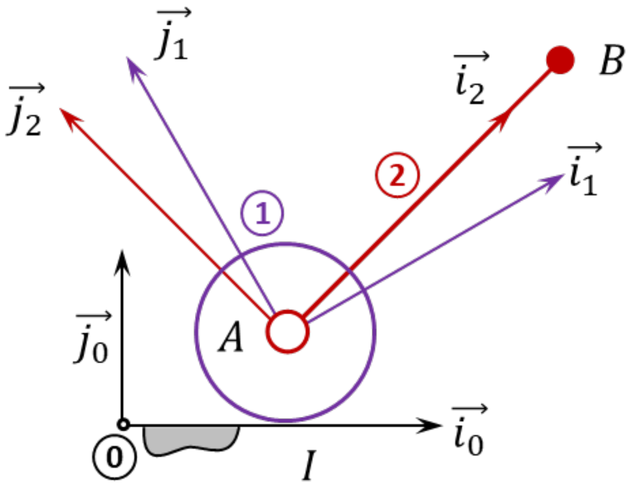
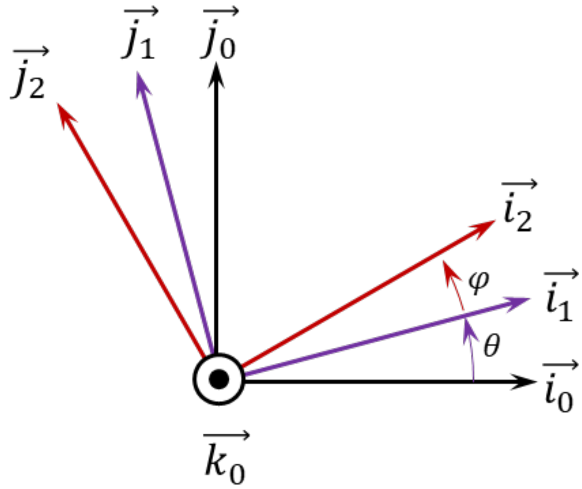
Exercice 1 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=L\,\overrightarrow{i_2}$. De plus $R=15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I.





Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

Indications (à vérifier...) :

1. $\overrightarrow{V(B,2/0)}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(2/0)}=\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0}\\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)\end{array}\right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

Corrigé voir 2.

Exercice 2 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

En utilisant la décomposition du vecteur vitesse : $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Calcul de** $\overrightarrow{V(B,2/1)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\overrightarrow{V(A,2/1)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/1)}$. 2 et 1 étant en pivot d'axe $\left(A,\overrightarrow{k_0}\right)$, on a $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\overrightarrow{0}-L\overrightarrow{i_2}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.
- **Calcul de** $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(I,1/0)}+\overrightarrow{BI}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{0}-L\overrightarrow{i_1}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}$. En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement : $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\left(-L\overrightarrow{i_1}-R\overrightarrow{j_0}\right)\wedge\dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}=\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

$$\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(2/0)}=\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0}\\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)\end{array}\right\}_B.$$

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$$
$$=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)\right]_{\mathscr{R}_0}$$

$= L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

Exercice 3 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

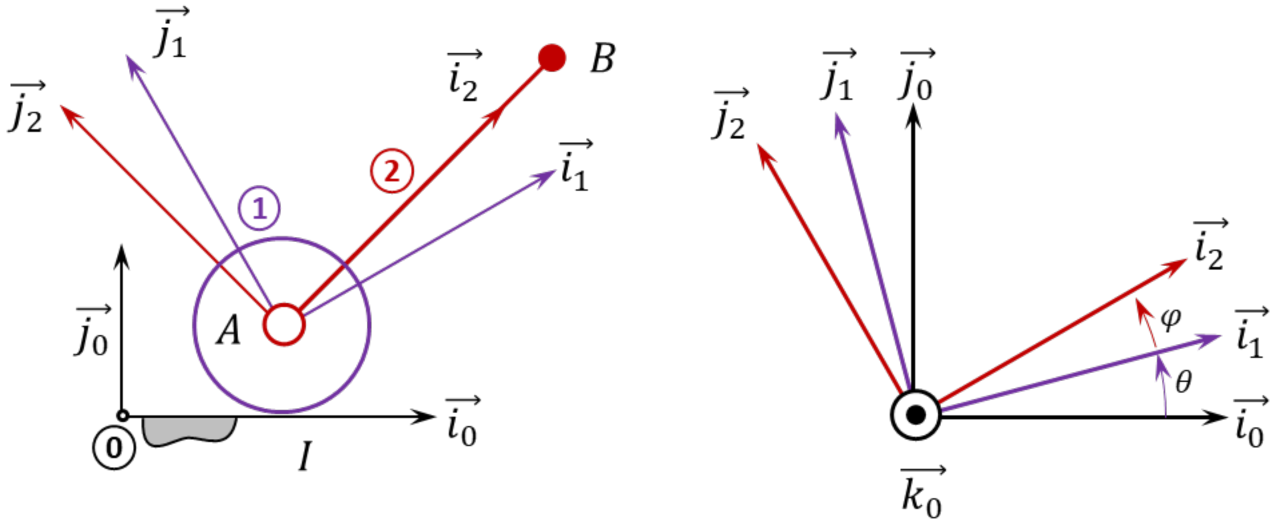
B2-14

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{i_2}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur exerce un couple entre les pièces 1 et 2.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

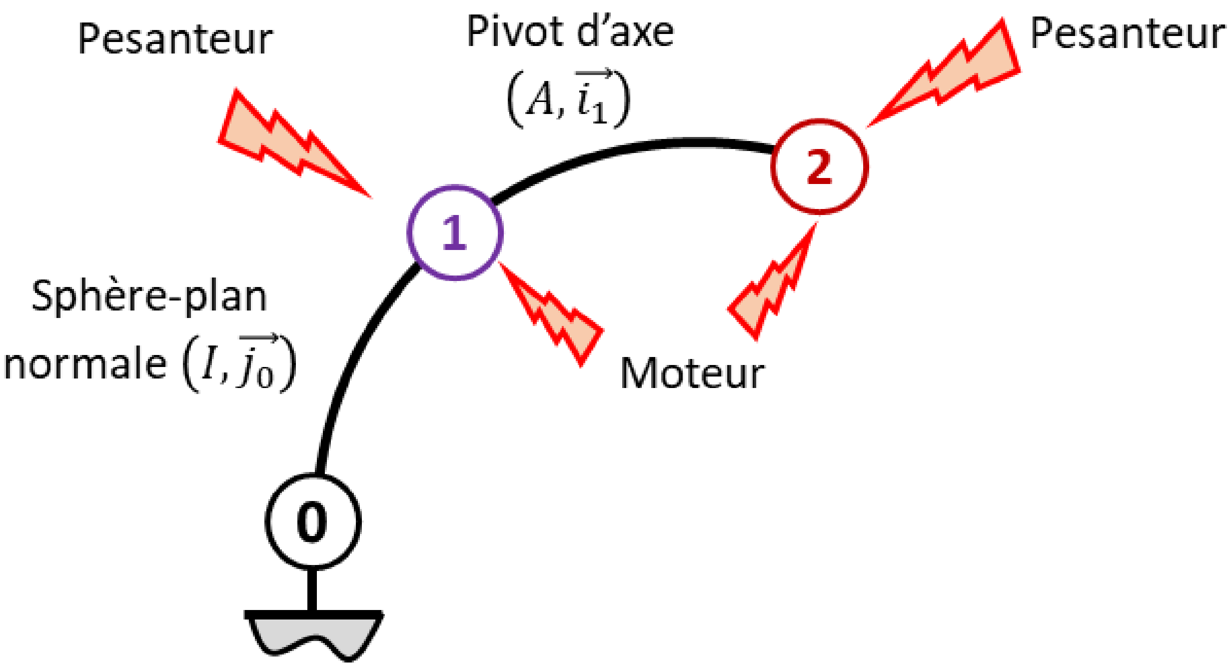
Corrigé voir 4.

Exercice 4 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-14

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*



Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

- Première équation :
  - On isole 2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :
    - liaison pivot en A telle que $\overrightarrow{\mathscr{M}(A,1\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{0}$;
    - pesanteur en B : $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}=\left\{\begin{array}{c}-m_2 g\,\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$;
    - cople moteur : $\{\mathscr{T}(1_m\rightarrow 2)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ C_m\,\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.
  - On applique le théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.
- Deuxième équation :
  - On isole 1+2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :
    - liaison ponctuelle avec RSG en I telle que $\overrightarrow{\mathscr{M}(I,0\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{0}$;
    - pesanteur en G_1 : $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\}=\left\{\begin{array}{c}-m_1 g\,\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_1}$;
    - cople moteur : $\{\mathscr{T}(2\rightarrow 1_m)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ -C_m\,\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.
  - On applique le théorème du moment dynamique en I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.
  - Remarque : on ne modélise pas la résistance au roulement.

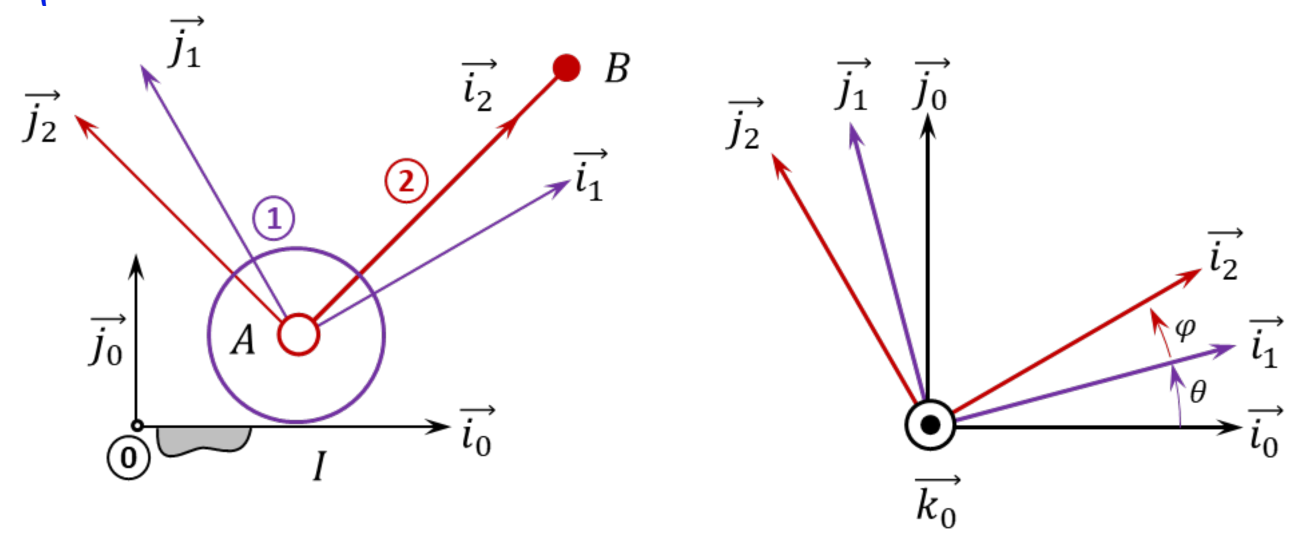
Exercice 5 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=L\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R=15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=-\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix}A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2=B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix}A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Corrigé voir 6.

Exercice 6 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$

(Voir exercice B2-13 46-RR-RSG).

1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L\dot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} + \dot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} + \dot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array}\right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1} = m_2\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1} = \left(L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\cdot\overrightarrow{i_1} = -\sin\varphi(t)L\ddot\varphi(t) - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\cos\varphi + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)$

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Calculons $\overrightarrow{\sigma(B,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$ $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = C_2\left(\dot\varphi + \dot\theta\right)\overrightarrow{k_0}$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = C_2\left(\ddot\varphi + \ddot\theta\right)\overrightarrow{k_0}$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(B,2/0)} + \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot\varphi + \ddot\theta\right) + m_2\left(L\overrightarrow{i_1}\wedge\left(L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot\varphi + \ddot\theta\right) + m_2L\left(\left(L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{i_0}\right)\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot\varphi + \ddot\theta\right) + m_2L\left(L\ddot\varphi(t)\cos\varphi - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\sin\varphi + \ddot\theta(t)(L + R\sin\theta)\right)$.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Calculons $R\overrightarrow{j_0}\wedge\left(L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$= R\left(L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_1}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$= R\left(L\ddot\varphi(t)\sin(\theta+\varphi) + L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\cos(\varphi+\theta) + \ddot\theta(t)(L\sin\theta + R) + L\dot\theta^2(t)\cos\theta\right)\ldots$

On peut en déduire $\overrightarrow{\delta(I,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.
On fait l'hypothèse que $\ell=0$.
Par ailleurs, on a $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)}=C_1\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}$
» Calculer $\overrightarrow{\delta(I,1/0)}$...