0.1 Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables

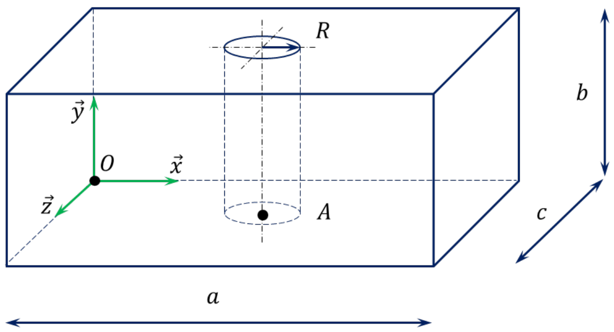
Exercice 1 – Parallélépipède⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G, \overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$ avec $A = m\left(\dfrac{R^2}{4} + \dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C = m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$ avec $A = m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B = m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C = m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA} = \dfrac{a}{2}\overrightarrow{x} + \dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Corrigé voir 1.

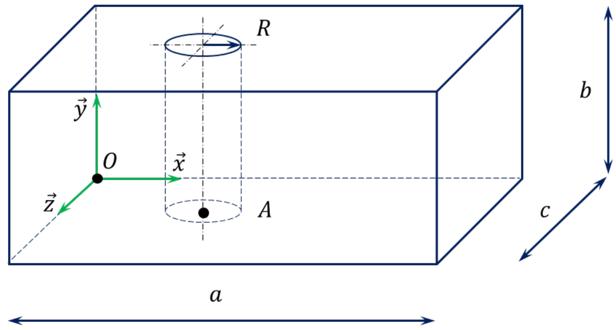
Exercice 2 – Parallélépipède percé⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G, \overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$ avec $A = m\left(\dfrac{R^2}{4} + \dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C = m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$ avec $A = m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B = m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C = m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA} = \dfrac{a}{3}\overrightarrow{x} + \dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

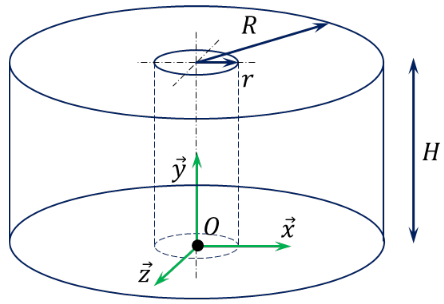
Corrigé voir 2.

Exercice 3 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G, \overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$ avec $A = m\left(\dfrac{R^2}{4} + \dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C = m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA} = -\dfrac{R}{2}\overrightarrow{x}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Corrigé voir 3.

Exercice 4 – Cylindre percé ⋆

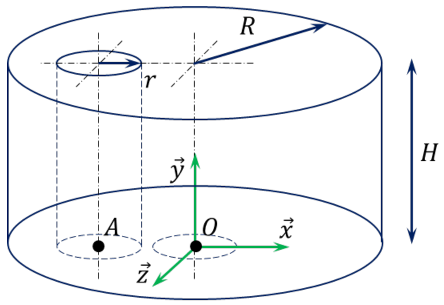
B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G, \overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son

Modéliser

centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j},\vec{k})}$ avec $A = m\left(\dfrac{R^2}{4} + \dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C = m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

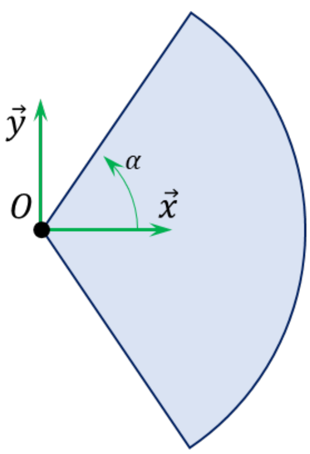
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Corrigé voir 4.

Exercice 5 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

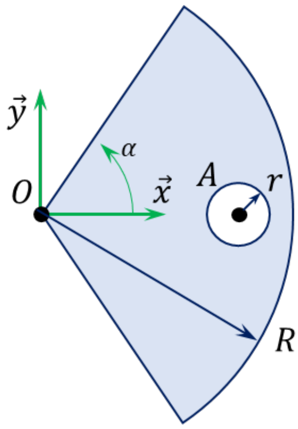
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Corrigé voir 5.

Exercice 6 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ. Il est percé d'un trou de rayon r tel que $\overrightarrow{OA} = \dfrac{3}{4}R\,\vec{x}$.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

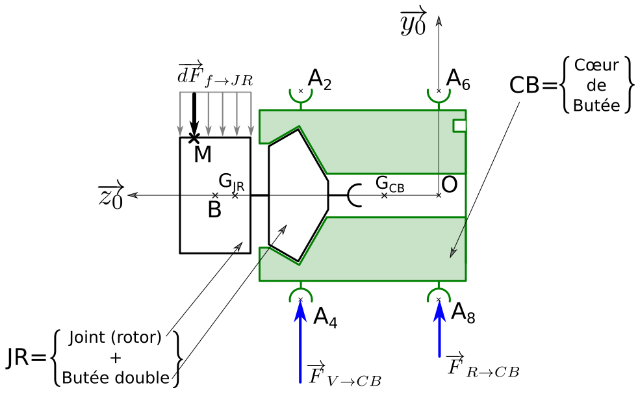
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Corrigé voir 6.

Exercice 7 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypohèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\,\overrightarrow{z_0} + R_J\,\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\,\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble $JR = \{Joint(rotor) + Butedouble\}$ a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\,\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR;

- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Question 1 *Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de $\overrightarrow{OG}$ selon $\overrightarrow{z_0}$. Faire l'application numérique.*

Question 2 *Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à $\left(O, \overrightarrow{z_0}\right)$, simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.*

Corrigé voir 7.

Modéliser