CI 2 – SLCI : Étude du comportement des Systèmes Linéaires Continus Invariants

Devoir Maison 4

Robot préhenseur

D'après ressources Florestan Mathurin.

Question 1

Déterminer le lien entre K_1 et K_7 pour que $\theta_b(p)$ soit asservi sur $\theta_c(p)$.

Correction

Les blocs K_1 et K_7 servent tous les deux à convertir une position angulaire en tension. De plus, ces tensions étant soustraites par le comparateur, il faut qu'elles aient le même ordre de grandeur.

Enfin, dans l'hypothèse le système est précis, on a nécessairement, en régime permanent, $\theta_c(t) = \theta_b(t)$, et $U_c(t) - V_M(t) = 0$. En conclusion on a nécessairement $K_1 = K_7$.

Question 2

Déterminer la fonction de transfert $H_3(p) = \dfrac{\Omega_V(p)}{U_M(p)}$. Montrer que $H_3(p)$ peut se mettre sous la forme canonique d'un système du premier ordre où les valeurs K_3 et T_3 seront à déterminer.

Correction

En utilisant les équations, on a :

$$U_M(p) = E(p) + R \cdot I(p) \Longleftrightarrow U_M(p) = k_e \Omega_v(p) + R \cdot \frac{C_M(p)}{k_m} \Longleftrightarrow U_M(p) = k_e \Omega_v(p) + R \cdot \frac{J}{k_m} \cdot p\Omega_v(p)$$

En conséquences,

$$U_M(p) = \Omega_v(p)\left(k_e + R \cdot \frac{Jp}{k_m}\right)$$

et donc,

$$H_3(p) = \frac{\Omega_v(p)}{U_M(p)} = \frac{1}{k_e + R \cdot \dfrac{Jp}{k_m}} = \frac{1/k_e}{1 + \dfrac{RJ}{k_m k_e} p}$$

Question 3

Déterminer $\omega_v(t)$ lorsque $u_M(t)$ est un échelon de tension d'amplitude U_0. Préciser la valeur de $\omega_v(t)$ à l'origine, la pente de la tangente à l'origine de $\omega_V(t)$ et la valeur finale atteinte par $\omega_V(t)$ lorsque t tend vers l'infini.

Correction

La fonction de transfert ayant été mis sous forme canonique à la question précédente, on peut directement donner la réponse du système à un échelon :

$$\omega_v(t) = \frac{U_0}{k_e} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\frac{RJ}{k_m k_e}}}\right)$$

Correction

La valeur initiale est 0, la valeur finale vaut $\dfrac{U_0}{k_e}$, la pente à l'origine vaut $\dfrac{U_0}{k_e}\cdot\dfrac{k_m k_e}{RJ}$.

Question 4

Déterminer la fonction de transfert $H_4(p)$.

Correction

On a $\dfrac{d\theta_V(t)}{dt}=\omega_V(t)$. En conséquences, $\dfrac{\Theta_V(p)}{\Omega_V(p)}=\dfrac{1}{p}$.

Question 5

Déterminer la fonction de transfert $H(p)=\dfrac{\theta_b(p)}{\theta_c(p)}$. Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre ou les valeurs de K, z et ω_0 seront à déterminer.

Correction

On a :

$$H(p)=K_1\cdot\frac{K_2\cdot H_3(p)\cdot H_4(p)\cdot K_5\cdot K_6}{1+K_2\cdot H_3(p)\cdot H_4(p)\cdot K_5\cdot K_6}=K_1\cdot\frac{K_2\cdot\dfrac{K_m}{1+\tau_M p}\cdot\dfrac{1}{p}\cdot K_5\cdot K_6}{1+K_2\cdot\dfrac{K_m}{1+\tau_M p}\cdot\dfrac{1}{p}\cdot K_5\cdot K_6\cdot K_1}$$

$$H(p)=K_1\cdot\frac{K_2\cdot K_m\cdot K_5\cdot K_6}{\left(1+\tau_M p\right)p+K_2\cdot K_m\cdot K_5\cdot K_6\cdot K_1}$$

$$H(p)=\frac{\dfrac{K_1K_2K_mK_5K_6}{K_2K_mK_5K_6K_1}}{\dfrac{1}{K_2K_mK_5K_6K_1}p+\dfrac{\tau_M}{K_2K_mK_5K_6K_1}p^2+1}=\frac{1}{\dfrac{1}{K_2K_mK_5K_6K_1}p+\dfrac{\tau_M}{K_2K_mK_5K_6K_1}p^2+1}$$

On a donc :

- $K=1$;
- $\dfrac{1}{\omega_0^2}=\dfrac{\tau_M}{K_2K_mK_5K_6K_1}\Longleftrightarrow\omega_0=\sqrt{\dfrac{K_2K_mK_5K_6K_1}{\tau_M}}$;
- $\dfrac{2z}{\omega_0}=\dfrac{1}{K_2K_mK_5K_6K_1}\Longleftrightarrow z=\dfrac{\omega_0}{2K_2K_mK_5K_6K_1}=\dfrac{\sqrt{\dfrac{K_2K_mK_5K_6K_1}{\tau_M}}}{2K_2K_mK_5K_6K_1}=\dfrac{1}{2\sqrt{K_2K_mK_5K_6K_1\tau_M}}$.

Question 6

Déterminer, en expliquant la méthode, les valeurs numériques de K, z et ω_0.

Correction

Pour une entrée indicielle, $\theta_c(t)=1$ pour $t>0$. Or, $\theta_c(t)$ tend vers 1, on a donc $K=1$.

Le premier dépassement a une valeur de 50%.

Correction

Or,

$$D_{1\%} = 0,5 = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Longrightarrow \ln(0,5) = \frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \Longrightarrow \ln(0,5)\sqrt{1-\xi^2} = -\pi\xi \Longrightarrow (\ln(0,5))^2\left(1-\xi^2\right) - \pi^2\xi^2 = 0$$

$$\Longrightarrow 1-\xi^2 - \frac{\pi^2\xi^2}{(\ln(0,5))^2} = 0 \Longrightarrow \xi^2 = \frac{1}{\frac{\pi^2}{(\ln(0,5))^2}+1} \Longrightarrow \xi = \frac{(\ln(0,5))^2}{\pi^2+(\ln(0,5))^2} \simeq 0,47$$

Enfin, la pseudo période est d'environ 0,125 seconde. On a donc :

$$0,125 = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}} \Longleftrightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{0,125\sqrt{1-\xi^2}} \simeq 57\ s^{-1}$$

Question 7

Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, le temps de réponse à 5%. Conclure quant à la capacité du préhenseur à vérifier (ou non) le critère de rapidité de Req 1.

Correction

En traçant la bande à plus et moins 5% de la valeur finale, on constate que la courbe n'en sort plus à partir de $t = 0,325\ s$.. En conséquences, l'exigence Req 1 n'est pas respectée.