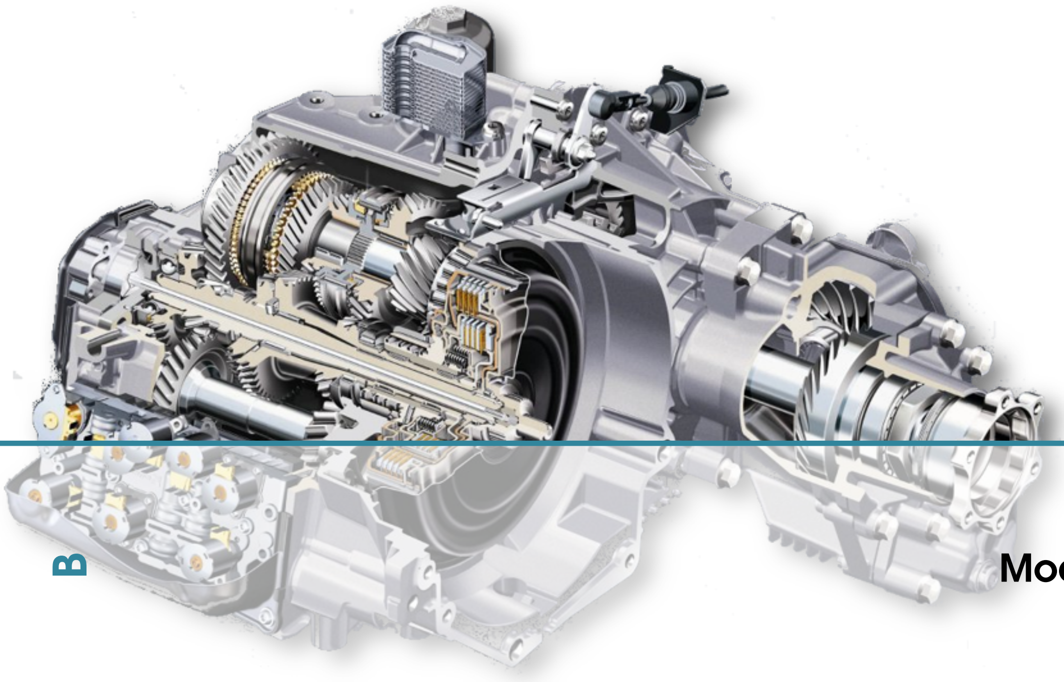


http://www.engineworld.fr/les-boites-robotisees-a-double-embrayage-22/

B

Modéliser

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

PSI★ – MP

B2
Proposer un modèle de connaissance et de comportement

chapter.1

section.1.2section.1.3subsection.1.3.1section.1.4section.1.5subsection.1.5.1

1.1 Proposer un modèle de connaissance et de comportement

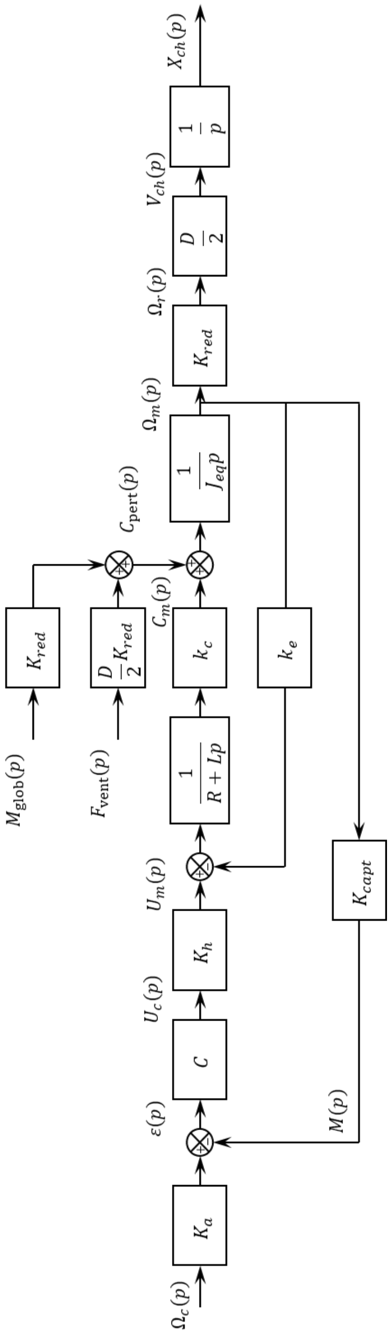
1.1.1 Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert

1.1.2 Modéliser un système par schéma-blocs.

Exercice 1 – La Seine Musicale⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 *En considérant que la perturbation $C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.*

Question 2 *Exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\dfrac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.*

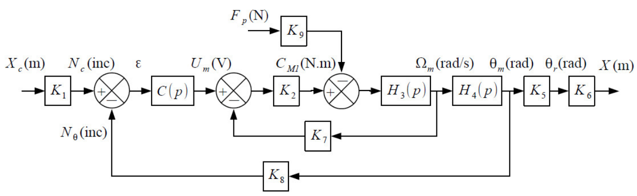
Question 3 *Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.*

Corrigé voir 56.

Exercice 2 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes : $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$, $e(t) = k_e\omega_m(t)$ et $C_{M1}(t) = k_t i(t)$.

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

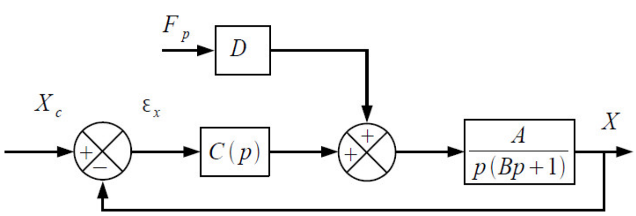
$$(M+m)\, r\rho_1 \dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec : M la masse du chariot et m la masse du support de pied, $\rho_1 = \dfrac{1}{10}$ le rapport de réduction du réducteur, $r = 46{,}1$ mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie–courroie, $C_{M1}(t)$ le couple délivré par le moteur et $F_p(t)$ l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*

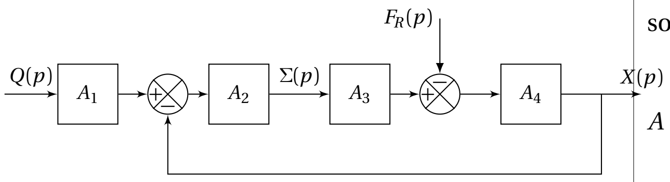


Corrigé voir 57.

Exercice 3 – Quille pendulaire⋆

B2-07

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

- $q(t)=S\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}+\dfrac{V}{2B}\dfrac{\mathrm{d}\sigma(t)}{\mathrm{d}t}$ (a) ;
- $M\dfrac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2}=S\sigma(t)-kx(t)-\lambda\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}-f_R(t)$ (b).

On a :

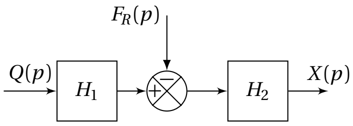
- $\mathscr{L}\left(q(t)\right)=Q(p)$: débit d'alimentation du vérin $\left[\mathrm{m^3s^{-1}}\right]$;
- $\mathscr{L}\left(\sigma(t)\right)=\Sigma(p)$: différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa];
- $\mathscr{L}\left(x(t)\right)=X(p)$: position de la tige du vérin [m];
- $\mathscr{L}\left(f_R(t)\right)=F_R(p)$: composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- S : section du vérin $\left[\mathrm{m^2}\right]$;
- k : raideur mécanique du vérin $\left[\mathrm{N\,m^{-1}}\right]$;
- V : volume d'huile de référence $\left[\mathrm{m^3}\right]$;
- B : coefficient de compressibilité de l'huile $\left[\mathrm{N\ m^{-2}}\right]$;
- M : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin $\left[\mathrm{kg}\right]$;
- λ : coefficient de frottement visqueux$\left[\mathrm{N\,m^{-1}s}\right]$.

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

Question 3
Pour ce vérin non perturbé ($F_R=0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Corrigé voir 57.

1.1.3 Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

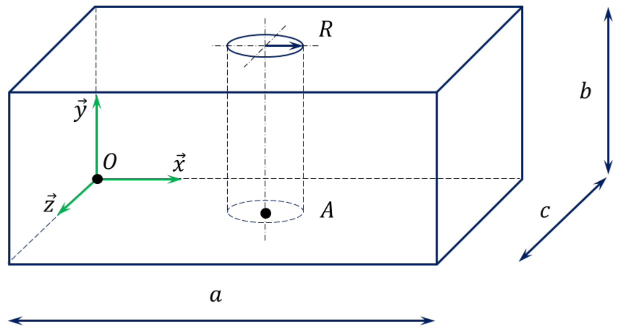
Exercice 4 – Parallélépipède⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & A & 0\\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & B & 0\\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B=m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C=m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA}=\dfrac{a}{2}\overrightarrow{x}+\dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Corrigé voir 59.

Exercice 5 – Parallélépipède percé⋆

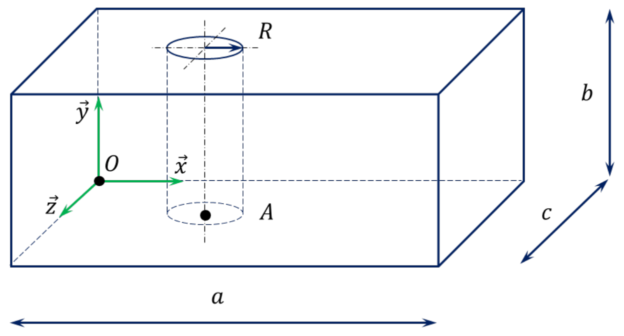
B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & A & 0\\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & B & 0\\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B=m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C=m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.

Modéliser



On pose $\overrightarrow{OA} = \dfrac{a}{3}\overrightarrow{x} + \dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

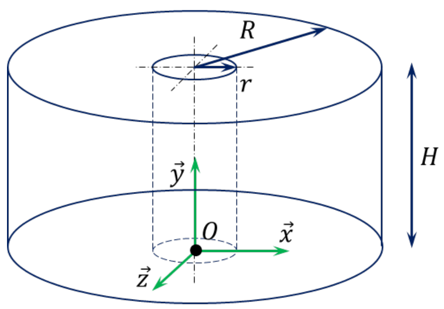
Corrigé voir 60.

Exercice 6 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G, \overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$ avec $A = m\left(\dfrac{R^2}{4} + \dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C = m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA} = -\dfrac{R}{2}\overrightarrow{x}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

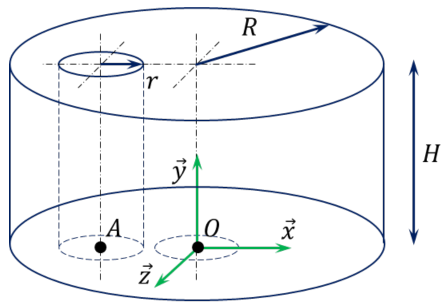
Corrigé voir 61.

Exercice 7 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G, \overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$ avec $A = m\left(\dfrac{R^2}{4} + \dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C = m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

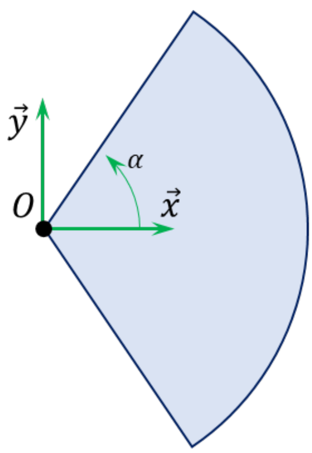
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Corrigé voir 62.

Exercice 8 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

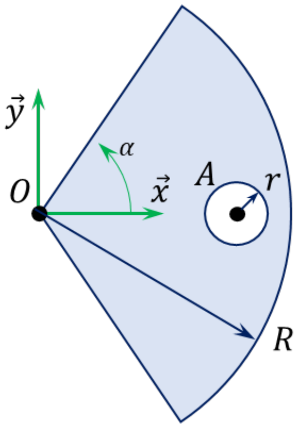
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Corrigé voir 63.

Exercice 9 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ. Il est percé d'un trou de rayon r tel que $\overrightarrow{OA} = \dfrac{3}{4}R\overrightarrow{x}$.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

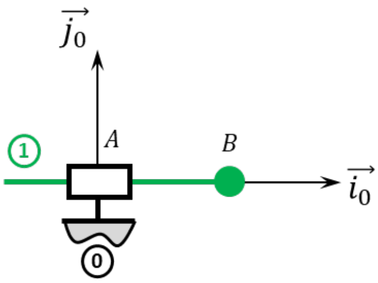
Corrigé voir 64.

1.1.4 Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique

Exercice 10 – Mouvement T – ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\,\text{mm}$.*

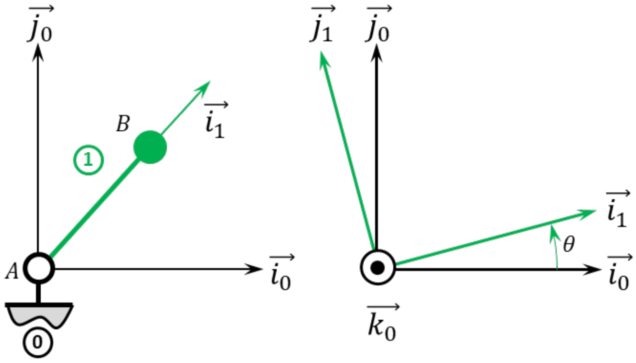
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = -20\,\text{mm}$.*

Corrigé voir 65.

Exercice 11 – Mouvement R ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4}$ rad.*

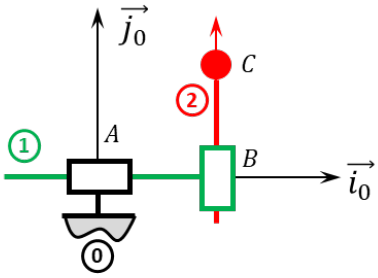
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \pi$ rad.*

Corrigé voir 66.

Exercice 12 – Mouvement TT – ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\,\text{mm}$ et $\mu = 10\,\text{mm}$.*

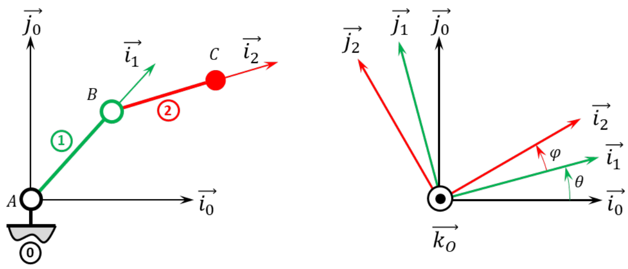
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 20\,\text{mm}$ et $\mu = 10\,\text{mm}$.*

Corrigé voir 67.

Exercice 13 – Mouvement RR ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = \pi$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

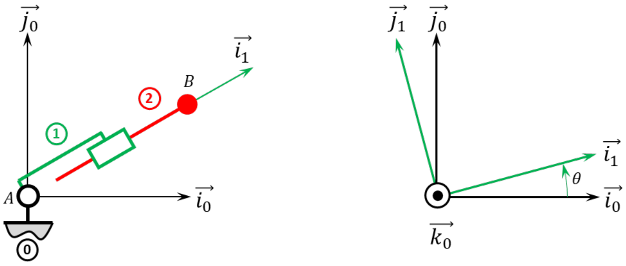
Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Corrigé voir 68.

Exercice 14 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm.*

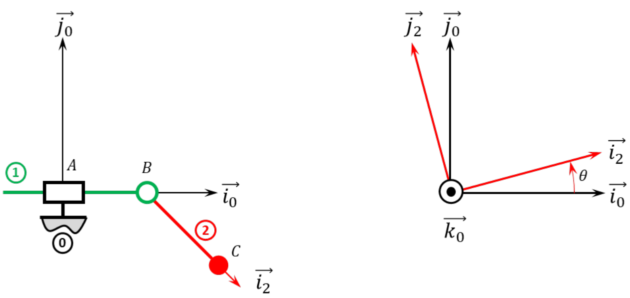
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20$ mm.*

Corrigé voir 69.

Exercice 15 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i2}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm.*

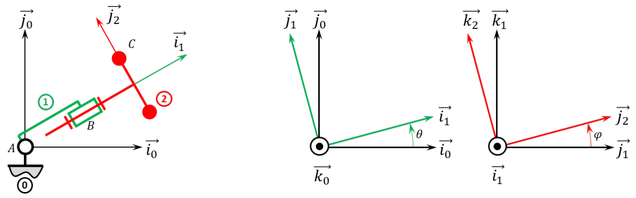
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20$ mm.*

Corrigé voir 70.

Exercice 16 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20$ mm et $r = 10$ mm.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

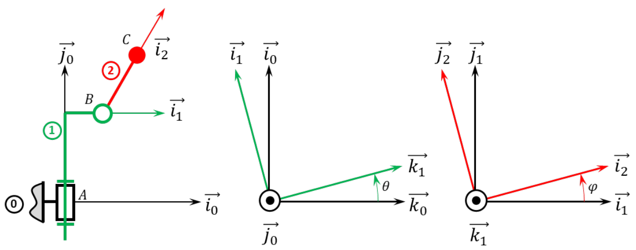
Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Corrigé voir 71.

Exercice 17 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20$ mm, $r = 5$ mm, $L = 10$ mm.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

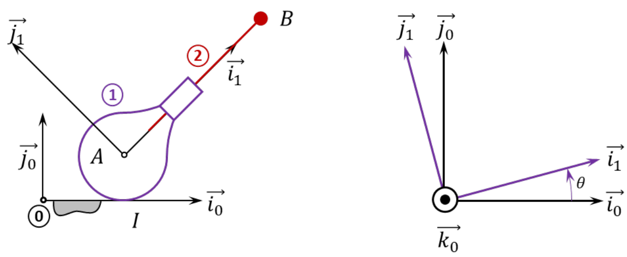
Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \pi$ rad et $\varphi(t) = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Corrigé voir 72.

Exercice 18 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15$ mm.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**.*

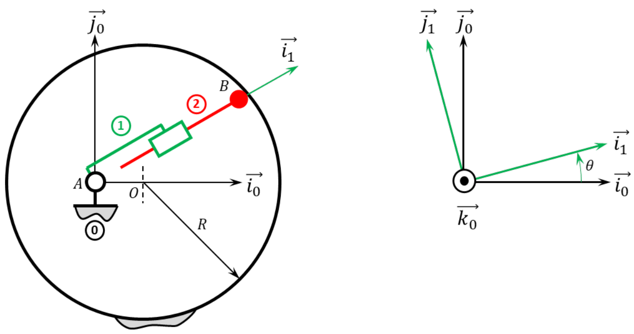
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad et $\lambda(t) = 30$ mm. On notera I_2 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$.*

Corrigé voir 73.

Exercice 19 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10$ mm et $R = 20$ mm. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \pi$ rad.*

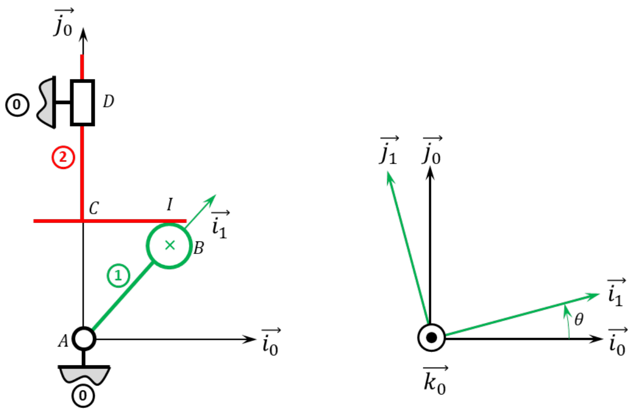
Question 4 *En déduire la course de la pièce **2**.*

Corrigé voir 74.

Exercice 20 – Pompe à pistons radiaux ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI} = R\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e = 10$ mm et $R = 20$ mm. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

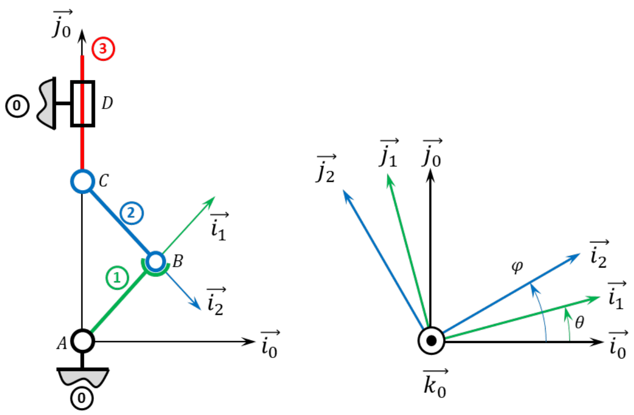
Question 5 *En déduire la course de la pièce **2**.*

Corrigé voir 75.

Exercice 21 – Système bielle manivelle ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CB} = L\,\overrightarrow{i_2}$. De plus, $R = 10$ mm et $L = 20$ mm.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce **3**.*

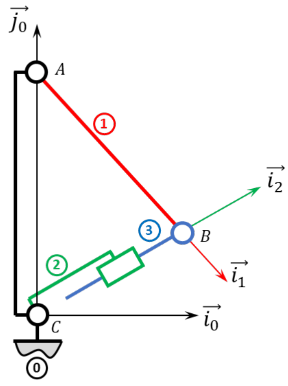
Corrigé voir 76.

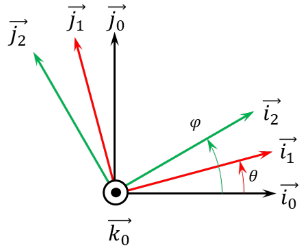
Modéliser

Exercice 22 – Système de transformation de mouvement ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $R = 30$ mm et $H = 40$ mm.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 0$ *rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

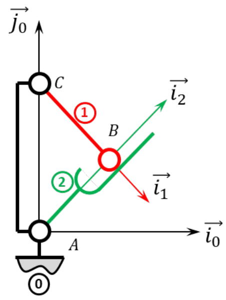
Question 5 *En déduire la course de la pièce **3**.*

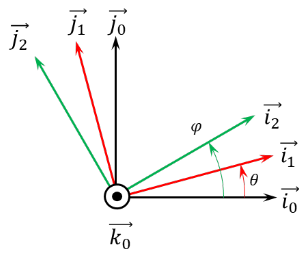
Corrigé voir 77.

Exercice 23 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120$ mm et $R = 40$ mm.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

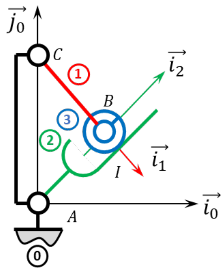
Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

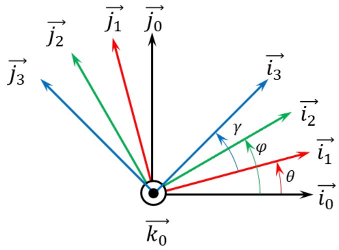
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Corrigé voir 106.

Exercice 24 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.** Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120$ mm, $R = 40$ mm $BI = 10$ mm.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

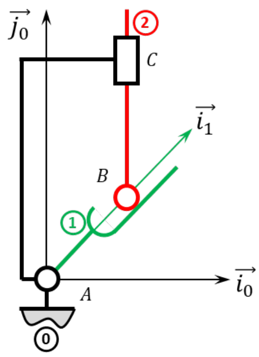
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

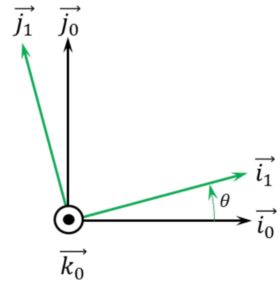
Corrigé voir 106.

Exercice 25 – Poussoir ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = L\,\overrightarrow{i_0} + H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $H = 120$ mm, $L = 40$ mm.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{4}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\dfrac{\pi}{4}$ *rad.*

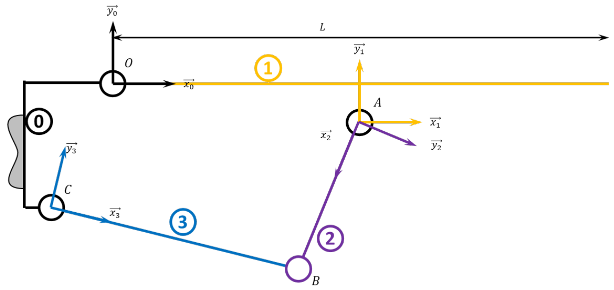
Corrigé voir 80.

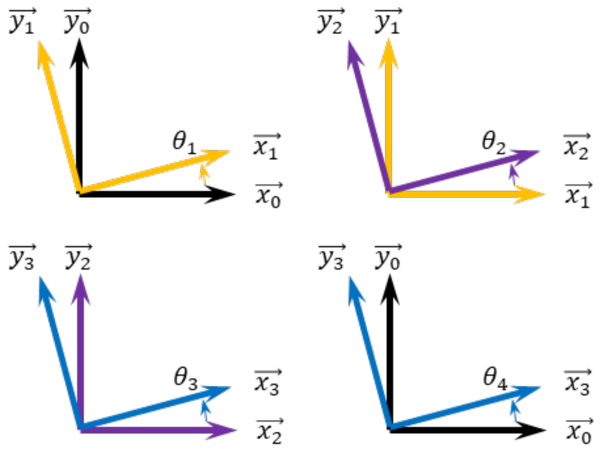
Exercice 26 – Système 4 barres ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a\,\overrightarrow{x_1} - f\,\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355$ mm et $f = 13$ mm ;
- $\overrightarrow{AB} = b\,\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280$ mm ;
- $\overrightarrow{BC} = -c\,\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280$ mm ;
- $\overrightarrow{OC} = -d\,\overrightarrow{x_0} - e\,\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5$ mm et $e = 160$ mm ;





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta_1(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta_1(t)=-\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

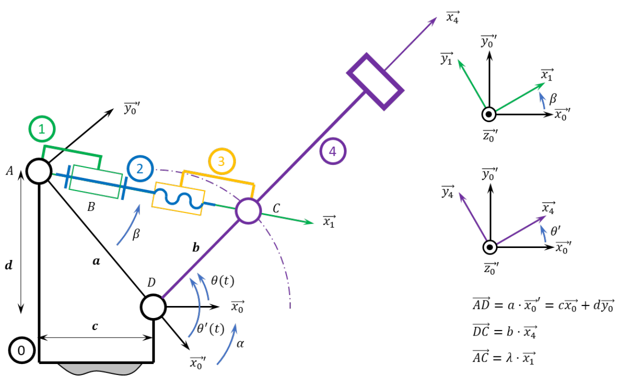
Question 4 *En déduire la course angulaire (θ_4) de la pièce **3**.*

Corrigé voir 81.

Exercice 27 – Maxpid ★★★

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a=107{,}1$ mm, $b=80$ mm, $c=70$ mm, $d=80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

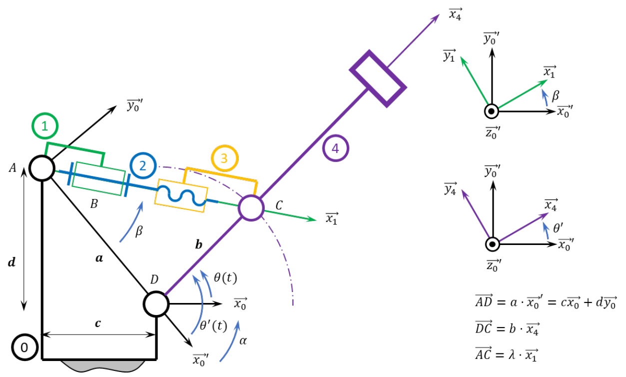
Question 4 *En déduire la course de λ.*

Corrigé voir 83.

Exercice 28 – Maxpid ★★★

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a=107{,}1$ mm, $b=80$ mm, $c=70$ mm, $d=80$ mm. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

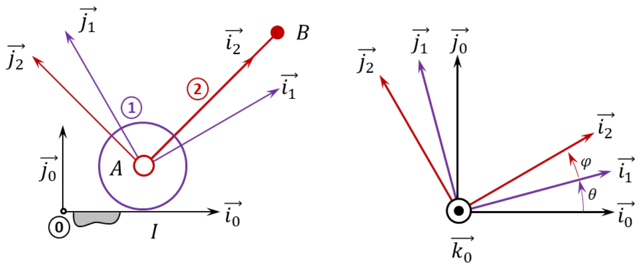
Question 4 *En déduire la course de λ.*

Corrigé voir 83.

Exercice 29 – Mouvement RR – RSG ★★

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=L\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R=15$ mm.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad et $\varphi(t)=0$ rad. On notera I_0 le point de contact entre **0** et **1**.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t)=0$ rad. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors* *du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\frac{\pi}{2}$.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\frac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t)=\frac{\pi}{2}$ rad.*

Corrigé voir 84.

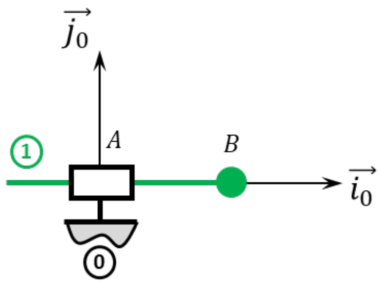
1.1.5 Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides

Exercice 30 – Mouvement T – ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

> Indications :
> 1. .
> 2. $x_B(t)=\lambda(t)$.

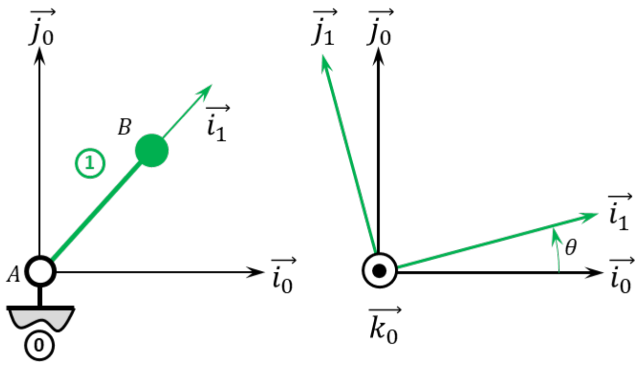
Corrigé voir 85.

Exercice 31 – Mouvement R ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}$ avec $R=20\,\text{mm}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Question 3 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

> Indications :
> 1. .
> 2. .
> 3. $x_B(t)=R\cos\theta(t)$ et $y_B(t)=R\sin\theta(t)$.

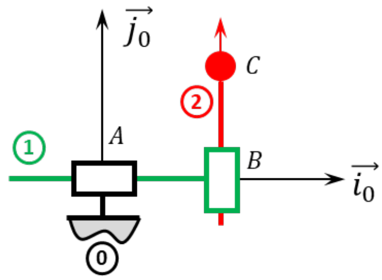
Corrigé voir 94.

Exercice 32 – Mouvement TT – ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=\mu(t)\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R=10\,\text{cm}$ à la vitesse $v=0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

Question 3 *Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R.*

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\frac{\text{d}}{\text{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0}=R\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$.

Question 4 *Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v, R et du temps.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.*

> Indications :
> 1. .
> 2. $x_C(t)=\lambda(t)$ et $y_C(t)=\mu(t)$.
> 3. $\theta(t)=\frac{v}{R}t$.
> 4. $\lambda(t)=R\cos\left(\frac{v}{R}t\right)$, $\mu(t)=R\sin\left(\frac{v}{R}t\right)$.
> 5. .

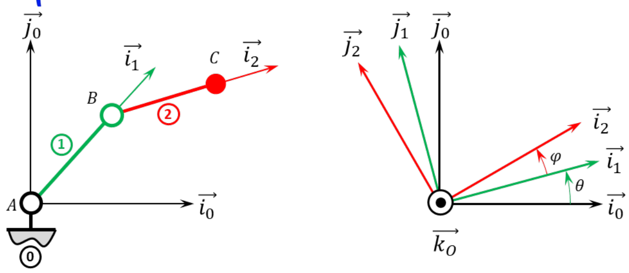
Corrigé voir 87.

Exercice 33 – Mouvement RR ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}$ avec $R=20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC}=L\overrightarrow{i_2}$ avec $L=15\,\text{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point C réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$ à la vitesse linéaire v.

Question 3 *Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.*

Question 4 *Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.*

Question 5 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.*

Question 6 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\varphi(t)$ et la trajectoire générée.*

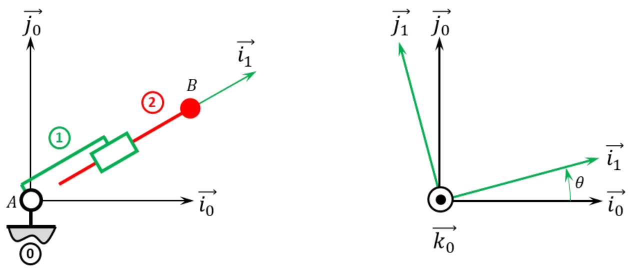
Corrigé voir 88.

Exercice 34 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

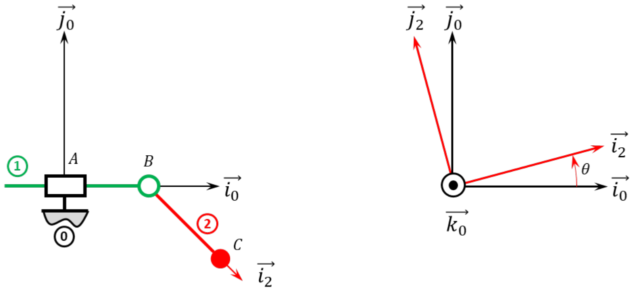
Corrigé voir 89.

Exercice 35 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

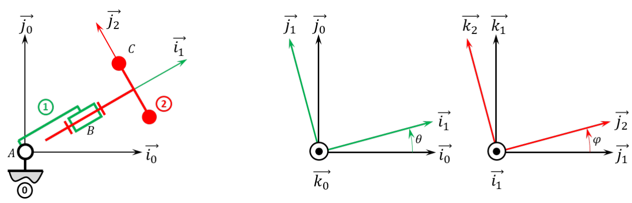
Corrigé voir 90.

Exercice 36 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Indications :

1. .
2. $x_C(t) = (R+\ell)\cos\theta - r\cos\varphi\sin\theta$, $y_C(t) = (R+\ell)\sin\theta + r\cos\varphi\cos\theta$, $z_C(t) = r\sin\varphi$.

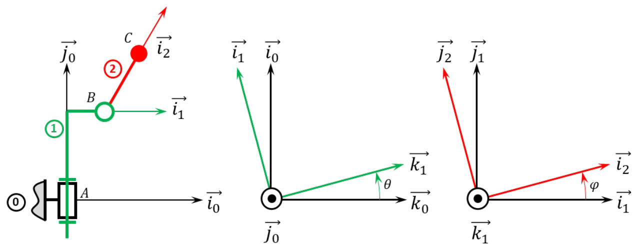
Corrigé voir 91.

Exercice 37 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $R = 20\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$.



Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Question 2 *Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

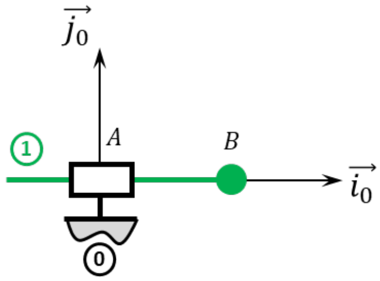
> Indications
> 1. Tore.
> 2. $x_C(t) = R\cos\theta + L\cos\varphi\cos\theta$, $y_C(t) = H + L\sin\varphi$, $z_C(t) = -R\sin\theta - L\cos\varphi\sin\theta$.

Corrigé voir 100.

Exercice 38 – Mouvement T – ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

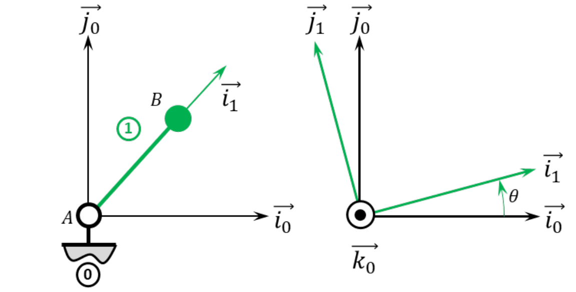
> Indications :
> 1. $\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} \end{array}\right\}_{\forall P}$.
> 2. $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}$.

Corrigé voir 93.

Exercice 39 – Mouvement R ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

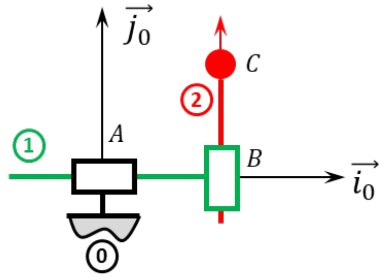
> Indications :
> 1. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
> 2. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
> 3. $\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \end{array}\right\}_{B}$.
> 4. $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$.

Corrigé voir 94.

Exercice 40 – Mouvement TT – ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

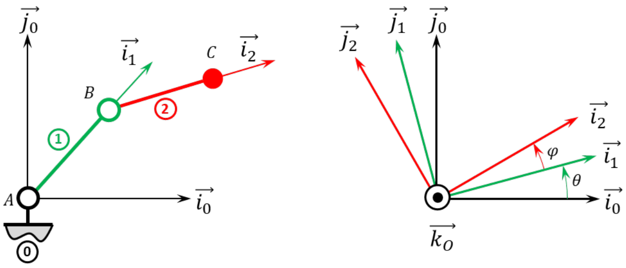
> Indications :
> 1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.
> 2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0} \end{array}\right\}_{\forall P}$.
> 3. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \ddot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.

Corrigé voir 95.

Exercice 41 – Mouvement RR ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}(2/0)\right\}$ au point C.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

Indications :

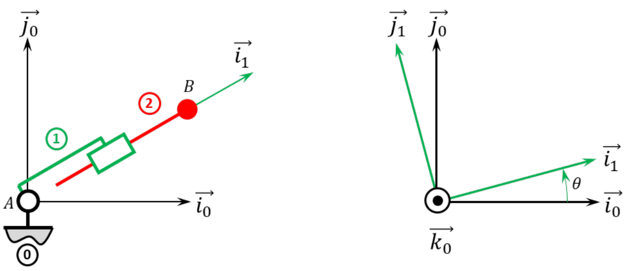
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.
2. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}\left(L\,\overrightarrow{j_2} + R\,\overrightarrow{j_1}\right)$ (c'est la même :)).
3. $\left\{\mathcal{V}(2/0)\right\} = \left\{\begin{array}{c}\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0}\\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}+L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}\end{array}\right\}_C$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1} + L\left(\ddot{\theta}+\ddot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} - L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)^2\overrightarrow{i_2}$.

Corrigé voir 96.

Exercice 42 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par composition.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}(2/0)\right\}$ au point B.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

Indications :

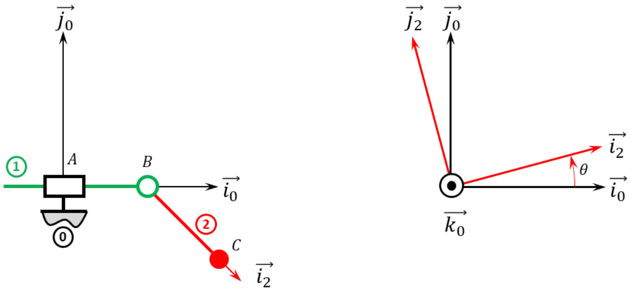
1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1}$.
2. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1}$.
3. $\left\{\mathcal{V}(2/0)\right\} = \left\{\begin{array}{c}\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{k_0}\\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1}+\lambda(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_B$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \left(\ddot{\lambda}(t)-\lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\right)\overrightarrow{i_1} + \left(\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_1}$.

Corrigé voir 97.

Exercice 43 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}(2/0)\right\}$ au point C.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

Indications :

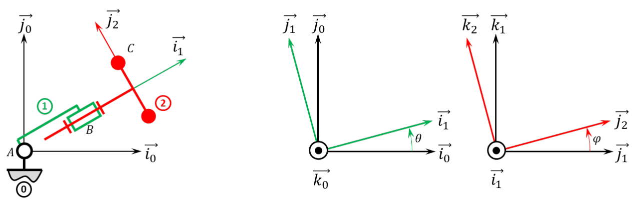
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_2}$.
2. $\left\{\mathcal{V}(2/0)\right\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0}\\ \overrightarrow{V(C,2/0)}\end{array}\right\}_C$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_2}\right)$.

Corrigé voir 98.

Exercice 44 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}(2/0)\right\}$ au point C.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

Modéliser

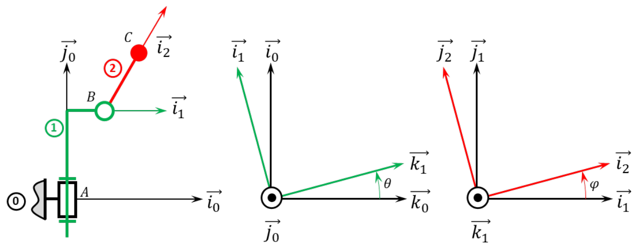
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = (R+\ell)\dot\theta\,\overrightarrow{j_1} - r\dot\theta\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot\varphi\,\overrightarrow{k_2}$.
2. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = r\dot\varphi\,\overrightarrow{k_2} - r\dot\theta\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + \ell\dot\theta\,\overrightarrow{j_1} + R\dot\theta\,\overrightarrow{j_1}$.
3. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l}\dot\theta\,\overrightarrow{k_1} + \dot\varphi\,\overrightarrow{i_1}\\ (R+\ell)\dot\theta\,\overrightarrow{j_1} - r\dot\theta\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot\varphi\,\overrightarrow{k_2}\end{array}\right\}_C$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R+\ell)\ddot\theta\,\overrightarrow{j_1} - (R+\ell)\dot\theta^2\,\overrightarrow{i_1} - r\ddot\theta\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot\theta\dot\varphi\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - r\dot\theta^2\cos\varphi\,\overrightarrow{j_1} + r\ddot\varphi\,\overrightarrow{k_2} + r\dot\varphi\left(\dot\theta\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - \dot\varphi\,\overrightarrow{j_2}\right)$.

Corrigé voir 91.

Exercice 45 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20$ mm, $r = 5$ mm, $L = 10$ mm.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition du vecteur vitesse.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

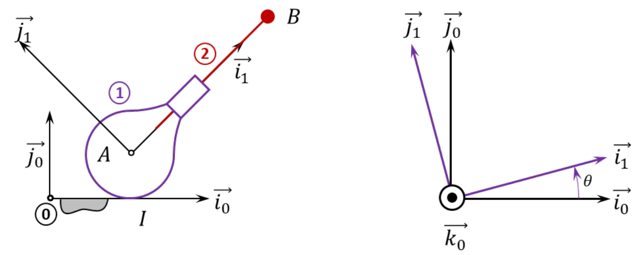
Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot\theta\,\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot\theta\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1} + \dot\varphi\,\overrightarrow{j_2}\right)$.
2. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot\varphi\,\overrightarrow{j_2} - \dot\theta\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)$.
3. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l}\dot\varphi\,\overrightarrow{k_2} + \dot\theta\,\overrightarrow{j_0}\\ L\dot\varphi\,\overrightarrow{j_2} - \dot\theta\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)\end{array}\right\}_C$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\ddot\varphi\,\overrightarrow{j_2} + L\dot\varphi\left(\dot\theta\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1} - \dot\theta\,\overrightarrow{i_2}\right) - \ddot\theta\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right) - \dot\theta\left(R\dot\theta\,\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\,\dot\theta\,\overrightarrow{i_1} - L\dot\varphi\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)$.

Corrigé voir 100.

Exercice 46 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15$ mm. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

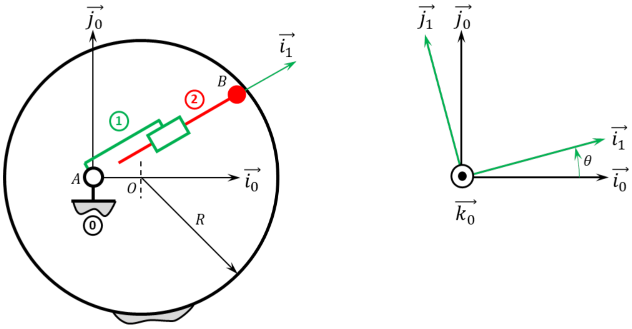
Indications :
1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot\lambda\,\overrightarrow{i_1} + \dot\theta\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l}\dot\theta\,\overrightarrow{k_0}\\ \dot\lambda\,\overrightarrow{i_1} + \dot\theta\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right)\end{array}\right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \ddot\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1} + \dot\lambda(t)\dot\theta\,\overrightarrow{j_1} + \ddot\theta(t)\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right) + \dot\theta(t)\left(\dot\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot\theta\,\overrightarrow{i_1}\right)$.

Corrigé voir 101.

Exercice 47 – Pompe à palettes ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10$ mm et $R = 20$ mm. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\dot\lambda_+(t) = -e\dot\theta(t)\sin\theta(t) - \dfrac{e^2\dot\theta(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t) - e^2 + R^2}}$ (voir exercice 122 – à vérifier).

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

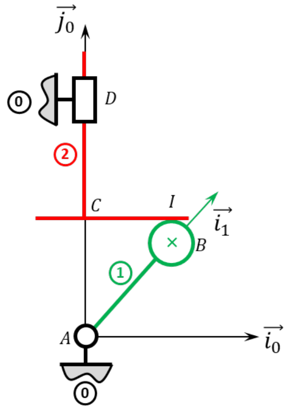
Indications :
1. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l}\dot\theta(t)\,\overrightarrow{k_0}\\ \dot\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot\theta(t)\,\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_B$.
2. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \ddot\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1} + 2\dot\lambda(t)\dot\theta(t)\,\overrightarrow{j_1} + \lambda(t)\ddot\theta(t)\,\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot\theta^2(t)\,\overrightarrow{i_1}$.

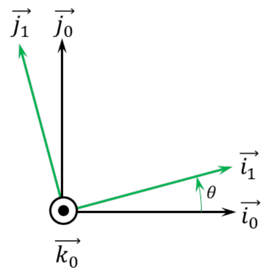
Corrigé voir 102.

Exercice 48 – Pompe à piston axial ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI} = R\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e = 10$ mm et $R = 20$ mm. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = e\sin\theta + R$ ou encore $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ (voir exercice 123).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* C.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

Indications :

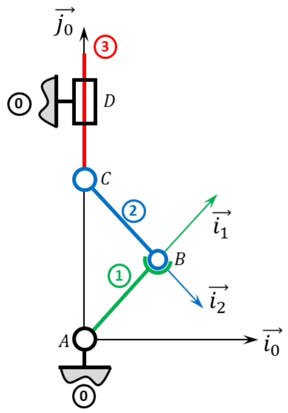
1. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\vec{0}\\ \dot{\lambda}(t)\vec{j_0}\end{array}\right\}_C$.
2. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\vec{j_0}$.

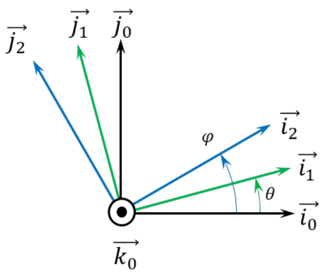
Corrigé voir 103.

Exercice 49 – Système bielle manivelle ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\vec{i_1}$ et $\overrightarrow{CB} = L\,\vec{i_2}$. De plus, $R = 10\,\text{mm}$ et $L = 20\,\text{mm}$.





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = \pm\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)} + R\sin\theta(t)$ et $\dot{\lambda}(t) = \pm\left(\dfrac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}}\right) + \dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$. (à vérifier – voir exercice 124).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

On commence par calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Méthode 1 – dérivation vectorielle :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[AB\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\vec{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dot{\theta}(t)\vec{j_1}$.
- **Méthode 2 – formule de changement de point :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)} = -R\,\vec{i_1}\wedge\dot{\theta}\,t\,\vec{k_0} = R\dot{\theta}(t)\vec{j_1}$.

On a alors, $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\dot{\varphi}(t)\vec{k_0}\\ R\dot{\theta}(t)\vec{j_1}\end{array}\right\}_B$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *et au point* C.

On a, $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\dot{\varphi}(t)\vec{k_0}\\ \dot{\lambda}(t)\vec{j_0}\end{array}\right\}_C$.

Par ailleurs, on peut remarquer que $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/0)} + \overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/0)} = R\dot{\theta}(t)\vec{j_1} + L\,\vec{i_2}\wedge\dot{\varphi}(t)\vec{k_0} = R\dot{\theta}(t)\vec{j_1} - L\dot{\varphi}(t)\vec{j_2}$.

On a donc nécessairement $\dot{\lambda}(t)\vec{j_0} = R\dot{\theta}(t)\vec{j_1} - L\dot{\varphi}(t)\vec{j_2}$

$\Rightarrow \dot{\lambda}(t)\vec{j_0} = R\dot{\theta}(t)\left(\cos\theta(t)\vec{j_0} - \sin\theta(t)\vec{i_0}\right) - L\dot{\varphi}(t)\left(\cos\varphi(t)\vec{j_0} - \sin\varphi(t)\vec{i_0}\right)$.

On a donc :

$$\left\{\begin{array}{l}0 = -R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) + L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t)\\ \dot{\lambda}(t) = R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) - L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) = L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t)\\ \dot{\lambda}(t) - R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) = L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \tan\varphi(t) = \frac{R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)}{\dot{\lambda}(t) - R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)}$$

Il resterait à supprimer $\varphi(t)$ pour (espérons-le) retomber sur la loi entrée-sortie cinématique.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}(t)\vec{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\ddot{\theta}(t)\vec{j_1} - R\dot{\theta}^2(t)\vec{i_1}$.

Question 4 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

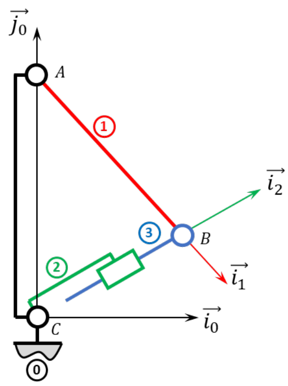
$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\vec{j_0}.$$

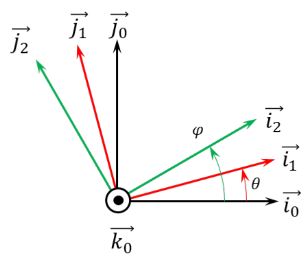
Corrigé voir 104.

Exercice 50 – Système de transformation de mouvement ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\vec{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H\,\vec{j_0}$. De plus, $R = 30\,\text{mm}$ et $H = 40\,\text{mm}$.





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 125).

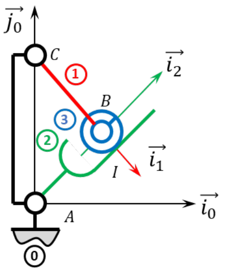
Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(3/0)\}$ au point B.*

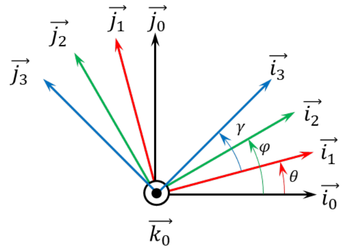
Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,3/0)}$.*

Corrigé voir 105.

Exercice 51 – Barrière Sympact ★★

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.** Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$, $R = 40\,\text{mm}$ $BI = 10\,\text{mm}$.





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 126).

Question 1 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(3/2)\}$ au point B.*

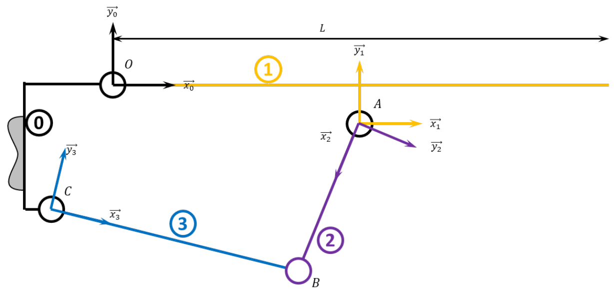
Corrigé voir 106.

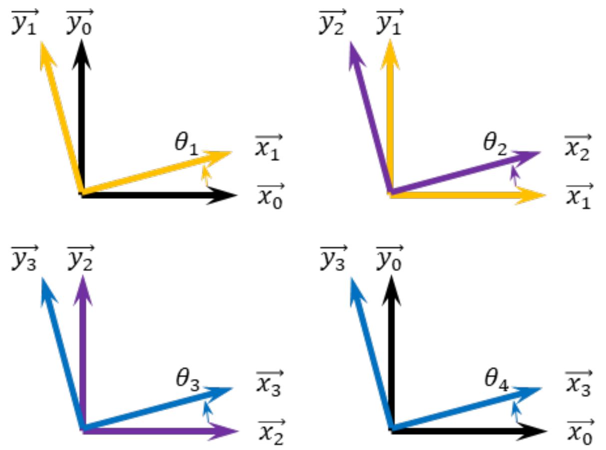
Exercice 52 – Système 4 barres ★★★

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a\overrightarrow{x_1} - f\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355\,\text{mm}$ et $f = 13\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{AB} = b\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{BC} = -c\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{OC} = -d\overrightarrow{x_0} - e\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5\,\text{mm}$ et $e = 160\,\text{mm}$;





Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 129). On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L\overrightarrow{x_1}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point G.*

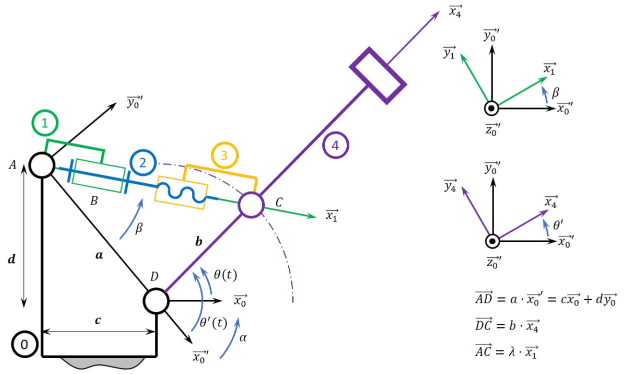
Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(G,1/0)}$.*

Corrigé voir 107.

Exercice 53 – Maxpid ★★★

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de $4\,\text{mm}$.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 130).

On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L\overrightarrow{x_4}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(4/0)\}$ au point G.*

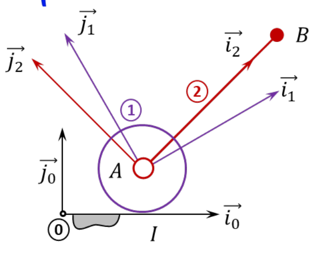
Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(G,4/0)}$.*

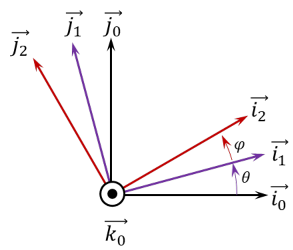
Corrigé voir 108.

Exercice 54 – Mouvement RR – RSG ★★

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{i_2}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I.





Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

Indications (à vérifier...) :
1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array} \right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

Corrigé voir 109.

1.1.6 Modéliser une action mécanique

Exercice 55 – La Seine Musicale ⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On choisit de représenter une demi-voile, de repère $\mathscr{R}_v\left(O;\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{y_v},\overrightarrow{z}\right)$, par une portion de demi-sphère (Figure 1.1). On pourra remarquer qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les repères $\mathscr{R}_{C_G}\left(C_G;\overrightarrow{x_{C_G}},\overrightarrow{y_{C_G}},\overrightarrow{z}\right)$ et $\mathscr{R}_v\left(O;\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{y_v},\overrightarrow{z}\right)$, associé à la demi-voile. On rappelle que $\overrightarrow{OC_G} = R\overrightarrow{y_{C_G}}$, avec R le rayon moyen de la voie de roulement.

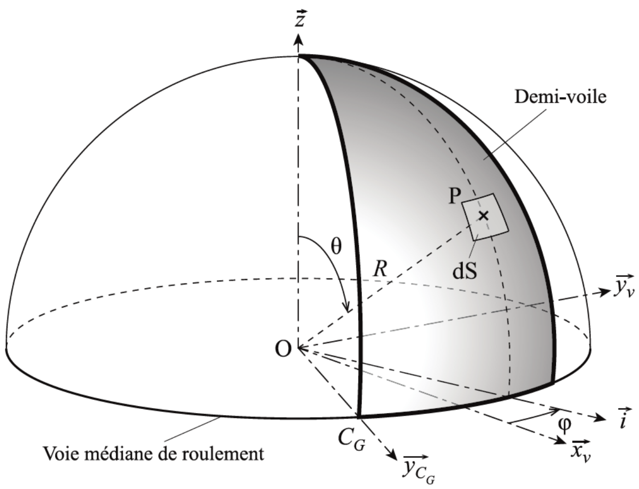


FIGURE 1.1 – Paramétrage de la surface totale et élémentaire en coordonnées sphériques de la demi-voile

La figure Figure 1.2 présente l'orientation du vent par rapport au plan de symétrie de la demi-voile dans le plan $\left(\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{y_v}\right)$. La densité d'effort surfacique du vent sur la demi-voile, pour une vitesse de $9\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, est noté $\overrightarrow{f}_{\text{vent}} = f\overrightarrow{u}$ avec $f = 54{,}7\,\mathrm{N\,m^{-2}}$, l'orientation de $\overrightarrow{u}$ étant définie par l'angle constant $\alpha = \left(\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{u}\right)$.

La base associée au système de coordonnées sphériques (r,θ,φ) est $\left(\overrightarrow{e_r},\overrightarrow{e_\theta},\overrightarrow{e_\varphi}\right)$. La position du point P appartenant à la demi-voile est définie par $\overrightarrow{OP} = R\overrightarrow{e_r}$ avec R le rayon moyen de la voie de roulement ($R = 22{,}75\,\mathrm{m}$). L'angle azimutal φ évolue entre $-\dfrac{\pi}{8}$ et $\dfrac{\pi}{8}$ et l'élévation θ évolue entre 0 et $\dfrac{\pi}{2}$. On précise que, dans le cas présenté Figure 1.1, la surface élémentaire en coordonnées sphériques est notée $\mathrm{d}S = R^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi$.

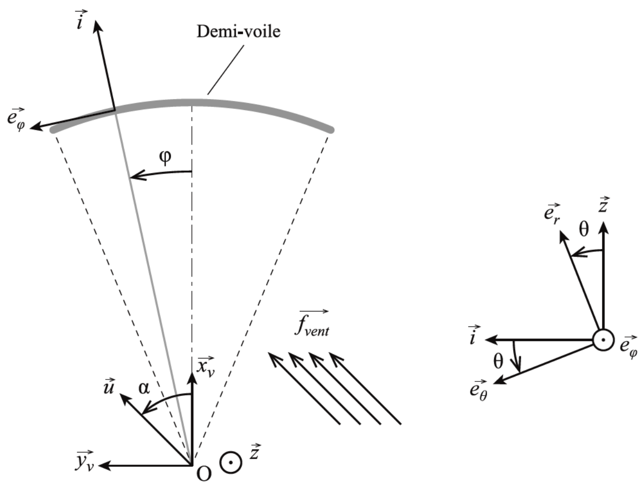


FIGURE 1.2 – Paramétrage angulaire

Question 1 *Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS, noté $d\overrightarrow{F}_{vent}$.*

Question 2 *Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe $\left(O,\overrightarrow{z}\right)$, $\overrightarrow{\mathscr{M}(O,\text{vent}\rightarrow\text{demi-voile})}\cdot\overrightarrow{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe $\left(O,\overrightarrow{z}\right)$ en fonction de R, f et α.*

Question 3 *On définit F_{vent} tel que $\left(\overrightarrow{OC_G}\wedge F_{vent}\overrightarrow{x_{C_G}}\right)\cdot\overrightarrow{z} = \overrightarrow{\mathscr{M}(O,\text{vent}\rightarrow\text{demi-voile})}\cdot\overrightarrow{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.*

Afin de modéliser le déplacement de la voile dans le cas le plus défavorable, on souhaite déterminer la valeur maximale de $|F_{\text{vent}}|$.

Question 4 *Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal ? Déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.*

Corrigé voir 110.

1.1.7 Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert

1.1.8 Modéliser un système par schéma-blocs.

Exercice 56 – La Seine Musicale⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *En considérant que la perturbation $C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.*

Question 2 *Exprimer la fonction de transfert $H_r(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p)=-\dfrac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.*

Question 3 *Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.*

Exercice 57 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

On a :

- $u_m(t)=e(t)+Ri(t)\Rightarrow U_m(p)=E(p)+RI(p)$ et $C_{M1}(p)=k_t I(p)$ donc $K_2=\dfrac{k_t}{R}$;
- $E(p)=k_e\Omega_m(p)$ et donc $K_7=k_e$;
- $(M+m)r\rho_1 p\Omega_m(p)=\dfrac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r}-F_p(p)\Leftrightarrow(M+m)r^2\rho_1^2 p\Omega_m(p)=C_{M1}(p)-\rho_1 r F_p(p)$ et donc $K_9=\rho_1 r$ et $H_3(p)=\dfrac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2 p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p)=\dfrac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8=\dfrac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5=\rho_1$ et $K_6=r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incréments. X_c est la consigne que doit respectée X. Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon=0$ et $X=X_c$ soit $\varepsilon=0=K_1X_C-K_8\theta_m=K_1X_C-K_8\dfrac{X}{K_5K_6}$. Au final, $K_1=\dfrac{K_8}{K_5K_6}$.

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*

Correction

Exercice 58 – Quille pendulaire⋆

B2-07

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

Correction D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace : $Q(p)=SpX(p)+\dfrac{V}{2B}p\Sigma(p)$ et $Mp^2X(p)=S\Sigma(p)-kX(p)-\lambda pX(p)-F_R(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $\Sigma(p)=A_2\left(A_1Q(p)-X(p)\right)=A_1A_2Q(p)-A_2X(p)$.

Par ailleurs $\Sigma(p)=\dfrac{Q(p)-SpX(p)}{\dfrac{V}{2B}p}=Q(p)\dfrac{2B}{Vp}-X(p)\dfrac{S2B}{V}$. On a donc $A_2=\dfrac{S2B}{V}$, $A_1A_2=\dfrac{2B}{Vp}$ soit $A_1=\dfrac{2B}{Vp}\dfrac{V}{S2B}=\dfrac{1}{Sp}$.

On a aussi $X(p)=A_4\left(-F_R(p)+A_3\Sigma(p)\right)=-A_4F_R(p)+A_3A_4\Sigma(p)$. Par ailleurs, $X(p)\left(Mp^2+\lambda p+k\right)=S\Sigma(p)-$

$F_R(p) \Leftrightarrow X(p) = \dfrac{S\Sigma(p)}{Mp^2+\lambda p+k} - \dfrac{F_R(p)}{Mp^2+\lambda p+k}$. On a donc : $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$ et $A_3 = S$.

Au final, $A_1 = \dfrac{1}{Sp}$, $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$.

Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

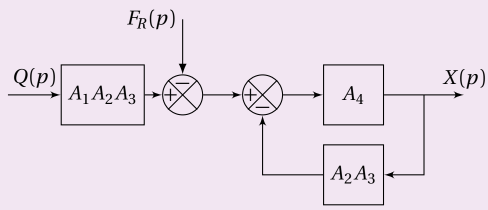
Correction **Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes** On a $X(p) = \left(H_1 Q(p) - F_R(p)\right) H_2(p)$.

Par ailleurs, on a vu que $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)\right)$ et $\Sigma(p) = A_2\left(A_1 Q(p) - X(p)\right)$.

On a donc $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3 A_2\left(A_1 Q(p) - X(p)\right)\right) \Leftrightarrow X(p)(1 + A_2A_3A_4) = A_4\left(-F_R(p) + A_3A_2A_1Q(p)\right)$. On a donc $H_1(p) = A_1A_2A_3$ et $H_2 = \dfrac{A_4}{1+A_2A_3A_4}$.

Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs Revient à utiliser la méthode précédente.

Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.

$A_1 = \dfrac{1}{Sp}$, $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$.

En faisant le calcul on obtient : $H_1(p) = \dfrac{2BS}{pV}$ et $H_2 = \dfrac{\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}}{1+\dfrac{2BS^2}{V}\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}} = \dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k+\dfrac{2BS^2}{V}}$.

Question 3
Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Correction Dans ce cas, $\dfrac{X(p)}{Q(p)} = H_1(p)H_2(p)\dfrac{2BS}{p\left(MVp^2+\lambda pV+kV+2BS^2\right)}$.

1.1.9 Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

Exercice 59 – Parallélépipède⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Exercice 60 – Parallélépipède percé⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Exercice 61 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Exercice 62 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Exercice 63 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Exercice 64 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

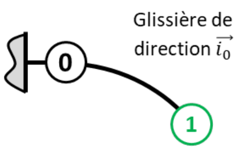
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

1.1.10 Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique

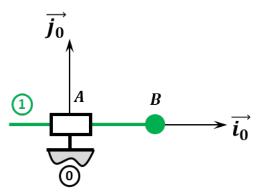
Exercice 65 – Mouvement T – ⋆

B2-12

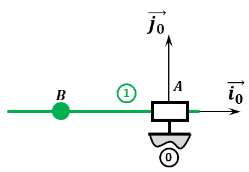
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\,\text{mm}$.*



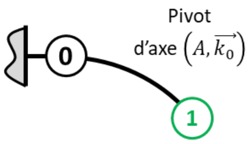
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = -20\,\text{mm}$.*



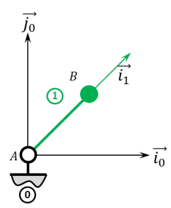
Exercice 66 – Mouvement R ⋆

B2-12

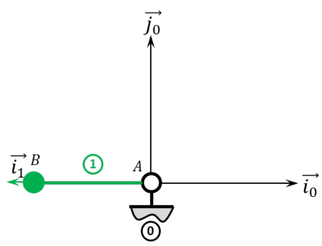
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad.*



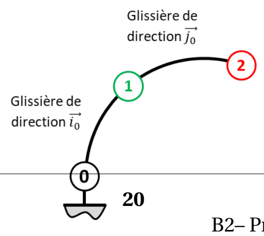
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \pi\,\text{rad}$.*



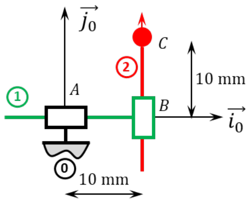
Exercice 67 – Mouvement TT – ⋆

B2-12

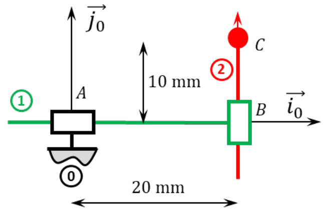
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\,\text{mm}$ et $\mu = 10\,\text{mm}$.*



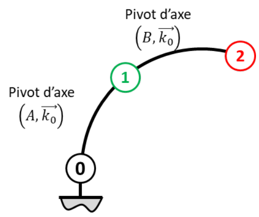
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 20\,\text{mm}$ et $\mu = 10\,\text{mm}$.*



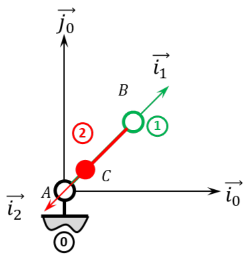
Exercice 68 – Mouvement RR ⋆

B2-12

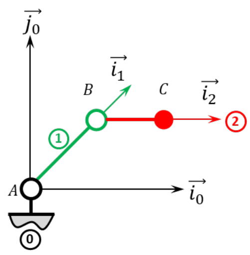
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



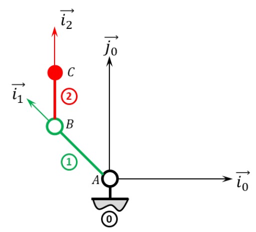
Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = \pi$ rad.*



Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*



Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*



Exercice 69 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20\,\text{mm}$.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20\,\text{mm}$.*

Exercice 70 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20\,\text{mm}$.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20\,\text{mm}$.*

Exercice 71 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t) = \dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Exercice 72 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique en 3D pour $\theta(t)=\pi$ rad et $\varphi(t)=-\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Exercice 73 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad et $\lambda(t)=20\,\text{mm}$. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\lambda(t)=30\,\text{mm}$. On notera I_2 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$.*

Exercice 74 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\pi$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce **2**.*

Exercice 75 – Pompe à pistons radiaux ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=-\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 5 *En déduire la course de la pièce **2**.*

Exercice 76 – Système bielle manivelle ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=-\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce **3**.*

Exercice 77 – Système de transformation de mouvement ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=-\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

Question 5 *En déduire la course de la pièce **3**.*

Exercice 78 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ *rad.*

Exercice 79 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$ *rad.*

Exercice 80 – Poussoir ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \frac{\pi}{4}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = -\frac{\pi}{4}$ *rad.*

Exercice 81 – Système 4 barres ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta_1(t) = 0$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta_1(t) = -\frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 4 *En déduire la course angulaire* (θ_4) *de la pièce* ***3***.

Exercice 82 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 0$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 4 *En déduire la course de* λ.

Exercice 83 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 0$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 4 *En déduire la course de* λ.

Exercice 84 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 0$ *rad et* $\varphi(t) = 0$ *rad. On notera* I_0 *le point de contact entre* ***0*** *et* ***1***.

Modéliser

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t)=0$ rad. On notera I_1 le point de contact entre **0** et **1**. On précisera la position des points $I_{0,0}$ et $I_{0,1}$, points résultants de la rupture de contact lors du passage de $\theta(t)$ de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi(t)=\dfrac{\pi}{2}$ rad.*

1.1.11 Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides

Exercice 85 – Mouvement T – ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

1 est en translation de direction $\overrightarrow{i_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\left\{\begin{array}{l} x_B(t)=\lambda(t)\\ y_B(t)=0\\ z_B(t)=0\end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{z_0}\right)$.

Exercice 86 – Mouvement R ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

1 est en rotation de centre A et d'axe $\overrightarrow{k_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 *Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**.*

B est est en rotation par rapport à **0** (cercle de centre A et de rayon R).

Question 3 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}=R\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}+R\sin\theta\,\overrightarrow{j_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\left\{\begin{array}{l} x_B(t)=R\cos\theta(t)\\ y_B(t)=R\sin\theta(t)\\ z_B(t)=0\end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{z_0}\right)$.

Exercice 87 – Mouvement TT – ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Le point C a un mouvement quelconque dans le plan $\left(A,\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0}\right)$.

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}+\mu(t)\overrightarrow{j_0}$ et donc, on a directement $\left\{\begin{array}{l} x_C(t)=\lambda(t)\\ y_C(t)=\mu(t)\\ z_C(t)=0\end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R=10\,\text{cm}$ à la vitesse $v=0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

Question 3 *Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R.*

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\dfrac{\text{d}}{\text{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0}=R\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$.

On a $v=R\dot{\theta}(t)$. Par intégration, $\theta(t)=\dfrac{v}{R}t$ (avec $\theta(t)=0\,\text{rad}$ pour $t=0\,\text{s}$).

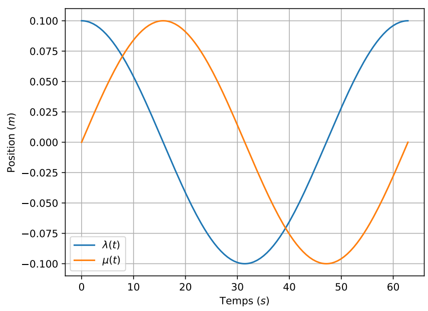
Question 4 *Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v, R et du temps.*

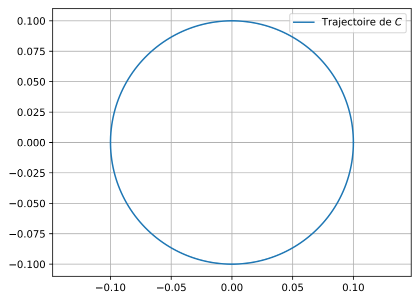
Exprimons la trajectoire du point C : $\overrightarrow{AC}=R\overrightarrow{e_r}=R\cos\theta(t)\overrightarrow{i_0}+R\sin\theta(t)\overrightarrow{j_0}$. Par identification $\lambda(t)=R\cos\theta(t)$ et $\mu(t)=R\sin\theta(t)$.

Au final, $\left\{\begin{array}{l} \lambda(t)=R\cos\left(\dfrac{v}{R}t\right)\\ \mu(t)=R\sin\left(\dfrac{v}{R}t\right)\end{array}\right.$.

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.*

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
R = 0.1 # m
v = 0.01 # m.s-1

# Temps pour faire un tour
T = 2*m.pi*R/v

les_t = np.linspace(0,T,200)
les_lambda = R*np.cos(v/R*les_t)
les_mu = R*np.sin(v/R*les_t)
plt.grid()
plt.plot(les_t,les_lambda,label="$\\lambda(t)$")
plt.plot(les_t,les_mu,label="$\\mu(t)$")
plt.xlabel("Temps␣($s$)")
plt.ylabel("Position␣($m$)")
plt.legend()
#plt.show()
plt.savefig("03_TT_01_c.pdf")
plt.cla()

plt.grid()
plt.axis("equal")
plt.plot(les_lambda,les_mu,label="Trajectoire␣de␣$C$")
plt.legend()
#plt.show()
plt.savefig("03_TT_02_c.pdf")
```





Exercice 88 – Mouvement RR ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Le point C peut atteindre tous les points situés compris entre deux cercles de rayon 5 mm et de rayon 25 mm.

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC} = R\,\overrightarrow{i_1} + L\,\overrightarrow{i_2}$. On projetant ce vecteur dans le repère $\mathcal{R}_A i_0 j_0 k_0$ on a

$$\overrightarrow{AC} = R\left(\cos\theta\,\overrightarrow{i_0} + \sin\theta\,\overrightarrow{j_0}\right) + L\left(\cos\left(\theta+\varphi\right)\overrightarrow{i_0} + \sin\left(\theta+\varphi\right)\overrightarrow{j_0}\right). \text{ On a donc : } \left\{\begin{array}{l} x_C(t) = R\cos\theta + L\cos\left(\theta+\varphi\right) \\ y_C(t) = R\sin\theta + L\sin\left(\theta+\varphi\right) \\ z_C(t) = 0 \end{array}\right.$$

dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Question 3 *Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.*

Distance à parcourir : 0,05 m. Durée du parcours : $T = \dfrac{0,05}{v}$.

Question 4 *Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.*

$\forall t \in \left[0, \dfrac{0,05}{v}\right]$, $y_C(t)=0,025$. Pour $t=0$, $x_C(0)=-0,025$. On a alors $x_C(t)=-0,025+v\,t$.

Au final, $\forall t \in \left[0, \dfrac{0,05}{v}\right]$, $\left\{\begin{array}{l} x_C(t)=-0,025+v\,t \\ y_C(t)=0,025 \\ z_C(t)=0\end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Question 5 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v=0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.*

Afin que le point C suive un segment, il faut donc que $\left\{\begin{array}{l} -0,025+v\,t=R\cos\theta+L\cos\left(\theta+\varphi\right) \\ 0,025=R\sin\theta+L\sin\left(\theta+\varphi\right)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -0,025+v\,t-R\cos\theta=L\cos\left(\theta+\varphi\right) \\ 0,025-R\sin\theta=L\sin\left(\theta+\varphi\right)\end{array}\right.$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \left(-0,025+v\,t-R\cos\theta\right)^2=L^2\cos^2\left(\theta+\varphi\right) \\ \left(0,025-R\sin\theta\right)^2=L^2\sin^2\left(\theta+\varphi\right)\end{array}\right.$

$\Rightarrow \left(-0,025+v\,t-R\cos\theta\right)^2+\left(0,025-R\sin\theta\right)^2=L^2$

$\Rightarrow 0,025^2+v^2t^2+R^2\cos^2\theta-2\times 0,025v\,t+2R\cos\theta-v\,tR\cos\theta+0,025^2+R^2\sin^2\theta-2\times 0,025R\sin\theta=L^2$

$\Rightarrow (2-v\,t)\cos\theta-2\times 0,025\sin\theta=\dfrac{L^2}{R}-\dfrac{2\times 0,025^2}{R}-\dfrac{v^2t^2}{R}-R+2\times 0,025\dfrac{v\,t}{R}$

Équation trigonométrique de la forme $a\cos x+b\sin x=c$.

Il y a donc une solution analytique. On peut aussi résoudre l'équation numériquement.

Une fois $\theta(t)$ déterminée, on a $0,025-R\sin\theta=L\sin\left(\theta+\varphi\right)\Rightarrow \arcsin\left(\dfrac{0,025-R\sin\theta(t)}{L}\right)-\theta(t)=\varphi(t)$

Question 6 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\varphi(t)$ et la trajectoire générée.*

Exercice 89 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v=0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

Exercice 90 – Mouvement RT ⋆

C2-05

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.*

Question 2 *Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25,25]$ et $[25,25]$.

Question 3 *Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v=0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.*

Exercice 91 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Ça ressemble à un tore, mais c'est pas vraiment un tore :) (aussi bien l'intérieur que l'extérieur...)...

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=R\,\overrightarrow{i_1}+\ell\,\overrightarrow{i_2}+r\,\overrightarrow{j_2}$. Soit $\overrightarrow{AC}=(R+\ell)\left(\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}+\sin\theta\,\overrightarrow{j_0}\right)+r\left(\cos\varphi\,\overrightarrow{j_1}+\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)=(R+\ell)\left(\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}+\sin\theta\,\overrightarrow{j_0}\right)+r\left(\cos\varphi\left(\cos\theta\,\overrightarrow{j_0}-\sin\theta\,\overrightarrow{i_0}\right)+\sin\varphi\,\overrightarrow{k_0}\right)$.

On a donc : $\left\{\begin{array}{l} x_C(t)=(R+\ell)\cos\theta-r\cos\varphi\sin\theta \\ y_C(t)=(R+\ell)\sin\theta+r\cos\varphi\cos\theta \\ z_C(t)=r\sin\varphi \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Exercice 92 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.*

Le point C peut décrire un tore de grand rayon R et de petit rayon L (surface torique uniquement, pas l'intérieur du tore).

Question 2 *Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC}=H\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_1}+L\,\overrightarrow{i_2}=H\,\overrightarrow{j_0}+R\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}-R\sin\theta\,\overrightarrow{k_0}+L\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1}+L\sin\varphi\,\overrightarrow{j_1}=H\,\overrightarrow{j_0}+R\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}-R\sin\theta\,\overrightarrow{k_0}+L\cos\varphi\left(\cos\theta\,\overrightarrow{i_0}-\sin\theta\,\overrightarrow{k_0}\right)+L\sin\varphi\,\overrightarrow{j_0}$.

On a donc : $\left\{\begin{array}{l} x_C(t)=R\cos\theta+L\cos\varphi\cos\theta \\ y_C(t)=H+L\sin\varphi \\ z_C(t)=-R\sin\theta-L\cos\varphi\sin\theta \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Exercice 93 – Mouvement T – ⋆

B2-13

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

$\{\mathscr{V}(1/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.

$\overrightarrow{V(B,1/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}$.

Exercice 94 – Mouvement R ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(B,1/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0}$. Or $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_1}+\overrightarrow{\Omega(1/0)}\wedge\overrightarrow{i_1}=\overrightarrow{0}+\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0}\wedge\overrightarrow{i_1}=\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

D'où $\overrightarrow{V(B,1/0)}=R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.*

$\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(A,1/0)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{0}-R\,\overrightarrow{i_1}\wedge\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0}=R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

On a directement $\{\mathscr{V}(1/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0}\\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_B$.

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}-R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$. (En effet, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_1}+\overrightarrow{\Omega(1/0)}\wedge\overrightarrow{j_1}=\overrightarrow{0}+\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0}\wedge\overrightarrow{j_1}=-\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$.)

Exercice 95 – Mouvement TT – ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Par dérivation vectorielle, on a : $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}+\dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.

Par composition du torseur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\overrightarrow{V(C,2/1)}+\overrightarrow{V(C,1/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_1}+\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}+\dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.

Modéliser

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.*

$\{\mathcal{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+\dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+\ddot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Exercice 96 – Mouvement RR ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(C,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0}+\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0}=R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0}+L\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0}=R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}+L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.

(Avec $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_2}+\overrightarrow{\Omega(2/0)}\wedge\overrightarrow{i_2}=\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0}\wedge\overrightarrow{i_2}=\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$).

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

On a $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\overrightarrow{V(C,2/1)}+\overrightarrow{V(C,1/0)}$.

$\overrightarrow{V(C,2/1)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/1)}=-L\overrightarrow{i_2}\wedge\dot{\varphi}\overrightarrow{k_0}=L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

$\overrightarrow{V(C,1/0)}=\overrightarrow{V(A,1/0)}+\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\left(-L\overrightarrow{i_2}-R\overrightarrow{i_1}\right)\wedge\dot{\theta}\overrightarrow{k_0}=\dot{\theta}\left(L\overrightarrow{j_2}+R\overrightarrow{j_1}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)}=L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}\left(L\overrightarrow{j_2}+R\overrightarrow{j_1}\right)$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.*

$\{\mathcal{V}(2/0)\}=\{\mathcal{V}(2/1)\}+\{\mathcal{V}(1/0)\}$. Pour sommer les torseurs, il faut écrire les vecteurs vitesses au même point, ici en C.

$\{\mathcal{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0}\\ R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}+L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}\end{array}\right\}_C$

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}+L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

De plus, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_1}+\overrightarrow{\Omega(1/0)}\wedge\overrightarrow{j_1}=\dot{\theta}\overrightarrow{k_0}\wedge\overrightarrow{j_1}=-\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$ et $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_2}+\overrightarrow{\Omega(2/0)}\wedge\overrightarrow{j_2}=\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0}\wedge\overrightarrow{j_2}=-\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{i_2}$.

On a donc $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1}-R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}+L\left(\ddot{\theta}+\ddot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}-L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)^2\overrightarrow{i_2}$.

Exercice 97 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(B,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0}=\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par composition.*

$\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

$\forall P$, $\overrightarrow{V(P,2/1)}=\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}$.

Par ailleurs $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(A,1/0)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=-\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}=\lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.*

$\{\mathcal{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_B$.

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\overrightarrow{i_1}=\left(\ddot{\lambda}(t)-\lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\right)\overrightarrow{i_1}+\left(\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_1}$.

Exercice 98 – Mouvement RT ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Méthode 1 – Dérivation vectorielle

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$$

Méthode 2 – Composition du torseur cinématique

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$

Pour tout point P, $\overrightarrow{V(P,1/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0}$.

$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -R\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \\ \overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2} \end{array}\right\}_C.$$

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right).$$

Exercice 99 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1} + \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0}.$$

Calculons :

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$ ($\overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{i_2}$).
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

On a donc, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = (R+\ell)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.*

On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(C,2/1)}$: on passe par B car B est le centre de la pivot entre 2 et 1 et que $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0}$. $\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \left(-\ell\overrightarrow{i_2} - r\overrightarrow{j_2}\right) \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}$
  $= -\ell\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} - r\overrightarrow{j_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}$.
  $= r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.
- $\overrightarrow{V(C,1/0)}$: on passe par A car A est le centre de la pivot entre 1 et 0 et que $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{0}$ est nul. $\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)}$
  $= \left(-r\overrightarrow{j_2} - \ell\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$
  $= -r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} \\ (R+\ell)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} \end{array}\right\}_C$$

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$$

Modéliser

$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[(R+\ell)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$$

Calculons :

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{k_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{k_2} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_2} \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R+\ell)\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - (R+\ell)\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1} - r\ddot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{i_1} + r\dot{\theta}\dot{\varphi}\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - r\dot{\theta}^2\cos\varphi\,\overrightarrow{j_1} + r\ddot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} + r\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}\right)$.

Exercice 100 – Mouvement RR 3D ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1} + L\,\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Calculons :

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_0}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{0}$;
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1}$;
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}\right) \wedge \overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_2} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} \wedge \overrightarrow{i_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}\right)$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition du vecteur vitesse.*

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,2/1)}$, passons par B car $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0}$: $\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)}$ $= -L\,\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} = L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.
- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,1/0)}$, passons par A car $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{0}$: $\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)}$ $= -\left(H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1} + L\,\overrightarrow{i_2}\right) \wedge \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_1} + L\,\overrightarrow{i_2} \wedge \overrightarrow{j_1}\right) = -\dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_0} \\ L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right) \end{array}\right\}_C .$$

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$$

$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)\right]_{\mathscr{R}_0}.$$

Calculons :

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1} - \dot{\theta}\,\overrightarrow{i_2}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\ddot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} + L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1} - \dot{\theta}\,\overrightarrow{i_2}\right) - \ddot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right) - \dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1} - L\dot{\varphi}\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)$.

Exercice 101 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.*

$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

D'une part, $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_1}$.

D'autre part, en utilisant le roulement sans glissement en I, $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(I,1/0)} + \overrightarrow{BI} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} + \left(-\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1} - R\,\overrightarrow{j_0}\right) \wedge \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} = -\dot{\theta}\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{k_0} + R\,\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{k_0}\right) = \dot{\theta}\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_1} + \dot{\theta}\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B.*

$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}\overrightarrow{i_1} + \dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array} \right\}_B.$

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \ddot{\theta}(t)\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) + \dot{\theta}(t)\left(\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}\right).$$

Exercice 102 – Pompe à palettes ⋆

B2-13

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

En utilisant la décomposition du vecteur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}$.
- $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -\lambda(t)\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} = \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B.$

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} + \lambda(t)\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}.$$

Exercice 103 – Pompe à piston axial ⋆

B2-13

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = e\sin\theta + R$ ou encore $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ (voir exercice 123).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* C.

$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} \end{array} \right\}_C.$

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Exercice 104 – Système bielle manivelle ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = \pm\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)} + R\sin\theta(t)$ et $\dot{\lambda}(t) = \pm\left(\dfrac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)}}\right) + \dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$. (à vérifier – voir exercice 124).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *au point* B.

On commence par calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Méthode 1 – dérivation vectorielle :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[AB\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.
- **Méthode 2 – formule de changement de point :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -R\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}\,t\,\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

On a alors, $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B.$

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ *et au point* C.

On a, $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} \end{array} \right\}_C.$

Par ailleurs, on peut remarquer que $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/0)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/0)} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} + L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.

On a donc nécessairement $\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$

$\Rightarrow \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} = R\dot{\theta}(t)\left(\cos\theta(t)\overrightarrow{j_0} - \sin\theta(t)\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\varphi}(t)\left(\cos\varphi(t)\overrightarrow{j_0} - \sin\varphi(t)\overrightarrow{i_0}\right)$.

On a donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = -R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) + L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t) \\ \dot{\lambda}(t) = R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) - L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) = L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t) \\ \dot{\lambda}(t) - R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) = L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \tan\varphi(t) = \frac{R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)}{\dot{\lambda}(t) - R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)}$$

Modéliser

Il resterait à supprimer $\varphi(t)$ pour (espérons-le) retomber sur la loi entrée-sortie cinématique.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}.$$

Question 4 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}.$$

Exercice 105 – Système de transformation de mouvement ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 125).

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathcal{V}(3/0)\}$ *au point* B.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,3/0)}$.

Exercice 106 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 126).

Question 1 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point* I, *déterminer* $\gamma(t)$ *et* $\dot{\gamma}(t)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathcal{V}(3/2)\}$ *au point* B.

Exercice 107 – Système 4 barres ⋆⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 129). On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L\overrightarrow{x_1}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ *au point* G.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(G,1/0)}$.

Exercice 108 – Maxpid ⋆⋆⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de $4\,\text{mm}$.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice 130).

On définit le point G tel que $\overrightarrow{OG} = L\overrightarrow{x_4}$.

Question 1 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathcal{V}(4/0)\}$ *au point* G.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(G,4/0)}$.

Exercice 109 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

En utilisant la décomposition du vecteur vitesse : $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Calcul de** $\overrightarrow{V(B,2/1)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{V(A,2/1)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)}$. 2 et 1 étant en pivot d'axe $\left(A,\overrightarrow{k_0}\right)$, on a $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0} - L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.
- **Calcul de** $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(I,1/0)} + \overrightarrow{BI} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} - L\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}$. En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement : $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \left(-L\overrightarrow{i_1} - R\overrightarrow{j_0}\right) \wedge \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique* $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ *au point* B.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array} \right\}_B.$$

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$$

$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)\right]_{\mathscr{R}_0}$$
$$= L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}.$$

1.1.12 Modéliser une action mécanique

Exercice 110 – La Seine Musicale ⋆

B2-14 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS, noté $d\overrightarrow{F}_{vent}$.*

Question 2 *Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe $(O, \overrightarrow{z})$, $\overrightarrow{\mathscr{M}(O, vent \rightarrow \text{demi-voile})} \cdot \overrightarrow{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe $(O, \overrightarrow{z})$ en fonction de R, f et α.*

Question 3 *On définit F_{vent} tel que $\left(\overrightarrow{OC_G} \wedge F_{vent}\overrightarrow{x_{C_G}}\right) \cdot \overrightarrow{z} = \overrightarrow{\mathscr{M}(O, vent \rightarrow \text{demi-voile})} \cdot \overrightarrow{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.*

Question 4 *Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal ? Déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.*

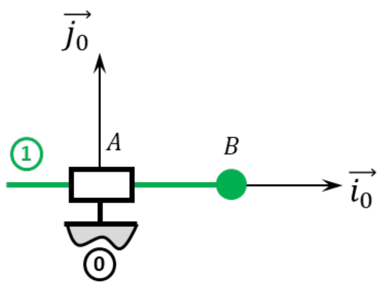
1.2 Proposer une démarche de résolution

1.2.1 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS

Exercice 111 – Mouvement T – ⋆

B2-14
B2-15
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG} = \ell\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{i_0}$. Un vérin pneumatique positionné entre **1** et **0** permet de maintenir **1** en équilibre. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

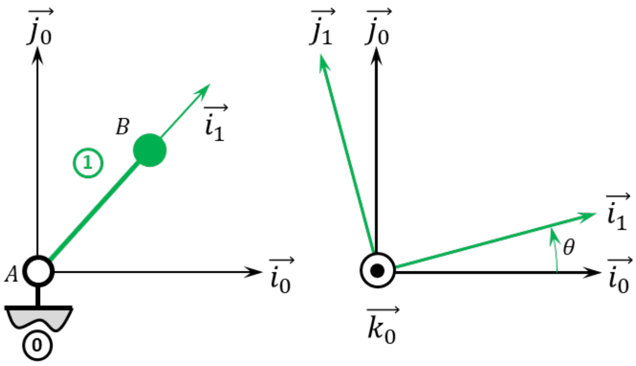
Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir **1** en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 112 – Mouvement R ⋆

B2-14
B2-15
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide 1 et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir **1** en équilibre.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 113 – Mouvement TT – ⋆

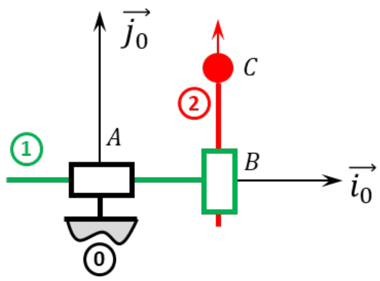
B2-14
B2-15
C1-05

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse. $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 114 – Mouvement RR ⋆

B2-14
B2-15
C1-05

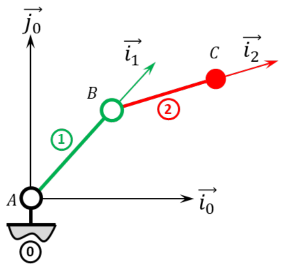
Pas de corrigé pour cet exercice.

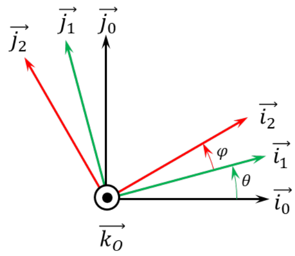
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 115 – Mouvement RT ⋆

B2-14
B2-15
C1-05

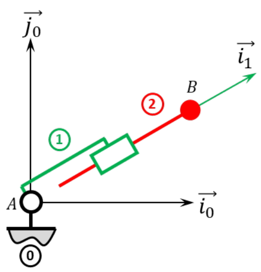
Pas de corrigé pour cet exercice.

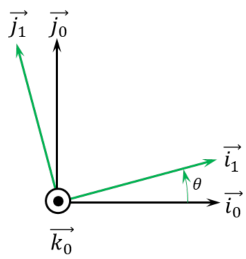
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 116 – Mouvement RT ⋆

B2-14

B2-15

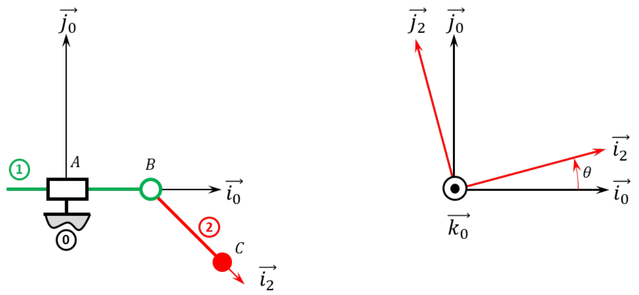
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30$ mm. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 117 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

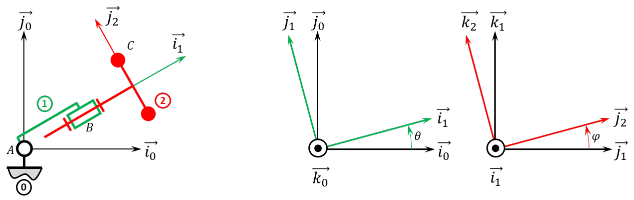
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20$ mm et $r = 10$ mm. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir ??.

Exercice 118 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

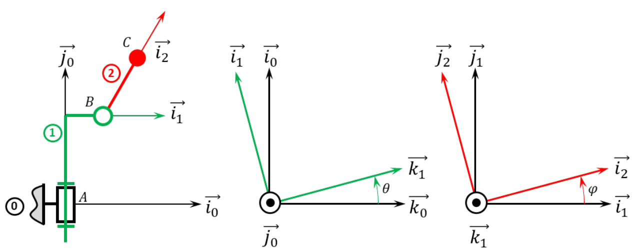
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20$ mm, $r = 5$ mm, $L = 10$ mm. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\,\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir **??**.

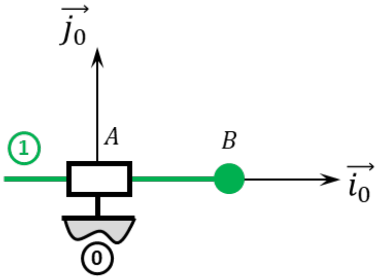
1.2.2 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD

Exercice 119 – Mouvement T – ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG} = \ell\,\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{i_0}$. Un vérin positionné entre **1** et **0** permet d'actionner la pièce **1**. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

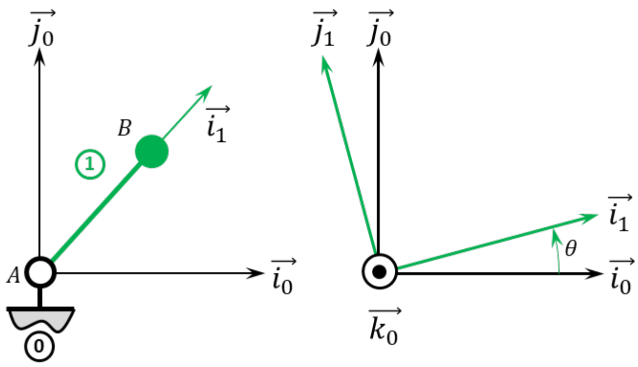
Corrigé voir **??**.

Exercice 120 – Mouvement R ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m\,\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide **1** et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 121 – Mouvement TT – ⋆

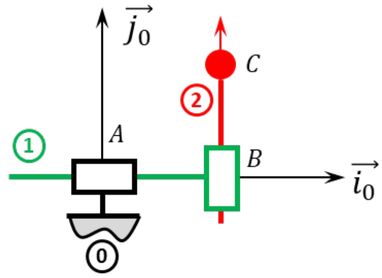
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse. $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 122 – Mouvement RR ⋆

B2-14

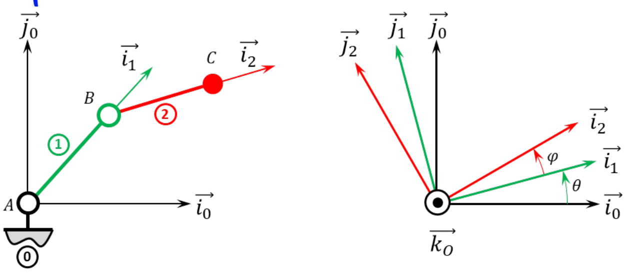
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 123 – Mouvement RT ⋆

B2-14

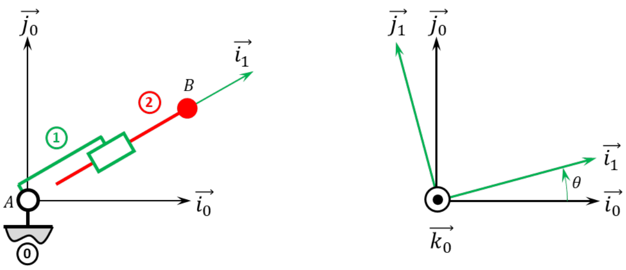
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\vec{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\,\vec{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g\,\vec{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 124 – Mouvement RT ⋆

B2-14

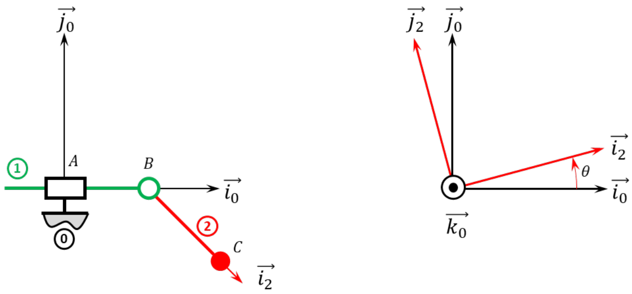
C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\vec{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\,\vec{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g\,\vec{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 125 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

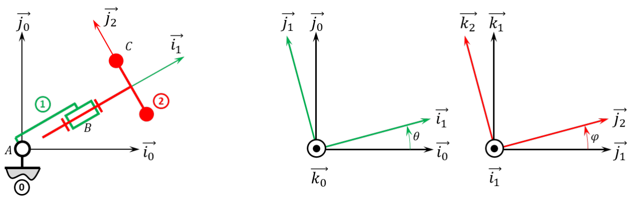
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\vec{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\vec{i_2} + r\,\vec{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\vec{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g\,\vec{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir **??**.

Exercice 126 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

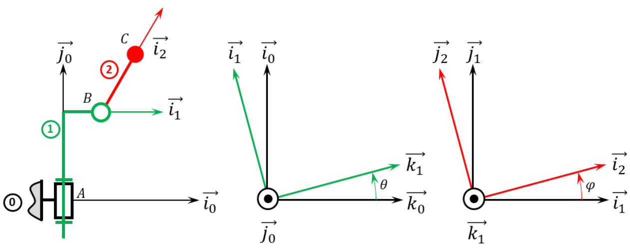
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\,\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir ??.

Exercice 127 – Mouvement RT – RSG ★★

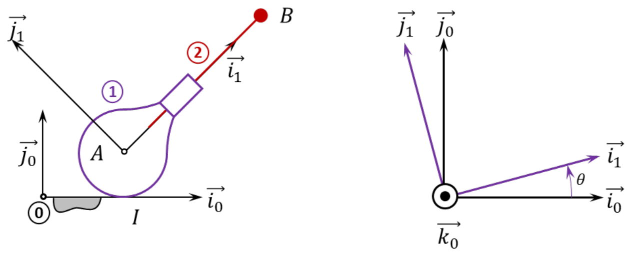
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points A et B.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir ??.

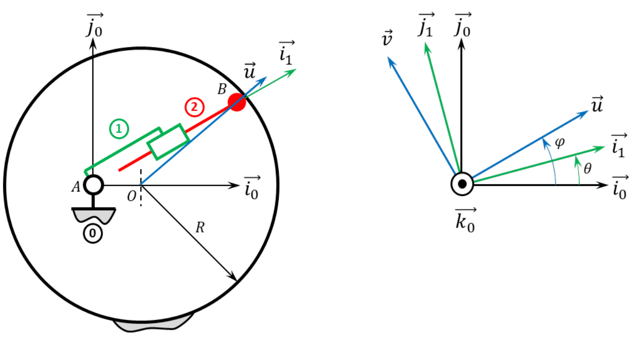
1.3 Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

1.3.1 Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 128 – Pompe à piston radial ★

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 4 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

On prendra une section de piston **2** de $1\,\text{cm}^2$ et une fréquence de rotation de $\dot{\theta}(t) = 2\pi\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$. **Question 5** *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Question 6 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $e = 15\,\text{mm}$.*

Question 7 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ pour une pompe à 5 pistons (5 branches **1+2**).*

Indications (à vérifier...) :

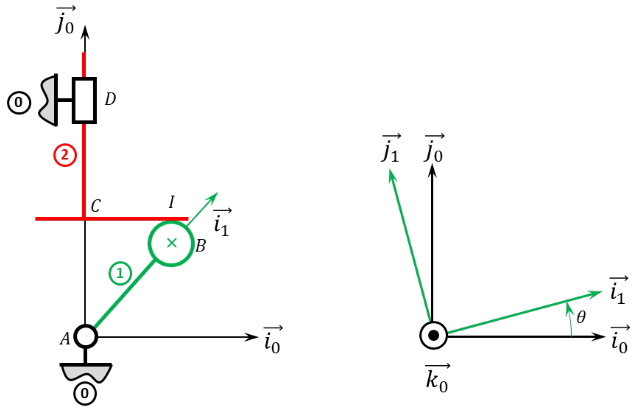
1. .
2. $\lambda(t) = e\cos\theta(t) \pm \sqrt{e^2\cos^2\theta(t) - e^2 + R^2}$.
3. .
4. $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$.
5. .

Corrigé voir 122.

Exercice 129 – Pompe à piston axial ★

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *On note S la section du piston **2**. Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 10\,\text{mm}$ ainsi que pour $e = 20\,\text{mm}$ et $R = 5\,\text{mm}$. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$, la section du piston est donnée par $S = 1\,\text{cm}^2$.*

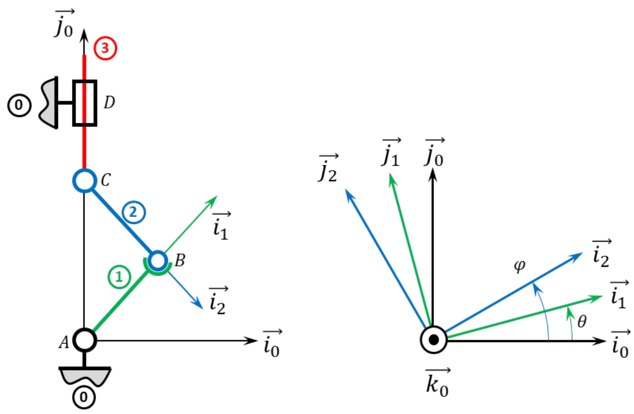
Indications :
1. .
2. $e\sin\theta + R - \lambda(t) = 0$.
3. $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.
4. $q(t) = eS\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.
5. .

Corrigé voir 123.

Exercice 130 – Système bielle manivelle ⋆⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$, $\overrightarrow{CB} = L\,\overrightarrow{i_2}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer la vitesse du piston en fonction du temps. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$, on prendra $R = 10\,\text{mm}$ et $L = 20\,\text{mm}$ puis $L = 30\,\text{mm}$.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer l'accélération du piston en fonction du temps en utilisant les mêmes valeurs que dans la question précédente. On utilisera une dérivation numérique.*

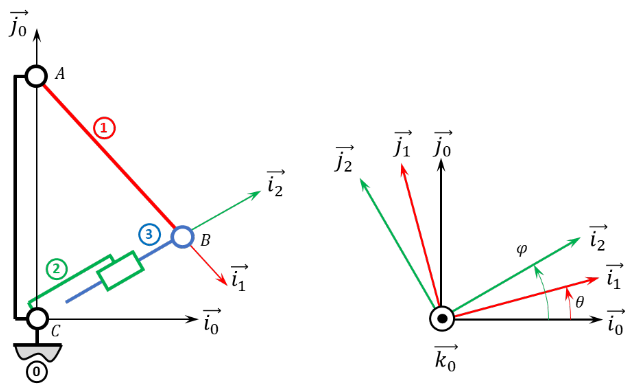
Indications :
1. .
2. $\lambda(t) = \pm\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)} + R\sin\theta(t)$.
3. $\dot{\lambda}(t) = \pm\left(\dfrac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)}}\right) + \dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$.
4. .
5. .

Corrigé voir 124.

Exercice 131 – Pompe oscillante ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $R = 40\,\text{mm}$ et $H = 60\,\text{mm}$. Par ailleurs, on note $\overrightarrow{CB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_2}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Question 5 *En utilisant Python, donner le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour un piston de diamètre $D = 10\,\text{mm}$.*

Modéliser

Indications :

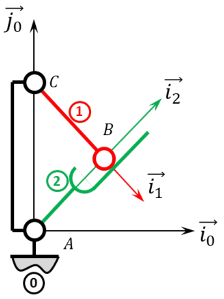
1. .
2. $\lambda(t)=\pm\sqrt{R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)}$
3. $\dot{\lambda}(t)=\dfrac{1}{2}\left(-2HR\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\right)\left(R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)\right)^{-\frac{1}{2}}$
4. $q(t)=S\dot{\lambda}(t)$
5. .

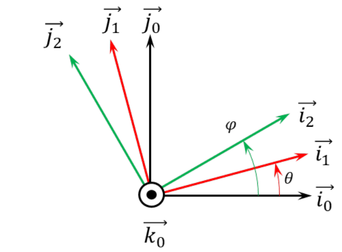
Corrigé voir 125.

Exercice 132 – Barrière Sympact ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC}=H\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB}=R\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H=120\,\text{mm}$ et $R=40\,\text{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Indications :

1. .
2. $\tan\varphi(t)=\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}$.
3. $\dot{\varphi}(t)=\dfrac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2+h^2+2Rh\sin\theta(t)}$.
4. .

Corrigé voir 126.

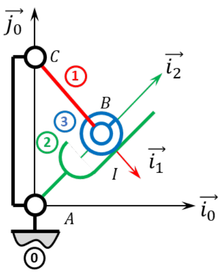
Exercice 133 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

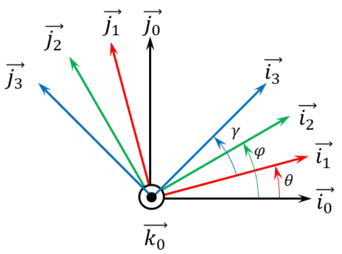
B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC}=H\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB}=R\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H=120\,\text{mm}$ et $R=40\,\text{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.*

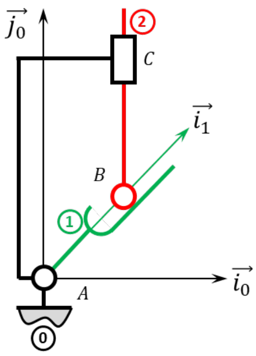
Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

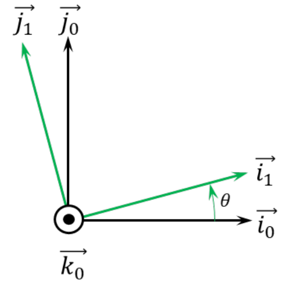
Corrigé voir 127.

Exercice 134 – Poussoir ⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC}=L\overrightarrow{i_0}+H\overrightarrow{j_0}$, $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=\mu(t)\overrightarrow{j_0}$. De plus, $H=120\,\text{mm}$, $L=40\,\text{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\mu(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

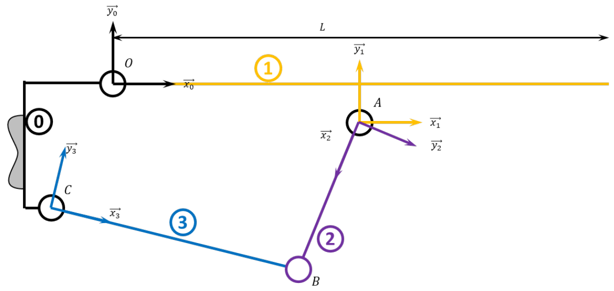
Corrigé voir 128.

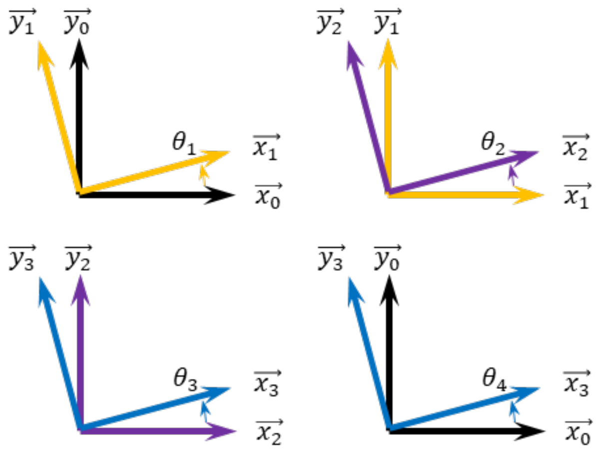
Exercice 135 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :

- $\overrightarrow{OA}=a\overrightarrow{x_1}-f\overrightarrow{y_1}$ avec $a=355\,\text{mm}$ et $f=13\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{AB}=b\overrightarrow{x_2}$ avec $b=280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{BC}=-c\overrightarrow{x_3}$ avec $c=280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{OC}=-d\overrightarrow{x_0}-e\overrightarrow{y_0}$ avec $d=89{,}5\,\text{mm}$ et $e=160\,\text{mm}$;





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta_1(t)$ en fonction de $\theta_4(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$.*

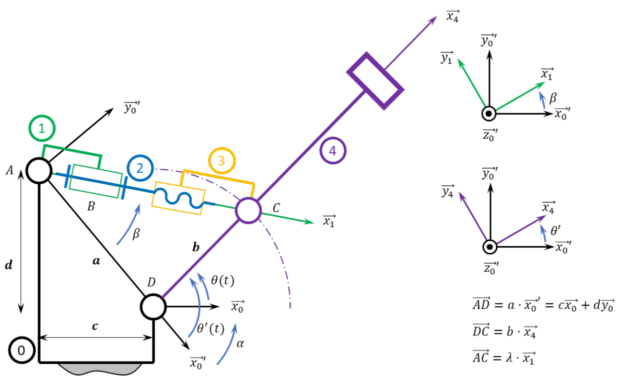
Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Corrigé voir 129.

Exercice 136 – Maxpid ★★★

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta(t)$ en fonction de $\lambda(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.*

Question 4 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$, vitesse de rotation du rotor moteur **2** par rapport au stator **1**.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **2** par rapport à **1** est de 500 tours par minute.*

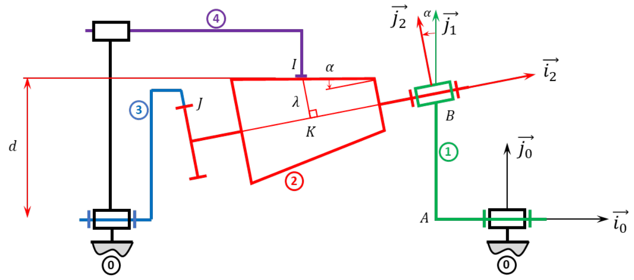
Corrigé voir 130.

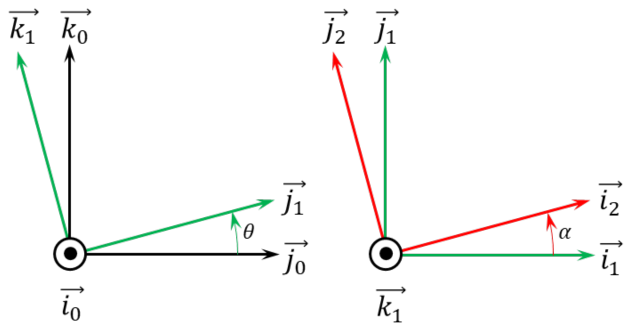
Exercice 137 – Variateur de Graham [1] ★★★

D'après ressources de Michel Huguet.

B2-13
C2-05
C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.





On note $\overrightarrow{AJ} = -L\,\overrightarrow{i_0} + \dfrac{d_3}{2}\overrightarrow{j_2}$ et $\overrightarrow{KJ} = -\ell\,\overrightarrow{i_2} + \dfrac{d_2}{2}\overrightarrow{j_2}$.

Soit $\mathscr{R} = \left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$ un repère lié au bâti **0** du variateur. L'arbre moteur **1** et l'arbre récepteur **3** ont une liaison pivot d'axe $\left(A, \overrightarrow{i_0}\right)$ avec le bâti **0**. On pose $\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \omega_1\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \omega_3\,\overrightarrow{i_0}$.

Soit $\mathscr{R}_1 = \left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_1}, \overrightarrow{k_1}\right)$ et $\mathscr{R}_2 = \left(B; \overrightarrow{i_2}, \overrightarrow{j_2}, \overrightarrow{k_1}\right)$ deux repères liés respectivement à **1** et **2** tels que $\overrightarrow{AB}$ ait même direction que $\overrightarrow{j_1}$. On pose $\alpha = \left(\overrightarrow{i_1}, \overrightarrow{i_2}\right)$ constant.

Le satellite **2** a une liaison pivot d'axe $\left(\overrightarrow{B}, \overrightarrow{i_2}\right)$ avec **1**. **2** est un tronc de cône de révolution d'axe $\left(\overrightarrow{B}, \overrightarrow{i_2}\right)$ de demi angle au sommet α. On pose $\overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} = \omega\,\overrightarrow{i_2}$.

La génératrice de **2** du plan $\left(O, \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_1}\right)$ la plus éloignée de l'axe $\left(O, \overrightarrow{i_0}\right)$ est parallèle à $\overrightarrow{i_0}$. Notons d sa distance à l'axe $\left(O, \overrightarrow{i_0}\right)$

2 roule sans glisser au point I, sur une couronne **4**, immobile par rapport à **0** pendant le fonctionnement. Le

1. Les éventuelles erreur de texte font partie intégrante de la difficulté :).

réglage du rapport de variation s'obtient en déplaçant 4 suivant l'axe $\left(O, \overrightarrow{i_0}\right)$.

Soit K le centre de la section droite du tronc de cône passant par I. On pose $\overrightarrow{BI} = \lambda \overrightarrow{j_2}$. À l'extrémité de **2** est fixée une roue dentée de n dents, d'axe $\left(B, \overrightarrow{i_2}\right)$, qui engrène avec une couronne dentée intérieure d'axe $\left(A, \overrightarrow{i_0}\right)$, de n_2 dents, liée à **3**.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *En exprimant que **2** roule sans glisser sur **4** au point I, déterminer ω en fonction de ω_1, d et λ.*

Question 3 *Quelle relation obtient-on entre ω_1, ω_3 et ω en exprimant l'engrènement des deux roues dentées? (c'est à dire que **2** et **3** roulent sans glisser l'un sur l'autre en J).*

Question 4 *En déduire le rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, d_2, d_3 et d.*

Question 5 *Tracer la courbe représentative du rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, sachant que $\dfrac{n}{n_3} = \dfrac{d_1}{d_3}$, $d = 55\,\text{mm}$ et que λ varie entre $\lambda_{mini} = 12\,\text{mm}$ et la valeur $\lambda_{maxi} = 23\,\text{mm}$.*

Corrigé voir 132.

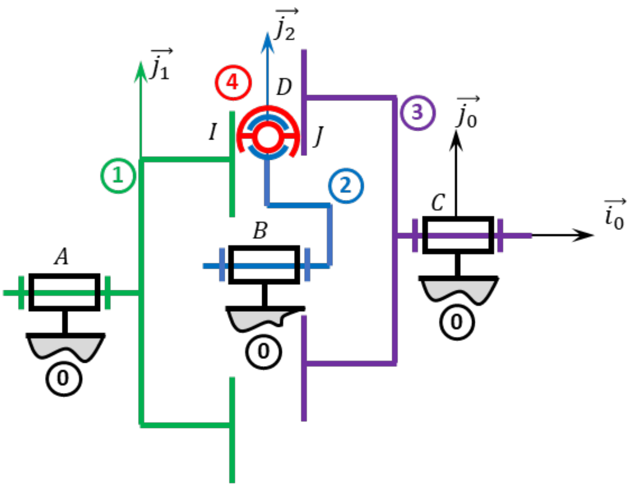
Exercice 138 – Variateur à billes ⋆⋆⋆⋆⋆

B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer la loi entrée – sortie.*

Corrigé voir 132.

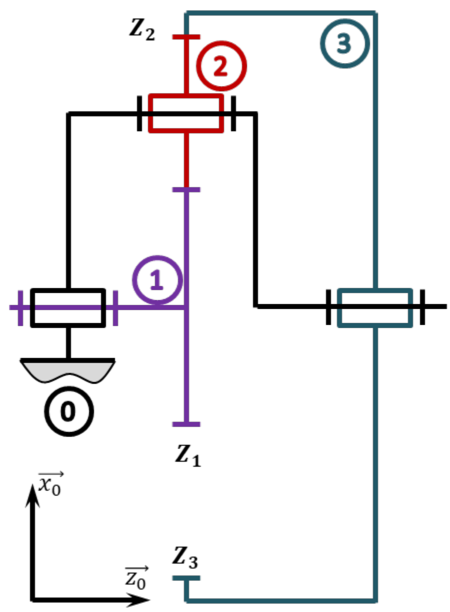
1.3.2 Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 139 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

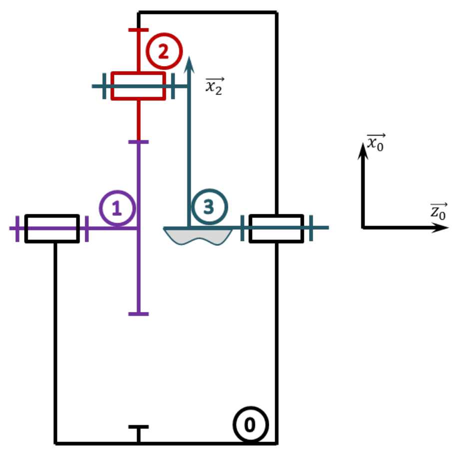
Corrigé voir ??.

Exercice 140 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_{21}, Z_{22} et Z_4 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

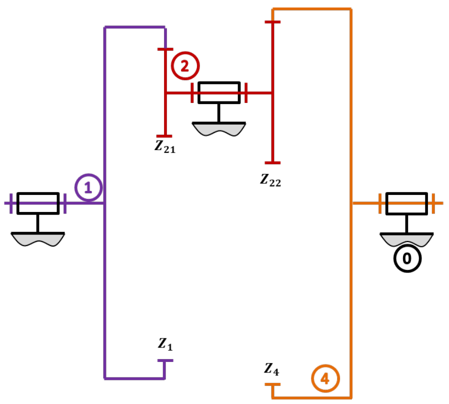
Corrigé voir ??.

Exercice 141 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

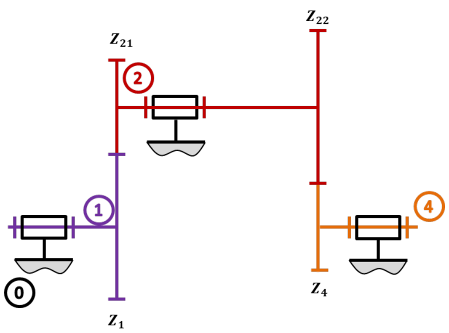
Corrigé voir ??.

Exercice 142 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Corrigé voir ??.

Exercice 143 – Cheville robot NAO⋆

A3-05

C2-06

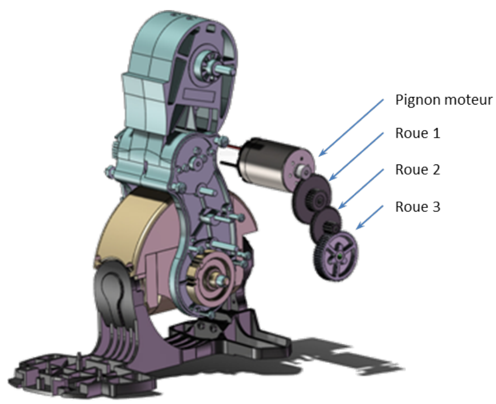
On s'intéresse ici à la cheville NAO. On cherche à savoir si, à partir du moteur retenu par le constructeur, la chaîne de transmission de puissance permet de vérifier les exigences suivantes :

- exigence 1.1.1.1 : la vitesse de roulis doit être inférieure à 42 tr/min;
- exigence 1.1.1.2 : la vitesse de tangage doit être inférieure à 60 tr/min.

La fréquence de rotation des moteurs permettant chacun des deux mouvements est de 8300 tr/min.

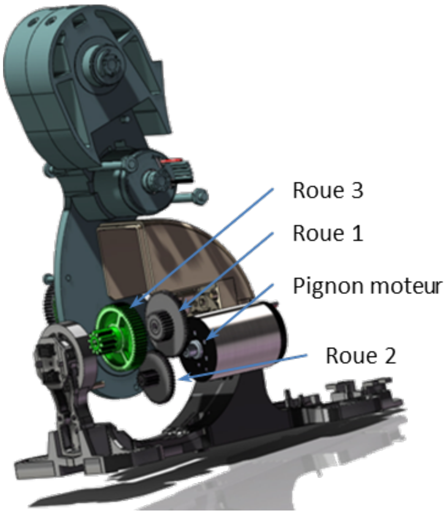
Pour la chaîne de transmission de tangage on donne le nombre de dents et le module de chaque roue dentée :

- pignon moteur : $Z_m = 20$, $M_m = 0,3$;
- grand pignon 1 : $Z_1 = 80$, $M_1 = 0,3$;
- petit pignon 1 : $Z'_1 = 25$, $M'_1 = 0,4$;
- grand pignon 2 : $Z_2 = 47$, $M_2 = 0,4$;
- petit pignon 2 : $Z'_2 = 12$, $M'_2 = 0,4$;
- grand pignon 3 : $Z_3 = 58$, $M_3 = 0,4$;
- petit pignon 3 : $Z'_3 = 10$, $M'_3 = 0,7$;
- roue de sortie : $Z_T = 36$, $M_T = 0,7$.



Pour la chaîne de transmission du roulis on donne le nombre de dents et le module de chaque roue dentée :

- pignon moteur : $Z_m = 13$, $M_m = 0,3$;
- grand pignon 1 : $Z_1 = 80$, $M_1 = 0,3$;
- petit pignon 1 : $Z'_1 = 25$, $M'_1 = 0,4$;
- grand pignon 2 : $Z_2 = 47$, $M_2 = 0,4$;
- petit pignon 2 : $Z'_2 = 12$, $M'_2 = 0,4$;
- grand pignon 3 : $Z_3 = 58$, $M_3 = 0,4$;
- petit pignon 3 : $Z'_3 = 10$, $M'_3 = 0,7$;
- roue de sortie 3 : $Z_R = 36$, $M_R = 0,7$.



Question 1 *Quels doivent être les rapports de réductions des transmissions par engrenage afin de respecter les exigences 1.1.1.1 et 1.1.1.2 ?*

Question 2 *Dans le cas de l'axe de tangage, remplir le tableau suivant :*

Question 3 *Dans le cas de l'axe de tangage, déterminer le diamètre de chaque roue dentée.*

Question 4 *Dans le cas de l'axe de tangage, réaliser le schéma cinématique minimal.*

Question 5 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de tangage ? L'exigence 1.1.1.2 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?*

Question 6 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de roulis ? L'exigence 1.1.1.1 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?*

Corrigé voir ??.

Exercice 144 – Train simple ⋆

D'après Florestan Mathurin.

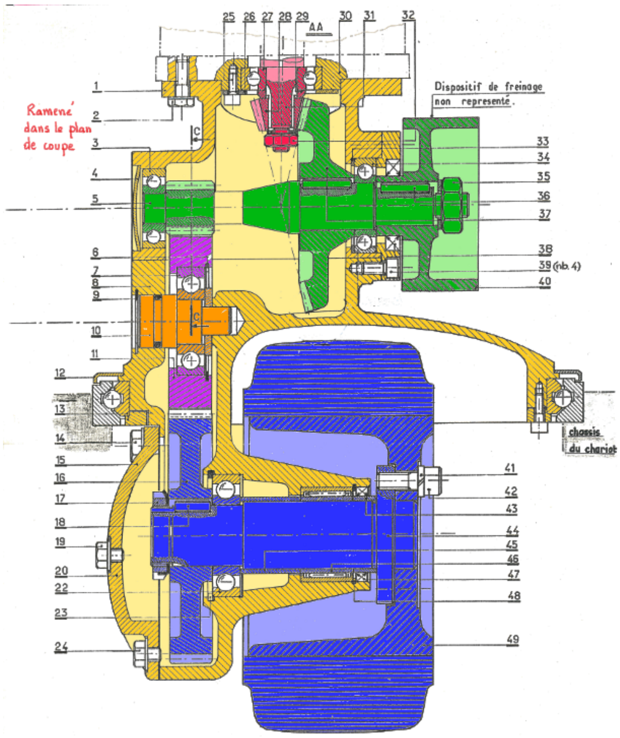
A3-05

C2-06

On s'intéresse au réducteur équipant la roue arrière motrice et directionnelle d'un chariot élévateur de manutention automoteur à conducteur non porté.

Données : $z_{27} = 16$ dents, $z_{35} = 84$ dents, $z_5 = 14$ dents, $z_{11} = 56$ dents, $z_{16} = 75$ dents.

Question 1 *Identifier les classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.*



Question 2 *Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin.*

Question 3 *Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons.*

Repère de la roue	Module m (mm)	Nombre de dents Z	Diamètre primitif D (mm)
27			
35	1,5		
5			
11	1,5		
16			

Question 4 *Après avoir proposé un paramétrage, indiquer dans quel sens tourne la roue si le moteur 28 (31) tourne dans le sens positif.*

Question 5 *Pour une vitesse de* 1500 tr/min *en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue. Le diamètre de la roue est de* 150 mm. *Quelle est la vitesse du véhicule ?*

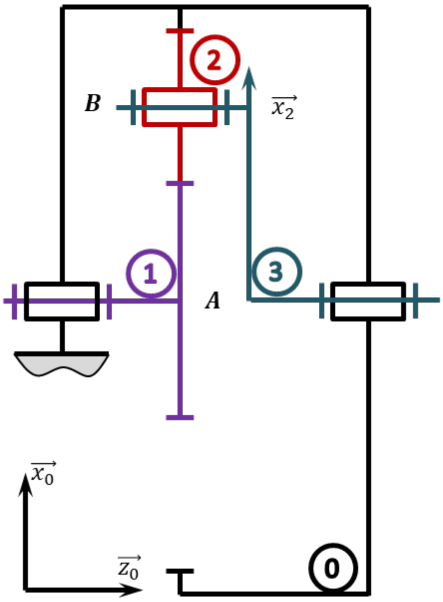
Corrigé voir ??.

Exercice 145 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

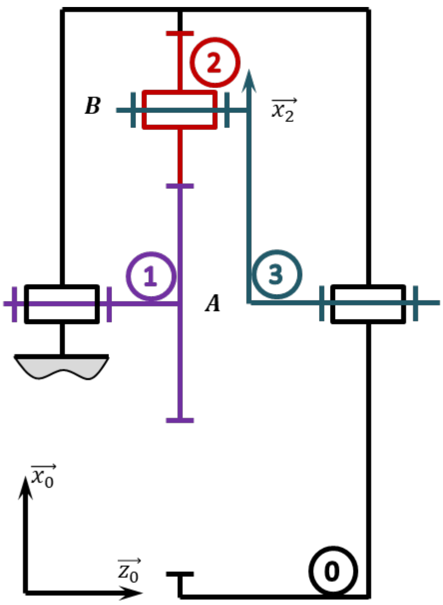
Corrigé voir ??.

Exercice 146 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

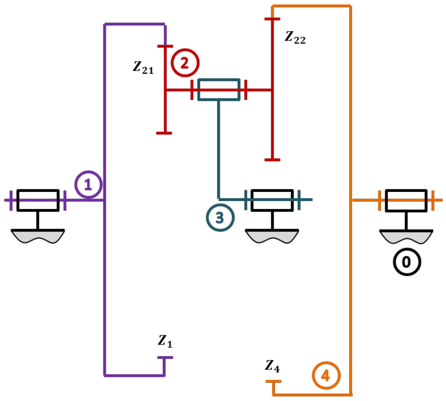
Corrigé voir ??.

Exercice 147 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

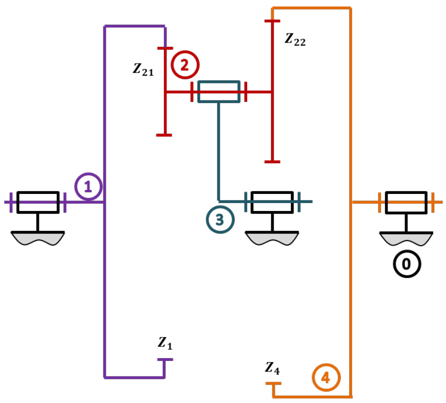
Corrigé voir ??.

Exercice 148 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

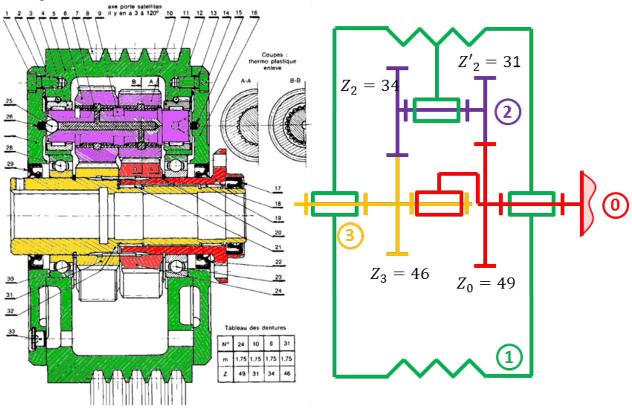
Corrigé voir ??.

Exercice 149 – Poulie Redex ⋆ *D'après ressources de Stéphane Genouël.*

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).*

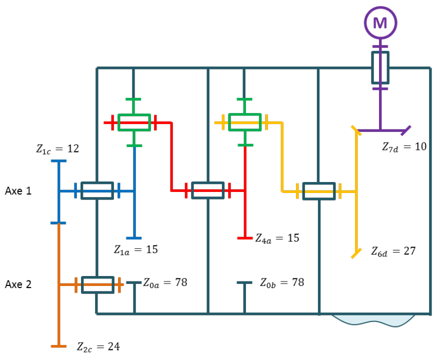
Corrigé voir ??.

Exercice 150 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le système de transmission suivant.



Question 1 *Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.*

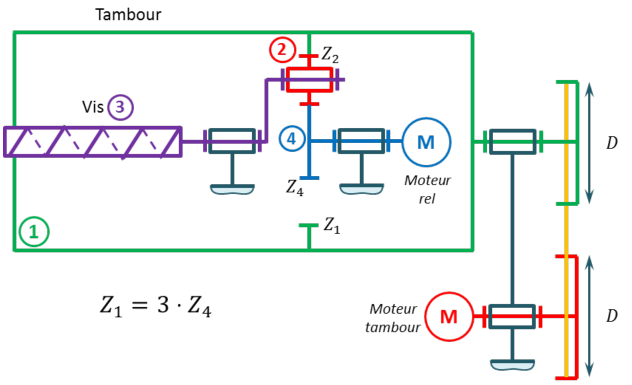
Corrigé voir ??.

Exercice 151 – Centrifugeuse des boues ⋆

A3-05

C2-06

La chaîne cinématique est représentée sur la figure suivante.



La séquence de lancement de la centrifugeuse se déroule en trois phases :

- mise en marche du premier moteur M_{tambour} jusqu'à ce que le tambour 1 atteigne sa vitesse de consigne de 2 000 tours/min. Le moteur M_{rel} est à l'arrêt;
- mise en marche du deuxième moteur M_{rel} jusqu'à ce que la vitesse différentielle de 2 tours/min soit atteinte entre le tambour 1 et la vis 3. La vis 3 tourne ainsi plus vite que le tambour 1 ;
- la boue liquide est ensuite introduite.

Question 1 *Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.*

Corrigé voir ??.

Exercice 152 – Train simple ⋆ *D'après documentation F. Mazet.*

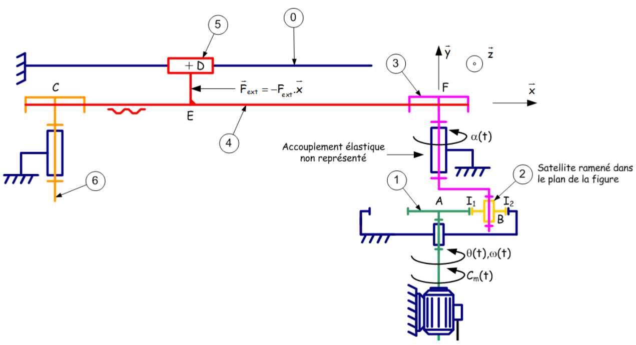
A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à la chaîne de transmission de puissance du Control'X dont un modèle est donné dans la figure ci-dessous.

On note :

- **0 :** le bâti auquel est encastré une couronne de rayon primitif R_b ;
- **1 :** le pignon de sortie du moteur de rayon primitif R_m ;
- **2 :** un des 3 satellites du réducteur épicycloïdal de rayon primitif R_s ;
- **3 :** le porte-satellite auquel est encastré une poulie de rayon R_p ;
- **5 :** le chariot de masse M encastré à la courroie **4** considérée inextensible. On note $v = \overrightarrow{V(D,5/0)} \cdot \overrightarrow{y}$;
- **3 :** le seconde poulie de rayon R_p ;



Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$ et v.*

Corrigé voir ??.

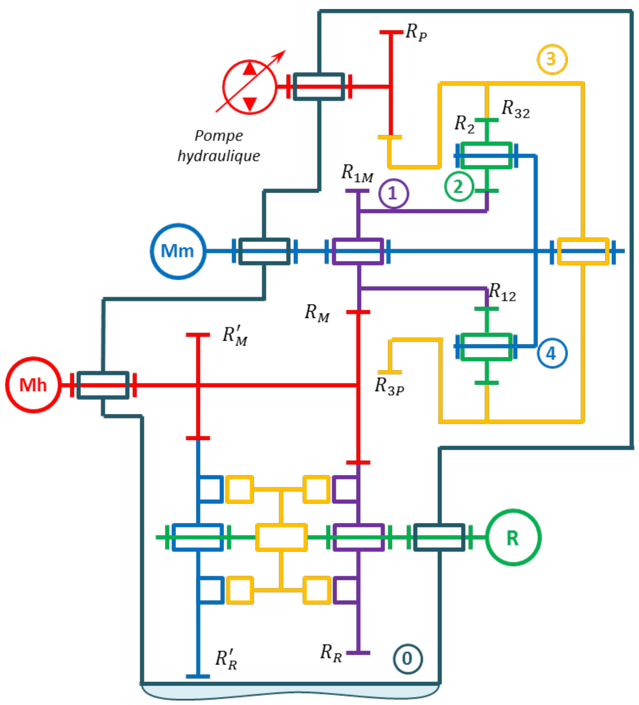
Exercice 153 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

On s'intéresse à la chaîne de transmission de puissance d'un tracteur Fendt. Cette dernière est composée d'un moteur (et d'une pompe) hydraulique (Mh) ainsi que d'un moteur thermique MAN (Mm).

Le moteur MAN a pour but de fournir de la puissance à la pompe hydraulique et au tracteur (récepteur R). On donne ci-dessous le schéma de la transmission.



Les rayons des pignons sont les suivants : $R_{12}=60$, $R_{1M}=33$, $R_2=30$, $R_{32}=120$, $R_{3P}=54$, $R_M=54$, $R'_M=48$, $R_R=42$, $R'_R=48$.

Une étude antérieure a permis d'établir que $\dfrac{\omega(Ph/0)}{\omega(Mh/0)}=\dfrac{2y}{x}$ avec $x\in[0,71;1]$ et $y\in[0;1]$.

La fréquence de rotation du moteur Man est de 1900 tr/min.

Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$, $\omega(3/0)$ et $\omega(4/0)$.*

Question 2 *Montrer que la relation entre la rotation du moteur hydraulique et le moteur Man peut se mettre sous la forme : $\dfrac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)}=-\dfrac{Ax}{BR_p y+Cx}$ où on explicitera A, B et C.*

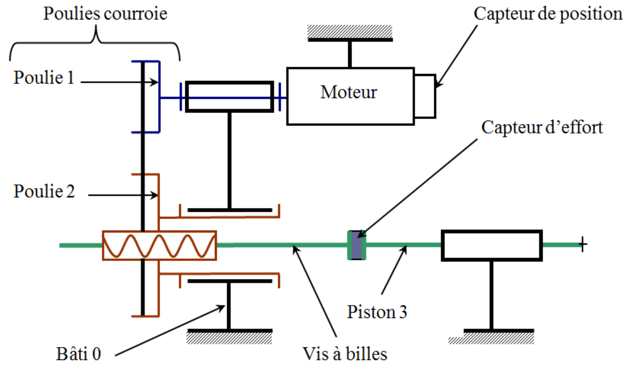
Corrigé voir ??.

Exercice 154 – Système vis-écrou ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06

Soit la chaîne de transmission suivante.



Le schéma du restituteur actif est donné ci-dessous. Le pas de la vis est $p_v=10$ mm. Le diamètre de la poulie 2 est le double de celui de la poulie 1.

Question 1 *Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.*

Question 2 *Réaliser la chaîne d'énergie-puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.*

Question 3 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1.*

Corrigé voir ??.

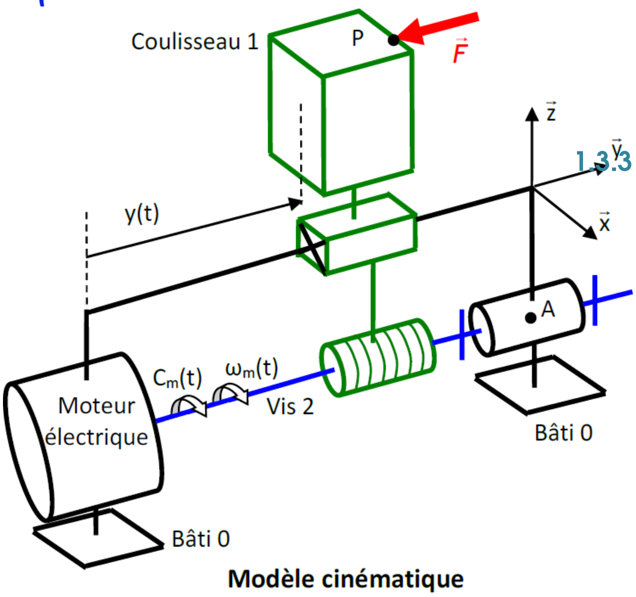
Exercice 155 – Train simple ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante. Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.

On s'intéresse ici à l'axe Y qui met en mouvement le coulisseau 1, sur lequel est fixée l'outil, par rapport au bâti 0. Le coulisseau 1 est mis en mouvement par un moteur électrique qui délivre un couple moteur $C_m(t)$.



Modèle cinématique

On note p le pas de vis.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.*

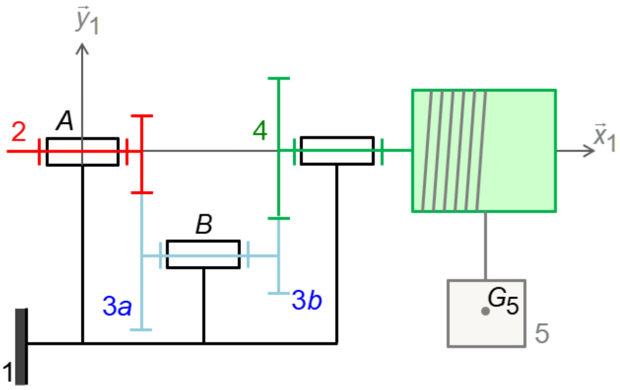
Corrigé voir **??**.

Exercice 156 – Treuil de levage ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à un treuil dont le modèle cinématique est donné ci-dessous.



On note Z_2 le nombre de dents de la roue dentée de l'arbre 2. On note l'arbre intermédiaire 3 et Z_{3a} et Z_{3b} les nombres de dents de ses deux roues dentées. On note R le rayon du tambour 4 sur lequel s'enroule sans glisser un câble et Z_4 le nombre de dents de sa roue dentée.

Question 1 *Déterminer la relation entre v_{51} la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et ω_{21} la vitesse de rotation du moteur.*

Question 2 *On note J_2, J_3, J_4 l'inertie des pièces 2, 3 et 5. On note M_5 la masse du solide 5. Donner la masse équivalente ramenée « à la translation » de la masse. Donner l'inertie équivalente ramenée à l'arbre d'entrée 2.*

Corrigé voir **??**.

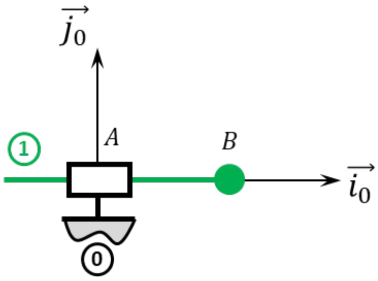
1.3.3 Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 157 – Mouvement T – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide et $I_B(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & -D_1 \\ 0 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$.



Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

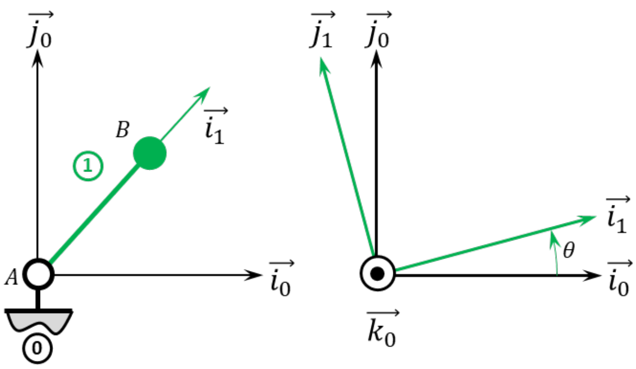
Corrigé voir **??**.

Exercice 158 – Mouvement R ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$.



Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Masse ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 5 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Corrigé voir ??.

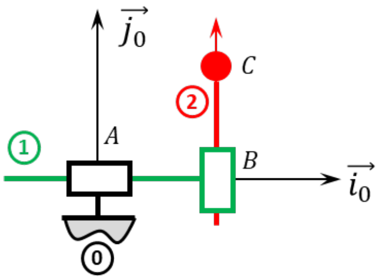
Exercice 159 – Mouvement TT – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=\mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 sa masse et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 sa masse et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer les torseurs cinétiques $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ et $\{\mathscr{C}(2/0)\}$.*

Question 2 *Exprimer les torseurs dynamiques $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ et $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 3 *En déduire $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$ en B.*

Corrigé voir ??.

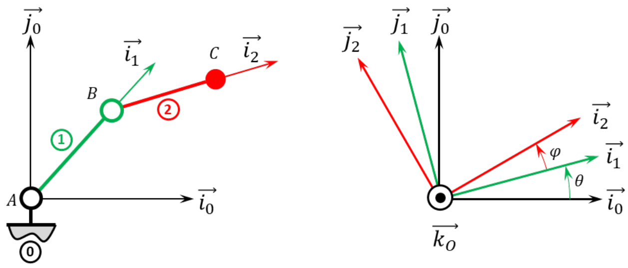
Exercice 160 – Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R=20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC}=L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L=15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1}=\dfrac{1}{2}R\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2}=\dfrac{1}{2}L\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

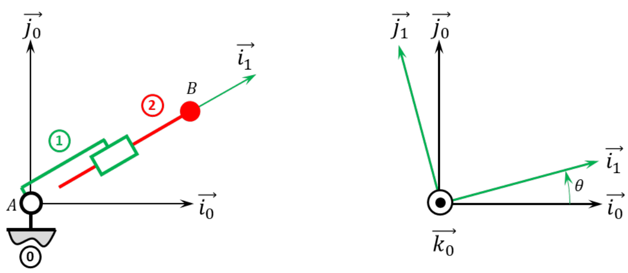
Exercice 161 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1}=L_1\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2=B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

Modéliser

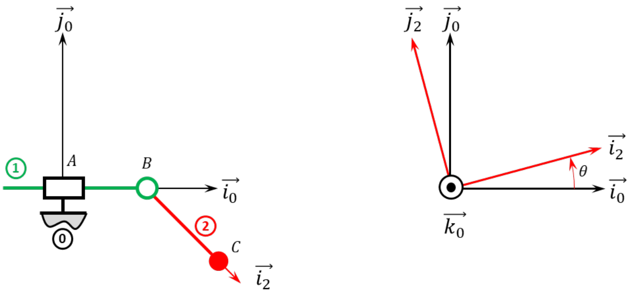
Exercice 162 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$*

Indications :

1. $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right) \end{array} \right\}_B$.
2. $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Corrigé voir ??.

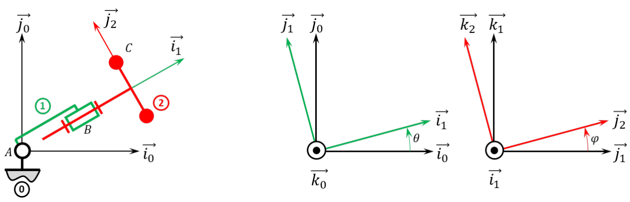
Exercice 163 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

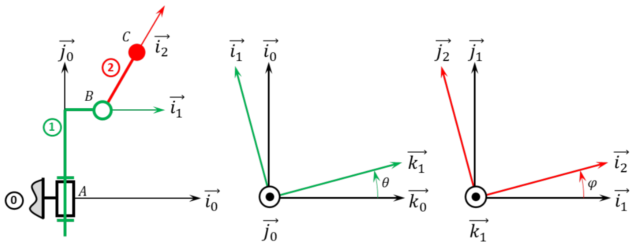
Exercice 164 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{j_0}$*

Corrigé voir ??.

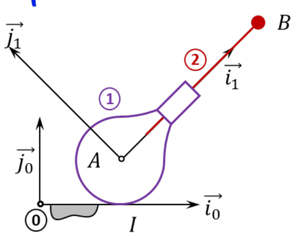
Exercice 165 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

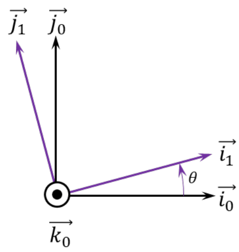
C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.





Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(I, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

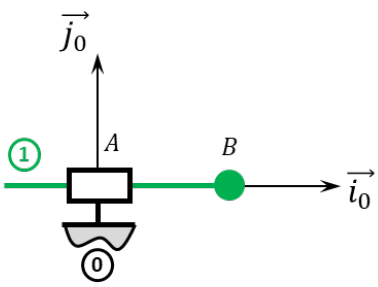
Corrigé voir **??**.

1.3.4 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus

Exercice 166 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG} = \ell\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{i_0}$. Un vérin positionné entre **1** et **0** permet d'actionner la pièce **1**. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



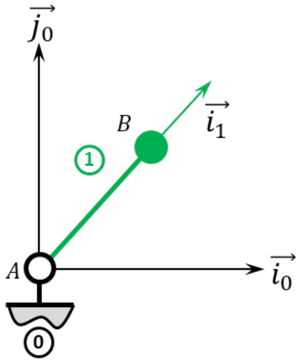
Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **1** en projection sur* $\overrightarrow{i_0}$.

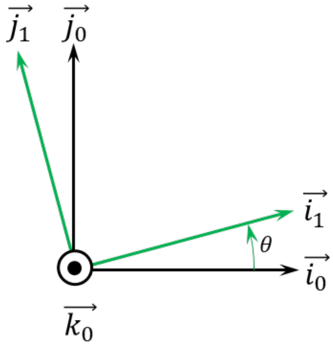
Corrigé voir **??**.

Exercice 167 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide **1** et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$.





Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **1** au point A en projection sur* $\overrightarrow{k_0}$.

Corrigé voir **??**.

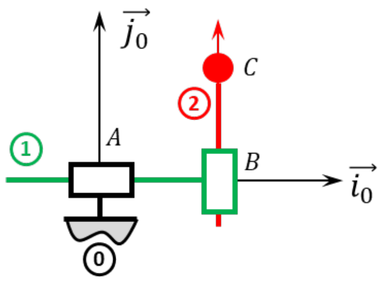
Exercice 168 – Mouvement TT – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$; $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur* $\overrightarrow{j_0}$ *puis le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur* $\overrightarrow{i_0}$

Corrigé voir **??**.

Exercice 169 – Mouvement RR ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

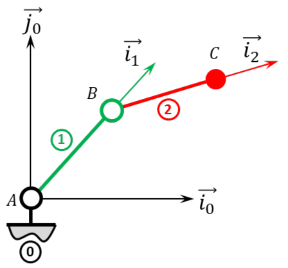
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

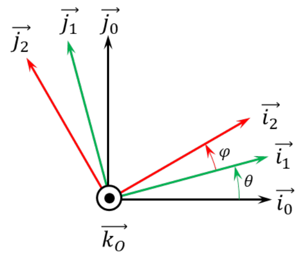
Modéliser

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2}R\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2}L\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide* ***2*** *au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble* ***1+2*** *au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

Exercice 170 – Mouvement RT ⋆

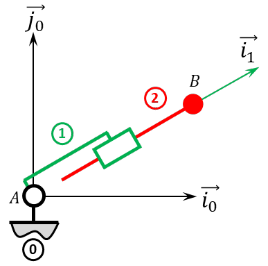
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

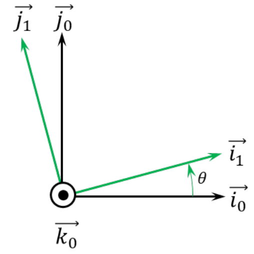
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide* ***2*** *en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble* ***1+2*** *au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

Exercice 171 – Mouvement RT ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

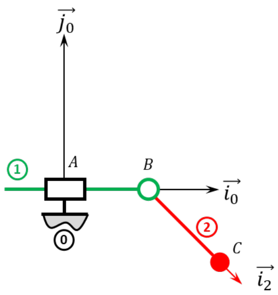
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$. De plus :

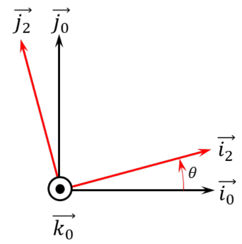
- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.

Par ailleurs, $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = C_1\ddot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\,\ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{k_2}\right)$ et $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.





L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème du moment dynamique au solide* ***2*** *au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Question 2 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble* ***1+2*** *en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

Indications :
1. $C_m - m_2 g R\cos\theta(t) = C_1\ddot{\theta} + R\left(-\sin\theta\,\ddot{\lambda}(t) + R\ddot{\theta}\right)$;
2. $F_{\text{ver}} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Corrigé voir ??.

Exercice 172 – Mouvement RR 3D ★★

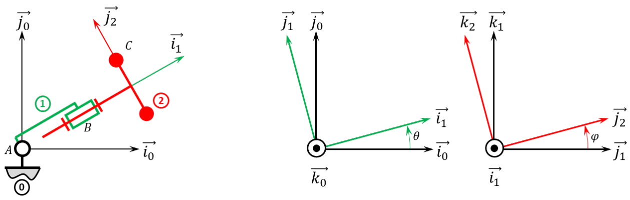
B2-14

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir ??.

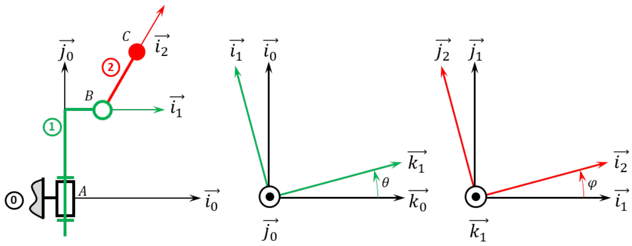
Exercice 173 – Mouvement RR 3D ★★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\,\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{j_0}$*

Corrigé voir ??.

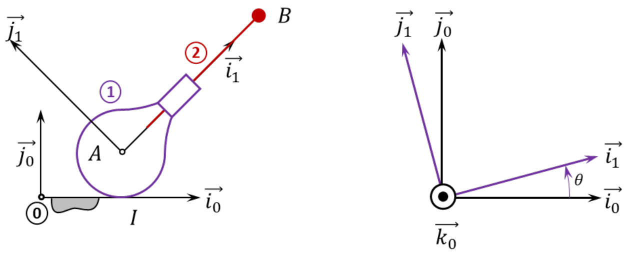
Exercice 174 – Mouvement RT – RSG ★★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points A et B.



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Corrigé voir ??.

Modéliser

1.4 Proposer une démarche de résolution

1.4.1 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFS

Exercice 175 – Mouvement T – ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir **1** en équilibre.*

Exercice 176 – Mouvement R ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir **1** en équilibre.*

Exercice 177 – Mouvement TT – ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 178 – Mouvement RR ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 179 – Mouvement RT ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 180 – Mouvement RT ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 181 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 182 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

1.4.2 Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement – PFD

Exercice 183 – Mouvement T – ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Exercice 184 – Mouvement R ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Modéliser

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer la loi du mouvement de **1** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 185 – Mouvement TT – ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 186 – Mouvement RR ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 187 – Mouvement RT ⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

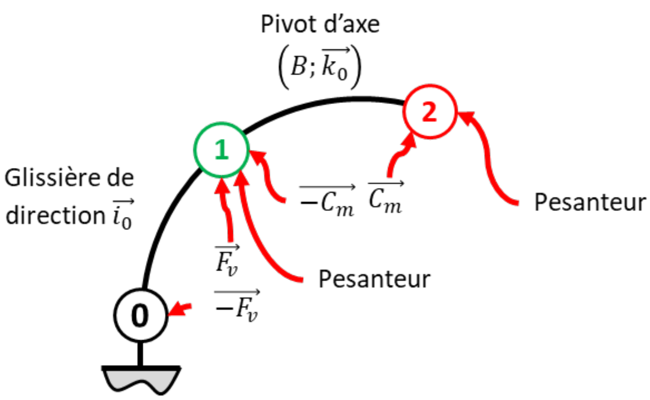
Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 188 – Mouvement RT ⋆

B2-14

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

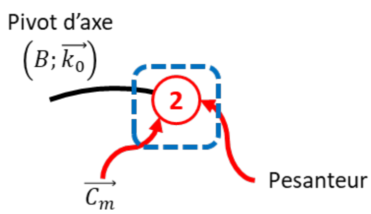


Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Ce mécanisme présente deux degrés de liberté indépendants : $\lambda(t)$ et $\theta(t)$. Il est donc nécessaire d'écrire, dans le meilleur des cas, deux équations :

- une équation traduisant la mobilité de 2 par rapport à 1, soit TMD appliqué à 2 en B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$;
- une équation traduisant la mobilité de 2+1 par rapport à 0, soit TRD appliqué à 1+2 en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.

- **On isole 2.**



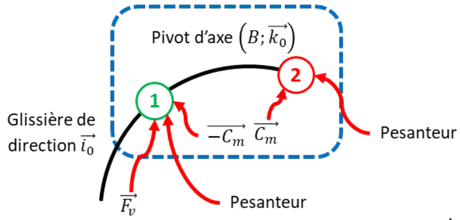
- **BAME :**
  - actions de la liaison pivot $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}$;
  - action du moteur $\{\mathscr{T}(\text{mot}\rightarrow 2)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$.

- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_{mot}+\overrightarrow{\mathscr{M}(B,\text{pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{\delta(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.

- **Calcul de la composante dynamique :** considérons le cas où la matrice d'inertie est donnée en C. On a donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$. De plus, $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)}$ et $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

- **On isole 1+2.**

  - **BAME :**
    - actions de la liaison glissière $\{\mathscr{T}(0 \rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$;
    - action du vérin $\{\mathscr{T}(\text{ver} \rightarrow 1)\}$;.



- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R(\text{ver} \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{i_0} = \overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$.
- **Calcul de la composante dynamique :** $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} + m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)}$.

Exercice 189 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 190 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Exercice 191 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

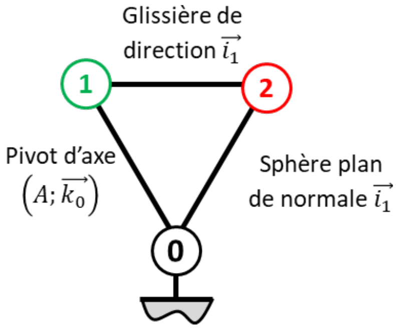
1.5 Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

1.5.1 Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 192 – Pompe à piston radial ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Modéliser

On a $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{0}$ soit $-e\,\overrightarrow{i_0}+\lambda\,\overrightarrow{i_1}-R\,\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow -e\,\overrightarrow{i_0}+\lambda(t)\cos\theta(t)\,\overrightarrow{i_0}+\lambda(t)\sin\theta(t)\,\overrightarrow{j_0}-R\cos\varphi(t)\,\overrightarrow{i_0}-R\sin\varphi(t)\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

En projetant les expressions sur $\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{j_0}$, on a : $\left\{\begin{array}{l}-e+\lambda(t)\cos\theta(t)-R\cos\varphi(t)=0\\ \lambda(t)\sin\theta(t)-R\sin\varphi(t)=0\end{array}\right.$

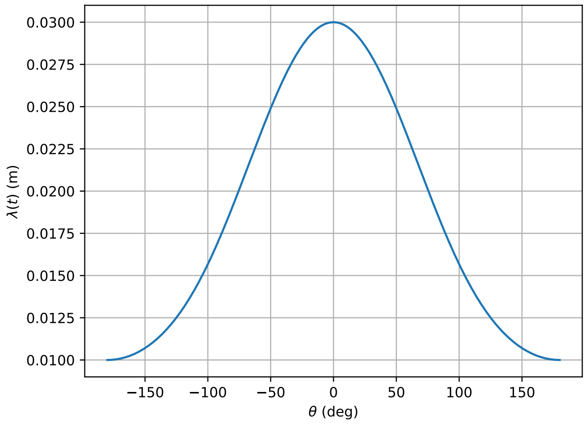
On cherche à supprimer $\varphi(t)$; donc
$\left\{\begin{array}{l}-e+\lambda(t)\cos\theta(t)=R\cos\varphi(t)\\ \lambda(t)\sin\theta(t)=R\sin\varphi(t)\end{array}\right.$.

En élevant au carré les expressions et en sommant, on obtient $R^2=(-e+\lambda(t)\cos\theta(t))^2+\lambda(t)^2\sin^2\theta(t) \Rightarrow R^2=(-e+\lambda(t)\cos\theta(t))^2+\lambda(t)^2\sin^2\theta(t)$
$\Rightarrow R^2=e^2-2e\lambda(t)\cos\theta(t)+\lambda(t)^2$.
Résolution de l'équation : $\lambda(t)^2-2e\lambda(t)\cos\theta(t)+e^2-R^2=0$.
On a $\Delta=(-2e\cos\theta(t))^2-4\left(e^2-R^2\right)=4e^2\cos^2\theta(t)-4e^2+4R^2$.
On a donc

$$\lambda(t)=\dfrac{2e\cos\theta(t)\pm\sqrt{4e^2\cos^2\theta(t)-4e^2+4R^2}}{2}$$
$$=e\cos\theta(t)\pm\sqrt{e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2}$$

Question 3 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

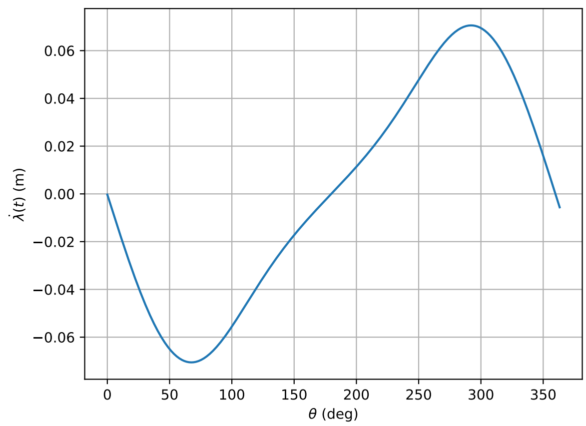
On garde la solution positive et obtient la courbe suivante.



Question 4 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

En dérivant l'expression précédente, on a $\dot{\lambda}_+(t)=-e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)+\dfrac{1}{2}\left(e^2\cos^2\theta(t)\right)'\left(e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2\right)^{-\frac{1}{2}}$
$=-e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)-\dfrac{e^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2}}$.

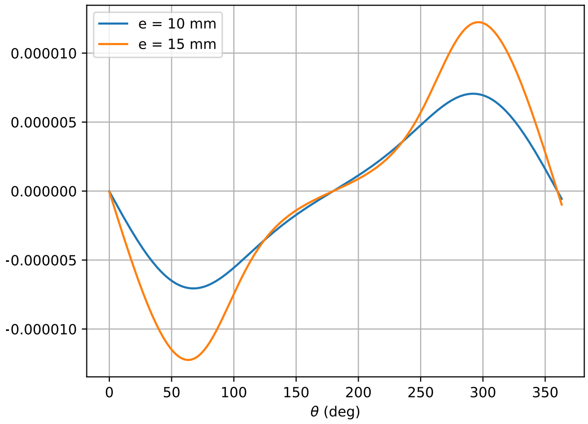
À revoir



Question 5 *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

Le débit instantané de la pompe est donné par $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$.

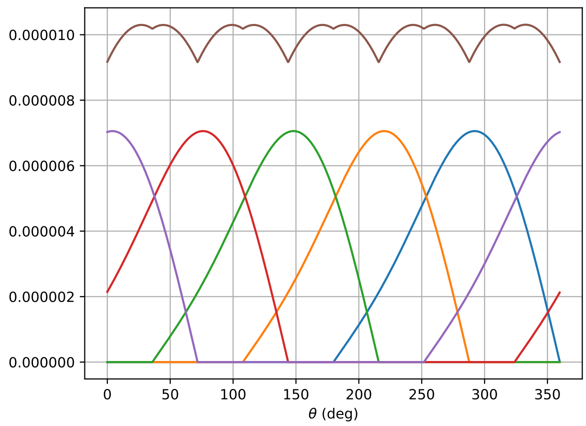
Question 6 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $e = 15\,\text{mm}$.*



Question 7 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ pour une pompe à 5 pistons (5 branches **1+2**).*

```
def plot_debit5p():
    plt.cla()
    w = 2*m.pi # rad/s (1tr/s)
    les_t = np.linspace(0,6,6000)
    les_theta = w*les_t

    # Calcul de la vitesse instantanée des pistons.
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    les_lambdap = np.array(les_lambdap)

    S= 1e-4 # Surface en m2

    # 5 courbes de débit décalées d'un cinquième de tour
    les_q1 = S*les_lambdap
    les_q2 = S*les_lambdap[200:]
    les_q3 = S*les_lambdap[400:]
    les_q4 = S*les_lambdap[600:]
    les_q5 = S*les_lambdap[800:]

    # On conserve que les valeurs que sur un tour
    les_q1 = les_q1[:1000]
    les_q2 = les_q2[:1000]
    les_q3 = les_q3[:1000]
    les_q4 = les_q4[:1000]
    les_q5 = les_q5[:1000]
    plt.grid()

    les_t = les_t[:1000]
    les_theta = les_theta[:1000]

    plt.xlabel("$\\theta$ (deg)")
    plt.ylabel("Débit instantané $m^3s^{-1}$")

    # On conserve que les valeurs positives (débit)
    for i in range(len(les_q1)):
        if les_q1[i]<0:
            les_q1[i]=0
        if les_q2[i]<0:
            les_q2[i]=0
```

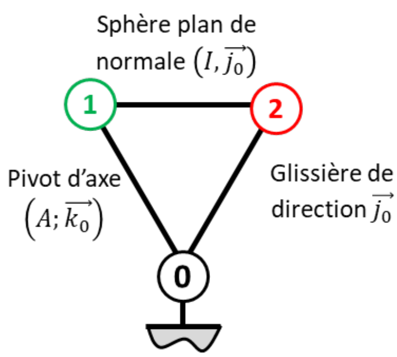
```
    if les_q3[i]<0:
        les_q3[i]=0
    if les_q4[i]<0:
        les_q4[i]=0
    if les_q5[i]<0:
        les_q5[i]=0

plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1)
plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q2)
plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q3)
plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q4)
plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q5)

# Le débit instantané est la sommme des contributions
plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1+les_q2+les_q3+les_q4+les_q5)
#plt.show()
#plt.savefig("10_05_c.pdf")
```



Exercice 193 – Pompe à piston axial ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

En écrivant la fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$.

On a donc, $e\,\overrightarrow{i_1} + R\,\overrightarrow{j_0} + \mu\,\overrightarrow{i_0} - \lambda(t)\,\overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$. En projetant l'expression sur $\overrightarrow{j_0}$ (dans ce cas, l'expression suivant $\overrightarrow{i_0}$ n'est pas utile) : $e \sin\theta + R - \lambda(t) = 0$.

On a donc, $\lambda(t) = e \sin\theta + R$.

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

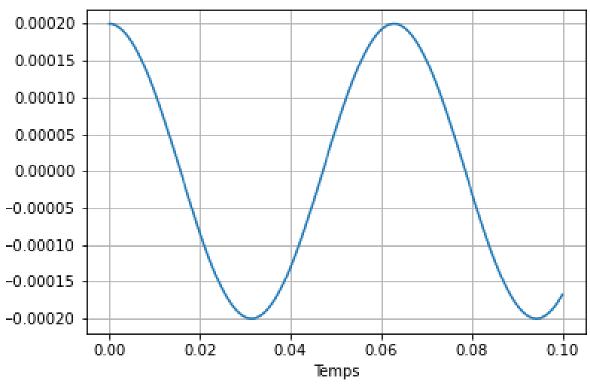
En dérivant l'expression précédente, on a $\dot{\lambda}(t) = e\,\dot{\theta}(t) \cos\theta(t)$.

Question 4 *On note S la section du piston **2**. Exprimer le débit instantané de la pompe.*

En notant $q(t)$ le débit instantané, $q(t) = eS\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.

Question 5 *En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour* $e = 10\,\text{mm}$ *et* $R = 10\,\text{mm}$ *ainsi que pour* $e = 20\,\text{mm}$ *et* $R = 5\,\text{mm}$. *La fréquence de rotation est* $\dot{\theta}(t) = 100\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$, *la section du piston est donnée par* $S = 1\,\text{cm}^2$.

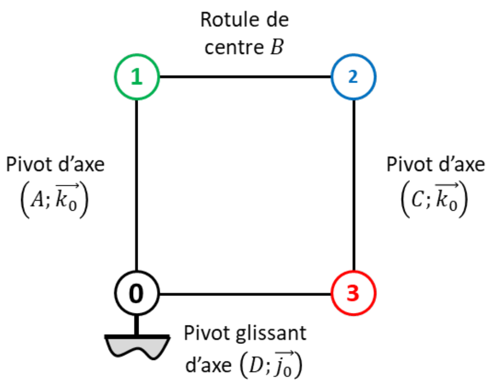
```
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""11_PompePistonAxial.py"""

__author__ = "Xavier␣Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.02 # m
e = 0.01 # m

def calc_lambda(theta):
    res= e*np.sin(theta)+R

    return res

def calc_lambdap(theta,w):

    res = e*w*np.cos(theta)
    return res

def plot_debit():
    plt.cla()
    w = 100 # rad/s
    les_t = np.linspace(0,0.1,1000)
    les_theta = w*les_t
    global e
    S = 1e-4
    e = 20e-3
    les_q = e*S*w*np.cos(les_theta)
    plt.plot(les_t,les_q)
    plt.xlabel("Temps␣(s)")
    plt.ylabel("Débit␣(${m}^3s^{-1}$)")
    plt.grid()
    plt.savefig("11_02_c.png")
    plt.show()

plot_debit()
```



Exercice 194 – Système bielle manivelle ⋆⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

En réalisant une fermeture géométrique, on obtient $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow R\,\overrightarrow{i_1}-L\,\overrightarrow{i_2}-\lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$. On projette alors cette expression dans $\mathcal{R}_0$:
$\left\{\begin{array}{l} R\cos\theta(t)-L\cos\varphi(t)=0 \\ R\sin\theta(t)-L\sin\varphi(t)-\lambda(t)=0 \end{array}\right.$.
On cherche à éliminer $\varphi(t)$:
$\left\{\begin{array}{l} R\cos\theta(t)=L\cos\varphi(t) \\ R\sin\theta(t)-\lambda(t)=L\sin\varphi(t) \end{array}\right.$.
En élevant au carré, on a donc
$\left\{\begin{array}{l} R^2\cos^2\theta(t)=L^2\cos^2\varphi(t) \\ (R\sin\theta(t)-\lambda(t))^2=L^2\sin^2\varphi(t) \end{array}\right.$.
En conséquence, $R^2\cos^2\theta(t)+(R\sin\theta(t)-\lambda(t))^2=L^2$ et
$(R\sin\theta(t)-\lambda(t))^2=L^2-R^2\cos^2\theta(t) \Rightarrow \lambda(t)=\pm\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}+R\sin\theta(t)$.

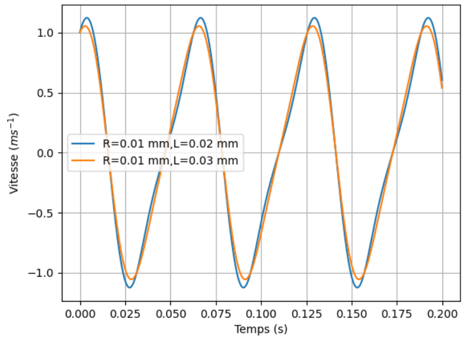
Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

$$\dot{\lambda}(t)=\pm\left(\frac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2-R^2\cos^2\theta(t)}}\right)+\dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$$

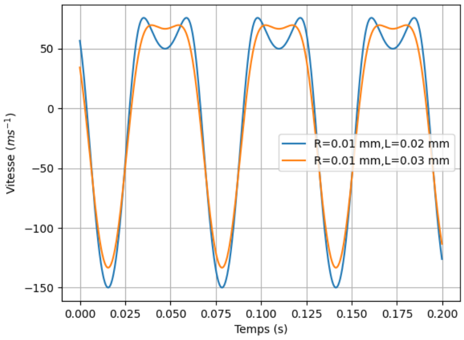
Question 4 *En utilisant Python, tracer la vitesse du piston en fonction du temps. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t)=100\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$, on prendra $R=10\,\mathrm{mm}$ et $L=20\,\mathrm{mm}$ puis $L=30\,\mathrm{mm}$.*

```python
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""12_BielleManivelle.py"""
__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.01 # m
L = 0.03 # m
w = 100
def calc_lambda(theta):
    #res = R*np.sin(theta)
    #print(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))
    #res = res + np.sqrt(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))
    res = np.sqrt(L*L-R*R*np.cos(theta)*np.cos(theta))+R*np.sin(theta)
    return res
```

```
def plot_lambda():
    les_theta=np.linspace(-2*np.pi,2*np.pi,1000)
    les_l = [calc_lambda(x) for x in les_theta]
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps␣(s)")
    plt.ylabel("Vitesse␣(${m}s^{-1}$)")
    plt.plot(les_theta,les_l,label=str("R=")+str(R)+"␣mm,"+str("L=")+str(L)+"␣mm")
    plt.legend()
    plt.show()

plot_lambda()
```



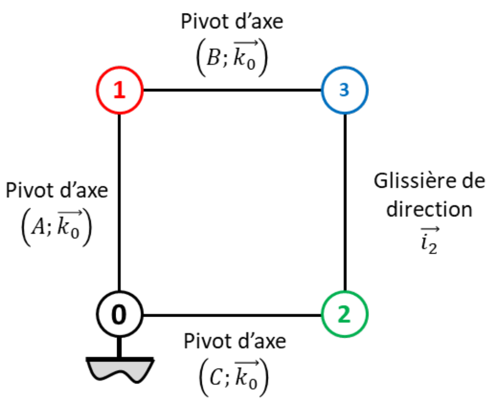
Question 5 *En utilisant Python, tracer l'accélération du piston en fonction du temps en utilisant les mêmes valeurs que dans la question précédente. On utilisera une dérivation numérique.*



Exercice 195 – Pompe oscillante ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

En réalisant une fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow R\,\overrightarrow{i_1}-\lambda(t)\,\overrightarrow{i_2}+H\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

En projetant cette expression dans le repère $\mathscr{R}_0$, on a $R\left(\cos\theta(t)\,\overrightarrow{i_0}+\sin\theta(t)\,\overrightarrow{j_0}\right)-\lambda(t)\left(\cos\varphi(t)\,\overrightarrow{i_0}+\sin\varphi(t)\,\overrightarrow{j_0}\right)+H\,\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

On obtient alors les équation scalaires suivantes : $\left\{\begin{array}{l} R\cos\theta(t)-\lambda(t)\cos\varphi(t)=0 \\ R\sin\theta(t)-\lambda(t)\sin\varphi(t)+H=0\end{array}\right.$.

On cherche à supprimer $\varphi(t)$, on va donc isoler la variable : $\left\{\begin{array}{l} \lambda(t)\cos\varphi(t)=R\cos\theta(t) \\ \lambda(t)\sin\varphi(t)=R\sin\theta(t)+H\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \lambda(t)^2\cos^2\varphi(t)=R^2\cos^2\theta(t) \\ \lambda(t)^2\sin^2\varphi(t)=(R\sin\theta(t)+H\end{array}\right.$

En sommant les expressions, on a : $\lambda(t)^2=R^2\cos^2\theta(t)+(R\sin\theta(t)+H)^2$.

Au final, $\lambda(t)^2=R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)$ et

$\lambda(t)=\pm\sqrt{R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)}$.

Question 3 *Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

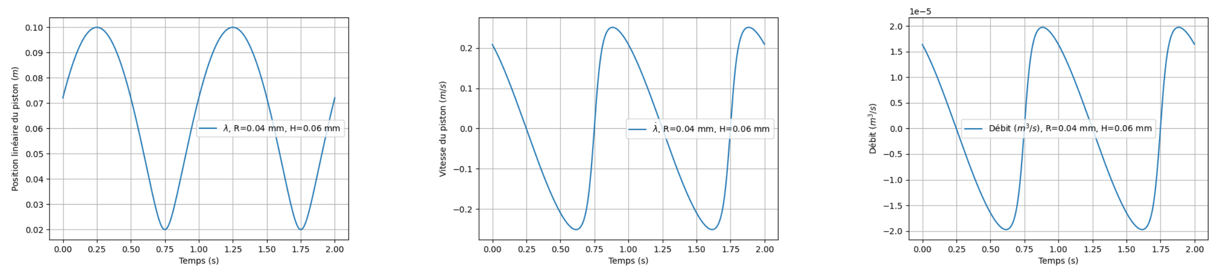
En dérivant l'expression obtenue à la question précédente, on obtient

$\dot{\lambda}(t)=\dfrac{1}{2}\left(-2HR\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\right)\left(R^2+H^2+2HR\sin\theta(t)\right)^{-\frac{1}{2}}$.

Question 4 *Exprimer le débit instantané de la pompe.*

On note q le débit instantané de la pompe. On a $q(t)=S\dot{\lambda}(t)$ avec S la section du piston 3.

Question 5 *En utilisant Python, donner le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour un piston de diamètre $D=10\,\text{mm}$.*



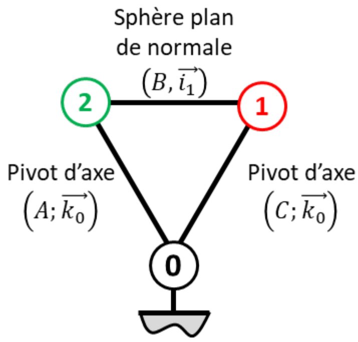

```python
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""13_TransfoMouvement.py"""

__author__ = "Xavier␣Pessoles"
__email__ = "xpessoles@lamartin.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m

R = 0.04 # m
H = 0.06 # m
D = 10e-3 # 10 mm

w = 60 # tours /min
w = w*2*m.pi/60 # rad/s

def calc_lambda(theta):
    res = R*R+H*H+2*H*R*np.sin(theta)

    return np.sqrt(res)

def calc_lambdap(theta):
    res = -H*R*w*np.cos(theta)*np.power(R*R+H*H+2*H*R*np.sin(theta),-0.5)
    return np.sqrt(res)

def calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda):
    les_lambda_p = []
    for i in range(len(les_t)-1):
```

```
        les_lambda_p.append((les_lambda[i+1]-les_lambda[i])/(les_t[i+1]-les_t[i]))

    return les_lambda_p

def plot_lambda():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Position linéaire du piston ($m$)")
    plt.plot(les_t,les_lambda,label=str("$\\lambda$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.legend()
    plt.show()

def plot_lambdap():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Vitesse du piston ($m/s$)")
    #plt.plot(les_t,les_lambdap,label=str("$\dot{\\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H
        )+" mm")

    les_lambdap_bis = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    plt.plot(les_t[:-1],les_lambdap_bis,label=str("$\dot{\\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=
        ")+str(H)+" mm")

    plt.legend()
    plt.show()

def plot_debit():
    les_t = np.linspace(0,2,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Débit ($m^3/s$)")
    #plt.plot(les_t,les_lambdap,label=str("$\dot{\\lambda}$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H
        )+" mm")

    les_lambdap_bis = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    for i in range(len(les_lambdap_bis)):
        les_lambdap_bis[i]=les_lambdap_bis[i]*np.pi*D*D/4

    plt.plot(les_t[:-1],les_lambdap_bis,label=str("Débit ($m^3/s$), R=")+str(R)+" mm, "+str("H="
        )+str(H)+" mm")

    plt.legend()
    plt.show()

#plot_lambda()
#plot_lambdap()
plot_debit()
```

Exercice 196 – Barrière Sympact ⋆

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*
On a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$ soit $\lambda(t)\overrightarrow{i_2}-R\overrightarrow{i_1}-h\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

En exprimant l'équation vectorielle dans le repère $\mathscr{R}_0$, on a $\lambda(t)\left(\cos\varphi(t)\overrightarrow{i_0}+\sin\varphi(t)\overrightarrow{j_0}\right)-R\left(\cos\theta(t)\overrightarrow{i_0}+\sin\theta(t)\overrightarrow{j_0}\right)-h\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

On a alors $\left\{\begin{array}{l}\lambda(t)\cos\varphi(t)-R\cos\theta(t)=0\\ \lambda(t)\sin\varphi(t)-R\sin\theta(t)-h=0\end{array}\right.$

soit $\left\{\begin{array}{l}\lambda(t)\cos\varphi(t)=R\cos\theta(t)\\ \lambda(t)\sin\varphi(t)=R\sin\theta(t)+h\end{array}\right.$.

En faisant le rapport des équations, on a donc : $\tan\varphi(t)=\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}$ (pour $\theta(t)\neq\dfrac{\pi}{2}\, mod \pi$).

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*
On a : $\varphi(t)=\arctan\left(\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}\right)$.

Pour commencer, $(R\sin\theta(t)+h)'=R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ et $(R\cos\theta(t))'=-R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)$.

De plus, $\left(\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}\right)'$

$$=\frac{R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)R\cos\theta(t)+R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)(R\sin\theta(t)+h)}{R^2\cos^2\theta(t)}$$

$$=\frac{R^2\dot{\theta}(t)\cos^2\theta(t)+R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)(R\sin\theta(t)+h)}{R^2\cos^2\theta(t)}$$

$$=\frac{R\dot{\theta}(t)\cos^2\theta(t)+R\sin^2\theta(t)\dot{\theta}(t)+h\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}$$

$$=\dot{\theta}(t)\frac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}.$$

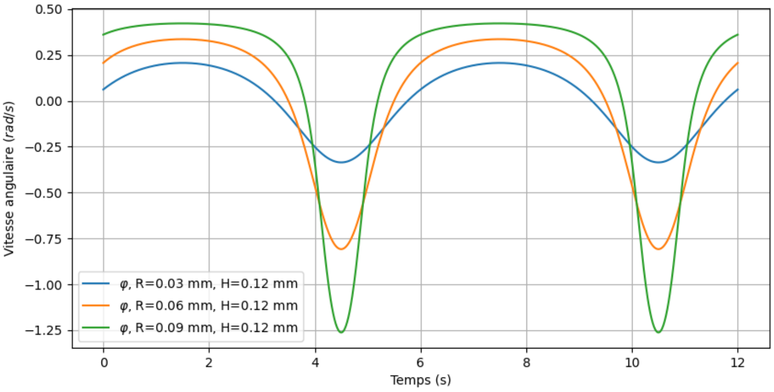
Au final,

$$\dot{\varphi}(t)=\frac{\dot{\theta}(t)\dfrac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}}{1+\left(\dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}\right)^2}\;\frac{\dot{\theta}(t)\dfrac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}}{1+\dfrac{(R\sin\theta(t)+h)^2}{R^2\cos^2\theta(t)}}.$$

$$\dot{\varphi}(t)=R^2\cos^2\theta(t)\frac{\dot{\theta}(t)\dfrac{R+h\sin\theta(t)}{R\cos^2\theta(t)}}{R^2\cos^2\theta(t)+\dfrac{(R\sin\theta(t)+h)^2}{R^2\cos^2\theta(t)}}=\frac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2\cos^2\theta(t)+(R\sin\theta(t)+h)^2}.$$

$$\dot{\varphi}(t)=\frac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2\cos^2\theta(t)+R^2\sin^2\theta(t)+h^2+2Rh\sin\theta(t)}=\frac{R\dot{\theta}(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2+h^2+2Rh\sin\theta(t)}.$$

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*




```
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""14_Sympact.py"""

__author__ = "Xavier␣Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.03 # m
H = 0.12 # m
w = 10 # tours /min
w = 10*2*m.pi/60 # rad/s

def calc_phi(theta):
    num = R*np.sin(theta)+H
    den = R*np.cos(theta)
    return np.arctan2(num,den)

def calc_phip(theta):
    num = R*w*(R+H*np.sin(theta))
    den = R*R+H*H+2*R*H*np.sin(theta)
    return np.arctan2(num,den)

def plot_phi():
    les_t = np.linspace(0,12,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_phi = calc_phi(les_theta)
    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps␣(s)")
    plt.ylabel("Position␣angulaire␣($rad$)")
    #plt.plot(les_t,les_theta,label=str("$\\theta$, R=")+str(R)+" mm,"+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.plot(les_t,les_phi,label=str("$\\varphi$,␣R=")+str(R)+"␣mm,␣"+str("H=")+str(H)+"␣mm")
    plt.legend()
    plt.show()


def plot_phip():
    les_t = np.linspace(0,12,1000)
    les_theta = w*les_t
    les_phip = calc_phip(les_theta)

    plt.grid()
    plt.xlabel("Temps␣(s)")
    plt.ylabel("Vitesse␣angulaire␣($rad/s$)")
```

```
    #plt.plot(les_t,les_theta,label=str("$\\theta$, R=")+str(R)+" mm,"+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.plot(les_t,les_phip,label=str("$\\varphi$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")
    plt.legend()
    plt.show()

for R in [0.03,0.06,0.09]:
    plot_phip()
```

Exercice 197 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant la condition de roulement sans glissement au point I, déterminer $\gamma(t)$ et $\dot{\gamma}(t)$.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\varphi}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Exercice 198 – Poussoir ⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\mu(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\mu}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Exercice 199 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta_1(t)$ en fonction de $\theta_4(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}_1(t)$ en fonction de $\dot{\theta}_4(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

Exercice 200 – Maxpid ⋆⋆⋆

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta(t)$ en fonction de $\lambda(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.*

Question 4 *Exprimer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$, vitesse de rotation du rotor moteur **2** par rapport au stator **1**.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\dot{\theta}(t)$ en fonction de $\omega(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **2** par rapport à **1** est de 500 tours par minute.*

Exercice 201 – Variateur de Graham⋆⋆⋆

D'après ressources de Michel Huguet.

B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *En exprimant que **2** roule sans glisser sur **4** au point I, déterminer ω en fonction de ω_1, d et λ.*

Question 3 *Quelle relation obtient-on entre ω_1, ω_3 et ω en exprimant l'engrènement des deux roues dentées ? (c'est à dire que **2** et **3** roulent sans glisser l'un sur l'autre en J).*

Question 4 *En déduire le rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, d_2, d_3 et d.*

Question 5 *Tracer la courbe représentative du rapport de variation $\dfrac{\omega_3}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ, sachant que $\dfrac{n}{n_3}=\dfrac{d_1}{d_3}$, $d=55\,\text{mm}$ et que λ varie entre $\lambda_{mini}=12\,\text{mm}$ et la valeur $\lambda_{maxi}=23\,\text{mm}$.*

Exercice 202 – Variateur à billes ★★★★★

B2-13

C2-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer la loi entrée – sortie.*

1.5.2 Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques

Exercice 203 – Train simple ★

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}=-\dfrac{Z_1}{Z_3}$.

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

On a $Z_3=2Z_2+Z_1$.

Exercice 204 – Train simple ★

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_4Z_{21}}$.

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_{21}, Z_{22} et Z_4 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

On a $Z_1+Z_{21}+Z_{22}=Z_4$.

Exercice 205 – Train simple ★

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Modéliser

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Exercice 206 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Exercice 207 – Cheville robot NAO⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Quels doivent être les rapports de réductions des transmissions par engrenage afin de respecter les exigences 1.1.1.1 et 1.1.1.2 ?*

D'après le diagramme de définition des blocs et le diagramme des exigences, les rapports de transmission doivent être :

- pour l'axe de tangage : $\dfrac{N_{\text{moteur}}}{N_{\text{Tangage}}} = 138,33$ au minimum ;
- pour l'axe de roulis : $\dfrac{N_{\text{moteur}}}{N_{\text{Roulis}}} = 197,61$ au minimum.

Question 2 *Dans le cas de l'axe de tangage, remplir le tableau suivant :*

Roue dentée	Module	Nb dents	Diamètre (mm)
Pignon 03 20	0,3	20	6
Mobile Inf1 Roue	0,3	80	24
Mobile Inf1 Pignon	0,4	25	10
Mobile Inf2 Roue	0,4	47	18,8
Mobile Inf2 Pignon	0,4	12	4,8
Mobile Inf4 Roue	0,4	58	23,2
Mobile Inf4 Pignon	0,7	10	7
Roue de sortie	0,7	36	25,2

Question 3 *Dans le cas de l'axe de tangage, déterminer le diamètre de chaque roue dentée.*

Question 4 *Dans le cas de l'axe de tangage, réaliser le schéma cinématique minimal.*

Question 5 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de tangage ? L'exigence 1.1.1.2 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?*

$$R_T = (-1)^n \frac{80 \cdot 47 \cdot 58 \cdot 36}{20 \cdot 25 \cdot 12 \cdot 10} = 130,85$$

Ceci est inférieur à ce qui est préconisé par le cahier des charges.
Pour respecter le cahier des charges, on peut :

- choisir un autre moteur ;
- changer le nombre de dents d'une des roues. Il suffirait pour cela que, par exemple, la roue de sortie comporte 39 dents.

Question 6 *Calculer le rapport de transmission de la chaîne de transmission de l'axe de roulis ? L'exigence 1.1.1.1 est-elle respectée ? Si non, quelle(s) solution(s) de remédiation pourrait-on proposer ?*

Le rapport de transmission du second train est de 201,3 ce qui est compatible avec le cahier des charges.

Exercice 208 – Train simple ⋆

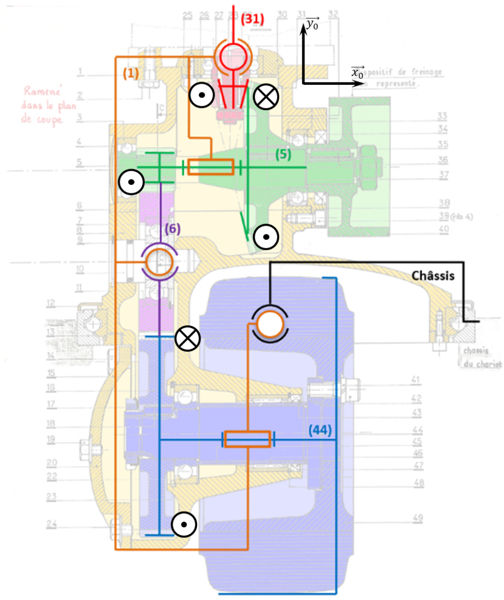
D'après Florestan Mathurin.

A3-05

C2-06

Question 1 *Identifier les classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.*

Question 2 *Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin.*



Question 3 *Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons.*

Repère de la roue	Module m (mm)	Nombre de dents Z	Diamètre primitif D (mm)
27	1,5	16	24
35	1,5	84	126
5	1,5	14	21
11	1,5	56	84
16	1,5	75	112,5

Question 4 *Après avoir proposé un paramétrage, indiquer dans quel sens tourne la roue si le moteur 28 (31) tourne dans le sens positif.*

Voir figure précédente. Si le moteur tourne dans le sens positif, la roue tourne dans le sens négatif.

Question 5 *Pour une vitesse de* 1500 tr/min *en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue. Le diamètre de la roue est de* 150 mm. *Quelle est la vitesse du véhicule ?*

Le rapport de réduction de la transmission est le suivant : $k = \dfrac{Z_{27}Z_5Z_{11}}{Z_{35}Z_{11}Z_{16}} = \dfrac{16 \cdot 14}{84 \cdot 75} = 0,0355$

La vitesse de rotation de la roue est donc de $53{,}33\,\mathrm{tr\,min^{-1}}$ soit $5{,}59\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. On en déduit la vitesse du véhicule : $5,59 \times 0,15 = 0{,}84\,\mathrm{m\,s^{-1}} \simeq 3\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.

Exercice 209 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer* $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ *en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{03}}{\omega_{13}}=-\dfrac{Z_1}{Z_0}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}}=-\dfrac{Z_1}{Z_0}$
$\Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{30}-\omega_{10}}=-\dfrac{Z_1}{Z_0} \Leftrightarrow \omega_{30}=-\dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{30}+\dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1}{Z_0}\right)=\dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30}=\dfrac{Z_1}{Z_0+Z_1}\omega_{10}$.

Exercice 210 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})$
$\Leftrightarrow \omega_{40}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})-\omega_{03} \Leftrightarrow \omega_{40}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})+\omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40}=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)$.

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

$$0=-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)$$
$$\Leftrightarrow \dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}=\omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)$$
$$\Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}=\dfrac{\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}}{1+\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4+Z_1Z_{22}}.$$

Exercice 211 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})$
$\Leftrightarrow \omega_{40}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}-\omega_{30})+\omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30}$.

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

$$\Leftrightarrow 0=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}=-\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}=\dfrac{\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}}{\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}-1}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_1Z_{22}-Z_{21}Z_4}.$$

Exercice 212 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.*

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4} \Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}+\omega_{03})$
$\Leftrightarrow \omega_{40}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}(\omega_{10}-\omega_{30})+\omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30}$.

Question 3 *On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.*

$$\Leftrightarrow 0=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}+\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\omega_{10}=-\left(1-\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}=\dfrac{\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}}{\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4}-1}=\dfrac{Z_1Z_{22}}{Z_1Z_{22}-Z_{21}Z_4}.$$

Exercice 213 – Poulie Redex ⋆ *D'après ressources de Stéphane Genouël.*

A3-05

C2-06

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).*

On cherche $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$. En bloquant le porte satellite 1, on a $\dfrac{\omega_{31}}{\omega_{01}}=\dfrac{Z_0Z_2}{Z_2'Z_3}$. En décomposant les vitesses, on a : $\dfrac{\omega_{30}-\omega_{10}}{\omega_{10}}=-\dfrac{Z_0Z_2}{Z_2'Z_3}\Leftrightarrow \omega_{30}-\omega_{10}=-\dfrac{Z_0Z_2}{Z_2'Z_3}\omega_{10}\Leftrightarrow \omega_{30}=\left(1-\dfrac{Z_0Z_2}{Z_2'Z_3}\right)\omega_{10}\Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}=1-\dfrac{Z_0Z_2}{Z_2'Z_3}$.

AN : $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}=1-\dfrac{49\times 34}{31\times 46}=-0,17$.à

Exercice 214 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.*

Exercice 215 – Centrifugeuse des boues ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.*

Exercice 216 – Train simple ⋆ *D'après documentation F. Mazet.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$ et v.*

Exercice 217 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Question 1 *Déterminer la relation entre $\omega(1/0)$, $\omega(3/0)$ et $\omega(4/0)$.*

Question 2 *Montrer que la relation entre la rotation du moteur hydraulique et le moteur Man peut se mettre sous la forme : $\dfrac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)}=-\dfrac{Ax}{BR_py+Cx}$ où on explicitera A, B et C.*

On cherche une relation entre $\omega_{\text{Mh}/0}$, $\omega_{\text{Ph}/0}$ et $\omega_{\text{Mm}/0}$ (avec Mm et 4 même classe d'équivalence). Pour cela, on va d'abord rechercher une relation entre $\omega(3/0)$, $\omega(4/0)$ et $\omega(1/0)$.

Bloquons le porte satellite 4, directement lié au moteur Mm. On est alors en présence d'un réducteur simple d'entrée $\omega(1/4)$ et de sortie $\omega(3/4)$. On a donc : $\dfrac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)}=-\dfrac{R_{12}}{R_{32}}$.

En libérant le porte satellite, on a donc : $\dfrac{\omega(3/4)}{\omega(1/4)}=\dfrac{\omega(3/0)-\omega(4/0)}{\omega(1/0)-\omega(4/0)}=-\dfrac{R_{12}}{R_{32}}\Leftrightarrow R_{32}\omega(3/0)+R_{12}\omega(1/0)=\omega(4/0)(R_{12}+R_{32})$

On a donc, $R_{32}\omega(3/0)+R_{12}\omega(1/0)=\omega(\text{Mm}/0)(R_{12}+R_{32})$.

Par ailleurs, $\dfrac{\omega(\text{Ph}/0)}{\omega(3/0)}=-\dfrac{R_{3P}}{R_P}$ et $\dfrac{\omega(1/0)}{\omega(\text{Mh}/0)}=-\dfrac{R_M}{R_{1M}}$.

On a donc, $\dfrac{2y}{x}\omega(Mh/0)=-\omega(3/0)\dfrac{R_{3P}}{R_P}\Leftrightarrow \omega(3/0)=-\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}}\omega(Mh/0)$.

En utilisant la relation du train épi : On a donc, $-R_{32}\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}}\omega(Mh/0)-R_{12}\dfrac{R_M}{R_{1M}}\omega(\text{Mh}/0)=\omega(\text{Mm}/0)(R_{12}+R_{32})\Leftrightarrow \left(-R_{32}\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}}-R_{12}\dfrac{R_M}{R_{1M}}\right)\omega(\text{Mh}/0)=\omega(\text{Mm}/0)(R_{12}+R_{32})$.

$$\frac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)}=-\frac{R_{12}+R_{32}}{R_{32}\dfrac{2y}{x}\dfrac{R_P}{R_{3P}}+R_{12}\dfrac{R_M}{R_{1M}}}$$

$\dfrac{\omega(Mh/0)}{\omega(Mm/0)}=-\dfrac{(R_{12}+R_{32})R_{1M}R_{3P}x}{R_{32}2yR_PR_{1M}+R_{3P}xR_{12}R_M}$. On a donc, $A=(R_{12}+R_{32})R_{1M}R_{3P}$, $B=R_{32}2R_{1M}$ et $C=R_{3P}xR_{12}R_M$.

Attention, plusieurs solutions possibles, si on factorise le numérateur et le dénominateur par l'un ou l'autre des

Modéliser

rayons.

Exercice 218 – Système vis-écrou ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06

Question 1 *Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.*

Question 2 *Réaliser la chaîne d'énergie-puissance partielle en définissant les noms des transmetteurs et les grandeurs d'entrée et de sortie cinématiques.*

Question 3 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du piston 3 et la vitesse de rotation du moteur 1.*

Exercice 219 – Train simple ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.*

Exercice 220 – Treuil de levage ⋆ *D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.*

A3-05

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la relation entre v_{51} la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et ω_{21} la vitesse de rotation du moteur.*

Question 2 *On note J_2, J_3, J_4 l'inertie des pièces 2, 3 et 5. On note M_5 la masse du solide 5. Donner la masse équivalente ramenée « à la translation » de la masse. Donner l'inertie équivalente ramenée à l'arbre d'entrée 2.*

1.5.3 Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Exercice 221 – Mouvement T – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Exercice 222 – Mouvement R ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Masse ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 5 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Exercice 223 – Mouvement TT – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer les torseurs cinétiques* $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ *et* $\{\mathscr{C}(2/0)\}$.

Question 2 *Exprimer les torseurs dynamiques* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *et* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 3 *En déduire* $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$ *en* B.

Exercice 224 – Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* A.

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Exercice 225 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* A.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Exercice 226 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Expression de la résultante dynamique $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)} = m_2\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Méthode 1 : Calcul en $G_2 = C$ puis déplacement du torseur dynamique

- Calcul du moment cinétique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en B : $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\overrightarrow{i_2}\wedge\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$
$= C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$.

Au final, on a donc $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)\end{array}\right\}_B$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$

On a $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$. On projette alors sur $\overrightarrow{i_0}$, $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 227 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Exercice 228 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Modéliser

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{j_0}$*

Exercice 229 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

1.5.4 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus

Exercice 230 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **1** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.*

Exercice 231 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **1** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Exercice 232 – Mouvement TT – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{j_0}$ puis le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

Exercice 233 – Mouvement RR ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 234 – Mouvement RT ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 235 – Mouvement RT ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

- **On isole 2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison pivot $\{\mathcal{T}(1\rightarrow 2)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$. On a $\overrightarrow{\mathcal{M}(B,2\rightarrow 0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{\mathcal{M}(G_2,2\rightarrow 0)}\cdot\overrightarrow{k_0}+\left(\overrightarrow{BG_2}\wedge\left(-m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$ $=\left(R\overrightarrow{i_2}\wedge\left(-m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}=-m_2 g R\overrightarrow{i_0}\cdot\overrightarrow{i_2}=-m_2 g R\cos\theta(t)$.
- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_m+\overrightarrow{\mathcal{M}(B,\text{pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{\delta(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$. On a $\overrightarrow{\delta(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\left(C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}=C_1\ddot{\theta}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)+R\ddot{\theta}\right)$. Au final, $C_m-m_2 g R\cos\theta(t)=C_1\ddot{\theta}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)+R\ddot{\theta}\right)$.

Question 2 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

- **On isole 1+2.**
- **BAME :**

- actions de la liaison glissière $\{\mathcal{T}(0\rightarrow 1)\}$;
- action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\}$;
- action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$;
- action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{ver}\rightarrow 1)\}$.

- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R(\text{ver}\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{i_0}=\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$. Au final, $F_{\text{ver}}=m_1\ddot{\lambda}(t)+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)-R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t)+\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 236 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 237 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{j_0}$*

Exercice 238 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

1.5.5 Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus – TEC

Exercice 239 – Pompe à palettes ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 122.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.*

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 240 – Pompe à pistons radiaux ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 123.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.*

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 241 – Système bielle manivelle ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 124.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 242 – Pompe oscillante ⋆

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 125.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 243 – Barrière Sympact ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 126.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 244 – Barrière Sympact avec galet ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 127.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 245 – Poussoir ⋆

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 128.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 246 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice 129.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 247 – Maxpid ⋆⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3+4**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3+4**.*

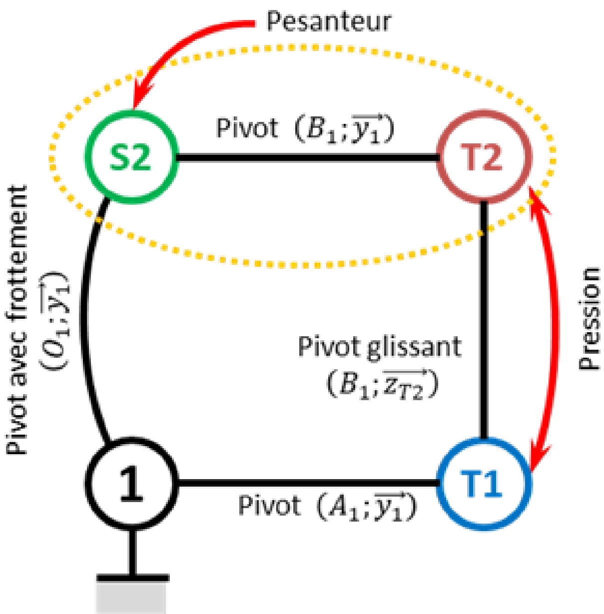
Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3+4/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 248 – Chariot élévateur de bateaux ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle α est petit, montrer que $\alpha(t)$ et $p(t)$ sont liés par l'équation différentielle suivante :* $J_{eq}\ddot{\alpha}(t)+\mu\dot{\alpha}(t)=\dfrac{Sp(t)}{k}+m_{S_2}g\,x_{G_{S_2}}$. *Exprimer J_{eq}.*

On isole l'ensemble $E=\{S2;T2,\}$. On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble en mouvement dans le référentiel terrestre galiléen : $\mathscr{P}_{\text{int}}(E)+\mathscr{P}\left(\overline{E}\rightarrow E/R_g\right)=\dfrac{\mathrm{d}\mathscr{E}_c\left(E/R_g\right)}{\mathrm{d}t}$.

Calcul des puissances externes

$\mathscr{P}\left(\text{pes}\rightarrow 2/R_g\right)=$

Calcul des puissances internes $\mathscr{P}_{\text{int}}(E)=0$ car pas de frottement dans la liaison pivot.