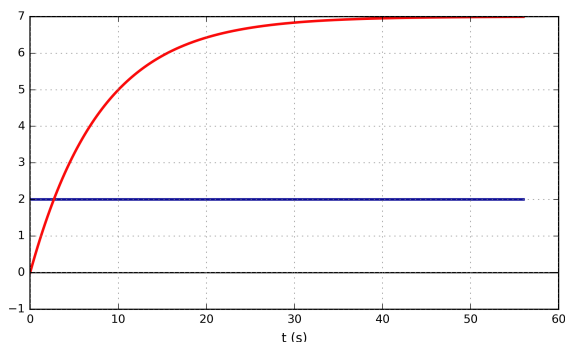


## 0.1 B2-06 – Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle

### Exercice 1 – Identification temporelle \*

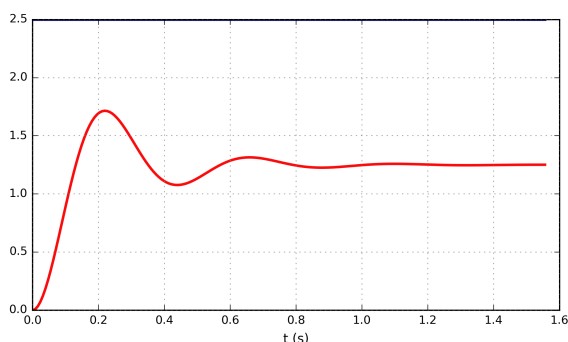
**B2-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit la réponse à un échelon.



**Question 1** Déterminer la fonction de transfert du système.

Soit la réponse à un échelon d'amplitude 2,5.



**Question 2** Déterminer la fonction de transfert du système.

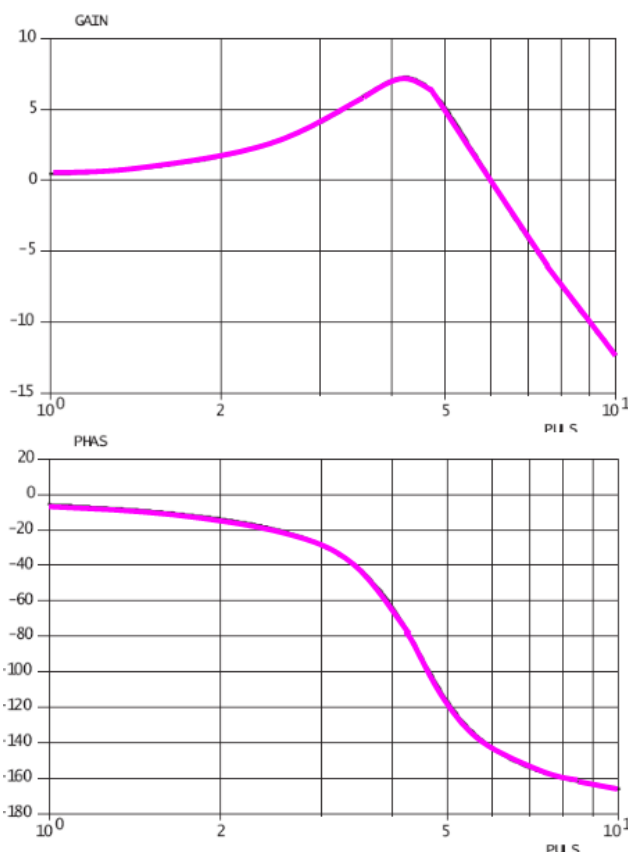
### Exercice 2 – Identification \*

**B2-06**

Pas de corrigé pour cet exercice.

D'après Florestan Mathurin.

Soit un système dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.



**Question 1** Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

**Question 2** Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.

Corrigé voir 14.

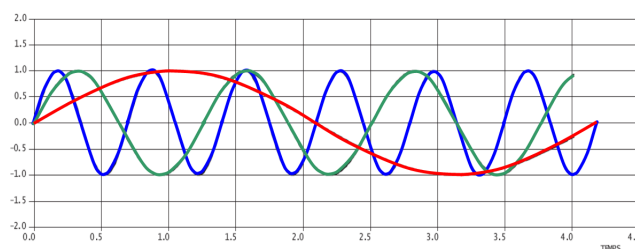
### Exercice 3 – Identification \*

**B2-06**

Pas de corrigé pour cet exercice.

D'après Florestan Mathurin.

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.



Corrigé voir 13.

**Question 1** Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux..

**Question 2** En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

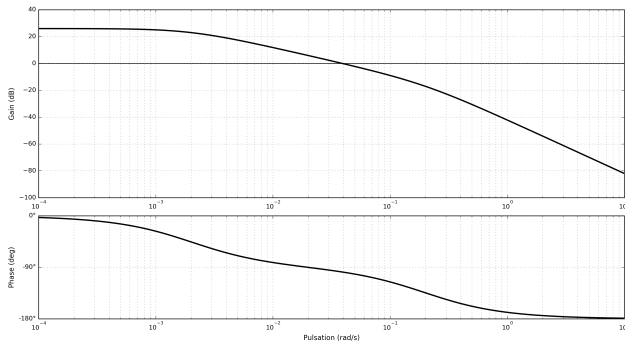
Corrigé voir 15.

## Exercice 4 – Identification \*

B2-06

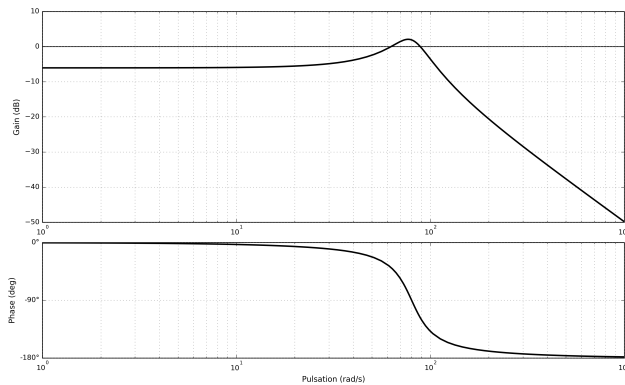
Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit la réponse fréquentielle suivante.



**Question 1** Déterminer la fonction de transfert du système.

Soit la réponse fréquentielle suivante.



**Question 2** Déterminer la fonction de transfert du système.

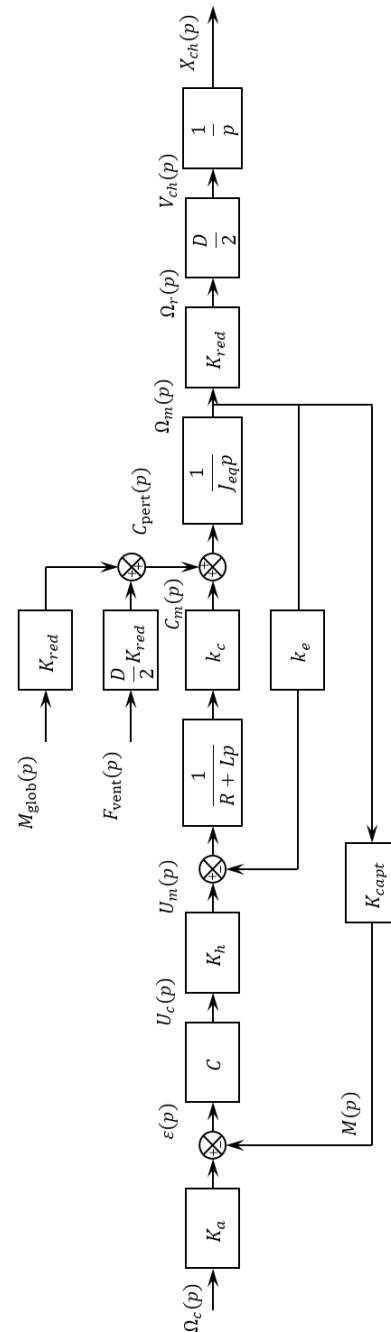
Corrigé voir 16.

## 0.2 B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs.

### Exercice 5 – La Seine Musicale\*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 1** En considérant que la perturbation  $C_{pert}(p)$  est nulle, déterminer  $H_f(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$  sous forme canonique.

**Question 2** Exprimer la fonction de transfert  $H_r(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$  en la mettant sous la forme :  $H_r(p) = \frac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$ . Exprimer  $\alpha$ ,  $\tau$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  en fonction des différents paramètres de l'étude.

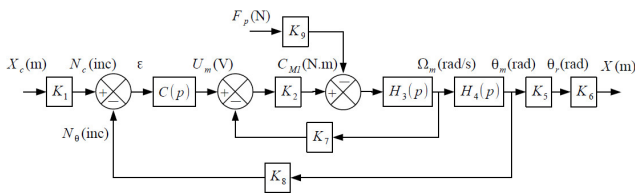
**Question 3** Exprimer  $X_{ch}(p)$  en fonction de  $\Omega_m(p)$  et  $C_{pert}(p)$ .

Corrigé voir 17.

## Exercice 6 – Machine de rééducation SysReeduc \*

### B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes :  $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$ ,  $e(t) = k_e \omega_m(t)$  et  $C_{M1}(t) = k_t i(t)$ .

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

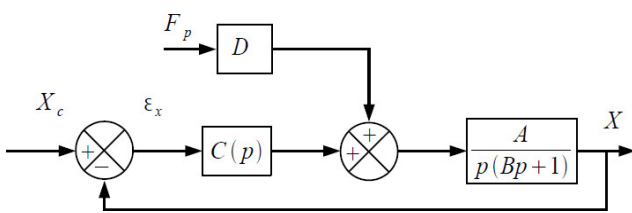
$$(M + m) r \rho_1 \dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec :  $M$  la masse du chariot et  $m$  la masse du support de pied,  $\rho_1 = \frac{1}{10}$  le rapport de réduction du réducteur,  $r = 46,1$  mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie-courroie,  $C_{M1}(t)$  le couple délivré par le moteur et  $F_p(t)$  l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

**Question 1** À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $H_3(p)$ ,  $H_4(p)$ ,  $K_5$ ,  $K_6$ ,  $K_7$ ,  $K_8$  et  $K_9$ .

**Question 2** Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera  $A$ ,  $B$  et  $D$  en fonction des paramètres du système  $r$ ,  $\rho_1$ ,  $k_t$ ,  $k_e$ ,  $R$ ,  $M$ ,  $m$  et  $K_8$ .

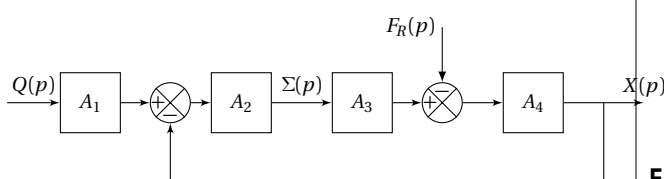


Corrigé voir 18.

## Exercice 7 – Quille pendulaire \*

### B2-07

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

$$q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\sigma(t)}{dt} \quad (a);$$

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = S \sigma(t) - k x(t) - \lambda \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t) \quad (b).$$

On a :

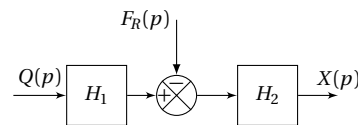
- $\mathcal{L}(q(t)) = Q(p)$  : débit d'alimentation du vérin  $[m^3 s^{-1}]$ ;
- $\mathcal{L}(\sigma(t)) = \Sigma(p)$  : différence de pression entre les deux chambres du vérin  $[Pa]$ ;
- $\mathcal{L}(x(t)) = X(p)$  : position de la tige du vérin  $[m]$ ;
- $\mathcal{L}(f_R(t)) = F_R(p)$  : composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille  $[N]$ .

Les constantes sont les suivantes :

- $S$  : section du vérin  $[m^2]$ ;
- $k$  : raideur mécanique du vérin  $[N m^{-1}]$ ;
- $V$  : volume d'huile de référence  $[m^3]$ ;
- $B$  : coefficient de compressibilité de l'huile  $[N m^{-2}]$ ;
- $M$  : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin  $[kg]$ ;
- $\lambda$  : coefficient de frottement visqueux  $[N m^{-1} s]$ .

**Question 1** Donner les expressions des fonctions de transfert  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$  en fonction de la variable complexe  $p$  et des constantes.

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



**Question 2** Donner les expressions des fonctions de transfert  $H_1$  et  $H_2$  en fonction de  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$ , puis de la variable  $p$  et des constantes.

### Question 3

Pour ce vérin non perturbé ( $F_R = 0$ ), donner sa fonction de transfert  $X(p)/Q(p)$  en fonction de la variable  $p$  et des constantes.

Corrigé voir 18.

## Exercice 8 – Moteur à courant continu \*

### B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$ ;
- $e(t) = K \omega(t)$ ;
- $c(t) = K i(t)$ ;
- $c(t) - f \omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$ .

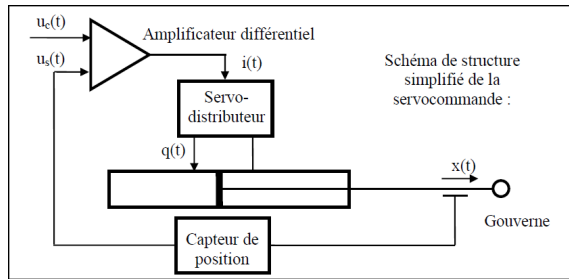
**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

Corrigé voir 20.

## Exercice 9 – Vérin \*

### B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne le schéma de principe d'une servo-commande.



Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servocommande sont :

- un amplificateur différentiel défini par :  $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$ ;
- débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible  $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt}$ ;
- capteur de position :  $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$ ;
- le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique  $q(t)$  proportionnel au courant de commande  $i(t)$ . (Attention, valable uniquement en régime permanent.) Le constructeur fournit sa fonction de transfert :

$$F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + Tp}$$

où  $K_d$  est le gain du servo-distributeur et  $T$  sa constante de temps.

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

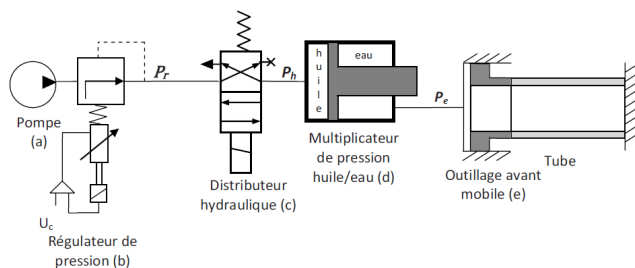
Corrigé voir 21.

## Exercice 10 – Banc d'épreuve hydraulique \*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Analyse de la fonction technique « mettre le tube sous pression ».**

Un schéma hydraulique simplifié est donné figure suivante.



### Mise en place du modèle

Les équations du débit sont :

$$Q_e(t) = S_e \frac{dz(t)}{dt} - \frac{V_{e0}}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}$$

et

$$Q_h(t) = S_h \frac{dz(t)}{dt} + \frac{V_{h0}}{B_h} \frac{dP_h(t)}{dt}.$$

En appliquant le théorème de la résultante dynamique selon  $\vec{z}$  sur le piston du multiplicateur, on a :  $M \ddot{z}(t) = S_h p_h(t) - S_e p_e(t) - Mg - f \dot{z}(t)$ .

**Question 1** Déduire de la relation précédente l'équation reliant  $Z(p)$ ,  $P_e(p)$ ,  $P_h(p)$ , et  $Poids(p) = Mg/p$ , transformées de Laplace de  $z(t)$ ,  $P_e(t)$ ,  $P_h(t)$  et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.

On note :

- $L(t)$  la position de l'équipage mobile repérée par rapport à sa position initiale;
- $V_t(t)$  le volume du tube;
- $F_t(t)$  l'effort du tube sur l'équipage mobile, avec  $F_t(t) = -r L(t)$ .

On néglige les variations de volume du tube dues à ses déformations. L'équation du débit s'écrit alors :

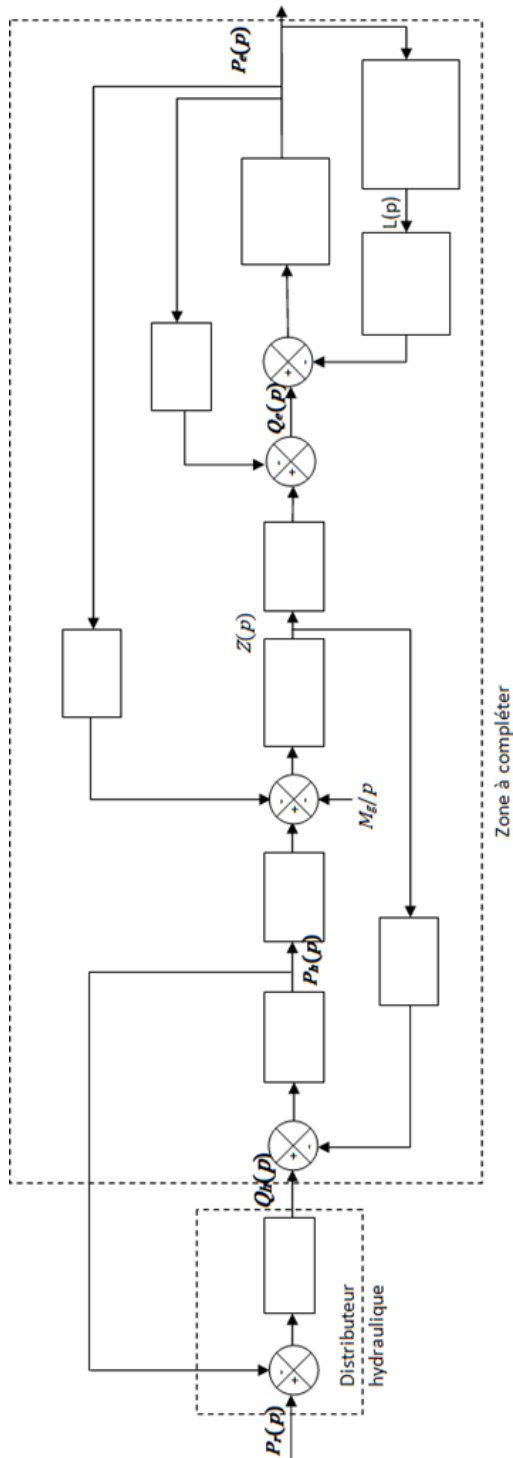
$$Q_e(t) = (S_a - S_b) \cdot \frac{dL(t)}{dt} + \frac{V_t}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}.$$

L'équation du mouvement de l'équipage mobile est donnée par :

$$m \ddot{L}(t) = -r L(t) + (S_a - S_b) p_e(t) - f' \dot{L}(t).$$

**Question 2** En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant  $L(p)$ ,  $P_e(p)$  et  $Q_e(p)$ , transformées de Laplace de  $L(t)$ ,  $P_e(t)$  et  $Q_e(t)$ . Les conditions initiales sont supposées nulles.

**Question 3** Compléter le schéma-blocs de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile régulée  $P_r(p)$  et la sortie la pression d'épreuve dans le tube  $P_e(p)$ .



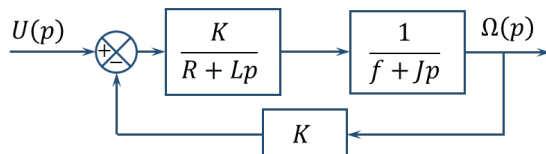
Corrigé voir 21.

### Exercice 11 – Fonctions de transfert★

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

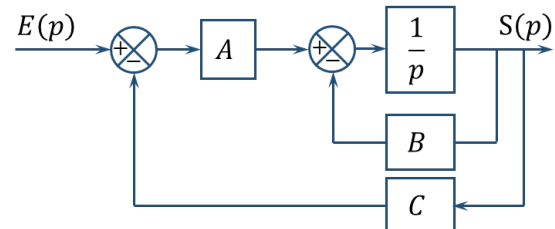
Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 1** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 3** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 4** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

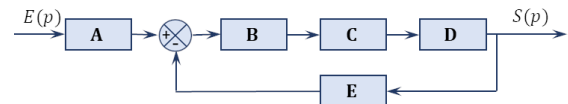
Corrigé voir 23.

### Exercice 12 – Calcul de FTBO★

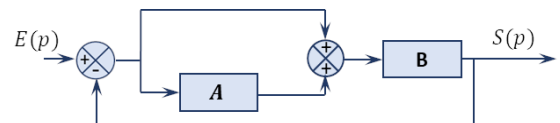
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

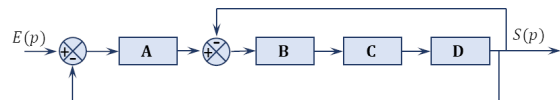
**Question 1** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



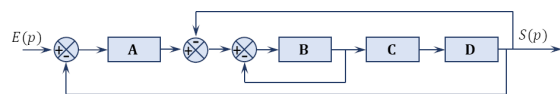
**Question 2** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



**Question 3** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



**Question 4** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



Corrigé voir 24.

### 0.3 B2-06 – Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle

#### Exercice 13 – Identification temporelle \*

**B2-06** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Déterminer la fonction de transfert du système.

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert du système.

#### Exercice 14 – Identification \*

**B2-06**

Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

**Question 2** Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.

#### Exercice 15 – Identification \*

**B2-06**

Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux..

**Question 2** En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

#### Exercice 16 – Identification \*

**B2-06**

Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Déterminer la fonction de transfert du système.

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert du système.

### 0.4 B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs.

#### Exercice 17 – La Seine Musicale\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** En considérant que la perturbation  $C_{pert}(p)$  est nulle, déterminer  $H_f(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$  sous forme canonique.

**Question 2** Exprimer la fonction de transfert  $H_r(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$  en la mettant sous la forme :  $H_r(p) = -\frac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$ .

Exprimer  $\alpha$ ,  $\tau$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  en fonction des différents paramètres de l'étude.

**Question 3** Exprimer  $X_{ch}(p)$  en fonction de  $\Omega_m(p)$  et  $C_{pert}(p)$ .

#### Exercice 18 – Machine de rééducation SysReeduc \*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $H_3(p)$ ,  $H_4(p)$ ,  $K_5$ ,  $K_6$ ,  $K_7$ ,  $K_8$  et  $K_9$ .

On a :

- $u_m(t) = e(t) + Ri(t) \Rightarrow U_m(p) = E(p) + RI(p)$  et  $C_{M1}(p) = k_t I(p)$  donc  $K_2 = \frac{k_t}{R}$  ;
- $E(p) = k_e \Omega_m(p)$  et donc  $K_7 = k_e$  ;
- $(M+m)r\rho_1 p \Omega_m(p) = \frac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r} - F_p(p) \Leftrightarrow (M+m)r^2 \rho_1^2 p \Omega_m(p) = C_{M1}(p) - \rho_1 r F_p(p)$  et donc  $K_9 = \rho_1 r$  et  $H_3(p) = \frac{1}{(M+m)r^2 \rho_1^2 p}$  ;
- $H_4(p)$  permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et  $H_4(p) = \frac{1}{p}$  ;

- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit  $K_8 = \frac{2000}{2\pi}$  ;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement  $K_5 = \rho_1$  et  $K_6 = r$  (à convertir en mètres) ;
- enfin,  $K_1$  convertit des mètres en incréments.  $X_c$  est la consigne que doit respecter  $X$ . Pour avoir un asservissement précis, il faut donc  $\varepsilon = 0$  et  $X = X_c$  soit  $\varepsilon = 0 = K_1 X_c - K_8 \theta_m = K_1 X_c - K_8 \frac{X}{K_5 K_6}$ . Au final,  $K_1 = \frac{K_8}{K_5 K_6}$ .

**Question 2** Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera  $A$ ,  $B$  et  $D$  en fonction des paramètres du système  $r$ ,  $\rho_1$ ,  $k_t$ ,  $k_e$ ,  $R$ ,  $M$ ,  $m$  et  $K_8$ .

### Correction

### Exercice 19 – Quille pendulaire\*

#### B2-07

**Question 1** Donner les expressions des fonctions de transfert  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$  en fonction de la variable complexe  $p$  et des constantes.

**Correction** D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace :  $Q(p) = SpX(p) + \frac{V}{2B}p\Sigma(p)$  et  $Mp^2X(p) = S\Sigma(p) - kX(p) - \lambda pX(p) - F_R(p)$ .

En utilisant le schéma-blocs, on a  $\Sigma(p) = A_2(A_1Q(p) - X(p)) = A_1A_2Q(p) - A_2X(p)$ .

Par ailleurs  $\Sigma(p) = \frac{Q(p) - SpX(p)}{\frac{V}{2B}p} = Q(p)\frac{2B}{Vp} - X(p)\frac{S2B}{V}$ . On a donc  $A_2 = \frac{S2B}{V}$ ,  $A_1A_2 = \frac{2B}{Vp}$  soit  $A_1 = \frac{2B}{Vp} \frac{V}{S2B} = \frac{1}{Sp}$ .

On a aussi  $X(p) = A_4(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)) = -A_4F_R(p) + A_3A_4\Sigma(p)$ . Par ailleurs,  $X(p)(Mp^2 + \lambda p + k) = S\Sigma(p) - F_R(p) \Leftrightarrow X(p) = \frac{S\Sigma(p)}{Mp^2 + \lambda p + k} - \frac{F_R(p)}{Mp^2 + \lambda p + k}$ . On a donc :  $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$  et  $A_3 = S$ .

Au final,  $A_1 = \frac{1}{Sp}$ ,  $A_2 = \frac{S2B}{V}$ ,  $A_3 = S$  et  $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$ .

**Question 2** Donner les expressions des fonctions de transfert  $H_1$  et  $H_2$  en fonction de  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$ , puis de la variable  $p$  et des constantes.

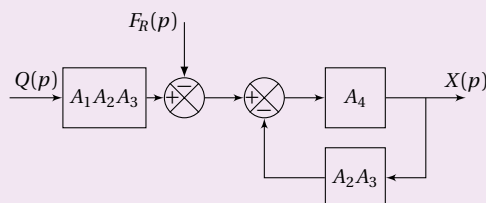
**Correction Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes** On a  $X(p) = (H_1Q(p) - F_R(p))H_2(p)$ .

Par ailleurs, on a vu que  $X(p) = A_4(-F_R(p) + A_3\Sigma(p))$  et  $\Sigma(p) = A_2(A_1Q(p) - X(p))$ .

On a donc  $X(p) = A_4(-F_R(p) + A_3A_2(A_1Q(p) - X(p))) \Leftrightarrow X(p)(1 + A_2A_3A_4) = A_4(-F_R(p) + A_3A_2A_1Q(p))$ . On a donc  $H_1(p) = A_1A_2A_3$  et  $H_2 = \frac{A_4}{1 + A_2A_3A_4}$ .

**Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs** Revient à utiliser la méthode précédente.

**Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs** Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.

$A_1 = \frac{1}{Sp}$ ,  $A_2 = \frac{S2B}{V}$ ,  $A_3 = S$  et  $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$ .



En faisant le calcul on obtient :  $H_1(p) = \frac{2BS}{pV}$  et  $H_2 = \frac{1}{1 + \frac{2BS^2}{V} \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}} = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k + \frac{2BS^2}{V}}$ .

### Question 3

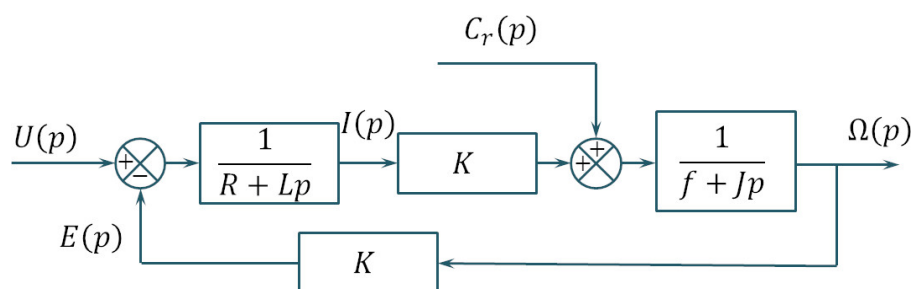
Pour ce vérin non perturbé ( $F_R = 0$ ), donner sa fonction de transfert  $X(p)/Q(p)$  en fonction de la variable  $p$  et des constantes.

**Correction** Dans ce cas,  $\frac{X(p)}{Q(p)} = H_1(p)H_2(p) \frac{2BS}{p(MVp^2 + \lambda pV + kV + 2BS^2)}$ .

### Exercice 20 – Moteur à courant continu\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.



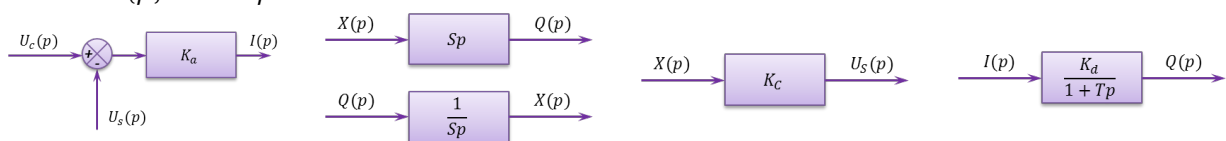
### Exercice 21 – Vérin\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

On a :

- $U_c(p) = \frac{1}{K_a} I(p) + U_s(p)$
- $Q(p) = Sp X(p)$
- $U_s(p) = K_C \cdot X(p)$
- $F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + Tp}$



### Exercice 22 – Banc d'épreuve hydraulique \*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Déduire de la relation précédente l'équation reliant  $Z(p)$ ,  $P_e(p)$ ,  $P_h(p)$ , et  $Poids(p) = Mg/p$ , transformées de Laplace de  $z(t)$ ,  $P_e(t)$ ,  $P_h(t)$  et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.

**Correction**  $Mp^2Z(p) = S_h P_h(p) - S_e P_e(p) - \frac{Mg}{p} - fpZ(p)$

**Question 2** En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant  $L(p)$ ,  $P_e(p)$  et  $Q_e(p)$ , transformées de Laplace de  $L(t)$ ,  $P_e(t)$  et  $Q_e(t)$ .

**Correction**  $Q_e(p) = (S_a - S_b)pL(p) + \frac{V_t}{B_e} pP_e(p)$



Les conditions initiales sont supposées nulles.

**Question 3** Compléter le schéma-blocs de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile régulée  $P_r(p)$  et la sortie la pression d'épreuve dans le tube  $P_e(p)$ .

**Correction**

**Exercice 23 – Fonctions de transfert\***

**B2-07**

**Pas de corrigé pour cet exercice.**

**Question 1** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 3** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 4** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Exercice 24 – Calcul de FTBO\***

**B2-07**

**Pas de corrigé pour cet exercice.**

**Question 1** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

**Question 2** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

**Question 3** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

**Question 4** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.