

SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGENIEUR

DEVOIR SURVEILLE 2

[Durée 1h - Aucun document - Calculatrice interdite - Répondre directement sur le sujet]

MODELISATION DES SLCI PAR LA TRANSFORMEE DE LAPLACE

Exercice

On donne l'équation différentielle suivante :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F \cos(\omega t)$$

Les conditions initiales sont les suivantes :

- $x(0) = x_0$
- $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$

Question 1 Donner l'équation dans le domaine de Laplace.

Pour tout $t > 0$, $\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F}{m} \cos(\omega t)$

Au final : 1

Question 2 On considère maintenant que $x(0) = x_0$ et $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$. Donner l'équation dans le domaine de Laplace. On note l'équation obtenue $X(s)$.

1

Question 3 Mettre sous la forme $X(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$. $N(s)$ est une fonction rationnelle qu'on explicitera.

$N(s) = \frac{F}{m} \frac{s}{s^2 + \omega^2}$

$D(s) = s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}$

1

Question 4 $X(s)$ est un échelon d'amplitude 2. Donner la valeur de x_0 puis de \dot{x}_0 .

étant un échelon d'amplitude 2, on a : $\frac{F}{m} = 2$

En conséquence $x_0 = 0$ et $\dot{x}_0 = 0$

2

Indépendamment de ce qui a été trouvé précédemment, on utilisera :

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s X(s) = x_0$$

Question 5 Donner la valeur initiale de $x(t)$.

Application du théorème de la valeur initiale :

$x_0 = 0$

2

Question 6 Donner la valeur finale de _____.

Application du théorème de la valeur finale :

2

Question 7 Donner la valeur initiale de ____.

Application du théorème de la valeur initiale :

2

peut se mettre sous la forme suivante :

— _____

Question 8 On donne _____. Déterminer _____ et _____.

En multipliant les deux expressions de _____ par _____ et en posant _____, on a :

Prenons une valeur particulière : $p=1$. On a donc :

— _____

3

On a donc :

— _____

Question 9 En utilisant les transformées de Laplace inverse, déterminer _____.

Pour _____, _____.

Par ailleurs :

Au final :

4

Pour

Question 10 Donner l'allure de _____. - 2 pts