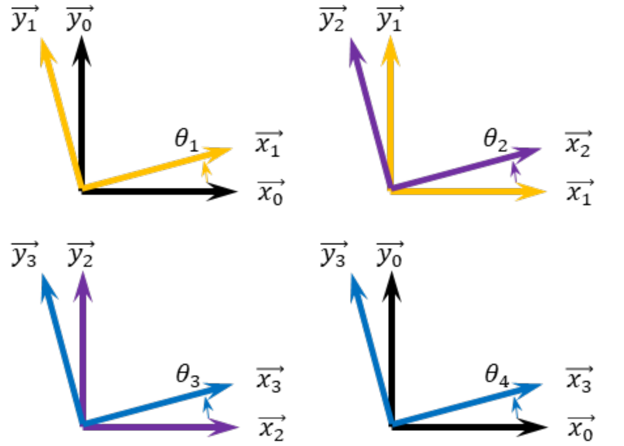
Exercice 144 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a\,\overrightarrow{x_1} - f\,\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355$ mm et $f = 13$ mm ;
- $\overrightarrow{AB} = b\,\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280$ mm ;
- $\overrightarrow{BC} = -c\,\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280$ mm ;
- $\overrightarrow{OC} = -d\,\overrightarrow{x_0} - e\,\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5$ mm et $e = 160$ mm ;





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta_1(t)$ en fonction de $\theta_4(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$.*

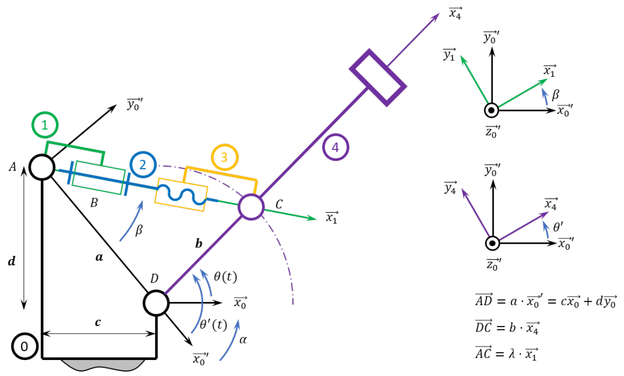
Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Corrigé voir ??.

Exercice 145 – Maxpid ⋆⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1$ mm, $b = 80$ mm, $c = 70$ mm, $d = 80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta(t)$ en fonction de $\lambda(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.*

Question 4 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$, vitesse de rotation du rotor moteur **2** par rapport au stator **1**.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **2** par rapport à **1** est de 500 tours par minute.*

1. Les éventuelles erreur de texte font partie intégrante de la difficulté :).

Corrigé voir ??.

Exercice 146 – Variateur de Graham [1] ★★★

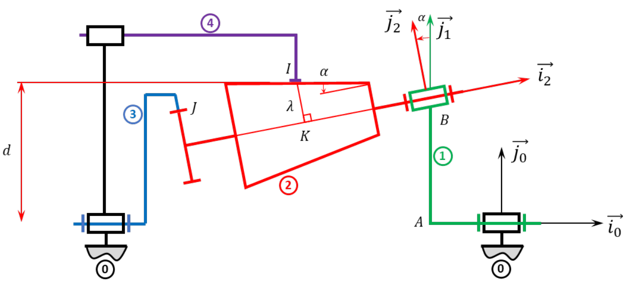
D'après ressources de Michel Huguet.

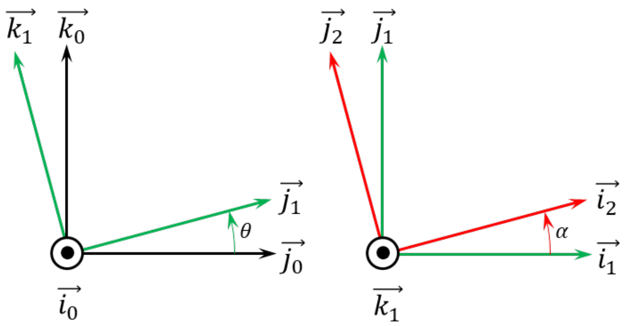
B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.





On note $\overrightarrow{AJ} = -L\,\overrightarrow{i_0} + \dfrac{d_3}{2}\overrightarrow{j_2}$ et $\overrightarrow{KJ} = -\ell\,\overrightarrow{i_2} + \dfrac{d_2}{2}\overrightarrow{j_2}$.

Soit $\mathcal{R} = \left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$ un repère lié au bâti **0** du variateur. L'arbre moteur **1** et l'arbre récepteur **3** ont une liaison pivot d'axe $\left(A, \overrightarrow{i_0}\right)$ avec le bâti **0**. On pose $\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \omega_1\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \omega_3\,\overrightarrow{i_0}$.

Soit $\mathcal{R}_1 = \left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_1}, \overrightarrow{k_1}\right)$ et $\mathcal{R}_2 = \left(B; \overrightarrow{i_2}, \overrightarrow{j_2}, \overrightarrow{k_1}\right)$ deux repères liés respectivement à **1** et **2** tels que $\overrightarrow{AB}$ ait même direction que $\overrightarrow{j_1}$. On pose $\alpha = \left(\overrightarrow{i_1}, \overrightarrow{i_2}\right)$ constant.

Le satellite **2** a une liaison pivot d'axe $\left(B, \overrightarrow{i_2}\right)$ avec **1**. **2** est un tronc de cône de révolution d'axe $\left(B, \overrightarrow{i_2}\right)$ de demi angle au sommet α. On pose $\overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} = \omega\,\overrightarrow{i_2}$.

La génératrice de **2** du plan $\left(O, \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_1}\right)$ la plus éloignée de l'axe $\left(O, \overrightarrow{i_0}\right)$ est parallèle à $\overrightarrow{i_0}$. Notons d sa distance à l'axe $\left(O, \overrightarrow{i_0}\right)$

2 roule sans glisser au point I, sur une couronne **4**, immobile par rapport à **0** pendant le fonctionnement. Le réglage du rapport de variation s'obtient en déplaçant **4** suivant l'axe $\left(O, \overrightarrow{i_0}\right)$.

Soit K le centre de la section droite du tronc de cône passant par I. On pose $\overrightarrow{BI} = \lambda\,\overrightarrow{j_2}$. À l'extrémité de **2** est fixée une roue dentée de n dents, d'axe $\left(B, \overrightarrow{i_2}\right)$, qui engrène avec une couronne dentée intérieure d'axe $\left(A, \overrightarrow{i_0}\right)$, de n_2 dents, liée à **3**.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *En exprimant que **2** roule sans glisser sur **4** au point I, déterminer ω en fonction de ω_1, d et λ.*

Question 3 *Quelle relation obtient-on entre ω_1, ω_3 et ω en exprimant l'engrènement des deux roues dentées? (c'est à dire que **2** et **3** roulent sans glisser l'un sur l'autre en J).*

Question 4 *En déduire le rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, d_2, d_3 et d.*

Question 5 *Tracer la courbe représentative du rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, sachant que $\dfrac{n}{n_3} = \dfrac{d_1}{d_3}$, $d = 55\,\text{mm}$ et que λ varie entre $\lambda_{mini} = 12\,\text{mm}$ et la valeur $\lambda_{maxi} = 23\,\text{mm}$.*

Corrigé voir ??.

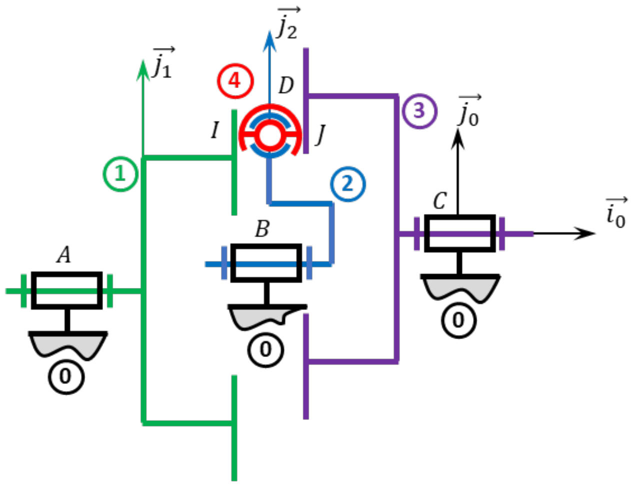
Exercice 147 – Variateur à billes ★★★★★

B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer la loi entrée – sortie.*

Corrigé voir ??.

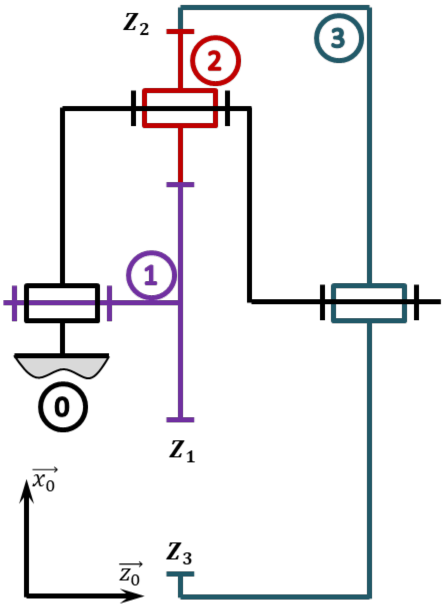
2.8.2 Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 148 – Train simple ★

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Question 3 *Donner une relation géométrique entre* Z_1, Z_2 *et* Z_3 *permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

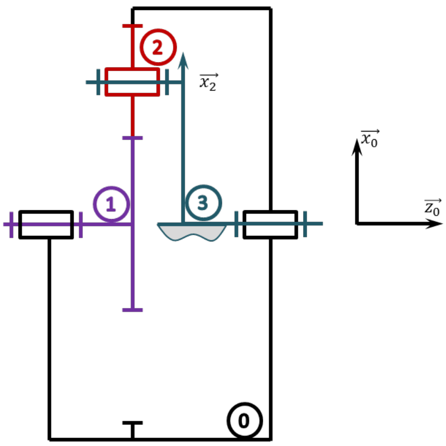
Corrigé voir ??.

Exercice 149 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Question 3 *Donner une relation géométrique entre* Z_1, Z_{21}, Z_{22} *et* Z_4 *permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

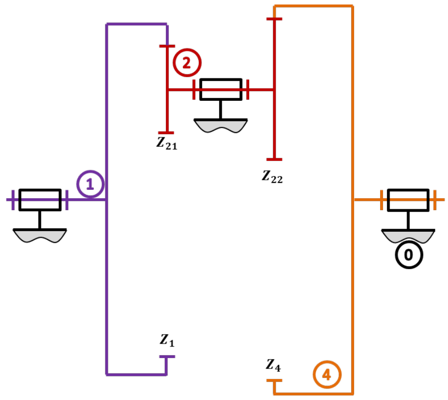
Corrigé voir ??.

Exercice 150 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

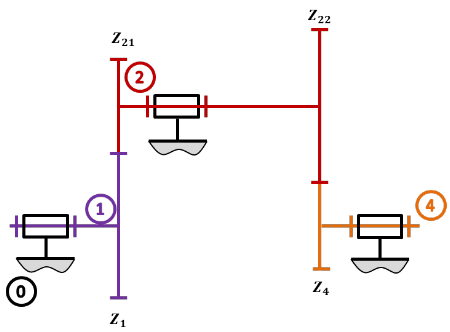
Corrigé voir ??.

Exercice 151 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Corrigé voir ??.

Exercice 152 – Cheville robot NAO⋆

A3-05

C2-06

On s'intéresse ici à la cheville NAO. On cherche à savoir si, à partir du moteur retenu par le constructeur, la chaîne de transmission de puissance permet de vérifier les exigences suivantes :

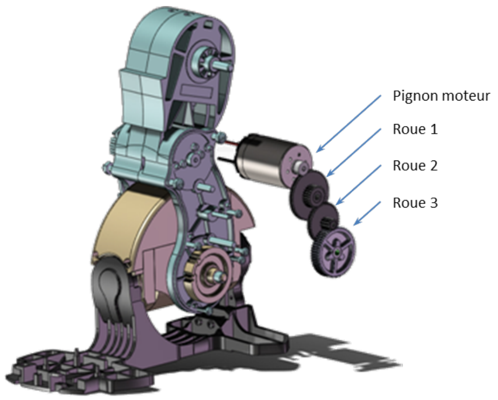
- exigence 1.1.1.1 : la vitesse de roulis doit être inférieure à 42 tr/min ;

- exigence 1.1.1.2 : la vitesse de tangage doit être inférieure à 60 tr/min.

La fréquence de rotation des moteurs permettant chacun des deux mouvements est de 8300 tr/min.

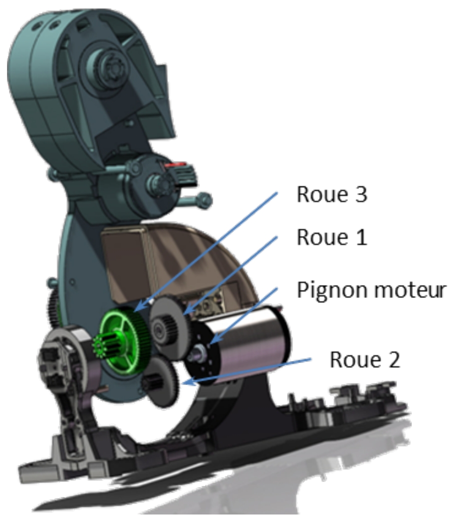
Pour la chaîne de transmission de tangage on donne le nombre de dents et le module de chaque roue dentée :

- pignon moteur : $Z_m = 20$, $M_m = 0,3$;
- grand pignon 1 : $Z_1 = 80$, $M_1 = 0,3$;
- petit pignon 1 : $Z'_1 = 25$, $M'_1 = 0,4$;
- grand pignon 2 : $Z_2 = 47$, $M_2 = 0,4$;
- petit pignon 2 : $Z'_2 = 12$, $M'_2 = 0,4$;
- grand pignon 3 : $Z_3 = 58$, $M_3 = 0,4$;
- petit pignon 3 : $Z'_3 = 10$, $M'_3 = 0,7$;
- roue de sortie : $Z_T = 36$, $M_T = 0,7$.



Pour la chaîne de transmission du roulis on donne le nombre de dents et le module de chaque roue dentée :

- pignon moteur : $Z_m = 13$, $M_m = 0,3$;
- grand pignon 1 : $Z_1 = 80$, $M_1 = 0,3$;
- petit pignon 1 : $Z'_1 = 25$, $M'_1 = 0,4$;
- grand pignon 2 : $Z_2 = 47$, $M_2 = 0,4$;
- petit pignon 2 : $Z'_2 = 12$, $M'_2 = 0,4$;
- grand pignon 3 : $Z_3 = 58$, $M_3 = 0,4$;
- petit pignon 3 : $Z'_3 = 10$, $M'_3 = 0,7$;
- roue de sortie 3 : $Z_R = 36$, $M_R = 0,7$.



Question 1 *Quels doivent être les rapports de réductions des transmissions par engrenage afin de respecter les exigences 1.1.1.1 et 1.1.1.2 ?*

Question 2 *Dans le cas de l'axe de tangage, remplir le tableau suivant :*

Question 3 *Dans le cas de l'axe de tangage, déterminer le diamètre de chaque roue dentée.*

Question 4 *Dans le cas de l'axe de tangage, réaliser le schéma cinématique minimal.*

Question 5 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de tangage ? L'exigence 1.1.1.2 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?*

Question 6 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de roulis ? L'exigence 1.1.1.1 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?*

Corrigé voir **??**.

Exercice 153 – Train simple ⋆

D'après Florestan Mathurin.

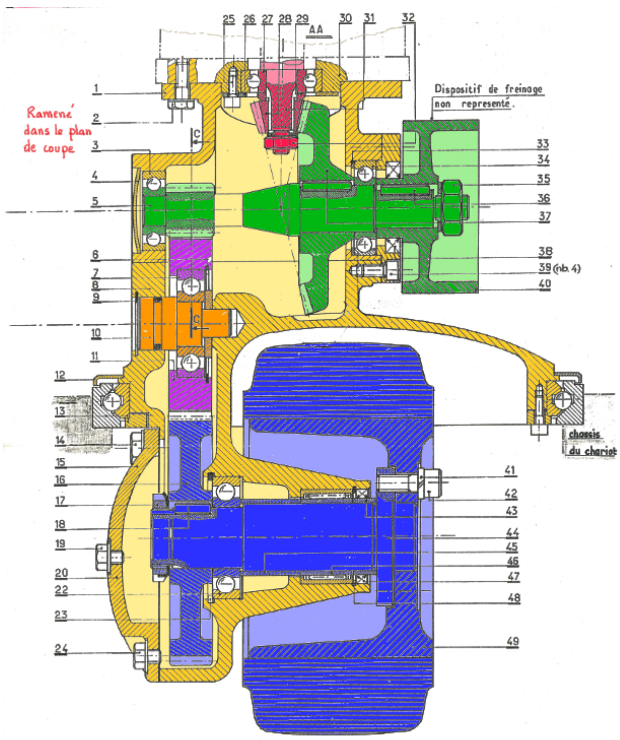
A3-05

C2-06

On s'intéresse au réducteur équipant la roue arrière motrice et directionnelle d'un chariot élévateur de manutention automoteur à conducteur non porté.

Données : $z_{27} = 16$ dents, $z_{35} = 84$ dents, $z_5 = 14$ dents, $z_{11} = 56$ dents, $z_{16} = 75$ dents.

Question 1 *Identifier les classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.*



Question 2 *Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin.*

Modéliser

Question 3 *Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons.*

Repère de la roue	Module m (mm)	Nombre de dents Z	Diamètre primitif D (mm)
27			
35	1,5		
5			
11	1,5		
16			

Question 4 *Après avoir proposé un paramétrage, indiquer dans quel sens tourne la roue si le moteur 28 (31) tourne dans le sens positif.*

Question 5 *Pour une vitesse de* 1500 tr/min *en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue. Le diamètre de la roue est de* 150 mm. *Quelle est la vitesse du véhicule ?*

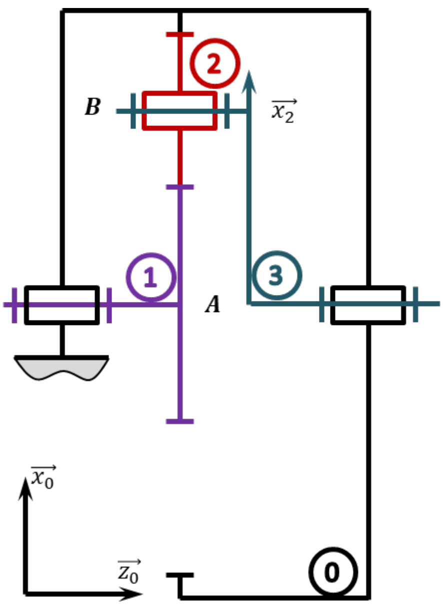
Corrigé voir ??.

Exercice 154 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

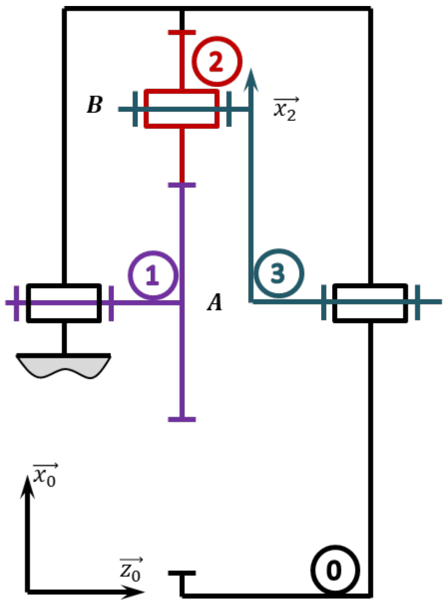
Corrigé voir ??.

Exercice 155 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport* $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

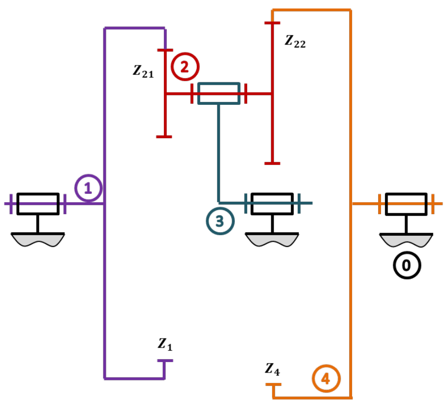
Corrigé voir ??.

Exercice 156 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport* $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

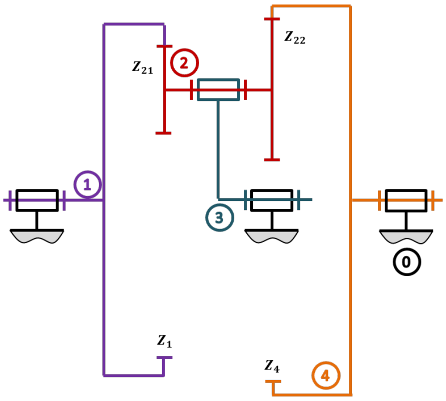
Corrigé voir ??.

Exercice 157 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

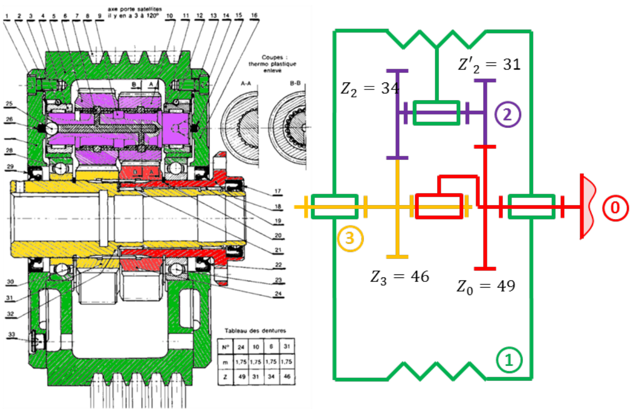
Corrigé voir ??.

Exercice 158 – Poulie Redex ⋆ *D'après ressources de Stéphane Genouël.*

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).*

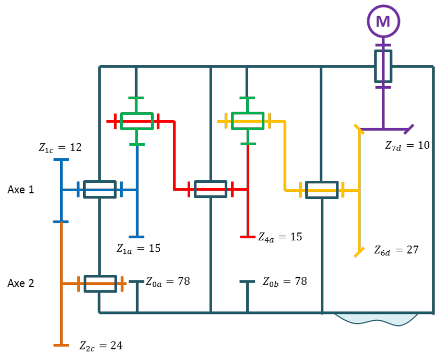
Corrigé voir ??.

Exercice 159 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le système de transmission suivant.



Question 1 *Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.*

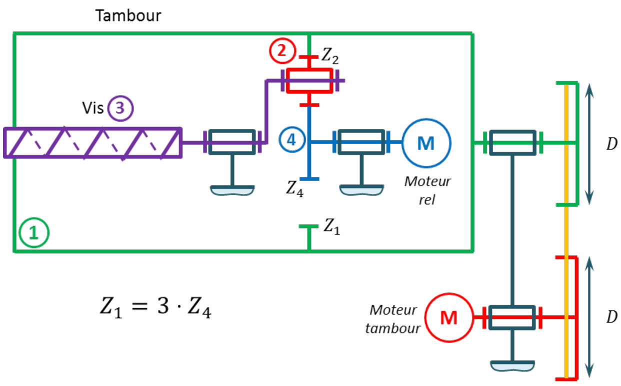
Corrigé voir ??.

Exercice 160 – Centrifugeuse des boues ⋆

A3-05

C2-06

La chaîne cinématique est représentée sur la figure suivante.



La séquence de lancement de la centrifugeuse se déroule en trois phases :

- mise en marche du premier moteur M_{tambour} jusqu'à ce que le tambour 1 atteigne sa vitesse de consigne de 2 000 tours/min. Le moteur M_{rel} est à l'arrêt ;
- mise en marche du deuxième moteur M_{rel} jusqu'à ce que la vitesse différentielle de 2 tours/min soit atteinte entre le tambour 1 et la vis 3. La vis 3 tourne ainsi plus vite que le tambour 1 ;
- la boue liquide est ensuite introduite.

Question 1 *Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.*

Corrigé voir ??.

Exercice 161 – Train simple ⋆ *D'après documentation F. Mazet.*

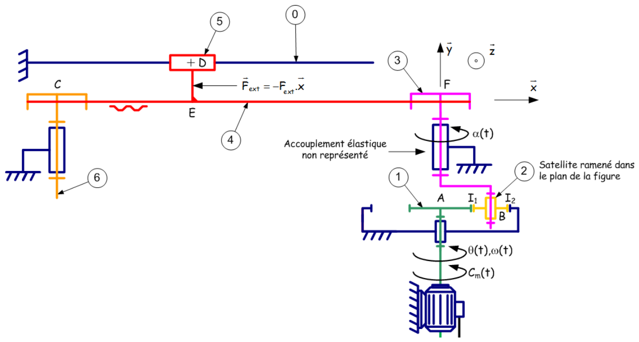
A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à la chaîne de transmission de puissance du Control'X dont un modèle est donné dans la figure ci-dessous.

On note :

- **0 :** le bâti auquel est encastré une couronne de rayon primitif R_b ;
- **1 :** le pignon de sortie du moteur de rayon primitif R_m ;
- **2 :** un des 3 satellites du réducteur épicycloïdal de rayon primitif R_s ;
- **3 :** le porte-satellite auquel est encastré une poulie de rayon R_p ;
- **5 :** le chariot de masse M encastré à la courroie **4** considérée inextensible. On note $v = \overrightarrow{V(D,5/0)} \cdot \overrightarrow{y}$;
- **3 :** le seconde poulie de rayon R_p ;



Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$ et v.*

Corrigé voir ??.

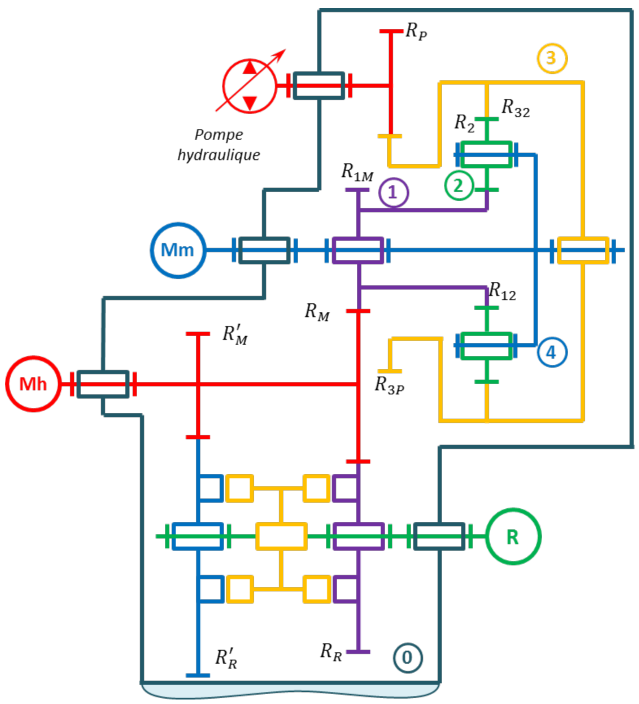
Exercice 162 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

On s'intéresse à la chaîne de transmission de puissance d'un tracteur Fendt. Cette dernière est composée d'un moteur (et d'une pompe) hydraulique (Mh) ainsi que d'un moteur thermique MAN (Mm).

Le moteur MAN a pour but de fournir de la puissance à la pompe hydraulique et au tracteur (récepteur R). On donne ci-dessous le schéma de la transmission.



Les rayons des pignons sont les suivants : $R_{12} = 60$, $R_{1M} = 33$, $R_2 = 30$, $R_{32} = 120$, $R_{3P} = 54$, $R_M = 54$, $R'_M = 48$, $R_R = 42$, $R'_R = 48$.

Une étude antérieure a permis d'établir que $\dfrac{\omega(Ph/0)}{\omega(Mh/0)} = \dfrac{2y}{x}$ avec $x \in [0,71;1]$ et $y \in [0;1]$.

La fréquence de rotation du moteur Man est de 1900 tr/min.

Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$, $\omega(3/0)$ et $\omega(4/0)$.*

Question 2 *Montrer que la relation entre la rotation du moteur hydraulique et le moteur Man peut se mettre sous la forme : $\dfrac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\dfrac{Ax}{BR_p y + Cx}$ où on explicitera A, B et C.*

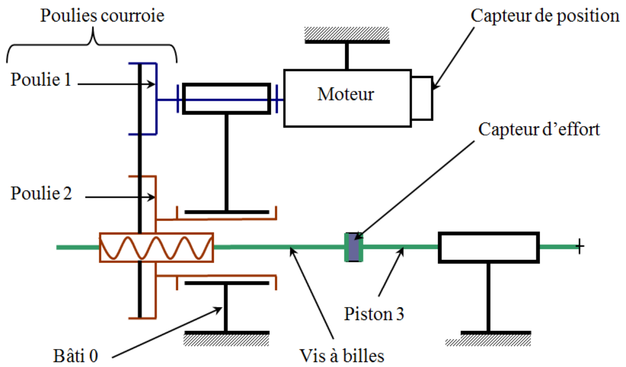
Corrigé voir ??.

Exercice 163 – Système vis-écrou ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06

Soit la chaîne de transmission suivante.



Le schéma du restituteur actif est donné ci-dessous. Le pas de la vis est $p_v = 10$ mm. Le diamètre de la poulie 2 est le double de celui de la poulie 1.

Question 1 *Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.*

Question 2 *Réaliser la chaîne d'énergie-puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.*

Question 3 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1.*

Corrigé voir ??.

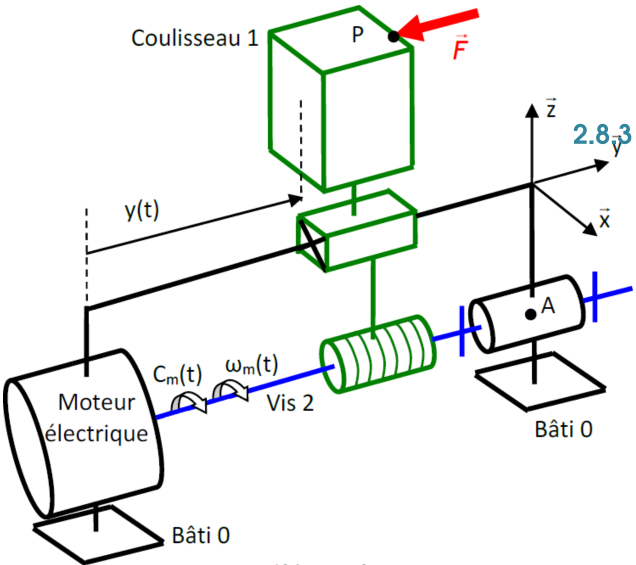
Exercice 164 – Train simple ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante. Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.

On s'intéresse ici à l'axe Y qui met en mouvement le coulisseau 1, sur lequel est fixée l'outil, par rapport au bâti 0. Le coulisseau 1 est mis en mouvement par un moteur électrique qui délivre un couple moteur $C_m(t)$.



Modèle cinématique

On note p le pas de vis.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.*

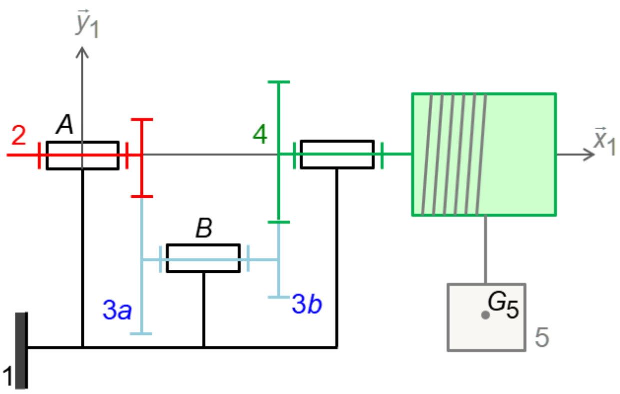
Corrigé voir ??.

Exercice 165 – Treuil de levage ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à un treuil dont le modèle cinématique est donné ci-dessous.



On note Z_2 le nombre de dents de la roue dentée de l'arbre 2. On note l'arbre intermédiaire 3 et Z_{3a} et Z_{3b} les nombres de dents de ses deux roues dentées. On note R le rayon du tambour 4 sur lequel s'enroule sans glisser un câble et Z_4 le nombre de dents de sa roue dentée.

Question 1 *Déterminer la relation entre v_{51} la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et ω_{21} la vitesse de rotation du moteur.*

Question 2 *On note J_2, J_3, J_4 l'inertie des pièces 2, 3 et 5. On note M_5 la masse du solide 5. Donner la masse équivalente ramenée « à la translation » de la masse. Donner l'inertie équivalente ramenée à l'arbre d'entrée 2.*

Corrigé voir ??.

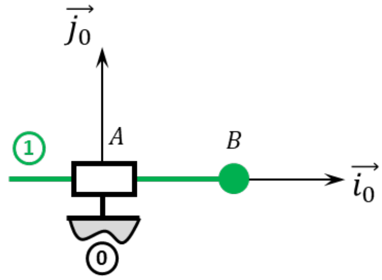
Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 166 – Mouvement T – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide et $I_B(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & -D_1 \\ 0 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$.



Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

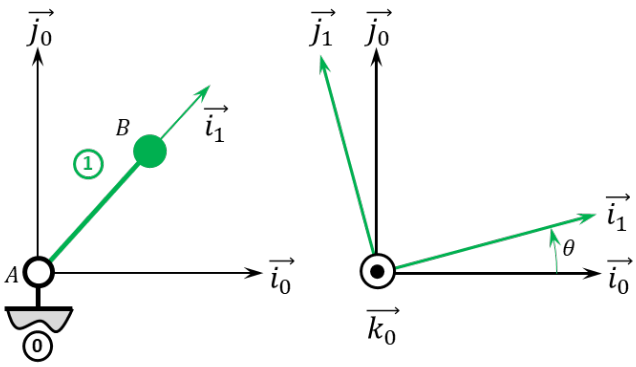
Corrigé voir ??.

Exercice 167 – Mouvement R ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$.



Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique* $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ *en* B.

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B *puis en* A.

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B *puis en* A.

Masse ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 *Exprimer le torseur cinétique* $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ *en* B.

Question 5 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B *puis en* A.

Corrigé voir ??.

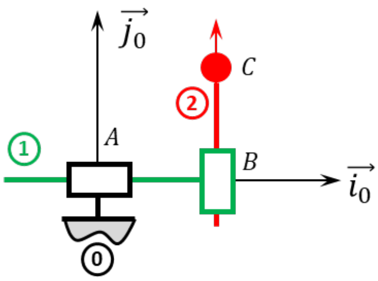
Exercice 168 – Mouvement TT – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer les torseurs cinétiques* $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ *et* $\{\mathscr{C}(2/0)\}$.

Question 2 *Exprimer les torseurs dynamiques* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *et* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 3 *En déduire* $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$ *en* B.

Corrigé voir ??.

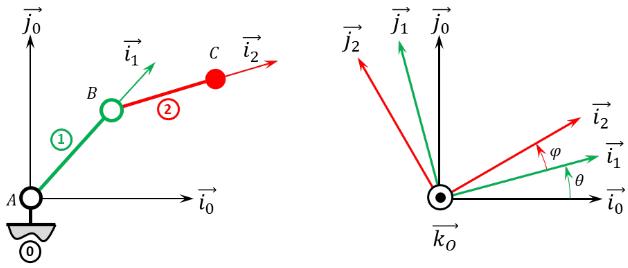
Exercice 169 – Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* A.

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Corrigé voir ??.

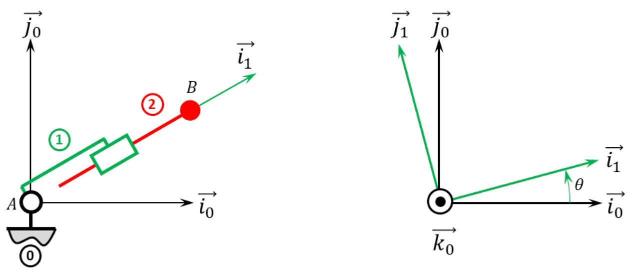
Exercice 170 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

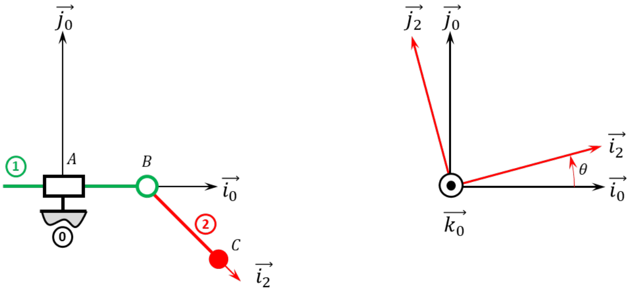
Exercice 171 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=R\overrightarrow{i_2}$ avec $R=30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix}A_1&0&0\\0&B_1&0\\0&0&C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix}A_2&0&0\\0&B_2&0\\0&0&C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$*

Indications :

1. $\{\mathscr{D}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\,\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)\end{array}\right\}_B$.
2. $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}=m_1\ddot{\lambda}(t)+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)-R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t)+\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Corrigé voir ??.

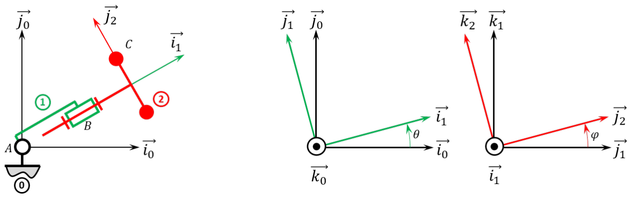
Exercice 172 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=\ell\overrightarrow{i_2}+r\overrightarrow{j_2}$. On note $R+\ell=L=20\,\text{mm}$ et $r=10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix}A_1&0&0\\0&B_1&0\\0&0&C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2}=\ell\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix}A_2&0&0\\0&B_2&0\\0&0&C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

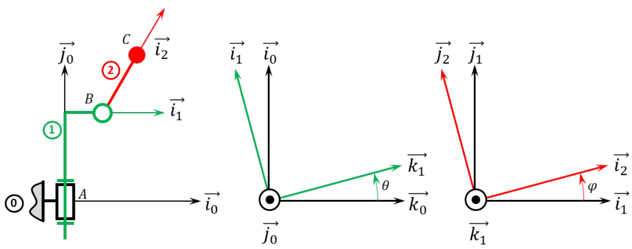
Exercice 173 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=H\overrightarrow{j_1}+R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=L\overrightarrow{i_2}$. On a $H=20\,\text{mm}$, $r=5\,\text{mm}$, $L=10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix}A_1&0&0\\0&B_1&0\\0&0&C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix}A_2&0&0\\0&B_2&0\\0&0&C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{j_0}$*

Corrigé voir ??.

Exercice 174 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

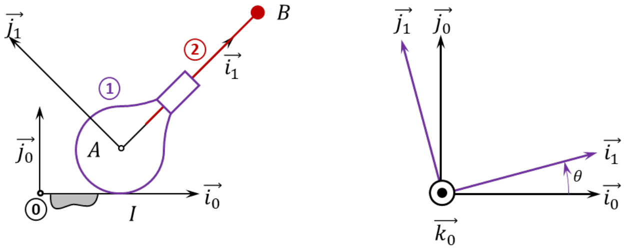
C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus $R=15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=-\ell\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix}A_1&0&0\\0&B_1&0\\0&0&C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;

- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$*

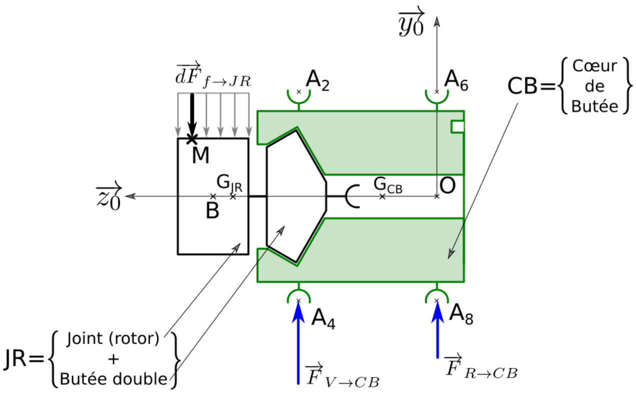
Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(I, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

Exercice 175 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypohèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\,\overrightarrow{z_0} + R_J\,\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\,\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathcal{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\,\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\,\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\,\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $\left(y_0, \overrightarrow{z_0}\right)$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $\left(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$) : $\{\mathcal{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathcal{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ v(t)\,\overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble S= { JR + CB} afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

Question 2 *Exprimer $v(t)$ en fonction de $y(t)$.*

Question 3 *Déterminer l'expression en G_{CB} du torseur dynamique de CB par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 4 *Déterminer l'expression en G_{JR} du torseur dynamique de JR par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 5 *Exprimer alors en G le torseur dynamique de l'ensemble S par rapport à 0 en fonction de $\dot{v}(t)$, M_{CB} et M_{JR}.*

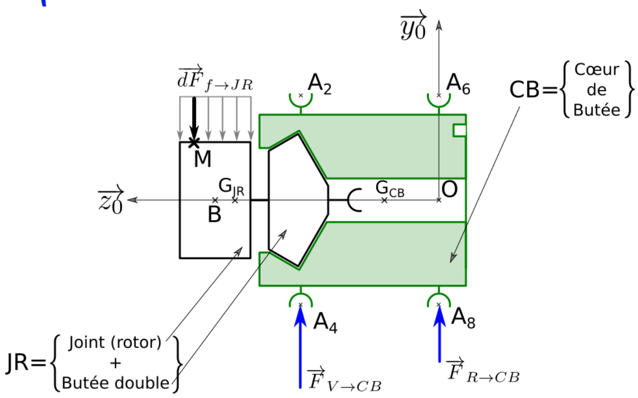
Corrigé voir ??.

2.8.4 Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 176 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypohèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\,\overrightarrow{z_0} + R_J\,\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\,\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\,\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\,\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\,\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $\left(y_0, \overrightarrow{z_0}\right)$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $\left(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$) : $\left\{\mathscr{V}(JR/CB)\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega\,\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\left\{\mathscr{V}(CB/0)\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ v(t)\,\overrightarrow{y_0} \end{array}\right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble S= { JR + CB} afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

On considérera l'expression suivante pour le torseur dynamique de S par rapport à 0 : $\left\{\mathscr{D}(S/0)\right\} = \left\{\begin{array}{c} M\,\dot{v}\,\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_G$ où $M = 140\,\text{kg}$.

Question 2 *Exprimer le torseur $\left\{T_{V\to CB}\right\}$ (actionneurs 2 et 4 sur CB) au point A_4 en fonction de FV et le torseur $\left\{T_{R\to CB}\right\}$ (actionneurs 6 et 8 sur CB) au point A_8 en fonction de F_R.*

Question 3 *En expliquant clairement chaque étape de la démarche utilisée, montrer que :*

$$\left\{\begin{array}{l} F_V = M\dfrac{z_G}{z_4}\dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \dfrac{z_B}{z_4} \\ F_R = M\left(1 - \dfrac{z_G}{z_4}\right)\dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J\left(1 - \dfrac{z_B}{z_4}\right) \end{array}\right.$$

Question 4 *En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer les actionneurs les plus sollicités par le mouvement en phase : actionneurs du plan avant (2 et 4) ou du plan arrière (6 et 8).*

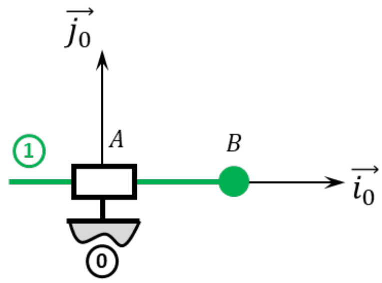
Corrigé voir ??.

2.8.5 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus

Exercice 177 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG} = \ell\,\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{i_0}$. Un vérin positionné entre **1** et **0** permet d'actionner la pièce **1**. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



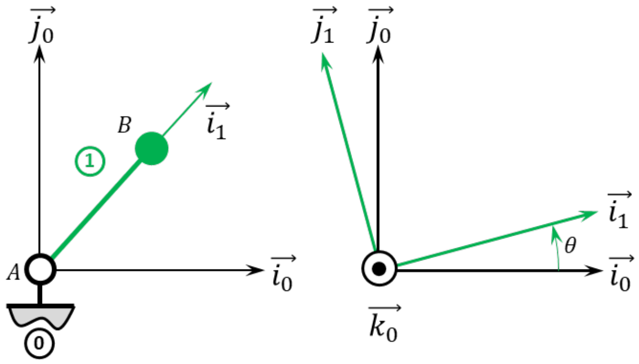
Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **1** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 178 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m\,\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide **1** et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **1** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Corrigé voir **??**.

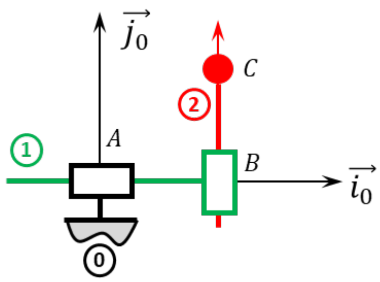
Exercice 179 – Mouvement TT – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$; $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{j_0}$ puis le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

Corrigé voir **??**.

Exercice 180 – Mouvement RR ⋆

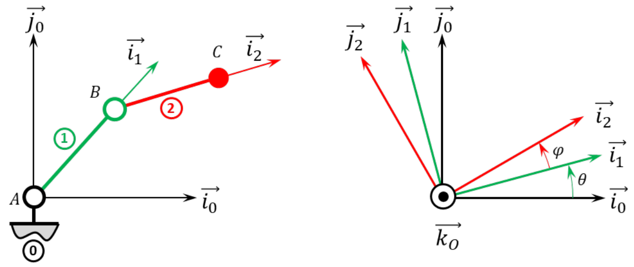
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20$ mm et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15$ mm. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2}R\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2}L\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir **??**.

Exercice 181 – Mouvement RT ⋆

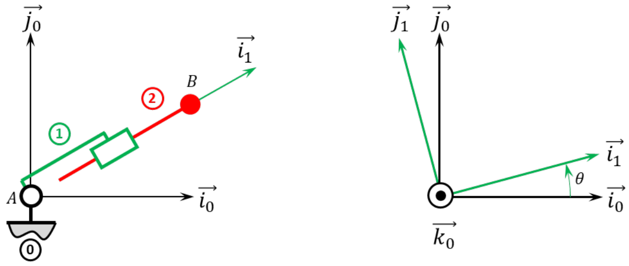
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide* **2** *en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble* **1+2** *au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

Exercice 182 – Mouvement RT ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

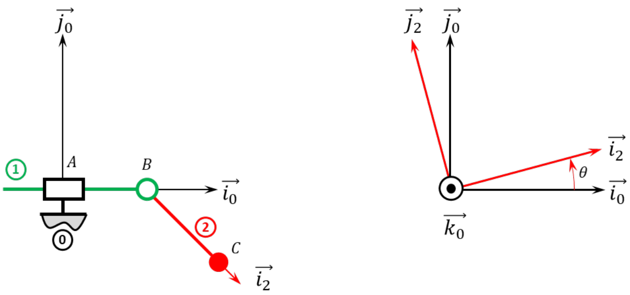
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=R\overrightarrow{i_2}$ avec $R=30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{j_0}$.

Par ailleurs, $\overrightarrow{\delta(B,2/0)}=C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$ et $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}=m_1\ddot{\lambda}(t)+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)-R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t)+\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème du moment dynamique au solide* **2** *au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Question 2 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble* **1+2** *en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

Indications :
1. $C_m-m_2gR\cos\theta(t)=C_1\ddot{\theta}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)+R\ddot{\theta}\right)$;
2. $F_{\text{ver}}=m_1\ddot{\lambda}(t)+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)-R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t)+\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Corrigé voir ??.

Exercice 183 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

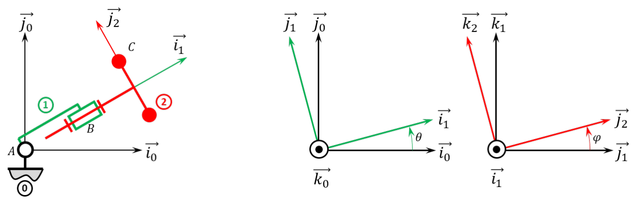
B2-14

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=\ell\overrightarrow{i_2}+r\overrightarrow{j_2}$. On note $R+\ell=L=20\,\text{mm}$ et $r=10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2}=\ell\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide* **2** *au point A en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble* **1+2** *au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

Exercice 184 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

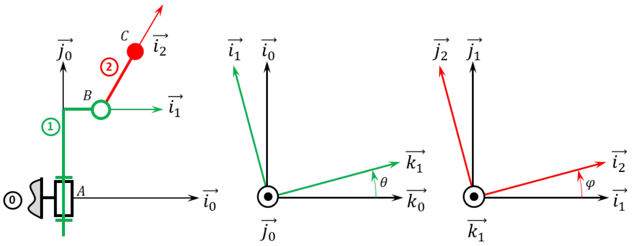
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=H\overrightarrow{j_1}+R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=L\overrightarrow{i_2}$. On a $H=20\,\text{mm}$, $r=5\,\text{mm}$, $L=10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{j_0}$.

Modéliser



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide* **2** *au point B en projection sur $\overrightarrow{k_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble* **1+2** *au point A en projection sur $\overrightarrow{j_0}$*

Corrigé voir **??**.

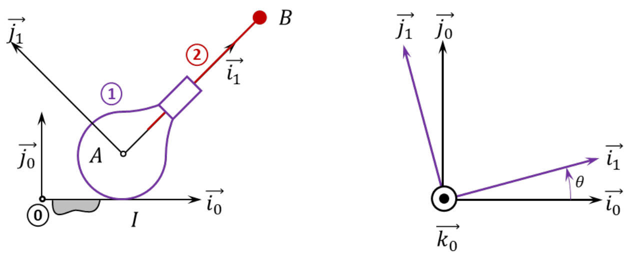
Exercice 185 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points A et B.



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide* **2** *en projection sur $\overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble* **1+2** *au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Corrigé voir **??**.

2.8.6 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC

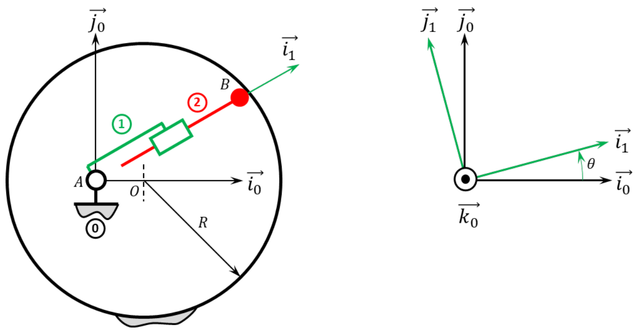
Exercice 186 – Pompe à palettes ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe). De plus, on note :

- $G_1 = A$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h\,\overrightarrow{i_1}$ l'action du fluide sur **2** (le fluide agissant sur les solides **1** et **2**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* **1+2***.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* **1+2***.*

Question 4 *Déterminer $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.*

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 187 – Pompe à pistons radiaux ⋆

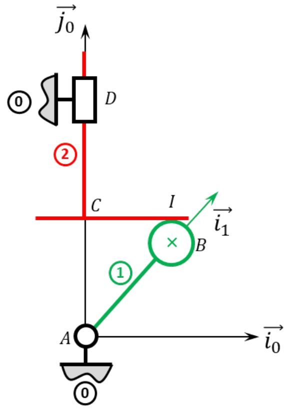
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

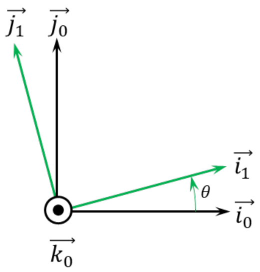
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**. De plus, on note :

- $G_1 = B$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;

- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2}=\ell\,\overrightarrow{j_0}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h\,\overrightarrow{j_0}$ l'action du fluide sur **2** (le fluide agissant sur les solides **1** et **2**) et $F_r\,\overrightarrow{j_0}$ l'action du ressort sur **2** (un ressort étant positionné entre les solides **0** et **2** afin d'assurer le maintien du contact entre 1 et 2 en I). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer $\mathscr{E}_c\,(1+2/0)$.*

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 188 – Système bielle manivelle ★★

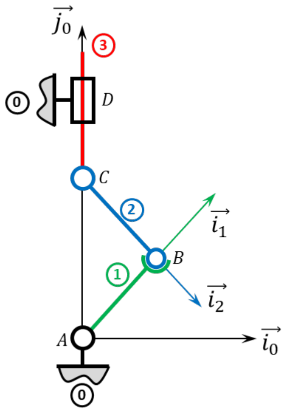
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

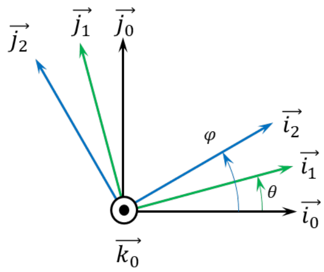
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\,\overrightarrow{i_1}$, $\overrightarrow{CB}=L\,\overrightarrow{i_2}$ et $\overrightarrow{AC}=\lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, on note :

- $G_1=A$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2}=\dfrac{L}{2}\,\overrightarrow{i_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie;

- G_3 le centre d'inertie du solide **3** tel que $\overrightarrow{CG_3}=L_3\,\overrightarrow{j_0}$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(2)=\begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0\\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3\end{pmatrix}_{\mathscr{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h\,\overrightarrow{j_0}$ l'action du fluide sur **3**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer $\mathscr{E}_c\,(1+2+3/0)$.*

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 189 – Pompe oscillante ★

C2-09

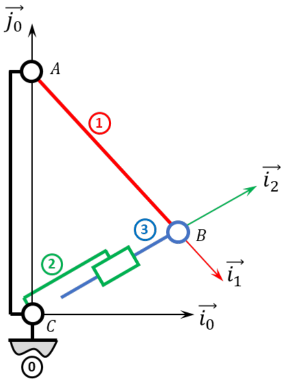
Pas de corrigé pour cet exercice.

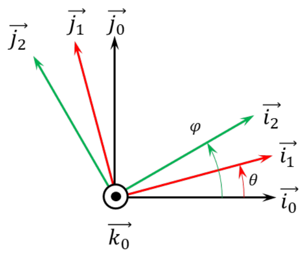
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA}=H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $R=10\,\text{mm}$ et $H=60\,\text{mm}$. Par ailleurs, on note $\overrightarrow{CB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_2}$. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=\dfrac{R}{2}\,\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2}=\ell\,\overrightarrow{i_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie;

- G_3 le centre d'inertie du solide **3** tel que $\overrightarrow{BG_3} = -a\overrightarrow{i_2}$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(2) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **2**, $F_h\overrightarrow{i_2}$ l'action du fluide sur **3** (le fluide agissant sur le solides **2** et **3**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

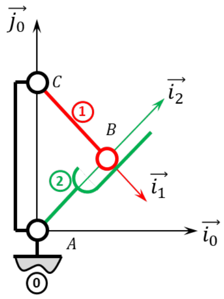
Exercice 190 – Barrière Sympact ⋆

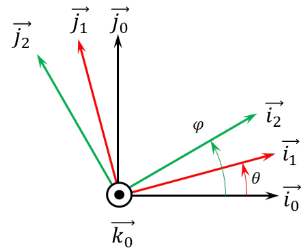
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{CG_1} = \dfrac{R}{2}\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{G_2} = a\overrightarrow{i_2} + b\overrightarrow{j_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1** et $C_r\overrightarrow{k_0}$ le couple exercé par un ressort de torsion agissant sur les solides **0** et **2**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

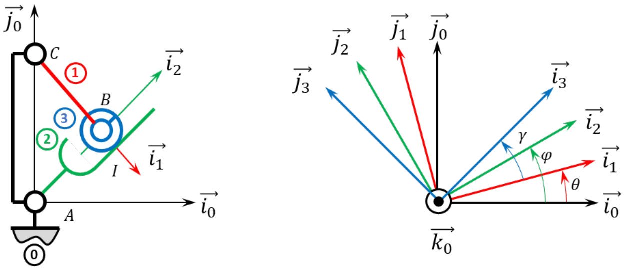
Exercice 191 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{CG_1} = \dfrac{R}{2}\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{G_2} = a\overrightarrow{i_2} + b\overrightarrow{j_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie;
- $G_3 = B$ le centre d'inertie du solide **3**, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1** et $C_r\overrightarrow{k_0}$ le couple exercé par un ressort de torsion agissant sur les solides **0** et **2**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 192 – Poussoir ⋆

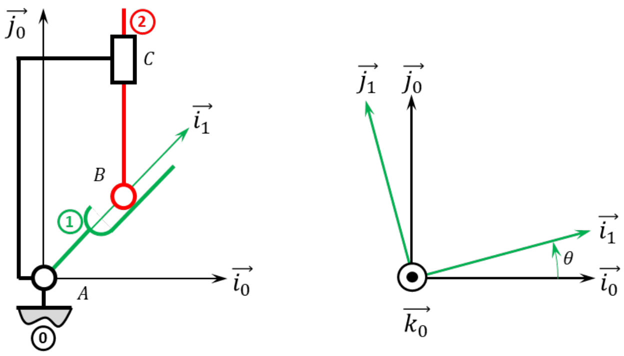
C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = L\,\overrightarrow{i_0} + H\,\overrightarrow{j_0}$, $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$, $L = 40\,\text{mm}$. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = R\,\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2} = -\ell\, b\,\overrightarrow{j_0}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1** et $F_h\,\overrightarrow{j_0}$ l'action d'un fluide sur le solide 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 193 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

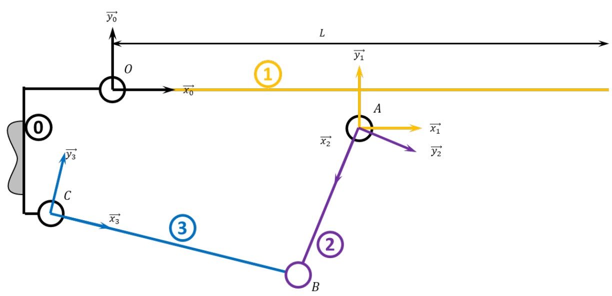
On a :

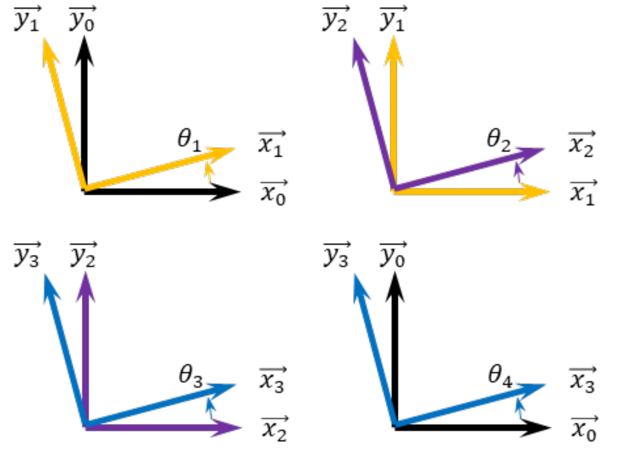
- $\overrightarrow{OA} = a\,\overrightarrow{x_1} - f\,\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355\,\text{mm}$ et $f = 13\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{AB} = b\,\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{BC} = -c\,\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{OC} = -d\,\overrightarrow{x_0} - e\,\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5\,\text{mm}$ et $e = 160\,\text{mm}$.

De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{OG_1} = L\,\overrightarrow{x_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{AG_2} = \dfrac{b}{2}\,\overrightarrow{x_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie;
- G_3 le centre d'inertie du solide **3** tel que $\overrightarrow{CG_3} = \dfrac{c}{2}\,\overrightarrow{x_3}$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{z_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

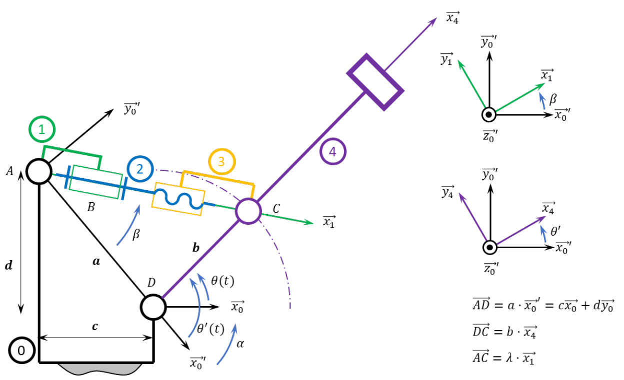
Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 194 – Maxpid ⋆⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm. De plus, on note :

- $G_1 = B$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = L\overrightarrow{x_1}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie ;
- $G_3 = C$ le centre d'inertie du solide **3**, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_3}$ sa matrice d'inertie ;
- G_4 le centre d'inertie du solide **4** tel que $\overrightarrow{DG_4} = L_4\overrightarrow{x_4}$, m_4 sa masse et $I_{G_4}(4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_4}$ sa matrice d'inertie ;.

On note $C_m\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{y_0}$. On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3+4****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3+4****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3+4/0)$.

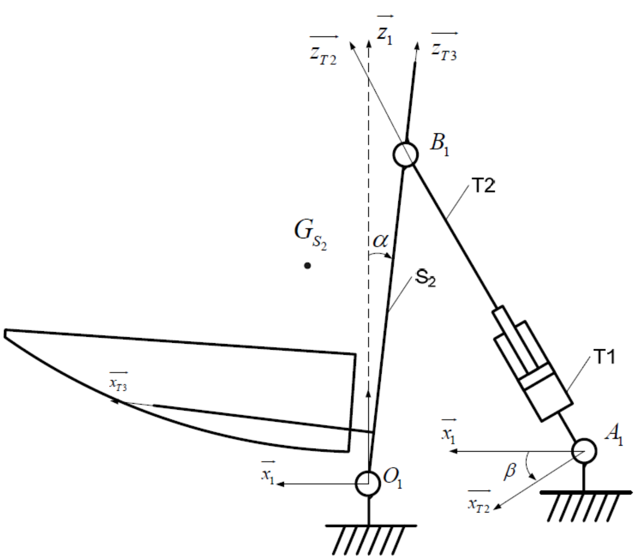
Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 195 – Chariot élévateur de bateaux ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir un modèle dynamique du mécanisme de basculement à partir de la modélisation plane proposée sur la figure suivante.



Les solides pris en compte pour l'étude sont :

- l'ensemble S_2={ T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, B} en liaison pivot d'axe $\left(O_1, \overrightarrow{y_0}\right)$ par rapport au chariot 1 de centre de gravité G_{S_2}. Le moment d'inertie de l'ensemble S_2 par rapport à l'axe sera $\left(G_{S_2}, \overrightarrow{y_1}\right)$ noté J_{S2} et sa masse m_{S2}. La liaison pivot entre l'ensemble S_2 et le chariot génère un couple résistant $\overrightarrow{C_\mu} = -\mu\dot{\alpha}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{O_1 O_{G_{S2}}} = x_{G_{S2}}\overrightarrow{x_{T3}} + z_{G_{S2}}\overrightarrow{z_{T3}}$;
- un vérin équivalent $V = \{T1, T2\}$ dont la tige est en liaison pivot d'axe $\left(A_1, \overrightarrow{y_0}\right)$ par rapport au chariot 1 et le corps en liaison pivot d'axe $\left(B_1, \overrightarrow{y_0}\right)$ par rapport à l'ensemble S_2. La masse et l'inertie du vérin sont négligées. Le vérin développe un effort au cours du mouvement qui sera noté $\overrightarrow{F_V} = p(t)S\overrightarrow{z_{T2}}$ où $p(t)$ est la différence de pression entre les deux chambres du vérin.

On pose $\overrightarrow{A_1B_1} = (\lambda_0 + \lambda)\overrightarrow{z_{T2}}$. Le paramétrage est tel que si $\alpha = 0$ alors $\lambda = 0$.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle α est petit, montrer que $\alpha(t)$ et $p(t)$ sont liés par l'équation différentielle suivante : $J_{eq}\ddot{\alpha}(t) + \mu\dot{\alpha}(t) = \dfrac{Sp(t)}{k} + m_{S_2} g\, x_{G_{S_2}}$. Exprimer J_{eq}.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 196 – Banc Balafre★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Objectif L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 2.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à 7000 tr min^{-1} est estimé à $C_{res} = 100\,\text{N}\,m$.
- 2.02 – loi de commande La vitesse cible maximale $N_C^{max} = 7000\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ doit être atteinte en moins de $T_{acc} = 5\,\text{s}$.
- 2.03 – Risque de décrochage : le couple maximal demandé au moteur en fonctionnement doit rester inférieur à $C_u^{max}/s = 570\,\text{Nm}$ où $C_u^{max} = 740\,\text{Nm}$ et $s = 1,3$ est un coefficient de sécurité.

Sans cette partie, nous allons vérifier que le moteur modélisé dans la partie précédente permet de répondre à l'exigence 2.02 concernant la loi de commande. Nous allons également mettre en évidence la nécessité de réaliser un asservissement de la vitesse du moteur.

Données et hypothèses :

- pendant toute la phase de mise en rotation de la ligne d'arbre, on considérera pour simplifier l'étude, que le couple résistant sur le joint(rotor) est constant et égal à C_{res} ;
- le moteur étant commandé à U_S/f constant, on considérera que le couple moteur (noté C_m) est constant pendant la phase d'accélération ;
- le rendement de la liaison pivot réalisée par le palier hydrostatique (double butée) est $\eta_b = 0,95$;
- le rendement de la liaison pivot réalisée par les roulements à billes est $\eta_b = 0,9$;
- le moment d'inertie du rotor moteur est $J_{mot} = 1,15\,\text{kgm}^2$;
- le moment d'inertie de l'accouplement à l'arbre moteur est négligé ;
- plusieurs solutions technologiques (différentes formes internes et différents matériaux) seront testées pour la nouvelle géométrie de joint. Le moment d'inertie maximal du joint (rotor) selon l'axe de rotation est $J_{joint} = 0,92\,\text{kg}\,\text{m}^2$;
- le moment d'inertie de l'ensemble bda={ butée double + arbre + fusible mécanique} selon l'axe de rotation est $J_{bda} = 0,092\,\text{kg}\,\text{m}^2$.

On considère l'ensemble de la ligne d'arbre (voir figure **??**) Σ = {arbre moteur + accouplement + fusible mécanique + tube fle
On notera Ω la vitesse de rotation $\Omega(\Sigma/0)$ de la ligne d'arbre par rapport au bâti 0, et J_Σ le moment d'inertie de Σ par rapport à l'axe de rotation du moteur.

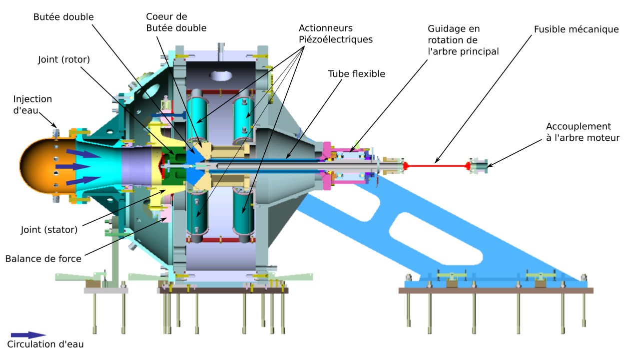


FIGURE 2.7 – Représentation en coupe du banc BALAFRE

Question 1 *Exprimer le moment d'inertie J_Σ en fonction des données fournies et calculer sa valeur numérique.*

Question 2 *Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au bâti (noté 0) du banc (fixé au sol).*

Question 3 *Exprimer la puissance des actions mécaniques extérieures sur Σ dans le mouvement de Σ par rapport à 0.*

Question 4 *Exprimer la puissance perdue P_{pertes} dans les roulements à billes et dans la butée hydrostatique.*

Question 5 *Exprimer le théorème de l'énergie cinétique appliqué au mouvement de Σ par rapport à 0. En déduire l'expression de $\dfrac{d\Omega}{dt}$ en fonction de C_m, C_{res}, η_r, η_r et J_Σ.*

Question 6 *En explicitant clairement les hypothèses utilisées, expliquer pourquoi l'accélération peut être considérée constante pendant la mise en mouvement de la ligne d'arbre.*

Question 7 *Déterminer la valeur minimale d'accélération α_{min} compatible avec le tableau des exigences 2.*

Modéliser

Question 8 *En déduire la valeur de couple moteur nécessaire pendant cette phase d'accélération.*

En cas de perturbation de vitesse sur la ligne d'arbre pendant la phase d'accélération, il peut se produire un phénomène instable au niveau du film liquide à l'intérieur du joint testé. Ceci peut se traduire par une perturbation de couple pouvant aller jusqu'à une valeur $C_p = 100\,\text{Nm}$.

Question 9 *Déterminer alors la valeur de C_m pour le scénario le plus défavorable.*

Corrigé voir **??**.

2.9 C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique

2.10 C1 – Proposer une démarche de résolution

2.10.1 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS

Exercice 197 – Mouvement T – ⋆

B2-14
B2-15
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir **1** en équilibre.*

Exercice 198 – Mouvement R ⋆

B2-14
B2-15
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir **1** en équilibre.*

Exercice 199 – Mouvement TT – ⋆

B2-14
B2-15
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 200 – Mouvement RR ⋆

B2-14
B2-15
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 201 – Mouvement RT ⋆

B2-14
B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 202 – Mouvement RT ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 203 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 204 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

2.10.2 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD

Exercice 205 – Mouvement T – ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de* **1** *par rapport à* $\mathscr{R}_0$.

Exercice 206 – Mouvement R ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 207 – Mouvement TT – ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 208 – Mouvement RR ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 209 – Mouvement RT ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

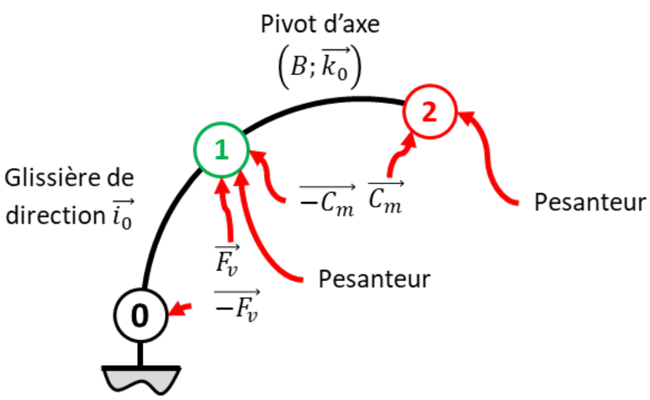
Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 210 – Mouvement RT ⋆

B2-14

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

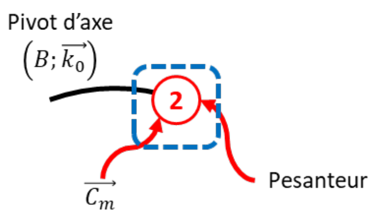


Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Ce mécanisme présente deux degrés de liberté indépendants : $\lambda(t)$ et $\theta(t)$. Il est donc nécessaire d'écrire, dans le meilleur des cas, deux équations :

- une équation traduisant la mobilité de 2 par rapport à 1, soit TMD appliqué à 2 en B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$;
- une équation traduisant la mobilité de 2+1 par rapport à 0, soit TRD appliqué à 1+2 en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.

- **On isole 2.**



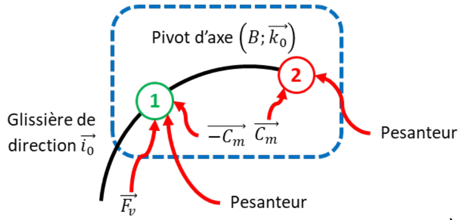
  - **BAME :**
    - actions de la liaison pivot $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}$;
    - action du moteur $\{\mathscr{T}(\text{mot}\rightarrow 2)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$.

- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_{mot} + \overrightarrow{\mathscr{M}(B,\text{pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.

- **Calcul de la composante dynamique :** considérons le cas où la matrice d'inertie est donnée en C. On a donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$. De plus, $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)}$ et $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

- **On isole 1+2.**

  - **BAME :**
    - actions de la liaison glissière $\{\mathcal{T}(0\rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$;
    - action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{ver}\rightarrow 1)\}$;.



- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R(\text{ver}\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{i_0} = \overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$.
- **Calcul de la composante dynamique :** $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} + m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)}$.

Exercice 211 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Exercice 212 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Exercice 213 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

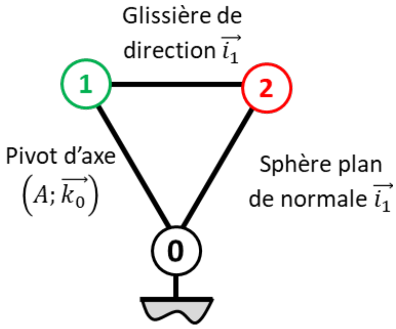
2.11 C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

2.11.1 Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 214 – Pompe à piston radial ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

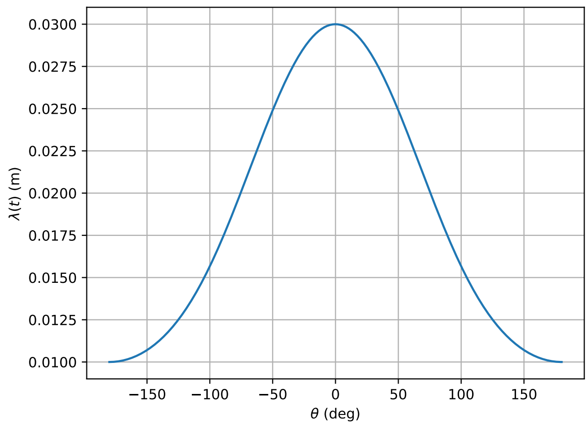
On a $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{0}$ soit $-e\,\overrightarrow{i_0}+\lambda\,\overrightarrow{i_1}-R\,\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow -e\,\overrightarrow{i_0}+\lambda(t)\cos\theta(t)\,\overrightarrow{i_0}+\lambda(t)\sin\theta(t)\,\overrightarrow{j_0}-R\cos\varphi(t)\,\overrightarrow{i_0}-R\sin\varphi(t)\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

En projetant les expressions sur $\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{j_0}$, on a : $\left\{\begin{array}{l}-e+\lambda(t)\cos\theta(t)-R\cos\varphi(t)=0\\ \lambda(t)\sin\theta(t)-R\sin\varphi(t)=0\end{array}\right.$

On cherche à supprimer $\varphi(t)$; donc
$\left\{\begin{array}{l}-e+\lambda(t)\cos\theta(t)=R\cos\varphi(t)\\ \lambda(t)\sin\theta(t)=R\sin\varphi(t)\end{array}\right.$.

En élevant au carré les expressions et en sommant, on obtient $R^2=(-e+\lambda(t)\cos\theta(t))^2+\lambda(t)^2\sin^2\theta(t) \Rightarrow R^2=(-e+\lambda(t)\cos\theta(t))^2+\lambda(t)^2\sin^2\theta(t)$
$\Rightarrow R^2=e^2-2e\lambda(t)\cos\theta(t)+\lambda(t)^2$.
Résolution de l'équation : $\lambda(t)^2-2e\lambda(t)\cos\theta(t)+e^2-R^2=0$.
On a $\Delta=(-2e\cos\theta(t))^2-4\left(e^2-R^2\right)=4e^2\cos^2\theta(t)-4e^2+4R^2$.
On a donc
$\lambda(t)=\dfrac{2e\cos\theta(t)\pm\sqrt{4e^2\cos^2\theta(t)-4e^2+4R^2}}{2}$
$=e\cos\theta(t)\pm\sqrt{e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2}$

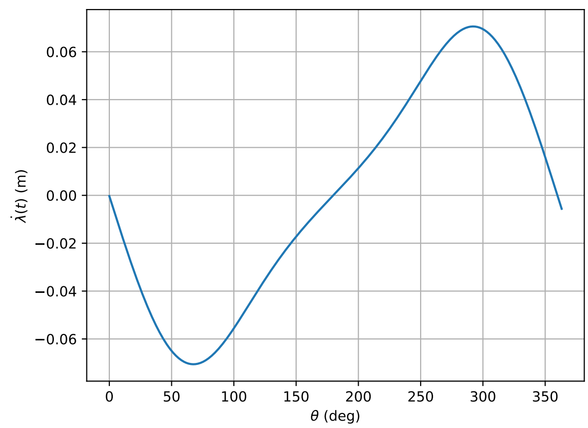
Question 3 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*
On garde la solution positive et obtient la courbe suivante.



Question 4 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

En dérivant l'expression précédente, on a $\dot{\lambda}_+(t)=-e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)+\dfrac{1}{2}\left(e^2\cos^2\theta(t)\right)'\left(e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2\right)^{-\frac{1}{2}}$
$=-e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)-\dfrac{e^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2}}$.

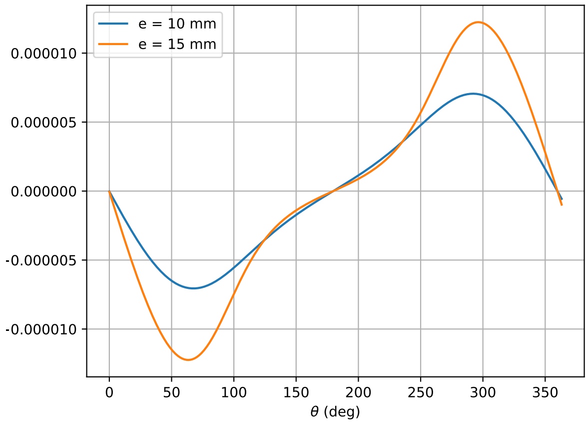
À revoir



Question 5 *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Le débit instantané de la pompe est donné par $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$.

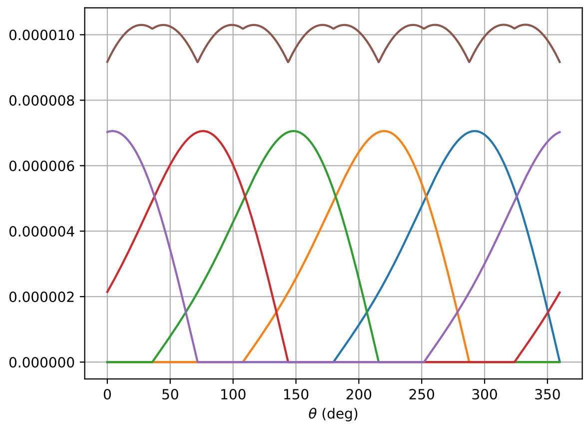
Question 6 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour* $e = 10\,\text{mm}$ *et* $e = 15\,\text{mm}$.



Question 7 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour* $e = 10\,\text{mm}$ *pour une pompe à 5 pistons (5 branches* ***1+2****).*

```
def plot_debit5p():
    plt.cla()
    w = 2*m.pi # rad/s (1tr/s)
    les_t = np.linspace(0,6,6000)
    les_theta = w*les_t

    # Calcul de la vitesse instantanée des pistons.
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    les_lambdap = np.array(les_lambdap)

    S= 1e-4 # Surface en m2

    # 5 courbes de débit décalées d'un cinquième de tour
    les_q1 = S*les_lambdap
    les_q2 = S*les_lambdap[200:]
    les_q3 = S*les_lambdap[400:]
    les_q4 = S*les_lambdap[600:]
    les_q5 = S*les_lambdap[800:]

    # On conserve que les valeurs que sur un tour
    les_q1 = les_q1[:1000]
    les_q2 = les_q2[:1000]
    les_q3 = les_q3[:1000]
    les_q4 = les_q4[:1000]
    les_q5 = les_q5[:1000]
    plt.grid()

    les_t = les_t[:1000]
    les_theta = les_theta[:1000]

    plt.xlabel("$\\theta$ (deg)")
    plt.ylabel("Débit instantané $m^3s^{-1}$")

    # On conserve que les valeurs positives (débit)
    for i in range(len(les_q1)):
        if les_q1[i]<0:
            les_q1[i]=0
        if les_q2[i]<0:
            les_q2[i]=0
```

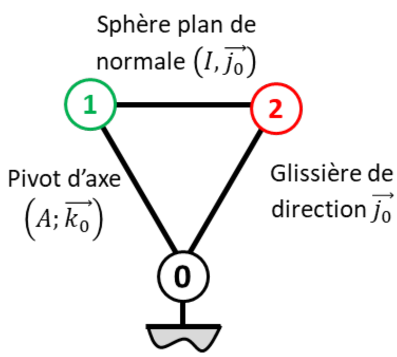
```
        if les_q3[i]<0:
            les_q3[i]=0
        if les_q4[i]<0:
            les_q4[i]=0
        if les_q5[i]<0:
            les_q5[i]=0

    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q2)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q3)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q4)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q5)

    # Le débit instantané est la sommme des contributions
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1+les_q2+les_q3+les_q4+les_q5)
    #plt.show()
    #plt.savefig("10_05_c.pdf")
```



Exercice 215 – Pompe à piston axial ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

En écrivant la fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$.

On a donc, $e\,\overrightarrow{i_1}+R\,\overrightarrow{j_0}+\mu\,\overrightarrow{i_0}-\lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$. En projetant l'expression sur $\overrightarrow{j_0}$ (dans ce cas, l'expression suivant $\overrightarrow{i_0}$ n'est pas utile) : $e\sin\theta+R-\lambda(t)=0$.

On a donc, $\lambda(t)=e\sin\theta+R$.

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

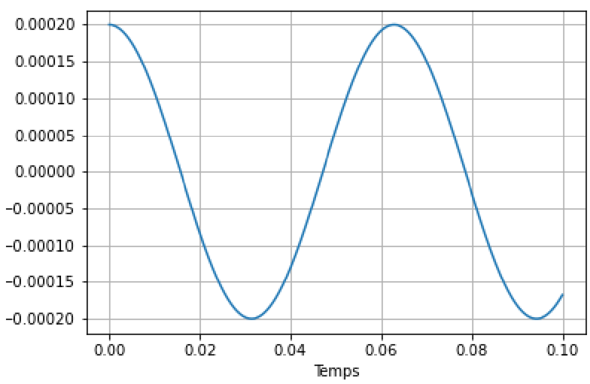
En dérivant l'expression précédente, on a $\dot{\lambda}(t)=e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.

Question 4 *On note S la section du piston **2**. Exprimer le débit instantané de la pompe.*

En notant $q(t)$ le débit instantané, $q(t) = eS\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.

Question 5 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour* $e = 10\,\text{mm}$ *et* $R = 10\,\text{mm}$ *ainsi que pour* $e = 20\,\text{mm}$ *et* $R = 5\,\text{mm}$. *La fréquence de rotation est* $\dot{\theta}(t) = 100\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$, *la section du piston est donnée par* $S = 1\,\text{cm}^2$.

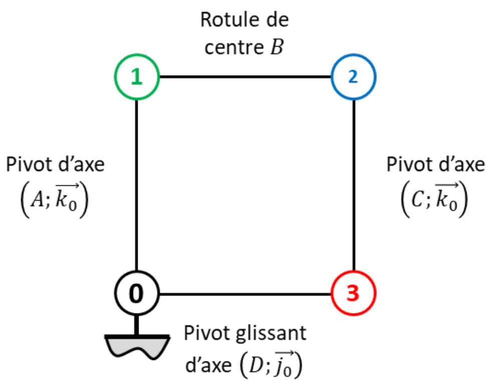
```
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""11_PompePistonAxial.py"""

__author__ = "Xavier␣Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.02 # m
e = 0.01 # m

def calc_lambda(theta):
    res= e*np.sin(theta)+R

    return res

def calc_lambdap(theta,w):

    res = e*w*np.cos(theta)
    return res

def plot_debit():
    plt.cla()
    w = 100 # rad/s
    les_t = np.linspace(0,0.1,1000)
    les_theta = w*les_t
    global e
    S = 1e-4
    e = 20e-3
    les_q = e*S*w*np.cos(les_theta)
    plt.plot(les_t,les_q)
    plt.xlabel("Temps␣(s)")
    plt.ylabel("Débit␣(${m}^3s^{-1}$)")
    plt.grid()
    plt.savefig("11_02_c.png")
    plt.show()

plot_debit()
```



Exercice 216 – Système bielle manivelle ★★

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

En réalisant une fermeture géométrique, on obtient $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow R\,\overrightarrow{i_1}-L\,\overrightarrow{i_2}-\lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$. On projette alors cette expression dans $\mathcal{R}_0$:

$$\left\{\begin{array}{l} R\cos\theta(t)-L\cos\varphi(t)=0 \\ R\sin\theta(t)-L\sin\varphi(t)-\lambda(t)=0 \end{array}\right. .$$

On cherche à éliminer $\varphi(t)$:

$$\left\{\begin{array}{l} R\cos\theta(t)=L\cos\varphi(t) \\ R\sin\theta(t)-\lambda(t)=L\sin\varphi(t) \end{array}\right. .$$

En élevant au carré, on a donc

$$\left\{\begin{array}{l} R^2\cos^2\theta(t)=L^2\cos^2\varphi(t) \\ (R\sin\theta(t)-\lambda(t))^2=L^2\sin^2\varphi(t) \end{array}\right. .$$

En conséquence, $R^2\cos^2\theta(t)+(R\sin\theta(t)-\lambda(t))^2=L^2$ et $(R\sin\theta(t)-\lambda(t))^2=L^2-R^2\cos^2\theta(t) \Rightarrow \lambda(t)=\pm\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}+R\sin\theta(t)$.

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

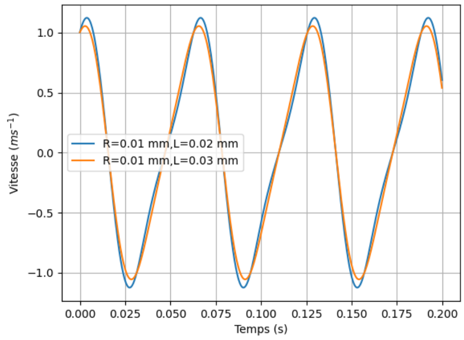
$$\dot{\lambda}(t)=\pm\left(\frac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}}\right)+\dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$$

Question 4 *En utilisant Python, tracer la vitesse du piston en fonction du temps. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t)=100\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$, on prendra $R=10\,\mathrm{mm}$ et $L=20\,\mathrm{mm}$ puis $L=30\,\mathrm{mm}$.*

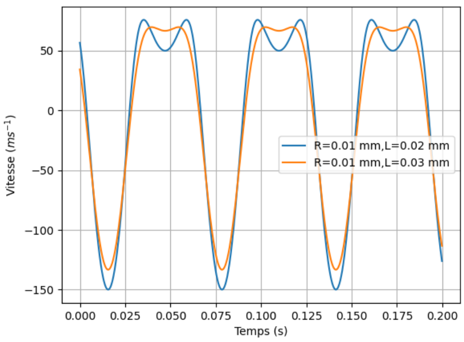
```python
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""12_BielleManivelle.py"""
__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.01 # m
L = 0.03 # m
w = 100
def calc_lambda(theta):
    #res = R*np.sin(theta)
    #print(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))
    #res = res + np.sqrt(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))
    res = np.sqrt(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))+R*np.sin(theta)
    return res
```


Modéliser

```
def plot_lambda():
    les_theta=np.linspace(-2*np.pi,2*np.pi,1000)
    les_l = [calc_lambda(x) for x in les_theta]
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps␣(s)")
    plt.ylabel("Vitesse␣(${m}s^{-1}$)")
    plt.plot(les_theta,les_l,label=str("R=")+str(R)+"␣mm,"+str("L=")+str(L)+"␣mm")
    plt.legend()
    plt.show()

plot_lambda()
```



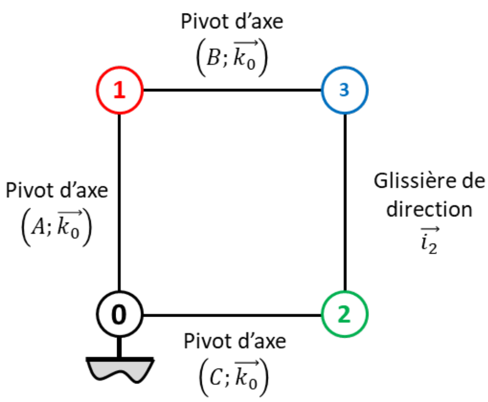
Question 5 *En utilisant Python, tracer l'accélération du piston en fonction du temps en utilisant les mêmes valeurs que dans la question précédente. On utilisera une dérivation numérique.*



Exercice 217 – Pompe oscillante ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

En réalisant une fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow R\overrightarrow{i_1}-\lambda(t)\overrightarrow{i_2}+H\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

En projetant cette expression dans le repère $\mathscr{R}_0$, on a $R\left(\cos\theta(t)\overrightarrow{i_0}+\sin\theta(t)\overrightarrow{j_0}\right)-\lambda(t)\left(\cos\varphi(t)\overrightarrow{i_0}+\sin\varphi(t)\overrightarrow{j_0}\right)+H\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

On obtient alors les équation scalaires suivantes : $\left\{\begin{array}{l} R\cos\theta(t)-\lambda(t)\cos\varphi(t)=0 \\ R\sin\theta(t)-\lambda(t)\sin\varphi(t)+H=0 \end{array}\right.$.

On cherche à supprimer $\varphi(t)$, on va donc isoler la variable : $\left\{\begin{array}{l} \lambda(t)\cos\varphi(t)=R\cos\theta(t) \\ \lambda(t)\sin\varphi(t)=R\sin\theta(t)+H \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \lambda(t)^2\cos^2\varphi(t)=R^2\cos^2\theta(t) \\ \lambda(t)^2\sin^2\varphi(t)=(R\sin\theta(t)+H)^2 \end{array}\right.$

En sommant les expressions, on a : $\lambda(t)^2=R^2\cos^2\theta(t)+(R\sin\theta(t)+H)^2$.

Au final, $\lambda(t)^2=R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)$ et
$\lambda(t)=\pm\sqrt{R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)}$.

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

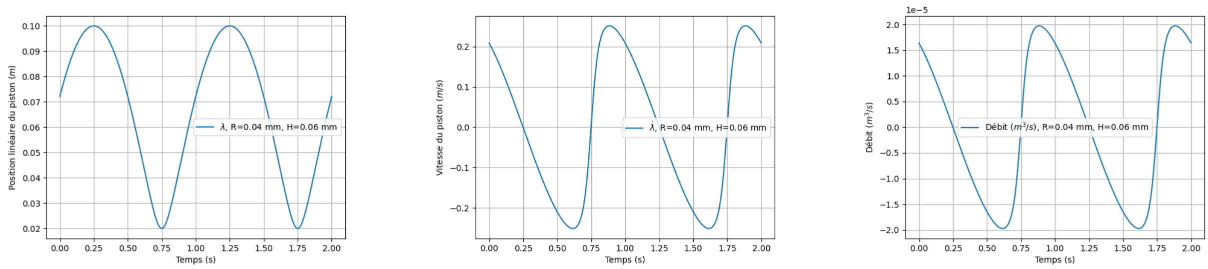
En dérivant l'expression obtenue à la question précédente, on obtient

$$\dot{\lambda}(t)=\frac{1}{2}\left(-2HR\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\right)\left(R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Question 4 *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

On note q le débit instantané de la pompe. On a $q(t)=S\dot{\lambda}(t)$ avec S la section du piston 3.

Question 5 *En utilisant Python, donner le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour un piston de diamètre $D=10$ mm.*



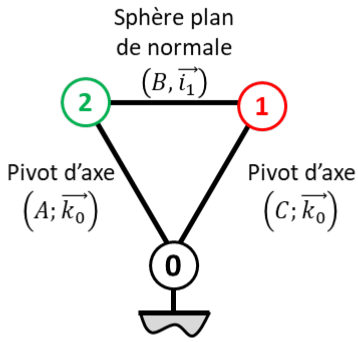

```python
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""13_TransfoMouvement.py"""

__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles@lamartin.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m

R = 0.04 # m
H = 0.06 # m
D = 10e-3 # 10 mm

w = 60 # tours /min
w = w*2*m.pi/60 # rad/s

def calc_lambda(theta):
    res = R*R+H*H+2*H*R*np.sin(theta)

    return np.sqrt(res)

def calc_lambdap(theta):
    res = -H*R*w*np.cos(theta)*np.power(R*R+H*H+2*H*R*np.sin(theta),-0.5)
    return np.sqrt(res)

def calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda):
    les_lambda_p = []
    for i in range(len(les_t)-1):
```

```
        les_lambda_p.append((les_lambda[i+1]-les_lambda[i])/(les_t[i+1]-les_t[i]))

    return les_lambda_p

def plot_lambda():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Position linéaire du piston ($m$)")
    plt.plot(les_t,les_lambda,label=str("$\\lambda$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.legend()
    plt.show()

def plot_lambdap():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Vitesse du piston ($m/s$)")
    #plt.plot(les_t,les_lambdap,label=str("$\dot{\\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H
        )+" mm")

    les_lambdap_bis = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    plt.plot(les_t[:-1],les_lambdap_bis,label=str("$\dot{\\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=
        ")+str(H)+" mm")

    plt.legend()
    plt.show()

def plot_debit():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Débit ($m^3/s$)")
    #plt.plot(les_t,les_lambdap,label=str("$\dot{\\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H
        )+" mm")

    les_lambdap_bis = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    for i in range(len(les_lambdap_bis)):
        les_lambdap_bis[i]=les_lambdap_bis[i]*np.pi*D*D/4

    plt.plot(les_t[:-1],les_lambdap_bis,label=str("Débit ($m^3/s$), R=")+str(R)+" mm, "+str("H="
        )+str(H)+" mm")

    plt.legend()
    plt.show()

#plot_lambda()
#plot_lambdap()
plot_debit()
```

Exercice 218 – Barrière Sympact ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*
On a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$ soit $\lambda(t)\overrightarrow{i_2}-R\overrightarrow{i_1}-h\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

En exprimant l'équation vectorielle dans le repère $\mathscr{R}_0$, on a $\lambda(t)\left(\cos\varphi(t)\overrightarrow{i_0}+\sin\varphi(t)\overrightarrow{j_0}\right)-R\left(\cos\theta(t)\overrightarrow{i_0}+\sin\theta(t)\overrightarrow{j_0}\right)-h\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

On a alors $\left\{\begin{array}{l}\lambda(t)\cos\varphi(t)-R\cos\theta(t)=0\\ \lambda(t)\sin\varphi(t)-R\sin\theta(t)-h=0\end{array}\right.$

soit $\left\{\begin{array}{l}\lambda(t)\cos\varphi(t)=R\cos\theta(t)\\ \lambda(t)\sin\varphi(t)=R\sin\theta(t)+h\end{array}\right.$.

En faisant le rapport des équations, on a donc : $\tan\varphi(t)=\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}$ (pour $\theta(t)\neq\dfrac{\pi}{2}\, mod \pi$).

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*
On a : $\varphi(t)=\arctan\left(\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}\right)$.

Pour commencer, $(R\sin\theta(t)+h)'=R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ et $(R\cos\theta(t))'=-R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)$.

De plus, $\left(\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}\right)'$

$$=\frac{R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)R\cos\theta(t)+R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)(R\sin\theta(t)+h)}{R^2\cos^2\theta(t)}$$

$$=\frac{R^2\dot{\theta}(t)\cos^2\theta(t)+R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)(R\sin\theta(t)+h)}{R^2\cos^2\theta(t)}$$

$$=\frac{R\dot{\theta}(t)\cos^2\theta(t)+R\sin^2\theta(t)\dot{\theta}(t)+h\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}$$

$$=\dot{\theta}(t)\frac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}.$$

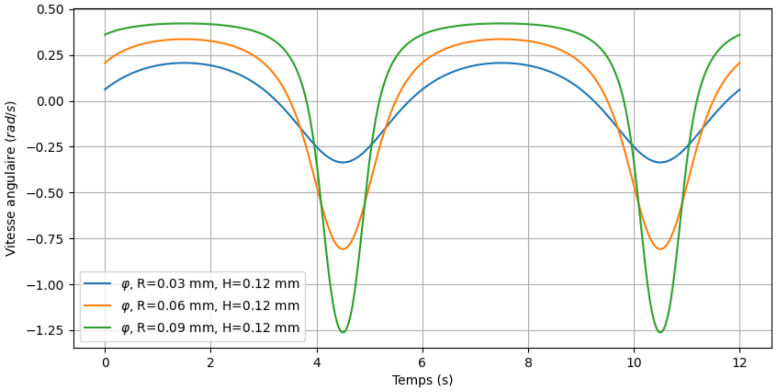
Au final,

$$\dot{\varphi}(t)=\frac{\dot{\theta}(t)\dfrac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}}{1+\left(\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}\right)^2}\ \frac{\dot{\theta}(t)\dfrac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}}{1+\dfrac{(R\sin\theta(t)+h)^2}{R^2\cos^2\theta(t)}}.$$

$$\dot{\varphi}(t)=R^2\cos^2\theta(t)\frac{\dot{\theta}(t)\dfrac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}}{R^2\cos^2\theta(t)+\dfrac{(R\sin\theta(t)+h)^2}{R^2\cos^2\theta(t)}}=\frac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2\cos^2\theta(t)+(R\sin\theta(t)+h)^2}.$$

$$\dot{\varphi}(t)=\frac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2\cos^2\theta(t)+R^2\sin^2\theta(t)+h^2+2Rh\sin\theta(t)}=\frac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2+h^2+2Rh\sin\theta(t)}.$$

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*




```
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""14_Sympact.py"""

__author__ = "Xavier␣Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.03 # m
H = 0.12 # m
w = 10 # tours /min
w = 10*2*m.pi/60 # rad/s

def calc_phi(theta):
    num = R*np.sin(theta)+H
    den = R*np.cos(theta)
    return np.arctan2(num,den)

def calc_phip(theta):
    num = R*w*(R+H*np.sin(theta))
    den = R*R+H*H+2*R*H*np.sin(theta)
    return np.arctan2(num,den)

def plot_phi():
    les_t = np.linspace(0,12,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_phi = calc_phi(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps␣(s)")
    plt.ylabel("Position␣angulaire␣($rad$)")
    #plt.plot(les_t,les_theta,label=str("$\\theta$, R=")+str(R)+" mm,"+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.plot(les_t,les_phi,label=str("$\\varphi$,␣R=")+str(R)+"␣mm,␣"+str("H=")+str(H)+"␣mm")
    plt.legend()
    plt.show()


def plot_phip():
    les_t = np.linspace(0,12,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_phip = calc_phip(les_theta)

    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps␣(s)")
    plt.ylabel("Vitesse␣angulaire␣($rad/s$)")
```

```
    #plt.plot(les_t,les_theta,label=str("$\\theta$, R=")+str(R)+" mm,"+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.plot(les_t,les_phip,label=str("$\\varphi$,␣R=")+str(R)+"␣mm,␣"+str("H=")+str(H)+"␣mm")
    plt.legend()
    plt.show()

for R in [0.03,0.06,0.09]:
    plot_phip()
```

Exercice 219 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Exercice 220 – Poussoir ⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\mu(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Exercice 221 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta_1(t)$ en fonction de $\theta_4(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Exercice 222 – Maxpid ⋆⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta(t)$ en fonction de $\lambda(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.*

Question 4 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$, vitesse de rotation du rotor moteur **2** par rapport au stator **1**.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **2** par rapport à **1** est de 500 tours par minute.*

Exercice 223 – Variateur de Graham⋆⋆⋆

D'après ressources de Michel Huguet.

B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *En exprimant que* **2** *roule sans glisser sur* **4** *au point I, déterminer ω en fonction de ω_1, d et λ.*

Question 3 *Quelle relation obtient-on entre ω_1, ω_3 et ω en exprimant l'engrènement des deux roues dentées ? (c'est à dire que* **2** *et* **3** *roulent sans glisser l'un sur l'autre en J).*

Question 4 *En déduire le rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, d_2, d_3 et d.*

Question 5 *Tracer la courbe représentative du rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, sachant que $\dfrac{n}{n_3}=\dfrac{d_1}{d_3}$, $d=55\,\text{mm}$ et que λ varie entre $\lambda_{mini}=12\,\text{mm}$ et la valeur $\lambda_{maxi}=23\,\text{mm}$.*

Exercice 224 – Variateur à billes ⋆⋆⋆⋆⋆

B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer la loi entrée – sortie.*

2.11.2 Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 225 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}=-\dfrac{Z_1}{Z_3}$.

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

On a $Z_3=2Z_2+Z_1$.

Exercice 226 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_4Z_{21}}$.

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_{21}, Z_{22} et Z_4 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

On a $Z_1+Z_{21}+Z_{22}=Z_4$.

Exercice 227 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Exercice 228 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Exercice 229 – Cheville robot NAO⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Quels doivent être les rapports de réductions des transmissions par engrenage afin de respecter les exigences 1.1.1.1 et 1.1.1.2?*

D'après le diagramme de définition des blocs et le diagramme des exigences, les rapports de transmission doivent être :

- pour l'axe de tangage : $\dfrac{N_{\text{moteur}}}{N_{\text{Tangage}}} = 138,33$ au minimum ;
- pour l'axe de roulis : $\dfrac{N_{\text{moteur}}}{N_{\text{Roulis}}} = 197,61$ au minimum.

Question 2 *Dans le cas de l'axe de tangage, remplir le tableau suivant :*

Roue dentée	Module	Nb dents	Diamètre (mm)
Pignon 03 20	0,3	20	6
Mobile Inf1 Roue	0,3	80	24
Mobile Inf1 Pignon	0,4	25	10
Mobile Inf2 Roue	0,4	47	18,8
Mobile Inf2 Pignon	0,4	12	4,8
Mobile Inf4 Roue	0,4	58	23,2
Mobile Inf4 Pignon	0,7	10	7
Roue de sortie	0,7	36	25,2

Question 3 *Dans le cas de l'axe de tangage, déterminer le diamètre de chaque roue dentée.*

Question 4 *Dans le cas de l'axe de tangage, réaliser le schéma cinématique minimal.*

Question 5 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de tangage? L'exigence 1.1.1.2 est-elle respectée? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer?*

$$R_T = (-1)^n \frac{80 \cdot 47 \cdot 58 \cdot 36}{20 \cdot 25 \cdot 12 \cdot 10} = 130,85$$

Ceci est inférieur à ce qui est préconisé par le cahier des charges.
Pour respecter le cahier des charges, on peut :

- choisir un autre moteur ;
- changer le nombre de dents d'une des roues. Il suffirait pour cela que, par exemple, la roue de sortie comporte 39 dents.

Question 6 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de roulis ? L'exigence 1.1.1.1 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?*

Le rapport de transmission du second train est de 201,3 ce qui est compatible avec le cahier des charges.

Exercice 230 – Train simple ⋆

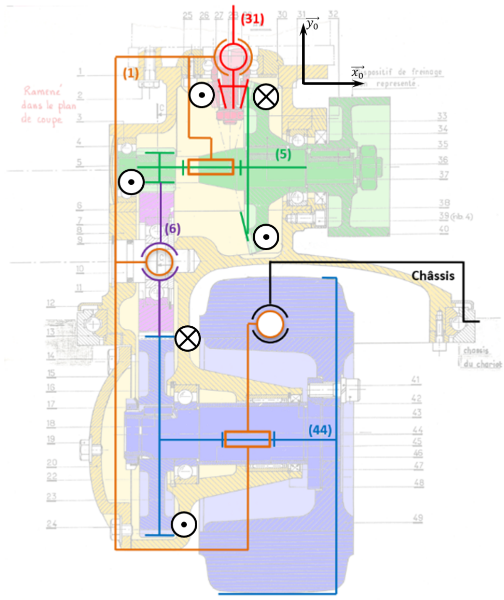
D'après Florestan Mathurin.

A3-05

C2-06

Question 1 *Identifier les classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.*

Question 2 *Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin.*



Question 3 *Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons.*

Repère de la roue	Module m (mm)	Nombre de dents Z	Diamètre primitif D (mm)
27	1,5	16	24
35	1,5	84	126
5	1,5	14	21
11	1,5	56	84
16	1,5	75	112,5

Question 4 *Après avoir proposé un paramétrage, indiquer dans quel sens tourne la roue si le moteur 28 (31) tourne dans le sens positif.*

Voir figure précédente. Si le moteur tourne dans le sens positif, la roue tourne dans le sens négatif.

Question 5 *Pour une vitesse de* 1500 tr/min *en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue. Le diamètre de la roue est de* 150 mm. *Quelle est la vitesse du véhicule ?*

Le rapport de réduction de la transmission est le suivant : $k = \dfrac{Z_{27}Z_5Z_{11}}{Z_{35}Z_{11}Z_{16}} = \dfrac{16 \cdot 14}{84 \cdot 75} = 0,0355$

La vitesse de rotation de la roue est donc de $53{,}33\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ soit $5{,}59\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$. On en déduit la vitesse du véhicule : $5,59 \times 0,15 = 0{,}84\,\text{m}\,\text{s}^{-1} \simeq 3\,\text{km}\,\text{h}^{-1}$.

Exercice 231 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{03}}{\omega_{13}}=-\dfrac{Z_1}{Z_0}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}}=-\dfrac{Z_1}{Z_0}$
$\Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{30}-\omega_{10}}=-\dfrac{Z_1}{Z_0} \Leftrightarrow \omega_{30}=-\dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{30}+\dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1}{Z_0}\right)=\dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30}=\dfrac{Z_1}{Z_0+Z_1}\omega_{10}$.

Exercice 232 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})$
$\Leftrightarrow \omega_{40}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})-\omega_{03} \Leftrightarrow \omega_{40}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})+\omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)$.

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

$$0=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)$$
$$\Leftrightarrow \dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}=\omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)$$
$$\Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}=\dfrac{\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}}{1+\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4+Z_1Z_{22}}.$$

Exercice 233 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})$
$\Leftrightarrow \omega_{40}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}-\omega_{30})+\omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30}$.

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

$$\Leftrightarrow 0=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}=-\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}=\dfrac{\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}}{\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}-1}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_1Z_{22}-Z_{21}Z_4}.$$

Exercice 234 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})$
$\Leftrightarrow \omega_{40}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}-\omega_{30})+\omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30}$.

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

$$\Leftrightarrow 0=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}=-\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}=\dfrac{\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}}{\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}-1}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_1Z_{22}-Z_{21}Z_4}.$$

Exercice 235 – Poulie Redex ⋆ *D'après ressources de Stéphane Genouël.*

Modéliser

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).*

On cherche $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$. En bloquant le porte satellite 1, on a $\dfrac{\omega_{31}}{\omega_{01}} = \dfrac{Z_0 Z_2}{Z_2' Z_3}$. En décomposant les vitesses, on a : $\dfrac{\omega_{30}-\omega_{10}}{\omega_{10}} = -\dfrac{Z_0 Z_2}{Z_2' Z_3} \Leftrightarrow \omega_{30}-\omega_{10} = -\dfrac{Z_0 Z_2}{Z_2' Z_3}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30} = \left(1-\dfrac{Z_0 Z_2}{Z_2' Z_3}\right)\omega_{10} \Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = 1-\dfrac{Z_0 Z_2}{Z_2' Z_3}$.

AN : $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = 1-\dfrac{49\times 34}{31\times 46} = -0,17$.à

Exercice 236 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.*

Exercice 237 – Centrifugeuse des boues ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.*

Exercice 238 – Train simple ⋆ *D'après documentation F. Mazet.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$ et v.*

Exercice 239 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$, $\omega(3/0)$ et $\omega(4/0)$.*

Question 2 *Montrer que la relation entre la rotation du moteur hydraulique et le moteur Man peut se mettre sous la forme : $\dfrac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\dfrac{Ax}{BR_p y + Cx}$ où on explicitera A, B et C.*

On cherche une relation entre $\omega_{\text{Mh}/0}$, $\omega_{\text{Ph}/0}$ et $\omega_{\text{Mm}/0}$ (avec Mm et 4 même classe d'équivalence). Pour cela, on va d'abord rechercher une relation entre $\omega(3/0)$, $\omega(4/0)$ et $\omega(1/0)$.

Bloquons le porte satellite 4, directement lié au moteur Mm. On est alors en présence d'un réducteur simple d'entrée $\omega(1/4)$ et de sortie $\omega(3/4)$. On a donc : $\dfrac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)} = -\dfrac{R_{12}}{R_{32}}$.

En libérant le porte satellite, on a donc : $\dfrac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)} = \dfrac{\omega(3/0)-\omega(4/0)}{\omega(1/0)-\omega(4/0)} = -\dfrac{R_{12}}{R_{32}} \Leftrightarrow R_{32}\omega(3/0)+R_{12}\omega(1/0) = \omega(4/0)(R_{12}+R_{32})$

On a donc, $R_{32}\omega(3/0)+R_{12}\omega(1/0) = \omega(\text{Mm}/0)(R_{12}+R_{32})$.

Par ailleurs, $\dfrac{\omega(\text{Ph}/0)}{\omega(3/0)} = -\dfrac{R_{3P}}{R_P}$ et $\dfrac{\omega(1/0)}{\omega(\text{Mh}/0)} = -\dfrac{R_M}{R_{1M}}$.

On a donc, $\dfrac{2y}{x}\omega(Mh/0) = -\omega(3/0)\dfrac{R_{3P}}{R_P} \Leftrightarrow \omega(3/0) = -\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}}\omega(Mh/0)$.

En utilisant la relation du train épi : On a donc, $-R_{32}\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}}\omega(Mh/0) - R_{12}\dfrac{R_M}{R_{1M}}\omega(\text{Mh}/0) = \omega(\text{Mm}/0)(R_{12}+R_{32}) \Leftrightarrow \left(-R_{32}\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}} - R_{12}\dfrac{R_M}{R_{1M}}\right)\omega(\text{Mh}/0) = \omega(\text{Mm}/0)(R_{12}+R_{32})$.

$$\dfrac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\dfrac{R_{12}+R_{32}}{R_{32}\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}} + R_{12}\dfrac{R_M}{R_{1M}}}$$

$\dfrac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\dfrac{(R_{12}+R_{32})R_{1M}R_{3P}x}{R_{32}2yR_PR_{1M}+R_{3P}xR_{12}R_M}$. On a donc, $A = (R_{12}+R_{32})R_{1M}R_{3P}$, $B = R_{32}2R_{1M}$ et $C = R_{3P}xR_{12}R_M$.

Attention, plusieurs solutions possibles, si on factorise le numérateur et le dénominateur par l'un ou l'autre des

rayons.

Exercice 240 – Système vis-écrou ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06

Question 1 *Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.*

Question 2 *Réaliser la chaîne d'énergie-puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.*

Question 3 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1.*

Exercice 241 – Train simple ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.*

Exercice 242 – Treuil de levage ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la relation entre v_{51} la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et ω_{21} la vitesse de rotation du moteur.*

Question 2 *On note J_2, J_3, J_4 l'inertie des pièces 2, 3 et 5. On note M_5 la masse du solide 5. Donner la masse équivalente ramenée « à la translation » de la masse. Donner l'inertie équivalente ramenée à l'arbre d'entrée 2.*

2.11.3 Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 243 – Mouvement T – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Exercice 244 – Mouvement R ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Masse ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 5 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Exercice 245 – Mouvement TT – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer les torseurs cinétiques* $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ *et* $\{\mathscr{C}(2/0)\}$.

Question 2 *Exprimer les torseurs dynamiques* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *et* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 3 *En déduire* $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$ *en* B.

Exercice 246 – Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* A.

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Exercice 247 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* A.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Exercice 248 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Expression de la résultante dynamique $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)} = m_2\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Méthode 1 : Calcul en $G_2=C$ puis déplacement du torseur dynamique

- Calcul du moment cinétique en G_2 : $G_2=C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en G_2 : $G_2=C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en B : $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)}+\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\overrightarrow{i_2}\wedge\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$ $= C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$.

Au final, on a donc $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)\end{array}\right\}_B$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$

On a $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)}+\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$. On projette alors sur $\overrightarrow{i_0}$, $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t)+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)-R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t)+\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 249 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Exercice 250 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{j_0}$*

Exercice 251 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 252 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM}=z\overrightarrow{z_0}+R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J=175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J=150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB}=z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B=425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB}=40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}}=L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB}=193\,\text{mm}$;
- L'ensemble $JR=$ {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR}=100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}}=L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR}=390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR)=\begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR}\\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR}\\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR}\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR}=\left(\overrightarrow{x_{JR}},\overrightarrow{y_{JR}},\overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4}=z_4\overrightarrow{z_0}-R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8}=-R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4=280\,\text{mm}$ et $R_{CB}=150\,\text{mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $\left(y_0,\overrightarrow{z_0}\right)$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $\left(O;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$) : $\{\mathscr{V}(JR/CB)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(JR/CB)}=\Omega\overrightarrow{z_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathscr{V}(CB/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ v(t)\overrightarrow{y_0}\end{array}\right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t)=y_4(t)=y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble S= { JR + CB} afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

Question 2 *Exprimer $v(t)$ en fonction de $y(t)$.*

Question 3 *Déterminer l'expression en G_{CB} du torseur dynamique de CB par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 4 *Déterminer l'expression en G_{JR} du torseur dynamique de JR par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 5 *Exprimer alors en G le torseur dynamique de l'ensemble S par rapport à 0 en fonction de $\dot{v}(t)$, M_{CB} et M_{JR}.*

2.11.4 Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 253 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM}=z\overrightarrow{z_0}+R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J=175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J=150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB}=z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B=425\,\text{mm}$;

Modéliser

- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $\left(y_0, \overrightarrow{z_0}\right)$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $\left(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$) : $\{\mathscr{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathscr{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ v(t)\overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble S= { JR + CB} afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

On considérera l'expression suivante pour le torseur dynamique de S par rapport à 0 : $\{\mathscr{D}(S/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} M\dot{v}\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$ où $M = 140\,\text{kg}$.

Question 2 *Exprimer le torseur $\{T_{V\to CB}\}$ (actionneurs 2 et 4 sur CB) au point A_4 en fonction de FV et le torseur $\{T_{R\to CB}\}$ (actionneurs 6 et 8 sur CB) au point A_8 en fonction de F_R.*

Question 3 *En expliquant clairement chaque étape de la démarche utilisée, montrer que :*

$$\left\{ \begin{array}{l} F_V = M\dfrac{z_G}{z_4}\dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \dfrac{z_B}{z_4} \\ F_R = M\left(1 - \dfrac{z_G}{z_4}\right)\dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J\left(1 - \dfrac{z_B}{z_4}\right) \end{array} \right.$$

Question 4 *En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer les acctionneurs les plus sollicités par le mouvement en phase : actionneurs du plan avant (2 et 4) ou du plan arrière (6 et 8).*

2.11.5 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus

Exercice 254 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **1** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.*

Exercice 255 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **1** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Exercice 256 – Mouvement TT – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{j_0}$ puis le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

Exercice 257 – Mouvement RR ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur*

$\overrightarrow{k_0}$

Exercice 258 – Mouvement RT ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 259 – Mouvement RT ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

- **On isole 2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison pivot $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$. On a $\overrightarrow{\mathscr{M}(B,2\rightarrow 0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{\mathscr{M}(G_2,2\rightarrow 0)}\cdot\overrightarrow{k_0}+\left(\overrightarrow{BG_2}\wedge\left(-m_2g\overrightarrow{j_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$ $=\left(R\overrightarrow{i_2}\wedge\left(-m_2g\overrightarrow{j_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}=-m_2gR\overrightarrow{i_0}\cdot\overrightarrow{i_2}=-m_2gR\cos\theta(t)$.
- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_m+\overrightarrow{\mathscr{M}(B,\text{pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{\delta(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$. On a $\overrightarrow{\delta(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\left(C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}=C_1\ddot{\theta}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)+R\ddot{\theta}\right)$. Au final, $C_m-m_2gR\cos\theta(t)=C_1\ddot{\theta}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)+R\ddot{\theta}\right)$.

Question 2 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

- **On isole 1+2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison glissière $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$;
  - action du vérin $\{\mathscr{T}(\text{ver}\rightarrow 1)\}$.
- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R(\text{ver}\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{i_0}=\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$. Au final, $F_{\text{ver}}=m_1\ddot{\lambda}(t)+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)-R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t)+\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 260 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 261 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{j_0}$*

Exercice 262 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

2.11.6 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC

Exercice 263 – Pompe à palettes ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 264 – Pompe à pistons radiaux ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 265 – Système bielle manivelle ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 266 – Pompe oscillante ⋆

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 267 – Barrière Sympact ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 268 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 269 – Poussoir ⋆

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 270 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 271 – Maxpid ⋆⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3+4****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3+4****.*

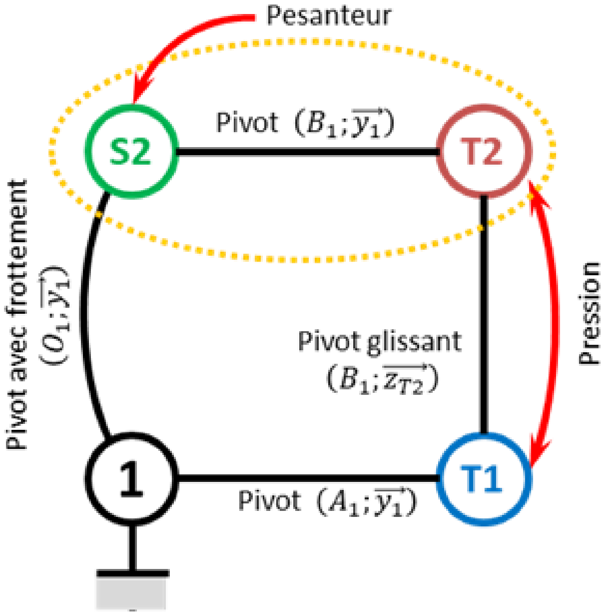
Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3+4/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 272 – Chariot élévateur de bateaux ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle α est petit, montrer que $\alpha(t)$ et $p(t)$ sont liés par l'équation différentielle suivante :* $J_{eq}\ddot{\alpha}(t)+\mu\dot{\alpha}(t)=\dfrac{Sp(t)}{k}+m_{S_2}g\,x_{G_{S_2}}$. *Exprimer* J_{eq}.

On isole l'ensemble $E=\{S2;T2,\}$. On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble en mouvement dans le référentiel terrestre galiléen : $\mathscr{P}_{\text{int}}(E)+\mathscr{P}\left(\overline{E}\rightarrow E/R_g\right)=\dfrac{\mathrm{d}\mathscr{E}_c\left(E/R_g\right)}{\mathrm{d}t}$.

Calcul des puissances externes

$\mathscr{P}\left(\text{pes}\rightarrow 2/R_g\right)=$

Calcul des puissances internes $\mathscr{P}_{\text{int}}(E)=0$ car pas de frottement dans la liaison pivot.

Exercice 273 – Banc Balafre⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le moment d'inertie J_Σ en fonction des données fournies et calculer sa valeur numérique.*

Question 2 *Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au bâti (noté 0) du banc (fixé au sol).*

Question 3 *Exprimer la puissance des actions mécaniques extérieures sur Σ dans le mouvement de Σ par rapport à 0.*

Question 4 *Exprimer la puissance perdue P_{pertes} dans les roulements à billes et dans la butée hydrostatique.*

Question 5 *Exprimer le théorème de l'énergie cinétique appliqué au mouvement de Σ par rapport à 0. En déduire l'expression de $\dfrac{d\Omega}{dt}$ en fonction de C_m, C_{res}, η_r, η_r et J_Σ.*

Question 6 *En explicitant clairement les hypothèses utilisées, expliquer pourquoi l'accélération peut être considérée constante pendant la mise en mouvement de la ligne d'arbre.*

Question 7 *Déterminer la valeur minimale d'accélération α_{min} compatible avec le tableau des exigences 2.*

Question 8 *En déduire la valeur de couple moteur nécessaire pendant cette phase d'accélération.*

Question 9 *Déterminer alors la valeur de C_m pour le scénario le plus défavorable.*

2.12 C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique