

B

Sciences

Modéliser | Industrielles de
l'Ingénieur

PSI* - MP

B2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement

chapter.1

1.1	A1 – Analyser les exigences	2
1.2	A2 – Définir les frontières de l'analyse	2
1.3	A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structuelle	2
1.3.1	Associer les fonctions aux constituants	2
1.3.2	Caractériser un constituant de la chaîne d'information	4
1.4	A4 – Analyser les performances et les écarts	5
1.5	A5 – Analyser un compromis produit-procédures-matériaux	5
1.6	A1 – Analyser les exigences	6
1.7	A2 – Définir les frontières de l'analyse	6
1.8	A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structuelle	6
1.8.1	Caractériser un constituant de la chaîne d'information	6
1.9	A4 – Analyser les performances et les écarts	6
1.10	A5 – Analyser un compromis produit-procédures-matériaux	6
1.10.1	Modéliser un convertisseur électromécanique	6

1.1 A1 – Analyser les exigences

1.2 A2 – Définir les frontières de l'analyse

1.3 A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle

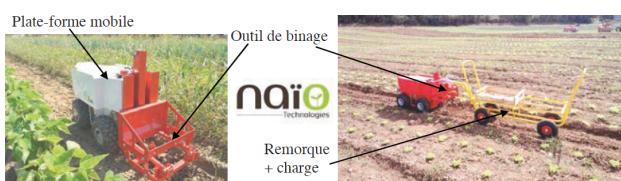
1.3.1 Associer les fonctions aux constituants

Exercice 1 – Robot de maraîchage Oz 440 *

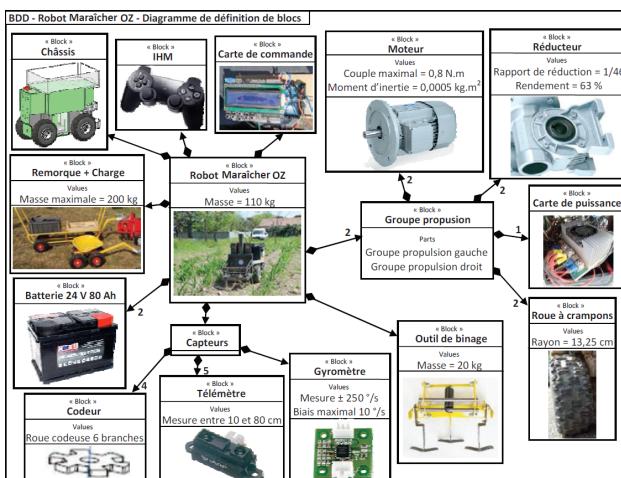
A3-01

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le robot de maraîchage Oz 440 développé par la société Naïo Technologies est un outil autonome agricole, alliant robustesse et écologie, capable d'assister les maraîchers dans les tâches les plus pénibles comme le transport de charges lors des récoltes et le désherbage mécanique à l'aide d'un outil de binage.



Ce robot est constitué d'une plate-forme mobile électrique à 4 roues motrices sur laquelle sont fixés divers outils et capteurs. La figure 1 donne la structure du robot sous la forme d'un diagramme de définition de blocs (BDD) avec les propriétés principales de chaque constituant, utiles pour la résolution du problème.



Ce robot de petite taille évolue directement entre les rangées de cultures pour un travail de précision. Il peut, par exemple, désherber et aussi suivre des personnes lors de la récolte tout en transportant des charges. Bien plus petit qu'un tracteur classique, il ne casse pas la structure naturelle du sol et évite ainsi le phénomène de compaction des sols provoqué habituellement par les tracteurs ou le piétinement de l'homme. Il roule lentement et passe au plus près des cultures sans risquer de les abîmer. Selon le vieil adage « un binage vaut deux arrosages », le fait

de pouvoir utiliser ce robot régulièrement, sans perte de temps, permet de toujours avoir un sol parfaitement biné et ainsi de diminuer les effets d'évaporation de l'eau.

Question 1 À l'aide du diagramme de définition de blocs disponible, réaliser le diagramme correspondant à la chaîne fonctionnelle de l'ensemble groupe propulsion droit du robot.

Corrigé voir 1.

Exercice 2 – Système de levage à multiples colonnes *

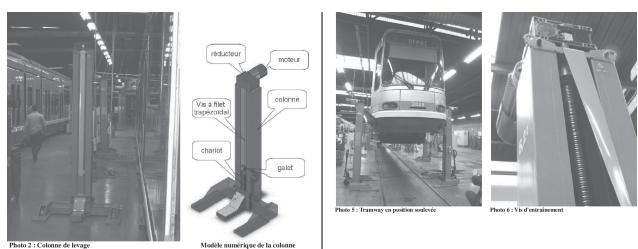
A3-01

Pas de corrigé pour cet exercice.

Les sociétés de transports publics des grandes agglomérations gèrent des réseaux comportant des bus et/ou des tramways. Ces sociétés possèdent des centres de maintenance ayant en charge l'entretien et la réparation de leurs véhicules. On s'intéresse ici à la maintenance de tramways sur rails de type TFS (Tramway Français Standard).

Le système de levage est constitué d'une armoire de commande (nommée PC) munie d'un pupitre de commande, d'un API (Automate Programmable Industriel), de relais et cartes de commande pour moteurs. Cette PC peut gérer jusqu'à 10 colonnes de levage. Ces colonnes de levage sont des unités indépendantes mobiles que l'on peut déplacer manuellement grâce à des roues escamotables. Elles sont constituées d'un chariot de levage guidé par 4 galets roulant à l'intérieur d'une colonne (rails en tôle pliée).

L'entraînement du chariot se fait par une vis à filet trapezoïdal, mise en rotation par un moto-réducteur-frein asynchrone. On met en place les colonnes au niveau de la plateforme du tramway à soulever, aux endroits prévus à cet effet.

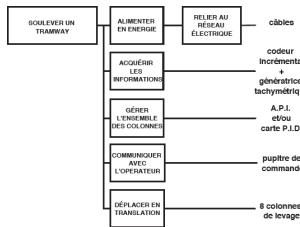


Pour soulever un tramway de 45 tonnes et de 30 mètres de long, le service de maintenance utilise 8 colonnes de levage d'une capacité unitaire maximale de 8,2 tonnes commandées simultanément. Lorsque les colonnes sont en place, on démarre le cycle de levage : l'opé-

rateur peut choisir un fonctionnement manuel ou automatique. En mode automatique, on affiche sur le pupitre la consigne de hauteur à atteindre, la PC pilote alors chaque moteur des 8 colonnes jusqu'à ce que cette hauteur soit atteinte. Chaque colonne est équipée d'un codeur incrémental informant la PC de la position du chariot de levage de la colonne. Pour un fonctionnement en toute sécurité, il faut assurer une certaine horizontalité du tramway soulevé : l'ensemble des points de levage doit être compris entre deux plans parallèles distants de 20 mm au maximum (coplanéité).

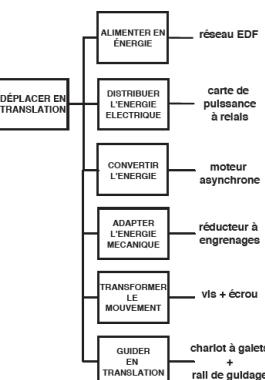
Modéliser

Le développement sous forme de FAST de la fonction principale F.P.1 (plus simplement écrite « Soulever un tramway ») est donné ci-après.



Le développement sous forme de FAST de la fonc-

tion technique « Déplacer en translation » pour une colonne est donné ci-après.



Question 1 Vous ne connaissez pas le diagramme FAST (je le sais). Quel(s) diagramme(s) SysML pourriez-vous utiliser pour remplacer les diagrammes « FAST ».

Question 2 Réaliser la chaîne fonctionnelle du système de levage étudié.

Corrigé voir 2.

Exercice 3 – Escalier mécanique*

A3-01

Pas de corrigé pour cet exercice.

Un escalier mécanique (figure 1), appelé aussi escalier roulant ou Escalator (nom déposé par la société Otis), est un élévateur adapté au transport de personnes. Sa fonction principale est de faciliter le déplacement des piétons entre deux points de différentes hauteurs.

Depuis son invention en 1892 (à New York) par l'américain Jesse W. Reno, le système n'a pas cessé d'évoluer pour s'adapter aux nouvelles contraintes économiques, environnementales et sécuritaires.

1.3.2 Caractériser un constituant de la chaîne d'information

Exercice 4 – Le banc balafré *

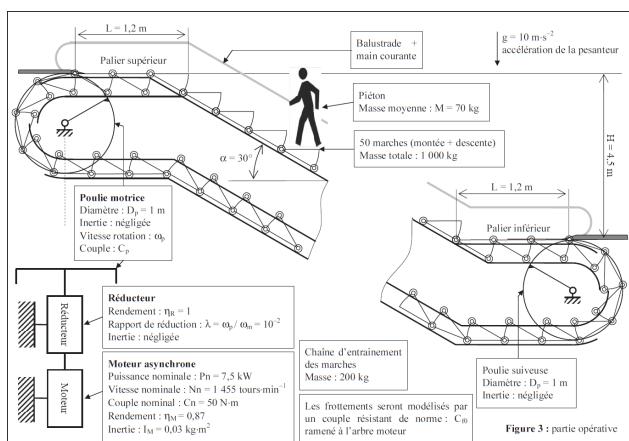
A3-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

Entre autres contrôles de la chaîne d'acquisition, le superviseur vérifie que la mesure des efforts se fait correctement : au niveau des actionneurs piézoélectriques et au niveau du joint testé. Les capteurs de force utilisés sur le système sont analogiques. Afin de simplifier le traitement et l'interprétation de ces forces, on utilise un amplificateur de charges à plusieurs canaux (voir figure 3.1).



L'entraînement du chariot se fait par une vis à filet trapezoïdal, mise en rotation par un moto-réducteur-frein asynchrone. On met en place les colonnes au niveau de la plateforme du tramway à soulever, aux endroits prévus à cet effet.



Question 1 En analysant le schéma de principe de la figure précédente, proposer une chaîne fonctionnelle de l'escalier mécanique.

Corrigé voir 3.



FIGURE 1.1 – Amplificateur de charge à plusieurs canaux KISTLER.

Cet amplificateur possède deux options qui sont utilisées sur le banc Balafré :

- l'amplificateur de sommation pour le calcul analogique des forces et moments résultants ;

- un convertisseur Analogique/Numérique pour faire le traitement des données (algorithme de contrôle).

Dans l'algorithme de contrôle, la valeur d'effort de chaque actionneur est comparée à la valeur théorique de la consigne effectuée pour le contrôle. Si un écart trop grand est constaté, l'algorithme de contrôle émet un signal d'erreur (Contrôle=2). Pour cette mesure, on considère qu'une résolution inférieure à 10 N est nécessaire. La conversion analogique/numérique se fait ici sur 12 bits. La mesure de l'effort se fait sur la plage de -20 à 20 kN. Les données techniques utiles sont rassemblées sur la figure 2.5.

Le capteur de force (voir figure 2.6) utilisé est un capteur KISTLER 9167A, permettant de mesurer des efforts dans trois directions. Pour la mesure de l'effort développé par les actionneurs, seule la direction Z est utilisée, et la sensibilité du capteur dans cette direction est $4,2 \text{ pC N}^{-1}$. Le synoptique de la figure 2.7 présente la structure interne de l'amplificateur de charge.

Ladungsteilnehmer	Amplificateur de charge	Charge amplifier
Anzahl Messkanäle	Nombre des canaux de mesure	Number of measuring channels
Messbereich	Gamme de mesure	pC $\pm 10 \dots 9999000$
Sensorenempfindlichkeit	Sensibilité du capteur	pC / (M.U. $0,01 \dots 99990^{-1}$)
Massstab	Echelle	M.U. / V $0,001 \dots 99990$
Ausgangsspannung	Tension de sortie	V ± 10
Ausgangsgstrom	Courant de sortie (protégé contre les court-circuits)	mA $0 \dots \pm 5$
(Kurzschlussicher)	Impédance de sortie	
Ausgangsimpedanz		
Frequenzbereich (-3dB, Filter off)	Gamma de fréquence (-3dB, Filter off)	Ω 10
Tiefpassfilter	Filtre passe-bas Butterworth à 2 pôles, à 8 étages 10, 30, 100 ... (-3dB)	kHz $0,01 \dots 30 (\pm 10\%)$
Zeitkonstante	Constante de temps Long Medium Short	s DC-mode High-pass filter s $1 \dots 10000$ s $0,01 \dots 100$
Long		
Hochpassfilter		
Medium		
Short		
Linearität	Linéarité	% $<\!0,05$
Massfehler	Erreur de mesure $\pm 49,9 \text{ pC FS}$ $\pm 100 \text{ pC FS}$	% $<\!3$
	$\pm 99,9 \text{ pC FS}$ $\pm 100 \text{ pC FS}$	% $<\!1$
Ausgangsstörsignal	Interférence à la sortie Dérive (courant d'entrée MOSFET) à 25 °C	mV _{max} < 1,5 pC/s $<\!0,09$
Drift (Leckstrom MOSFET) bei 25 °C		

FIGURE 1.2 – Amplificateur de charge à plusieurs canaux KISTLER.



Type 9167A... / 9168A...

FIGURE 1.3 – Capteur de force KISTLER 9167A.

Corrigé voir 6.

Exercice 5 – Capteurs *

A3-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner le rôle et le principe de fonctionnement (schémas) des capteurs suivants :

- génératrice tachymétrique;
- potentiomètre rotatif;
- codeur incrémental;
- codeur absolu.

Corrigé voir 7.

1.4 A4 – Analyser les performances et les écarts

1.5 A5 – Analyser un compromis produit-procédures-matériaux

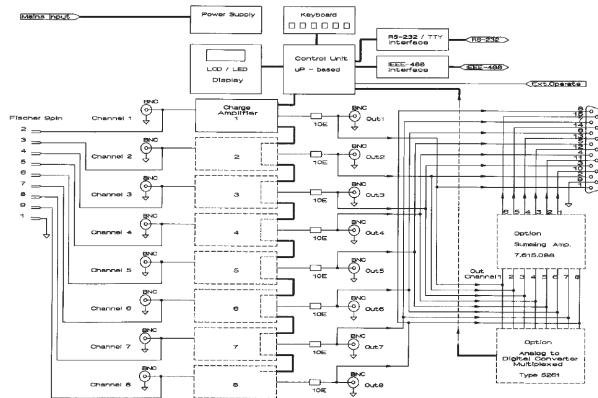


FIGURE 1.4 – Synoptique de la structure interne de l'amplificateur de charge.

Question 1 Sur le synoptique de la figure 2.7, on peut lire « Analog to Digital Converter Multiplexed ». Que signifie le terme multiplexé utilisé ici ?

Question 2 Compte tenu de la sensibilité du capteur et de l'étendue des valeurs à mesurer, déterminer la gamme de mesure à régler sur l'amplificateur de charge.

Question 3 En utilisant la documentation technique de l'amplificateur de charge, déterminer la plage de variation de la tension de sortie de l'amplificateur. En déduire le quantum de la conversion analogique numérique, puis la résolution de la mesure. Conclure vis-à-vis de la résolution demandée.

1.6 A1 – Analyser les exigences

1.7 A2 – Définir les frontières de l'analyse

1.8 A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle

1.8.1 Caractériser un constituant de la chaîne d'information

Exercice 6 – Le banc balafré *

A3-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Sur le synoptique de la figure 2.7, on peut lire « Analog to Digital Converter Multiplexed ». Que signifie le terme multiplexé utilisé ici ?

Question 2 Compte tenu de la sensibilité du capteur et de l'étendue des valeurs à mesurer, déterminer la gamme de mesure à régler sur l'amplificateur de charge.

Question 3 En utilisant la documentation technique de l'amplificateur de charge, déterminer la plage de variation de la tension de sortie de l'amplificateur. En déduire le quantum de la conversion analogique numérique, puis la résolution de la mesure. Conclure vis-à-vis de la résolution demandée.

Exercice 7 – Capteurs *

A3-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner le rôle et le principe de fonctionnement (schémas) des capteurs suivants :

- génératrice tachymétrique;
- potentiomètre rotatif;
- codeur incrémental;
- codeur absolu.

1.9 A4 – Analyser les performances et les écarts

1.10 A5 – Analyser un compromis produit-procédés-matériaux

1.10.1 Modéliser un convertisseur électromécanique

Exercice 8 – Le banc balafré *

Pas de corrigé pour cet exercice.

Objectif L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 1.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à 6000 tr min^{-1} est estimé à $C_{\text{res}} = 300 \text{ Nm}$.
- 1.02 – Vitesse de rotation : la vitesse cible NC (vitesse de rotation du rotor de joint) doit pouvoir être réglée à une valeur choisie entre 5000 tr min^{-1} et 7000 tr min^{-1} .
- 1.03 – Loi de commande : la mise en rotation doit se faire à accélération constante pendant une durée n'excédant pas $T_{\text{acc}} = 5 \text{ s}$.

Nous allons modéliser le moteur asynchrone Leroy Somer PLS-280-MP. Ceci va nous permettre de déterminer sa caractéristique de couple. Cette caractéristique sera utilisée dans les parties suivantes et nous permettra dans cette partie de déterminer la fréquence de commande du moteur pour la phase de mesure en régime stationnaire.

Données et hypothèses :

- le réseau d'alimentation électrique fournit une tension $230/400 \text{ V}$ en 50 Hz ;

- la plaque signalétique du moteur est donnée en figure Figure 3.1;
- on négligera les pertes fer et les pertes mécaniques dans le moteur;
- les pertes Joule statoriques sont également négligées.

LEROY SOMER	MOT. 3 ~ PLS 280 MP2 B3	
	N° 905027 00LC01 kg: 930	
IP 23S IK 08 I cl. F 40 °C S 1 % d/h	V	Hz
	min⁻¹	kW
400 △	100	5916
		132
		0.87
		232
MOTEURS LEROY SOMER		
TP111B		
DE	6014HC5C3	cm³
NDE	6014HC5C3	cm³

FIGURE 1.5 – Plaque signalétique du moteur PLS-280-MP

Question 1 En utilisant les informations de la plaque signalétique, montrer que le moteur possède $p = 1$ paire de pôles.

Question 2 À partir de la plaque signalétique, en détaillant les calculs, déterminer le glissement en fonctionnement nominal g_N ainsi que le couple utile nominal C_{uN} .

On donne sur la figure Figure 2.5 le modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur. L_0 représente l'inductance de magnétisation et L_c l'inductance des fuites totales d'une phase (rotorique ramenée au stator et stator). On note g le glissement. On rappelle que la puissance dissipée dans la résistance R/g correspond à la puissance transmise du stator au rotor. Cette puissance peut être décomposée en une résistance R correspondant aux pertes Joule dans le rotor en série avec une résistance $R(1-g)/g$ correspondant à la puissance électromécanique fournie au rotor.

R Ce modèle est celui du bobinage couplé en triangle. La tension U_S représente la tension entre phases, c'est-à-dire, vue de l'extérieur, la tension composée de valeur nominale 400 V. Le courant i_S représente le courant dans chaque phase statorique. La notation conventionnelle j_S pour ce courant n'est pas utilisée ici pour éviter toute confusion avec les notations des nombres complexes.

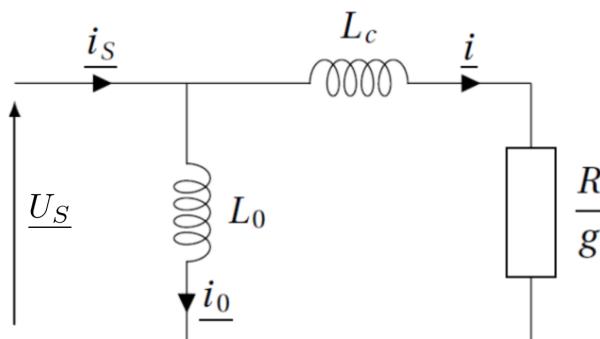


FIGURE 1.6 – Modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur

Question 3 Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} fournie au rotor en fonction de U_S (valeur efficace de la tension U_S), de la résistance R , du glissement g de l'inductance L_c et de la pulsation d'alimentation ω du moteur.

Question 4 Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} en fonction du couple électromagnétique C_{EM} et de la vitesse de rotation Ω de l'arbre moteur.

Question 5 Exprimer la vitesse de rotation Ω de l'arbre en fonction du glissement g et de la vitesse de synchronisme Ω_S . En déduire l'expression du couple électromagnétique C_{EM} en fonction de U_S^2 , ω , g , R , L_c , et p (le nombre de paires de pôles par phase).

Question 6 En précisant bien vos hypothèses, justifier que l'expression du couple utile disponible sur l'arbre

$$\text{moteur est } C_u = \frac{3pU_S^2}{\omega} \cdot \frac{\frac{R}{g}}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (L_c \omega)^2}.$$

À l'aide de cette équation, on obtient la figure Figure 2.6 qui représente l'allure de la courbe de couple en fonction de la vitesse de rotation N de l'arbre moteur.

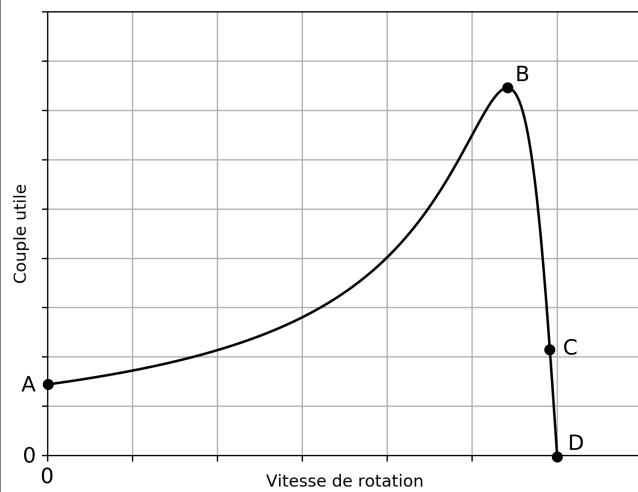


FIGURE 1.7 – Allure de la courbe de couple utile du moteur en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre

Question 7 À l'aide des points A, B, C et D, identifier sur cette courbe le point de fonctionnement nominal, le démarrage du moteur, le point de synchronisme, la zone de fonctionnement instable du moteur.

Le constructeur précise le rapport du couple maximal sur couple nominal : $C_M/C_N = 3,5$. On rappelle que le couple utile est maximal pour une valeur du glissement telle que $R/g = L_c \omega$. **Question 8** En déduire l'expression de L_c en fonction de p , U_S , C_M et ω et faire l'application numérique.

Question 9 Que peut-on dire de R/g par rapport à $L_c \omega$ au voisinage du point de fonctionnement nominal ? En déduire l'expression de R en fonction du couple nominal C_N , du glissement nominal g_N , de p , U_S et de ω .

R On fera l'application numérique en prenant $g_N = 1,4 \times 10^{-2}$ et $C_N = 213 \text{ Nm}$.

Le variateur utilisé pour la commande du moteur fonctionne en U_S/f constant. À l'aide des valeurs calculées précédemment, on a tracé sur la figure Figure 2.7 les courbes de couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour différentes valeurs de fréquence de commande.

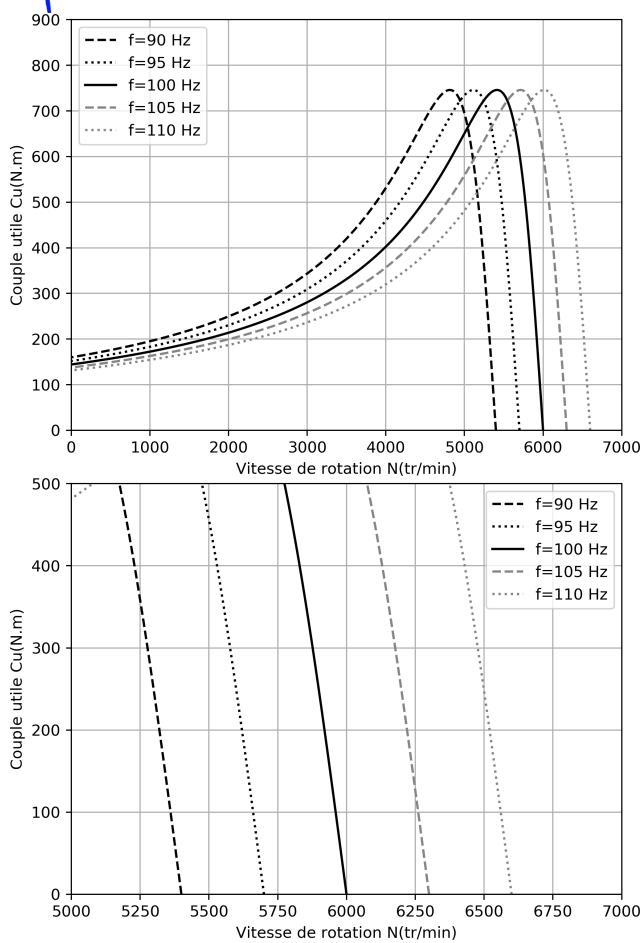
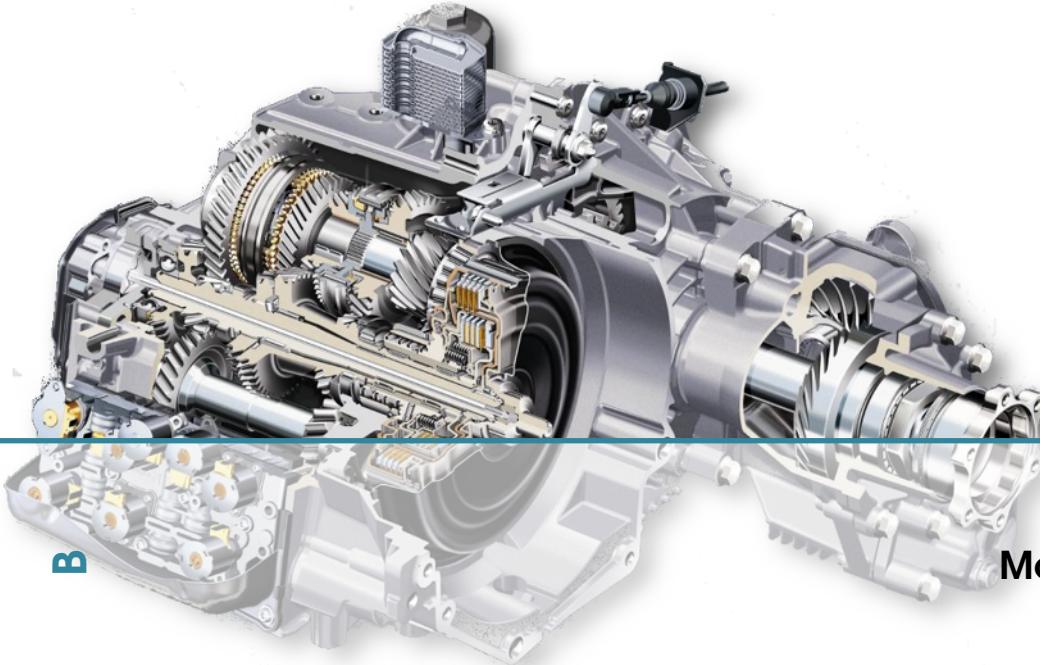


FIGURE 1.8 – Évolution du couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour des fréquences de commande de 90 Hz à 110 Hz.

Question 10 Déterminer quelle fréquence doit être imposée par le variateur pour maintenir une vitesse de 6000 tr min^{-1} en présence d'un couple résistant correspondant au couple $C_{\text{res}} = 300 \text{ Nm}$ défini par l'exigence 1.01 du cahier des charges.

Corrigé voir 152.



Sciences

Modéliser | Industrielles de
l'Ingénieur

PSI* - MP

B2

Proposer un modèle de connaissance et de comportement

chapter.1section.1.1section.1.2section.1.3subsection.1.3.1subsection.1.3.2section.1.		
2.1	B1 – Choisir les grandeurs physiques et les caractéristiques	11
2.2	B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement	11
2.2.1	B2-04 – Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert	11
2.2.2	B2-06 – Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle	11
2.2.3	B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs.	12
2.2.4	Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables	16
2.2.5	Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique	19
2.2.6	B2-13 – Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides	
	24	
2.2.7	Modéliser une action mécanique	31
2.2.8	Décrire le comportement d'un système séquentiel	33
2.2.9	Modéliser un convertisseur électromécanique	33
2.3	B3 – Valider un modèle	36
2.4	B1 – Choisir les grandeurs physiques et les caractéristiques	37
2.5	B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement	37
2.5.1	B2-04 – Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert	37
2.5.2	B2-06 – Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle	38
2.5.3	B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs.	38
2.5.4	Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables	42
2.5.5	Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique	43
2.5.6	B2-13 – Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides	
	48	
2.5.7	Modéliser une action mécanique	58
2.5.8	Décrire le comportement d'un système séquentiel	58
2.5.9	Modéliser un convertisseur électromécanique	59
2.6	B3 – Valider un modèle	60
chapter.3section.3.1subsection.3.1.1subsection.3.1.2section.3.2subsection.3.2.1sub		

2.1 B1 – Choisir les grandeurs physiques et les caractériser

2.2 B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement

2.2.1 B2-04 – Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert

Exercice 9 – Moteur à courant continu*

B2-04

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$;
- $e(t) = K \omega(t)$;
- $c(t) = K i(t)$;
- $c(t) - f \omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$.

Question 1 Exprimer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$.

Question 2 Préciser l'ordre et la classe de H .

Question 3 Mettre $H(p)$ sous forme canonique.

Question 4 Donner les caractéristiques de la fonction de transfert.

Question 5 Vérifier l'homogénéité des différentes constantes.

Éléments de corrigé :

$$1. H(p) = \frac{K_m}{K_m^2 + (R + Lp)(Jp + f)}$$

2. Ordre 2, classe 0.

$$3. H(p) = \frac{\frac{K_m}{K_m^2 + Rf}}{1 + \frac{(RJ + Lf)}{K_m^2 + Rf} p + \frac{LJ}{K_m^2 + Rf} p^2}$$

$$4. K = \frac{K_m}{K_m^2 + Rf}, \omega_0 = \sqrt{\frac{K_m^2 + Rf}{LJ}}, \xi = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ(K_m^2 + Rf)}}$$

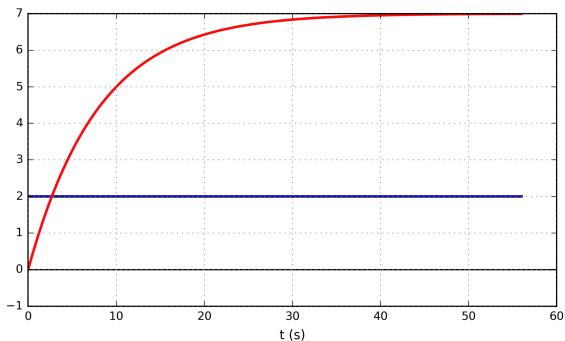
Corrigé voir 81.

2.2.2 B2-06 – Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle

Exercice 10 – Identification temporelle *

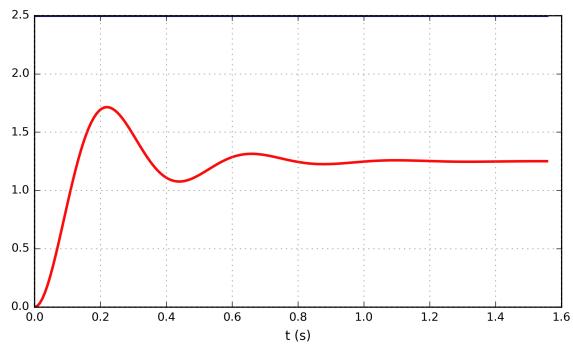
B2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit la réponse à un échelon.



Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.

Soit la réponse à un échelon d'amplitude 2,5.



Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système.

Corrigé voir 82.

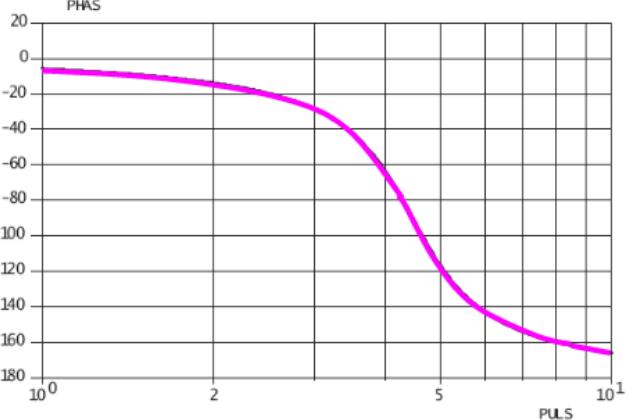
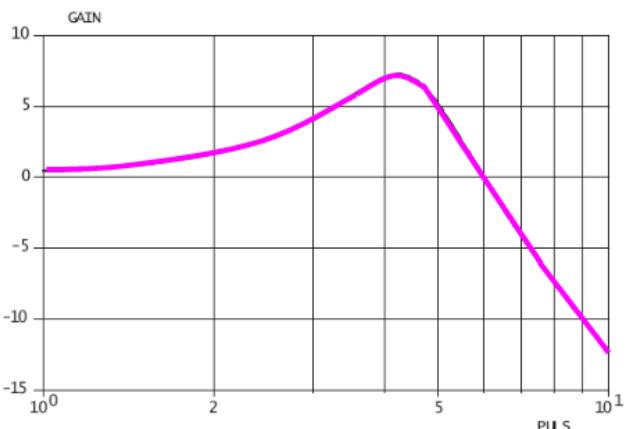
Exercice 11 – Identification *

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

D'après Florestan Mathurin.

Soit un système dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.



Question 1 Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

Question 2 Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.

Corrigé voir 83.

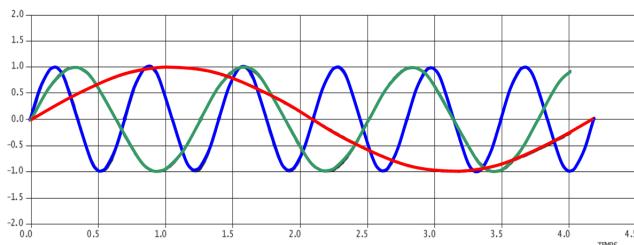
Exercice 12 – Identification *

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

D'après Florestan Mathurin.

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.



Question 1 Déterminer les périodes et les pulsations de chacun des signaux.

Question 2 En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

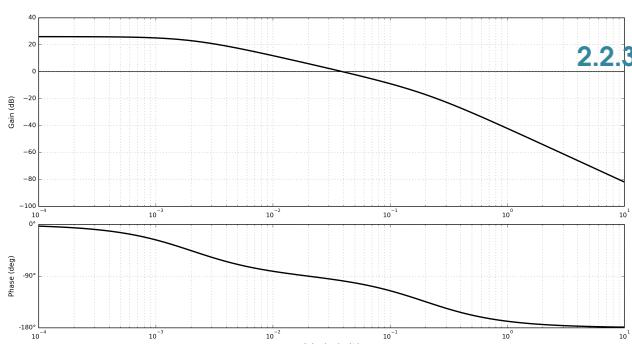
Corrigé voir 84.

Exercice 13 – Identification *

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit la réponse fréquentielle suivante.



Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.

Soit la réponse fréquentielle suivante.

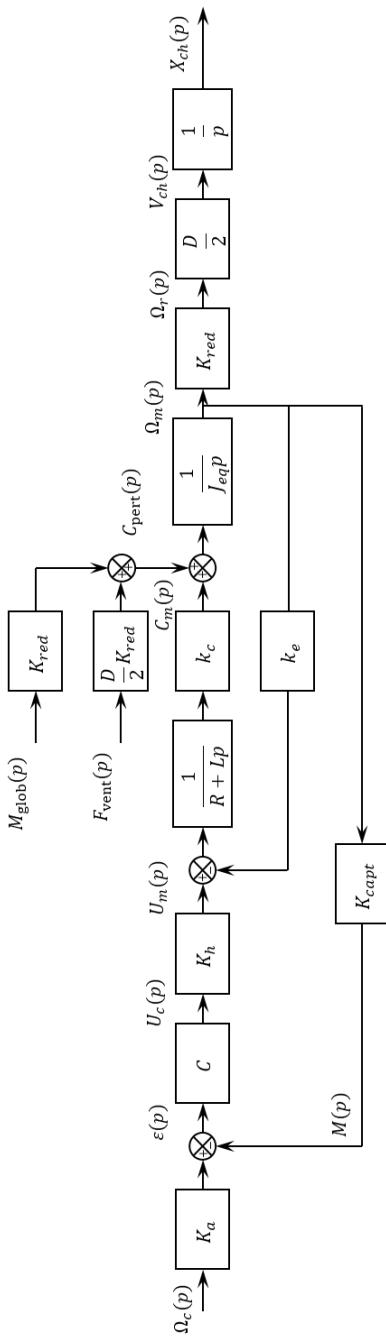
Corrigé voir 85.

B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs.

Exercice 14 – La Seine Musicale*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 En considérant que la perturbation $C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.

Question 2 Exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\frac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p + \delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.

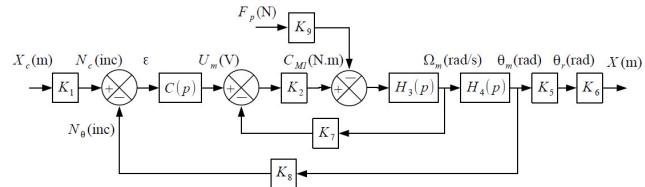
Question 3 Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.

Corrigé voir 86.

Exercice 15 – Machine de rééducation SysReedu *

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes : $u_m(t) = e(t) + R i(t)$, $e(t) = k_e \omega_m(t)$ et $C_{M1}(t) = k_t i(t)$.

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

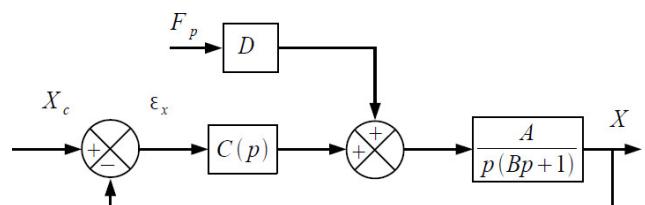
$$(M+m)r\rho_1\dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec : M la masse du chariot et m la masse du support de pied, $\rho_1 = \frac{1}{10}$ le rapport de réduction du réducteur, $r = 46,1 \text{ mm}$ le rayon de la poulie du transmetteur poulie-courroie, $C_{M1}(t)$ le couple délivré par le moteur et $F_p(t)$ l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

Question 1 À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert $K_1, K_2, H_3(p), H_4(p), K_5, K_6, K_7, K_8$ et K_9 .

Question 2 Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A , B et D en fonction des paramètres du système r , ρ_1 , k_t , k_e , R , M , m et K_8 .

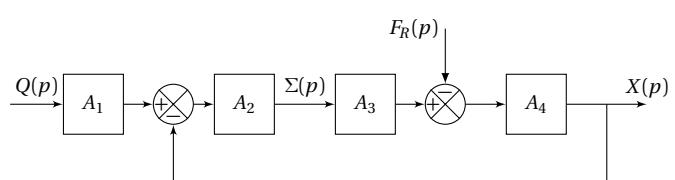


Corrigé voir 87.

Exercice 16 – Quille pendulaire*

B2-07

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

- $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\sigma(t)}{dt}$ (a);
- $M \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S\sigma(t) - kx(t) - \lambda \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$ (b).

On a :

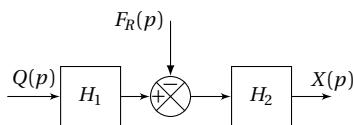
- $\mathcal{L}(q(t)) = Q(p)$: débit d'alimentation du vérin [$m^3 s^{-1}$];
- $\mathcal{L}(\sigma(t)) = \Sigma(p)$: différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa];
- $\mathcal{L}(x(t)) = X(p)$: position de la tige du vérin [m];
- $\mathcal{L}(f_R(t)) = F_R(p)$: composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- S : section du vérin [m^2];
- k : raideur mécanique du vérin [$N m^{-1}$];
- V : volume d'huile de référence [m^3];
- B : coefficient de compressibilité de l'huile [$N m^{-2}$];
- M : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin [kg];
- λ : coefficient de frottement visqueux [$N m^{-1} s$].

Question 1 Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



Question 2 Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4 , puis de la variable p et des constantes.

Question 3

Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Corrigé voir 87.

Exercice 17 – Moteur à courant continu*

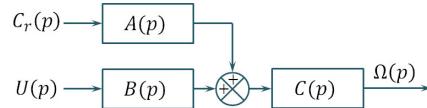
B2-07

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$;
- $e(t) = K \omega(t)$;
- $c(t) = K i(t)$;
- $c(t) + c_r(t) - f \omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

Question 2 Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.



Éléments de corrigé :

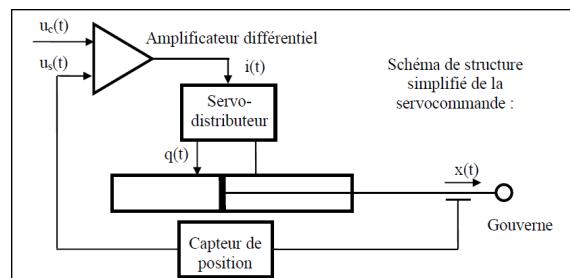
- ...
- $A(p) = R + Lp, B(p) = K, C(p) = \frac{1}{K^2 + (f + Jp)(R + Lp)}$
(plusieurs réponses possibles).

Corrigé voir 89.

Exercice 18 – Vérin*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne le schéma de principe d'une servocommande.



Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servocommande sont :

- un amplificateur différentiel défini par : $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$;
- débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt}$;
- capteur de position : $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$;
- le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique $q(t)$ proportionnel au courant de commande $i(t)$. (Attention, valable uniquement en régime permanent.) Le constructeur fournit sa fonction de transfert :

$$F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + T p}$$

où K_d est le gain du servo-distributeur et T sa constante de temps.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

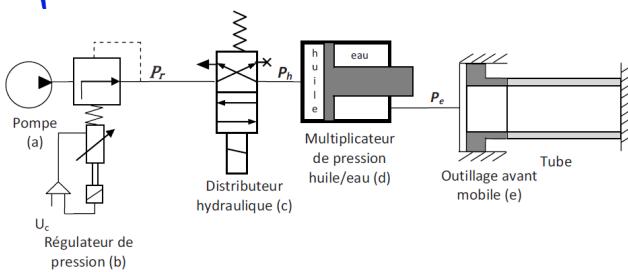
Corrigé voir 90.

Exercice 19 – Banc d'épreuve hydraulique *

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Analyse de la fonction technique « mettre le tube sous pression ».

Un schéma hydraulique simplifié est donné figure suivante.



Mise en place du modèle

Les équations du débit sont :

$$Q_e(t) = S_e \frac{dz(t)}{dt} - \frac{V_{e0}}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}$$

et

$$Q_h(t) = S_h \frac{dz(t)}{dt} + \frac{V_{h0}}{B_h} \frac{dP_h(t)}{dt}.$$

En appliquant le théorème de la résultante dynamique selon \vec{z} sur le piston du multiplicateur, on a : $M\ddot{z}(t) = S_h p_h(t) - S_e p_e(t) - Mg - f\dot{z}(t)$.

Question 1 Déduire de la relation précédente l'équation reliant $Z(p)$, $P_e(p)$, $P_h(p)$, et Poids(p) = Mg/p , transformées de Laplace de $z(t)$, $P_e(t)$, $P_h(t)$ et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.

On note :

- $L(t)$ la position de l'équipage mobile repérée par rapport à sa position initiale;
- $V_t(t)$ le volume du tube;
- $F_t(t)$ l'effort du tube sur l'équipage mobile, avec $F_t(t) = -rL(t)$.

On néglige les variations de volume du tube dues à ses déformations. L'équation du débit s'écrit alors :

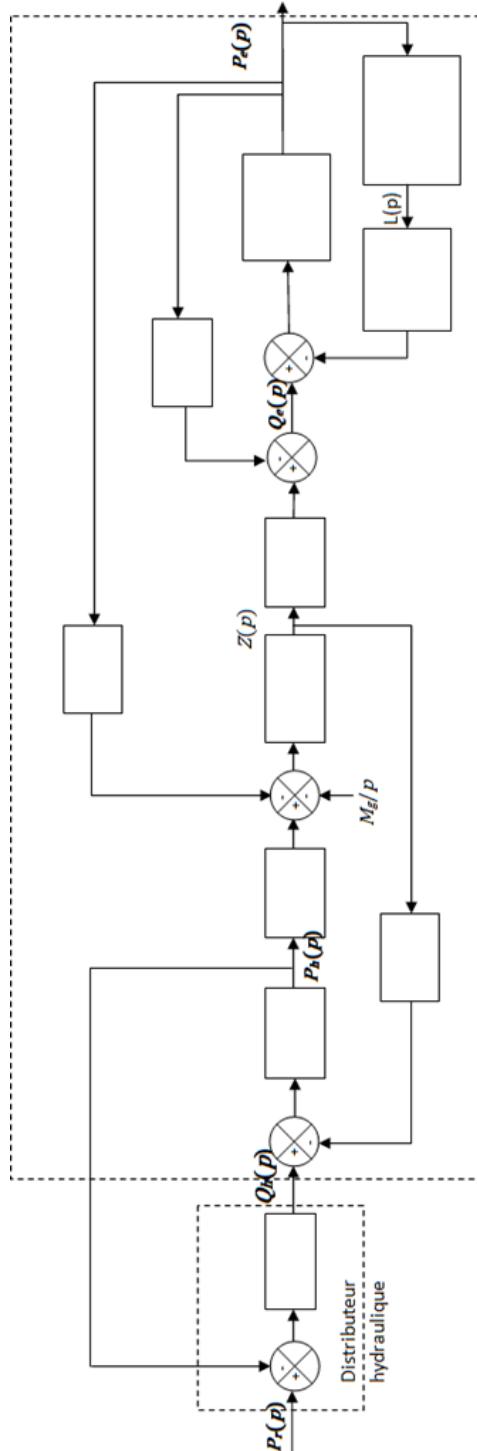
$$Q_e(t) = (S_a - S_b) \cdot \frac{dL(t)}{dt} + \frac{V_t}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}.$$

L'équation du mouvement de l'équipage mobile est donnée par :

$$m\ddot{L}(t) = -rL(t) + (S_a - S_b)p_e(t) - f'\dot{L}(t).$$

Question 2 En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant $L(p)$, $P_e(p)$ et $Q_e(p)$, transformées de Laplace de $L(t)$, $P_e(t)$ et $Q_e(t)$. Les conditions initiales sont supposées nulles.

Question 3 Compléter le schéma-blocs de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile régulée $P_r(p)$ et la sortie la pression d'épreuve dans le tube $P_e(p)$.



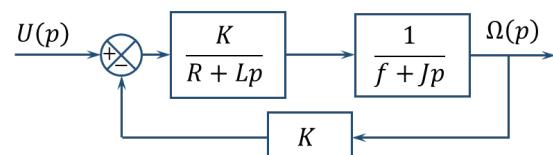
Corrigé voir 90.

Exercice 20 – Fonctions de transfert*

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.



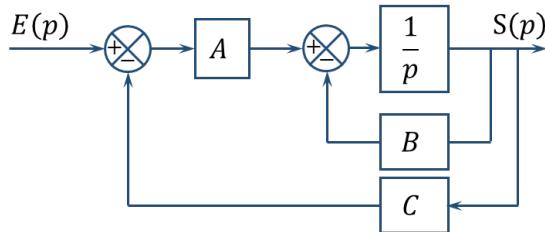
Question 1 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique

et exprimer les paramètres caractéristiques.

Corrigé voir 94.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 3 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Question 4 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.

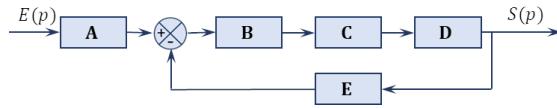
Corrigé voir 92.

Exercice 21 – Calcul de FTBO*

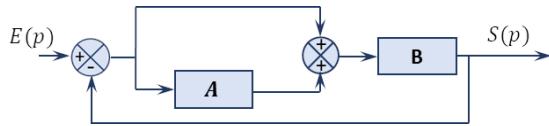
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

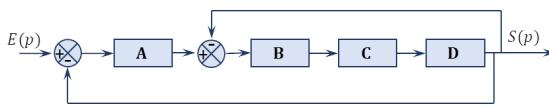


Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

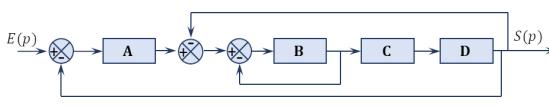


Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

2.2.4



Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

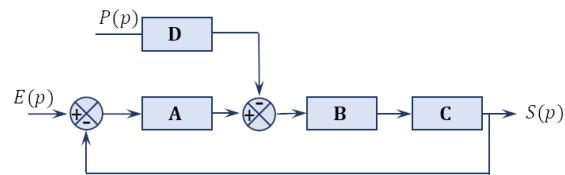


Exercice 22 – Calcul de FTBO*

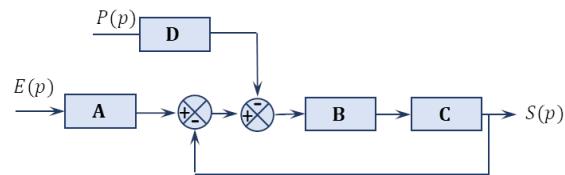
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

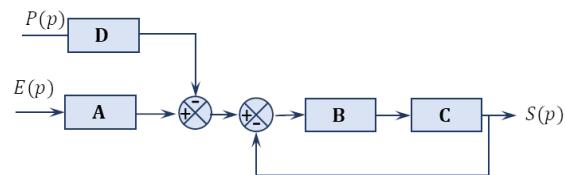
Question 1 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



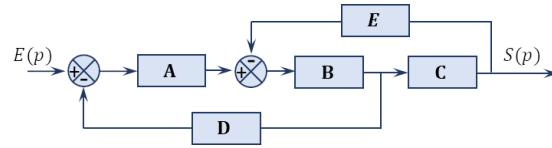
Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



Corrigé voir 94.

Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

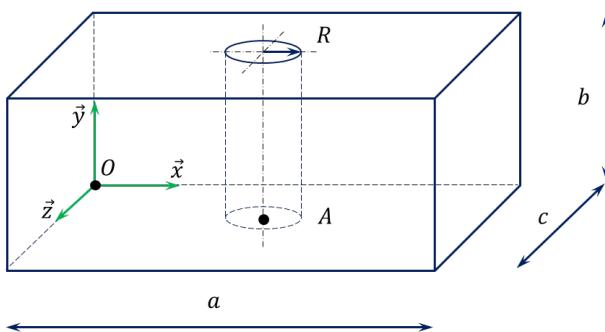
Exercice 23 – Parallélépipède*

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe (G, \vec{k}) de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$ avec $A = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12}\right)$ et $C = m\frac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés a , b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$ avec $A = m \frac{b^2 + c^2}{12}$, $B = m \frac{a^2 + c^2}{12}$, $C = m \frac{a^2 + b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



$$\text{On pose } \overrightarrow{OA} = \frac{a}{2} \vec{x} + \frac{c}{2} \vec{z}.$$

Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en G , en A puis O .

Corrigé voir 95.

Exercice 24 – Parallélépipède percé*

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe (G, \vec{k}) de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en

son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$ avec

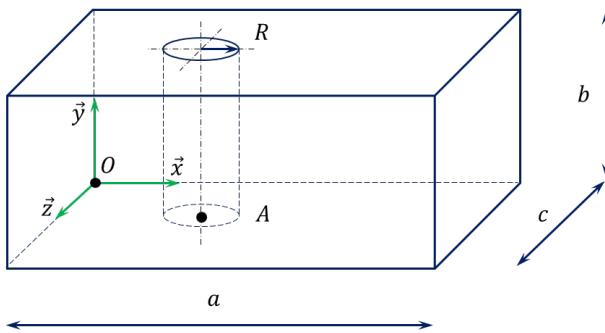
$$A = m \left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés a , b et c et de masse m est donnée en son

centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$ avec

$$A = m \frac{b^2 + c^2}{12}, B = m \frac{a^2 + c^2}{12}, C = m \frac{a^2 + b^2}{12}.$$

Soit la pièce suivante.



$$\text{On pose } \overrightarrow{OA} = \frac{a}{3} \vec{x} + \frac{c}{2} \vec{z}.$$

Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en G , en A puis O .

Corrigé voir 96.

Exercice 25 – Cylindre percé *

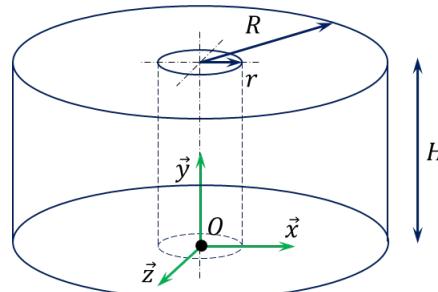
B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe (G, \vec{k}) de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en

son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$ avec

$$A = m \left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

Soit la pièce suivante.



$$\text{On pose } \overrightarrow{OA} = -\frac{R}{2} \vec{x}.$$

Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O .

Corrigé voir 97.

Exercice 26 – Cylindre percé *

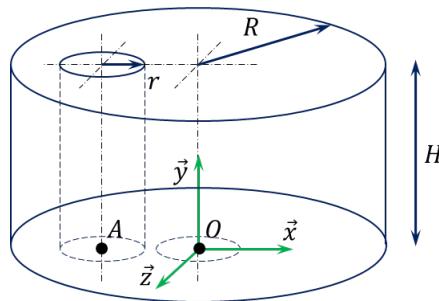
B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe (G, \vec{k}) de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en

son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$ avec

$$A = m \left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

Soit la pièce suivante.



Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

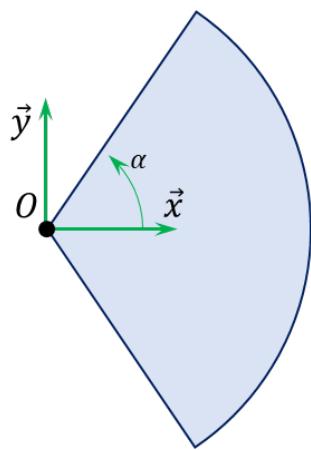
Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O .

Corrigé voir 98.

Exercice 27 – Disque **

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit un secteur de disque de rayon R , d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ .



Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

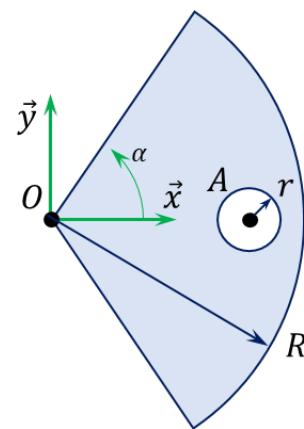
Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en O .

Corrigé voir 99.

Exercice 28 – Disque **

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit un secteur de disque de rayon R , d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ . Il est percé d'un trou de rayon r tel que $\overrightarrow{OA} = \frac{3}{4}R\vec{x}$.



Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

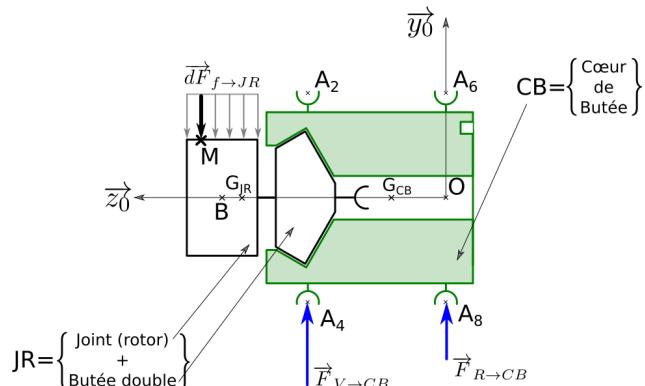
Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en O .

Corrigé voir 100.

Exercice 29 – Banc Balafre *

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S .



Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175$ mm;
- la longueur du joint est $L_J = 150$ mm. La position du point B , centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425$ mm;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40$ kg et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193$ mm;
- L'ensemble $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{Butée double}\}$ a une masse $M_{JR} = 100$ kg et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390$ mm. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de

l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathcal{B}_{JR} = (\vec{x}_{JR}, \vec{y}_{JR}, \vec{z}_0)$ liée à JR ;

- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\vec{OA}_4 = z_4 \vec{z}_0 - R_{CB} \vec{y}_0$ et $\vec{OA}_8 = -R_{CB} \vec{y}_0$ avec $z_4 = 280\text{ mm}$ et $R_{CB} = 150\text{ mm}$.

Question 1 Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de \vec{OG} selon \vec{z}_0 . Faire l'application numérique.

Question 2 Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à (O, \vec{z}_0) , simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.

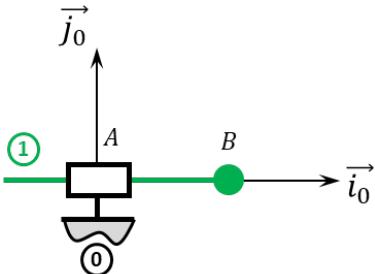
Corrigé voir 101.

2.2.5 Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique

Exercice 30 – Mouvement T – *

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\text{ mm}$.

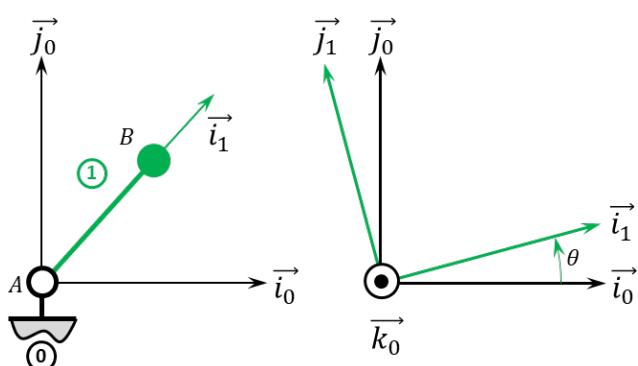
Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = -20\text{ mm}$.

Corrigé voir 102.

Exercice 31 – Mouvement R *

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\vec{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20\text{ mm}$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4}\text{ rad}$.

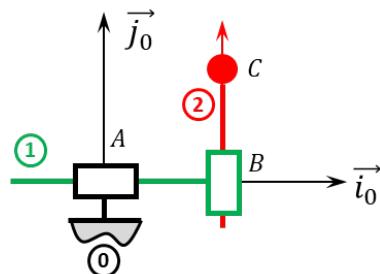
Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \pi\text{ rad}$.

Corrigé voir 103.

Exercice 32 – Mouvement TT – *

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\vec{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\text{ mm}$ et $\mu = 10\text{ mm}$.

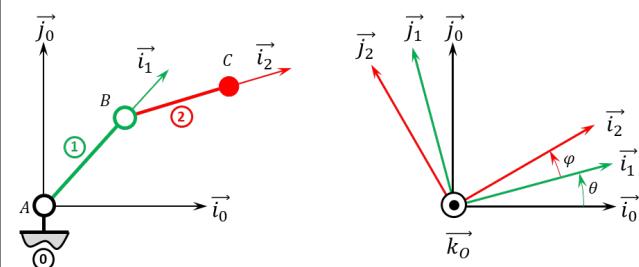
Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 20\text{ mm}$ et $\mu = 10\text{ mm}$.

Corrigé voir 104.

Exercice 33 – Mouvement RR *

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\vec{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20\text{ mm}$ et $\vec{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15\text{ mm}$.



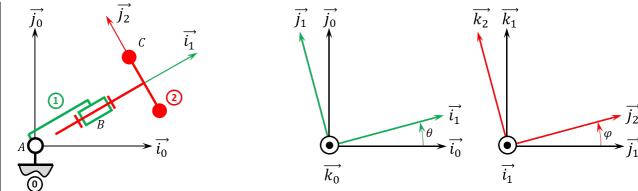
Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4}\text{ rad}$ et $\varphi = \pi\text{ rad}$.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4}\text{ rad}$ et $\varphi = -\frac{\pi}{4}\text{ rad}$.

Question 4 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{3\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ rad.

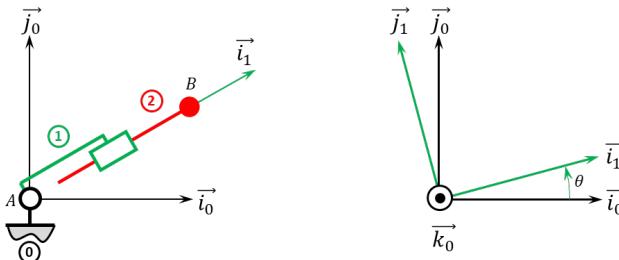
Corrigé voir 105.



Exercice 34 – Mouvement RT *

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm.

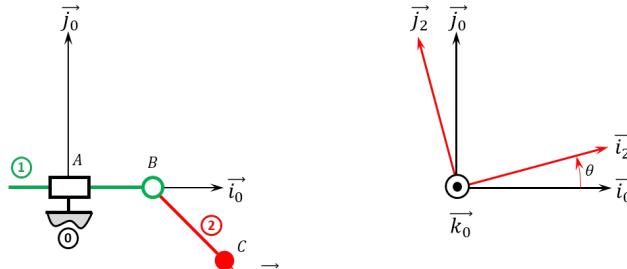
Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = -\frac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20$ mm.

Corrigé voir 106.

Exercice 35 – Mouvement RT *

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R \overrightarrow{i_2}$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = -\frac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20$ mm.

Corrigé voir 107.

Exercice 36 – Mouvement RR 3D **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell \overrightarrow{i_2} + r \overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20$ mm et $r = 10$ mm.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

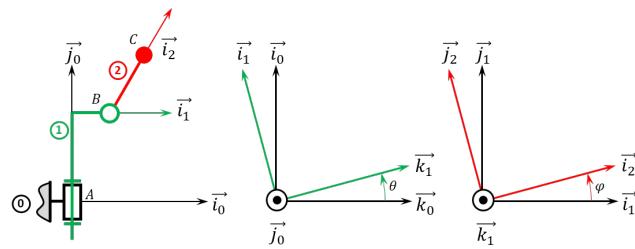
Question 2 Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Corrigé voir 108.

Exercice 37 – Mouvement RR 3D **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H \overrightarrow{j_1} + R \overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L \overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20$ mm, $r = 5$ mm, $L = 10$ mm.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

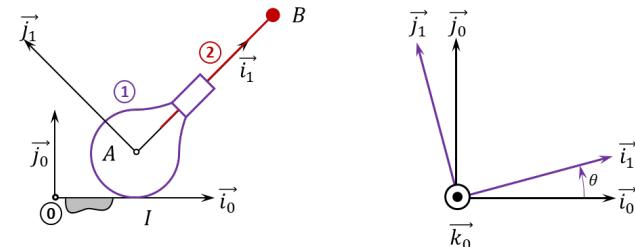
Question 2 Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \pi$ rad et $\varphi(t) = -\frac{\pi}{4}$ rad.

Corrigé voir 109.

Exercice 38 – Mouvement RT – RSG **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R \overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15$ mm.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm. On notera I_1 le point de contact entre 0 et 1 .

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad et $\lambda(t) = 30$ mm. On notera I_2 le point de

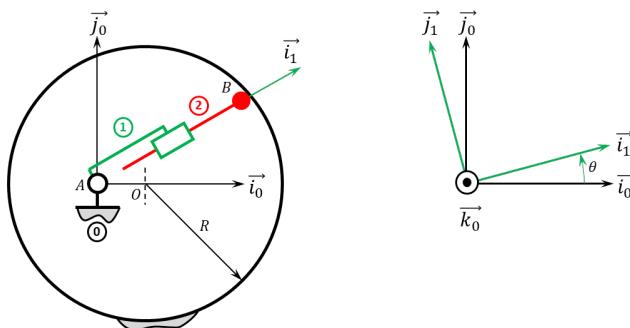
contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\frac{\pi}{2}$.

Corrigé voir 110.

Exercice 39 – Pompe à palettes **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$. De plus $e = 10 \text{ mm}$ et $R = 20 \text{ mm}$. Le contact entre **0** et **2** en **B** est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0 \text{ rad}$.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \pi \text{ rad}$.

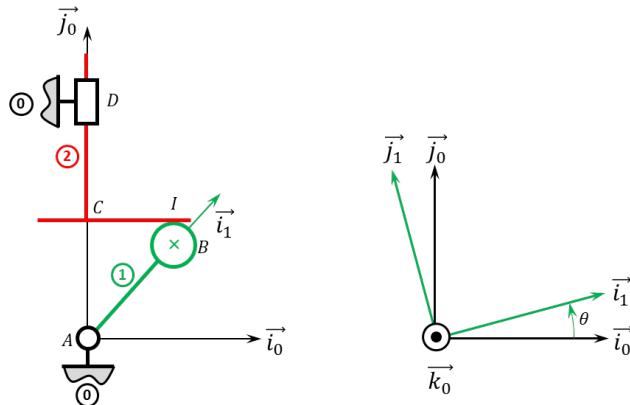
Question 4 En déduire la course de la pièce **2**.

Corrigé voir 111.

Exercice 40 – Pompe à pistons radiaux **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$. De plus, $e = 10 \text{ mm}$ et $R = 20 \text{ mm}$. Le contact entre **1** et **2** en **B** est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0 \text{ rad}$.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

Question 4 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

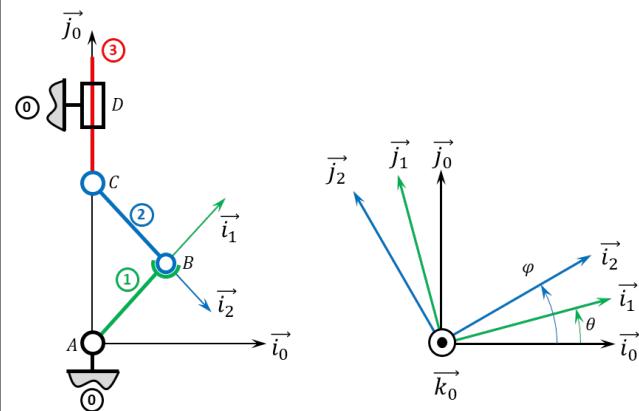
Question 5 En déduire la course de la pièce **2**.

Corrigé voir 112.

Exercice 41 – Système bielle manivelle **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{CB} = L \vec{i}_2$. De plus, $R = 10 \text{ mm}$ et $L = 20 \text{ mm}$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

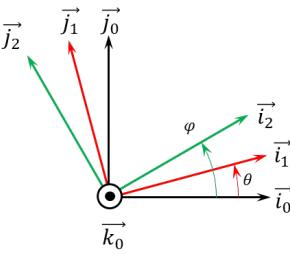
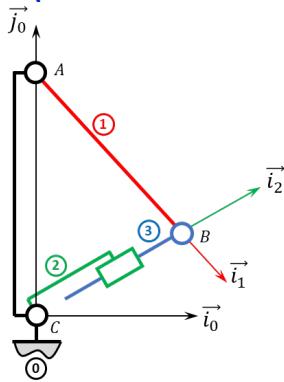
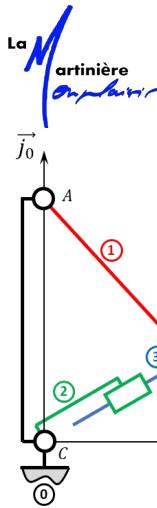
Question 4 En déduire la course de la pièce **3**.

Corrigé voir 113.

Exercice 42 – Système de transformation de mouvement **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{CA} = H \vec{j}_0$. De plus, $R = 30 \text{ mm}$ et $H = 40 \text{ mm}$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0 \text{ rad.}$

Question 4 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

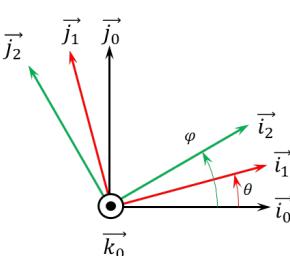
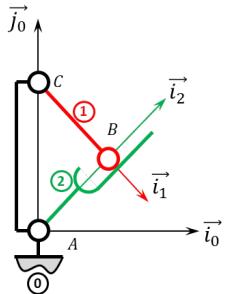
Question 5 En déduire la course de la pièce 3.

Corrigé voir 114.

Exercice 43 – Barrière Sympact **

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{CB} = R \vec{i}_1$. De plus, $H = 120 \text{ mm}$ et $R = 40 \text{ mm}$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 75^\circ$.

Question 4 Dans l'hypothèse où la pièce 1 peut faire des tours complets, quelle doit être la longueur minimale de la pièce 2.

Question 5 Dans l'hypothèse où la pièce 2 fait 12 cm, quel sera le débattement maximal de la pièce 1.

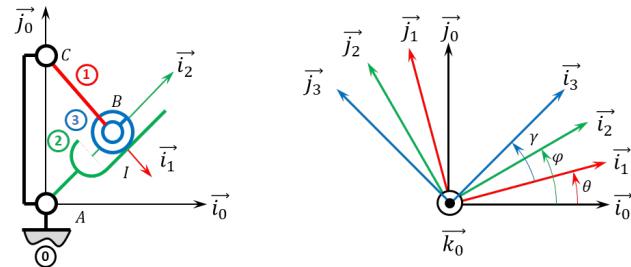
Indications :

1. .
2. .
3. .
4. 160 mm.
5. $160,8^\circ$.

Corrigé voir 145.

Exercice 44 – Barrière Sympact **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice. Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{CB} = R \vec{i}_1$. De plus, $H = 120 \text{ mm}$, $R = 40 \text{ mm}$, $BI = 10 \text{ mm}$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

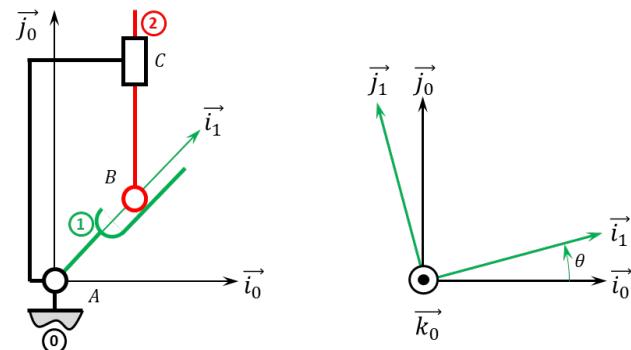
Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

Corrigé voir 145.

Exercice 45 – Poussoir **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = L \vec{i}_0 + H \vec{j}_0$. De plus, $H = 120 \text{ mm}$, $L = 40 \text{ mm}$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{4} \text{ rad.}$

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{4}$ rad.

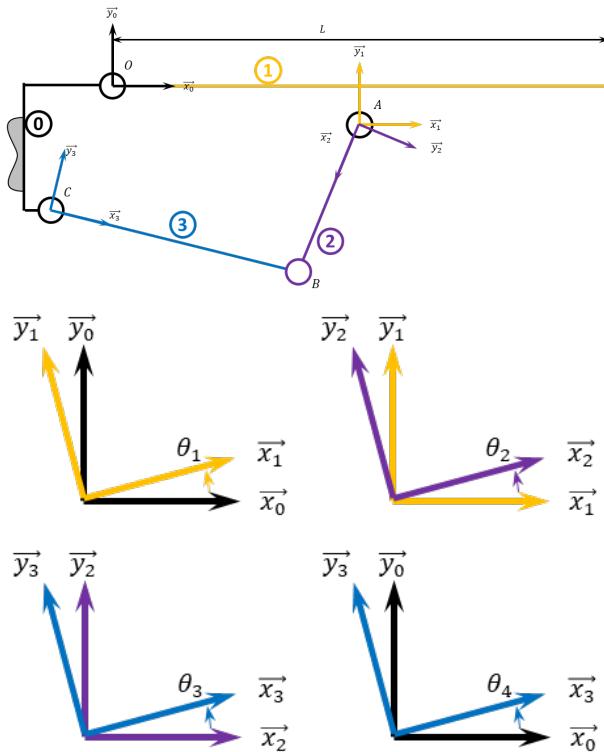
Corrigé voir 117.

Exercice 46 – Système 4 barres ***

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a \overrightarrow{x_1} - f \overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355$ mm et $f = 13$ mm;
- $\overrightarrow{AB} = b \overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280$ mm;
- $\overrightarrow{BC} = -c \overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280$ mm;
- $\overrightarrow{OC} = -d \overrightarrow{x_0} - e \overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89,5$ mm et $e = 160$ mm;



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta_1(t) = 0$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta_1(t) = -\frac{\pi}{2}$ rad.

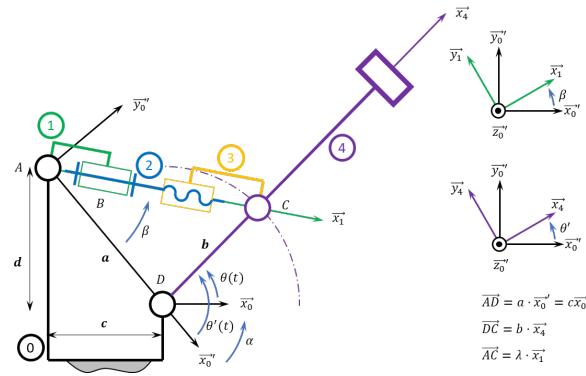
Question 4 En déduire la course angulaire (θ_4) de la pièce 3.

Corrigé voir 118.

Exercice 47 – Maxpid ***

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107,1$ mm, $b = 80$ mm, $c = 70$ mm, $d = 80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.

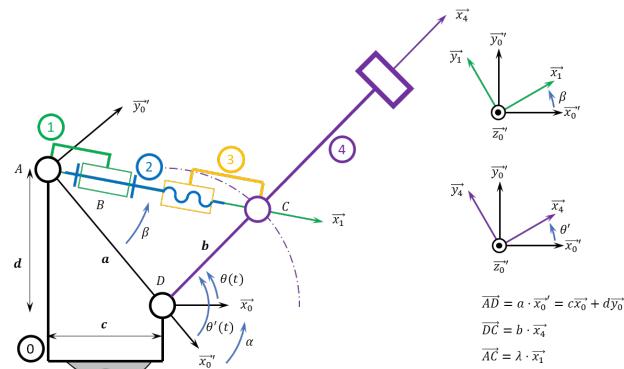
Question 4 En déduire la course de λ .

Corrigé voir 120.

Exercice 48 – Maxpid ***

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107,1$ mm, $b = 80$ mm, $c = 70$ mm, $d = 80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.

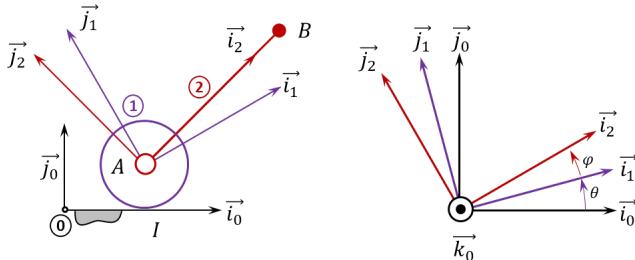
Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Question 4 En déduire la course de λ .

Corrigé voir 120.

Exercice 49 – Mouvement RR – RSG **
B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\vec{IA} = R \vec{j}_0$ et $\vec{AB} = L \vec{i}_1$. De plus $R = 15 \text{ mm}$.


2.2.6
Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ et $\varphi(t) = 0 \text{ rad}$. On notera I_0 le point de contact entre **0** et **1**.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ et $\varphi(t) = 0 \text{ rad}$. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\frac{\pi}{2}$.

Question 4 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ et $\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

Corrigé voir 121.

Exercice 50 – Tabouret **
B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.


Question 1 Proposer un schéma cinématique permettant de modéliser la liaison entre l'assise et le sol.

Corrigé voir 122.

Exercice 51 – Tabouret **
B2-12

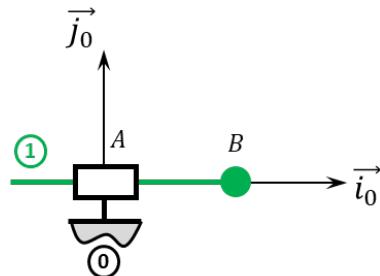
Pas de corrigé pour cet exercice.


Question 1 Proposer 3 schémas cinématiques permettant de modéliser les contacts entre le sol et le tabouret.

Corrigé voir 123.

B2-13 – Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides
Exercice 52 – Mouvement T – *
C2-05
B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$.


Question 1 Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.

Question 2 Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point **B**, point appartenant à **1** par rapport à **0**.

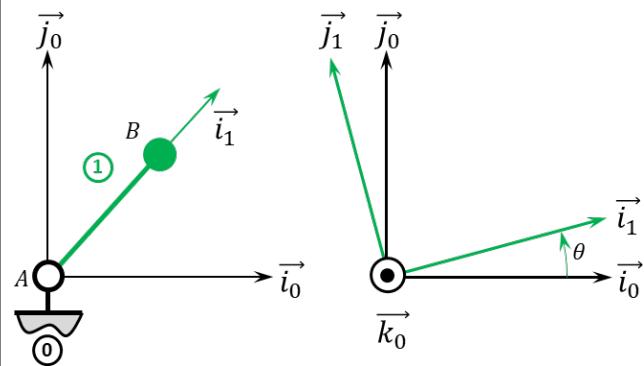
Indications :

- 1.
2. $x_B(t) = \lambda(t)$.

Corrigé voir 124.

Exercice 53 – Mouvement R *
C2-05
B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\vec{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$.



Question 1 Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.

Question 2 Quelle est la trajectoire du point **B** appartenant à **1** par rapport à **0**.

Question 3 Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point **B**, point appartenant à **1** par rapport à **0**.

Indications :

1. .
2. .
3. $x_B(t) = R \cos \theta(t)$ et $y_B(t) = R \sin \theta(t)$.

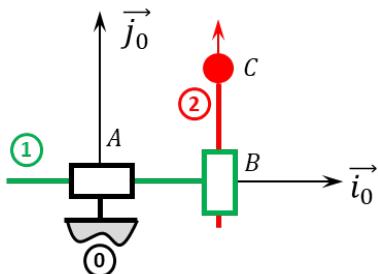
Corrigé voir 133.

Exercice 54 – Mouvement TT – *

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$.



Question 1 Quel est le mouvement de **2** par rapport à **0**.

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point **C** dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.

On souhaite que le point **C** réalise un cercle de centre **A** et de rayon $R = 10\text{ cm}$ à la vitesse $v = 0,01\text{ m s}^{-1}$.

Question 3 Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R .

Par ailleurs la vitesse du point **C** est donnée par $V(C, 2/0) = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = R \dot{\theta} \vec{e}_\theta$.

Question 4 Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v , R et du temps.

Question 5 En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.

Indications :

1. .
2. $x_C(t) = \lambda(t)$ et $y_C(t) = \mu(t)$.
3. $\theta(t) = \frac{v}{R} t$.
4. $\lambda(t) = R \cos\left(\frac{v}{R} t\right)$, $\mu(t) = R \sin\left(\frac{v}{R} t\right)$.
5. .

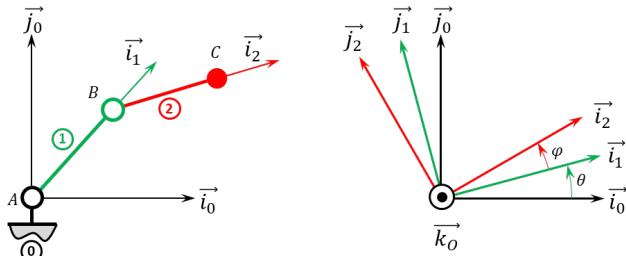
Corrigé voir 126.

Exercice 55 – Mouvement RR *

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20\text{ mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15\text{ mm}$.



Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point **C**.

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point **C** dans son mouvement de **2** par rapport à **0**.

On souhaite que le point **C** réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$ à la vitesse linéaire v .

Question 3 Donner la durée du mouvement si **C** se déplace à vitesse quelconque.

Question 4 Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point **C**.

Question 5 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0,01\text{ m s}^{-1}$.

Question 6 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\varphi(t)$ et la trajectoire générée.

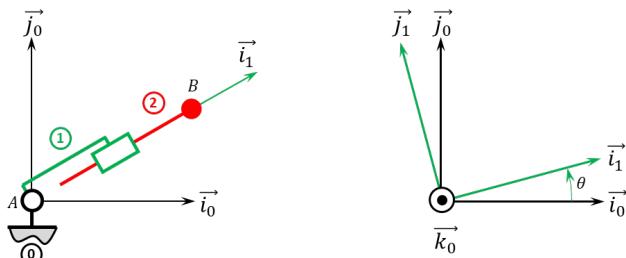
Corrigé voir 127.

Exercice 56 – Mouvement RT *

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$.



Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

Question 2 Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$.

Question 3 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$.

Question 4 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.

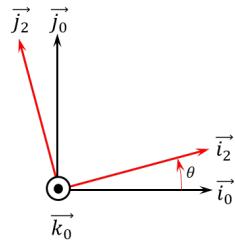
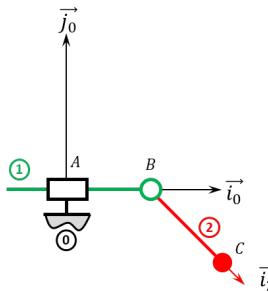
Corrigé voir 128.

Exercice 57 – Mouvement RT *

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$ avec $R = 30 \text{ mm}$.



Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

Question 2 Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$.

Question 3 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$.

Question 4 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.

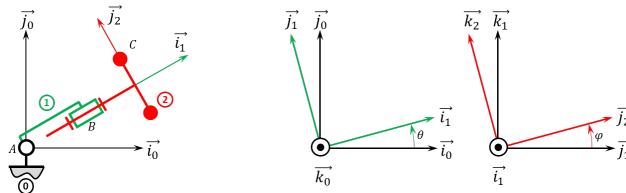
Corrigé voir 129.

Exercice 58 – Mouvement RR 3D **

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$. On note $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$ et $r = 10 \text{ mm}$.



Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

Indications :

1. .
2. $x_C(t) = (R + \ell) \cos \theta - r \cos \varphi \sin \theta$, $y_C(t) = (R + \ell) \sin \theta + r \cos \varphi \cos \theta$, $z_C(t) = r \sin \varphi$.

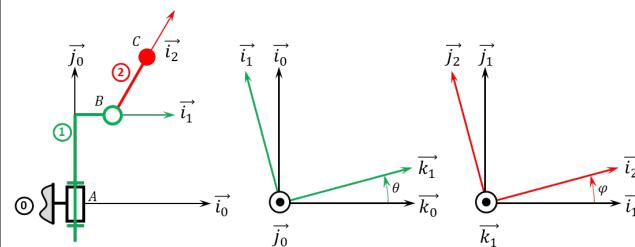
Corrigé voir 130.

Exercice 59 – Mouvement RR 3D **

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$. On a $H = 20 \text{ mm}$, $R = 20 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ mm}$.



Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

Question 2 Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

Indications

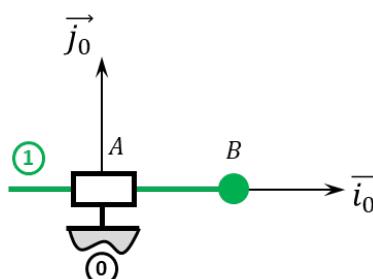
1. Tore.
2. $x_C(t) = R \cos \theta + L \cos \varphi \cos \theta$, $y_C(t) = H + L \sin \varphi$, $z_C(t) = -R \sin \theta - L \cos \varphi \sin \theta$.

Corrigé voir 139.

Exercice 60 – Mouvement T – *

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$.



Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.

Indications :

$$1. \{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}.$$

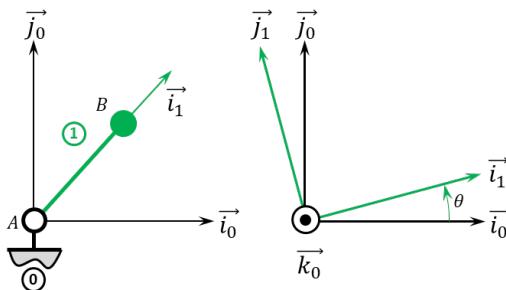
$$2. \overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0.$$

Corrigé voir 132.

Exercice 61 – Mouvement R *

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.

Indications :

$$1. \overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta} \vec{j}_1.$$

$$2. \overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta} \vec{j}_1.$$

$$3. \{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ R\dot{\theta} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B.$$

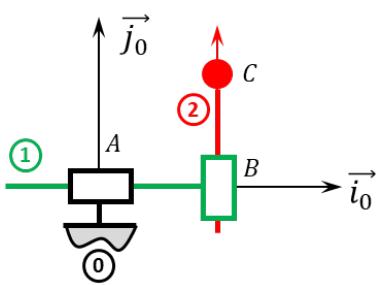
$$4. \overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = R\ddot{\theta} \vec{j}_1 - R\dot{\theta}^2 \vec{i}_1.$$

Corrigé voir 133.

Exercice 62 – Mouvement TT – *

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

Indications :

$$1. \overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0.$$

$$2. \{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}.$$

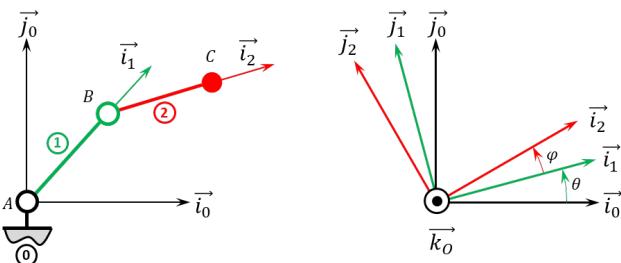
$$3. \overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \ddot{\mu}(t) \vec{j}_0.$$

Corrigé voir 134.

Exercice 63 – Mouvement RR *

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15 \text{ mm}$.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

Indications :

$$1. \overrightarrow{V(C,2/0)} = R\dot{\theta} \vec{j}_1 + L(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \vec{j}_2.$$

$$2. \overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi} \vec{j}_2 + \dot{\theta}(\vec{j}_2 + R \vec{j}_1) \quad (\text{c'est la même :}).$$

$$3. \{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \vec{k}_0 \\ R\dot{\theta} \vec{j}_1 + L(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \vec{j}_2 \end{array} \right\}_C.$$

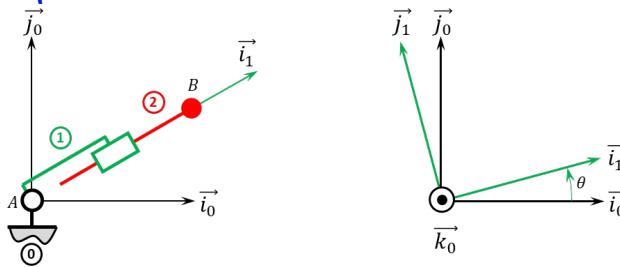
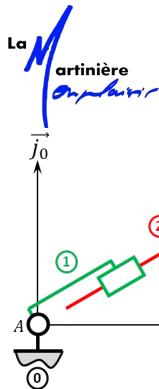
$$4. \overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = R\ddot{\theta} \vec{j}_1 - R\dot{\theta}^2 \vec{i}_1 + L(\ddot{\theta} + \ddot{\varphi}) \vec{j}_2 - L(\dot{\theta} + \dot{\varphi})^2 \vec{i}_2.$$

Corrigé voir 135.

Exercice 64 – Mouvement RT *

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par dérivation vectorielle.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par composition.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

Indications :

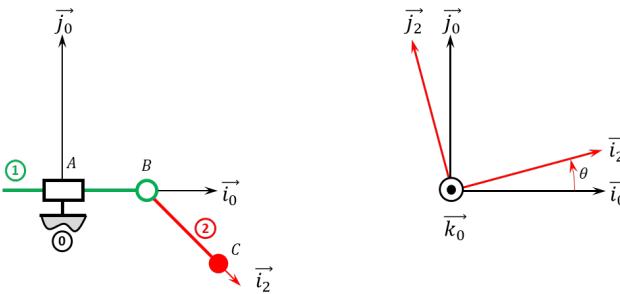
1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta} \vec{j}_1$.
2. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta} \vec{j}_1$.
3. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = (\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t) \dot{\theta}^2) \vec{i}_1 + (\dot{\lambda}(t) \dot{\theta}) \vec{j}_1$.

Corrigé voir 136.

Exercice 65 – Mouvement RT *

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$ avec $R = 30 \text{ mm}$.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

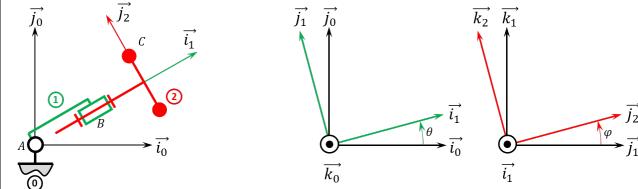
Indications :

1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R \dot{\theta} \vec{j}_2$.
2. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\Omega}(2/0) = \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ \overrightarrow{V(C,2/0)} \end{array} \right\}_C$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R(\ddot{\theta} \vec{j}_2 - \dot{\theta}^2 \vec{i}_2)$.

Exercice 66 – Mouvement RR 3D *

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$. On note $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$ et $r = 10 \text{ mm}$.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

Indications :

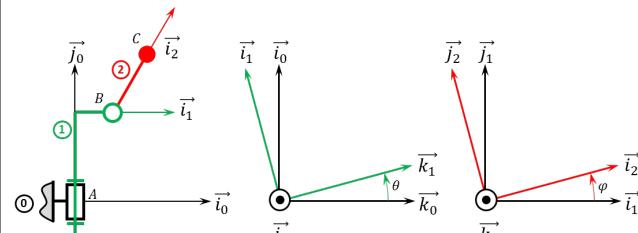
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = (R + \ell) \dot{\theta} \vec{j}_1 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\varphi} \vec{k}_2$.
2. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = r \dot{\varphi} \vec{k}_2 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + \ell \dot{\theta} \vec{j}_1 + R \dot{\theta} \vec{j}_1$.
3. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_1 + \dot{\varphi} \vec{i}_1 \\ (R + \ell) \dot{\theta} \vec{j}_1 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\varphi} \vec{k}_2 \end{array} \right\}_C$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R + \ell) \ddot{\theta} \vec{j}_1 - (R + \ell) \dot{\theta}^2 \vec{i}_1 - r \ddot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \varphi \vec{i}_1 - r \dot{\theta}^2 \cos \varphi \vec{j}_1 + r \dot{\varphi} \vec{k}_2 + r \dot{\varphi} (\dot{\theta} \sin \varphi \vec{i}_1 - \dot{\varphi} \vec{j}_2)$.

Corrigé voir 130.

Exercice 67 – Mouvement RR 3D *

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$. On a $H = 20 \text{ mm}$, $r = 5 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ mm}$.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition du vecteur vitesse.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

Question 4 Déterminer $\overline{\Gamma(C,2/0)}$.

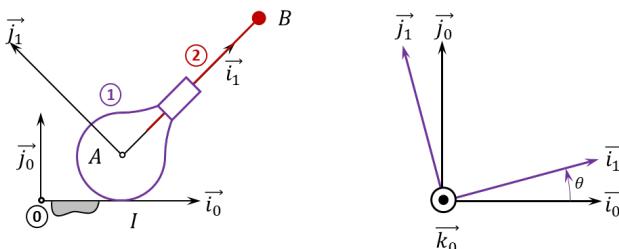
Indications :

1. $\overline{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\vec{k}_1 + L(-\dot{\theta}\cos\varphi\vec{k}_1 + \dot{\varphi}\vec{j}_2)$.
2. $\overline{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\vec{j}_2 - \dot{\theta}(R\vec{k}_1 + L\cos\varphi\vec{k}_1)$.
3. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\varphi}\vec{k}_2 + \dot{\theta}\vec{j}_0 \\ L\dot{\varphi}\vec{j}_2 - \dot{\theta}(R\vec{k}_1 + L\cos\varphi\vec{k}_1) \end{array} \right\}_C$.
4. $\overline{\Gamma(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\vec{j}_2 + L\dot{\varphi}(\dot{\theta}\sin\varphi\vec{k}_1 - \dot{\theta}\vec{i}_2) - \dot{\theta}(R\vec{k}_1 + L\cos\varphi\vec{k}_1) - \dot{\theta}(R\dot{\theta}\vec{i}_1 + L\cos\varphi\dot{\theta}\vec{i}_1 - L\dot{\varphi}\sin\varphi\vec{k}_1)$.

Corrigé voir 139.

Exercice 68 – Mouvement RT – RSG **
B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\vec{j}_0$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\vec{i}_1$. De plus $R = 15\text{ mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I .


Question 1 Déterminer $\overline{V(B,2/0)}$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B .

Question 3 Déterminer $\overline{\Gamma(B,2/0)}$.

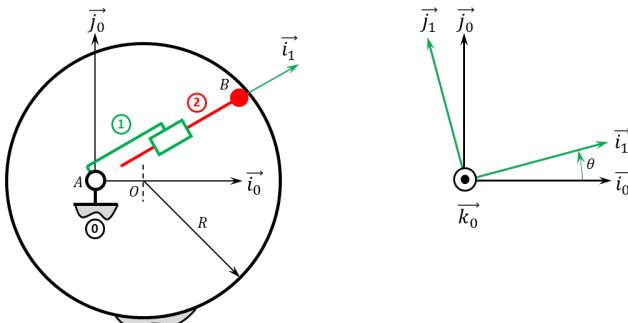
Indications :

1. $\overline{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}\vec{i}_1 + \dot{\theta}(\lambda(t)\vec{j}_1 - R\vec{i}_0)$.
2. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}\vec{k}_0 \\ \dot{\lambda}\vec{i}_1 + \dot{\theta}(\lambda(t)\vec{j}_1 - R\vec{i}_0) \end{array} \right\}_B$.
3. $\overline{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\vec{i}_1 + \dot{\lambda}(t)\theta\vec{j}_1 + \ddot{\theta}(t)(\lambda(t)\vec{j}_1 - R\vec{i}_0) + \dot{\theta}(t)(\dot{\lambda}(t)\vec{j}_1 - \dot{\lambda}(t)\theta\vec{i}_1)$.

Corrigé voir 140.

Exercice 69 – Pompe à palettes *
B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\vec{i}_0$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\vec{i}_1$. De plus $e = 10\text{ mm}$ et $R = 20\text{ mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\dot{\lambda}(t) = -e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) - \frac{e^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t) - e^2 + R^2}}$ (voir exercice 267 – à vérifier).

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B .

Question 2 Déterminer $\overline{\Gamma(B,2/0)}$.

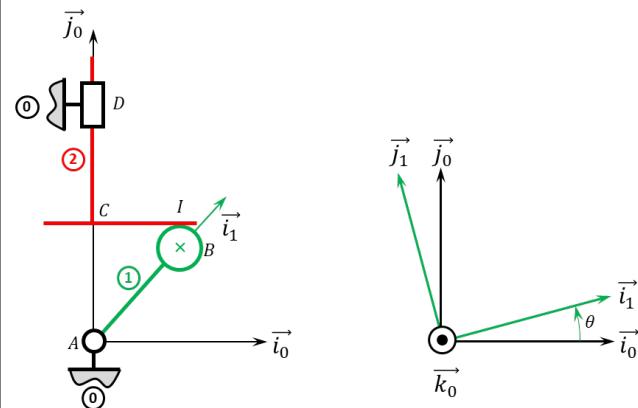
Indications :

1. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}(t)\vec{k}_0 \\ \dot{\lambda}(t)\vec{i}_1 + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\vec{j}_1 \end{array} \right\}_B$.
2. $\overline{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\vec{i}_1 + 2\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\vec{j}_1 + \lambda(t)\ddot{\theta}(t)\vec{j}_1 - \lambda(t)\dot{\theta}^2(t)\vec{i}_1$.

Corrigé voir 141.

Exercice 70 – Pompe à piston axial *
B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BI} = R\vec{j}_0$. De plus, $e = 10\text{ mm}$ et $R = 20\text{ mm}$. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = e\sin\theta + R$ ou encore $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ (voir exercice 268).

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C .

Question 2 Déterminer $\overline{\Gamma(C,2/0)}$.

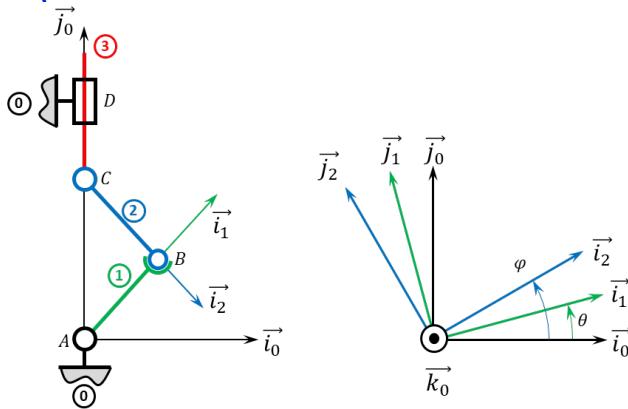
Indications :

1. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t)\vec{j}_0 \end{array} \right\}_C$.
2. $\overline{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\vec{j}_0$.

Corrigé voir 142.

Exercice 71 – Système bielle manivelle *
B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\vec{i}_1$ et $\overrightarrow{CB} = L\vec{i}_2$. De plus, $R = 10\text{ mm}$ et $L = 20\text{ mm}$.



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = \pm \sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)} + R \sin \theta(t)$ et $\dot{\lambda}(t) = \pm \left(\frac{R^2 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \sin \theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)}} \right) + \dot{\theta}(t) R \cos \theta(t)$. (à vérifier – voir exercice 269).

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

On commence par calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- Méthode 1 – dérivation vectorielle :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \frac{d}{dt} [AB]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [R \vec{i}_1]_{\mathcal{R}_0} = R \dot{\theta}(t) \vec{j}_1$.

- Méthode 2 – formule de changement de point :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -R \vec{i}_1 \wedge \dot{\theta} t \vec{k}_0 = R \dot{\theta}(t) \vec{j}_1$.

On a alors, $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \begin{Bmatrix} \dot{\varphi}(t) \vec{k}_0 \\ R \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 \end{Bmatrix}_B$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ et au point C.

On a, $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \begin{Bmatrix} \dot{\varphi}(t) \vec{k}_0 \\ \dot{\lambda}(t) \vec{j}_0 \end{Bmatrix}_C$.

Par ailleurs, on peut remarquer que $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/0)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/0)} = R \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 + L \vec{i}_2 \wedge \dot{\varphi}(t) \vec{k}_0 = R \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 - L \dot{\varphi}(t) \vec{j}_2$.

On a donc nécessairement $\dot{\lambda}(t) \vec{j}_0 = R \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 - L \dot{\varphi}(t) \vec{j}_2$

$$\Rightarrow \dot{\lambda}(t) \vec{j}_0 = R \dot{\theta}(t) (\cos \theta(t) \vec{j}_0 - \sin \theta(t) \vec{i}_0) - L \dot{\varphi}(t) (\cos \varphi(t) \vec{j}_0 - \sin \varphi(t) \vec{i}_0).$$

On a donc :

$$\begin{cases} 0 = -R \dot{\theta}(t) \sin \theta(t) + L \dot{\varphi}(t) \sin \varphi(t) \\ \dot{\lambda}(t) = R \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) - L \dot{\varphi}(t) \cos \varphi(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R \dot{\theta}(t) \sin \theta(t) = L \dot{\varphi}(t) \sin \varphi(t) \\ \dot{\lambda}(t) - R \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) = L \dot{\varphi}(t) \cos \varphi(t) \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi(t) = \frac{R \dot{\theta}(t) \sin \theta(t)}{\dot{\lambda}(t) - R \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)}$$

Il resterait à supprimer $\varphi(t)$ pour (espérons-le) retomber sur la loi entrée-sortie cinématique.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{V(B,2/0)}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [R \dot{\theta}(t) \vec{j}_1]_{\mathcal{R}_0} = R \ddot{\theta}(t) \vec{j}_1 - R \dot{\theta}^2(t) \vec{i}_1.$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

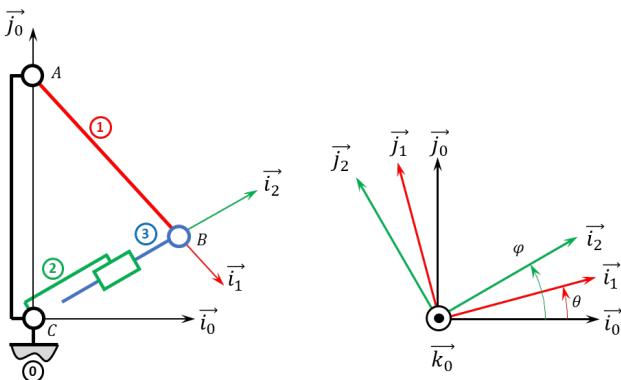
$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{V(C,2/0)}]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \vec{j}_0.$$

Corrigé voir 143.

Exercice 72 – Système de transformation de mouvement *

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{CA} = H \vec{j}_0$. De plus, $R = 30 \text{ mm}$ et $H = 40 \text{ mm}$.



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 270).

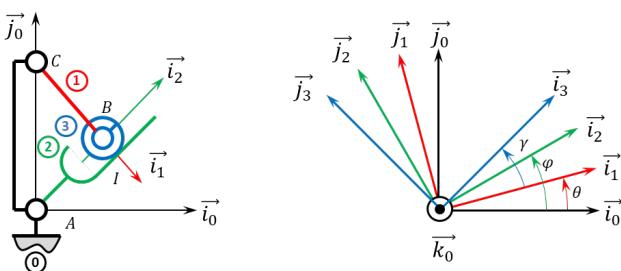
Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(3/0)\}$ au point B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,3/0)}$.

Corrigé voir 144.

Exercice 73 – Barrière Sympact **

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice. Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{CB} = R \vec{i}_1$. De plus, $H = 120 \text{ mm}$, $R = 40 \text{ mm}$ $BI = 10 \text{ mm}$.



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 271).

Question 1 En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.

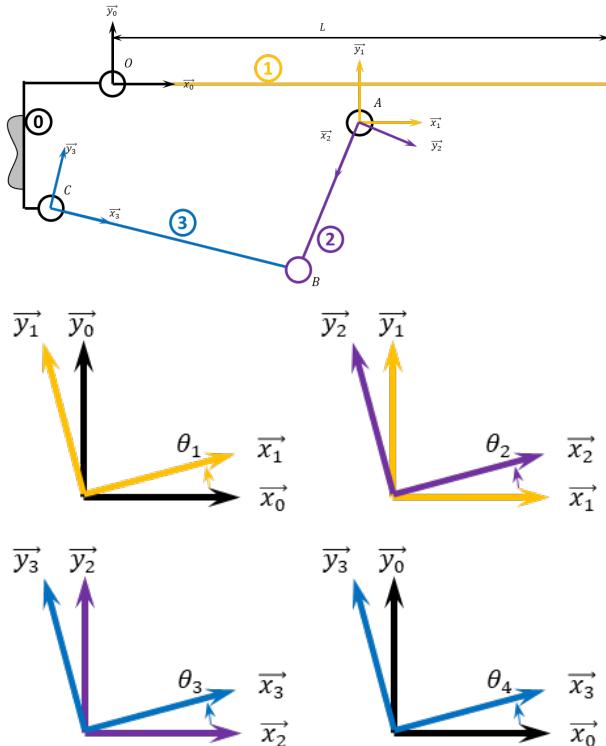
Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(3/2)\}$ au point B.

Corrigé voir 145.

Exercice 74 – Système 4 barres ***
B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a \vec{x}_1 - f \vec{y}_1$ avec $a = 355\text{ mm}$ et $f = 13\text{ mm}$;
- $\overrightarrow{AB} = b \vec{x}_2$ avec $b = 280\text{ mm}$;
- $\overrightarrow{BC} = -c \vec{x}_3$ avec $c = 280\text{ mm}$;
- $\overrightarrow{OC} = -d \vec{x}_0 - e \vec{y}_0$ avec $d = 89,5\text{ mm}$ et $e = 160\text{ mm}$;



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 274). On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L \vec{x}_1$.

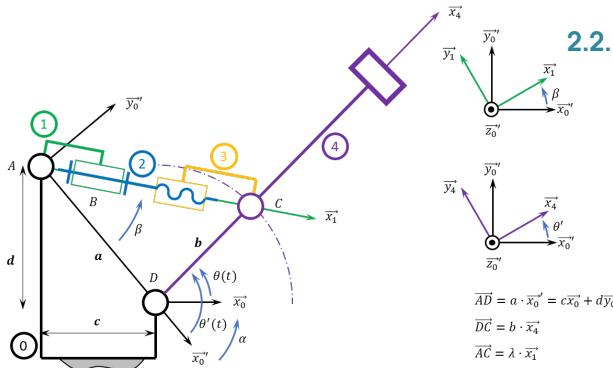
Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point G .

Question 2 Déterminer $\overline{\Gamma(G, 1/0)}$.

Corrigé voir 146.

Exercice 75 – Maxpid ***
B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107,1\text{ mm}$, $b = 80\text{ mm}$, $c = 70\text{ mm}$, $d = 80\text{ mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm .

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 275).

On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L \vec{x}_4$.

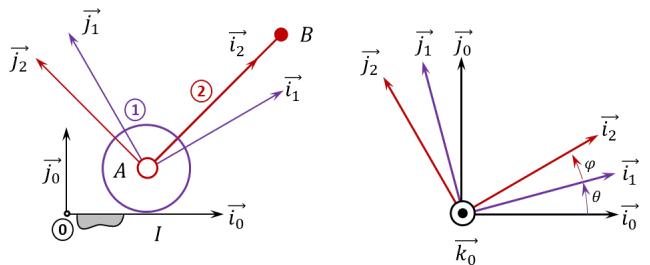
Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(4/0)\}$ au point G .

Question 2 Déterminer $\overline{\Gamma(G, 4/0)}$.

Corrigé voir 147.

Exercice 76 – Mouvement RR – RSG **
B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{AB} = L \vec{i}_2$. De plus $R = 15\text{ mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I .


Question 1 Déterminer $\overline{V(B, 2/0)}$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B .

Question 3 Déterminer $\overline{\Gamma(B, 2/0)}$.

Indications (à vérifier...):

1. $\overline{V(B, 2/0)} = L \dot{\varphi}(t) \vec{j}_2 + \dot{\theta}(t) (L \vec{j}_1 - R \vec{i}_0)$.
2. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overline{\Omega(2/0)} = (\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)) \vec{k}_0 \\ L \dot{\varphi}(t) \vec{j}_2 + \dot{\theta}(t) (L \vec{j}_1 - R \vec{i}_0) \end{array} \right\}_B$.
3. $\overline{\Gamma(B, 2/0)} = L \ddot{\varphi}(t) \vec{j}_2 - L \dot{\varphi}(t) (\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)) \vec{i}_2 + \dot{\theta}(t) (L \vec{j}_1 - R \vec{i}_0) - L \dot{\theta}^2(t) \vec{i}_1$.

Corrigé voir 148.

Modéliser une action mécanique
Exercice 77 – La Seine Musicale *
B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

On choisit de représenter une demi-voie, de repère $\mathcal{R}_v(O; \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z})$, par une portion de demi-sphère (Figure 2.1). On pourra remarquer qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les repères $\mathcal{R}_{C_G}(C_G; \vec{x}_{C_G}, \vec{y}_{C_G}, \vec{z})$ et $\mathcal{R}_v(O; \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z})$, associé à la demi-voie. On rappelle que $\overrightarrow{OC_G} = R \vec{y}_{C_G}$, avec R le rayon moyen de la voie de roulement.

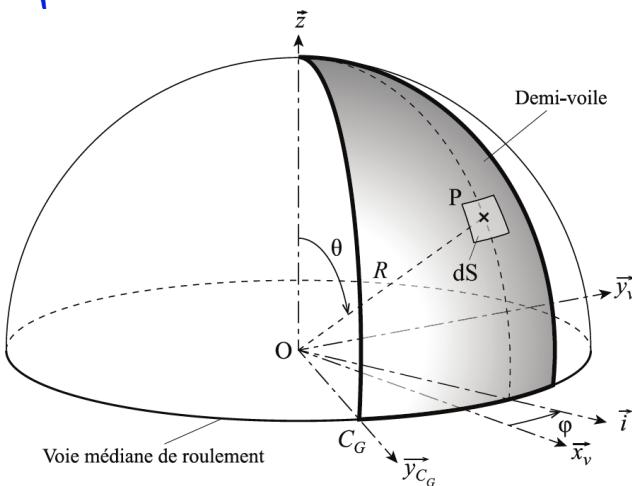


FIGURE 2.1 – Paramétrage de la surface totale et élémentaire en coordonnées sphériques de la demi-voile

La figure Figure 2.2 présente l'orientation du vent par rapport au plan de symétrie de la demi-voile dans le plan (\vec{x}_v, \vec{y}_v). La densité d'effort surfacique du vent sur la demi-voile, pour une vitesse de 9 ms^{-1} , est noté $\vec{f}_{\text{vent}} = f \vec{u}$ avec $f = 54,7 \text{ N m}^{-2}$, l'orientation de \vec{u} étant définie par l'angle constant $\alpha = (\vec{x}_v, \vec{u})$.

La base associée au système de coordonnées sphériques (r, θ, φ) est $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$. La position du point P appartenant à la demi-voile est définie par $\vec{OP} = R \vec{e}_r$ avec R le rayon moyen de la voile ($R = 22,75 \text{ m}$). L'angle azimutal φ évolue entre $-\frac{\pi}{8}$ et $\frac{\pi}{8}$ et l'élévation θ évolue entre 0 et $\frac{\pi}{2}$. On précise que, dans le cas présenté Figure 2.1, la surface élémentaire en coordonnées sphériques est notée $dS = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$.

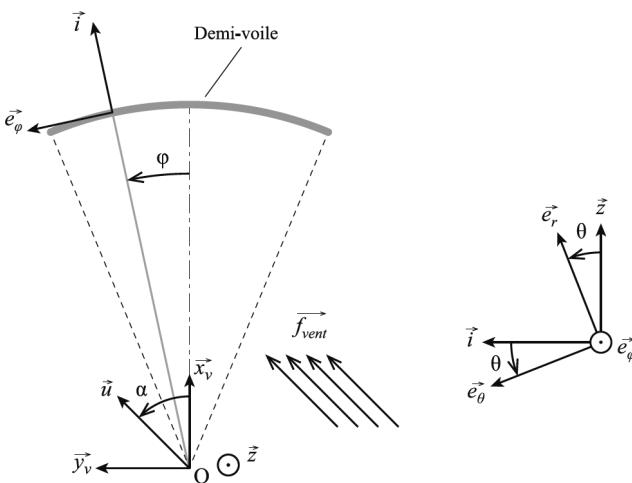


FIGURE 2.2 – Paramétrage angulaire

Question 1 Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS , noté $d\vec{F}_{\text{vent}}$.

Question 2 Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe

(O, \vec{z}) , $\vec{M}(O, \text{vent} \rightarrow \text{demi-voile}) \cdot \vec{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe (O, \vec{z}) en fonction de R , f et α .

Question 3 On définit F_{vent} tel que $(\vec{OC_G} \wedge F_{\text{vent}}) \vec{x}_{C_G}$.

$\vec{z} = \vec{M}(O, \text{vent} \rightarrow \text{demi-voile}) \cdot \vec{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.

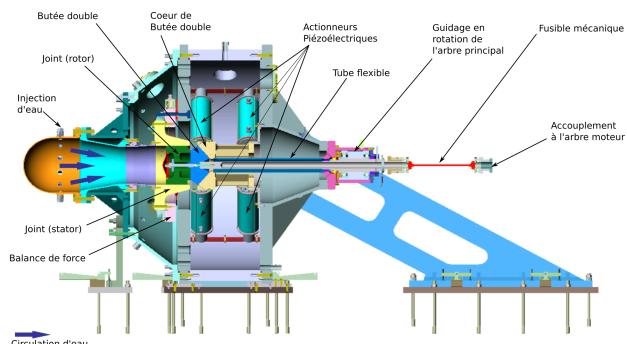
Afin de modéliser le déplacement de la voile dans le cas le plus défavorable, on souhaite déterminer la valeur maximale de $|F_{\text{vent}}|$.

Question 4 Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal? Déterminer la valeur maximale de $|F_{\text{vent}}|$.

Corrigé voir 149.

Exercice 78 – Banc Balafre *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice. La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S .



Données et hypothèses

- On note $\vec{BM} = z \vec{z}_0 + R_J \vec{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175 \text{ mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150 \text{ mm}$. La position du point B , centre du joint est $\vec{OB} = z_B \vec{z}_0$ avec $z_B = 425 \text{ mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40 \text{ kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\vec{OG}_{CB} = L_{CB} \vec{z}_0$ avec $L_{CB} = 193 \text{ mm}$;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\vec{OA}_4 = z_4 \vec{z}_0 - R_{CB} \vec{y}_0$ et $\vec{OA}_8 = -R_{CB} \vec{y}_0$ avec $z_4 = 280 \text{ mm}$ et $R_{CB} = 150 \text{ mm}$.

On souhaite déterminer la résultante des actions de pression du fluide sur le joint (rotor). On rappelle qu'un élément de surface dS autour d'un point M sur une surface cylindrique de rayon R_J s'exprime $dS = R_J d\theta dz$.

Question 1 Exprimer au point M le torseur $\{dT_{f \rightarrow J_R}\}$ de l'action de pression du fluide sur un élément de surface dS joint en fonction de $p(t)$, dS et $\vec{u}(\theta)$.

Question 2 En déduire l'expression en B du torseur $\{T_{f \rightarrow J_R}\}$ de l'action de pression du fluide sur l'en-

Corrigé voir 150.

2.2.8 Décrire le comportement d'un système séquentiel

Exercice 79 – Le banc balafre *

B2-17 Pas de corrigé pour cet exercice.

Pendant un essai, les actionneurs sont commandés axe par axe (c'est-à-dire par groupes de deux actionneurs piézoélectriques) grâce à un module d'électronique de puissance $2 \times 10\text{kVA}$. Ainsi, quatre modules sont installés dans l'armoire de commande. Les actionneurs sont commandés pour générer ce que l'on appelle des « rafales » : ils produisent les vibrations avec les caractéristiques voulues par l'opérateur, pendant une durée qui dépend de l'objectif de l'essai en cours.

Objectif Nous allons modéliser la façon dont la commande du système doit être programmée afin de protéger les composants vis-à-vis de problèmes de surchauffe.

Afin de protéger les composants, le système de commande doit imposer des périodes de temporisation pour favoriser le refroidissement des actionneurs et amplificateurs. Les amplificateurs de puissance ne doivent pas être utilisés en continu pendant plus de timeout = 10 s. Le superviseur ne doit pas autoriser de temps de rafale supérieur à $t_{\max} = 31\text{s}$. À chaque période supérieure à timeout, il est nécessaire de temporiser le système pendant 1 s et pour une durée de rafale supérieure à t_{\max} , il est nécessaire de temporiser pendant 3 s. Le diagramme d'état du superviseur du banc Balafre est présenté sur la figure 3.1.

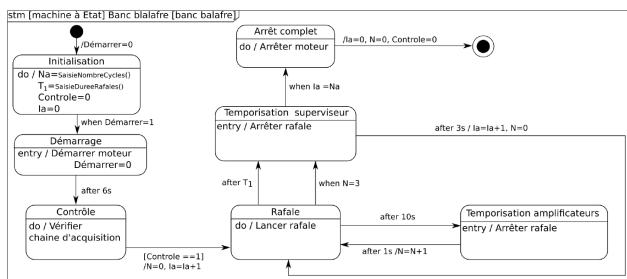


FIGURE 2.3 – Diagramme d'état du superviseur du banc Balafre.

Les variables suivantes permettent de réaliser le suivi d'un processus de mesure :

- Démarrer est une variable booléenne. Elle devient vraie, lorsque l'opérateur a saisi le nombre Na de cycles qu'il souhaite réaliser et la durée T_1 de chaque cycle, et qu'il a validé sa saisie. **2.2.9**
- Moteur est une variable qui vaut 1 lorsque le moteur a atteint sa vitesse de consigne (supposée non nulle, la vitesse nulle n'étant pas une consigne d'intérêt pratique pour le banc d'essais). Quand Moteur a atteint la valeur 1, seul le retour à l'arrêt peut modifier l'état de cette variable en la faisant repasser à 0.

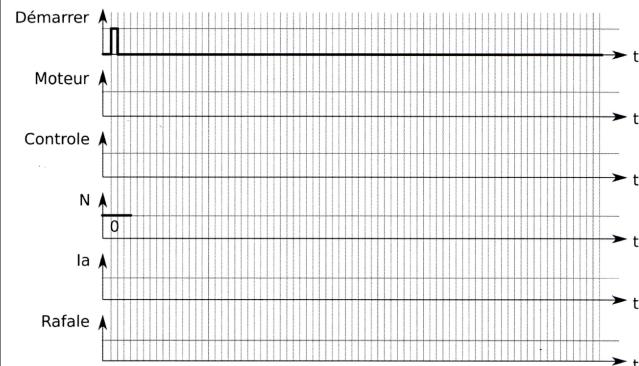
On considère qu'il faut 5 s pour atteindre la vitesse de consigne ou revenir à l'arrêt.

- Controle est une variable qui décrit le résultat des contrôles de la chaîne d'acquisition :

- Controle=0 si les contrôles n'ont pas été effectués;
- Controle=1 si les contrôles sont terminés et que tout est en ordre de marche;
- Controle=2 si les contrôles ont détecté une anomalie.

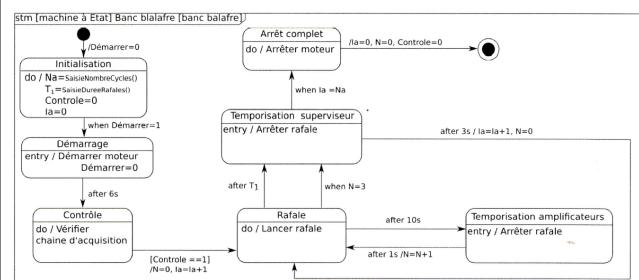
- Rafale est une variable qui vaut 1 si une rafale est en cours, et 0 sinon.

Question 1 On souhaite réaliser un cycle de rafale de huit secondes. En suivant le diagramme d'état de la figure 3.1, et en supposant que le contrôle soit réalisé en 1 seconde et conclue à ce que tout soit en ordre de marche, compléter le chronogramme.



Pour un fonctionnement sûr de l'installation, le système doit arrêter les moteurs si les contrôles détectent une anomalie.

Question 2 Modifier le diagramme d'état ci-dessous pour prendre en compte ce cas de figure.



Corrigé voir 151.

Modéliser un convertisseur électromécanique

Exercice 80 – Le banc balafre *

B2-17 Pas de corrigé pour cet exercice.

Objectif L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 1.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à 6000 tr min^{-1} est estimé à $C_{\text{res}} = 300 \text{ Nm}$.
- 1.02 – Vitesse de rotation : la vitesse cible NC (vitesse de rotation du rotor de joint) doit

pouvoir être réglée à une valeur choisie entre 5000 tr min^{-1} et 7000 tr min^{-1} .

- 1.03 – Loi de commande : la mise en rotation doit se faire à accélération constante pendant une durée n'excédant par $T_{\text{acc}} = 5 \text{ s}$.

Nous allons modéliser le moteur asynchrone Leroy Somer PLS-280-MP. Ceci va nous permettre de déterminer sa caractéristique de couple. Cette caractéristique sera utilisée dans les parties suivantes et nous permettra dans cette partie de déterminer la fréquence de commande du moteur pour la phase de mesure en régime stationnaire.

Données et hypothèses :

- le réseau d'alimentation électrique fournit une tension 230/400 V en 50 Hz;
- la plaque signalétique du moteur est donnée en figure Figure 3.1 ;
- on négligera les pertes fer et les pertes mécaniques dans le moteur ;
- les pertes Joule statoriques sont également négligées.

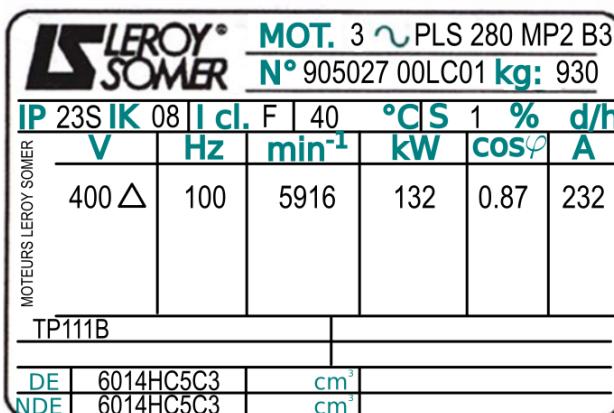


FIGURE 2.4 – Plaque signalétique du moteur PLS-280-MP

Question 1 En utilisant les informations de la plaque signalétique, montrer que le moteur possède $p = 1$ paire de pôles.

Question 2 À partir de la plaque signalétique, en détaillant les calculs, déterminer le glissement en fonctionnement nominal g_N ainsi que le couple utile nominal C_{uN} .

On donne sur la figure Figure 2.5 le modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur. L_0 représente l'inductance de magnétisation et L_c l'inductance des fuites totales d'une phase (rotorique ramenée au stator et stator). On note g le glissement. On rappelle que la puissance dissipée dans la résistance R/g correspond à la puissance transmise du stator au rotor. Cette puissance peut être décomposée en une résistance R correspondant aux pertes Joule dans le rotor en série avec une résistance $R(1-g)/g$ correspondant à la puissance électromécanique fournie au rotor.

R Ce modèle est celui du bobinage couplé en triangle. La tension U_S représente la tension entre phases, c'est-à-dire, vue de l'extérieur, la tension composée de valeur nominale 400 V. Le courant i_S représente le courant dans chaque phase statorique. La notation conventionnelle j_S pour ce courant n'est pas utilisée ici pour éviter toute confusion avec les notations des nombres complexes.

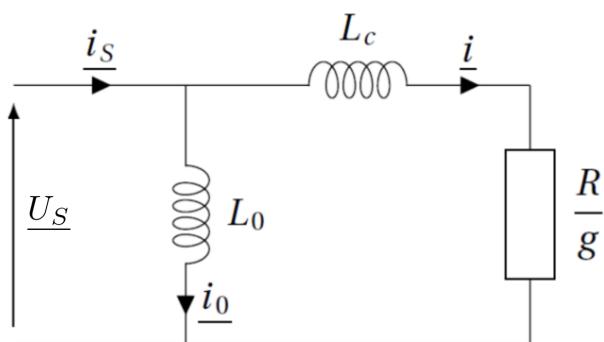


FIGURE 2.5 – Modèle équivalent ramené au stator d'une phase du moteur

Question 3 Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} fournie au rotor en fonction de U_S (valeur efficace de la tension U_S), de la résistance R , du glissement g de l'inductance L_c et de la pulsation d'alimentation ω du moteur.

Question 4 Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} en fonction du couple électromagnétique C_{EM} et de la vitesse de rotation Ω de l'arbre moteur.

Question 5 Exprimer la vitesse de rotation Ω de l'arbre en fonction du glissement g et de la vitesse de synchronisme Ω_S . En déduire l'expression du couple électromagnétique C_{EM} en fonction de U_S^2 , ω , g , R , L_c , et p (le nombre de paires de pôles par phase).

Question 6 En précisant bien vos hypothèses, justifier que l'expression du couple utile disponible sur l'arbre

$$\text{moteur est } C_u = \frac{3pU_S^2}{\omega} \cdot \frac{\frac{R}{g}}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (L_c \omega)^2}.$$

À l'aide de cette équation, on obtient la figure Figure 2.6 qui représente l'allure de la courbe de couple en fonction de la vitesse de rotation N de l'arbre moteur.

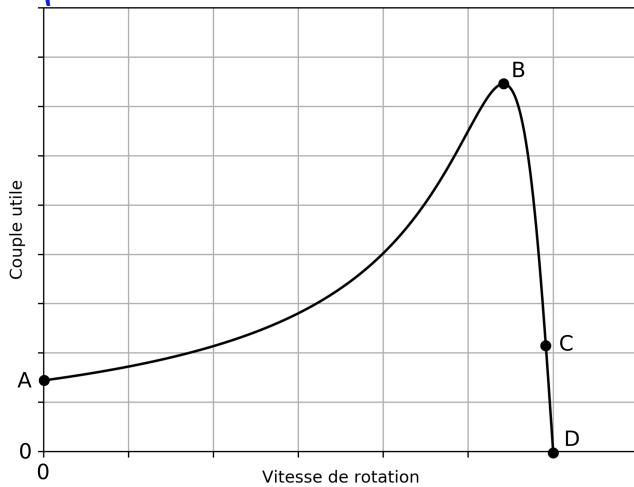


FIGURE 2.6 – Allure de la courbe de couple utile du moteur en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre

Question 7 À l'aide des points A, B, C et D, identifier sur cette courbe le point de fonctionnement nominal, le démarrage du moteur, le point de synchronisme, la zone de fonctionnement instable du moteur.

Le constructeur précise le rapport du couple maximal sur couple nominal : $C_M/C_N = 3,5$. On rappelle que le couple utile est maximal pour une valeur du glissement telle que $R/g = L_c \omega$. **Question 8** En déduire l'expression de L_c en fonction de p , U_S , C_M et ω et faire l'application numérique.

Question 9 Que peut-on dire de R/g par rapport à $L_c \omega$ au voisinage du point de fonctionnement nominal ? En déduire l'expression de R en fonction du couple nominal C_N , du glissement nominal g_N , de p , U_S et de ω .

R On fera l'application numérique en prenant $g_N = 1,4 \times 10^{-2}$ et $C_N = 213 \text{ Nm}$.

Le variateur utilisé pour la commande du moteur fonctionne en U_S/f constant. À l'aide des valeurs calculées précédemment, on a tracé sur la figure Figure 2.7 les

courbes de couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour différentes valeurs de fréquence de commande.

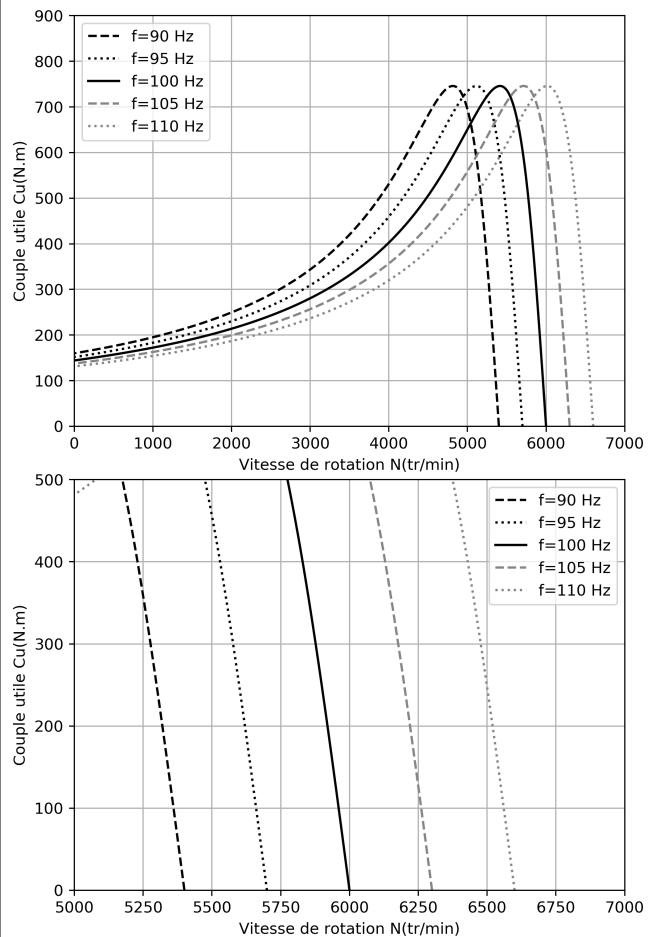


FIGURE 2.7 – Évolution du couple utile en fonction de la vitesse de rotation pour des fréquences de commande de 90 Hz à 110 Hz.

Question 10 Déterminer quelle fréquence doit être imposée par le variateur pour maintenir une vitesse de 6000 tr min^{-1} en présence d'un couple résistant correspondant au couple $C_{res} = 300 \text{ Nm}$ défini par l'exigence 1.01 du cahier des charges.

Corrigé voir 152.

2.3 B3 – Valider un modèle

2.4 B1 – Choisir les grandeurs physiques et les caractériser

2.5 B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement

2.5.1 B2-04 – Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert

Exercice 81 – Moteur à courant continu*

B2-04

Question 1 Exprimer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$.

En passant les équations dans le domaine de Laplace, on a :

- $U(p) = E(p) + RI(p) + LpI(p)$;
- $E(p) = K_m\Omega(p)$;
- $C(p) = K_m I(p)$;
- $C(p) - f\Omega(p) = Jp\Omega(p) \Leftrightarrow C(p) = \Omega(p)(Jp + f)$.

Vous devez savoir qu'un moteur à courant continu est piloté en tension ($U(p)$) et qu'en sortie on observe le taux de rotation ($\Omega(p)$).

En ne conservant que $U(p)$ et $\Omega(p)$, on a donc $U(p) = E(p) + RI(p) + LpI(p) \Leftrightarrow U(p) = K_m\Omega(p) + (R + Lp)\frac{\Omega(p)}{K_m} \Leftrightarrow U(p) = K_m\Omega(p) + (R + Lp)\frac{\Omega(p)(Jp + f)}{K_m} \Leftrightarrow U(p) = \left(K_m + (R + Lp)\frac{(Jp + f)}{K_m} \right) \Omega(p) \Leftrightarrow U(p) = \frac{K_m^2 + (R + Lp)(Jp + f)}{K_m} \Omega(p)$

$$\text{On a donc } H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K}{K^2 + (R + Lp)(Jp + f)}.$$

Question 2 Préciser l'ordre et la classe de H .

H est d'ordre 2 et de classe 0 car on ne peut pas mettre de p en facteur. Le terme de plus haut degré du dénominateur est de degré 2.

Question 3 Mettre $H(p)$ sous forme canonique.

$$H(p) = \frac{K_m}{K_m^2 + Rf + (RJ + Lf)p + LJp^2} \Leftrightarrow H(p) = \frac{\frac{K_m}{K_m^2 + Rf}}{1 + \frac{(RJ + Lf)}{K_m^2 + Rf}p + \frac{LJ}{K_m^2 + Rf}p^2}.$$

Question 4 Donner les caractéristiques de la fonction de transfert.

En identifiant avec la forme canonique standard, $H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ soit $K = \frac{K_m}{K_m^2 + Rf}$, $\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{(RJ + Lf)}{K_m^2 + Rf}$ et

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{LJ}{K_m^2 + Rf}.$$

$$\text{Au final, } K = \frac{K_m}{K_m^2 + Rf}, \omega_0 = \sqrt{\frac{K_m^2 + Rf}{LJ}}, \xi = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ(K_m^2 + Rf)}}.$$

Question 5 Vérifier l'homogénéité des différentes constantes.

Le gain doit être en $\text{rad s}^{-1} \text{V}^{-1}$.

D'une part, $[K_m] = \text{N mA}^{-1}$. D'autre part, $[K_m] = \text{V rad}^{-1} \text{s}$. On a donc $\text{V rad}^{-1} \text{s} = \text{N mA}^{-1}$. (On pourrait aussi le montrer par une analyse dimensionnelle...)

De plus $[R] = \Omega = \frac{\text{V}}{\text{A}}$ et $[f] = \text{N m rad}^{-1} \text{s}$.

$$\text{On a donc } [K] = \frac{\text{N mA}^{-1}}{(\text{N mA}^{-1})^2 + \text{N m rad}^{-1} \text{s} \times \text{VA}^{-1}} = \frac{1}{\text{N mA}^{-1} + \text{rad}^{-1} \text{s V}} = \frac{1}{\text{rad}^{-1} \text{s V}} = \text{rad s}^{-1} \text{V}^{-1}.$$

La pulsation propre doit être en s^{-1} ou rad s^{-1} .

On a vu que $[K_m^2] = [Rf]$. De plus $[L] = H = \text{VsA}^{-1}$ et $[J] = \text{Nm rad}^{-1} \text{s}^2$ (PFD).

$$[\omega_0] = \sqrt{\frac{\text{N}^2 \text{m}^2 \text{A}^{-2}}{\text{VsA}^{-1} \times \text{Nm rad}^{-1} \text{s}^2}} = \sqrt{\frac{\text{Nm rad}}{\text{VsAs}^2}}. \text{ Or, } W = \text{N m rad s}^{-1} = \text{VA}.$$

$$\text{On a alors } [\omega_0] = \sqrt{\frac{\text{Nm rad s}^{-1}}{\text{Vs}^2 \text{A}}} = \sqrt{\frac{1}{\text{s}^2}} = \text{s}^{-1}.$$

Enfin, ξ est sans unité... à vérifier :)

2.5.2 B2-06 – Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle

Exercice 82 – Identification temporelle *

B2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système.

Exercice 83 – Identification *

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

Question 2 Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.

Exercice 84 – Identification *

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer les périodes et les pulsations de chacun des signaux.

Question 2 En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

Exercice 85 – Identification *

B2-06

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système.

2.5.3 B2-07 – Modéliser un système par schéma-blocs.

Exercice 86 – La Seine Musicale*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 En considérant que la perturbation $C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.

Question 2 Exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\frac{\alpha(1 + \tau p)}{1 + \gamma p + \delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.

Question 3 Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.

Exercice 87 – Machine de rééducation SysReeduc *

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert $K_1, K_2, H_3(p), H_4(p), K_5, K_6, K_7, K_8$ et K_9 .

On a :

- $u_m(t) = e(t) + R i(t) \Rightarrow U_m(p) = E(p) + R I(p)$ et $C_{M1}(p) = k_t I(p)$ donc $K_2 = \frac{k_t}{R}$;
- $E(p) = k_e \Omega_m(p)$ et donc $K_7 = k_e$;

- $(M+m)r\rho_1p\Omega_m(p) = \frac{C_{M1}(p)}{\rho_1r} - F_p(p) \Leftrightarrow (M+m)r^2\rho_1^2p\Omega_m(p) = C_{M1}(p) - \rho_1rF_p(p)$ et donc $K_9 = \rho_1r$ et $H_3(p) = \frac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p) = \frac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8 = \frac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres);
- enfin, K_1 convertit des mètres en incrément. X_c est la consigne que doit respectée X . Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon = 0$ et $X = X_c$ soit $\varepsilon = 0 = K_1X_C - K_8\theta_m = K_1X_C - K_8\frac{X}{K_5K_6}$. Au final, $K_1 = \frac{K_8}{K_5K_6}$.

Question 2 Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r , ρ_1 , k_t , k_e , R , M , m et K_8 .

Exercice 88 – Quille pendulaire*

B2-07

Question 1 Donner les expressions des fonctions de transfert A_1 , A_2 , A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.

Correction D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace : $Q(p) = SpX(p) + \frac{V}{2B}p\Sigma(p)$ et $Mp^2X(p) = S\Sigma(p) - kX(p) - \lambda pX(p) - F_R(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $\Sigma(p) = A_2(A_1Q(p) - X(p)) = A_1A_2Q(p) - A_2X(p)$.

Par ailleurs $\Sigma(p) = \frac{Q(p) - SpX(p)}{\frac{V}{2B}p} = Q(p)\frac{2B}{Vp} - X(p)\frac{S2B}{V}$. On a donc $A_2 = \frac{S2B}{V}$, $A_1A_2 = \frac{2B}{Vp}$ soit $A_1 = \frac{2B}{Vp}\frac{V}{S2B} = \frac{1}{Sp}$.

On a aussi $X(p) = A_4(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)) = -A_4F_R(p) + A_3A_4\Sigma(p)$. Par ailleurs, $X(p)(Mp^2 + \lambda p + k) = S\Sigma(p) - F_R(p) \Leftrightarrow X(p) = \frac{S\Sigma(p)}{Mp^2 + \lambda p + k} - \frac{F_R(p)}{Mp^2 + \lambda p + k}$. On a donc : $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$ et $A_3 = S$.

Au final, $A_1 = \frac{1}{Sp}$, $A_2 = \frac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

Question 2 Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1 , A_2 , A_3 et A_4 , puis de la variable p et des constantes.

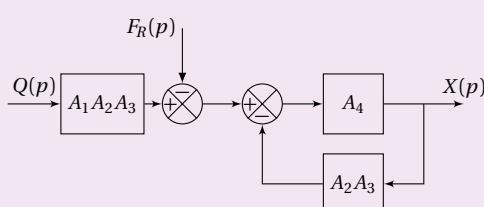
Correction Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes On a $X(p) = (H_1Q(p) - F_R(p))H_2(p)$.

Par ailleurs, on a vu que $X(p) = A_4(-F_R(p) + A_3\Sigma(p))$ et $\Sigma(p) = A_2(A_1Q(p) - X(p))$.

On a donc $X(p) = A_4(-F_R(p) + A_3A_2(A_1Q(p) - X(p))) \Leftrightarrow X(p)(1 + A_2A_3A_4) = A_4(-F_R(p) + A_3A_2A_1Q(p))$. On a donc $H_1(p) = A_1A_2A_3$ et $H_2 = \frac{A_4}{1 + A_2A_3A_4}$.

Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs Revient à utiliser la méthode précédente.

Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.

$$A_1 = \frac{1}{Sp}, A_2 = \frac{S2B}{V}, A_3 = S \text{ et } A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}.$$

En faisant le calcul on obtient : $H_1(p) = \frac{2BS}{pV}$ et $H_2 = \frac{\frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}}{1 + \frac{2BS^2}{V} \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}} = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k + \frac{2BS^2}{V}}$.

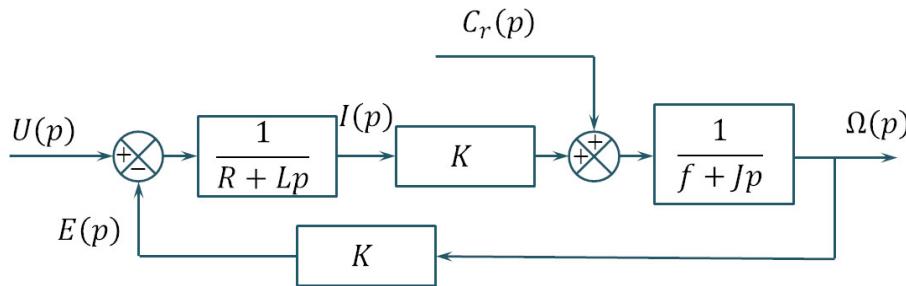
Question 3

Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Correction Dans ce cas, $\frac{X(p)}{Q(p)} = H_1(p)H_2(p) \frac{2BS}{p(MVp^2 + \lambda p V + kV + 2BS^2)}$.

Exercice 89 – Moteur à courant continu*
B2-07

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.



Question 2 Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.

En utilisant le schéma-blocs proposé, on a $\Omega(p) = (C_r(p)A(p) + U(p)B(p))C(p)$.

$$\text{D'autre part, } \Omega(p) = \left(C_r(p) + \frac{K}{R+Lp} (U(p) - K\Omega(p)) \right) \frac{1}{f+Jp}.$$

$$\text{On a donc } (f+Jp)\Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow (f+Jp)\Omega(p) + \frac{K^2}{R+Lp}\Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \left((f+Jp) + \frac{K^2}{R+Lp} \right) \Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \frac{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}{R+Lp} \Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \Omega(p) = \left(C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp} \right) \frac{R+Lp}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}.$$

Dès lors plusieurs schéma-blocs peuvent répondre à la question. Par exemple, $A(p) = 1$, $B(p) = \frac{K}{R+Lp}$,

$$C(p) = \frac{R+Lp}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}.$$

$$\text{En poursuivant, on a aussi : } \Omega(p) = (C_r(p)(R+Lp) + U(p)K) \frac{1}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}.$$

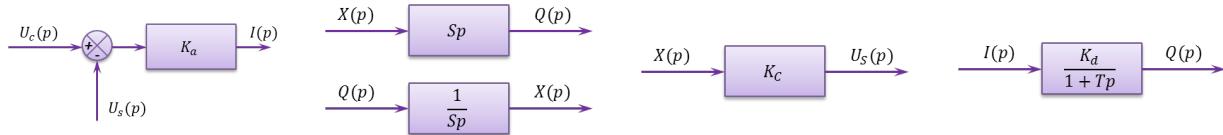
$$\text{On a donc aussi, } A(p) = R+Lp, B(p) = K, C(p) = \frac{1}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}$$

Exercice 90 – Vérin*
B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

On a :

- $U_c(p) = \frac{1}{K_a} I(p) + U_s(p)$
- $Q(p) = Sp X(p)$
- $U_S(p) = K_C \cdot X(p)$
- $F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + Tp}$



Exercice 91 – Banc d'épreuve hydraulique *

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déduire de la relation précédente l'équation reliant $Z(p)$, $P_e(p)$, $P_h(p)$, et $\text{Poids}(p) = Mg/p$, transformées de Laplace de $z(t)$, $P_e(t)$, $P_h(t)$ et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.

Correction $Mp^2 Z(p) = S_h P_h(p) - S_e P_e(p) t - \frac{Mg}{p} - f p Z(p)$

Question 2 En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant $L(p)$, $P_e(p)$ et $Q_e(p)$, transformées de Laplace de $L(t)$, $P_e(t)$ et $Q_e(t)$.

Correction $Q_e(p) = (S_a - S_b)p L(p) + \frac{V_t}{B_e} p P_e(p)$

Les conditions initiales sont supposées nulles.

Question 3 Compléter le schéma-blocs de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile régulée $P_r(p)$ et la sortie la pression d'épreuve dans le tube $P_e(p)$.

Correction

Exercice 92 – Fonctions de transfert*

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Question 3 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Question 4 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Exercice 93 – Calcul de FTBO*

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la FTBO dans le cas suivant.

Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Exercice 94 – Calcul de FTBO*

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

2.5.4 Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

Exercice 95 – Parallélépipède*

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.

Exercice 96 – Parallélépipède percé*

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.

Exercice 97 – Cylindre percé *

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.

Exercice 98 – Cylindre percé *

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.

Exercice 99 – Disque **

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.

Exercice 100 – Disque **

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en O .

Exercice 101 – Banc Balafre *
B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

Données et hypothèses

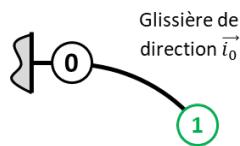
- On note $\overrightarrow{BM} = z \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175 \text{ mm}$;
 - la longueur du joint est $L_J = 150 \text{ mm}$. La position du point B , centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B \overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425 \text{ mm}$;
 - Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40 \text{ kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193 \text{ mm}$;
 - L'ensemble $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{Butée double}\}$ a une masse $M_{JR} = 100 \text{ kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390 \text{ mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$
- la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathcal{B}_{JR} = (\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0})$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280 \text{ mm}$ et $R_{CB} = 150 \text{ mm}$.

Question 1 Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de \overrightarrow{OG} selon $\overrightarrow{z_0}$. Faire l'application numérique.

Question 2 Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à $(O, \overrightarrow{z_0})$, simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.

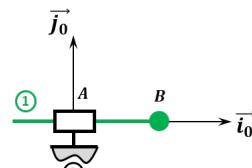
2.5.5 Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique
Exercice 102 – Mouvement T – *
B2-12

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



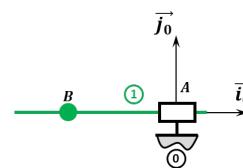
Question 2 Retracer le

schéma cinématique pour $\lambda = 10 \text{ mm}$.

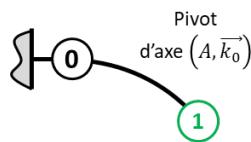


Question 3 Retracer le

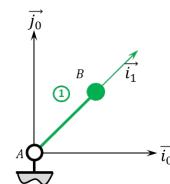
schéma cinématique pour $\lambda = -20 \text{ mm}$.


Exercice 103 – Mouvement R *
B2-12

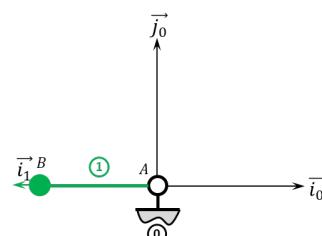
Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



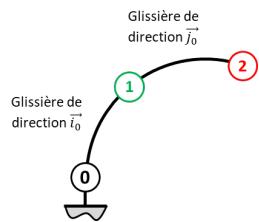
Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad.}$



Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \pi \text{ rad.}$

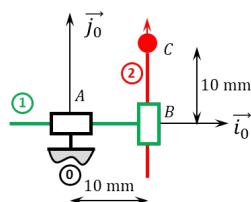

Exercice 104 – Mouvement TT – *
B2-12

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



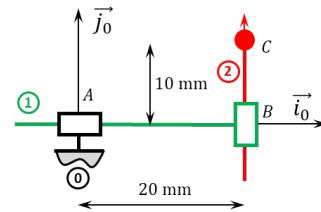
Question 2 Retracer le

schéma cinématique pour $\lambda = 10 \text{ mm}$ et $\mu = 10 \text{ mm}$.



Question 3 Retracer le

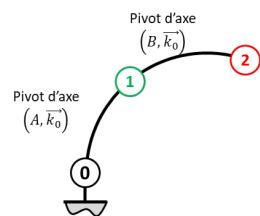
schéma cinématique pour $\lambda = 20 \text{ mm}$ et $\mu = 10 \text{ mm}$.



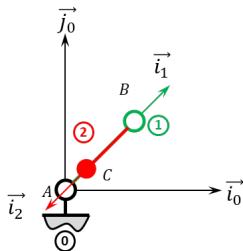
Exercice 105 – Mouvement RR *

B2-12

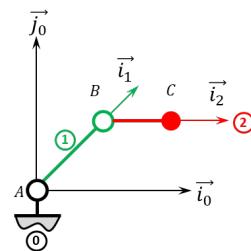
Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



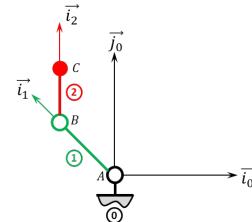
Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ et $\varphi = \pi \text{ rad}$.



Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ et $\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$.



Question 4 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$ et $\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$.



Exercice 106 – Mouvement RT *

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ et $\lambda(t) = 20 \text{ mm}$.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{-\pi}{4} \text{ rad}$ et $\lambda(t) = -20 \text{ mm}$.

Exercice 107 – Mouvement RT *

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ et $\lambda(t) = 20 \text{ mm}$.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{-\pi}{4} \text{ rad}$ et $\lambda(t) = -20 \text{ mm}$.

Exercice 108 – Mouvement RR 3D **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Exercice 109 – Mouvement RR 3D **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \pi$ rad et $\varphi(t) = -\frac{\pi}{4}$ rad.

Exercice 110 – Mouvement RT – RSG **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad et $\lambda(t) = 30$ mm. On notera I_2 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\frac{\pi}{2}$.

Exercice 111 – Pompe à palettes **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \pi$ rad.

Question 4 En déduire la course de la pièce **2**.

Exercice 112 – Pompe à pistons radiaux **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Question 4 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ rad.

Question 5 En déduire la course de la pièce **2**.

Exercice 113 – Système bielle manivelle **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ rad.

Question 4 En déduire la course de la pièce **3**.

Exercice 114 – Système de transformation de mouvement **
B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

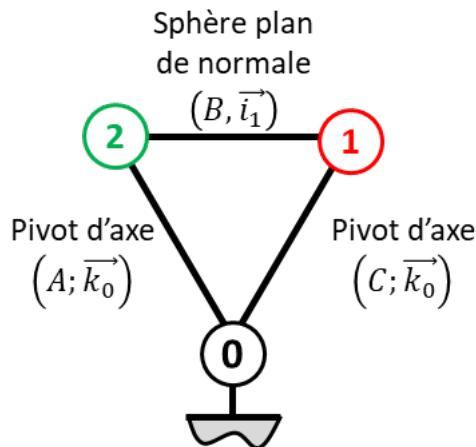
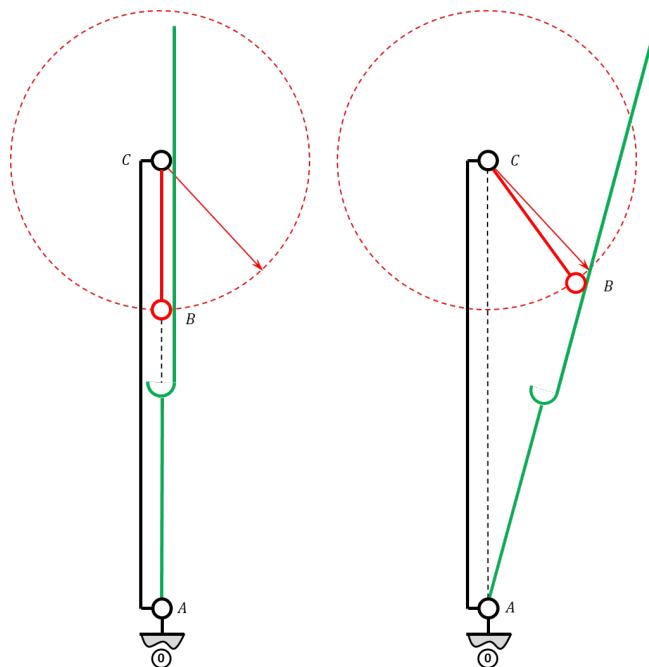
Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.

Question 4 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ rad.

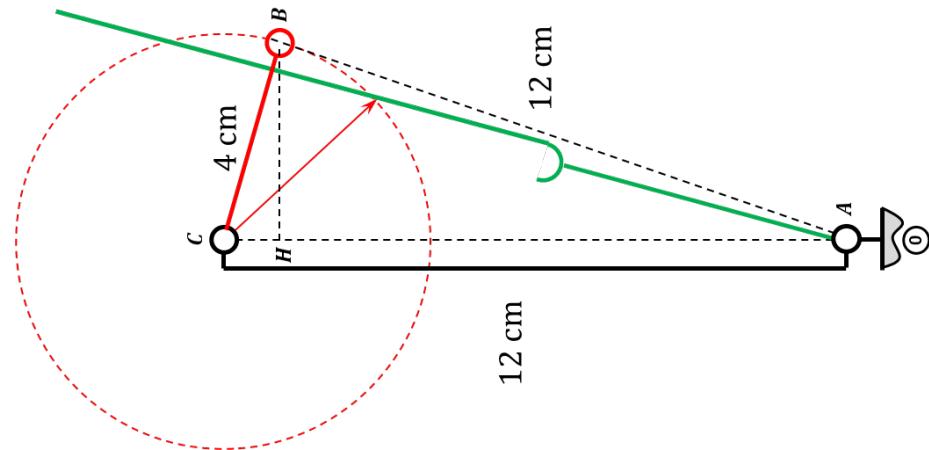
Question 5 En déduire la course de la pièce 3.

Exercice 115 – Barrière Sympact **
B2-12
Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 75^\circ$.

Question 4 Dans l'hypothèse où la pièce 1 peut faire des tours complets, quelle doit être la longueur minimale de la pièce 2.

Dans cas, dans le pire des cas, A, B et C sont alignés (avec B au-dessus de C). Il faut donc $AB = AC + CB = 160$ mm.

Question 5 Dans l'hypothèse où la pièce 2 fait 12 cm, quel sera le débattement maximal de la pièce 1.
Comme je suis paresseux, j'ai réalisé la construction avec geogebra. On mesure $160,8^\circ$.



Exercice 116 – Barrière Sympact **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ rad.

Exercice 117 – Poussoir **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{4}$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\frac{\pi}{4}$ rad.

Exercice 118 – Système 4 barres ***

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta_1(t) = 0$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta_1(t) = -\frac{\pi}{2}$ rad.

Question 4 En déduire la course angulaire (θ_4) de la pièce 3.

Exercice 119 – Maxpid ***

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Par ailleurs $a = 107,1$ mm, $b = 80$ mm, $c = 70$ mm, $d = 80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Question 4 En déduire la course de λ .

Exercice 120 – Maxpid ***

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Par ailleurs $a = 107,1 \text{ mm}$, $b = 80 \text{ mm}$, $c = 70 \text{ mm}$, $d = 80 \text{ mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm .

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0 \text{ rad}$.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

Question 4 En déduire la course de λ .

Exercice 121 – Mouvement RR – RSG **

B2-12 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ et $\varphi(t) = 0 \text{ rad}$. On notera I_0 le point de contact entre **0** et **1**.

Question 3 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ et $\varphi(t) = 0 \text{ rad}$. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de **0** à $\frac{\pi}{2}$.

Question 4 Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ et $\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

Exercice 122 – Tabouret **

B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Proposer un schéma cinématique permettant de modéliser la liaison entre l'assise et le sol.

Exercice 123 – Tabouret **

B2-12

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Proposer 3 schémas cinématiques permettant de modéliser les contacts entre le sol et le tabouret.

2.5.6 B2-13 – Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides

Exercice 124 – Mouvement T – *

C2-05

B2-13

Question 1 Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.

1 est en translation de direction \vec{i}_0 par rapport à **0**.

Question 2 Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point **B**, point appartenant à **1** par rapport à **0**.

On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$. La trajectoire du point **B** est donc donnée par $\begin{cases} x_B(t) = \lambda(t) \\ y_B(t) = 0 \\ z_B(t) = 0 \end{cases}$ dans le repère $(A; \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$.

Exercice 125 – Mouvement R *

C2-05

B2-13

Question 1 Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.

1 est en rotation de centre **A** et d'axe \vec{k}_0 par rapport à **0**.

Question 2 Quelle est la trajectoire du point B appartenant à $\mathbf{1}$ par rapport à $\mathbf{0}$.
 B est en rotation par rapport à $\mathbf{0}$ (cercle de centre A et de rayon R).

Question 3 Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B , point appartenant à $\mathbf{1}$ par rapport à $\mathbf{0}$.

On a $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1} = R \cos \theta \overrightarrow{i_0} + R \sin \theta \overrightarrow{j_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\begin{cases} x_B(t) = R \cos \theta(t) \\ y_B(t) = R \sin \theta(t) \\ z_B(t) = 0 \end{cases}$ dans le repère $(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0})$.

Exercice 126 – Mouvement TT – *

C2-05

B2-13

Question 1 Quel est le mouvement de $\mathbf{2}$ par rapport à $\mathbf{0}$.

Le point C a un mouvement quelconque dans le plan $(A, \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0})$.

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de $\mathbf{2}$ par rapport à $\mathbf{0}$.

On a $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0} + \mu(t) \overrightarrow{j_0}$ et donc, on a directement $\begin{cases} x_C(t) = \lambda(t) \\ y_C(t) = \mu(t) \\ z_C(t) = 0 \end{cases}$ dans le repère $(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0})$.

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R = 10\text{ cm}$ à la vitesse $v = 0,01\text{ ms}^{-1}$.

Question 3 Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R .

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = R \dot{\theta} \overrightarrow{e_\theta}$.

On a $v = R \dot{\theta}(t)$. Par intégration, $\theta(t) = \frac{v}{R} t$ (avec $\theta(t) = 0\text{ rad}$ pour $t = 0\text{ s}$).

Question 4 Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v , R et du temps.

Exprimons la trajectoire du point C : $\overrightarrow{AC} = R \overrightarrow{e_r} = R \cos \theta(t) \overrightarrow{i_0} + R \sin \theta(t) \overrightarrow{j_0}$. Par identification $\lambda(t) = R \cos \theta(t)$ et $\mu(t) = R \sin \theta(t)$.

Au final, $\begin{cases} \lambda(t) = R \cos\left(\frac{v}{R} t\right) \\ \mu(t) = R \sin\left(\frac{v}{R} t\right) \end{cases}$.

Question 5 En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.

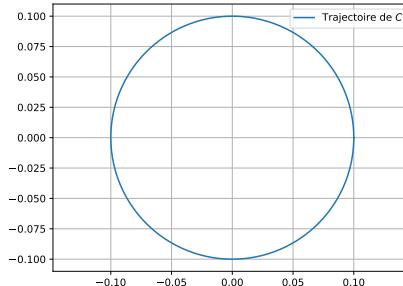
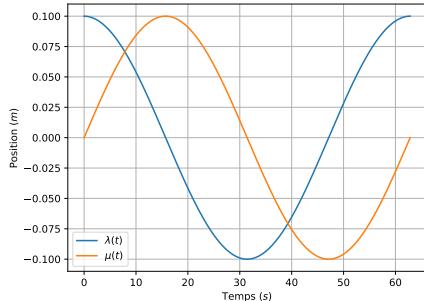
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
R = 0.1 # m
v = 0.01 # m.s-1

# Temps pour faire un tour
T = 2*m.pi*R/v

les_t = np.linspace(0, T, 200)
les_lambda = R*np.cos(v/R*les_t)
les_mu = R*np.sin(v/R*les_t)
plt.grid()
plt.plot(les_t, les_lambda, label="$\lambda(t)$")
plt.plot(les_t, les_mu, label="$\mu(t)$")
plt.xlabel("Temps ($s$)")
plt.ylabel("Position ($m$)")
plt.legend()
plt.show()
plt.savefig("03_TT_01_c.pdf")
plt.clf()
```

```

plt.grid()
plt.axis("equal")
plt.plot(les_lambda, les_mu, label="Trajectoire de $C$")
plt.legend()
#plt.show()
plt.savefig("03_TT_02_c.pdf")
    
```



Exercice 127 – Mouvement RR *

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

Le point C peut atteindre tous les points situés compris entre deux cercles de rayon 5 mm et de rayon 25 mm.

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de 2 par rapport à 0.

On a $\overrightarrow{AC} = R \overrightarrow{i}_1 + L \overrightarrow{i}_2$. On projetant ce vecteur dans le repère $\mathcal{R}_A i_0 j_0 k_0$ on a

$$\overrightarrow{AC} = R(\cos \theta \overrightarrow{i}_0 + \sin \theta \overrightarrow{j}_0) + L(\cos(\theta + \varphi) \overrightarrow{i}_0 + \sin(\theta + \varphi) \overrightarrow{j}_0). \text{ On a donc : } \begin{cases} x_C(t) = R \cos \theta + L \cos(\theta + \varphi) \\ y_C(t) = R \sin \theta + L \sin(\theta + \varphi) \\ z_C(t) = 0 \end{cases}$$

dans le repère $(A; \overrightarrow{i}_0, \overrightarrow{j}_0, \overrightarrow{k}_0)$.

Question 3 Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.

Distance à parcourir : 0,05 m. Durée du parcours : $T = \frac{0,05}{v}$.

Question 4 Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.

$\forall t \in \left[0, \frac{0,05}{v}\right], y_C(t) = 0,025$. Pour $t = 0$, $x_C(0) = -0,025$. On a alors $x_C(t) = -0,025 + vt$.

$$\text{Au final, } \forall t \in \left[0, \frac{0,05}{v}\right], \begin{cases} x_C(t) = -0,025 + vt \\ y_C(t) = 0,025 \\ z_C(t) = 0 \end{cases} \text{ dans le repère } (A; \overrightarrow{i}_0, \overrightarrow{j}_0, \overrightarrow{k}_0).$$

Question 5 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0,01 \text{ ms}^{-1}$.

Afin que le point C suive un segment, il faut donc que $\begin{cases} -0,025 + vt = R \cos \theta + L \cos(\theta + \varphi) \\ 0,025 = R \sin \theta + L \sin(\theta + \varphi) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,025 + vt - R \cos \theta = L \cos(\theta + \varphi) \\ 0,025 - R \sin \theta = L \sin(\theta + \varphi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (-0,025 + vt - R \cos \theta)^2 = L^2 \cos^2(\theta + \varphi) \\ (0,025 - R \sin \theta)^2 = L^2 \sin^2(\theta + \varphi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (-0,025 + vt - R \cos \theta)^2 + (0,025 - R \sin \theta)^2 = L^2$$

$$\Rightarrow 0,025^2 + vt^2 + R^2 \cos^2 \theta - 2 \times 0,025vt + 2R \cos \theta - vtR \cos \theta + 0,025^2 + R^2 \sin^2 \theta - 2 \times 0,025R \sin \theta = L^2$$

$$\Rightarrow \frac{L^2}{R} - \frac{2 \times 0,025^2}{R} - \frac{v^2 t^2}{R} - R + 2 \times 0,025 \frac{vt}{R}$$

Équation trigonométrique de la forme $a \cos x + b \sin x = c$.

Il y a donc une solution analytique. On peut aussi résoudre l'équation numériquement.

Une fois $\theta(t)$ déterminée, on a $0,025 - R \sin \theta = L \sin(\theta + \varphi) \Rightarrow \arcsin\left(\frac{0,025 - R \sin \theta(t)}{L}\right) - \theta(t) = \varphi(t)$

Question 6 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\varphi(t)$ et la trajectoire générée.

Exercice 128 – Mouvement RT *

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

Question 2 Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$.

Question 3 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$.

Question 4 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.

Exercice 129 – Mouvement RT *

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

Question 2 Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$.

Question 3 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$.

Question 4 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.

Exercice 130 – Mouvement RR 3D **

C2-05

B2-13

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

Ça ressemble à un tore, mais c'est pas vraiment un tore : (aussi bien l'intérieur que l'extérieur...)...

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On a $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = R \overrightarrow{i}_1 + \ell \overrightarrow{i}_2 + r \overrightarrow{j}_2$. Soit $\overrightarrow{AC} = (R + \ell)(\cos \theta \overrightarrow{i}_0 + \sin \theta \overrightarrow{j}_0) + r(\cos \varphi \overrightarrow{j}_1 + \sin \varphi \overrightarrow{k}_1) = (R + \ell)(\cos \theta \overrightarrow{i}_0 + \sin \theta \overrightarrow{j}_0) + r(\cos \varphi (\cos \theta \overrightarrow{j}_0 - \sin \theta \overrightarrow{i}_0) + \sin \varphi \overrightarrow{k}_0)$.

On a donc :
$$\begin{cases} x_C(t) = (R + \ell)\cos \theta - r \cos \varphi \sin \theta \\ y_C(t) = (R + \ell)\sin \theta + r \cos \varphi \cos \theta \\ z_C(t) = r \sin \varphi \end{cases}$$
 dans le repère $(A; \overrightarrow{i}_0, \overrightarrow{j}_0, \overrightarrow{k}_0)$.

Exercice 131 – Mouvement RR 3D **

C2-05

B2-13

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

Le point C peut décrire un tore de grand rayon R et de petit rayon L (surface torique uniquement, pas l'intérieur du tore).

Question 2 Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On a $\overrightarrow{AC} = H \overrightarrow{j}_1 + R \overrightarrow{i}_1 + L \overrightarrow{i}_2 = H \overrightarrow{j}_0 + R \cos \theta \overrightarrow{i}_0 - R \sin \theta \overrightarrow{k}_0 + L \cos \varphi \overrightarrow{i}_1 + L \sin \varphi \overrightarrow{j}_1 = H \overrightarrow{j}_0 + R \cos \theta \overrightarrow{i}_0 - R \sin \theta \overrightarrow{k}_0 + L \cos \varphi (\cos \theta \overrightarrow{i}_0 - \sin \theta \overrightarrow{k}_0) + L \sin \varphi \overrightarrow{j}_0$.

On a donc : $\begin{cases} x_C(t) = R \cos \theta + L \cos \varphi \cos \theta \\ y_C(t) = H + L \sin \varphi \\ z_C(t) = -R \sin \theta - L \cos \varphi \sin \theta \end{cases}$ dans le repère $(A; \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$.

Exercice 132 – Mouvement T – *
B2-13

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.

$$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}.$$

$$\overrightarrow{V(B, 1/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AB}]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0.$$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{V(B, 1/0)}]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0.$$

Exercice 133 – Mouvement R *
B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B, 1/0)}$ par dérivation vectorielle.

$$\overrightarrow{V(B, 1/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AB}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [R \vec{i}_1]_{\mathcal{R}_0}. \text{ Or } \frac{d}{dt} [\vec{i}_1]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [\vec{i}_1]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \vec{i}_1 = \vec{0} + \dot{\theta} \vec{k}_0 \wedge \vec{i}_1 = \dot{\theta} \vec{j}_1.$$

D'où $\overrightarrow{V(B, 1/0)} = R \dot{\theta} \vec{j}_1$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(B, 1/0)}$ par une autre méthode.

$$\overrightarrow{V(B, 1/0)} = \overrightarrow{V(A, 1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \vec{0} - R \vec{i}_1 \wedge \dot{\theta} \vec{k}_0 = R \dot{\theta} \vec{j}_1.$$

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.

$$\text{On a directement } \{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ R \dot{\theta} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B.$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{V(B, 1/0)}]_{\mathcal{R}_0} = R \ddot{\theta} \vec{j}_1 - R \dot{\theta}^2 \vec{i}_1. \text{ (En effet, } \frac{d}{dt} [\vec{j}_1]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [\vec{j}_1]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \vec{j}_1 = \vec{0} + \dot{\theta} \vec{k}_0 \wedge \vec{j}_1 = -\dot{\theta} \vec{i}_1.)$$

Exercice 134 – Mouvement TT – *
B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.

Par dérivation vectorielle, on a : $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0$.

Par composition du torseur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \overrightarrow{V(C, 2/1)} + \overrightarrow{V(C, 1/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{BC}]_{\mathcal{R}_1} + \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}.$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{V(C, 2/0)}]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \ddot{\mu}(t) \vec{j}_0.$$

Exercice 135 – Mouvement RR *
B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$ par dérivation vectorielle.

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AB}]_{\mathcal{R}_0} + \frac{d}{dt} [\overrightarrow{BC}]_{\mathcal{R}_0} = R \frac{d}{dt} [\overrightarrow{i_1}]_{\mathcal{R}_0} + L \frac{d}{dt} [\overrightarrow{i_2}]_{\mathcal{R}_0} = R \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} + L(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \overrightarrow{j_2}.$$

(Avec $\frac{d}{dt} [\overrightarrow{i_2}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{i_2}]_{\mathcal{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_2} = (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \overrightarrow{j_2}$).

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.

On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

$$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -L \overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi} \overrightarrow{k_0} = L \dot{\varphi} \overrightarrow{j_2}.$$

$$\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = (-L \overrightarrow{i_2} - R \overrightarrow{i_1}) \wedge \dot{\theta} \overrightarrow{k_0} = \dot{\theta} (L \overrightarrow{j_2} + R \overrightarrow{j_1}).$$

$$\text{Au final, } \overrightarrow{V(C,2/0)} = L \dot{\varphi} \overrightarrow{j_2} + \dot{\theta} (L \overrightarrow{j_2} + R \overrightarrow{j_1}).$$

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \{\mathcal{V}(2/1)\} + \{\mathcal{V}(1/0)\}$. Pour sommer les torseurs, il faut écrire les vecteurs vitesses au même point, ici en C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \overrightarrow{k_0} \\ R \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} + L(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \overrightarrow{j_2} \end{array} \right\}_C$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{V(C,2/0)}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [R \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} + L(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \overrightarrow{j_2}]_{\mathcal{R}_0}.$$

$$\text{De plus, } \frac{d}{dt} [\overrightarrow{j_1}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{j_1}]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta} \overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta} \overrightarrow{i_1} \text{ et } \frac{d}{dt} [\overrightarrow{j_2}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{j_2}]_{\mathcal{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_2} = -(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \overrightarrow{i_2}.$$

$$\text{On a donc } \overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = R \ddot{\theta} \overrightarrow{j_1} - R \dot{\theta}^2 \overrightarrow{i_1} + L(\ddot{\theta} + \ddot{\varphi}) \overrightarrow{j_2} - L(\dot{\theta} + \dot{\varphi})^2 \overrightarrow{i_2}.$$

Exercice 136 – Mouvement RT *

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par dérivation vectorielle.

$$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AB}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [\lambda(t) \overrightarrow{i_1}]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_1} + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1}.$$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par composition.

$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

$$\forall P, \overrightarrow{V(P,2/1)} = \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_1}.$$

$$\text{Par ailleurs } \overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -\lambda(t) \overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}(t) \overrightarrow{k_0} = \lambda(t) \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1}.$$

$$\text{Au final, } \overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_1} + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1}.$$

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}(t) \overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_1} + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{V(B,2/0)}]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t) \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} + \dot{\lambda}(t) \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} - \lambda(t) \dot{\theta}(t)^2 \overrightarrow{i_1} = (\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t) \dot{\theta}(t)^2) \overrightarrow{i_1} + (\dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t) + \dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t)) \overrightarrow{j_1}.$$

Exercice 137 – Mouvement RT *

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.

Méthode 1 – Dérivation vectorielle

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AB}]_{\mathcal{R}_0} + \frac{d}{dt} [\overrightarrow{BC}]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_0} + R \frac{d}{dt} [\overrightarrow{i_2}]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_0} + R \dot{\theta} \overrightarrow{j_2}$$

Méthode 2 – Composition du torseur cinématique

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$$

Pour tout point P , $\overrightarrow{V(P, 1/0)} = \dot{\lambda} \vec{i}_0$.
 $\overrightarrow{V(C, 2/1)} = \overrightarrow{V(B, 2/1)} + \vec{CB} \wedge \vec{\Omega}(2/1) = -R \vec{i}_2 \wedge \dot{\theta} \vec{k}_0 = R \dot{\theta} \vec{j}_2$.
 On a donc $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \dot{\lambda} \vec{i}_0 + R \dot{\theta} \vec{j}_2$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ \overrightarrow{V(C, 2/0)} = \dot{\lambda} \vec{i}_0 + R \dot{\theta} \vec{j}_2 \end{array} \right\}_C$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)} = \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{V(C, 2/0)} \right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R \frac{d}{dt} \left[\dot{\theta} \vec{j}_2 \right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R \left(\ddot{\theta} \vec{j}_2 - \dot{\theta}^2 \vec{i}_2 \right).$$

Exercice 138 – Mouvement RR 3D *

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$ par dérivation vectorielle.

$$\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{AC} \right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} \left[R \vec{i}_1 + \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2 \right]_{\mathcal{R}_0}.$$

Calculons :

- $\frac{d}{dt} \left[\vec{i}_1 \right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \vec{i}_1 = \dot{\theta} \vec{k}_0 \wedge \vec{i}_1 = \dot{\theta} \vec{j}_1$.
- $\frac{d}{dt} \left[\vec{i}_2 \right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\theta} \vec{j}_1 (\vec{i}_1 = \vec{i}_2)$.
- $\frac{d}{dt} \left[\vec{j}_2 \right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \vec{j}_2 = (\dot{\theta} \vec{k}_0 + \dot{\varphi} \vec{i}_1) \wedge \vec{j}_2 = \dot{\theta} \vec{k}_1 \wedge \vec{j}_2 + \dot{\varphi} \vec{i}_1 \wedge \vec{j}_2 = -\dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + \dot{\varphi} \vec{k}_2$.

On a donc, $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = (R + \ell) \dot{\theta} \vec{j}_1 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\varphi} \vec{k}_2$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$ par composition.

On a $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \overrightarrow{V(C, 2/1)} + \overrightarrow{V(C, 1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(C, 2/1)} :$ on passe par B car B est le centre de la pivot entre 2 et 1 et que $\overrightarrow{V(B, 2/1)} = \vec{0}$. $\overrightarrow{V(C, 2/1)} = \overrightarrow{V(B, 2/1)} + \vec{CB} \wedge \vec{\Omega}(2/1) = (-\ell \vec{i}_2 - r \vec{j}_2) \wedge \dot{\varphi} \vec{i}_1 = -\ell \vec{i}_2 \wedge \dot{\varphi} \vec{i}_1 - r \vec{j}_2 \wedge \dot{\varphi} \vec{i}_1 = r \dot{\varphi} \vec{k}_2$.
- $\overrightarrow{V(C, 1/0)} :$ on passe par A car A est le centre de la pivot entre 1 et 0 et que $\overrightarrow{V(A, 1/0)} = \vec{0}$ est nul. $\overrightarrow{V(C, 1/0)} = \overrightarrow{V(A, 1/0)} + \vec{CA} \wedge \vec{\Omega}(1/0) = (-r \vec{j}_2 - \ell \vec{i}_2 - R \vec{i}_1) \wedge \dot{\theta} \vec{k}_1 = -r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + \ell \dot{\theta} \vec{j}_1 + R \dot{\theta} \vec{j}_1$

Au final, $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = r \dot{\varphi} \vec{k}_2 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + \ell \dot{\theta} \vec{j}_1 + R \dot{\theta} \vec{j}_1$.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \vec{k}_1 + \dot{\varphi} \vec{i}_1 \\ (R + \ell) \dot{\theta} \vec{j}_1 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\varphi} \vec{k}_2 \end{array} \right\}_C$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)}$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)} &= \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{V(C, 2/0)} \right]_{\mathcal{R}_0} \\ &= \frac{d}{dt} \left[(R + \ell) \dot{\theta} \vec{j}_1 - r \dot{\theta} \cos \varphi \vec{i}_1 + r \dot{\varphi} \vec{k}_2 \right]_{\mathcal{R}_0} \end{aligned}$$

Calculons :

- $\frac{d}{dt} \left[\vec{i}_1 \right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \vec{i}_1 = \dot{\theta} \vec{k}_0 \wedge \vec{i}_1 = \dot{\theta} \vec{j}_1$.
- $\frac{d}{dt} \left[\vec{j}_1 \right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \vec{j}_1 = \dot{\theta} \vec{k}_0 \wedge \vec{j}_1 = -\dot{\theta} \vec{i}_1$.
- $\frac{d}{dt} \left[\vec{k}_2 \right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \vec{k}_2 = (\dot{\theta} \vec{k}_0 + \dot{\varphi} \vec{i}_1) \wedge \vec{k}_2 = \dot{\theta} \vec{k}_1 \wedge \vec{k}_2 + \dot{\varphi} \vec{i}_2 \wedge \vec{k}_2 = \dot{\theta} \sin \varphi \vec{i}_1 - \dot{\varphi} \vec{j}_2$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R + \ell) \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} - (R + \ell) \dot{\theta}^2 \overrightarrow{i_1} - r \ddot{\theta} \cos \varphi \overrightarrow{i_1} + r \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \varphi \overrightarrow{i_1} - r \dot{\theta}^2 \cos \varphi \overrightarrow{j_1} + r \dot{\varphi} \overrightarrow{k_2} + r \dot{\varphi} (\dot{\theta} \sin \varphi \overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi} \overrightarrow{j_2}).$$

Exercice 139 – Mouvement RR 3D *
B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{Hj_1} + \overrightarrow{Ri_1} + \overrightarrow{Li_2}]_{\mathcal{R}_0}.$$

Calculons :

- $\frac{d}{dt} [\overrightarrow{j_0}]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{0};$
- $\frac{d}{dt} [\overrightarrow{i_1}]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_1} = -\dot{\theta} \overrightarrow{k_1};$
- $\frac{d}{dt} [\overrightarrow{i_2}]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = (\dot{\theta} \overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi} \overrightarrow{k_2}) \wedge \overrightarrow{i_2} = \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_2} + \dot{\varphi} \overrightarrow{k_2} \wedge \overrightarrow{i_2} = -\dot{\theta} \cos \varphi \overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi} \overrightarrow{j_2}.$

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R \dot{\theta} \overrightarrow{k_1} + L(-\dot{\theta} \cos \varphi \overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi} \overrightarrow{j_2}).$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition du vecteur vitesse.

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}.$$

- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,2/1)}$, passons par B car $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0} : \overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -L \overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi} \overrightarrow{k_2} = L \dot{\varphi} \overrightarrow{j_2}.$
- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,1/0)}$, passons par A car $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{0} : \overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -(\overrightarrow{Hj_1} + \overrightarrow{Ri_1} + \overrightarrow{Li_2}) \wedge \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta} (\overrightarrow{Ri_1} \wedge \overrightarrow{j_1} + \overrightarrow{Li_2} \wedge \overrightarrow{j_1}) = -\dot{\theta} (R \overrightarrow{k_1} + L \cos \varphi \overrightarrow{k_1}).$

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L \dot{\varphi} \overrightarrow{j_2} - \dot{\theta} (R \overrightarrow{k_1} + L \cos \varphi \overrightarrow{k_1}).$

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\varphi} \overrightarrow{k_2} + \dot{\theta} \overrightarrow{j_0} \\ L \dot{\varphi} \overrightarrow{j_2} - \dot{\theta} (R \overrightarrow{k_1} + L \cos \varphi \overrightarrow{k_1}) \end{array} \right\}_C.$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} &= \frac{d}{dt} [\overrightarrow{V(C,2/0)}]_{\mathcal{R}_0} \\ &= \frac{d}{dt} [L \dot{\varphi} \overrightarrow{j_2} - \dot{\theta} (R \overrightarrow{k_1} + L \cos \varphi \overrightarrow{k_1})]_{\mathcal{R}_0}. \end{aligned}$$

Calculons :

- $\frac{d}{dt} [\overrightarrow{j_2}]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = (\dot{\theta} \overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi} \overrightarrow{k_2}) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\varphi} \overrightarrow{k_2} \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta} \sin \varphi \overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi} \overrightarrow{i_2}.$
- $\frac{d}{dt} [\overrightarrow{k_1}]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\theta} \overrightarrow{i_1}.$

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L \dot{\varphi} \overrightarrow{j_2} + L \dot{\varphi} (\dot{\theta} \sin \varphi \overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi} \overrightarrow{i_2}) - \dot{\theta} (R \overrightarrow{k_1} + L \cos \varphi \overrightarrow{k_1}) - \dot{\theta} (R \dot{\theta} \overrightarrow{i_1} + L \cos \varphi \dot{\theta} \overrightarrow{i_1} - L \dot{\varphi} \sin \varphi \overrightarrow{k_1}).$$

Exercice 140 – Mouvement RT – RSG **
B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}.$$

D'une part, $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \lambda \overrightarrow{i_1}.$

D'autre part, en utilisant le roulement sans glissement en I, $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(I,1/0)} + \overrightarrow{BI} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} + (-\lambda(t) \overrightarrow{i_1} - R \overrightarrow{j_0}) \wedge \dot{\theta} \overrightarrow{k_0} = -\dot{\theta} (\lambda(t) \overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{k_0} + R \overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{k_0}) = \dot{\theta} (\lambda(t) \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0}).$

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \lambda \overrightarrow{i_1} + \dot{\theta} (\lambda(t) \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0}).$

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \overrightarrow{k_0} \\ \lambda \overrightarrow{i_1} + \dot{\theta} (\lambda(t) \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0}) \end{array} \right\}_B.$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{V(B,2/0)} \right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t) \dot{\theta} \overrightarrow{j_1} + \ddot{\theta}(t) (\lambda(t) \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0}) + \dot{\theta}(t) (\dot{\lambda}(t) \overrightarrow{j_1} - \lambda(t) \dot{\theta} \overrightarrow{i_1}).$$

Exercice 141 – Pompe à palettes *
B2-13

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

En utilisant la décomposition du vecteur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_1}$.
 - $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -\lambda(t) \overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}(t) \overrightarrow{k_0} = \lambda(t) \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1}$.
- $$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}(t) \overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_1} + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B.$$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{V(B,2/0)} \right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} + \dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} + \lambda(t) \ddot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} - \lambda(t) \dot{\theta}^2(t) \overrightarrow{i_1}.$$

Exercice 142 – Pompe à piston axial *
B2-13

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = e \sin \theta + R$ ou encore $\dot{\lambda}(t) = e \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$ (voir exercice 268).

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{j_0} \end{array} \right\}_C.$$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \overrightarrow{j_0}.$$

Exercice 143 – Système bielle manivelle *
B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = \pm \sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)} + R \sin \theta(t)$ et $\dot{\lambda}(t) = \pm \left(\frac{R^2 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \sin \theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)}} \right) + \dot{\theta}(t) R \cos \theta(t)$. (à vérifier – voir exercice 269).

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

On commence par calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Méthode 1 – dérivation vectorielle :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AB}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} [R \overrightarrow{i_1}]_{\mathcal{R}_0} = R \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1}$.

- **Méthode 2 – formule de changement de point :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -R \overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta} t \overrightarrow{k_0} = R \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1}$.

$$\text{On a alors, } \{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\phi}(t) \overrightarrow{k_0} \\ R \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B.$$

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ et au point C.

$$\text{On a, } \{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\phi}(t) \overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{j_0} \end{array} \right\}_C.$$

Par ailleurs, on peut remarquer que $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/0)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/0)} = R \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} + L \overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\phi}(t) \overrightarrow{k_0} = R \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} - L \dot{\phi}(t) \overrightarrow{j_2}$.

On a donc nécessairement $\dot{\lambda}(t) \overrightarrow{j_0} = R \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} - L \dot{\phi}(t) \overrightarrow{j_2}$

$$\Rightarrow \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{j_0} = R \dot{\theta}(t) (\cos \theta(t) \overrightarrow{j_0} - \sin \theta(t) \overrightarrow{i_0}) - L \dot{\phi}(t) (\cos \varphi(t) \overrightarrow{j_0} - \sin \varphi(t) \overrightarrow{i_0}).$$

On a donc :

$$\begin{cases} 0 = -R \dot{\theta}(t) \sin \theta(t) + L \dot{\phi}(t) \sin \varphi(t) \\ \dot{\lambda}(t) = R \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) - L \dot{\phi}(t) \cos \varphi(t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R \dot{\theta}(t) \sin \theta(t) = L \dot{\phi}(t) \sin \varphi(t) \\ \dot{\lambda}(t) - R \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) = L \dot{\phi}(t) \cos \varphi(t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi(t) = \frac{R \dot{\theta}(t) \sin \theta(t)}{\dot{\lambda}(t) - R \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)}$$

Il resterait à supprimer $\varphi(t)$ pour (espérons-le) retomber sur la loi entrée-sortie cinématique.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{V(B,2/0)} \right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} \left[R \dot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} \right]_{\mathcal{R}_0} = R \ddot{\theta}(t) \overrightarrow{j_1} - R \dot{\theta}^2(t) \overrightarrow{i_1}.$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{V(C,2/0)} \right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \overrightarrow{j_0}.$$

Exercice 144 – Système de transformation de mouvement *

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 270).

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(3/0)\}$ au point B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,3/0)}$.

Exercice 145 – Barrière Sympact **

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 271).

Question 1 En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(3/2)\}$ au point B.

Exercice 146 – Système 4 barres ***

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 274). On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L \overrightarrow{x_1}$.

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point G.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(G,1/0)}$.

Exercice 147 – Maxpid ***

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Par ailleurs $a = 107,1 \text{ mm}$, $b = 80 \text{ mm}$, $c = 70 \text{ mm}$, $d = 80 \text{ mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 275).

On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L \overrightarrow{x_4}$.

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(4/0)\}$ au point G.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(G,4/0)}$.

Exercice 148 – Mouvement RR – RSG **

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

En utilisant la décomposition du vecteur vitesse : $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- Calcul de $\overrightarrow{V(B,2/1)}$:** $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{V(A,2/1)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)}$. 2 et 1 étant en pivot d'axe $(A, \overrightarrow{k_0})$, on a $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0} - L \overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t) \overrightarrow{k_0} = L \dot{\varphi}(t) \overrightarrow{j_2}$.
- Calcul de $\overrightarrow{V(B,1/0)}$:** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(I,1/0)} + \overrightarrow{BI} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} - L \overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\varphi}(t) \overrightarrow{k_0}$. En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement : $\overrightarrow{V(B,1/0)} = (-L \overrightarrow{i_1} - R \overrightarrow{j_0}) \wedge \dot{\theta}(t) \overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}(t) (L \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0})$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L \dot{\varphi}(t) \overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t) (L \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0})$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = (\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)) \overrightarrow{k_0} \\ L \dot{\varphi}(t) \overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t) (L \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0}) \end{array} \right\}_B.$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B, 2/0)}$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma(B, 2/0)} &= \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{V(B, 2/0)} \right]_{\mathcal{R}_0} \\ &= \frac{d}{dt} \left[L \dot{\varphi}(t) \overrightarrow{j_2} \right]_{\mathcal{R}_0} + \frac{d}{dt} \left[\dot{\theta}(t) (L \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0}) \right]_{\mathcal{R}_0} \\ &= L \ddot{\varphi}(t) \overrightarrow{j_2} - L \dot{\varphi}(t) (\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)) \overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t) (L \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0}) - L \dot{\theta}^2(t) \overrightarrow{i_1}.\end{aligned}$$

2.5.7 Modéliser une action mécanique

Exercice 149 – La Seine Musicale *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS , noté $d\overrightarrow{F}_{vent}$.

Question 2 Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe (O, \overrightarrow{z}) , $\overrightarrow{\mathcal{M}}(O, vent \rightarrow demi-voile) \cdot \overrightarrow{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe (O, \overrightarrow{z}) en fonction de R, f et a .

Question 3 On définit F_{vent} tel que $(\overrightarrow{OC_G} \wedge F_{vent} \overrightarrow{x_{C_G}}) \cdot \overrightarrow{z} = \overrightarrow{\mathcal{M}}(O, vent \rightarrow demi-voile) \cdot \overrightarrow{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.

Question 4 Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal ? Déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.

Exercice 150 – Banc Balafre *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175 \text{ mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150 \text{ mm}$. La position du point B , centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B \overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425 \text{ mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40 \text{ kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193 \text{ mm}$;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280 \text{ mm}$ et $R_{CB} = 150 \text{ mm}$.

On souhaite déterminer la résultante des actions de pression du fluide sur le joint (rotor). On rappelle qu'un élément de surface dS autour d'un point M sur une surface cylindrique de rayon R_J s'exprime $dS = R_J d\theta dz$.

Question 1 Exprimer au point M le torseur $\{dT_{f \rightarrow J_R}\}$ de l'action de pression du fluide sur un élément de surface dS joint en fonction de $p(t)$, dS et $\overrightarrow{u}(\theta)$.

Question 2 En déduire l'expression en B du torseur $\{T_{f \rightarrow J_R}\}$ de l'action de pression du fluide sur l'ensemble du joint.

2.5.8 Décrire le comportement d'un système séquentiel

Exercice 151 – Le banc balafre *

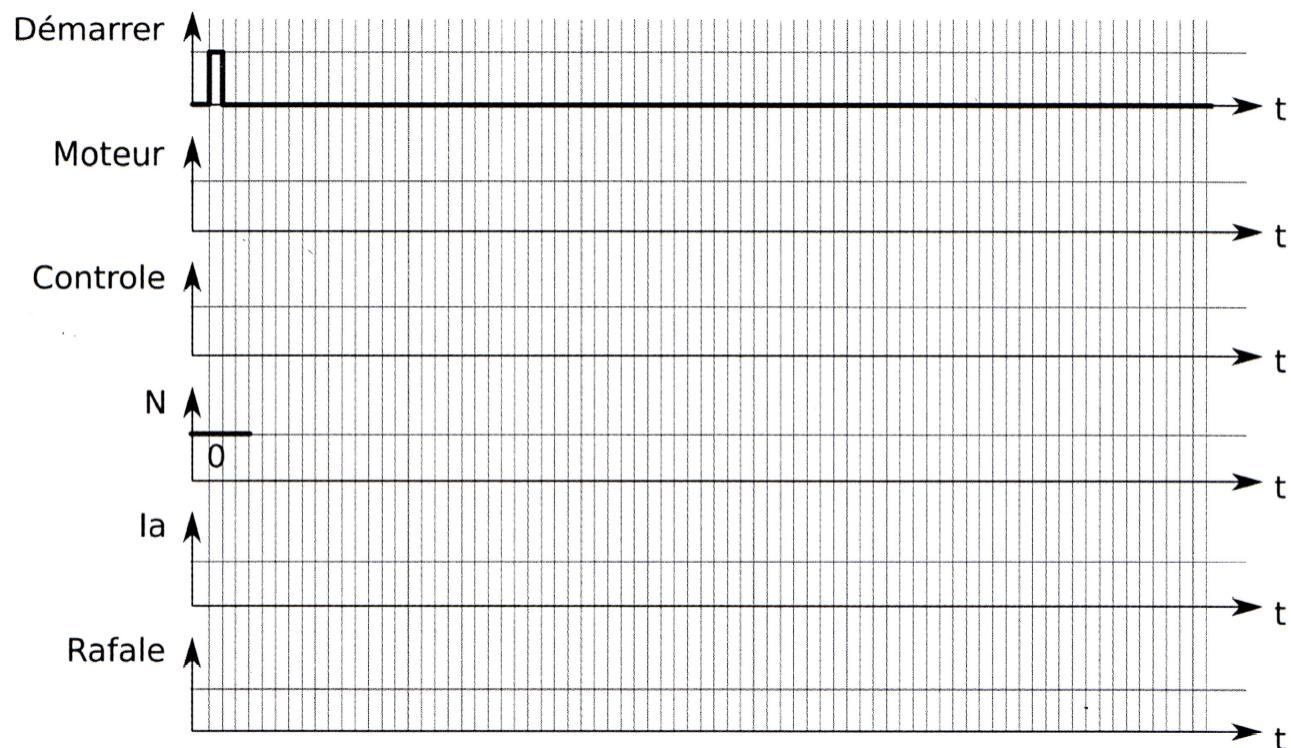
B2-17 Pas de corrigé pour cet exercice.

Les variables suivantes permettent de réaliser le suivi d'un processus de mesure :

- Démarrer est une variable booléenne. Elle devient vraie, lorsque l'opérateur a saisi le nombre Na de cycles qu'il souhaite réaliser et la durée T_1 de chaque cycle, et qu'il a validé sa saisie.
- Moteur est une variable qui vaut 1 lorsque le moteur a atteint sa vitesse de consigne (supposée non nulle, la vitesse nulle n'étant pas une consigne d'intérêt pratique pour le banc d'essais). Quand Moteur a atteint la valeur 1, seul le retour à l'arrêt peut modifier l'état de cette variable en la faisant repasser à 0. On considère qu'il faut 5 s pour atteindre la vitesse de consigne ou revenir à l'arrêt.
- Controle est une variable qui décrit le résultat des contrôles de la chaîne d'acquisition :
 - Controle=0 si les contrôles n'ont pas été effectués;

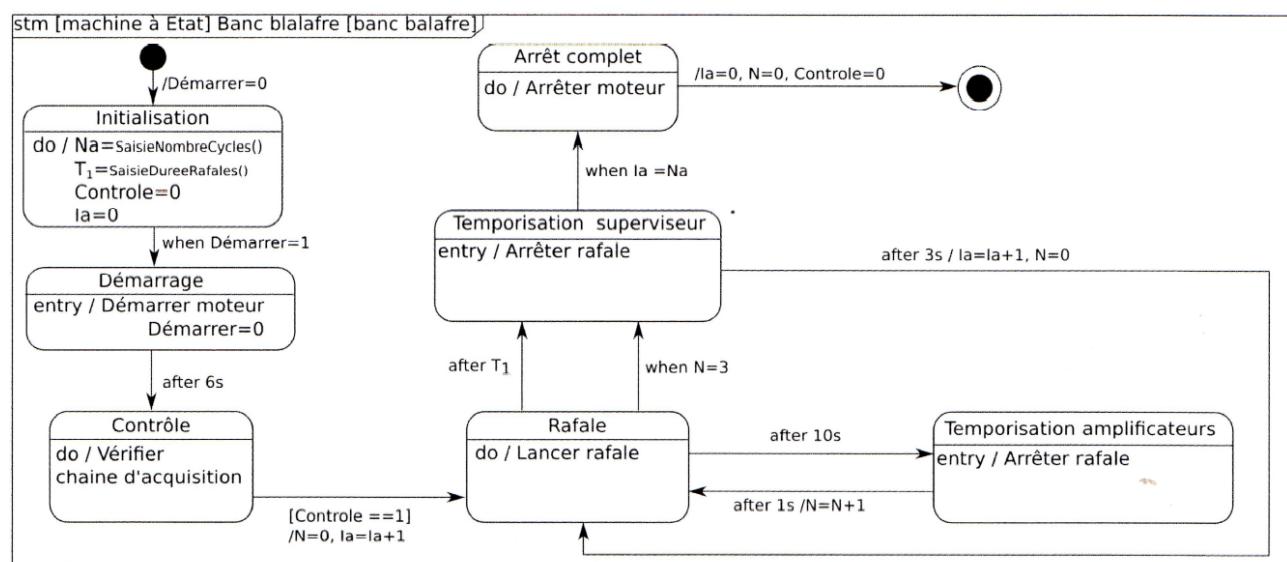
- Contrôle=1 si les contrôles sont terminés et que tout est en ordre de marche;
- Contrôle=2 si les contrôles ont détecté une anomalie.
- Rafale est une variable qui vaut 1 si une rafale est en cours, et 0 sinon.

Question 1 On souhaite réaliser un cycle de rafale de huit secondes. En suivant le diagramme d'état de la figure 3.1, et en supposant que le contrôle soit réalisé en 1 seconde et conclue à ce que tout soit en ordre de marche, compléter le chronogramme.



Pour un fonctionnement sûr de l'installation, le système doit arrêter les moteurs si les contrôles détectent une anomalie.

Question 2 Modifier le diagramme d'état ci-dessous pour prendre en compte ce cas de figure.



2.5.9 Modéliser un convertisseur électromécanique

Exercice 152 – Le banc balafre *

[] Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 En utilisant les informations de la plaque signalétique, montrer que le moteur possède $p = 1$ paire de pôles.

Question 2 À partir de la plaque signalétique, en détaillant les calculs, déterminer le glissement en fonctionnement nominal g_N ainsi que le couple utile nominal C_{uN} .

Question 3 Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} fournie au rotor en fonction de U_S (valeur efficace de la tension U_S), de la résistance R , du glissement g de l'inductance L_c et de la pulsation d'alimentation ω du moteur.

Question 4 Exprimer la puissance électromécanique P_{EM} en fonction du couple électromagnétique C_{EM} et de la vitesse de rotation Ω de l'arbre moteur.

Question 5 Exprimer la vitesse de rotation Ω de l'arbre en fonction du glissement g et de la vitesse de synchronisme Ω_S . En déduire l'expression du couple électromagnétique C_{EM} en fonction de U_S^2 , ω , g , R , L_c , et p (le nombre de paires de pôles par phase).

Question 6 En précisant bien vos hypothèses, justifier que l'expression du couple utile disponible sur l'arbre moteur est $C_u = \frac{3pU_S^2}{\omega} \cdot \frac{\frac{R}{g}}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (L_c \omega)^2}$.

Question 7 À l'aide des points A, B, C et D, identifier sur cette courbe le point de fonctionnement nominal, le démarrage du moteur, le point de synchronisme, la zone de fonctionnement instable du moteur.

Question 8 En déduire l'expression de L_c en fonction de p , U_S , C_M et ω et faire l'application numérique.

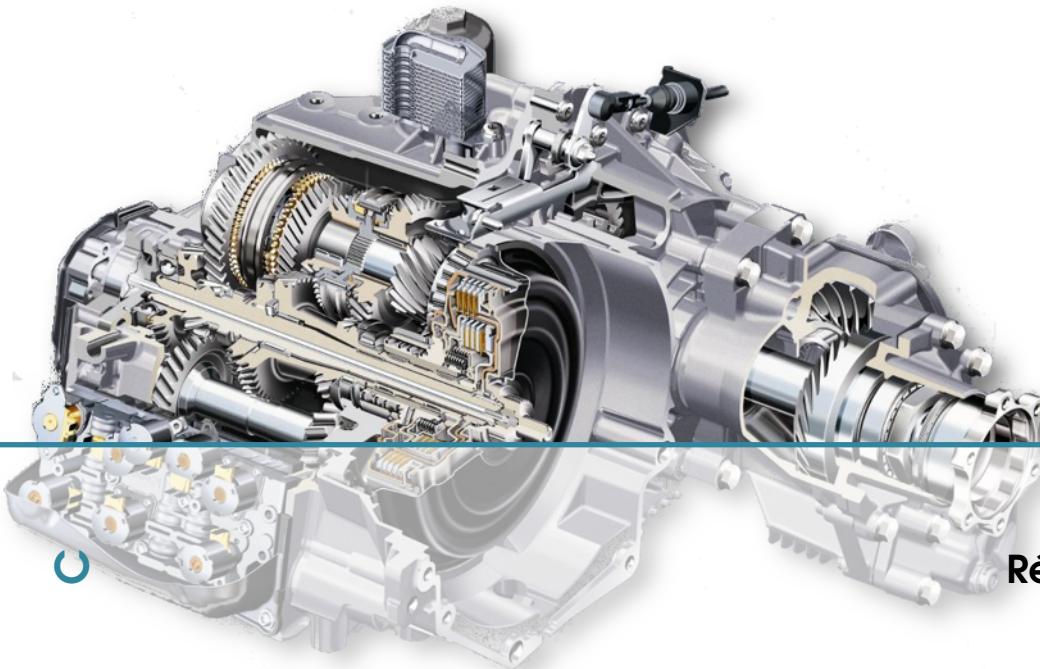
Question 9 Que peut-on dire de R/g par rapport à $L_c \omega$ au voisinage du point de fonctionnement nominal ? En déduire l'expression de R en fonction du couple nominal C_N , du glissement nominal g_N , de p , U_S et de ω .

Question 10 Déterminer quelle fréquence doit être imposée par le variateur pour maintenir une vitesse de 6000 tr min⁻¹ en présence d'un couple résistant correspondant au couple $C_{res} = 300$ Nm défini par l'exigence 1.01 du cahier des charges.

2.6 B3 – Valider un modèle

Chapitre 3

Résoudre



Sciences

Résoudre | Industrielles de
l'Ingénieur

C2

Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

3.1	C1 – Proposer une démarche de résolution	64
3.1.1	C1-05 – Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS	64
3.1.2	Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD	68
3.2	C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique	70
3.2.1	Déterminer la réponse fréquentielle	70
3.2.2	C2-03 – Déterminer les performances d'un système asservi	71
3.2.3	C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques	72
3.2.4	C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques	76
3.2.5	C2-07 – Déterminer les actions mécaniques en statique	83
3.2.6	Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.	85
3.2.7	Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.	88
3.2.8	Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus	89
3.2.9	Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC	92
3.3	C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique	98
3.4	C1 – Proposer une démarche de résolution	99
3.4.1	C1-05 – Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS	99
3.4.2	Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD	102
3.5	C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique	104
3.5.1	Déterminer la réponse fréquentielle	104
3.5.2	C2-03 – Déterminer les performances d'un système asservi	104
3.5.3	C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques	105
3.5.4	C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques	117
3.5.5	C2-07 – Déterminer les actions mécaniques en statique	123
3.5.6	Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.	125
3.5.7	Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.	128
3.5.8	Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – Lois de mouvement 1D	128
3.5.9	Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus	130
3.5.10	Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC	132
3.6	C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique	135

3.1 C1 – Proposer une démarche de résolution

3.1.1 C1-05 – Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS

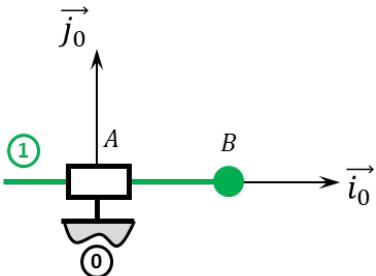
Exercice 153 – Mouvement T – *

B2-14

B2-15

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$. On note m_1 la masse du solide 1. On note G le centre d'inertie de 1 tel que $\overrightarrow{BG} = \ell \vec{j}_1$. La pesanteur est telle que $\vec{g} = -g \vec{i}_0$. Un vérin pneumatique positionné entre 1 et 0 permet de maintenir 1 en équilibre.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir 1 en équilibre.

Indications :

1. .
2. $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{01} \vec{j}_1 + Z_{01} \vec{k}_1 \\ L_{01} \vec{i}_1 + M_{01} \vec{j}_1 + N_{01} \vec{k}_1 \end{array} \right\}_A$,
 $\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{i}_1 \\ 0 \end{array} \right\}_G$, $\{\mathcal{F}(\text{ver} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} F_v \vec{i}_1 \\ 0 \end{array} \right\}_G$.
3. $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{01} \vec{j}_1 \\ N_{01} \vec{k}_1 \end{array} \right\}_A$, $\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{i}_1 \\ 0 \end{array} \right\}_G$, $\{\mathcal{F}(\text{ver} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} F_v \vec{i}_1 \\ 0 \end{array} \right\}_G$.
4. TRS suivant \vec{i}_0 .

Corrigé voir 243.

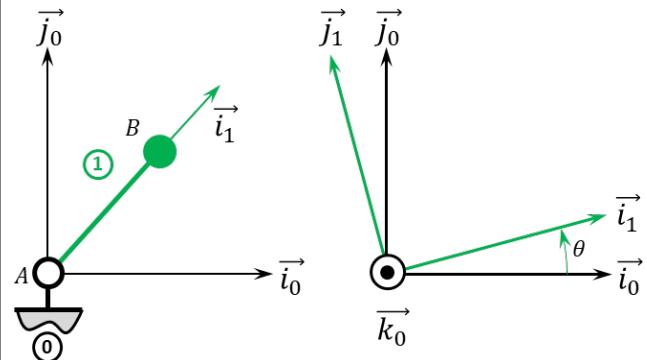
Exercice 154 – Mouvement R – *

B2-14

B2-15

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur dont l'action mécanique sur 1 est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m \vec{k}_0$. On note m_1 la masse du solide 1 et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir 1 en équilibre.

Indications :

1. .
2. $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01} \vec{i}_1 + Y_{01} \vec{j}_1 + Z_{01} \vec{k}_1 \\ L_{01} \vec{i}_1 + M_{01} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_A$,
 $\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{j}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_B$, $\{\mathcal{F}(\text{Mot} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_A$.
3. $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01} \vec{i}_1 + Y_{01} \vec{j}_1 \\ M_{01} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_A$, $\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{j}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_B$, $\{\mathcal{F}(\text{Mot} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_A$.
4. TMS en A en projection sur \vec{k}_0 .

Corrigé voir 303.

Exercice 155 – Mouvement TT – *

B2-14

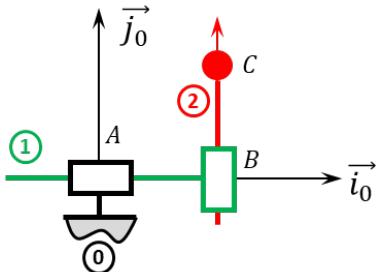
B2-15

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, et m_1 sa masse. $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2 et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 245.

Exercice 156 – Mouvement RR *

B2-14

B2-15

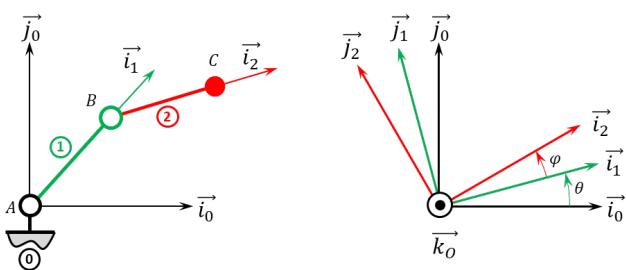
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15 \text{ mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2}R \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de **1**;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2}L \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 246.

Exercice 157 – Mouvement RT *

B2-14

B2-15

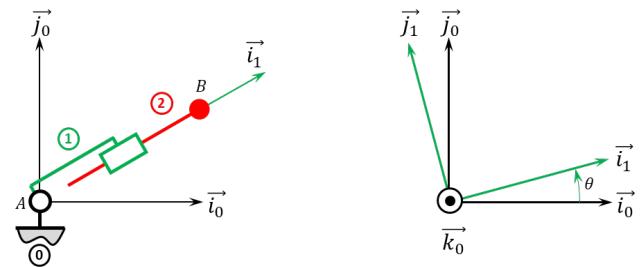
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1 \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de **1**;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 247.

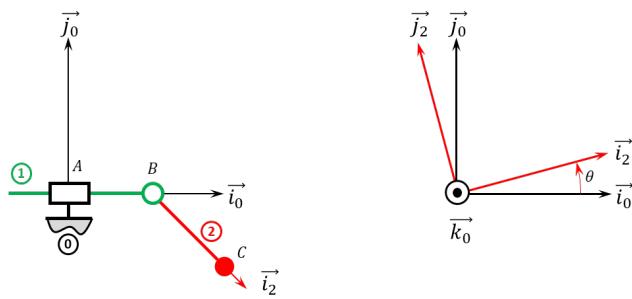
Exercice 158 – Mouvement RT *
B2-14
B2-15
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$ avec $R = 30\text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, on note m_1 la masse de 1;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2 la masse de 2.

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet de maintenir 1 en équilibre. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet de maintenir 2 en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 248.

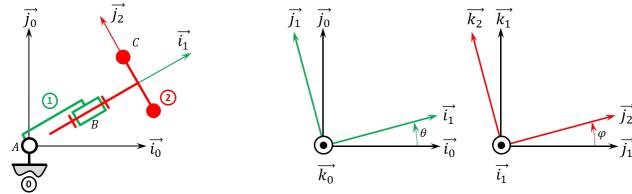
Exercice 159 – Mouvement RR 3D **
B2-14
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$. On note $R + \ell = L = 20\text{ mm}$ et $r = 10\text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, on note m_1 la masse de 1;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2 tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet de maintenir 1 en équilibre. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet de maintenir 2 en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 249.

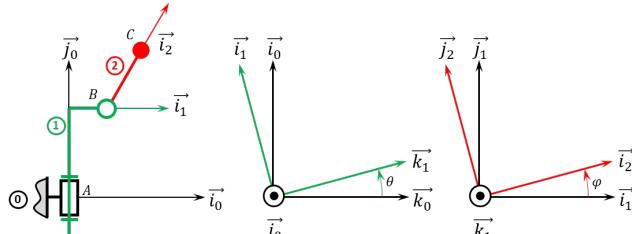
Exercice 160 – Mouvement RR 3D **
B2-14
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$. On a $H = 20\text{ mm}$, $r = 5\text{ mm}$, $L = 10\text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1 tel que $\overrightarrow{AG_1} = H \vec{j}_1$, on note m_1 la masse de 1;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2 la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet de maintenir 1 en équilibre. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet de maintenir 2 en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

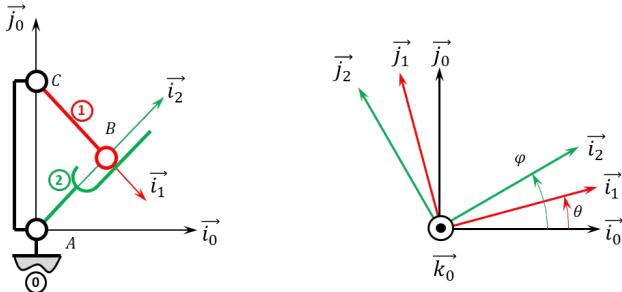
Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 261.

Exercice 161 – Barrière Sympact **
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{CB} = R \vec{i}_1$. De plus, $H = 120\text{ mm}$ et $R = 40\text{ mm}$.



On néglige la pesanteur sur la pièce 1.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique du moteur sur la pièce 1.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_r \vec{k}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce 2. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de 45 Nm pour un angle de rotation 100° . On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ($\varphi_o = \frac{\pi}{2}$). Il est au maximum lorsque $\varphi_f = 0$.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{l} -Mg \vec{j}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{\forall G}$ avec $\overrightarrow{AG} = L \vec{i}_2$.

Question 1 Réaliser un graphe d'analyse.

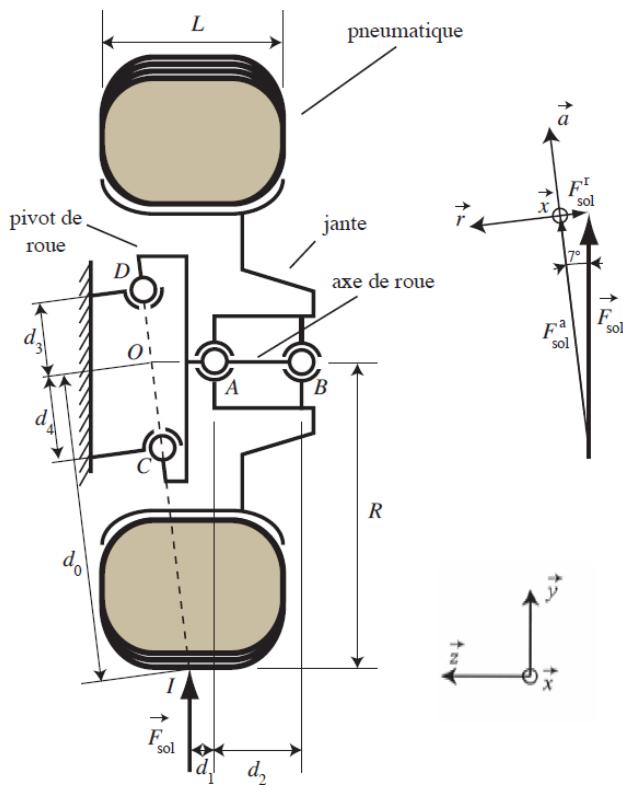
Question 2 Expliciter C_r en fonction des différents constantes (k , φ_o , φ_f) et celles qui vous sembleraient utile.

Question 3 Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.

Corrigé voir 251.

Exercice 162 – Suspension automobile **
B2-14
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes : F_C^a (respectivement F_C^r , F_C^x) désignera la composante suivant \vec{a} (respectivement \vec{r} , \vec{x}) de l'effort extérieur exercé en C . On procédera de même pour le point D .



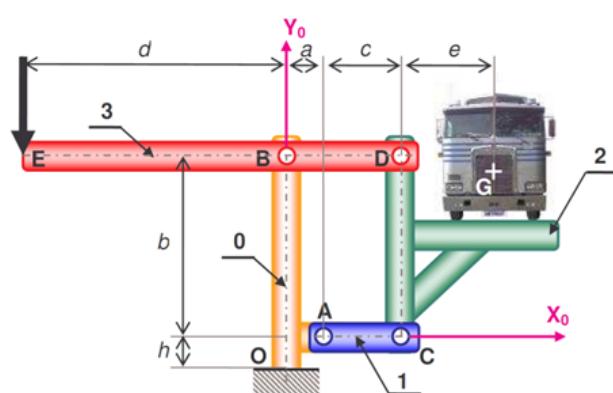
Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Peut-on résoudre complètement le système ? Pourquoi ?

Corrigé voir 252.

Exercice 163 – Pèse camion **
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère un bâti 0 auquel est attaché le repère $\mathcal{R} = (O; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$. Le champ de pesanteur est $\vec{g} = -g \vec{y}_0$. La barre 1 est liée au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe (A, \vec{z}_0). Le plateau porte camion 2 est lié à la barre 1 par une liaison pivot parfaite d'axe (C, \vec{z}_0). Le levier 3 est lié au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe (B, \vec{z}_0). Ce levier est également lié au plateau 2 par une liaison pivot parfaite d'axe (D, \vec{z}_0). Le camion 4, de centre de masse G et de masse M inconnue, repose sur le plateau 2. L'action mécanique connue est caractérisée par : $\{\text{ext} \rightarrow 3\} = \left\{ \begin{array}{l} -F \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E$.



Question 1 Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.

Question 2 Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de F en fonction de M .

Corrigé voir 253.

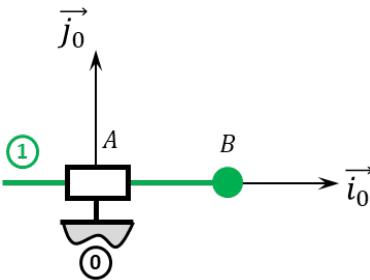
3.1.2 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD

Exercice 164 – Mouvement T – *

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$. On note m_1 la masse du solide 1. On note G le centre d'inertie de 1 tel que $\vec{BG} = \ell \vec{j}_1$. La pesanteur est telle que $\vec{g} = -g \vec{i}_0$. Un vérin positionné entre 1 et 0 permet d'actionner la pièce 1. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de 1 par rapport à \mathcal{R}_0 .

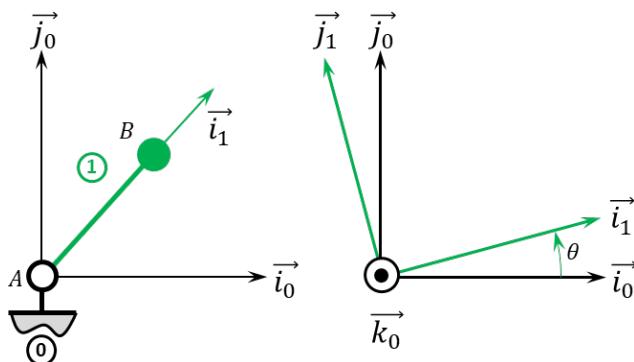
Corrigé voir 254.

Exercice 165 – Mouvement R *

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\vec{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20\text{ mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur 1 est donnée par $\vec{C_m} = C_m \vec{k}_0$. On note m_1 la masse du solide 1 et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de 1 par rapport à \mathcal{R}_0 .

Corrigé voir 255.

Exercice 166 – Mouvement TT – *

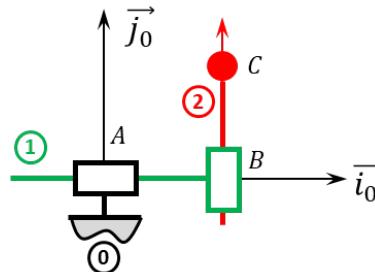
B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\vec{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, et m_1 sa masse. $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2 et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un vérin électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les lois de mouvement de 1 et de 2 par rapport à \mathcal{R}_0 .

Corrigé voir 256.

Exercice 167 – Mouvement RR *

B2-14

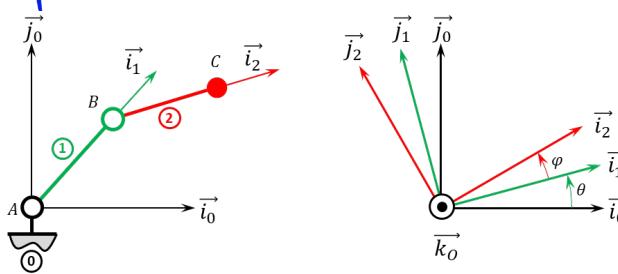
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\vec{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20\text{ mm}$ et $\vec{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15\text{ mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de 1 et $\vec{AG}_1 = \frac{1}{2} R \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de 1;
- G_2 désigne le centre d'inertie de 2 et $\vec{BG}_2 = \frac{1}{2} L \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de 1 et de 2 par rapport à \mathcal{R}_0 .

Corrigé voir 257.

Exercice 168 – Mouvement RT *

B2-14

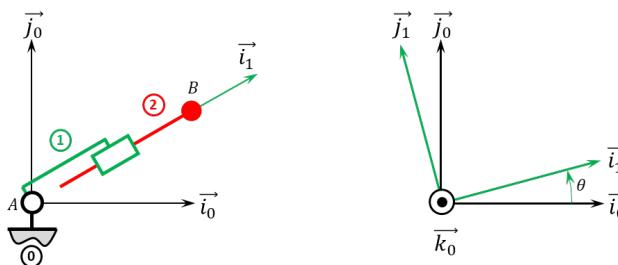
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de 1 et $\overrightarrow{AG_1} = L_1 \overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de 1 ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2 la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un vérin électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de 1 et de 2 par rapport à \mathcal{R}_0 .

Corrigé voir 258.

Exercice 169 – Mouvement RT *

B2-14

C1-05

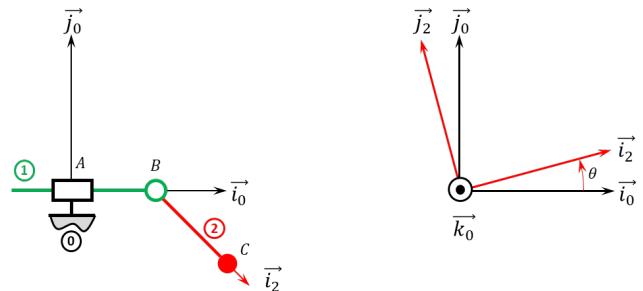
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R \overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, on note m_1 la masse de 1 ;

- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2 la masse de 2.

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de 1 et de 2 par rapport à \mathcal{R}_0 .

Corrigé voir 259.

Exercice 170 – Mouvement RR 3D **

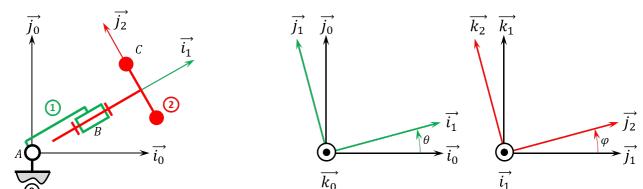
B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell \overrightarrow{i_2} + r \overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$ et $r = 10 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, on note m_1 la masse de 1 ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de 2 tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell \overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de 1 et de 2 par rapport à \mathcal{R}_0 .

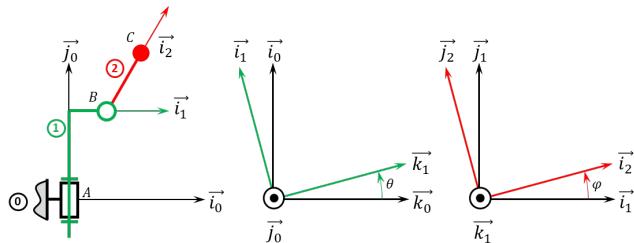
Corrigé voir 260.

Exercice 171 – Mouvement RR 3D **
B2-14
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$. On a $H = 20\text{ mm}$, $r = 5\text{ mm}$, $L = 10\text{ mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H \vec{j}_1$, on note m_1 la masse de **1**;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à \mathcal{R}_0 .

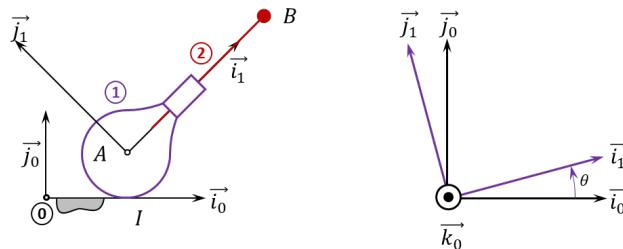
Corrigé voir 261.

Exercice 172 – Mouvement RT – RSG **
B2-14
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$. De plus $R = 15\text{ mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point **I**. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de **1**;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points **A** et **B**.



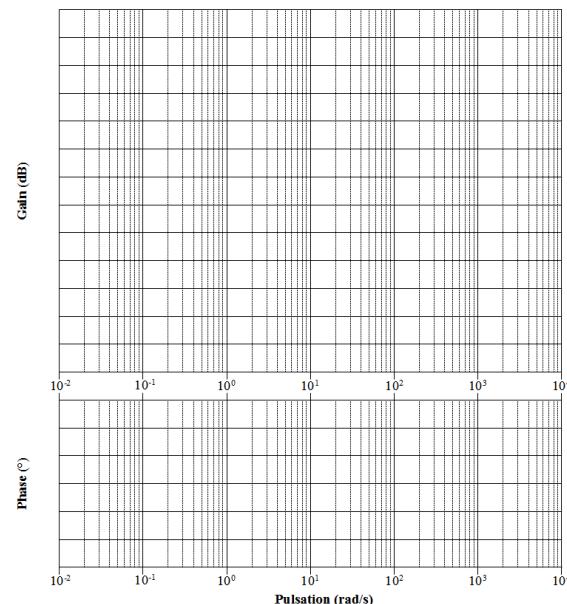
Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à \mathcal{R}_0 .

Corrigé voir 262.

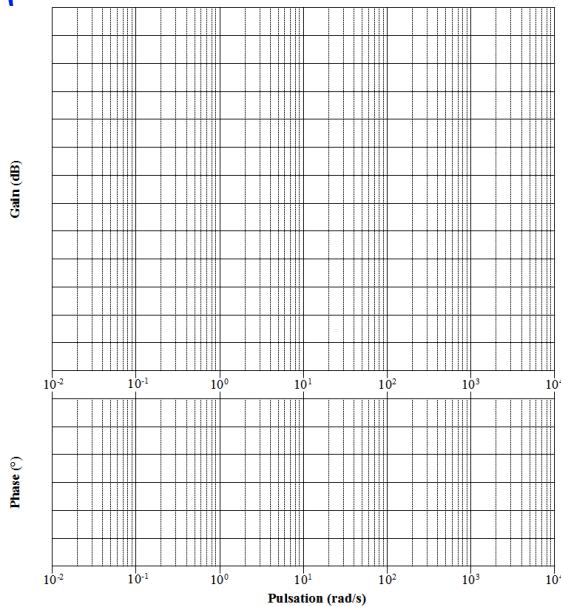
3.2 C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

3.2.1 Déterminer la réponse fréquentielle

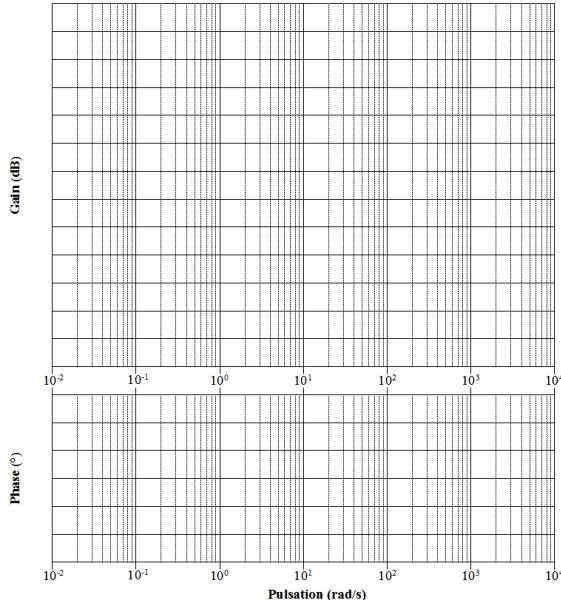
Exercice 173 – Ecart*
C2-02 Pas de corrigé pour cet exercice.


Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_1(p) = \frac{15}{1 + 10p}$.

Question 2 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_2(p) = \frac{10}{(1 + 10p)(10 + p)}$.



Question 3 Tracer le diagramme de Bode fonction de transfert suivante : $F_3(p) = \frac{40}{p(1+300p)}$.

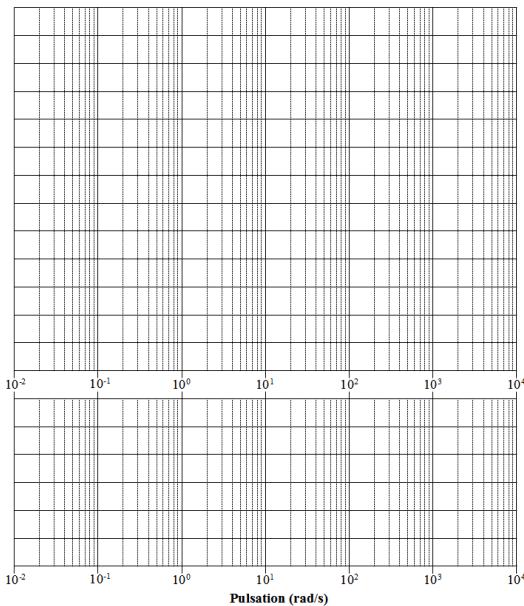


Corrigé voir 264.

Exercice 174 – Ecart*

C2-02 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_1(p) = \frac{200}{p(1+20p+100p^2)}$.



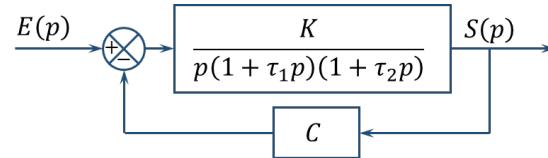
Corrigé voir 264.

C2-03 – Déterminer les performances d'un système asservi

Exercice 175 – Valeur finale*

C2-03

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 Déterminer la valeur finale de $s(t)$ lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude E_0 .

Question 2 En déduire la valeur de l'erreur statique.

Question 3 Déterminer la valeur finale de $s(t)$ lorsque l'entrée est une rampe de pente k .

Question 4 En déduire la valeur de l'erreur de traînage.

Question 5 Qu'en est-il si $C = 1$?

Éléments de corrigé :

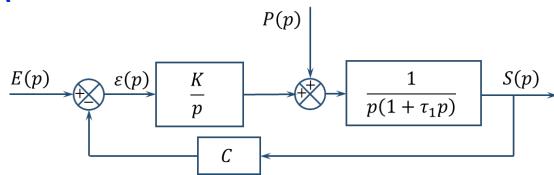
1. $s_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{E_0}{p} \frac{K}{p(1+\tau_1p)(1+\tau_2p)+CK} = \frac{E_0}{C}$.
2. $\lim_{t \rightarrow +\infty} (e(t) - s(t)) = E_0 - \frac{E_0}{C}$.
3. $s_\infty = \infty$.
4. $\epsilon_v = \infty$.
5. $\epsilon_v = \frac{k}{K}$.

Corrigé voir 265.

Exercice 176 – Ecart*

C2-03 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $E(p)$ et $P(p)$.

Question 2 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est un échelon d'amplitude E_0 et $P(p)$ est un échelon d'amplitude P_0 .

Question 3 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est un échelon d'amplitude E_0 et $P(p)$ est une rampe de pente P_0 .

Question 4 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est une rampe de pente E_0 et $P(p)$ est un échelon d'amplitude P_0 .

Question 5 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est une rampe de pente E_0 et $P(p)$ est une rampe de pente P_0 .

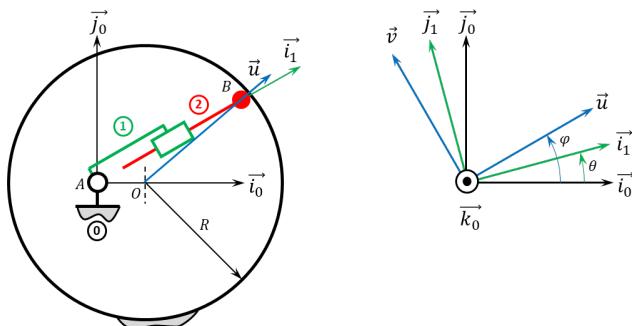
Corrigé voir 266.

3.2.3 C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 177 – Pompe à piston radial *

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$. De plus $e = 10\text{ mm}$ et $R = 20\text{ mm}$. Le contact entre 0 et 2 en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 3 En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 4 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

On prendra une section de piston 2 de 1 cm^2 et une fréquence de rotation de $\dot{\theta}(t) = \pi \times 2 \text{ rad s}^{-1}$. **Question**

5 Exprimer le débit instantané de la pompe.

Question 6 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\text{ mm}$ et $e = 15\text{ mm}$.

Question 7 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\text{ mm}$ pour une pompe à 5 pistons (5 branches 1+2).

Indications (à vérifier...):

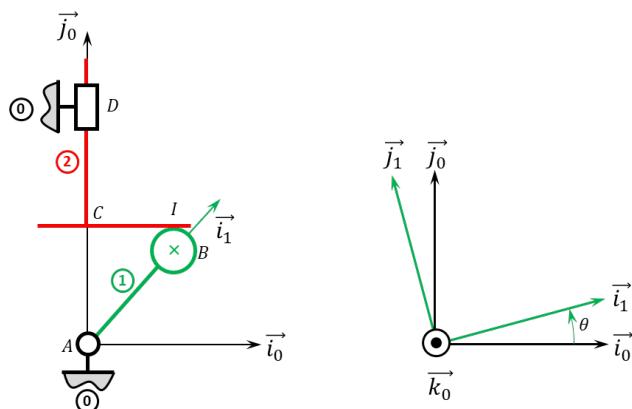
1. .
2. $\lambda(t) = e \cos \theta(t) \pm \sqrt{e^2 \cos^2 \theta(t) - e^2 + R^2}$.
3. .
4. $q(t) = S \dot{\lambda}(t)$.
5. .

Corrigé voir 267.

Exercice 178 – Pompe à piston axial *

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \vec{j}_0$. De plus, $e = 10\text{ mm}$ et $R = 20\text{ mm}$. Le contact entre 1 et 2 en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre 0 et 2.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

Question 4 On note S la section du piston 2. Exprimer le débit instantané de la pompe.

Question 5 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\text{ mm}$ et $R = 10\text{ mm}$ ainsi que pour $e = 20\text{ mm}$ et $R = 5\text{ mm}$. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100 \text{ rad s}^{-1}$, la section du piston est donnée par $S = 1 \text{ cm}^2$.

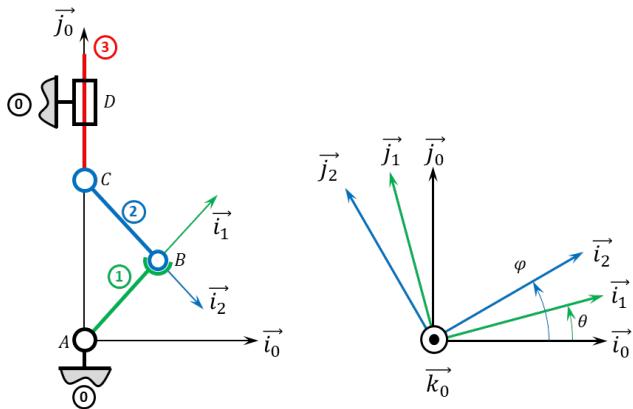
Indications :

1. .
2. $e \sin \theta + R - \lambda(t) = 0$.
3. $\dot{\lambda}(t) = e \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$.
4. $q(t) = e S \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$.
5. .

Corrigé voir 268.

Exercice 179 – Système bielle manivelle **
C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$, $\overrightarrow{CB} = L \vec{i}_2$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \vec{j}_0$.


Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

Question 4 En utilisant Python, tracer la vitesse du piston en fonction du temps. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100 \text{ rad s}^{-1}$, on prendra $R = 10 \text{ mm}$ et $L = 20 \text{ mm}$ puis $L = 30 \text{ mm}$.

Question 5 En utilisant Python, tracer l'accélération du piston en fonction du temps en utilisant les mêmes valeurs que dans la question précédente. On utilisera une dérivation numérique.

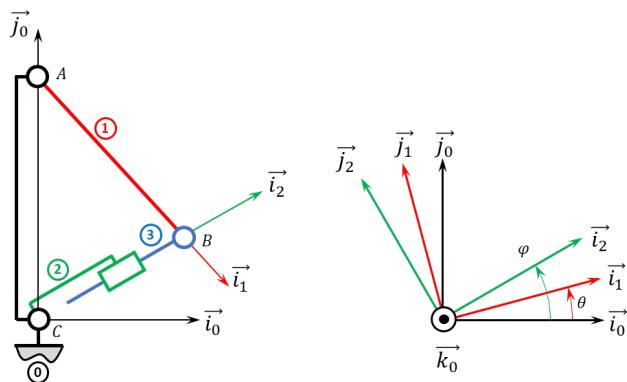
Indications :

1. .
2. $\lambda(t) = \pm \sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)} + R \sin \theta(t)$.
3. $\dot{\lambda}(t) = \pm \left(\frac{R^2 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \sin \theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)}} \right) + \dot{\theta}(t) R \cos \theta(t)$.
4. .
5. .

Corrigé voir 269.

Exercice 180 – Pompe oscillante *
C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{CA} = H \vec{j}_0$. De plus, $H = 120 \text{ mm}$ et $R = 40 \text{ mm}$. Par ailleurs, on note $\overrightarrow{CB} = \lambda(t) \vec{i}_2$.


Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

Question 4 Exprimer le débit instantané de la pompe.

Question 5 En utilisant Python, donner le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour un piston de diamètre $D = 10 \text{ mm}$.

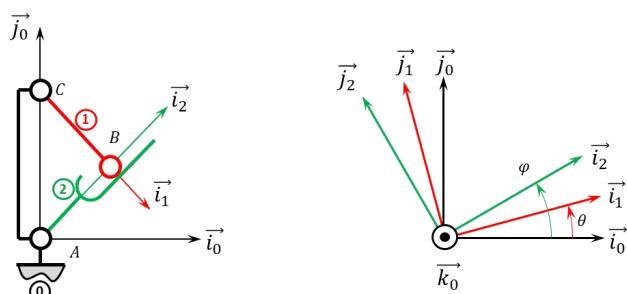
Indications :

1. .
2. $\lambda(t) = \pm \sqrt{R^2 + H^2 + 2HR \sin \theta(t)}$
3. $\dot{\lambda}(t) = \frac{1}{2} (-2HR \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)) (R^2 + H^2 + 2HR \sin \theta(t))^{-\frac{1}{2}}$
4. $q(t) = S \dot{\lambda}(t)$
5. .

Corrigé voir 270.

Exercice 181 – Barrière Sympact *
C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{CB} = R \vec{i}_1$. De plus, $H = 120 \text{ mm}$ et $R = 40 \text{ mm}$.


Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

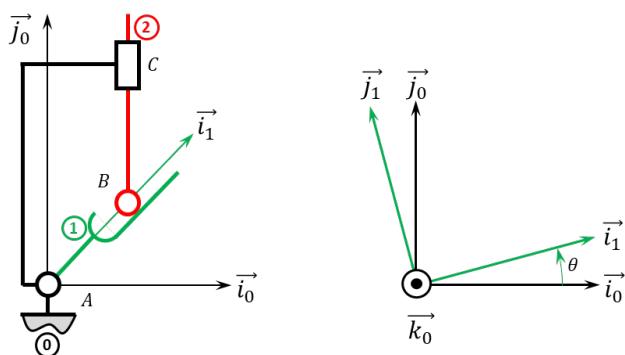
Question 2 Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

Question 4 En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 1 est de 10 tours par minute.

Indications :

1. .
2. $\tan \varphi(t) = \frac{R \sin \theta(t) + h}{R \cos \theta(t)}$.
3. $\dot{\varphi}(t) = \frac{R \dot{\theta}(t)(R + h \sin \theta(t))}{R^2 + h^2 + 2Rh \sin \theta(t)}$.
4. .



Corrigé voir 271.

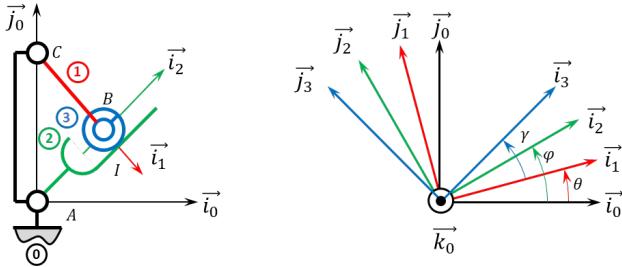
Exercice 182 – Barrière Sympact avec galet **

B2-13

C2-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H \overrightarrow{j}_0$ et $\overrightarrow{CB} = R \overrightarrow{i}_1$. De plus, $H = 120\text{ mm}$ et $R = 40\text{ mm}$.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

Question 4 En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.

Question 5 En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 1 est de 10 tours par minute.

Corrigé voir 272.

Exercice 183 – Poussoir *

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = L \overrightarrow{i}_0 + H \overrightarrow{j}_0$, $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \overrightarrow{j}_0$. De plus, $H = 120\text{ mm}$, $L = 40\text{ mm}$.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\mu(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

Question 4 En utilisant Python, tracer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 1 est de 10 tours par minute.

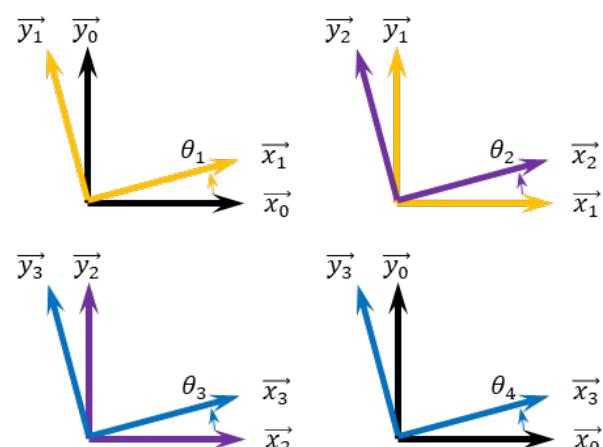
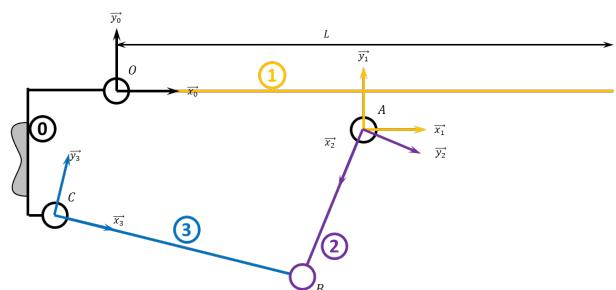
Corrigé voir 273.

Exercice 184 – Système 4 barres **

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a \overrightarrow{x}_1 - f \overrightarrow{y}_1$ avec $a = 355\text{ mm}$ et $f = 13\text{ mm}$;
- $\overrightarrow{AB} = b \overrightarrow{x}_2$ avec $b = 280\text{ mm}$;
- $\overrightarrow{BC} = -c \overrightarrow{x}_3$ avec $c = 280\text{ mm}$;
- $\overrightarrow{OC} = -d \overrightarrow{x}_0 - e \overrightarrow{y}_0$ avec $d = 89,5\text{ mm}$ et $e = 160\text{ mm}$;



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\theta_1(t)$ en fonction de $\theta_4(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$.

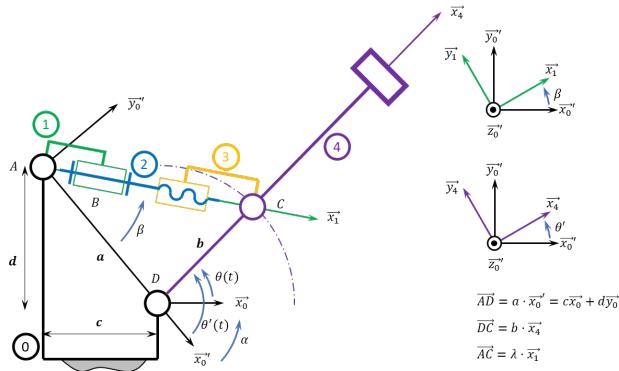
Question 4 En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 1 est de 10 tours par minute.

Corrigé voir 274.

Exercice 185 – Maxpid ***

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\theta(t)$ en fonction de $\lambda(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.

Question 4 Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$, vitesse de rotation du rotor moteur 2 par rapport au stator 1.

Question 5 En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 2 par rapport à 1 est de 500 tours par minute.

Corrigé voir 275.

Exercice 186 – Variateur de Graham^{1***}

D'après ressources de Michel Huguet.

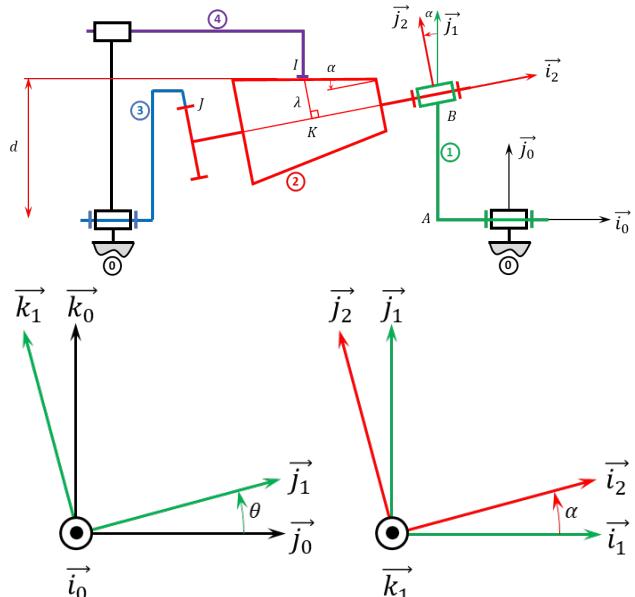
B2-13

C2-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.

- Les éventuelles erreurs de texte font partie intégrante de la difficulté :).



On note $\overrightarrow{AJ} = -L \overrightarrow{i_0} + \frac{d_3}{2} \overrightarrow{j_2}$ et $\overrightarrow{KJ} = -\ell \overrightarrow{i_2} + \frac{d_2}{2} \overrightarrow{j_2}$.

Soit $\mathcal{R} = (A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0})$ un repère lié au bâti 0 du variateur. L'arbre moteur 1 et l'arbre récepteur 3 ont une liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{i_0})$ avec le bâti 0. On pose $\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \omega_1 \overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \omega_3 \overrightarrow{i_0}$.

Soit $\mathcal{R}_1 = (A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_1}, \overrightarrow{k_1})$ et $\mathcal{R}_2 = (B; \overrightarrow{i_2}, \overrightarrow{j_2}, \overrightarrow{k_2})$ deux repères liés respectivement à 1 et 2 tels que \overrightarrow{AB} ait même direction que $\overrightarrow{j_1}$. On pose $\alpha = (\overrightarrow{i_1}, \overrightarrow{i_2})$ constant.

Le satellite 2 a une liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{i_2})$ avec 1. 2 est un tronc de cône de révolution d'axe $(B, \overrightarrow{i_2})$ de demi angle au sommet α . On pose $\overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} = \omega \overrightarrow{i_2}$.

La génératrice de 2 du plan $(O, \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_1})$ la plus éloignée de l'axe $(O, \overrightarrow{i_0})$ est parallèle à $\overrightarrow{i_0}$. Notons d sa distance à l'axe $(O, \overrightarrow{i_0})$

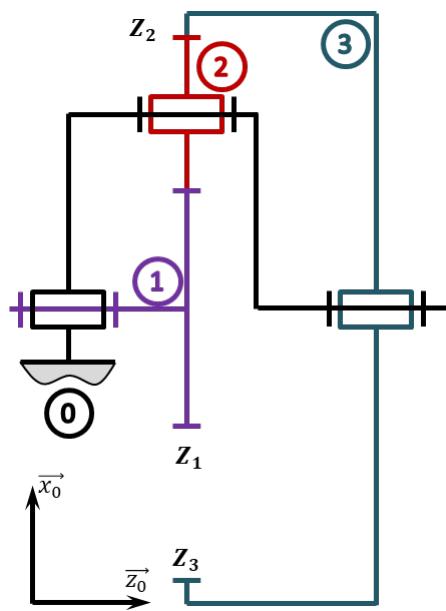
2 roule sans glisser au point I, sur une couronne 4, immobile par rapport à 0 pendant le fonctionnement. Le réglage du rapport de variation s'obtient en déplaçant 4 suivant l'axe $(O, \overrightarrow{i_0})$.

Soit K le centre de la section droite du tronc de cône passant par I. On pose $\overrightarrow{BI} = \lambda \overrightarrow{j_2}$. À l'extrémité de 2 est fixée une roue dentée de n dents, d'axe $(B, \overrightarrow{i_2})$, qui engrène avec une couronne dentée intérieure d'axe $(A, \overrightarrow{i_0})$, de n_2 dents, liée à 3.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 En exprimant que 2 roule sans glisser sur 4 au point I, déterminer ω en fonction de ω_1 , d et λ .

Question 3 Quelle relation obtient-on entre ω_1 , ω_3 et ω en exprimant l'engrenement des deux roues dentées ? (c'est à dire que 2 et 3 rouent sans glisser l'un sur l'autre en J).



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

Question 3 Donner une relation géométrique entre Z_1 , Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.

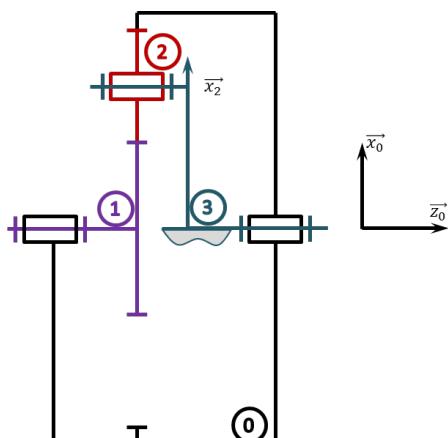
Corrigé voir 290.

Exercice 190 – Train simple *

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

Question 3 Donner une relation géométrique entre Z_1 , Z_{21} , Z_{22} et Z_4 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.

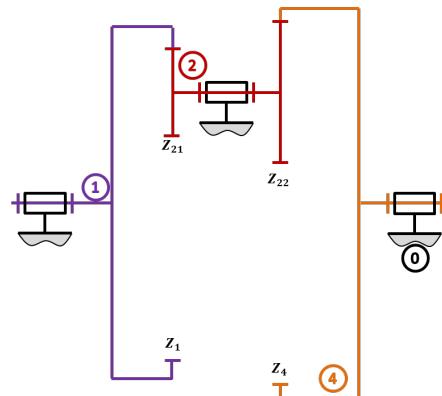
Corrigé voir 280.

Exercice 191 – Train simple *

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

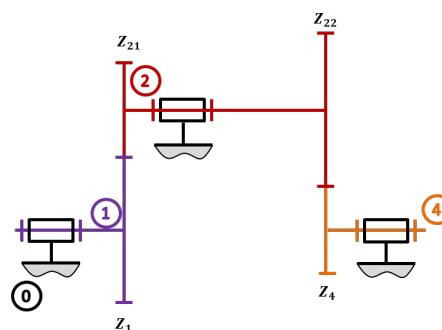
Corrigé voir 281.

Exercice 192 – Train simple *

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

Corrigé voir 282.

Exercice 193 – Cheville robot NAO*

A3-05

C2-06

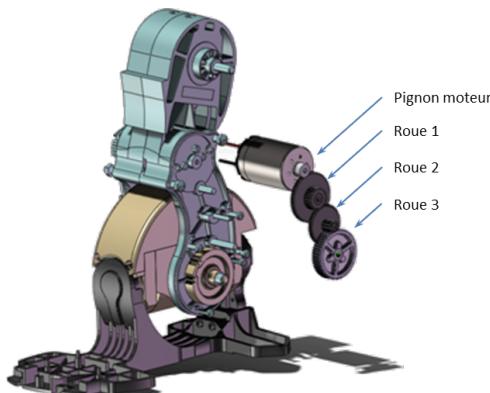
On s'intéresse ici à la cheville NAO. On cherche à savoir si, à partir du moteur retenu par le constructeur, la chaîne de transmission de puissance permet de vérifier les exigences suivantes :

- exigence 1.1.1.1 : la vitesse de roulis doit être inférieure à 42 tr/min;
- exigence 1.1.1.2 : la vitesse de tangage doit être inférieure à 60 tr/min.

La fréquence de rotation des moteurs permettant chacun des deux mouvements est de 8300 tr/min.

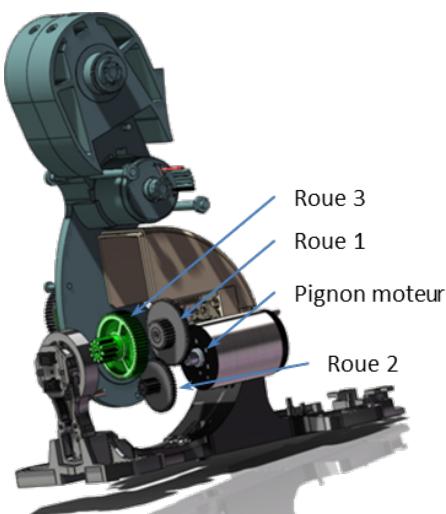
Pour la chaîne de transmission de tangage on donne le nombre de dents et le module de chaque roue dentée :

- pignon moteur : $Z_m = 20, M_m = 0,3$;
- grand pignon 1 : $Z_1 = 80, M_1 = 0,3$;
- petit pignon 1 : $Z'_1 = 25, M'_1 = 0,4$;
- grand pignon 2 : $Z_2 = 47, M_2 = 0,4$;
- petit pignon 2 : $Z'_2 = 12, M'_2 = 0,4$;
- grand pignon 3 : $Z_3 = 58, M_3 = 0,4$;
- petit pignon 3 : $Z'_3 = 10, M'_3 = 0,7$;
- roue de sortie : $Z_T = 36, M_T = 0,7$.



Pour la chaîne de transmission du roulis on donne le nombre de dents et le module de chaque roue dentée :

- pignon moteur : $Z_m = 13, M_m = 0,3$;
- grand pignon 1 : $Z_1 = 80, M_1 = 0,3$;
- petit pignon 1 : $Z'_1 = 25, M'_1 = 0,4$;
- grand pignon 2 : $Z_2 = 47, M_2 = 0,4$;
- petit pignon 2 : $Z'_2 = 12, M'_2 = 0,4$;
- grand pignon 3 : $Z_3 = 58, M_3 = 0,4$;
- petit pignon 3 : $Z'_3 = 10, M'_3 = 0,7$;
- roue de sortie 3 : $Z_R = 36, M_R = 0,7$.



Question 1 Quels doivent être les rapports de réductions des transmissions par engrenage afin de respecter les exigences 1.1.1.1 et 1.1.1.2?

Question 2 Dans le cas de l'axe de tangage, remplir le tableau suivant :

Question 3 Dans le cas de l'axe de tangage, déterminer le diamètre de chaque roue dentée.

Question 4 Dans le cas de l'axe de tangage, réaliser le schéma cinématique minimal.

Question 5 Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de tangage ? L'exigence 1.1.1.2 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?

Question 6 Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de roulis ? L'exigence 1.1.1.1 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?

Corrigé voir 283.

Exercice 194 – Train simple *

D'après Florestan Mathurin.

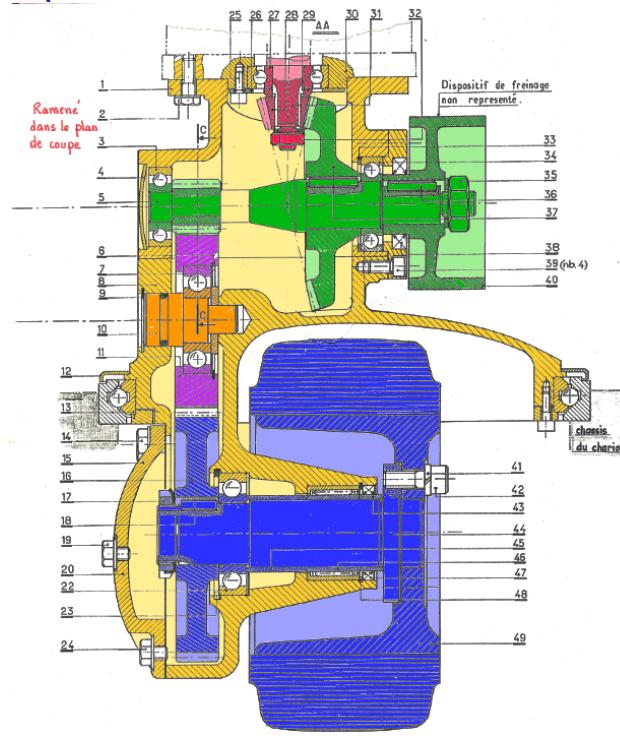
A3-05

C2-06

On s'intéresse au réducteur équipant la roue arrière motrice et directionnelle d'un chariot élévateur de manutention automoteur à conducteur non porté.

Données : $z_{27} = 16$ dents, $z_{35} = 84$ dents, $z_5 = 14$ dents, $z_{11} = 56$ dents, $z_{16} = 75$ dents.

Question 1 Identifier les classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.



Question 2 Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin.

Question 3 Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons.

Repère de la roue	Module m (mm)	Nombre de dents Z	Diamètre primitif D (mm)
27			
35	1,5		
5			
11	1,5		
16			

Question 4 Après avoir proposé un paramétrage, indiquer dans quel sens tourne la roue si le moteur 28 (31) tourne dans le sens positif.

Question 5 Pour une vitesse de 1500 tr/min en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue. Le diamètre de la roue est de 150 mm. Quelle est la vitesse du véhicule?

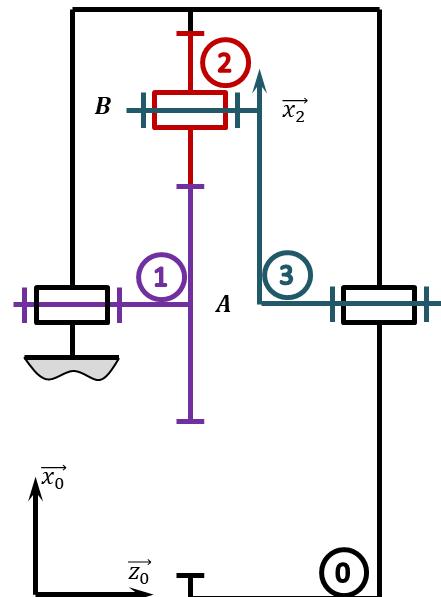
Corrigé voir 284.

Exercice 195 – Train simple *

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

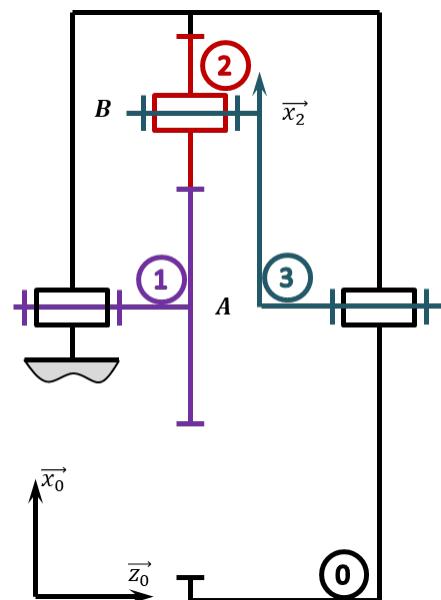
Corrigé voir 285.

Exercice 196 – Train simple *

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

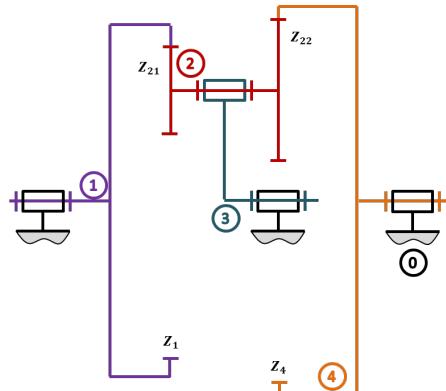
Question 2 Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10} .

Question 3 On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

Corrigé voir 286.

Exercice 197 – Train simple *
A3-05
C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.


Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

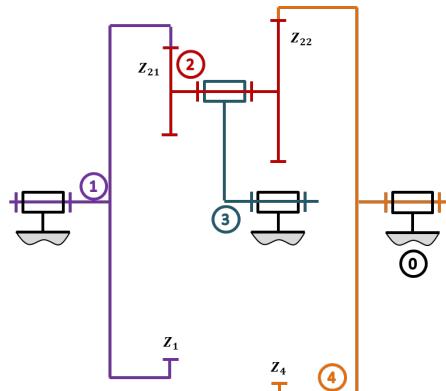
Question 2 Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10} .

Question 3 On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

Corrigé voir 287.

Exercice 198 – Train simple *
A3-05
C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.


Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10} .

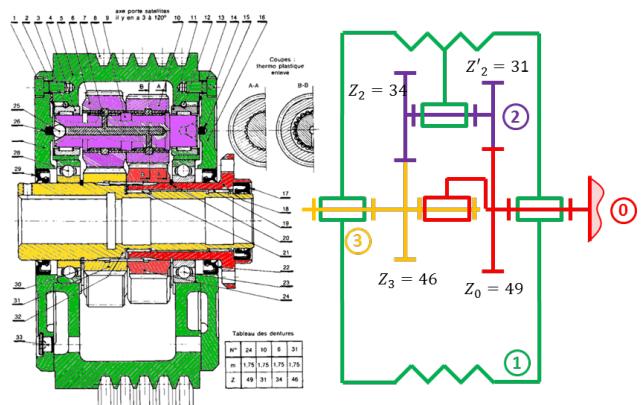
Question 3 On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

Corrigé voir 288.

Exercice 199 – Poule Redex * D'après ressources de Stéphane Genouël.

A3-05
C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.

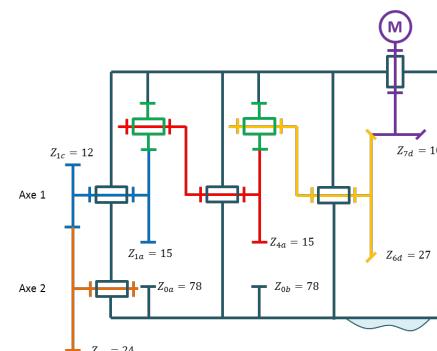

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).

Corrigé voir 289.

Exercice 200 – Train simple *
A3-05
C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

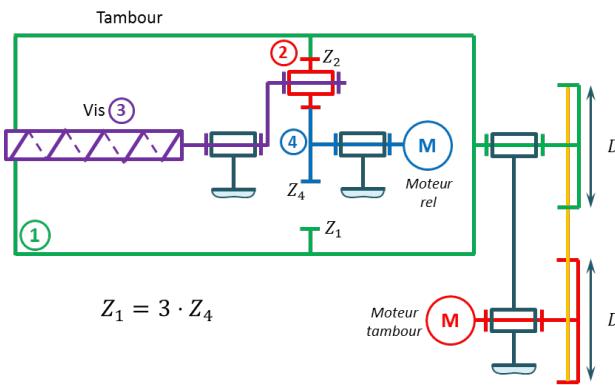
Soit le système de transmission suivant.


Question 1 Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.

Corrigé voir 290.

Exercice 201 – Centrifugeuse des boues *
A3-05
C2-06

La chaîne cinématique est représentée sur la figure suivante.



La séquence de lancement de la centrifugeuse se déroule en trois phases :

- mise en marche du premier moteur M_{tambour} jusqu'à ce que le tambour 1 atteigne sa vitesse de consigne de 2 000 tours/min. Le moteur M_{rel} est à l'arrêt;
- mise en marche du deuxième moteur M_{rel} jusqu'à ce que la vitesse différentielle de 2 tours/min soit atteinte entre le tambour 1 et la vis 3. La vis 3 tourne ainsi plus vite que le tambour 1;
- la boue liquide est ensuite introduite.

Question 1 Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.

Corrigé voir 291.

Exercice 202 – Train simple * D'après documentation E Mazet.

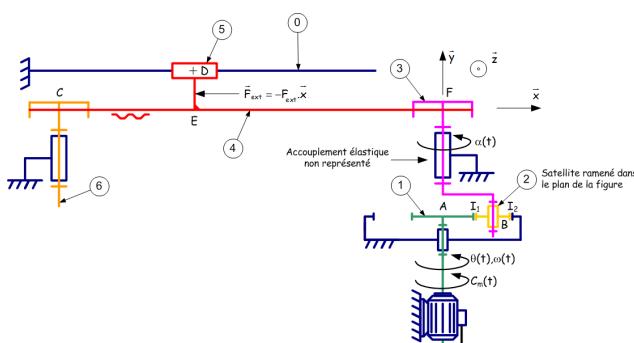
A3-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à la chaîne de transmission de puissance du Control'X dont un modèle est donné dans la figure ci-dessous.

On note :

- **0** : le bâti auquel est encastré une couronne de rayon primitif R_b ;
- **1** : le pignon de sortie du moteur de rayon primitif R_m ;
- **2** : un des 3 satellites du réducteur épicycloïdal de rayon primitif R_s ;
- **3** : le porte-satellite auquel est encastré une poulie de rayon R_p ;
- **4** : le chariot de masse M encastré à la courroie **4** considérée inextensible. On note $v = \bar{V}(D, 5/0) \cdot \vec{y}$;
- **5** : la seconde poulie de rayon R_p ;



Question 1 Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$ et v .

Corrigé voir 292.

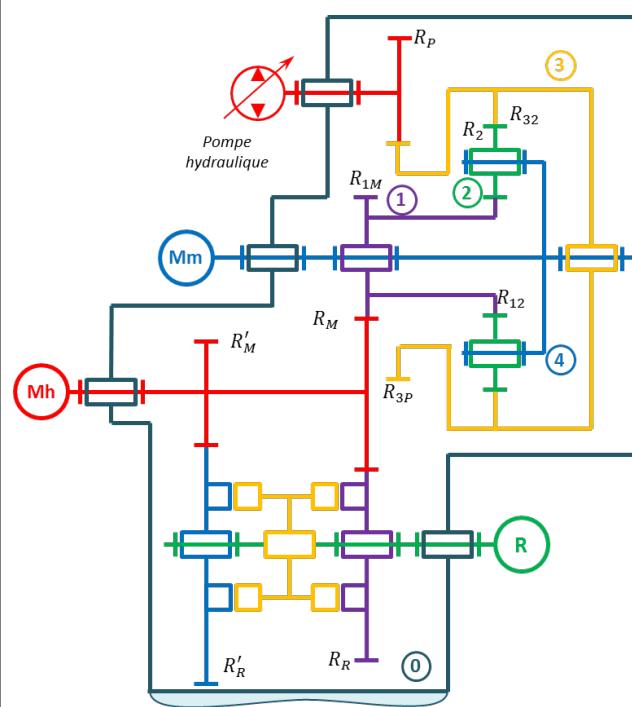
Exercice 203 – Train simple *

A3-05

C2-06

On s'intéresse à la chaîne de transmission de puissance d'un tracteur Fendt. Cette dernière est composée d'un moteur (et d'une pompe) hydraulique (Mh) ainsi que d'un moteur thermique MAN (Mm).

Le moteur MAN a pour but de fournir de la puissance à la pompe hydraulique et au tracteur (récepteur R). On donne ci-dessous le schéma de la transmission.



Les rayons des pignons sont les suivants : $R_{12} = 60$, $R_{1M} = 33$, $R_2 = 30$, $R_{32} = 120$, $R_{3P} = 54$, $R_M = 54$, $R'_M = 48$, $R_R = 42$, $R'_R = 48$.

Une étude antérieure a permis d'établir que $\frac{\omega(\text{Ph}/0)}{\omega(\text{Mh}/0)} = \frac{2y}{x}$ avec $x \in [0, 71; 1]$ et $y \in [0; 1]$.

La fréquence de rotation du moteur Man est de 1900 tr/min.

Question 1 Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$, $\omega(3/0)$ et $\omega(4/0)$.

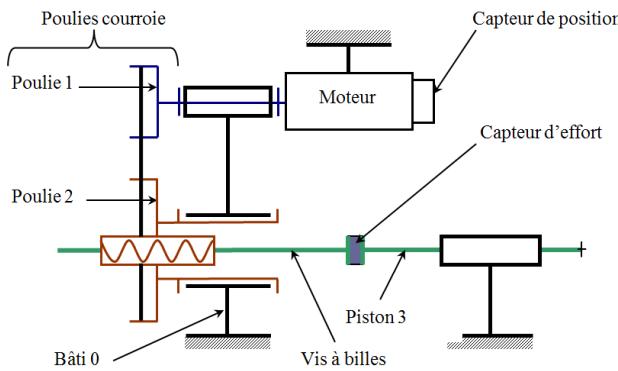
Question 2 Montrer que la relation entre la rotation du moteur hydraulique et le moteur Man peut se mettre sous la forme : $\frac{\omega(\text{Mh}/0)}{\omega(\text{Mm}/0)} = -\frac{Ax}{BR_p y + Cx}$ où on explicitera A, B et C.

Corrigé voir 293.

Exercice 204 – Système vis-écrou * D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

A3-05
C2-06

Soit la chaîne de transmission suivante.



Le schéma du restituteur actif est donné ci-dessous. Le pas de la vis est $p_v = 10\text{mm}$. Le diamètre de la poulie 2 est le double de celui de la poulie 1.

Question 1 Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.

Question 2 Réaliser la chaîne d'énergie-puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.

Question 3 Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1.

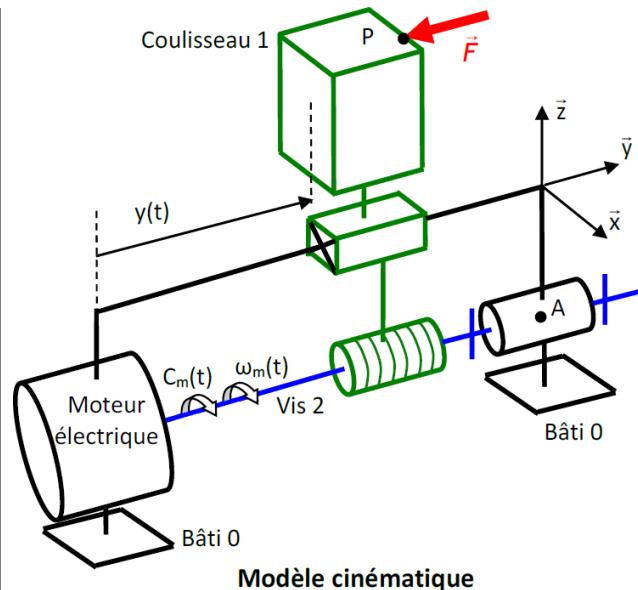
Corrigé voir 294.

Exercice 205 – Train simple * D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

A3-05
C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante. Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.

On s'intéresse ici à l'axe Y qui met en mouvement le coulisseau 1, sur lequel est fixée l'outil, par rapport au bâti 0. Le coulisseau 1 est mis en mouvement par un moteur électrique qui délivre un couple moteur $C_m(t)$.



On note p le pas de vis.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

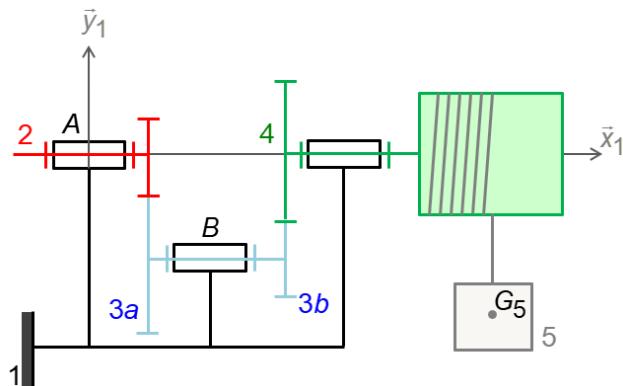
Question 2 Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.

Corrigé voir 295.

Exercice 206 – Treuil de levage * D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

A3-05
C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à un treuil dont le modèle cinématique est donné ci-dessous.



On note Z_2 le nombre de dents de la roue dentée de l'arbre 2. On note l'arbre intermédiaire 3 et Z_{3a} et Z_{3b} les nombres de dents de ses deux roues dentées. On note R le rayon du tambour 4 sur lequel s'enroule sans glisser un câble et Z_4 le nombre de dents de sa roue dentée.

Question 1 Déterminer la relation entre v_{51} la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et ω_{21} la vitesse de rotation du moteur.

Question 2 On note J_2, J_3, J_4 l'inertie des pièces 2, 3 et 5. On note M_5 la masse du solide 5. Donner la masse

équivalente ramenée « à la translation » de la masse. Donner l'inertie équivalente ramenée à l'arbre d'entrée 2.

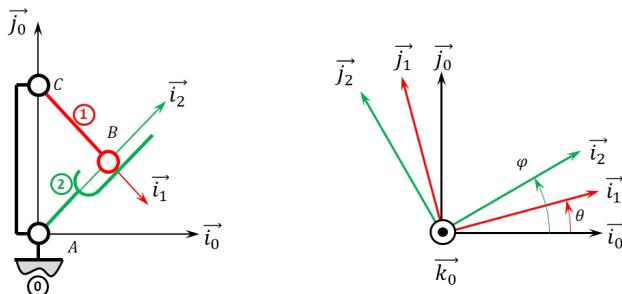
Corrigé voir 296.

3.2.5 C2-07 – Déterminer les actions mécaniques en statique

Exercice 207 – Barrière Sympact **

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{CB} = R \vec{i}_1$. De plus, $H = 120 \text{ mm}$ et $R = 40 \text{ mm}$.



On néglige la pesanteur sur la pièce 1.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_{VP}$ l'action mécanique du moteur sur la pièce 1.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_r \vec{k}_0 \end{array} \right\}_{VP}$ l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce 2. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de 45 Nm pour un angle de rotation 100° . On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ($\varphi_o = \frac{\pi}{2}$). Il est au maximum lorsque $\varphi_f = 0$.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{l} -Mg \vec{j}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_{VG}$ avec $\overrightarrow{AG} = L \vec{i}_2$.

Question 1 Réaliser un graphe d'analyse.

Question 2 Expliciter C_r en fonction des différents constantes (k, φ_o, φ_f) et celles qui vous sembleraient utile.

Question 3 Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.

Question 4 Mettre en œuvre une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.

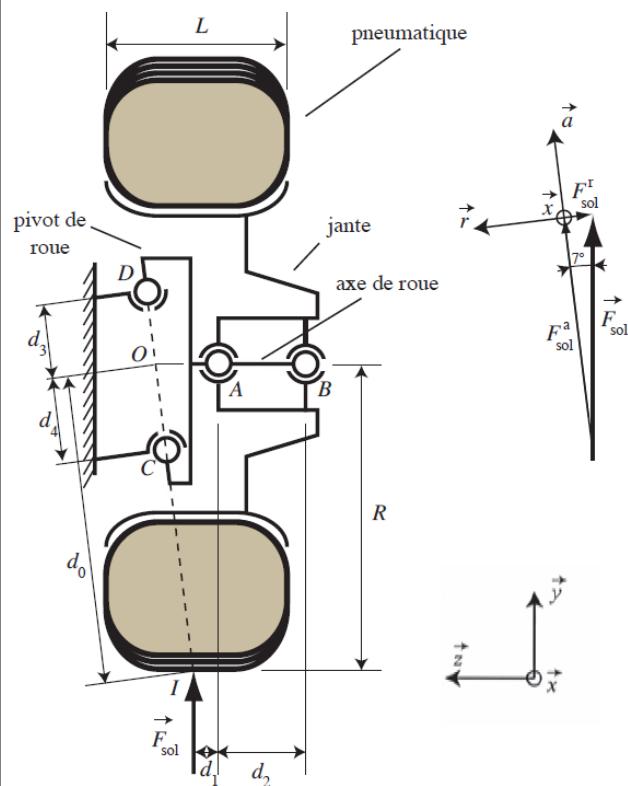
Question 5 Tracer une courbe Python.

Corrigé voir 297.

Exercice 208 – Suspension automobile **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la roue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes : F_C^a (respectivement F_C^r, F_C^x) désignera la composante suivant \vec{a} (respectivement \vec{r}, \vec{x}) de l'effort extérieur exercé en C . On procédera de même pour le point D .



Question 1 En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliquée au point C , en projection sur les axes de la base ($\vec{a}, \vec{r}, \vec{x}$) en fonction des composantes F_{sol}^a et F_{sol}^r et des dimensions d_0, d_3 et d_4 .

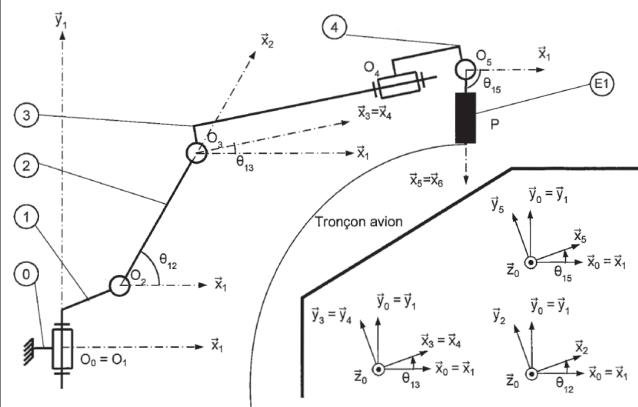
Question 2 Résoudre littéralement le système.

Corrigé voir 298.

Exercice 209 – Suspension automobile **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Objectif L'objectif est de déterminer le couple articulaire C12 à appliquer sur le bras 2 afin de garantir l'effort de perçage et l'effort presseur.



Hypothèses :

- l'étude est réalisée pour une demi couture orbitale (couture supérieure);
- le repère $\mathcal{R}_0(O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ sera supposé galiléen;
- \vec{y}_0 est l'axe vertical ascendant et $\vec{g} = -g \vec{y}_0$ avec $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites.

*Repérage et paramétrage

Le repère associé à l'embase fixe (0) est le repère $\mathcal{R}_0(O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, \vec{y}_0 étant l'axe vertical ascendant.

L'embase de rotation (1), en liaison pivot d'axe (O_1, \vec{y}_1) , par rapport au bâti (0), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_1(O_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $O_0 = O_1$, $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$, $\vec{y}_0 = \vec{y}_1$, $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$.

Le bras (2), en liaison pivot d'axe (O_2, \vec{z}_2) par rapport à l'embase de rotation (1), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_2(O_2; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ tel que $\overrightarrow{O_1 O_2} = L_1 \vec{x}_1 + L_2 \vec{y}_1$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \theta_{12}$.

Le bras (3), en liaison pivot d'axe (O_3, \vec{z}_3) par rapport au bras (2), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_3(O_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ tel que $\overrightarrow{O_2 O_3} = L_3 \vec{x}_2$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_3$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = \theta_{13}$.

Le bras (4), en liaison pivot d'axe (O_4, \vec{x}_4) par rapport au bras (3), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_4(O_4; \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ tel que $\overrightarrow{O_3 O_4} = L_4 \vec{x}_3 + l_5 \vec{y}_3$, $\vec{x}_3 = \vec{x}_4$ et $(\vec{y}_3, \vec{y}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4) = \theta_{34}$.

L'ensemble (E1) composé du bras (5), du poignet et de l'outil, en liaison pivot d'axe (O_5, \vec{z}_5) par rapport au bras (4), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_5(O_5; \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ tel que $\overrightarrow{O_4 O_5} = L_5 \vec{x}_4$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_5$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_5) = (\vec{y}_1, \vec{y}_5) = \theta_{15}$.

La masse du bras (2) est notée M_2 et la position du centre de gravité est définie par $\overrightarrow{O_2 G_2} = \frac{1}{2} L_3 \vec{x}_2$.

La masse du bras (3) et du bras (4) est notée M_{34} et la position du centre de gravité est définie par $\overrightarrow{O_3 G_3} = \frac{1}{3} L_4 \vec{x}_3 + L_5 \vec{y}_3$.

La masse de l'ensemble (E1) est notée M_{E1} et la position du centre de gravité est définie par $\overrightarrow{O_5 G_5} = L_7 \vec{x}_5$.

L'extrémité de l'outil est définie par le point P définie par $\overrightarrow{O_5 P} = L_8 \vec{x}_5$.

Le torseur d'action mécanique lié au perçage sera noté : $\{\mathcal{T}(\text{Tronçon (perçage)} \rightarrow E_1)\} = \begin{Bmatrix} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P, \mathcal{R}_5}$.

Un effort presseur est de plus nécessaire pour le perçage optimal des deux tronçons. Le torseur d'action mécanique associé sera noté : $\{\mathcal{T}(\text{Tronçon (presseur)} \rightarrow E_1)\} = \begin{Bmatrix} -P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P, \mathcal{R}_5} ..$

La rotation entre les solides (0) et (1) est supposée bloquée dans la suite du sujet.

Question 1 Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons.

Question 2 Quel est l'ensemble Σ à isoler afin de

déterminer le couple C_{12} .

Question 3 Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à Σ et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.

Question 4 Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple C_{12} ?

La configuration correspondant à la position extrême supérieure de la couture orbitale correspond aux angles suivants : $\theta_{12} = 60^\circ$, $\theta_{13} = -4^\circ$, $\theta_{15} = -90^\circ$.

Dans la suite de l'étude, l'angle θ_{13} sera considéré nul.

Question 5 Déterminer l'équation littérale du couple C_{12} en fonction de g , F , P , M_2 , M_{34} , M_{E1} , L_3 , L_4 , L_5 , L_6 , L_7 , θ_{12} , θ_{15} .

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2 = 264 \text{ kg}$, $M_{234} = 430 \text{ kg}$, $M_{E1} = 2150 \text{ kg}$, $P = 150 \text{ N}$;
- $L_1 = 0,405 \text{ m}$, $L_2 = 0,433 \text{ m}$, $L_3 = 1,075 \text{ m}$, $L_4 = 1,762 \text{ m}$, $L_5 = 0,165 \text{ m}$, $L_6 = 0,250 \text{ m}$, $L_7 = 0,550 \text{ m}$, $L_8 = 0,750 \text{ m}$.

Question 6 Déterminer alors la valeur du couple C_{12} .

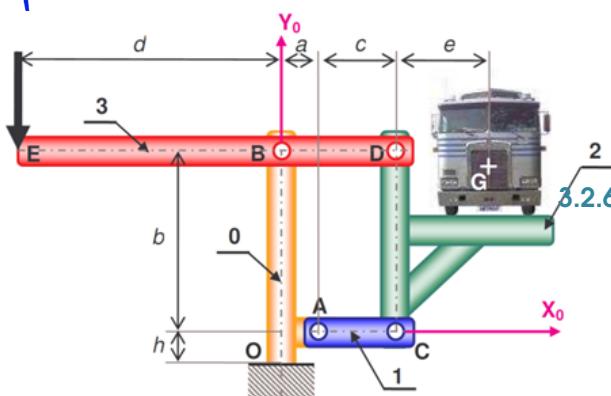
La valeur limite supérieure du couple C_{12} est fixée par le constructeur à 9000 Nm. **Question 7** Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position ? Justifier la réponse.

Corrigé voir 299.

Exercice 210 – Pèse camion **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère un bâti 0 auquel est attaché le repère $\mathcal{R} = (O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le champ de pesanteur est $\vec{g} = -g \vec{y}_0$. La barre 1 est liée au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe (A, \vec{z}_0) . Le plateau porte camion 2 est lié à la barre 1 par une liaison pivot parfaite d'axe (C, \vec{z}_0) . Le levier 3 est lié au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe (B, \vec{z}_0) . Ce levier est également lié au plateau 2 par une liaison pivot parfaite d'axe (D, \vec{z}_0) . Le camion 4, de centre de masse G et de masse M inconnue, repose sur le plateau 2. L'action mécanique connue est caractérisée par : $\{\text{ext} \rightarrow 3\} = \begin{Bmatrix} -F \vec{y}_0 \\ 0 \end{Bmatrix}_E$.



Question 1 Déterminer la relation entre F et M . Que dire de la position du camion sur la plate-forme?

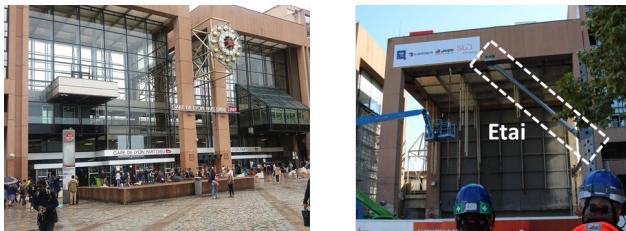
Question 2 Déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons.

Corrigé voir 300.

Exercice 211 – Détermination des efforts dans une structure étayée **

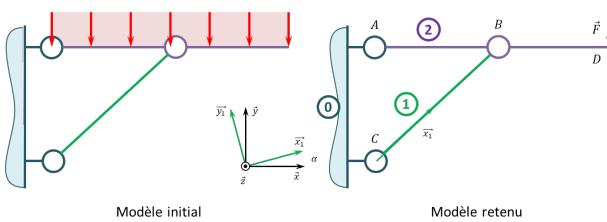
C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Lors de la démolition d'une partie de la gare de Lyon Part-Dieu (en 2018), des étais ont été posés afin de soutenir la structure supérieure.



Dans le but de dimensionner les étais, il est nécessaire de déterminer les actions mécanique dans chacune des liaisons.

Pour cela, on utilise la modélisation suivante.



On a $\overrightarrow{AB} = a \overrightarrow{x}$, $\overrightarrow{BD} = b \overrightarrow{x}$ et $\overrightarrow{CB} = L \overrightarrow{x_1}$.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse du système (graphe des liaisons et actions extérieures).

Question 2 Proposer une stratégie permettant de déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.

Question 3 Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons en fonction de F .

Eléments de corrigé :

$$3. X_{02} = -F \frac{a+b}{a \tan \alpha}, F_{01} = F \frac{a+b}{a \sin \alpha}, Y_{02} = -\frac{b}{a} F.$$

Corrigé voir 301.

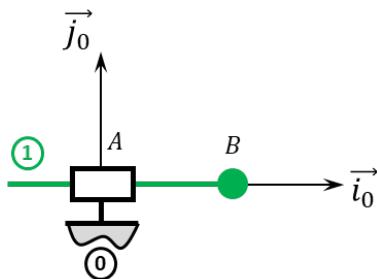
Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 212 – Mouvement T – *

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$. On note m_1 la masse du solide et $I_B(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & -D_1 \\ 0 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$.



Question 1 Exprimer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(1/0)\}$ en B .

Question 2 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B puis en A .

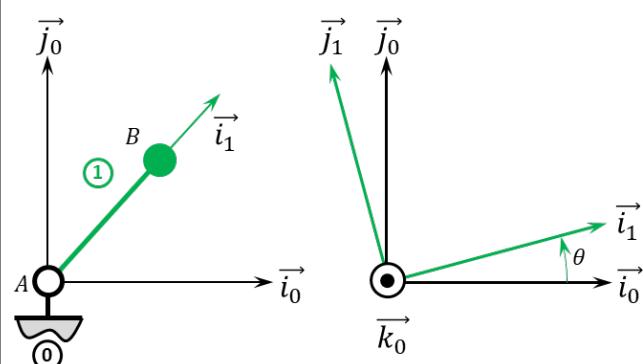
Corrigé voir 302.

Exercice 213 – Mouvement R *

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$.



Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 Exprimer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(1/0)\}$ en B .

Question 2 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B puis en A.

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B puis en A.

Masse ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 Exprimer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(1/0)\}$ en B.

Question 5 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B puis en A.

Corrigé voir 303.

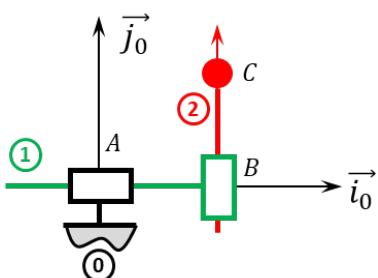
Exercice 214 – Mouvement TT – *

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, on note m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer les torseurs cinétiques $\{\mathcal{C}(1/0)\}$ et $\{\mathcal{C}(2/0)\}$.

Question 2 Exprimer les torseurs dynamiques $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ et $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 3 En déduire $\{\mathcal{D}(1+2/0)\}$ en B.

Corrigé voir 304.

Exercice 215 – Mouvement RR *

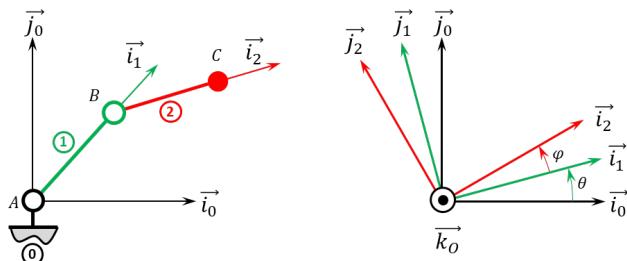
C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15 \text{ mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de 1 et $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2} R \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de 1 et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;

- G_2 désigne le centre d'inertie de 2 et $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2} L \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de 2 et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A.

Question 2 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \vec{k}_0$

Corrigé voir 305.

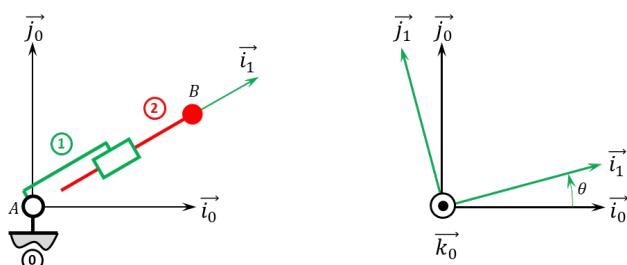
Exercice 216 – Mouvement RT *

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de 1 et $\overrightarrow{AG_1} = L_1 \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de 1 et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2 la masse de 2 et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta}(A, 1+2/0) \cdot \vec{k}_0$

Corrigé voir 306.

Exercice 217 – Mouvement RT *

C2-08

C2-09

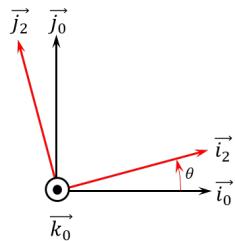
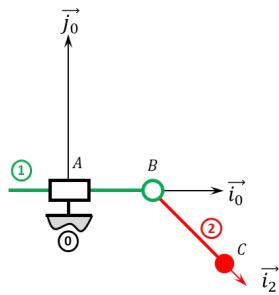
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$ avec $R = 30 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, on note m_1

$$\text{la masse de 1 et } I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1};$$

- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2

$$\text{la masse de 2 et } I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}.$$



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{R_d}(1+2/0) \cdot \vec{i}_0$

Indications :

$$1. \quad \{\mathcal{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R(\dot{\theta} \vec{j}_2 - \dot{\theta}^2 \vec{i}_2) \\ C_1 \dot{\theta} \vec{k}_1 + R(-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) \vec{k}_0 + R \dot{\theta} \vec{k}_2) \end{array} \right\}_B.$$

$$2. \quad \overrightarrow{R_d}(1+2/0) \cdot \vec{i}_0 = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2 (\ddot{\lambda}(t) - R(\dot{\theta} \sin \theta(t) + \dot{\theta}^2 \cos \theta)).$$

Corrigé voir 307.

Exercice 218 – Mouvement RR 3D **

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

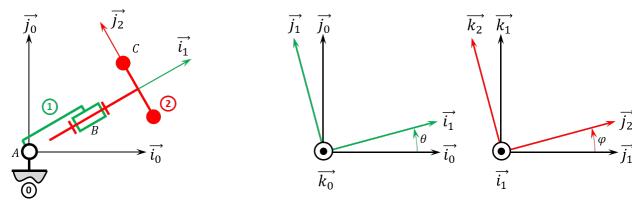
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$. On note $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$ et $r = 10 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, on note m_1

$$\text{la masse de 1 et } I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1};$$

- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2 tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de 2 et $I_{G_2}(2) =$

$$\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}.$$



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta}(A, 1+2/0) \cdot \vec{k}_0$

Corrigé voir 308.

Exercice 219 – Mouvement RR 3D **

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

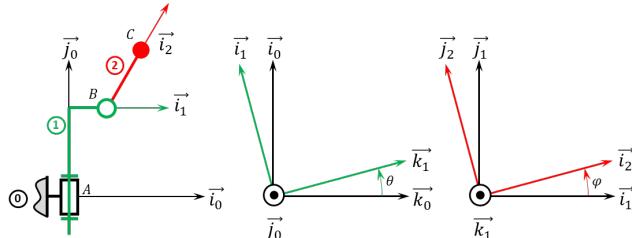
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$. On a $H = 20 \text{ mm}$, $r = 5 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1 tel que $\overrightarrow{AG_1} = H \vec{j}_1$, on note m_1 la masse de 1 et $I_{G_1}(1) =$

$$\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1};$$

- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2

$$\text{la masse de 2 et } I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}.$$



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta}(A, 1+2/0) \cdot \vec{j}_0$

Corrigé voir 310.

Exercice 220 – Mouvement RT – RSG **

C2-08

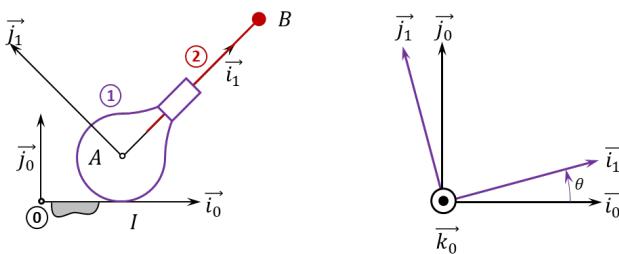
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$. De plus $R = 15 \text{ mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1 tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de 1 et $I_{G_1}(1) =$

$$\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1};$$

- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de $\mathbf{2}$, on note m_2 la masse de $\mathbf{2}$ et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \vec{i}_1$

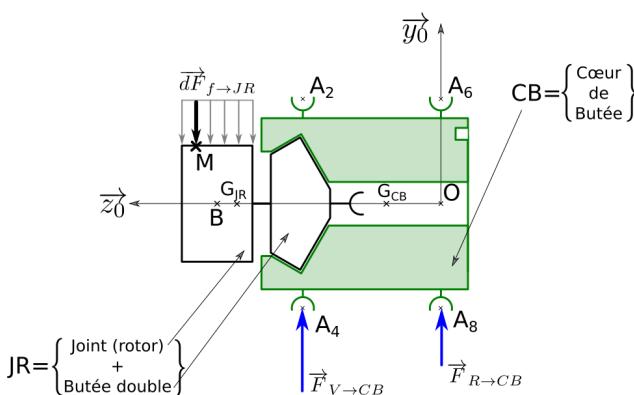
Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(I, 1+2/0)} \cdot \vec{k}_0$

Corrigé voir 310.

Exercice 221 – Banc Balafré *

C2-08 Pas de corrigé pour cet exercice.

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S .



Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175$ mm;
- la longueur du joint est $L_J = 150$ mm. La position du point B , centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B \overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425$ mm;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40$ kg et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193$ mm;
- L'ensemble $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{Butée double}\}$ à une masse $M_{JR} = 100$ kg et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390$ mm. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathcal{B}_{JR} = (\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0})$ liée à JR ;

- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280$ mm et $R_{CB} = 150$ mm.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $(y_0, \overrightarrow{z_0})$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le cœur de butée.

Question 1 Décrire la nature du mouvement obtenu pour le cœur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au cœur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$) :

$$\{\mathcal{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_{JR}} \quad \text{avec } \Omega$$

constante. $\{\mathcal{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ v(t) \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du cœur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble $S = \{JR + CB\}$ afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

Question 2 Exprimer $v(t)$ en fonction de $y(t)$.

Question 3 Déterminer l'expression en G_{CB} du torseur dynamique de CB par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).

Question 4 Déterminer l'expression en G_{JR} du torseur dynamique de JR par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).

Question 5 Exprimer alors en G le torseur dynamique de l'ensemble S par rapport à 0 en fonction de $\dot{v}(t)$, M_{CB} et M_{JR} .

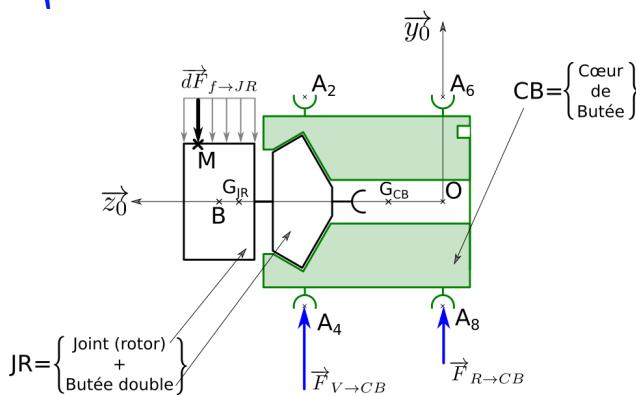
Corrigé voir 311.

Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 222 – Banc Balafré *

C2-08 Pas de corrigé pour cet exercice.

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S .


Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175$ mm;
- la longueur du joint est $L_J = 150$ mm. La position du point B , centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B \overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425$ mm;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40$ kg et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193$ mm;
- L'ensemble $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{Butée double}\}$ a une masse $M_{JR} = 100$ kg et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390$ mm. On notera $I_{G_{JR}}$ (JR) = $\begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathcal{B}_{JR} = (\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0})$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280$ mm et $R_{CB} = 150$ mm.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan (y_0, z_0) , lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$) :

$$\{\mathcal{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_{JR}} \quad \text{avec } \Omega$$

constante. $\{\mathcal{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ v(t) \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble $S = \{JR + CB\}$ afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

On considérera l'expression suivante pour le torseur dynamique de S par rapport à 0 : $\{\mathcal{D}(S/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} M \dot{v} \overrightarrow{y_0} \\ 0 \end{array} \right\}_G$ où $M = 140$ kg.

Question 2 Exprimer le torseur $\{T_{V \rightarrow CB}\}$ (actionneurs 2 et 4 sur CB) au point A_4 en fonction de F_V et le torseur $\{T_{R \rightarrow CB}\}$ (actionneurs 6 et 8 sur CB) au point A_8 en fonction de F_R .

Question 3 En expliquant clairement chaque étape de la démarche utilisée, montrer que :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_V = M \frac{z_G}{z_4} \dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \frac{z_B}{z_4} \\ F_R = M \left(1 - \frac{z_G}{z_4} \right) \dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \left(1 - \frac{z_B}{z_4} \right) \end{array} \right.$$

Question 4 En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer les actionneurs les plus sollicités par le mouvement en phase : actionneurs du plan avant (2 et 4) ou du plan arrière (6 et 8).

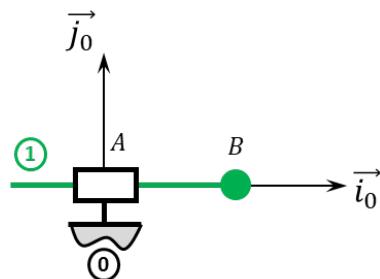
Corrigé voir 312.

Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus

Exercice 223 – Mouvement T – *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide 1. On note G le centre d'inertie de 1 tel que $\overrightarrow{BG} = \ell \overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{i_0}$. Un vérin positionné entre 1 et 0 permet d'actionner la pièce 1. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



Question 1 Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide 1 en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.

Corrigé voir 316.

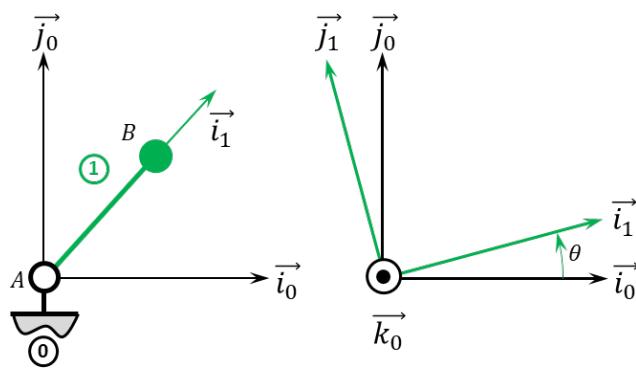
Exercice 224 – Mouvement R *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20$ mm. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur 1 est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m \overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide 1 et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{j_0}$. On

note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et

$$I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}.$$



Question 1 Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide 1 au point A en projection sur \vec{k}_0 .

Corrigé voir 317.

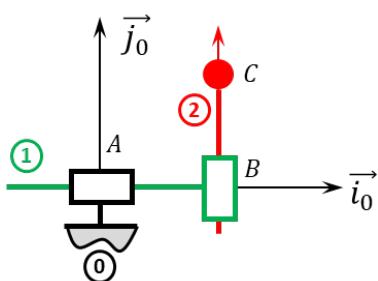
Exercice 225 – Mouvement TT – *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, et m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$; $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2 et m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un vérin électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide 2 en projection sur \vec{j}_0 puis le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble 1+2 en projection sur \vec{i}_0 .

Corrigé voir 318.

Exercice 226 – Mouvement RR *

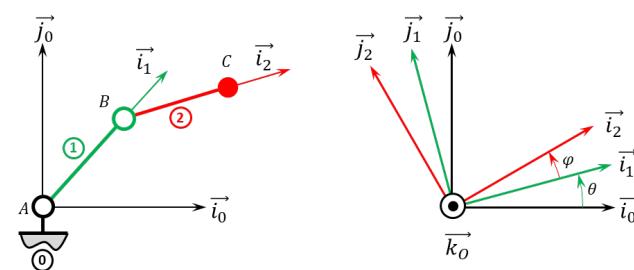
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15 \text{ mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de 1 et $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2}R \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de 1 et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de 2 et $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2}L \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de 2 et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide 2 au point B en projection sur \vec{k}_0 puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point A en projection sur \vec{k}_0

Corrigé voir 319.

Exercice 227 – Mouvement RT *

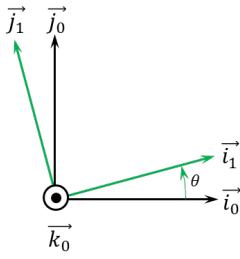
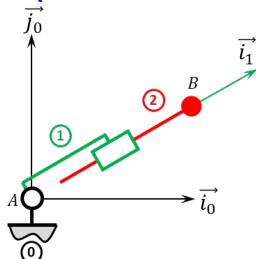
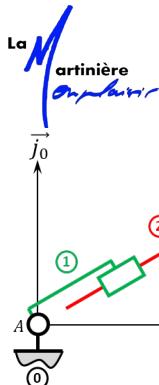
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de 1 et $\overrightarrow{AG_1} = L_1 \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de 1 et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2 la masse de 2 et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un vérin électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Indications :

1. $C_m - m_2 g R \cos \theta(t) = C_1 \ddot{\theta} + R(-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) + R \ddot{\theta})$;
2. $F_{ver} = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2(\ddot{\lambda}(t) - R(\dot{\theta} \sin \theta(t) + \dot{\theta}^2 \cos \theta))$.

Corrigé voir 321.

Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide 2 en projection sur \vec{i}_1 puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point A en projection sur \vec{k}_0

Corrigé voir 320.

Exercice 228 – Mouvement RT *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$ avec $R = 30 \text{ mm}$. De plus :

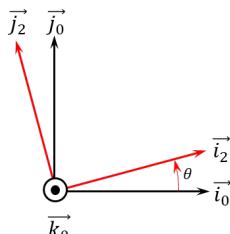
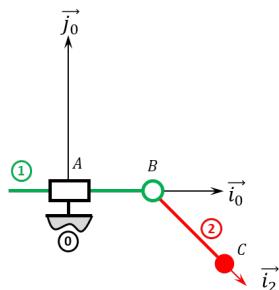
- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, on note m_1 la masse de 1 et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2 la masse de 2 et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.

Par ailleurs,

$$\delta(B, 2/0) = C_1 \ddot{\theta} \vec{k}_1 + R(-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) \vec{k}_0 + R \ddot{\theta} \vec{k}_2) \quad \text{et} \\ R_d(1+2/0) \cdot \vec{i}_0 = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2(\ddot{\lambda}(t) - R(\dot{\theta} \sin \theta(t) + \dot{\theta}^2 \cos \theta))$$



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 Appliquer le théorème du moment dynamique au solide 2 au point B en projection sur \vec{k}_0 .

Question 2 Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble 1+2 en projection sur \vec{i}_0

Exercice 229 – Mouvement RR 3D **

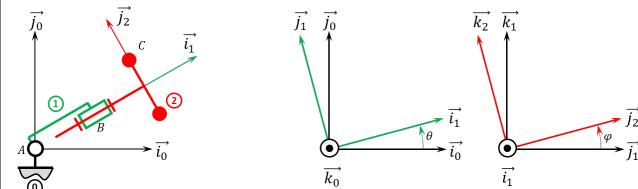
B2-14

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$. On note $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$ et $r = 10 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1, on note m_1 la masse de 1 et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2 tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de 2 et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet d'actionner le solide 1. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet d'actionner le solide 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide 2 au point A en projection sur \vec{i}_1 puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point A en projection sur \vec{k}_0

Corrigé voir 322.

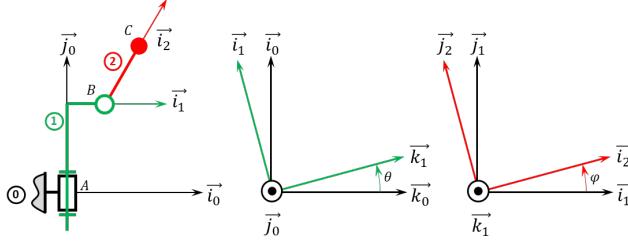
Exercice 230 – Mouvement RR 3D **

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H \vec{j}_1 + R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$. On a $H = 20 \text{ mm}$, $r = 5 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de 1 tel que $\overrightarrow{AG_1} = H \vec{j}_1$, on note m_1 la masse de 1 et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de 2, on note m_2 la masse de 2 et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point **B** en projection sur \vec{k}_1 puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point **A** en projection sur \vec{j}_0

Corrigé voir 323.

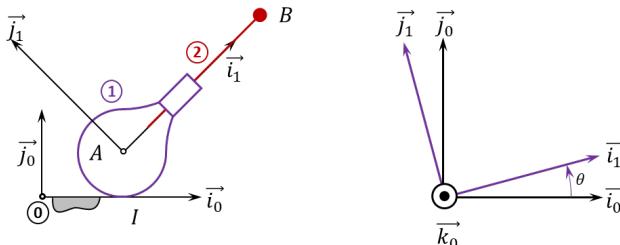
Exercice 231 – Mouvement RT – RSG **

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\vec{IA} = R \vec{j}_0$ et $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$. De plus $R = 15 \text{ mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point **I**. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\vec{AG}_1 = -\ell \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points **A** et **B**.



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur \vec{i}_1

Question 2 Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point **I** en projection sur \vec{k}_0 .

Corrigé voir 324.

Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC

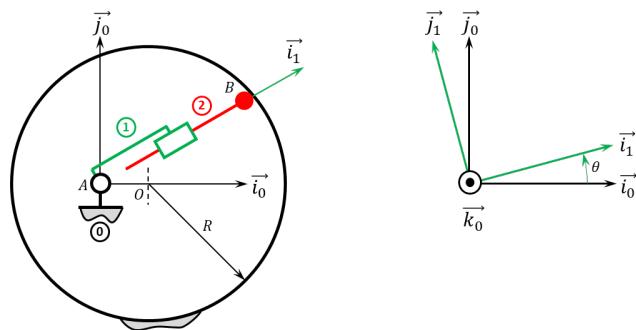
Exercice 232 – Pompe à palettes *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\vec{AO} = e \vec{i}_0$ et $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$. De plus $e = 10 \text{ mm}$ et $R = 20 \text{ mm}$. Le contact entre **0** et **2** en **B** est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe). De plus, on note :

- $G_1 = A$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$ sa matrice d'inertie;
- $G_2 = B$ le centre d'inertie du solide **2** tel que $\vec{BG}_2 = -\ell \vec{i}_1$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \vec{k}_0$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h \vec{i}_1$ l'action du fluide sur **2** (le fluide agissant sur les solides **1** et **2**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 267.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 325.

Exercice 233 – Pompe à pistons radiaux *

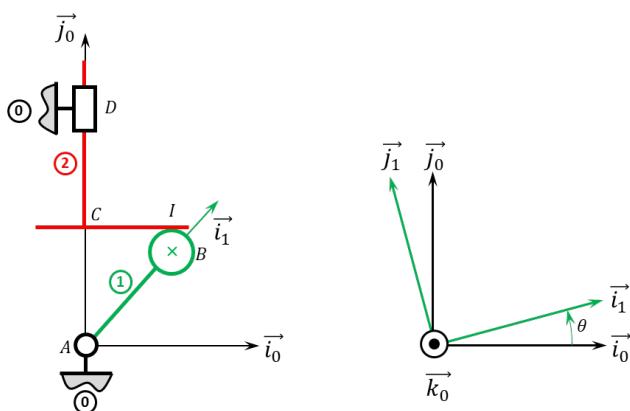
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\vec{AB} = e \vec{i}_1$ et $\vec{BI} = R \vec{j}_0$ et $\vec{AC} = \lambda(t) \vec{j}_0$. De plus, $e = 10 \text{ mm}$ et $R = 20 \text{ mm}$.

Le contact entre **1** et **2** en *B* est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**. De plus, on note :

- $G_1 = B$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2} = \frac{L}{2} \vec{i}_2$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie;

On note $C_m \vec{k}_0$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h \vec{j}_0$ l'action du fluide sur **2** (le fluide agissant sur les solides **1** et **2**) et $F_r \vec{j}_0$ l'action du ressort sur **2** (un ressort étant positionné entre les solides **0** et **2** afin d'assurer le maintien du contact entre **1** et **2** en *I*). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 268.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 326.

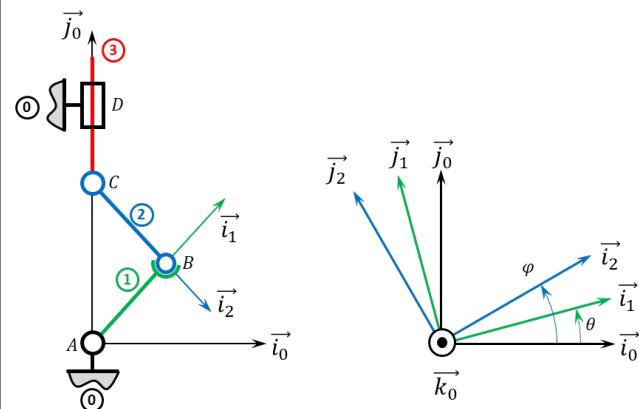
Exercice 234 – Système bielle manivelle **

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$, $\overrightarrow{CB} = L \vec{i}_2$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \vec{j}_0$. De plus, on note :

- $G_1 = A$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2} = \frac{L}{2} \vec{i}_2$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie;
- G_3 le centre d'inertie du solide **3** tel que $\overrightarrow{CG_3} = L_3 \vec{j}_0$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \vec{k}_0$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h \vec{j}_0$ l'action du fluide sur **3**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 269.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 327.

Exercice 235 – Pompe oscillante *

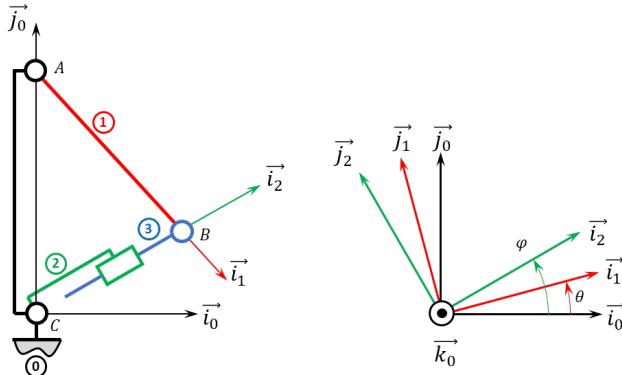
C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{CA} = H \vec{j}_0$. De plus, $R = 10 \text{ mm}$ et $H = 60 \text{ mm}$. Par ailleurs, on note $\overrightarrow{CB} = \lambda(t) \vec{i}_2$. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide 1 tel que $\overrightarrow{AG_1} = \frac{R}{2} \vec{i}_1$,
 m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide 2 tel que $\overrightarrow{CG_2} = \ell \vec{i}_2$,
 m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie;
- G_3 le centre d'inertie du solide 3 tel que $\overrightarrow{BG_3} = -a \vec{i}_2$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \vec{k}_0$ le couple moteur agissant sur le solide 2, $F_h \vec{i}_2$ l'action du fluide sur 3 (le fluide agissant sur les solides 2 et 3). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 270.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2+3.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2+3.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 328.

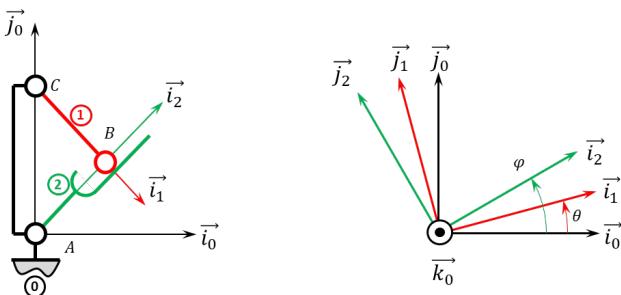
Exercice 236 – Barrière Sympact *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{CB} = R \vec{i}_1$. De plus, $H = 120 \text{ mm}$ et $R = 40 \text{ mm}$. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide 1 tel que $\overrightarrow{CG_1} = \frac{R}{2} \vec{i}_1$,
 m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide 2 tel que $\overrightarrow{G_2} = a \vec{i}_2 + b \vec{j}_2$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \vec{k}_0$ le couple moteur agissant sur le solide 1 et $C_r \vec{k}_0$ le couple exercé par un ressort de torsion agissant sur les solides 0 et 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 271.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 329.

Exercice 237 – Barrière Sympact avec galet **

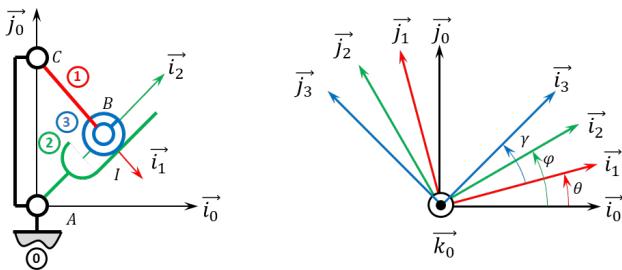
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{CB} = R \vec{i}_1$. De plus, $H = 120 \text{ mm}$ et $R = 40 \text{ mm}$. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide 1 tel que $\overrightarrow{CG_1} = \frac{R}{2} \vec{i}_1$,
 m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;

- G_2 le centre d'inertie du solide 2 tel que $\vec{G}_2 = a \vec{i}_2 + b \vec{j}_2$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie;
- $G_3 = B$ le centre d'inertie du solide 3, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \vec{k}_0$ le couple moteur agissant sur le solide 1 et $C_r \vec{k}_0$ le couple exercé par un ressort de torsion agissant sur les solides 0 et 2). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 272.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2+3.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2+3.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 330.

Exercice 238 – Poussoir *

C2-09

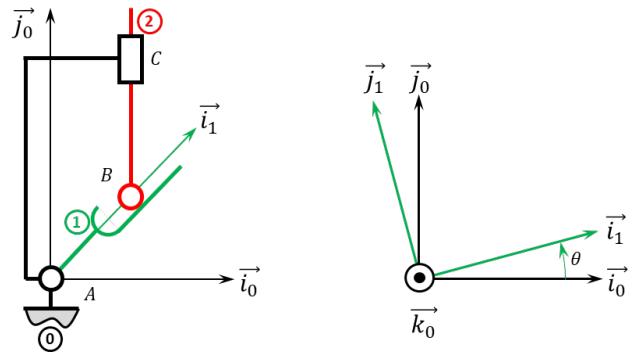
Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\vec{AC} = L \vec{i}_0 + H \vec{j}_0$, $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ et $\vec{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$. De plus, $H = 120 \text{ mm}$, $L = 40 \text{ mm}$. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide 1 tel que $\vec{AG}_1 = R \vec{i}_1$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;

- G_2 le centre d'inertie du solide 2 tel que $\vec{CG}_2 = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \vec{k}_0$ le couple moteur agissant sur le solide 1 et $F_h \vec{j}_0$ l'action d'un fluide sur le solide 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 273.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 331.

Exercice 239 – Système 4 barres **

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

On a :

- $\vec{OA} = a \vec{x}_1 - f \vec{y}_1$ avec $a = 355 \text{ mm}$ et $f = 13 \text{ mm}$;
- $\vec{AB} = b \vec{x}_2$ avec $b = 280 \text{ mm}$;
- $\vec{BC} = -c \vec{x}_3$ avec $c = 280 \text{ mm}$;
- $\vec{OC} = -d \vec{x}_0 - e \vec{y}_0$ avec $d = 89,5 \text{ mm}$ et $e = 160 \text{ mm}$.

De plus, on note :

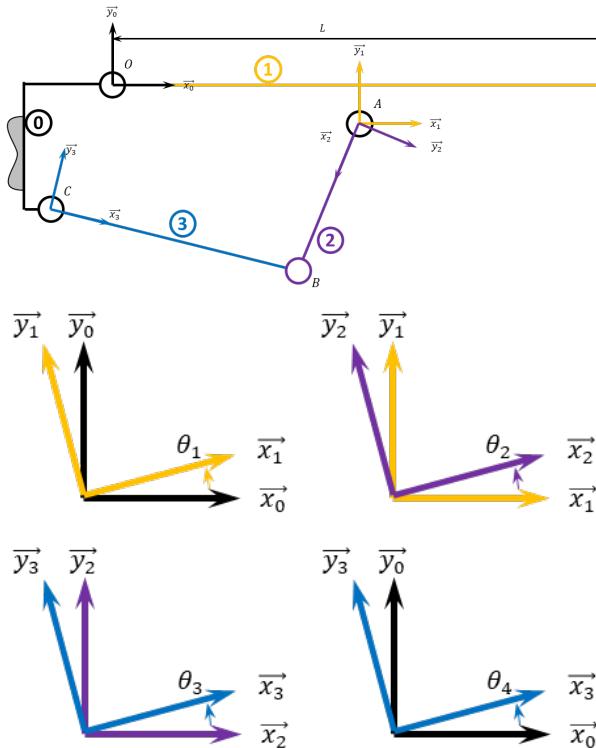
- G_1 le centre d'inertie du solide 1 tel que $\vec{OG}_1 = L \vec{x}_1$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide 2 tel que $\vec{AG}_2 = \frac{b}{2} \vec{x}_2$,

m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie;

- G_3 le centre d'inertie du solide 3 tel que $\overrightarrow{CG_3} = \frac{c}{2} \overrightarrow{x_3}$,

m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \vec{k}_0$ le couple moteur agissant sur le solide 1. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{z}_0$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 274.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2+3.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2+3.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1 + 2 + 3 / 0)$.

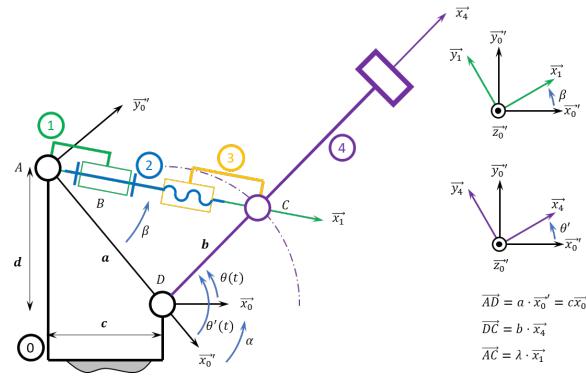
Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 332.

Exercice 240 – Maxpid ***

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107,1 \text{ mm}$, $b = 80 \text{ mm}$, $c = 70 \text{ mm}$, $d = 80 \text{ mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm. De plus, on note :

• $G_1 = B$ le centre d'inertie du solide 1, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;

• G_2 le centre d'inertie du solide 2 tel que $\overrightarrow{BG_2} = L \overrightarrow{x_1}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie;

• $G_3 = C$ le centre d'inertie du solide 3, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie;

• G_4 le centre d'inertie du solide 4 tel que $\overrightarrow{DG_4} = L_4 \overrightarrow{x_4}$, m_4 sa masse et $I_{G_4}(4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_4}$ sa matrice d'inertie;

On note $C_m \vec{k}_0$ le couple moteur agissant sur le solide 1. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{y}_0$. On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 274.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2+3+4.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2+3+4.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1 + 2 + 3 + 4 / 0)$.

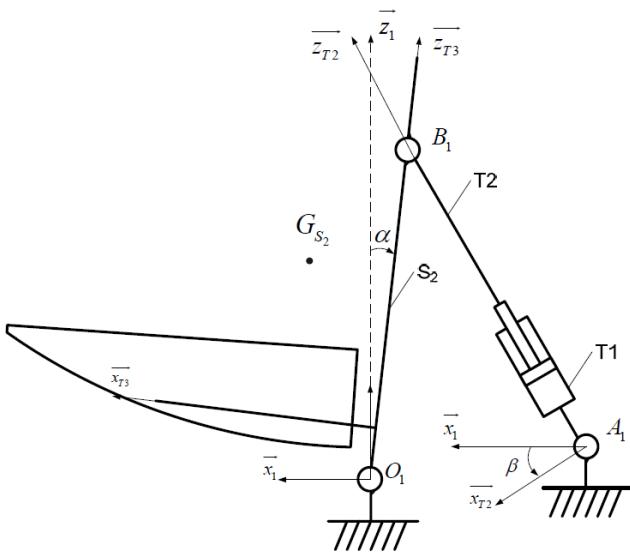
Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé voir 333.

Exercice 241 – Chariot élévateur de bateaux **

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

L'objectif est d'obtenir un modèle dynamique du mécanisme de basculement à partir de la modélisation plane proposée sur la figure suivante.



Les solides pris en compte pour l'étude sont :

- l'ensemble $S_2 = \{T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10}, T_{11}, B\}$ en liaison pivot d'axe (O_1, \vec{y}_0) par rapport au chariot 1 de centre de gravité G_{S_2} . Le moment d'inertie de l'ensemble S_2 par rapport à l'axe sera (G_{S_2}, \vec{y}_1) noté J_{S_2} et sa masse m_{S_2} . La liaison pivot entre l'ensemble S_2 et le chariot génère un couple résistant $\vec{C}_\mu = -\mu \dot{\alpha} \vec{y}_0$ et $\vec{O}_1 O_{G_{S_2}} = x_{G_{S_2}} \vec{x}_{T3} + z_{G_{S_2}} \vec{z}_{T3}$;
- un vérin équivalent $V = \{T_1, T_2\}$ dont la tige est en liaison pivot d'axe (A_1, \vec{y}_0) par rapport au chariot 1 et le corps en liaison pivot d'axe (B_1, \vec{y}_0) par rapport à l'ensemble S_2 . La masse et l'inertie du vérin sont négligées. Le vérin développe un effort au cours du mouvement qui sera noté $\vec{F}_V = p(t) S \vec{z}_{T2}$ où $p(t)$ est la différence de pression entre les deux chambres du vérin.

On pose $\vec{A}_1 \vec{B}_1 = (\lambda_0 + \lambda) \vec{z}_{T2}$. Le paramétrage est tel que si $\alpha = 0$ alors $\lambda = 0$.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle α est petit, montrer que $\alpha(t)$ et $p(t)$ sont liés par l'équation différentielle suivante : $J_{eq} \ddot{\alpha}(t) + \mu \dot{\alpha}(t) = \frac{Sp(t)}{k} + m_{S_2} g x_{G_{S_2}}$. Exprimer J_{eq} .

Objectif L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 2.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à 7000 tr min^{-1} est estimé à $C_{\text{res}} = 100 \text{ N m}$.
- 2.02 – loi de commande La vitesse cible maximale $N_C^{\max} = 7000 \text{ tr min}^{-1}$ doit être atteinte en moins de $T_{\text{acc}} = 5 \text{ s}$.
- 2.03 – Risque de décrochage : le couple maximal demandé au moteur en fonctionnement doit rester inférieur à $C_u^{\max}/s = 570 \text{ N m}$ où $C_u^{\max} = 740 \text{ N m}$ et $s = 1,3$ est un coefficient de sécurité.

Sans cette partie, nous allons vérifier que le moteur modélisé dans la partie précédente permet de répondre à l'exigence 2.02 concernant la loi de commande. Nous allons également mettre en évidence la nécessité de réaliser un asservissement de la vitesse du moteur.

Données et hypothèses :

- pendant toute la phase de mise en rotation de la ligne d'arbre, on considérera pour simplifier l'étude, que le couple résistant sur le joint(rotor) est constant et égal à C_{res} ;
- le moteur étant commandé à U_S/f constant, on considérera que le couple moteur (noté C_m) est constant pendant la phase d'accélération;
- le rendement de la liaison pivot réalisée par le palier hydrostatique (double butée) est $\eta_b = 0,95$;
- le rendement de la liaison pivot réalisée par les roulements à billes est $\eta_b = 0,9$;
- le moment d'inertie du rotor moteur est $J_{\text{mot}} = 1,15 \text{ kg m}^2$;
- le moment d'inertie de l'accouplement à l'arbre moteur est négligé;
- plusieurs solutions technologiques (différentes formes internes et différents matériaux) seront testées pour la nouvelle géométrie de joint. Le moment d'inertie maximal du joint (rotor) selon l'axe de rotation est $J_{\text{joint}} = 0,92 \text{ kg m}^2$;
- le moment d'inertie de l'ensemble bda={ butée double + arbre + fusible mécanique} selon l'axe de rotation est $J_{bda} = 0,092 \text{ kg m}^2$.

On considère l'ensemble de la ligne d'arbre (voir figure Figure 3.1) $\Sigma = \{\text{arbre moteur} + \text{accouplement} + \text{fusible mécanique}\}$. On notera Ω la vitesse de rotation $\Omega(\Sigma/0)$ de la ligne d'arbre par rapport au bâti 0, et J_Σ le moment d'inertie de Σ par rapport à l'axe de rotation du moteur.

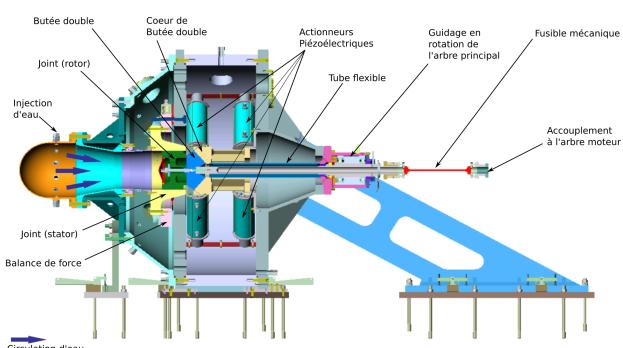


FIGURE 3.1 – Représentation en coupe du banc BALAFRE

Corrigé voir 334.

Exercice 242 – Banc Balafre*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer le moment d'inertie J_{Σ} en fonction des données fournies et calculer sa valeur numérique.

Question 2 Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au bâti (noté 0) du banc (fixé au sol).

Question 3 Exprimer la puissance des actions mécaniques extérieures sur Σ dans le mouvement de Σ par rapport à 0.

Question 4 Exprimer la puissance perdue P_{pertes} dans les roulements à billes et dans la butée hydrostatique.

Question 5 Exprimer le théorème de l'énergie cinétique appliquée au mouvement de Σ par rapport à 0. En déduire l'expression de $\frac{d\Omega}{dt}$ en fonction de C_m , C_{res} , η_r , η_r et J_{Σ} .

Question 6 En explicitant clairement les hypo-

thèses utilisées, expliquer pourquoi l'accélération peut être considérée constante pendant la mise en mouvement de la ligne d'arbre.

Question 7 Déterminer la valeur minimale d'accélération α_{min} compatible avec le tableau des exigences 2.

Question 8 En déduire la valeur de couple moteur nécessaire pendant cette phase d'accélération.

En cas de perturbation de vitesse sur la ligne d'arbre pendant la phase d'accélération, il peut se produire un phénomène instable au niveau du film liquide à l'intérieur du joint testé. Ceci peut se traduire par une perturbation de couple pouvant aller jusqu'à une valeur $C_p = 100 \text{ Nm}$.

Question 9 Déterminer alors la valeur de C_m pour le scénario le plus défavorable.

Corrigé voir 335.

3.3 C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique

3.4 C1 – Proposer une démarche de résolution

3.4.1 C1-05 – Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS

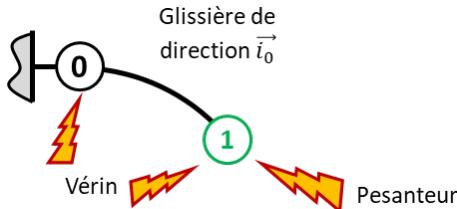
Exercice 243 – Mouvement T – *

B2-14

B2-15

C1-05

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

$$\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{01} \vec{j}_1 + Z_{01} \vec{k}_1 \\ L_{01} \vec{i}_1 + M_{01} \vec{j}_1 + N_{01} \vec{k}_1 \end{array} \right\}_A$$

$$\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{i}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

$$\{\mathcal{F}(\text{ver} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} F_v \vec{i}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

$$\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{01} \vec{j}_1 \\ N_{01} \vec{k}_1 \end{array} \right\}_A, \{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{i}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G, \{\mathcal{F}(\text{ver} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} F_v \vec{i}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G.$$

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir 1 en équilibre.

Mouvement de translation. On isole 1 et on applique le théorème de la résultante statique en projection suivant \vec{i}_0 .

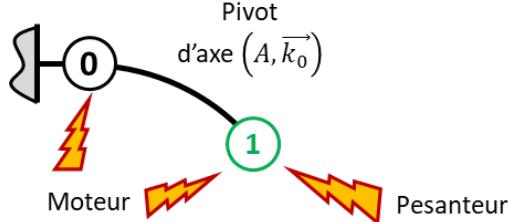
Exercice 244 – Mouvement R *

B2-14

B2-15

C1-05

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

$$\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01} \vec{i}_1 + Y_{01} \vec{j}_1 + Z_{01} \vec{k}_1 \\ L_{01} \vec{i}_1 + M_{01} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_A, \{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{j}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B, \{\mathcal{F}(\text{Mot} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_A.$$

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

$$\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01} \vec{i}_1 + Y_{01} \vec{j}_1 \\ M_{01} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_A, \{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{j}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B, \{\mathcal{F}(\text{Mot} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_A.$$

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir **1** en équilibre.

On isole 1 et on réalise un théorème du moment statique en A en projection sur \vec{k}_0 .

Exercice 245 – Mouvement TT – *

B2-14

B2-15

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Exercice 246 – Mouvement RR *

B2-14

B2-15

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Exercice 247 – Mouvement RT *

B2-14

B2-15

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Exercice 248 – Mouvement RT *

B2-14

B2-15

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Exercice 249 – Mouvement RR 3D **

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Exercice 250 – Mouvement RR 3D **

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Exercice 251 – Barrière Sympact **

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

On néglige la pesanteur sur la pièce 1.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique du moteur sur la pièce 1.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_r \vec{k}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce 2. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de 45 Nm pour un angle de rotation 100° . On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ($\varphi_o = \frac{\pi}{2}$). Il est au maximum lorsque $\varphi_f = 0$.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -Mg \vec{j}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{\forall G}$ avec $\overrightarrow{AG} = L \vec{i}_2$.

Question 1 Réaliser un graphe d'analyse.

Question 2 Expliciter C_r en fonction des différents constantes (k, φ_o, φ_f) et celles qui vous sembleraient utile.

Question 3 Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.

Exercice 252 – Suspension automobile **

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Peut-on résoudre complètement le système ? Pourquoi ?

Exercice 253 – Pèse camion **

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.

Question 2 Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de F en fonction de M .

3.4.2 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD

Exercice 254 – Mouvement T – *

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à \mathcal{R}_0 .

Exercice 255 – Mouvement R *

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à \mathcal{R}_0 .

Exercice 256 – Mouvement TT – *

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à \mathcal{R}_0 .

Exercice 257 – Mouvement RR *

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à \mathcal{R}_0 .

Exercice 258 – Mouvement RT *

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

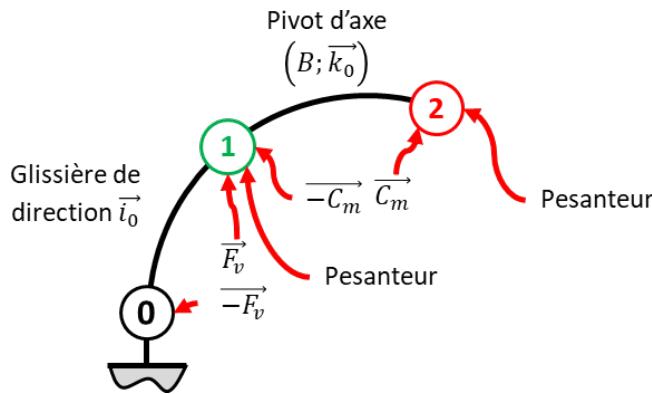
Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à \mathcal{R}_0 .

Exercice 259 – Mouvement RT *

B2-14

C1-05

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de 1 et de 2 par rapport à \mathcal{R}_0 .

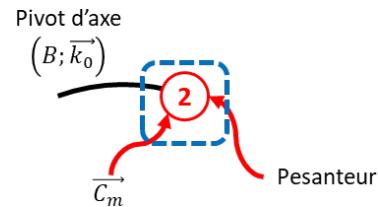
Ce mécanisme présente deux degrés de liberté indépendants : $\lambda(t)$ et $\theta(t)$. Il est donc nécessaire d'écrire, dans le meilleur des cas, deux équations :

- une équation traduisant la mobilité de 2 par rapport à 1, soit TMD appliqué à 2 en B en projection sur \vec{k}_0 ;
- une équation traduisant la mobilité de 2+1 par rapport à 0, soit TRD appliquée à 1+2 en projection sur \vec{i}_0 .

• **On isole 2.**

• **BAME :**

- actions de la liaison pivot $\{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\}$;
- action du moteur $\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow 2)\}$;
- action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$.

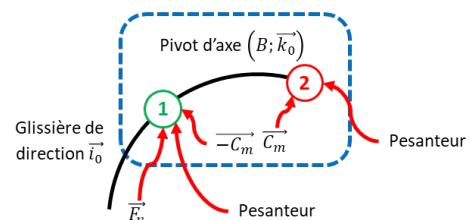


- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide 2 en projection sur \vec{k}_0 : $C_{\text{mot}} + \mathcal{M}(B, \text{pes} \rightarrow 2) \cdot \vec{k}_0 = \overline{\delta}(B, 2/0) \cdot \vec{k}_0$.
- **Calcul de la composante dynamique :** considérons le cas où la matrice d'inertie est donnée en C . On a donc $\overline{\delta}(C, 2/0) = \frac{d}{dt} \left[\overline{\sigma}(C, 2/0) \right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} \left[I_C(2) \overline{\Omega}(2/0) \right]_{\mathcal{R}_0}$. De plus, $\overline{\delta}(B, 2/0) = \overline{\delta}(C, 2/0) + \overline{BC} \wedge \overline{R_d}(2/0)$ et $\overline{R_d}(2/0) = m_2 \overline{\Gamma}(C, 2/0)$.

• **On isole 1+2.**

• **BAME :**

- actions de la liaison glissière $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}$;
- action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\}$;
- action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$;
- action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{ver} \rightarrow 1)\}$;



- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble 1+2 en projection sur \vec{i}_0 : $R(\text{ver} \rightarrow 1) \cdot \vec{i}_0 = R_d(1+2/0) \cdot \vec{i}_0$.
- **Calcul de la composante dynamique :** $\overline{R_d}(1+2/0) = \overline{R_d}(1/0) + \overline{R_d}(2/0) = m_1 \overline{\Gamma}(G_1, 1/0) + m_2 \overline{\Gamma}(G_2, 2/0)$.

Exercice 260 – Mouvement RR 3D **

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de 1 et de 2 par rapport à \mathcal{R}_0 .

Exercice 261 – Mouvement RR 3D **

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à \mathcal{R}_0 .

Exercice 262 – Mouvement RT – RSG **

B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à \mathcal{R}_0 .

3.5 C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

3.5.1 Déterminer la réponse fréquentielle

Exercice 263 – Ecart*

C2-02 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_1(p) = \frac{15}{1 + 10p}$.

Question 2 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_2(p) = \frac{10}{(1 + 10p)(10 + p)}$.

Question 3 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_3(p) = \frac{40}{p(1 + 300p)}$.

Exercice 264 – Ecart*

C2-02 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_1(p) = \frac{200}{p(1 + 20p + 100p^2)}$.

3.5.2 C2-03 – Déterminer les performances d'un système asservi

Exercice 265 – Valeur finale*

C2-03

Question 1 Déterminer la valeur finale de $s(t)$ lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude E_0 .

On a $H(p) = \frac{\frac{K}{CK}}{1 + \frac{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}} = \frac{K}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) + CK}$. En conséquence, $S(p) = E(p) \cdot \frac{K}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) + CK}$.

$s_\infty = \lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pS(p) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p)H(p)$. Dans le cas où $E(p)$ est un échelon, on a $E(p) = \frac{E_0}{p}$ et donc $s_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{E_0}{p} \frac{K}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) + CK} = \frac{E_0}{C}$.

Question 2 En déduire la valeur de l'erreur statique.

L'erreur statique est donnée par $\lim_{t \rightarrow +\infty} (e(t) - s(t)) = E_0 - \frac{E_0}{C}$.

Question 3 Déterminer la valeur finale de $s(t)$ lorsque l'entrée est une rampe de pente k .

On a maintenant $E(p) = \frac{k}{p^2}$. On a donc et donc $s_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{k}{p^2} \frac{K}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) + CK}$ et $s_\infty = \infty$.

Question 4 En déduire la valeur de l'erreur de traînage.

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &= \lim_{t \rightarrow +\infty} (e(t) - s(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} p \left(\frac{k}{p^2} - \frac{k}{p^2} \frac{K}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) + CK} \right) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{k}{p} \left(1 - \frac{K}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) + CK} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{k}{p} \frac{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) + CK - K}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) + CK} = +\infty \end{aligned}$$

Question 5 Qu'en est-il si $C = 1$?

$$\varepsilon_v = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{k}{p} \frac{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p) + CK - K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p) + CK} = \lim_{p \rightarrow 0} k \frac{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p) + K} = \lim_{p \rightarrow 0} k \frac{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p) + K} = \frac{k}{K}.$$

Exercice 266 – Ecart*

C2-03 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $E(p)$ et $P(p)$.

Question 2 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est un échelon d'amplitude E_0 et $P(p)$ est un échelon d'amplitude P_0 .

Question 3 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est un échelon d'amplitude E_0 et $P(p)$ est une rampe de pente P_0 .

Question 4 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est une rampe de pente E_0 et $P(p)$ est un échelon d'amplitude P_0 .

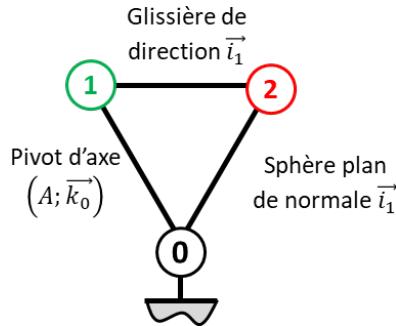
Question 5 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est une rampe de pente E_0 et $P(p)$ est une rampe de pente P_0 .

3.5.3 C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 267 – Pompe à piston radial *

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

On a $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{0}$ soit $-e \overrightarrow{i_0} + \lambda \overrightarrow{i_1} - R \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow -e \overrightarrow{i_0} + \lambda(t) \cos \theta(t) \overrightarrow{i_0} + \lambda(t) \sin \theta(t) \overrightarrow{j_0} - R \cos \varphi(t) \overrightarrow{i_0} - R \sin \varphi(t) \overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$.

En projetant les expressions sur $\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{j_0}$, on a : $\begin{cases} -e + \lambda(t) \cos \theta(t) - R \cos \varphi(t) = 0 \\ \lambda(t) \sin \theta(t) - R \sin \varphi(t) = 0 \end{cases}$

On cherche à supprimer $\varphi(t)$; donc

$$\begin{cases} -e + \lambda(t) \cos \theta(t) = R \cos \varphi(t) \\ \lambda(t) \sin \theta(t) = R \sin \varphi(t) \end{cases}.$$

En élevant au carré les expressions et en sommant, on obtient $R^2 = (-e + \lambda(t) \cos \theta(t))^2 + \lambda(t)^2 \sin^2 \theta(t) \Rightarrow R^2 = (-e + \lambda(t) \cos \theta(t))^2 + \lambda(t)^2 \sin^2 \theta(t)$
 $\Rightarrow R^2 = e^2 - 2e \lambda(t) \cos \theta(t) + \lambda(t)^2$.

Résolution de l'équation : $\lambda(t)^2 - 2e \lambda(t) \cos \theta(t) + e^2 - R^2 = 0$.

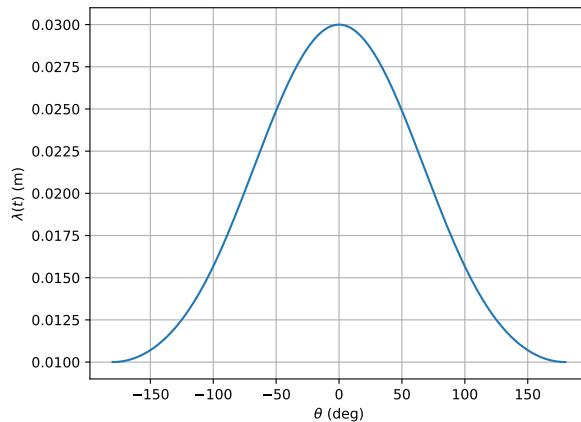
On a $\Delta = (-2e \cos \theta(t))^2 - 4(e^2 - R^2) = 4e^2 \cos^2 \theta(t) - 4e^2 + 4R^2$.

On a donc

$$\lambda(t) = \frac{2e \cos \theta(t) \pm \sqrt{4e^2 \cos^2 \theta(t) - 4e^2 + 4R^2}}{2} = e \cos \theta(t) \pm \sqrt{e^2 \cos^2 \theta(t) - e^2 + R^2}$$

Question 3 En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

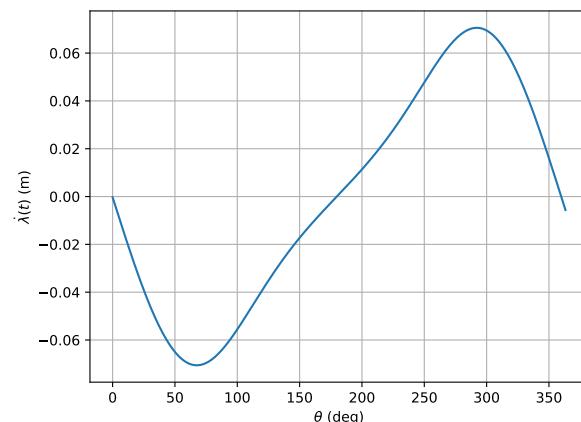
On garde la solution positive et obtient la courbe suivante.



Question 4 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

$$\begin{aligned} \text{En dérivant l'expression précédente, on a } \dot{\lambda}_+(t) &= -e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) + \frac{1}{2}\left(e^2\cos^2\theta(t)\right)'(e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2)^{-\frac{1}{2}} \\ &= -e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) - \frac{e^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2}}. \end{aligned}$$

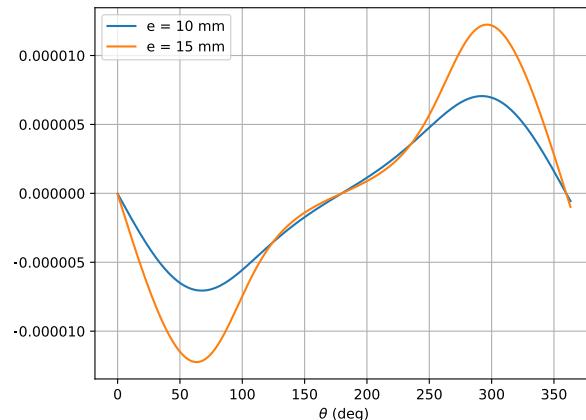
À revoir



Question 5 Exprimer le débit instantané de la pompe.

Le débit instantané de la pompe est donné par $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$.

Question 6 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10$ mm et $e = 15$ mm.



Question 7 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10 \text{ mm}$ pour une pompe à 5 pistons (5 branches 1+2).

```
def plot_debit5p():
    plt.cla()
    w = 2*m.pi # rad/s (1tr/s)
    les_t = np.linspace(0,6,6000)
    les_theta = w*les_t

    # Calcul de la vitesse instantanée des pistons.
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    les_lambdap = np.array(les_lambdap)

    S= 1e-4 # Surface en m2

    # 5 courbes de débit décalées d'un cinquième de tour
    les_q1 = S*les_lambdap
    les_q2 = S*les_lambdap[200:]
    les_q3 = S*les_lambdap[400:]
    les_q4 = S*les_lambdap[600:]
    les_q5 = S*les_lambdap[800:]

    # On conserve que les valeurs que sur un tour
    les_q1 = les_q1[:1000]
    les_q2 = les_q2[:1000]
    les_q3 = les_q3[:1000]
    les_q4 = les_q4[:1000]
    les_q5 = les_q5[:1000]
    plt.grid()

    les_t = les_t[:1000]
    les_theta = les_theta[:1000]

    plt.xlabel("$\theta$ (deg)")
    plt.ylabel("Débit instantané $m^3s^{-1}$")

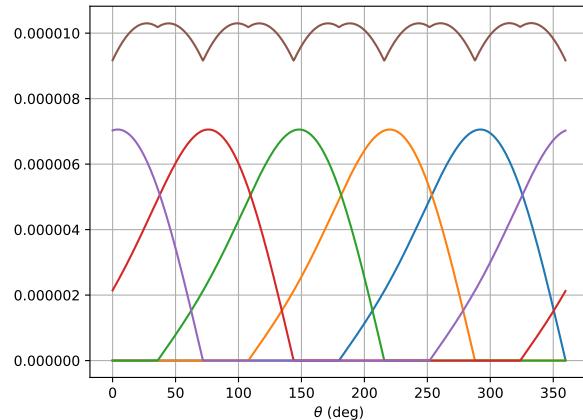
    # On conserve que les valeurs positives (débit)
    for i in range(len(les_q1)):
        if les_q1[i]<0:
            les_q1[i]=0
        if les_q2[i]<0:
            les_q2[i]=0
        if les_q3[i]<0:
            les_q3[i]=0
        if les_q4[i]<0:
            les_q4[i]=0
        if les_q5[i]<0:
```

```

les_q5[i]=0

plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1)
plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q2)
plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q3)
plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q4)
plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q5)

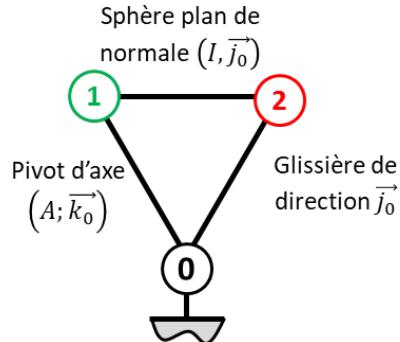
# Le débit instantané est la somme des contributions
plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1+les_q2+les_q3+les_q4+les_q5)
#plt.show()
#plt.savefig("10_05_c.pdf")
    
```



Exercice 268 – Pompe à piston axial *

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

En écrivant la fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$.

On a donc, $e \overrightarrow{i_1} + R \overrightarrow{j_0} + \mu \overrightarrow{i_0} - \lambda(t) \overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$. En projetant l'expression sur $\overrightarrow{j_0}$ (dans ce cas, l'expression suivant $\overrightarrow{i_0}$ n'est pas utile) : $e \sin \theta + R - \lambda(t) = 0$.

On a donc, $\lambda(t) = e \sin \theta + R$.

Question 3 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

En dérivant l'expression précédente, on a $\dot{\lambda}(t) = e \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$.

Question 4 On note S la section du piston 2. Exprimer le débit instantané de la pompe.

En notant $q(t)$ le débit instantané, $q(t) = e S \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$.

Question 5 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10$ mm et $R = 10$ mm ainsi que pour $e = 20$ mm et $R = 5$ mm. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100 \text{ rad s}^{-1}$, la section du

piston est donnée par $S = 1 \text{ cm}^2$.

```

#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""11_PompePistonAxial.py"""

__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.02 # m
e = 0.01 # m

def calc_lambda(theta):
    res= e*np.sin(theta)+R

    return res

def calc_lambdap(theta,w):

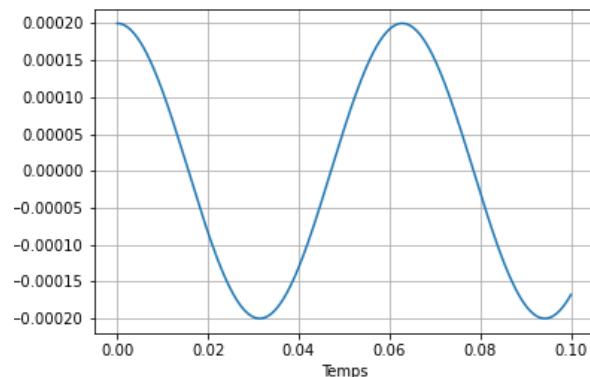
    res = e*w*np.cos(theta)
    return res

def plot_debit():

    plt.cla()
    w = 100 # rad/s
    les_t = np.linspace(0,0.1,1000)
    les_theta = w*les_t
    global e
    S = 1e-4
    e = 20e-3
    les_q = e*S*w*np.cos(les_theta)
    plt.plot(les_t,les_q)
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Débit ($\text{m}^3\text{s}^{-1}$)")
    plt.grid()
    plt.savefig("11_02_c.png")
    plt.show()

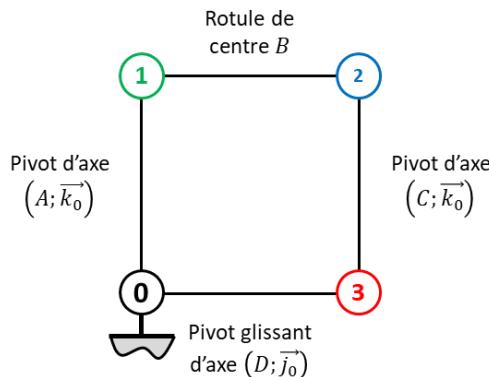
plot_debit()

```



Exercice 269 – Système bielle manivelle **

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

En réalisant une fermeture géométrique, on obtient $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow R \overrightarrow{i_1} - L \overrightarrow{i_2} - \lambda(t) \overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$. On projette alors cette expression dans \mathcal{R}_0 :

$$\begin{cases} R \cos \theta(t) - L \cos \varphi(t) = 0 \\ R \sin \theta(t) - L \sin \varphi(t) - \lambda(t) = 0 \end{cases}.$$

On cherche à éliminer $\varphi(t)$:

$$\begin{cases} R \cos \theta(t) = L \cos \varphi(t) \\ R \sin \theta(t) - \lambda(t) = L \sin \varphi(t) \end{cases}.$$

En élevant au carré, on a donc

$$\begin{cases} R^2 \cos^2 \theta(t) = L^2 \cos^2 \varphi(t) \\ (R \sin \theta(t) - \lambda(t))^2 = L^2 \sin^2 \varphi(t) \end{cases}.$$

En conséquence, $R^2 \cos^2 \theta(t) + (R \sin \theta(t) - \lambda(t))^2 = L^2$ et $(R \sin \theta(t) - \lambda(t))^2 = L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t) \Rightarrow \lambda(t) = \pm \sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)} + R \sin \theta(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

$$\dot{\lambda}(t) = \pm \left(\frac{R^2 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \sin \theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2 \cos^2 \theta(t)}} \right) + \dot{\theta}(t) R \cos \theta(t)$$

Question 4 En utilisant Python, tracer la vitesse du piston en fonction du temps. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100 \text{ rad s}^{-1}$, on prendra $R = 10 \text{ mm}$ et $L = 20 \text{ mm}$ puis $L = 30 \text{ mm}$.

```
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""12_BielleManivelle.py"""
__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

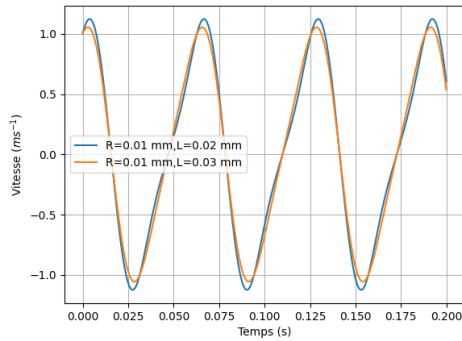
R = 0.01 # m
L = 0.03 # m
w = 100
def calc_lambda(theta):
    #res = R*np.sin(theta)
    #print(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))
    #res = res + np.sqrt(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))
    res = np.sqrt(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))+R*np.sin(theta)
    return res

def plot_lambda():
    pass
```

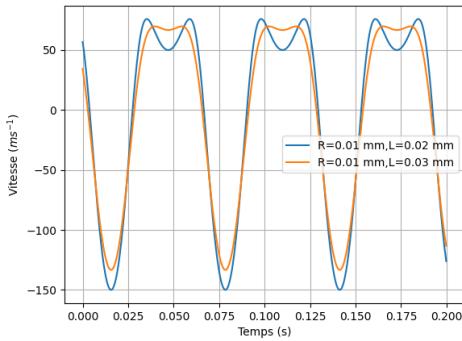
```

les_theta=np.linspace(-2*np.pi,2*np.pi,1000)
les_l = [calc_lambda(x) for x in les_theta]
plt.grid()
plt.xlabel("Temps (s)")
plt.ylabel("Vitesse (${m\cdot s^{-1}}$)")
plt.plot(les_theta,les_l,label=str(R)+str(L))
plt.legend()
plt.show()

plot_lambda()
    
```



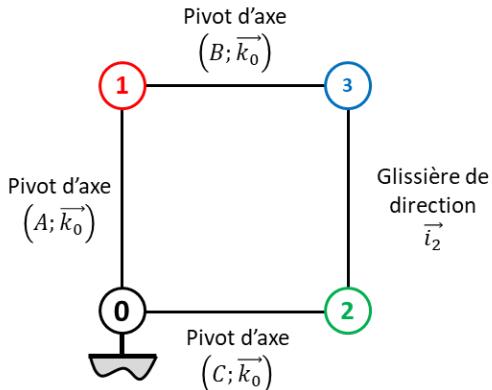
Question 5 En utilisant Python, tracer l'accélération du piston en fonction du temps en utilisant les mêmes valeurs que dans la question précédente. On utilisera une dérivation numérique.



Exercice 270 – Pompe oscillante *

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

En réalisant une fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow R\overrightarrow{i_1} - \lambda(t)\overrightarrow{i_2} + H\overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$.

En projetant cette expression dans le repère \mathcal{R}_0 , on a $R(\cos \theta(t)\overrightarrow{i_0} + \sin \theta(t)\overrightarrow{j_0}) - \lambda(t)(\cos \varphi(t)\overrightarrow{i_0} + \sin \varphi(t)\overrightarrow{j_0}) + H\overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$.

On obtient alors les équations scalaires suivantes : $\begin{cases} R \cos \theta(t) - \lambda(t) \cos \varphi(t) = 0 \\ R \sin \theta(t) - \lambda(t) \sin \varphi(t) + H = 0 \end{cases}$.

On cherche à supprimer $\varphi(t)$, on va donc isoler la variable : $\begin{cases} \lambda(t) \cos \varphi(t) = R \cos \theta(t) \\ \lambda(t) \sin \varphi(t) = R \sin \theta(t) + H \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda(t)^2 \cos^2 \varphi(t) = R^2 \cos^2 \theta(t) \\ \lambda(t)^2 \sin^2 \varphi(t) = (R \sin \theta(t) + H)^2 \end{cases}$

En sommant les expressions, on a : $\lambda(t)^2 = R^2 \cos^2 \theta(t) + (R \sin \theta(t) + H)^2$.

Au final, $\lambda(t)^2 = R^2 + H^2 + 2HR \sin \theta(t)$ et

$$\lambda(t) = \pm \sqrt{R^2 + H^2 + 2HR \sin \theta(t)}$$

Question 3 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

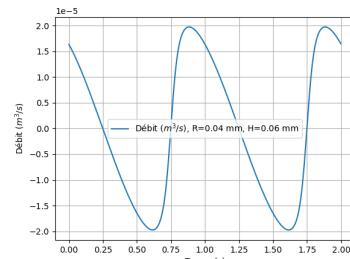
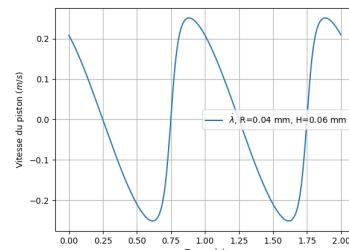
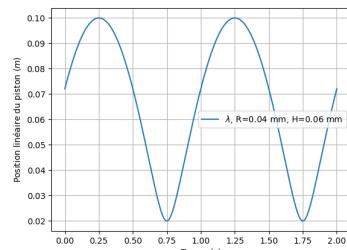
En dérivant l'expression obtenue à la question précédente, on obtient

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{1}{2} (-2HR\dot{\theta}(t)\cos \theta(t)) (R^2 + H^2 + 2HR \sin \theta(t))^{-\frac{1}{2}}$$

Question 4 Exprimer le débit instantané de la pompe.

On note q le débit instantané de la pompe. On a $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$ avec S la section du piston 3.

Question 5 En utilisant Python, donner le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour un piston de diamètre $D = 10$ mm.



```
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""13_TransfoMouvement.py"""

__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles@lamartin.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m

R = 0.04 # m
H = 0.06 # m
D = 10e-3 # 10 mm

w = 60 # tours /min
w = w*2*m.pi/60 # rad/s

def calc_lambda(theta):
    res = R*R+H*H+2*R*H*np.sin(theta)

    return np.sqrt(res)

def calc_lambdap(theta):
    res = -H*R*w*np.cos(theta)*np.power(R*R+H*H+2*R*H*np.sin(theta), -0.5)
    return np.sqrt(res)

def calc_lambdap_bis(les_t, les_lambda):
    les_lambda_p = []
    for t in les_t:
        les_lambda_p.append(calc_lambdap(t))
    return les_lambda_p
```

```

for i in range(len(les_t)-1):
    les_lambda_p.append((les_lambda[i+1]-les_lambda[i])/(les_t[i+1]-les_t[i]))

return les_lambda_p

def plot_lambda():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Position linéaire du piston ($m$)")
    plt.plot(les_t,les_lambda,label=str("$\lambda$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm"))
    plt.legend()
    plt.show()

def plot_lambdap():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Vitesse du piston ($m/s$)")
    #plt.plot(les_t,les_lambdap,label=str("$\dot{\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm"))

    les_lambdap_bis = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    plt.plot(les_t[:-1],les_lambdap_bis,label=str("$\dot{\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm"))

    plt.legend()
    plt.show()

def plot_debit():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Débit ($m^3/s$)")
    #plt.plot(les_t,les_lambdap,label=str("$\dot{\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm"))

    les_lambdap_bis = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    for i in range(len(les_lambdap_bis)):
        les_lambdap_bis[i]=les_lambdap_bis[i]*np.pi*D*D/4

    plt.plot(les_t[:-1],les_lambdap_bis,label=str("Débit ($m^3/s$), R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm"))

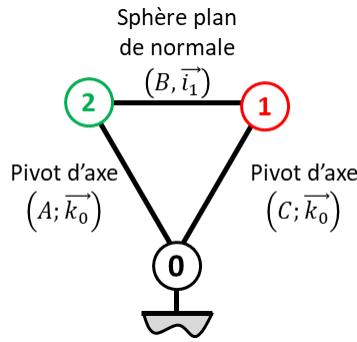
    plt.legend()
    plt.show()

#plot_lambda()
#plot_lambdap()
plot_debit()

```

Exercice 271 – Barrière Sympact *
C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



Question 2 Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

On a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$ soit $\lambda(t)\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{i_1} - h\overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$.

En exprimant l'équation vectorielle dans le repère \mathcal{R}_0 , on a $\lambda(t)(\cos \varphi(t)\overrightarrow{i_0} + \sin \varphi(t)\overrightarrow{j_0}) - R(\cos \theta(t)\overrightarrow{i_0} + \sin \theta(t)\overrightarrow{j_0}) - h\overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$.

$$\text{On a alors } \begin{cases} \lambda(t)\cos \varphi(t) - R\cos \theta(t) = 0 \\ \lambda(t)\sin \varphi(t) - R\sin \theta(t) - h = 0 \end{cases}$$

$$\text{soit } \begin{cases} \lambda(t)\cos \varphi(t) = R\cos \theta(t) \\ \lambda(t)\sin \varphi(t) = R\sin \theta(t) + h \end{cases}.$$

En faisant le rapport des équations, on a donc : $\tan \varphi(t) = \frac{R \sin \theta(t) + h}{R \cos \theta(t)}$ (pour $\theta(t) \neq \frac{\pi}{2} \text{ mod } \pi$).

Question 3 Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

On a : $\varphi(t) = \arctan\left(\frac{R \sin \theta(t) + h}{R \cos \theta(t)}\right)$.

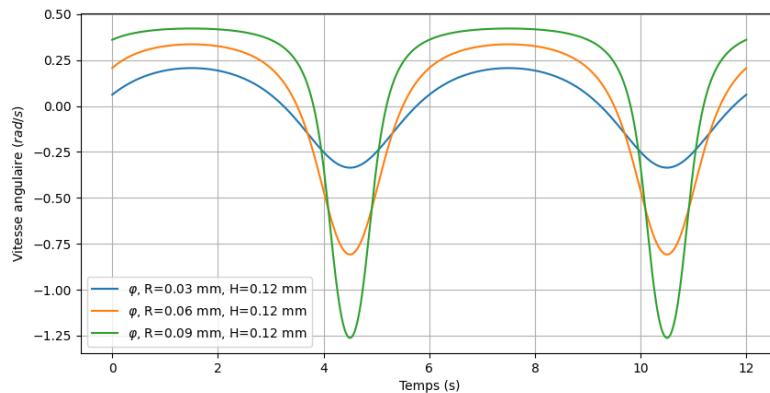
Pour commencer, $(R \sin \theta(t) + h)' = R\dot{\theta}(t)\cos \theta(t)$ et $(R \cos \theta(t))' = -R\dot{\theta}(t)\sin \theta(t)$.

$$\begin{aligned} \text{De plus, } & \left(\frac{R \sin \theta(t) + h}{R \cos \theta(t)}\right)' \\ &= \frac{R\dot{\theta}(t)\cos \theta(t)R\cos \theta(t) + R\dot{\theta}(t)\sin \theta(t)(R\sin \theta(t) + h)}{R^2 \cos^2 \theta(t)} \\ &= \frac{R^2\dot{\theta}(t)\cos^2 \theta(t) + R\dot{\theta}(t)\sin \theta(t)(R\sin \theta(t) + h)}{R^2 \cos^2 \theta(t)} \\ &= \frac{R\dot{\theta}(t)\cos^2 \theta(t) + R\sin^2 \theta(t)\dot{\theta}(t) + h\dot{\theta}(t)\sin \theta(t)}{R \cos^2 \theta(t)} \\ &= \dot{\theta}(t) \frac{R + h \sin \theta(t)}{R \cos^2 \theta(t)}. \end{aligned}$$

Au final,

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(t) &= \frac{\dot{\theta}(t) \frac{R + h \sin \theta(t)}{R \cos^2 \theta(t)}}{1 + \left(\frac{R \sin \theta(t) + h}{R \cos \theta(t)}\right)^2} \frac{\dot{\theta}(t) \frac{R + h \sin \theta(t)}{R \cos^2 \theta(t)}}{1 + \frac{(R \sin \theta(t) + h)^2}{R^2 \cos^2 \theta(t)}}. \\ \dot{\varphi}(t) &= R^2 \cos^2 \theta(t) \frac{\dot{\theta}(t) \frac{R + h \sin \theta(t)}{R \cos^2 \theta(t)}}{R^2 \cos^2 \theta(t) + \frac{(R \sin \theta(t) + h)^2}{R^2 \cos^2 \theta(t)}} = \frac{R\dot{\theta}(t)(R + h \sin \theta(t))}{R^2 \cos^2 \theta(t) + (R \sin \theta(t) + h)^2}. \\ \dot{\varphi}(t) &= \frac{R\dot{\theta}(t)(R + h \sin \theta(t))}{R^2 \cos^2 \theta(t) + R^2 \sin^2 \theta(t) + h^2 + 2Rh \sin \theta(t)} = \frac{R\dot{\theta}(t)(R + h \sin \theta(t))}{R^2 + h^2 + 2Rh \sin \theta(t)}. \end{aligned}$$

Question 4 En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 1 est de 10 tours par minute.



```

#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""14_Sympact.py"""

__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.03 # m
H = 0.12 # m
w = 10 # tours /min
w = 10*2*m.pi/60 # rad/s

def calc_phi(theta):
    num = R*np.sin(theta)+H
    den = R*np.cos(theta)
    return np.arctan2(num,den)

def calc_phiip(theta):
    num = R*w*(R+H*np.sin(theta))
    den = R*R+H*H+2*R*H*np.sin(theta)
    return np.arctan2(num,den)

def plot_phi():
    les_t = np.linspace(0,12,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_phi = calc_phi(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Position angulaire ($rad$)")
    plt.plot(les_t,les_theta,label=str("$\theta$, R="+str(R)+" mm, H="+str(H)+" mm"))
    plt.plot(les_t,les_phi,label=str("$\varphi$, R="+str(R)+" mm, H="+str(H)+" mm"))
    plt.legend()
    plt.show()

def plot_phiip():
    les_t = np.linspace(0,12,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_phiip = calc_phiip(les_theta)

    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Vitesse angulaire ($rad/s$)")

```

```

plt.plot(les_t,les_theta,label=str("$\theta$, R=")+str(R)+" mm,"+str("H=")+str(H)+" mm")
plt.plot(les_t,les_phi, label=str("$\varphi$, R=")+str(R)+" mm,"+str("H=")+str(H)+" mm")
plt.legend()
plt.show()

for R in [0.03,0.06,0.09]:
    plot_phi()
    
```

Exercice 272 – Barrière Sympact avec galet **
B2-13
C2-05
C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

Question 4 En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.

Question 5 En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 1 est de 10 tours par minute.

Exercice 273 – Pousoir *
C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\mu(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

Question 4 En utilisant Python, tracer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 1 est de 10 tours par minute.

Exercice 274 – Système 4 barres **
C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\theta_1(t)$ en fonction de $\theta_4(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$.

Question 4 En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 1 est de 10 tours par minute.

Exercice 275 – Maxpid ***
C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Par ailleurs $a = 107,1 \text{ mm}$, $b = 80 \text{ mm}$, $c = 70 \text{ mm}$, $d = 80 \text{ mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\theta(t)$ en fonction de $\lambda(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.

Question 4 Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$, vitesse de rotation du rotor moteur 2 par rapport au stator 1.

Question 5 En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce 2 par rapport à 1 est de 500 tours par minute.

Exercice 276 – Variateur de Graham***

D'après ressources de Michel Huguet.

B2-13

C2-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 En exprimant que 2 roule sans glisser sur 4 au point I, déterminer ω en fonction de ω_1 , d et λ .

Question 3 Quelle relation obtient-on entre ω_1 , ω_3 et ω en exprimant l'engrenement des deux roues dentées ? (c'est à dire que 2 et 3 roulent sans glisser l'un sur l'autre en J).

Question 4 En déduire le rapport de variation $\frac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ , d_2 , d_3 et d .

Question 5 Tracer la courbe représentative du rapport de variation $\frac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ , sachant que $\frac{n}{n_3} = \frac{d_1}{d_3}$, $d = 55$ mm et que λ varie entre $\lambda_{mini} = 12$ mm et la valeur $\lambda_{maxi} = 23$ mm.

Exercice 277 – Variateur à billes *****

B2-13

C2-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer la loi entrée – sortie.

Exercice 278 – Fauteuil Roulant *

B2-13

C2-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer les relations issues de la fermeture géométrique liant les paramètres γ , β et $\lambda(t)$.

Question 3 En déduire l'expression de γ en fonction de β .

3.5.4 C2-06 – Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 279 – Train simple *

A3-05

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

On a $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$.

Question 3 Donner une relation géométrique entre Z_1 , Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.

On a $Z_3 = 2Z_2 + Z_1$.

Exercice 280 – Train simple *

A3-05

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

On a $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Question 3 Donner une relation géométrique entre Z_1 , Z_{21} , Z_{22} et Z_4 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.

On a $Z_1 + Z_{21} + Z_{22} = Z_4$.

Exercice 281 – Train simple *

A3-05

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

On a $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Exercice 282 – Train simple *

A3-05

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

On a $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Exercice 283 – Cheville robot NAO*

A3-05

C2-06

Question 1 Quels doivent être les rapports de réductions des transmissions par engrenage afin de respecter les exigences 1.1.1.1 et 1.1.1.2 ?

D'après le diagramme de définition des blocs et le diagramme des exigences, les rapports de transmission doivent être :

- pour l'axe de tangage : $\frac{N_{\text{moteur}}}{N_{\text{Tangage}}} = 138,33$ au minimum;
- pour l'axe de roulis : $\frac{N_{\text{moteur}}}{N_{\text{Roulis}}} = 197,61$ au minimum.

Question 2 Dans le cas de l'axe de tangage, remplir le tableau suivant :

Roue dentée	Module	Nb dents	Diamètre (mm)
Pignon 03 20	0,3	20	6
Mobile Inf1 Roue	0,3	80	24
Mobile Inf1 Pignon	0,4	25	10
Mobile Inf2 Roue	0,4	47	18,8
Mobile Inf2 Pignon	0,4	12	4,8
Mobile Inf4 Roue	0,4	58	23,2
Mobile Inf4 Pignon	0,7	10	7
Roue de sortie	0,7	36	25,2

Résoudre

Question 3 Dans le cas de l'axe de tangage, déterminer le diamètre de chaque roue dentée.

Question 4 Dans le cas de l'axe de tangage, réaliser le schéma cinématique minimal.

Question 5 Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de tangage ? L'exigence 1.1.1.2 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?

$$R_T = (-1)^n \frac{80 \cdot 47 \cdot 58 \cdot 36}{20 \cdot 25 \cdot 12 \cdot 10} = 130,85$$

Ceci est inférieur à ce qui est préconisé par le cahier des charges.

Pour respecter le cahier des charges, on peut :

- choisir un autre moteur ;
- changer le nombre de dents d'une des roues. Il suffirait pour cela que, par exemple, la roue de sortie comporte 39 dents.

Question 6 Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de roulis ? L'exigence 1.1.1.1 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?

Le rapport de transmission du second train est de 201,3 ce qui est compatible avec le cahier des charges.

Exercice 284 – Train simple *

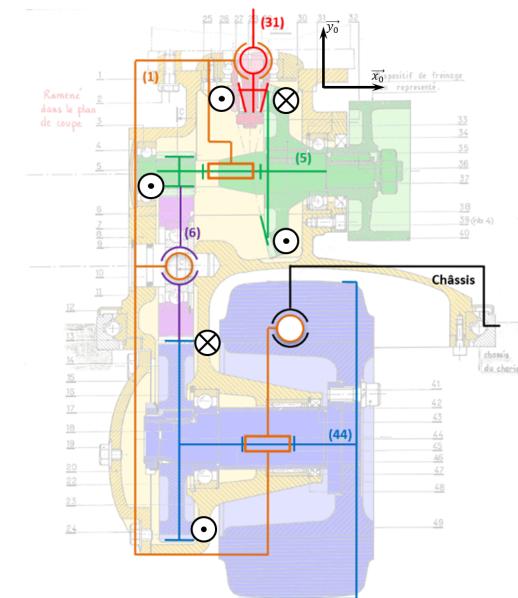
D'après Florestan Mathurin.

A3-05

C2-06

Question 1 Identifier les classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.

Question 2 Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin.



Question 3 Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons.

Repère de la roue	Module m (mm)	Nombre de dents Z	Diamètre primitif D (mm)
27	1,5	16	24
35	1,5	84	126
5	1,5	14	21
11	1,5	56	84
16	1,5	75	112,5

Question 4 Après avoir proposé un paramétrage, indiquer dans quel sens tourne la roue si le moteur 28 (31) tourne dans le sens positif.

Voir figure précédente. Si le moteur tourne dans le sens positif, la roue tourne dans le sens négatif.

Question 5 Pour une vitesse de 1500 tr/min en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue. Le diamètre de la roue est de 150 mm. Quelle est la vitesse du véhicule ?

Le rapport de réduction de la transmission est le suivant : $k = \frac{Z_{27}Z_5Z_{11}}{Z_{35}Z_{11}Z_{16}} = \frac{16 \cdot 14}{84 \cdot 75} = 0,0355$

La vitesse de rotation de la roue est donc de $53,33 \text{ tr min}^{-1}$ soit $5,59 \text{ rad s}^{-1}$. On en déduit la vitesse du véhicule : $5,59 \times 0,15 = 0,84 \text{ m s}^{-1} \simeq 3 \text{ km h}^{-1}$.

Exercice 285 – Train simple *

A3-05

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

En bloquant le porte satellite, on a : $\frac{\omega_{03}}{\omega_{13}} = -\frac{Z_1}{Z_0}$. On a donc, $\frac{\omega_{03}}{\omega_{10} + \omega_{03}} = -\frac{Z_1}{Z_0}$
 $\Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{30} - \omega_{10}} = -\frac{Z_1}{Z_0} \Leftrightarrow \omega_{30} = -\frac{Z_1}{Z_0}\omega_{30} + \frac{Z_1}{Z_0}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30}\left(1 + \frac{Z_1}{Z_0}\right) = \frac{Z_1}{Z_0}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30} = \frac{Z_1}{Z_0 + Z_1}\omega_{10}$.

Exercice 286 – Train simple *

A3-05

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10} .

En bloquant le porte satellite, on a : $\frac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$. On a donc, $\frac{\omega_{40} + \omega_{03}}{\omega_{10} + \omega_{03}} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40} + \omega_{03} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} + \omega_{03})$
 $\Leftrightarrow \omega_{40} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} + \omega_{03}) - \omega_{03} \Leftrightarrow \omega_{40} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} + \omega_{03}) + \omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \omega_{30} \left(1 + \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)$.

Question 3 On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

$$0 = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \omega_{30} \left(1 + \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} = \omega_{30} \left(1 + \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \frac{\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{1 + \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4 + Z_1 Z_{22}}$$
.

Exercice 287 – Train simple *

A3-05

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10} .

En bloquant le porte satellite, on a : $\frac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$. On a donc, $\frac{\omega_{40} + \omega_{03}}{\omega_{10} + \omega_{03}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40} + \omega_{03} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} + \omega_{03})$
 $\Leftrightarrow \omega_{40} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} - \omega_{30}) + \omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30}$.

Question 3 On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

$$\Leftrightarrow 0 = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30} \Leftrightarrow \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} = -\left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30} \Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \frac{\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} - 1} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_1 Z_{22} - Z_{21} Z_4}$$
.

Exercice 288 – Train simple *

A3-05

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10} .

En bloquant le porte satellite, on a : $\frac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$. On a donc, $\frac{\omega_{40} + \omega_{03}}{\omega_{10} + \omega_{03}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40} + \omega_{03} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} + \omega_{03})$
 $\Leftrightarrow \omega_{40} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} (\omega_{10} - \omega_{30}) + \omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30}$.

Question 3 On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

$$\Leftrightarrow 0 = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} + \left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30} \Leftrightarrow \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} \omega_{10} = -\left(1 - \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right) \omega_{30} \Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \frac{\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4} - 1} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_1 Z_{22} - Z_{21} Z_4}$$
.

Exercice 289 – Poulie Redex * D'après ressources de Stéphane Genouël.

A3-05

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).

On cherche $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$. En bloquant le porte satellite 1, on a $\frac{\omega_{31}}{\omega_{01}} = \frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3}$. En décomposant les vitesses, on a : $\frac{\omega_{30} - \omega_{10}}{\omega_{10}} = -\frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3} \Leftrightarrow \omega_{30} - \omega_{10} = -\frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3} \omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30} = \left(1 - \frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3}\right) \omega_{10} \Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = 1 - \frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3}$.
AN : $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = 1 - \frac{49 \times 34}{31 \times 46} = -0,17.$

Exercice 290 – Train simple *
A3-05
C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.

Exercice 291 – Centrifugeuse des boues *
A3-05
C2-06

Question 1 Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.

Exercice 292 – Train simple * D'après documentation F. Mazet.
A3-05
C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$ et v .

Exercice 293 – Train simple *
A3-05
C2-06

Question 1 Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$, $\omega(3/0)$ et $\omega(4/0)$.

Question 2 Montrer que la relation entre la rotation du moteur hydraulique et le moteur Man peut se mettre sous la forme : $\frac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\frac{Ax}{BR_p y + Cx}$ où on explicitera A, B et C.

On cherche une relation entre $\omega_{Mh/0}$, $\omega_{Ph/0}$ et $\omega_{Mm/0}$ (avec Mm et 4 même classe d'équivalence). Pour cela, on va d'abord rechercher une relation entre $\omega(3/0)$, $\omega(4/0)$ et $\omega(1/0)$.

Bloquons le porte satellite 4, directement lié au moteur Mm. On est alors en présence d'un réducteur simple d'entrée $\omega(1/4)$ et de sortie $\omega(3/4)$. On a donc : $\frac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)} = -\frac{R_{12}}{R_{32}}$.

En libérant le porte satellite, on a donc : $\frac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)} = \frac{\omega(3/0) - \omega(4/0)}{\omega(1/0) - \omega(4/0)} = -\frac{R_{12}}{R_{32}} \Leftrightarrow R_{32}\omega(3/0) + R_{12}\omega(1/0) = \omega(4/0)(R_{12} + R_{32})$

On a donc, $R_{32}\omega(3/0) + R_{12}\omega(1/0) = \omega(Mm/0)(R_{12} + R_{32})$.

Par ailleurs, $\frac{\omega(Ph/0)}{\omega(3/0)} = -\frac{R_{3P}}{R_P}$ et $\frac{\omega(1/0)}{\omega(Mh/0)} = -\frac{R_M}{R_{1M}}$.

On a donc, $\frac{2y}{x}\omega(Mh/0) = -\omega(3/0)\frac{R_{3P}}{R_P} \Leftrightarrow \omega(3/0) = -\frac{2y}{x}\frac{R_P}{R_{3P}}\omega(Mh/0)$.

En utilisant la relation du train épi : On a donc, $-R_{32}\frac{2y}{x}\frac{R_P}{R_{3P}}\omega(Mh/0) - R_{12}\frac{R_M}{R_{1M}}\omega(Mh/0) = \omega(Mm/0)(R_{12} + R_{32}) \Leftrightarrow$

$\left(-R_{32}\frac{2y}{x}\frac{R_P}{R_{3P}} - R_{12}\frac{R_M}{R_{1M}}\right)\omega(Mh/0) = \omega(Mm/0)(R_{12} + R_{32})$.

$\frac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\frac{R_{12} + R_{32}}{R_{32}\frac{2y}{x}\frac{R_P}{R_{3P}} + R_{12}\frac{R_M}{R_{1M}}}$

$\frac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)} = -\frac{(R_{12} + R_{32})R_{1M}R_{3P}x}{R_{32}2yR_P R_{1M} + R_{3P}xR_{12}R_M}$. On a donc, $A = (R_{12} + R_{32})R_{1M}R_{3P}$, $B = R_{32}2R_{1M}$ et $C = R_{3P}xR_{12}R_M$.

Attention, plusieurs solutions possibles, si on factorise le numérateur et le dénominateur par l'un ou l'autre des rayons.

Exercice 294 – Système vis-écrou * D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.
A3-05
C2-06

Question 1 Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.

Question 2 Réaliser la chaîne d'énergie-puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.

Question 3 Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1.

Exercice 295 – Train simple * D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

A3-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.

Exercice 296 – Treuil de levage * D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

A3-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la relation entre v_{51} la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et ω_{21} la vitesse de rotation du moteur.

Question 2 On note J_2, J_3, J_4 l'inertie des pièces 2, 3 et 5. On note M_5 la masse du solide 5. Donner la masse équivalente ramenée « à la translation » de la masse. Donner l'inertie équivalente ramenée à l'arbre d'entrée 2.

3.5.5 C2-07 – Déterminer les actions mécaniques en statique

Exercice 297 – Barrière Sympact **

Pas de corrigé pour cet exercice.

On néglige la pesanteur sur la pièce 1.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique du moteur sur la pièce 1.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_r \vec{k}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce 2. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de 45 Nm pour un angle de rotation 100°. On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ($\varphi_o = \frac{\pi}{2}$). Il est au maximum lorsque $\varphi_f = 0$.

On note $\{\mathcal{F}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -Mg \vec{j}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{\forall G}$ avec $\overrightarrow{AG} = L \vec{i}_2$.

Question 1 Réaliser un graphe d'analyse.

Question 2 Expliciter C_r en fonction des différents constantes (k, φ_o, φ_f) et celles qui vous sembleraient utile.

Question 3 Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.

Question 4 Mettre en œuvre une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.

Question 5 Tracer une courbe Python.

Exercice 298 – Suspension automobile **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliquée au point C, en projection sur les axes de la base (\vec{a} , \vec{r} , \vec{x}) en fonction des composantes F_{sol}^a et F_{sol}^r et des dimensions d_0 , d_3 et d_4 .

Question 2 Résoudre littéralement le système.

Exercice 299 – Suspension automobile **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons.

Question 2 Quel est l'ensemble Σ à isoler afin de déterminer le couple C_{12} .

Question 3 Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à Σ et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.

Question 4 Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple C_{12} ?

La configuration correspondant à la position extrême supérieure de la couture orbitale correspond aux angles suivants : $\theta_{12} = 60^\circ$, $\theta_{13} = -4^\circ$, $\theta_{15} = -90^\circ$.

Dans la suite de l'étude, l'angle θ_{13} sera considéré nul.

Question 5 Déterminer l'équation littérale du couple C_{12} en fonction de g , F , P , M_2 , M_{34} , M_{E1} , L_3 , L_4 , L_5 , L_6 , L_7 , θ_{12} , θ_{15} .

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2 = 264 \text{ kg}$, $M_{34} = 430 \text{ kg}$, $M_{E1} = 2150 \text{ kg}$, $P = 150 \text{ N}$;
- $L_1 = 0,405 \text{ m}$, $L_2 = 0,433 \text{ m}$, $L_3 = 1,075 \text{ m}$, $L_4 = 1,762 \text{ m}$, $L_5 = 0,165 \text{ m}$, $L_6 = 0,250 \text{ m}$, $L_7 = 0,550 \text{ m}$, $L_8 = 0,750 \text{ m}$.

Question 6 Déterminer alors la valeur du couple C_{12} .

La valeur limite supérieure du couple C_{12} est fixée par le constructeur à 9000 Nm. **Question 7** Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position ? Justifier la réponse.

Exercice 300 – Pèse camion **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

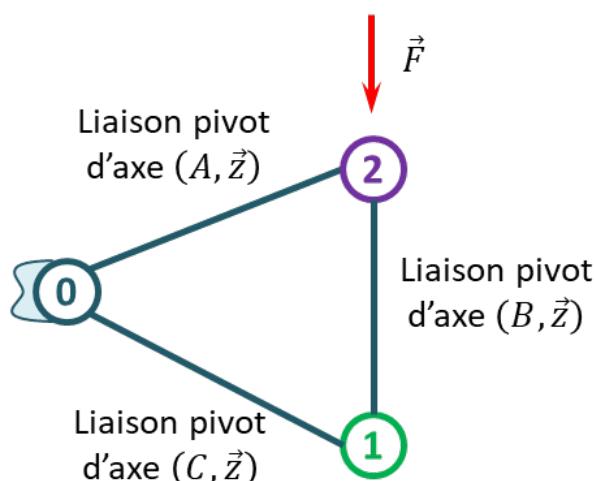
Question 1 Déterminer la relation entre F et M . Que dire de la position du camion sur la plate-forme ?

Question 2 Déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons.

Exercice 301 – Détermination des efforts dans une structure étayée **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse du système (graphe des liaisons et actions extérieures).



Question 2 Proposer une stratégie permettant de déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.

Ici, il s'agit de déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons. Il faudra donc isoler successivement toutes les pièces et réaliser un PFS pour chacune d'entre elles. Cependant, il y a quand même une stratégie d'isolement à avoir : **il faut commencer par isoler les solides soumis à deux glisseurs.** En effet, d'après le PFS, lorsqu'un solide est soumis à deux glisseurs, les deux forces sont de même norme, de même direction (droite passant par le point d'application des deux glisseurs) et de sens opposé.

La stratégie est donc la suivante :

- on isole 1 et on réalise le PFS ;
- on isole 2 et on réalise le PFS en B.

Question 3 Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons en fonction de F.

On isole 1. On réalise le BAME :

- $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}$;
- $\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)\}$.

D'après le PFS pour un solide soumis à 2 glisseurs, on a : $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\} + \{\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)\} = 0$.

$$\text{Résolution : } \{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\} = -\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_{01} \vec{x}_1 \\ 0 \end{array} \right\}_A.$$

On isole 2. On réalise le BAME :

- $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{02} \vec{x} \\ 0 \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} X_{02} \vec{x} + Y_{02} \vec{y} \\ -a Y_{02} \vec{z} \end{array} \right\}_A$;
- $\{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_{01} \vec{x}_1 \\ 0 \end{array} \right\}_B$;
- $\{\mathcal{T}(\text{ext} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -F \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{c} -F \vec{y} \\ -Fb \vec{z} \end{array} \right\}_C$.

D'après le PFS pour un solide soumis à 2 glisseurs, on a :

$$\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 2)\} + \{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\} + \{\mathcal{T}(\text{ext} \rightarrow 2)\} = 0.$$

Résolution :

$$\begin{cases} X_{02} + F_{01} \cos \alpha = 0 \\ Y_{02} + F_{01} \sin \alpha - F = 0 \\ -a Y_{02} - Fb = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_{02} = -F_{01} \cos \alpha = -F \frac{a+b}{a \tan \alpha} \\ F_{01} = \frac{F - Y_{02}}{\sin \alpha} = F \frac{a+b}{a \sin \alpha} \\ Y_{02} = -\frac{a}{a} F \end{cases}$$

3.5.6 Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 302 – Mouvement T – *

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(1/0)\}$ en B.

Question 2 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B puis en A.

Exercice 303 – Mouvement R *

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 Exprimer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(1/0)\}$ en B.

Question 2 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B puis en A.

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B puis en A.

Massé ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 Exprimer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(1/0)\}$ en B.

Question 5 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B puis en A.

Exercice 304 – Mouvement TT – *

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer les torseurs cinétiques $\{\mathcal{C}(1/0)\}$ et $\{\mathcal{C}(2/0)\}$.

Question 2 Exprimer les torseurs dynamiques $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ et $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 3 En déduire $\{\mathcal{D}(1+2/0)\}$ en B.

Exercice 305 – Mouvement RR *

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A.

Question 2 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \vec{k}_0$

Exercice 306 – Mouvement RT *

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \vec{k}_0$

Exercice 307 – Mouvement RT *

C2-08

C2-09

Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Expression de la résultante dynamique $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2 \overrightarrow{\Gamma(G_2, 2/0)} = m_2 \frac{d^2}{dt^2} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} \frac{d^2}{dt^2} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = \frac{d^2}{dt^2} [\overrightarrow{AB}]_{\mathcal{R}_0} + \frac{d^2}{dt^2} [\overrightarrow{BC}]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R \frac{d^2}{dt^2} [\vec{i}_2]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R \frac{d}{dt} [\dot{\theta} \vec{j}_2]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R (\ddot{\theta} \vec{j}_2 - \dot{\theta}^2 \vec{i}_2).$

Méthode 1 : Calcul en $G_2 = C$ puis déplacement du torseur dynamique

- Calcul du moment cinétique en $G_2 : G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\sigma(C, 2/0)} = I_C(2) \dot{\theta} \vec{k}_0 = C_1 \dot{\theta} \vec{k}_1$.
- Calcul du moment dynamique en $G_2 : G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\delta(C, 2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{\sigma(C, 2/0)}]_{\mathcal{R}_0} = C_1 \ddot{\theta} \vec{k}_1$.
- Calcul du moment dynamique en B : $\overrightarrow{\delta(B, 2/0)} = \overrightarrow{\delta(C, 2/0)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)} = C_1 \dot{\theta} \vec{k}_1 + R \vec{i}_2 \wedge (\ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R (\ddot{\theta} \vec{j}_2 - \dot{\theta}^2 \vec{i}_2)) = C_1 \ddot{\theta} \vec{k}_1 + R (-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) \vec{k}_0 + R \ddot{\theta} \vec{k}_2)$.

Au final, on a donc $\{\mathcal{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} m_2 (\ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + R (\ddot{\theta} \vec{j}_2 - \dot{\theta}^2 \vec{i}_2)) \\ C_1 \ddot{\theta} \vec{k}_1 + R (-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) \vec{k}_0 + R \ddot{\theta} \vec{k}_2) \end{array} \right\}_B$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \vec{i}_0$

On a $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1 \ddot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_0} + m_2 (\ddot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_0} + R(\ddot{\theta} \overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2 \overrightarrow{i_2}))$. On projette alors sur $\overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{R_d(1+2/0)}$:
 $\overrightarrow{i_0} = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2 (\ddot{\lambda}(t) - R(\ddot{\theta} \sin \theta(t) + \dot{\theta}^2 \cos \theta))$.

Exercice 308 – Mouvement RR 3D **
C2-08
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Exercice 309 – Mouvement RR 3D **
C2-08
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{j_0}$

Exercice 310 – Mouvement RT – RSG **
C2-08
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(I, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Exercice 311 – Banc Balafre *
C2-08 Pas de corrigé pour cet exercice.
Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175 \text{ mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150 \text{ mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B \overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425 \text{ mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40 \text{ kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193 \text{ mm}$;
- L'ensemble $JR = \{\text{Joint(rotor)+ Butée double}\}$ a une masse $M_{JR} = 100 \text{ kg}$ et la position de son centre d'inertie

G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390 \text{ mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$

la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathcal{B}_{JR} = (\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0})$ liée à JR ;

- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280 \text{ mm}$ et $R_{CB} = 150 \text{ mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $(y_0, \overrightarrow{z_0})$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$): $\{\mathcal{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathcal{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ v(t) \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble $S = \{JR + CB\}$ afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

Question 2 Exprimer $v(t)$ en fonction de $y(t)$.

Question 3 Déterminer l'expression en G_{CB} du torseur dynamique de CB par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).

Question 4 Déterminer l'expression en G_{JR} du torseur dynamique de JR par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).

Question 5 Exprimer alors en G le torseur dynamique de l'ensemble S par rapport à 0 en fonction de $\dot{v}(t)$, M_{CB} et M_{JR} .

3.5.7 Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 312 – Banc Balafre *

C2-08 Pas de corrigé pour cet exercice.

Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175 \text{ mm}$;
 - la longueur du joint est $L_J = 150 \text{ mm}$. La position du point B , centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B \overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425 \text{ mm}$;
 - Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40 \text{ kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193 \text{ mm}$;
 - L'ensemble $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{Butée double}\}$ a une masse $M_{JR} = 100 \text{ kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390 \text{ mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$
- la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathcal{B}_{JR} = (\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0})$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280 \text{ mm}$ et $R_{CB} = 150 \text{ mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $(y_0, \overrightarrow{z_0})$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$) : $\{\mathcal{V}(JR/CB)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathcal{V}(CB/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{v(t)y_0} \end{array} \right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble $S = \{JR + CB\}$ afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

On considérera l'expression suivante pour le torseur dynamique de S par rapport à 0 : $\{\mathcal{D}(S/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} M \dot{v} \overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$ où $M = 140 \text{ kg}$.

Question 2 Exprimer le torseur $\{T_{V \rightarrow CB}\}$ (actionneurs 2 et 4 sur CB) au point A_4 en fonction de F_V et le torseur $\{T_{R \rightarrow CB}\}$ (actionneurs 6 et 8 sur CB) au point A_8 en fonction de F_R .

Question 3 En expliquant clairement chaque étape de la démarche utilisée, montrer que :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_V = M \frac{z_G}{z_4} \dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \frac{z_B}{z_4} \\ F_R = M \left(1 - \frac{z_G}{z_4}\right) \dot{v}(t) + 2p(t)R_J L_J \left(1 - \frac{z_B}{z_4}\right) \end{array} \right.$$

Question 4 En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer les actionneurs les plus sollicités par le mouvement en phase : actionneurs du plan avant (2 et 4) ou du plan arrière (6 et 8).

3.5.8 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – Lois de mouvement 1D

Exercice 313 – Mouvement T – *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Les performances dynamiques de l'axe demandées sont les suivantes :

- vitesse linéaire maximale : 50 m min^{-1} ;
- accélération linéaire maximale : $9,8 \text{ m s}^{-2}$.

Objectif L'objectif de ce travail est de déterminer les caractéristiques du moteur (vitesse et couple) permettant d'atteindre ces performances.

Question 1 Quelle est la vitesse maximale que l'axe peut atteindre en m s^{-1} .

Correction $V = 0,83 \text{ ms}^{-1}$

Question 2 Combien de temps l'axe met-il pour atteindre la vitesse maximale ?

Correction $T_a = 0,83/9,8 = 0,08 \text{ s}$

Résoudre

Question 3 Quelle distance l'axe parcourt-il pour atteindre la vitesse maximale ?

Correction

Question 4 Quelle est la longueur minimale à commander pour que l'axe puisse atteindre la vitesse maximale ?

Correction

Question 5 Proposer une longueur minimale de l'axe pour pouvoir profiter de ses performances dynamiques.

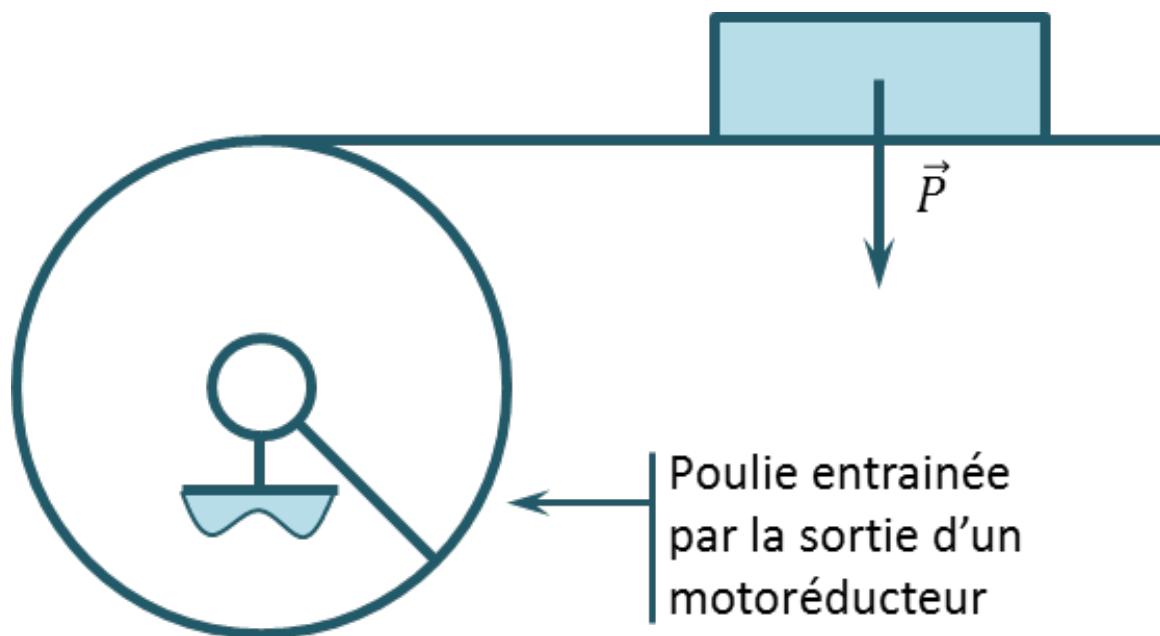
Correction

Question 6 Tracer le profil de la position, de la vitesse et de l'accélération pour parcourir une distance de 50 cm. On cherchera à atteindre les performances maximales de l'axe.

Correction

Un motoréducteur permet d'entraîner un système poulie – courroie permettant de déplacer la charge. On considère :

- une charge de masse 1 kg;
- un poulie de rayon 5 cm;
- un réducteur de rapport de transmission 1 : 20.



Question 7 Déterminer le couple à fournir par la poulie pour déplacer la charge lorsque l'accélération est au maximum.

Correction

Exercice 314 – Mouvement R *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Calculer l'accélération du moteur pendant le démarrage.

Question 2 Calculer le temps mis pour atteindre la fréquence nominale.

Exercice 315 – Barrière Sympact *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'allure des lois d'accélération, vitesse et position angulaires. Vous indiquerez toutes les valeurs utiles (sous forme littérale).

Question 2 Donner l'expression littérale du temps total.

Question 3 Donner l'expression littérale de la vitesse angulaire en fin de phase d'accélération.

Question 4 Donner l'expression littérale de l'angle total parcouru.

Question 5 Déterminer la durée de l'accélération ainsi que la vitesse angulaire maximale atteinte.

3.5.9 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus

Exercice 316 – Mouvement T – *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide 1 en projection sur \vec{i}_0 .

Exercice 317 – Mouvement R *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide 1 au point A en projection sur \vec{k}_0 .

Exercice 318 – Mouvement TT – *
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide 2 en projection sur \vec{j}_0 puis le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble 1+2 en projection sur \vec{i}_0

Exercice 319 – Mouvement RR *
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide 2 au point B en projection sur \vec{k}_0 puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point A en projection sur \vec{k}_0

Exercice 320 – Mouvement RT *
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide 2 en projection sur \vec{i}_1 puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point A en projection sur \vec{k}_0

Exercice 321 – Mouvement RT *
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 Appliquer le théorème du moment dynamique au solide 2 au point B en projection sur \vec{k}_0 .

- On isole 2.

- BAME :

- actions de la liaison pivot $\{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\}$;
 - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$. On a $\overrightarrow{\mathcal{M}(B, 2 \rightarrow 0)} \cdot \vec{k}_0 = \overrightarrow{\mathcal{M}(G_2, 2 \rightarrow 0)} \cdot \vec{k}_0 + (\overrightarrow{BG_2} \wedge (-m_2 g \vec{j}_0)) \cdot \vec{k}_0 = (R \vec{i}_2 \wedge (-m_2 g \vec{j}_0)) \cdot \vec{k}_0 = -m_2 g R \vec{i}_0 \cdot \vec{i}_2 = -m_2 g R \cos \theta(t)$.

- **Théorème** : on applique le théorème du moment dynamique en B au solide 2 en projection sur \vec{k}_0 : $C_m + \overrightarrow{\mathcal{M}(B, \text{pes} \rightarrow 2)} \cdot \vec{k}_0 = \overrightarrow{\delta(B, 2/0)} \cdot \vec{k}_0$. On a $\overrightarrow{\delta(B, 2/0)} \cdot \vec{k}_0 = (C_1 \ddot{\theta} \vec{k}_1 + R(-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) \vec{k}_0 + R \ddot{\theta} \vec{k}_2)) \cdot \vec{k}_0 = C_1 \ddot{\theta} + R(-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) + R \ddot{\theta})$. Au final, $C_m - m_2 g R \cos \theta(t) = C_1 \ddot{\theta} + R(-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) + R \ddot{\theta})$.

Question 2 Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble 1+2 en projection sur \vec{i}_0

- On isole 1+2.

- BAME :

- actions de la liaison glissière $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}$;
 - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\}$;
 - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$;
 - action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{ver} \rightarrow 1)\}$.

- **Théorème** : on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble 1+2 en projection sur \vec{i}_0 : $R(\text{ver} \rightarrow 1) \cdot \vec{i}_0 = R_d(1+2/0) \cdot \vec{i}_0$. Au final, $F_{\text{ver}} = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2 (\ddot{\lambda}(t) - R(\ddot{\theta} \sin \theta(t) + \dot{\theta}^2 \cos \theta))$.

Exercice 322 – Mouvement RR 3D **
B2-14
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide 2 au point A en projection sur \vec{i}_1 puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point A en projection sur \vec{k}_0

Exercice 323 – Mouvement RR 3D **
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide 2 au point B en projection sur \vec{k}_1 puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point A en projection sur \vec{j}_0

Exercice 324 – Mouvement RT – RSG **

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide 2 en projection sur \vec{i}_1

Question 2 Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble 1+2 au point I en projection sur \vec{k}_0 .

3.5.10 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC
Exercice 325 – Pompe à palettes *
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 267.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1 + 2/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 326 – Pompe à pistons radiaux *
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 268.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1 + 2/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 327 – Système bielle manivelle **
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 269.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble 1+2+3.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble 1+2+3.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1 + 2 + 3/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 328 – Pompe oscillante *
C2-09
Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 270.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1 + 2 + 3/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 329 – Barrière Sympact *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 271.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1 + 2/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 330 – Barrière Sympact avec galet **

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 272.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1 + 2 + 3/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 331 – Poussoir *

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 273.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c(1 + 2/0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 332 – Système 4 barres **

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 274.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.

Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c (1 + 2 + 3 / 0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 333 – Maxpid ***

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.

Question 2 Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3+4**.

Question 3 Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3+4**.

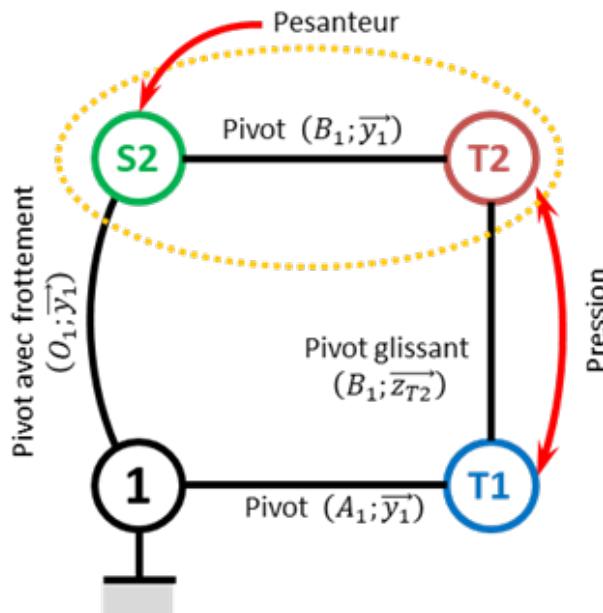
Question 4 Déterminer $\mathcal{E}_c (1 + 2 + 3 + 4 / 0)$.

Question 5 Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 334 – Chariot élévateur de bateaux **

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



Question 2 En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle α est petit, montrer que $a(t)$ et $p(t)$ sont liés par l'équation différentielle suivante : $J_{eq}\ddot{a}(t) + \mu\dot{a}(t) = \frac{Sp(t)}{k} + m_{S_2}g x_{G_{S_2}}$. Exprimer J_{eq} .

On isole l'ensemble $E = \{S2; T2, \}$. On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble en mouvement dans le référentiel terrestre galiléen : $\mathcal{P}_{\text{int}}(E) + \mathcal{P}(\overline{E} \rightarrow E/R_g) = \frac{d\mathcal{E}_c(E/R_g)}{dt}$.

Calcul des puissances externes

$$\mathcal{P}(\text{pes} \rightarrow 2/R_g) =$$

Calcul des puissances internes $\mathcal{P}_{\text{int}}(E) = 0$ car pas de frottement dans la liaison pivot.

Exercice 335 – Banc Balafre*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer le moment d'inertie J_{Σ} en fonction des données fournies et calculer sa valeur numérique.

Question 2 Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au bâti (noté 0) du banc (fixé au sol).

Question 3 Exprimer la puissance des actions mécaniques extérieures sur Σ dans le mouvement de Σ par rapport à 0.

Question 4 Exprimer la puissance perdue P_{pertes} dans les roulements à billes et dans la butée hydrostatique.

Question 5 Exprimer le théorème de l'énergie cinétique appliqué au mouvement de Σ par rapport à 0. En déduire l'expression de $\frac{d\Omega}{dt}$ en fonction de C_m , C_{res} , η_r , η_r et J_{Σ} .

Question 6 En explicitant clairement les hypothèses utilisées, expliquer pourquoi l'accélération peut être considérée constante pendant la mise en mouvement de la ligne d'arbre.

Question 7 Déterminer la valeur minimale d'accélération α_{\min} compatible avec le tableau des exigences 2.

Question 8 En déduire la valeur de couple moteur nécessaire pendant cette phase d'accélération.

Question 9 Déterminer alors la valeur de C_m pour le scénario le plus défavorable.

3.6 C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique