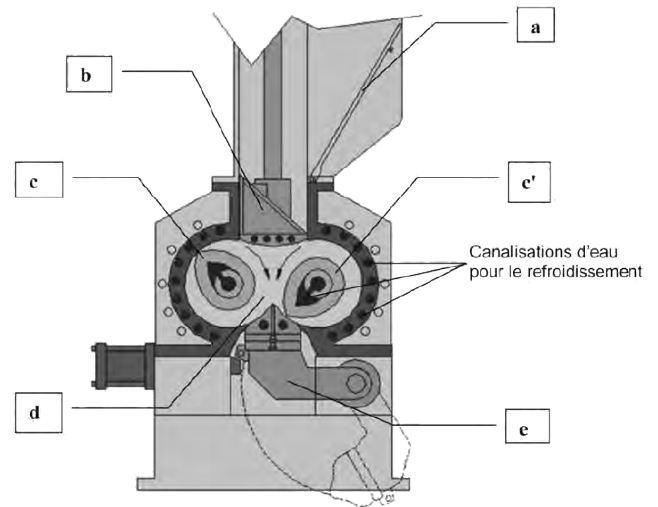


DEVOIR MAISON 8

MÉLANGEUR INTERNE À ROTORS ENGRENANTS



1 Présentation du mélangeur à rotors engrenants

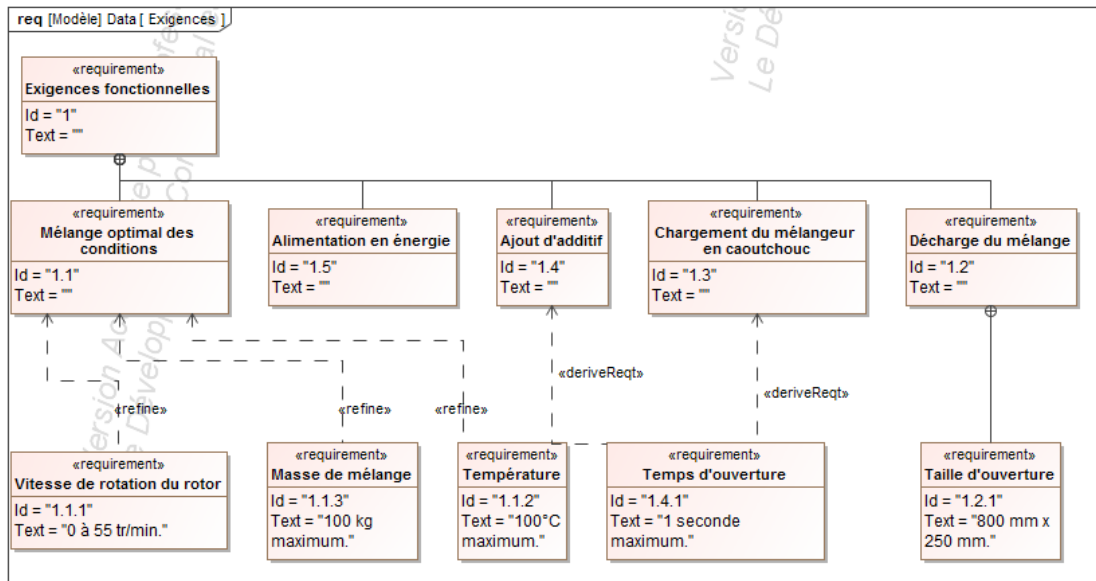
Un mélangeur interne à rotors engrenants est une machine utilisée dans l'industrie pour effectuer le mélange du caoutchouc et d'additifs divers. Il est, par exemple, utilisé dans la fabrication des pneumatiques. Nous nous intéresserons dans cette étude au modèle K5 de la société Farrel.

Le mélangeur est principalement constitué de :

- une porte de chargement du caoutchouc et des différents additifs (a) ;
- un fouloir permettant de pousser les différents ingrédients vers la chambre de mélangeage (b) ;
- deux rotors à axes parallèles tournant en sens inverses (c) et (c') ;
- une chambre de mélangeage (d) ;
- une porte de déchargement (e).

Le modèle K5 permet de mélanger 100 kg de matière dans une chambre ayant une contenance de 143 litres. Le mélangeur a une masse totale de 16 tonnes. La masse du moteur électrique entraînant les rotors est de 2,5 tonnes.

Les caractéristiques du mélange obtenu dépendent, en plus des caractéristiques des différents constituants, des conditions dans lesquelles s'effectue le mélange. Il est donc important de maîtriser, au cours des différentes phases du mélange, la vitesse de rotation des rotors et l'effort exercé par le fouloir tout en surveillant la température dans la chambre qui ne doit pas dépasser une valeur limite (pour que le mélange ne vulcanise pas dans le mélangeur).



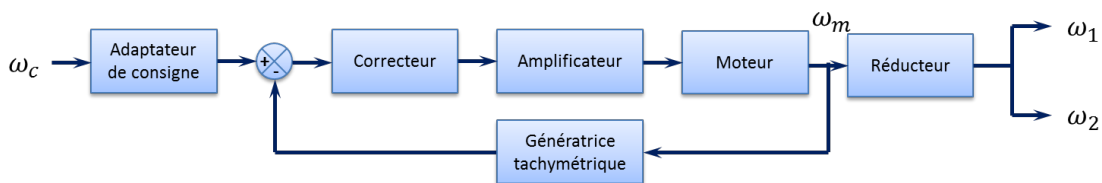
2 Étude de la chaîne fonctionnelle de mise en mouvement des rotors

Vérifier le dimensionnement de l'actionneur. Choisir et régler un correcteur pour optimiser les performances de l'asservissement de vitesse participant à l'exigence 1.1.

2.1 Construction du schéma bloc

Mettre en place la structure globale de l'asservissement de vitesse.

L'asservissement en vitesse des rotors est représenté par le schéma suivant :



ω_c : consigne de vitesse ; ω_m : vitesse moteur ; ω_1 : vitesse rotor 1 ; ω_2 : vitesse rotor 2

Remarque

Ces quatre vitesses sont des vitesses angulaires par rapport au bâti.

On donne les équations suivantes caractérisant le moteur :

$$C_m(t) + C_r(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad C_m(t) = k_i i(t) \quad e(t) = k_e \omega_m(t)$$

- R : résistance de l'induit ;
- L : inductance de l'induit ;
- $u(t)$: tension d'alimentation du moteur ;
- $i(t)$: courant moteur ;
- $e(t)$: force contre électromotrice ;
- $C_m(t)$: couple disponible sur l'arbre moteur ;
- $C_r(t)$: couple résistant ramené sur l'arbre moteur ;
- $\omega_m(t)$: vitesse de rotation de l'arbre moteur ;
- J : moment d'inertie ramené sur l'arbre moteur ;
- k_e : constante de force contre électromotrice ;
- k_i : constante de couple.

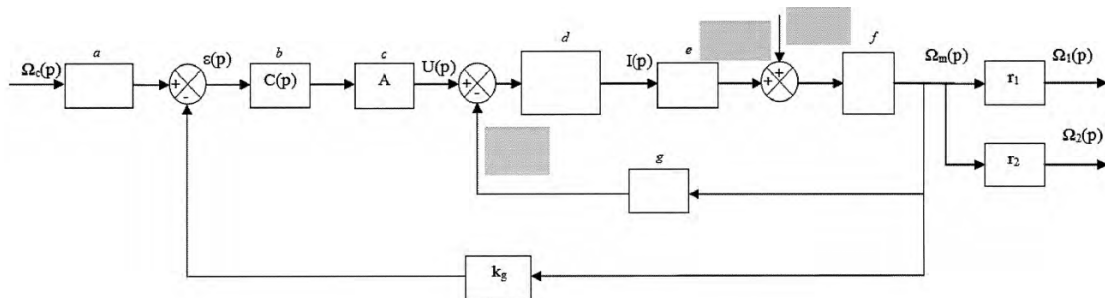
On notera $C_m(p)$, $C_r(p)$, $\Omega_m(p)$, $U(p)$, $I(p)$ et $E(p)$ les transformées de Laplace des différentes grandeurs physiques définies ci-dessus.

Question 1

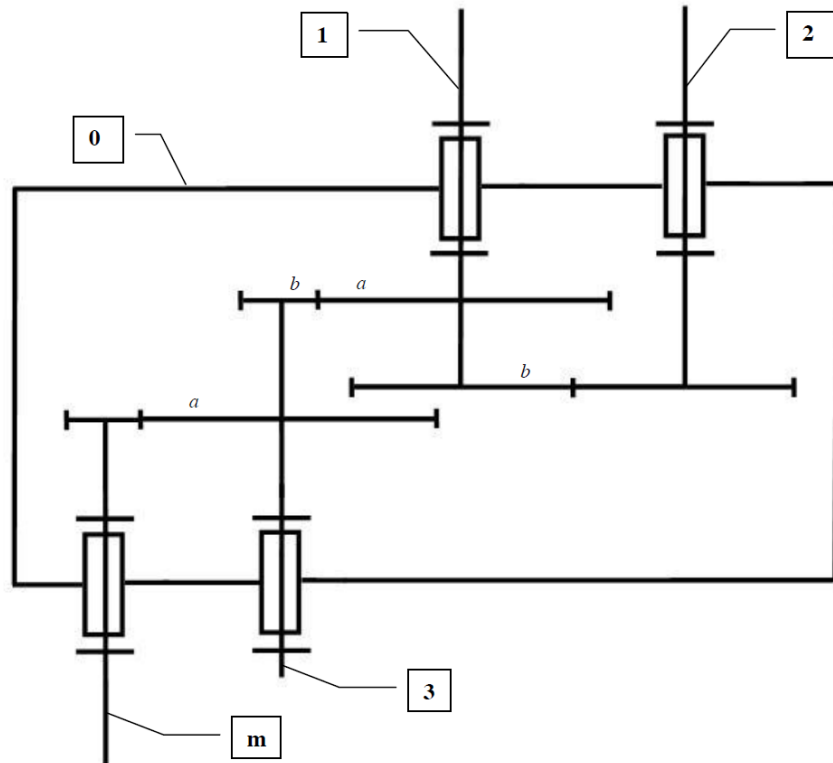
En considérant que toutes les conditions initiales sont nulles, donner les quatre équations précédentes dans le domaine de Laplace.

Question 2

Remplir les fonctions de transfert des cases d , e , f et g ainsi que les trois grandeurs physiques manquantes (zones grisées) sur le schéma-bloc fourni sur le cahier réponses.



Le schéma cinématique et les caractéristiques du réducteur sont fournis ci-dessous.



0 : bâti	
m : arbre moteur	Zm = 40 dents
1 : sortie vers rotor 1	Z1a = 144 dents ; Z1b = 80 dents
2 : sortie vers rotor 2	Z2 = 80 dents
3 : arbre intermédiaire	Z3a = 200 dents ; Z3b = 24 dents

Question 3

Donner la valeur algébrique des rapports de réduction $r_1 = \frac{\omega_1}{\omega_m}$ et $r_2 = \frac{\omega_2}{\omega_m}$ en fonction des nombres de dents Z_i . Faire les applications numériques.

Question 4

Quelle doit être la fonction de transfert K_a de l'adaptateur de consigne (case a) si l'on veut que l'écart ε soit nul quand la vitesse ω_1 est égale à la vitesse de consigne ω_c ? Remplir la case a du schéma bloc précédent.

Dans un premier temps nous considérerons que le correcteur est proportionnel de fonction de transfert k_c .

Question 5

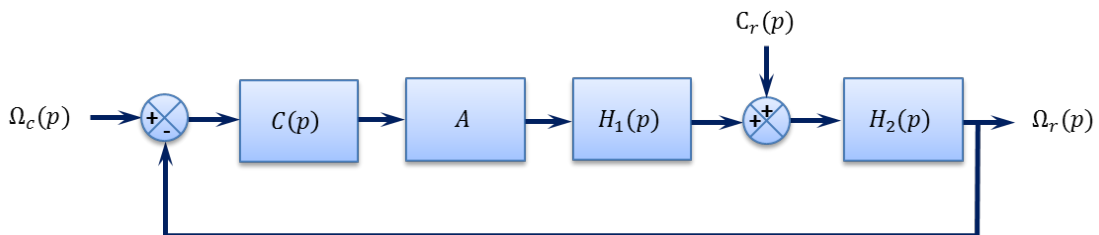
– Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Omega_1(p)}{\Omega_c(p)}$ de suivi de consigne ($C_r(p) = 0$) en fonction de $A, R, L, J, k_i, k_e, k_g$ et k_c .

– La mettre sous la forme $H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2}$ et identifier les constantes K, ξ et ω_0 .

2.2 Étude de l'asservissement de vitesse

Choisir et régler un correcteur pour répondre au cahier des charges.

Pour cette partie, on utilisera le schéma-bloc à retour unitaire suivant :

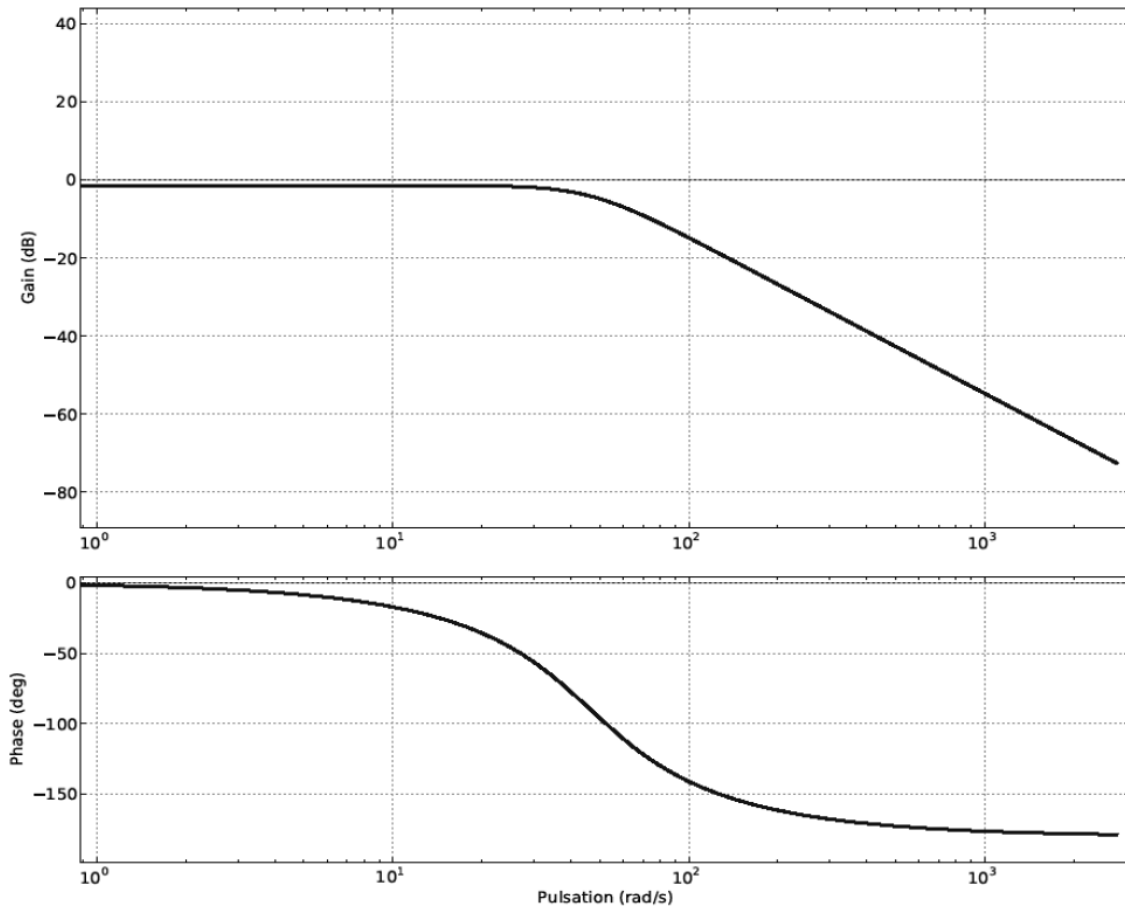


Avec $H_1(p) = \frac{3000}{1 + 1,6 \cdot 10^{-2}p}$, $H_2(p) = \frac{5,7 \cdot 10^{-5}(1 + 1,6 \cdot 10^{-2}p)}{1 + 2,9 \cdot 10^{-2}p + 4,6 \cdot 10^{-4}p^2}$ et $A = 5$ (sans unité). Les valeurs numériques sont dans les unités du système international.

Critères	Niveaux
<u>Stabilité</u>	$M_G = 10$ dB minimum $M_\varphi = 40^\circ$ minimum
<u>Précision :</u> - En suivi de consigne, pour une entrée en échelon de vitesse - En régulation : - Pour une perturbation en échelon de couple - Pour une perturbation en rampe de couple	- Ecart nul en régime établi - Ecart nul en régime établi - Ecart maximum de 0,5 tr/min en régime établi pour une rampe de pente -50 N.m/s
<u>Rapidité</u> - Temps de réponse à 5 %	- 0,5 s maximum
<u>Amortissement</u> - Dépassement	- Pas de dépassement de la consigne

- Remarque**
- La perturbation en échelon de couple modélise une variation brusque du couple résistant au niveau des rotors due à la mise en action du fouloir.
 - La perturbation en rampe de couple modélise une variation lente du couple résistant liée à la variation de température du mélange.

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système non corrigé ($C(p) = 1$) est donné ci-dessous.



Question 6

Si l'on considère dans un premier temps que le correcteur est proportionnel de fonction de transfert $C(p) = K$, donner la valeur que prend l'écart (en fonction de a , b , c et K s'il est constant) dans chacun des trois cas proposés. Le cahier des charges est-il respecté ?

Entrées	Ecart = $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t)$
Suivi de consigne : $\omega_c(t) = a.u(t)$ avec $Cr(t) = 0$	
Régulation : $Cr(t) = b.u(t)$ avec $\omega_c(t) = 0$	
Régulation : $Cr(t) = c.t.u(t)$ avec $\omega_c(t) = 0$	

a , b et c sont des constantes ; $u(t)$ est l'échelon unitaire.

Question 7

Dans quel(s) cas le cahier des charges est-il respecté sur le critères de précision ?

Question 8

Parmi les quatre correcteurs proposés, quels sont ceux qui permettent de répondre aux trois critères de précision du cahier des charges.

1	2	3	4
$C(p) = \frac{K(1+T.p)}{1+dT.p}$ avec $d>1$	$C(p) = K(1+\frac{1}{T.p})$	$C(p) = \frac{K(1+eT.p)}{1+Tp}$ avec $e>1$	$C(p) = \frac{K}{p}$

Pour la suite nous utiliserons un correcteur de fonction de transfert $C(p) = K \frac{1+Tp}{Tp}$

Remarque

Ce correcteur est appelé proportionnel intégral.

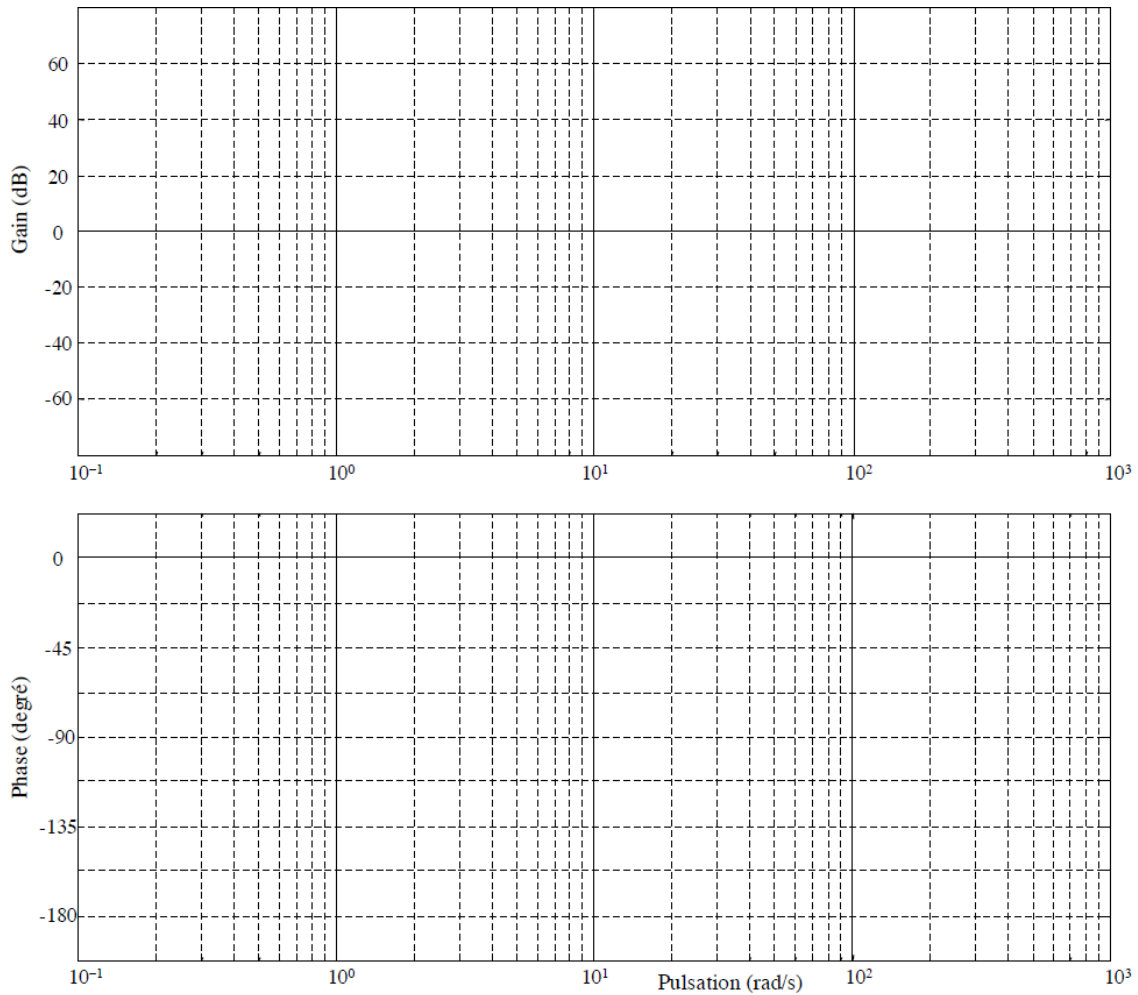
Question 9

Tracer le diagramme de Bode (asymptotique et allure du diagramme réel) du correcteur seul. Indiquer les pentes et points caractéristiques en fonction de K et T .

On choisit la valeur de T de telle façon que la valeur de la pulsation conduisant à un déphasage de -45 pour le correcteur seul soit dix fois plus petite que la pulsation pour laquelle la FTBO non corrigée présente un déphasage de -90 .

Question 10

- Déterminer la valeur de T correspondante.
- Tracer le diagramme asymptotique de Bode de la FTBO corrigée avec $K = 1$ et votre valeur de T . Indiquer les pentes et points caractéristiques.



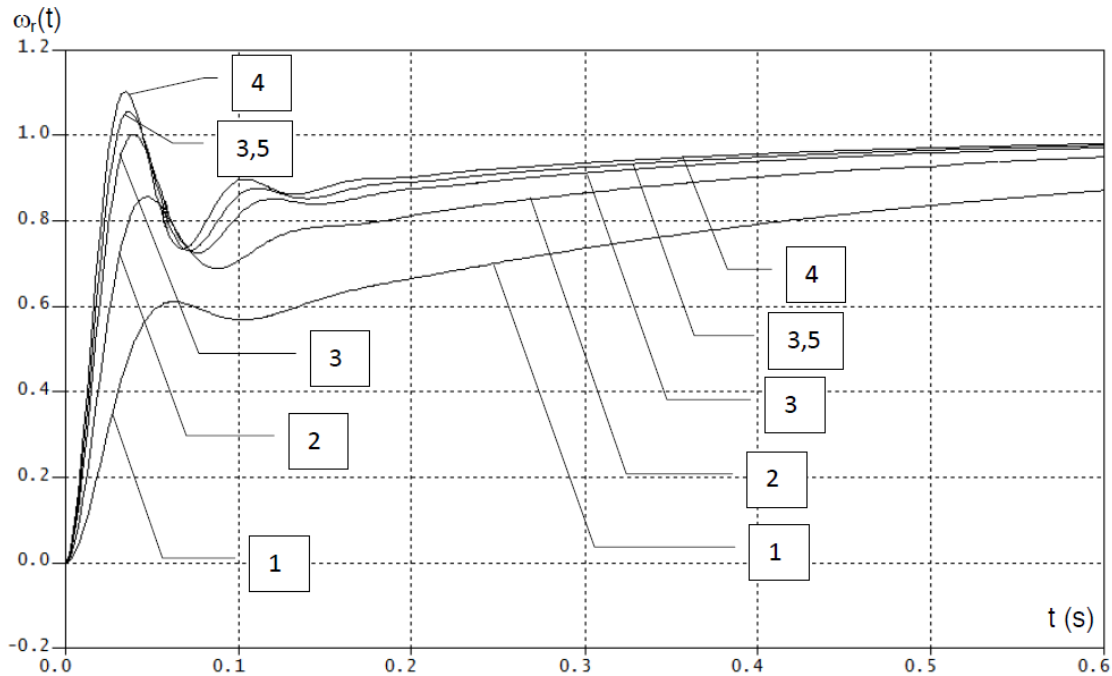
Remarque

On montre qu'au maximum, $K_{stab} = 4,5$.

On donne ci-dessous les courbes de la réponse du système à une entrée en échelon unitaire ($\omega_c(t) = u(t)$) pour K prenant les valeurs $\{1; 2; 3; 3,5; 4\}$.

Question 11

- La valeur de K_{stab} est-elle compatible avec les critères de précision en suivi de consigne, d'amortissement et de rapidité ? Justifiez votre réponse.
- Choisir pour K une valeur permettant de respecter à la fois les critères de stabilité, amortissement, rapidité et précision en suivi de consigne. Vous justifierez vos réponses et porterez sur la courbe les tracés que vous jugerez utiles.



Le correcteur ayant été dimensionné, le schéma-bloc peut se mettre sous la forme suivante : Avec $F(p) = \frac{2,25 \cdot 10^5 (1 + 0,2p)}{p(1 + 1,6 \cdot 10^{-2}p)}$ et $H_2(p) = \frac{5,7 \cdot 10^{-5} (1 + 1,6 \cdot 10^{-2}p)}{1 + 2,9 \cdot 10^{-2}p + 4,6 \cdot 10^{-4}p^2}$. Les valeurs numériques sont dans les unités du système international.

Nous nous intéressons maintenant à la précision en régulation du système modélisé ainsi. L'étude sera donc faite pour une consigne nulle $\omega_c(t) = 0$.

Question 12

Déterminer l'expression de $\varepsilon(p)$ en fonction de $C_r(p)$, $F(p)$ et $H_2(p)$.

Question 13

Que vaut $\varepsilon_1 = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t)$ pour une perturbation en échelon $C_r(t) = b u(t)$? Justifier votre réponse et conclure quant au respect du cahier des charges.

Question 14

Déterminer $\varepsilon_2 = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t)$ pour une perturbation en rampe $C_r(t) = c t u(t)$. Le cahier des charges est-il respecté (justifier par l'application numérique sur ε_2) ?

3 Étude de la chaîne fonctionnelle d'actionnement du fouloir

Analyser la commande logique de la chaîne d'énergie pneumatique d'ouverture et de fermeture de la chambre de mélangeage participant aux exigences 1.1, 1.2 et 1.4. Vérifier les performances dynamiques de cette chaîne d'énergie. Analyser la structure mécanique de la solution hydraulique alternative.

3.1 Étude de la commande

Déterminer les équations de commande du vérin actionnant le fouloir.

Le fouloir actionné par un vérin double-effet monte et descend sous les actions de pression pneumatique et de pesanteur. Pour certains cycles de production de mélange de caoutchouc il est possible de commander le fouloir en utilisant une pression pneumatique haute (6,5 bars) ou basse (3,7 bars). On donne en annexe A le schéma pneumatique de l'installation permettant la mise en mouvement du fouloir.

Question 15

A partir des informations figurant sur le schéma pneumatique, exprimer les équations logiques définissant respectivement, la commande de la descente en haute pression D_h , la commande de la descente en basse pression D_b et la commande de montée en haute pression M_h . Ces expressions seront données en fonction des variables logiques $V1$, $V2$, $V3$ et $V4$ de commande électrique des distributeurs.

Question 16

Proposer une commande A permettant d'immobiliser le fouloir dans une position quelconque (à la compressibilité de l'air près). Cette commande pourra être exprimée en fonction des variables logiques $V1$, $V2$, $V3$ et $V4$.

3.2 Étude du mouvement du fouloir

Vérifier que la dynamique du fouloir répond au cahier des charges (Voir annexe A pour le paramétrage et les caractéristiques dimensionnelles).

Remarque

Le cahier des charges impose les conditions suivantes :

- temps d'ouverture de la chambre : 1 seconde maximum ;
- variation de hauteur du fouloir en cours de mélangeage : 30 cm maximum.

On considère :

- un coefficient de frottement visqueux de l'ensemble piston-tige-fouloir/guidage : $f = 5000 \text{ N}/(\text{m}/\text{s})$;
- une course utile du vérin de la position basse à la position haute : $l_0 = 1 \text{ m}$;
- $k = 85000 \text{ N}/\text{m}$.

3.3 Étude du mouvement du fouloir

On note $F(p)$ la transformée de Laplace de $F(t) - F_0$.

Remarque

En appliquant le théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{z}_0 à l'ensemble {fouloir+piston+tige}, on montre que :

$$a\ddot{z} + b\dot{z} + cz = F(t) - F(0)$$

avec $a = M$, $b = f$, $c = k$.

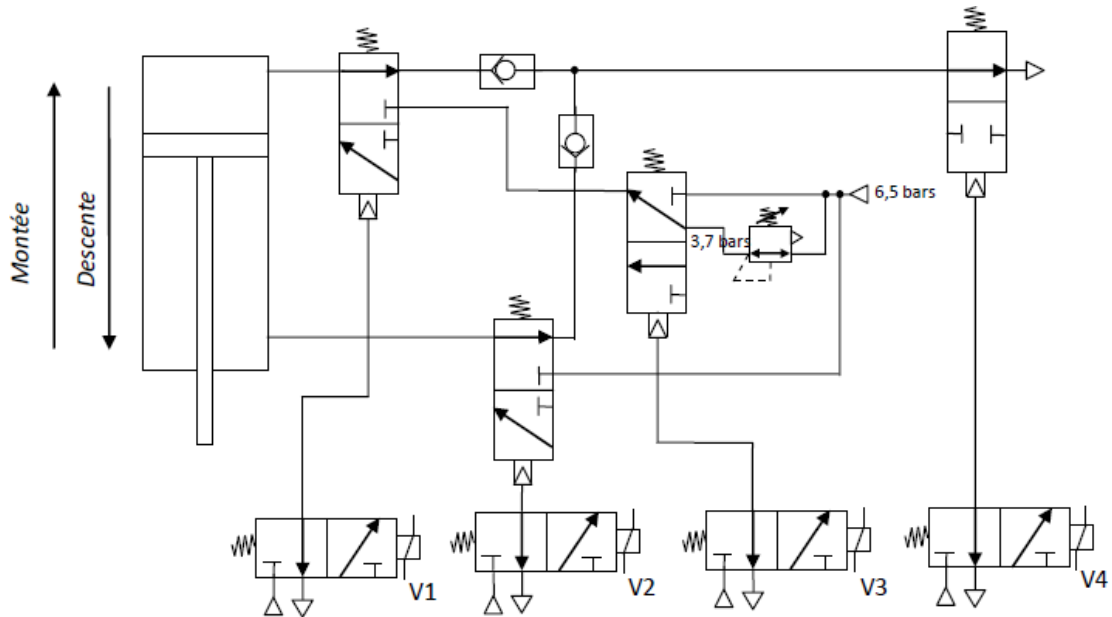
Question 17

En considérant que toutes les conditions initiales sont nulles, déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert $Z(p)/F(p)$. Faire l'application numérique.

Question 18

- En utilisant l'abaque fourni en annexe B, tracer l'allure de la courbe $z(t)$ de position du fouloir soumis à l'excitation en échelon d'effort de 10 000 N.
- Mettre en place sur celle-ci les valeurs numériques caractéristiques.
- Conclure quant au respect du cahier des charges.

Annexe A






On rappelle la signification :

- du schéma pneumatique du distributeur 3/2 monostable à commande électrique ou pneumatique :

Repos $V_i=0$	Commandé $V_i=1$	Repos	Commandé

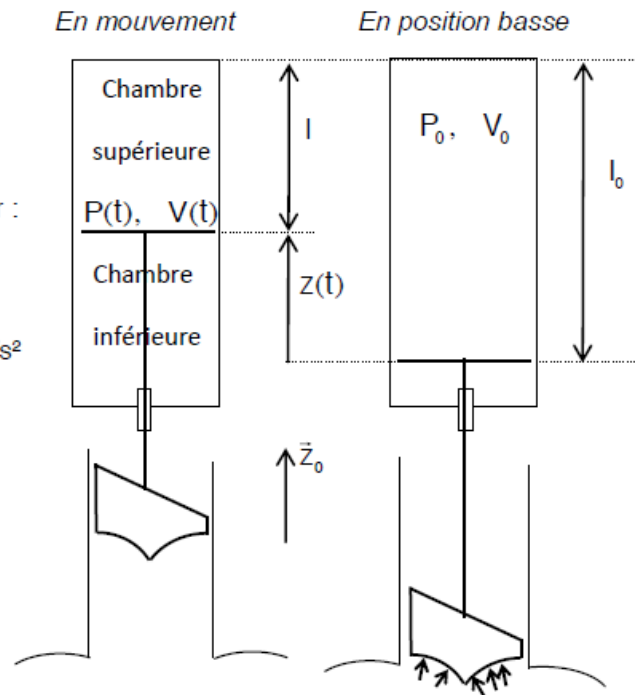
- du réducteur de pression réglé ici sur 3,7 bars :



- de l'alimentation () et de l'échappement () pneumatique.
- du clapet anti-retour :  Le fluide peut ici circuler de gauche à droite seulement.

Paramétrage et caractéristiques dimensionnelles :

- Masse de l'ensemble piston-tige-fouloir : $M = 3500 \text{ kg}$
- Diamètre du piston : $D = 0,32 \text{ m}$
- Diamètre de la tige : $d = 0,06 \text{ m}$
- Accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ m/s}^2$



Annexe B

