CI 3 – CIN : ÉTUDE DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES

DEVOIR SURVEILLÉ 7

Éléments de corrigés

Exercice 1 : Barrière de régulation de la Tamise

Question 1

En tenant compte de l'alimentation en énergie des vérins, tracer la vitesse de $\overrightarrow{V(M\in 4/0)}$.

Question 2

Déterminer la vitesse de $\overrightarrow{V(I\in 3/0)}$.

Correction

D'une part, $\overrightarrow{V(I\in 3/0)} = \overrightarrow{V(I\in 3/4)} + \overrightarrow{V(I\in 4/0)} = \overrightarrow{V(I\in 4/0)}$. 3 étant en liaison pivot de centre H par rapport 0, $\overrightarrow{V(I\in 3/0)}$ est perpendiculaire à (HI).

D'autre part, d'après la relation d'équiprojectivité, $\overrightarrow{V(M\in 4/0)}\cdot\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{V(I\in 4/0)}\cdot\overrightarrow{MI}$.

Question 3

Déterminer la vitesse de $\overrightarrow{V(E\in 2/0)}$.

Correction

$\overrightarrow{V(E\in 3/0)} = \overrightarrow{V(E\in 2/0)}$ est perpendiculaire à (EH). On détermine le vecteur en traçant le champ du vecteur vitesse.

Question 4

Déterminer la vitesse de $\overrightarrow{V(D\in 1/0)}$.

Correction

Tracé du vecteur vitesse par équiprojectivité.

On a alors $||\overrightarrow{V(D\in 1/0)}|| = 34\cdot 10^{-3}\ m/s$.

Question 5

En déduire la valeur de la vitesse instantanée de rotation $\omega(1/0)$.

Correction

$$\omega(1/0) = \frac{||\overrightarrow{V(D\in 1/0)}||}{CD} = \frac{34\cdot 10^{-3}}{10,25} = 3,33\ rad/s.$$

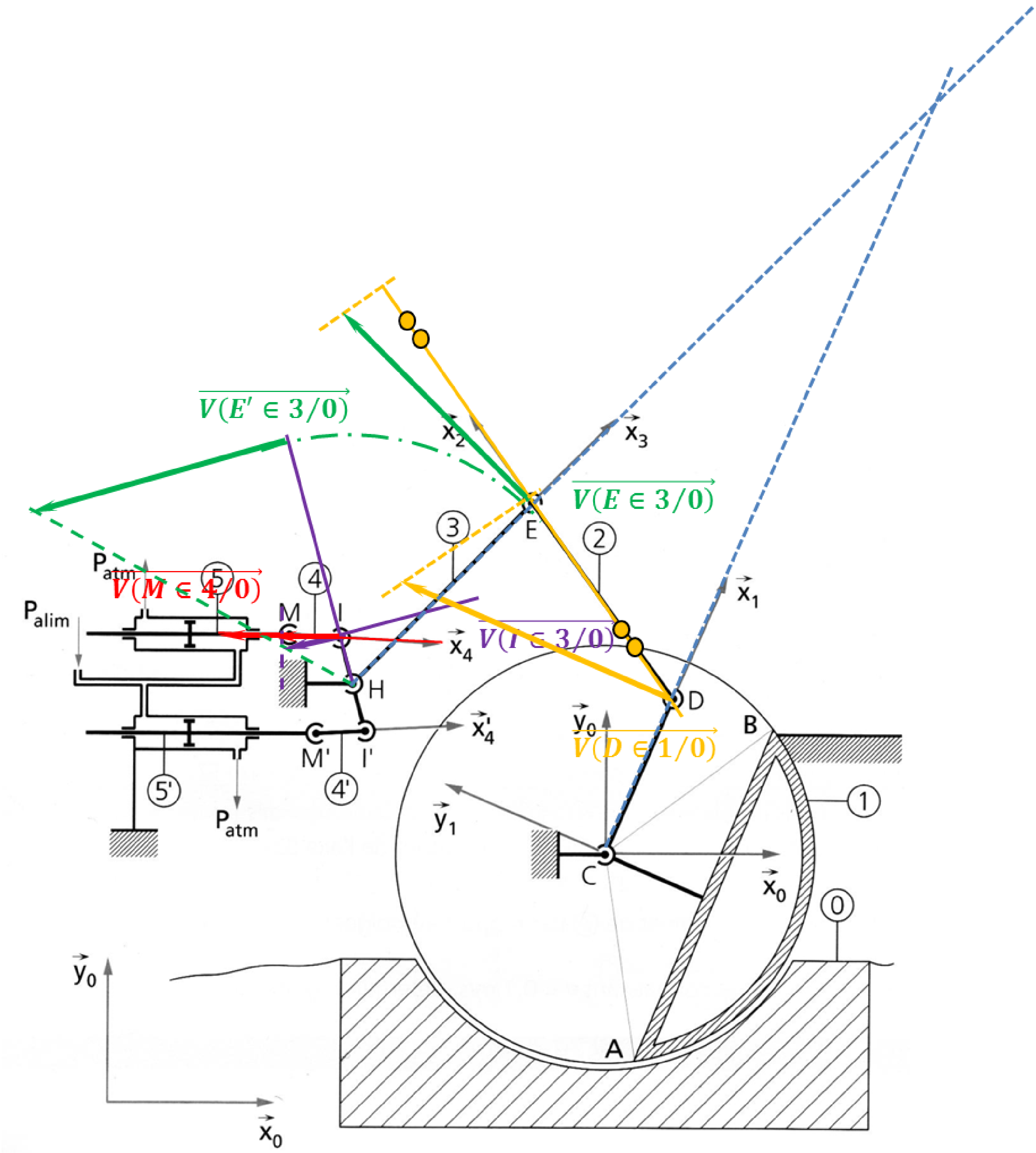
Question 6

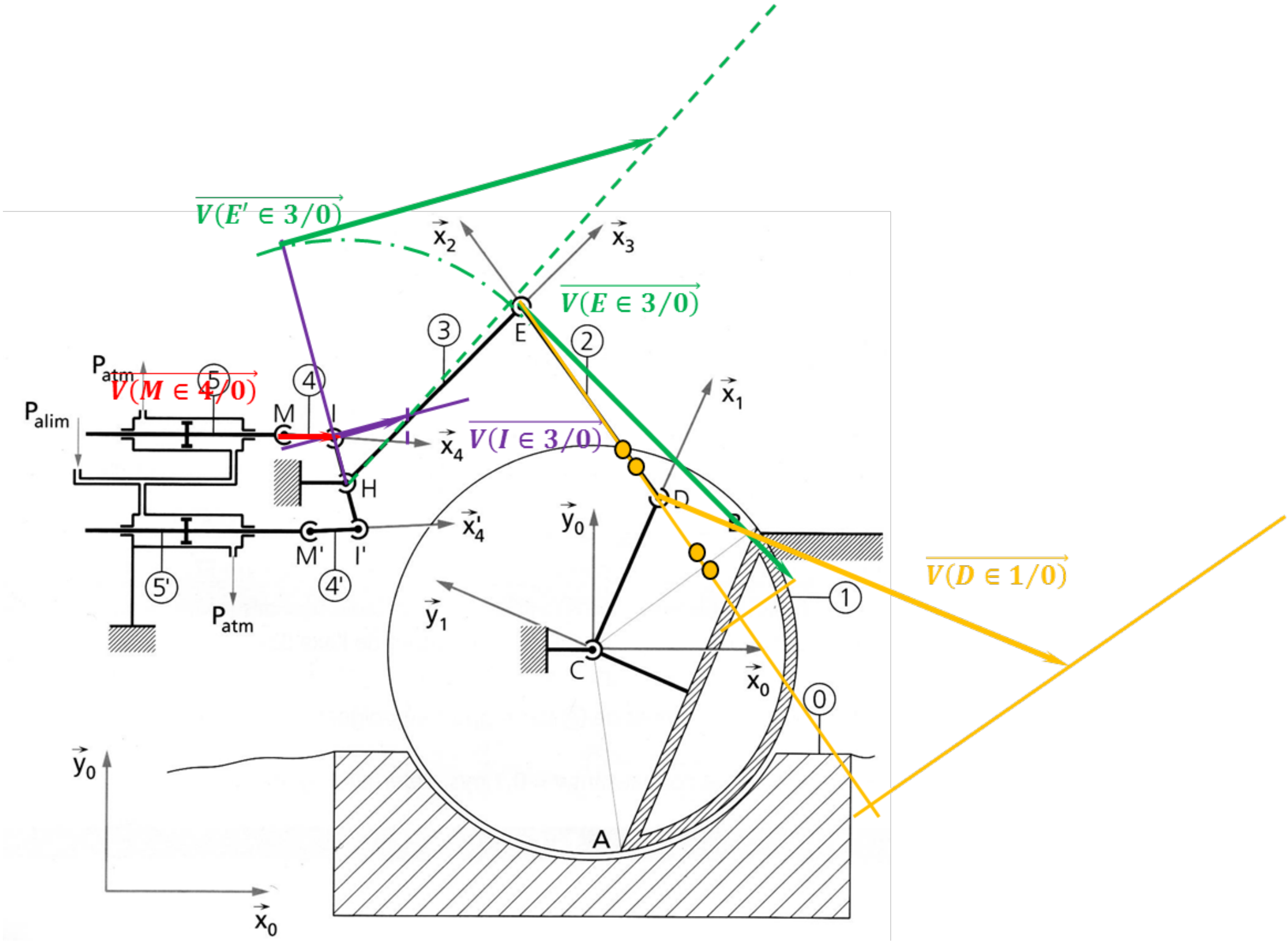
Déterminer le centre instantané de rotation de 2 par rapport à 0.

Correction

Le CIR de 2 par rapport à 0 est à l'instersection de :
- la perpendiculaire à $\overrightarrow{V(D \in 2/0)}$;
- la perpendiculaire à $\overrightarrow{V(E \in 2/0)}$.

On peut aussi le théorème des 3 CIR alignés :
- $I(2/0)$, $I(2/1) = D$ et $I(1/0) = C$ sont alignés ;
- $I(2/0)$, $I(2/3) = E$ et $I(3/0) = H$ sont alignés.


$\overrightarrow{V(E' \in 3/0)}$
$\overrightarrow{V(E \in 3/0)}$
$\overrightarrow{V(M \in 4/0)}$
$\overrightarrow{V(I \in 3/0)}$
$\overrightarrow{V(D \in 1/0)}$
$\vec{x}_2$
$\vec{x}_3$
$\vec{x}_1$
$\vec{x}_4$
$\vec{x}'_4$
$\vec{y}_0$
$\vec{y}_1$
$\vec{x}_0$
P_{atm}
P_{alim}
M
I
H
E
D
B
C
A
M'
I'
2
3
4
5
4'
5'
1
0



Exercice 2

Pour cet exercice, se référer au schéma du document réponse.

L'objectif de ce mécanisme est de brider la pièce 1 en vu de son usinage. Le serrage est réalisé par le vérin (5 et 6). On donne $||\overrightarrow{V(D \in 5/6)}|| = 4\ cm/s$.

L'échelle sera de 1 cm pour 1 cm/s.

Question 1

Déterminer $\overrightarrow{V(D \in 5/0)}$.

Correction

On a $\overrightarrow{V(D \in 5/0)} = \overrightarrow{V(D \in 5/6)} + \overrightarrow{V(D \in 6/0)} \Longleftrightarrow \overrightarrow{V(D \in 5/6)} = \overrightarrow{V(D \in 5/0)} - \overrightarrow{V(D \in 6/0)}$:

- $\overrightarrow{V(D \in 5/0)}$ a une direction verticale ;
- $\overrightarrow{V(D \in 5/6)}$ est connu ;
- $\overrightarrow{V(D \in 6/0)}$ est perpendiculaire à la droite (DE).

Question 2

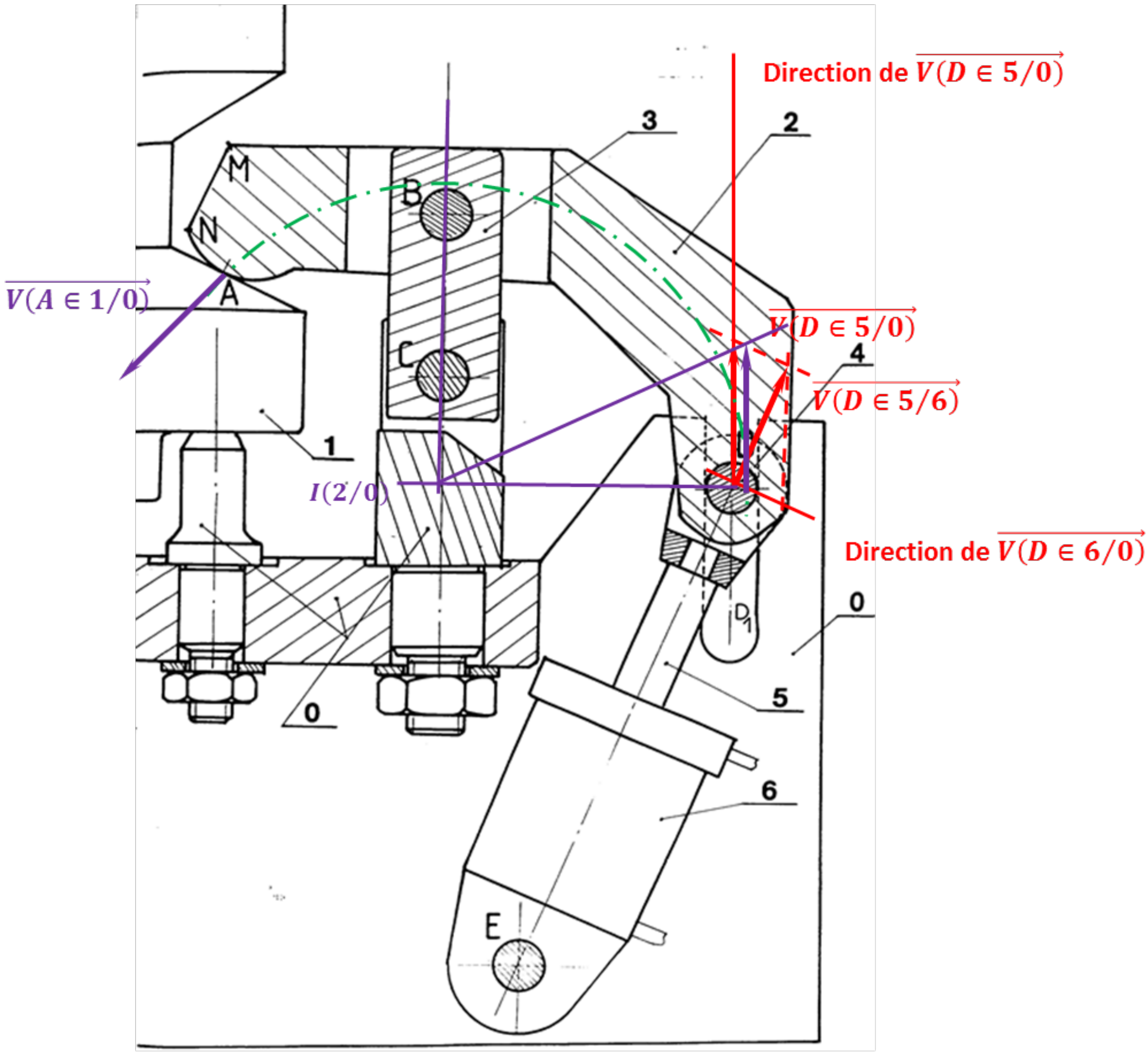
Déterminer $||\overrightarrow{V(A \in 2/0)}||$.

Correction

On a $\overrightarrow{V(D\in 5/0)} = \overrightarrow{V(D\in 5/2)} + \overrightarrow{V(D\in 2/0)} = \overrightarrow{V(D\in 2/0)}$.

Le CIR de $(2/0)$ est aligné avec le le CIR de $(3/2)=B$ et le CIR de $(2/0)=C$. Il appartient aussi à la droite perpendiculaire à $\overrightarrow{V(D\in 2/0)}$.

On peut alors utiliser le champ du vecteur vitesse.



Exercice 3 : Etude du système de positionnement d'un appareil d'imagegerie médicale

Question 1

Déterminer la vitesse angulaire de chaque moteur (en tr/min) qui permet de satisfaire le critère de vitesse angulaire du cahier des charges.

Correction

$10°/s. \longleftrightarrow 600°/min \longleftrightarrow \frac{5}{3}\ tr/min$. En prenant en compte le rapport de réduction, le moteur doit tourner à 930 tr/min.

Question 2

Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur K_r.

Correction

$K_r = 1/558$.

Question 3

Déterminer la fonction de transfert de la chaîne directe $FTCD(p)$, la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$ et la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de K_a, K_m, K_r, K_c et T_m.

Correction

On a :

$$FTCD(p) = \frac{\Theta_S(p)}{\varepsilon(p)} = K_a \cdot \frac{K_m}{1+T_m p} \cdot K_r \cdot \frac{1}{p} = \frac{K_m K_a K_r}{p\left(1+T_m p\right)}$$

$$FTBO(p) = \frac{U_c(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_m K_a K_r K_c}{p\left(1+T_m p\right)}$$

$$FTBF(p) = \frac{\Theta_S(p)}{\Theta_C(p)} = \frac{\dfrac{K_m K_a K_r}{p\left(1+T_m p\right)}}{1+\dfrac{K_m K_a K_r K_c}{p\left(1+T_m p\right)}} = \frac{K_m K_a K_r}{p\left(1+T_m p\right)+K_m K_a K_r K_c}$$

Question 4

Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre $\dfrac{K}{1+2\dfrac{z}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0}p^2}$. Donner l'expression littérale de K, z, ω_0 en fonction de K_a, K_m, K_r, K_c et T_m.

Correction

Directement :

$$FTBF(p) = \frac{\Theta_S(p)}{\Theta_C(p)} = \frac{\dfrac{1}{K_c}}{1+\dfrac{p\left(1+T_m p\right)}{K_m K_a K_r K_c}} = \frac{\dfrac{1}{K_c}}{1+\dfrac{p}{K_m K_a K_r K_c}+\dfrac{T_m}{K_m K_a K_r K_c}p^2}$$

Correction

On a alors :

$$\left\{\begin{array}{l} K=\dfrac{1}{K_c} \\ \dfrac{2z}{\omega_0}=\dfrac{1}{K_m K_a K_r K_c} \\ \omega_0=\sqrt{\dfrac{K_m K_a K_r K_c}{T_m}} \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} K=\dfrac{1}{K_c} \\ z=\dfrac{\omega_0}{2}\dfrac{1}{K_m K_a K_r K_c}=\sqrt{\dfrac{K_m K_a K_r K_c}{T_m}}\dfrac{1}{2K_m K_a K_r K_c}=\dfrac{1}{2\sqrt{T_m K_m K_a K_r K_c}} \\ \omega_0=\sqrt{\dfrac{K_m K_a K_r K_c}{T_m}} \end{array}\right.$$

Question 5

Déterminer la réponse du moteur $\omega_m(t)$ à une entrée en échelon de tension $u_m(t)$ de la forme $u_m(t)=U_0 u(t)$ (U_0 valant 10 V.). Exprimer le résultat en fonction de U_0, K_m et T_m.

Correction

On a directement : $\omega_m(t)=U_0 K_m\left(1-e^{-\dfrac{t}{T_m}}\right)\cdot u(t)$.

Question 6

La réponse du système à cette entrée en échelon de tension $u_m(t)=10\cdot u(t)$ a été mesurée en sortie du réducteur. On donne la courbe obtenue. Déterminer les valeurs numériques expérimentales de K_m et T_m.

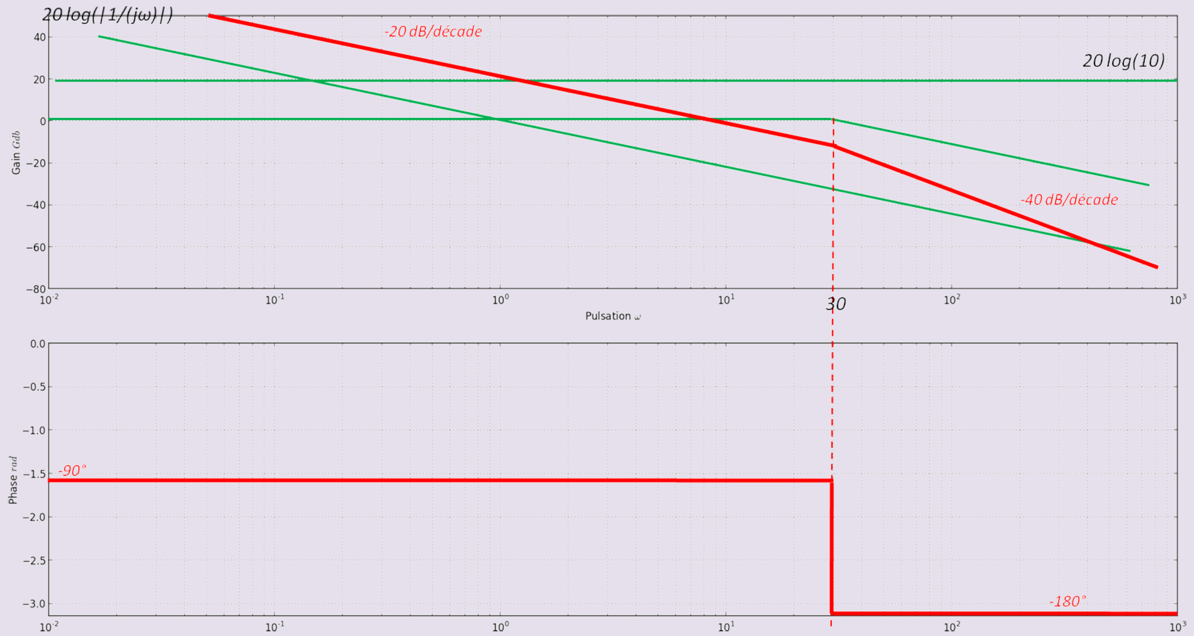
Correction

On a $K_m=2$. En utilisant la méthode des 62% de la valeur finale, $T_m\simeq 0,03s$.

Question 7

Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le document réponse 2.

Correction



Question 8

Calculer le gain et la phase exacts pour $\omega = 30\ rad/s$.

Correction

On a

$$AdB(\omega) = 20\log_{10}(10) - 20\log_{10}\sqrt{\omega^2} - 20\log_{10}\sqrt{1^2 + \frac{\omega^2}{30^2}}$$

Par ailleurs

$$\varphi(\omega) = \text{Arg}(10) - \text{Arg}\, j\omega - \text{Arg}\left(1 + \frac{1}{30} j\omega\right) = 0 - \frac{\pi}{2} - \arctan\frac{\omega}{30}$$

On a donc $AdB(30) = -12,5dB$ et $\varphi(30) = -2,356\ rad = -135°$.