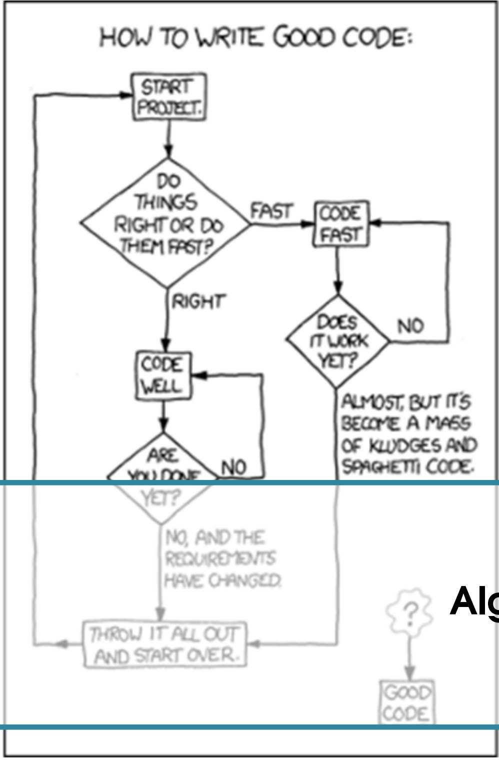
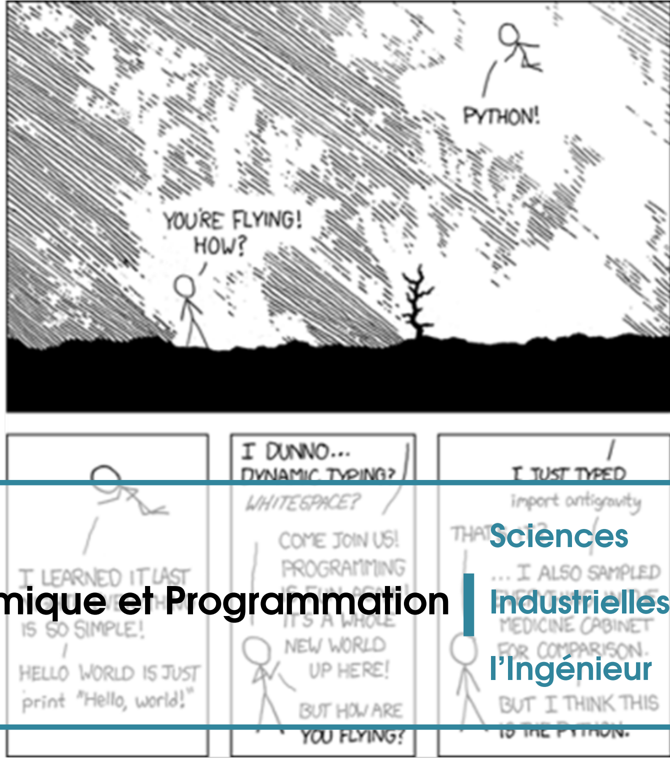
PTSI

http://xkcd.com/353/

http://xkcd.com/844/





Partie 2

Algorithmique et Programmation

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Bilan

Bilan
Algorithmes au programme

Savoirs et compétences :
- *Algorithmes*

Modélisation cinématique

Xavier Pessoles
PTSI

1 Recherches dans une liste

1.1 Recherche d'un nombre dans une liste

■ Pseudo Code

Algorithme : Recherche naïve d'un nombre dans une liste triée ou non

Données :
- n, int : un entier
- tab, liste : une liste d'entiers triés ou non triés

Résultat :
- un booléen : Vrai si le nombre est dans la liste, Faux sinon.

is_number_in_list(n,tab) :
  l ← **longueur**(tab)
  Pour i **allant de** 1 **à** l **faire** :
    Si tab(i) = n **alors** :
      Retourne Vrai
    Fin Si
  Fin Faire
  Retourne Faux
Fin fonction

■ Python
```python
def is_number_in_list(nb,tab):
    """Renvoie True si le nombre nb est dans la liste
    de nombres tab
    Keyword arguments:
      * nb, int -- nombre entier
      * tab, list -- liste de nombres entiers
    """
    for i in range(len(tab)):
        if tab[i]==nb:
            return True
    return False
```

■ Python
```python
def is_number_in_list(nb,tab):
    """Renvoie True si le nombre nb est dans la liste
    de nombres tab
    Keyword arguments:
      * nb, int -- nombre entier
      * tab, list -- liste de nombres entiers
    """
    i=0
    while i<len(tab) and tab[i]!=nb:
        i+=1
    return i<len(tab)
```

R Ces algorithmes sont modifiables aisément dans le cas où on souhaiterait connaître l'index du nombre recherché.

1.2 Recherche du maximum dans une liste de nombre

■ Pseudo Code

Algorithme : Recherche du maximum dans une liste de nombres

Données :
- tab, liste : une liste de nombres

Résultat :
- maxi, réel : maximum de la liste

what_is_max(tab) :
  n ← **longueur**(tab)
  i ← 2
  maxi ← tab(1)
  Tant que i < n **faire** :
    Si tab(i)>maxi **alors** :
      maxi ← tab(i)
    Fin si
    i ← i+1
  Fin tant que
  Retourner maxi
Fin fonction

■ Python
```python
def what_is_max(tab):
    """
    Renvoie le plus grand nombre d'une liste
    Keyword arguments:
    tab -- liste de nombres
    """
    i=1
    maxi=tab[0]
    while i<len(tab):
        if tab[i]>maxi:
            maxi=tab[i]
        i+=1
    return maxi
```

1.3 Recherche par dichotomie dans un tableau trié

Pseudo Code

Algorithme : Recherche par dichotomie d'un nombre dans une liste triée

Données :
- nb, int : un entier
- tab, liste : une liste d'entiers triés

Résultat :
- m, int : l'index du nombre recherché
- None : cas où nb n'est pas dans tab

```
is_number_in_list_dicho(nb,tab) :
    g ← 0
    d ← longueur(tab)
    Tant que g < d alors :
        m ← (g+d) div 2
          Si tab(m)=nb alors :
             Retourne m
          Sinon si tab(m)<nb alors :
             g ← m+1
          Sinon, alors :
             d ← m-1
        Fin Si
    Fin Tant que
    Retourne None
Fin fonction
```

Python

```python
def is_number_in_list_dicho(nb,tab):
    """
    Recherche d'un nombre par dichotomie dans un
    tableau trié.
    Renvoie l'index si le nombre nb est dans la liste
    de nombres tab.
    Renvoie None sinon.
    Keyword arguments:
    nb,int -- nombre entier
    tab,list -- liste de nombres entiers triés
    """
    g, d = 0, len(tab)-1
    while g <= d:
        m = (g + d) // 2
        if tab[m] == nb:
            return m
        if tab[m] < nb:
            g = m+1
        else:
            d = m-1
    return None
```

2 Gestion d'une liste de nombres

2.1 Calcul de la moyenne

Pseudo Code

Algorithme : Calcul de la moyenne arithmétique des nombres d'une liste

Données :
- tab, liste : une liste de nombres

Résultat :
- res, réel : moyenne des nombres

```
calcul_moyenne(tab) :
    n ← longueur(tab)
    res ← 0
    Pour i allant de 1 à n faire :
        res ← res+tab(i)
    Fin faire
    Retourner res/n
Fin fonction
```

Python

```python
def calcul_moyenne(tab):
    """
    Renvoie la moyenne des valeurs d'une liste de
    nombres.
    Keyword arguments:
    tab -- liste de nombres
    """
    res = 0
    for i in range(len(tab)):
        res = res+tab[i]
    return res/(len(tab))
```

2.2 Calcul de la variance

Soit une série statistique prenant les n valeurs x_1, x_2, ..., x_n. Soit m la moyenne de ces valeurs. La variance est définie par :

$$v = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^2$$

Pseudo Code

Algorithme : Calcul de la variance des nombres d'une liste

Données :
- tab, liste : une liste de nombres
- m, réel : moyenne de la liste

Résultat :
- res, réel : variance

```
calcul_variance(tab) :
    n ← longueur(tab)
    res ← 0
    Pour i allant de 1 à n faire :
        res ← res+(tab(i)-m)**2
    Fin faire
    Retourner res/n
Fin fonction
```

Python

```python
def calcul_variance(tab,m):
    """
    Renvoie la variance des valeurs d'un tableau.
    Keyword arguments:
    tab -- liste de nombres
    m -- moyenne des valeurs
    """
    res = 0
    for i in range(len(tab)):
        res = res+(tab[i]-m)**2
    return res/(len(tab))
```

2.3 Calcul de la médiane

Pseudo Code

Algorithme : Recherche de la valeur médiane d'une liste de nombres triés

Données :
- tab, liste : liste de nombres triés

Résultat :
- flt : valeur de la médiane

```
mediane(tab) :
    n ← Longueur(tab)
    Si n modulo 2 = 0 Alors :
        i ← n/2
        Retourner (tab(i) +tab(i+1))/2
    Sinon :
        i ← ndiv 2+1
        Retourner (tab(i))
Fin fonction
```

Python

```python
def calcul_mediane(tab):
    """
    Calcule la variance des éléments d'un tableau trié.
    Keyword arguments:
    tab -- liste de nombres
    """
    if len(tab)%2 == 0 :
        i=len(tab)//2
        return (tab[i-1]+tab[i])/2
    else :
        i = len(tab)//2
    return tab[i]
```

3 Chaînes de caractères

3.1 Recherche d'un mot dans une chaîne de caractères

Python

```python
def index_of_word_in_text(mot, texte):
    """ Recherche si le mot est dans le texte.
    Renvoie l'index si le mot est présent, None sinon.
    Keyword arguments:
    mot -- mot recherché
    texte -- texte
    """
    for i in range(1 + len(texte) - len(mot)):
        j = 0
        while j < len(mot) and mot[j] == texte[i + j]:
            j += 1
        if j == len(mot):
            return i
    return None
```

4 Calcul numérique

4.1 Recherche du zéro d'une fonction continue monotone par la méthode de dichotomie

Pseudo Code

Algorithme : Recherche de la solution de $f(x) = 0$ par dichotomie

Données :
- f, fonction : fonction continue et monotone sur $[a, b]$
- a, b, réels : nombre réels tels que $a < b$
- ε, réel : tolérance du calcul

Résultat :
- flt : solution de l'équation

solveDichotomie(f,a,b,ε) :
```
g ← a
d ← b
Tant que d-g>ε Alors :
    m ← (g+d)/2
    Si f(g)*f(m) ≤ 0 Alors :
        d ← m
    Sinon :
        g ← m
    Fin Si
Fin Tant que
Fin fonction
```

Python
```python
def solveDichotomie(f,a,b,eps):
    """
    Recherche par dichotomie de la solution
    de l'équation f(x)=0.
    Keywords arguments :
    Entrées :
        a,b, flt : Nombre réels tels que a<b
        f, function : fonction continue et monotone
        sur [a,b]
        eps,flt : tolérance de la résolution
    Sortie :
        flt : solution de la fonction
    """
    g = a
    d = b
    while (d-g) > eps:
        m = (g+d)/2
        if f(g) * f(m) <= 0 :
            d = m
        else :
            g  = m
    return (g+d)/2
```

4.2 Recherche du zéro d'une fonction continue monotone par la méthode de Newton

Pseudo Code

Algorithme : Recherche de la solution de $f(x) = 0$ par la méthode de Newton

Données :
- f, fonction : fonction continue et monotone sur $[a, b]$
- df, fonction : fonction dérivée de f sur $[a, b]$
- a, réel : nombre réel tel que
- ε, réel : tolérance du calcul

Résultat :
- c : flt : solution de l'équation

solveNewton(f,df,a,ε) :

$c \leftarrow a - \dfrac{f(a)}{d\,f(a)}$

Tant que $|c - a| > \varepsilon$ **alors**

$a \leftarrow c$

$c \leftarrow c - \dfrac{f(c)}{d\,f(c)}$

Fin fonction

Python
```python
def solveNewton(f,df,a,eps):
    """
    Recherche par la méthode de Newton de la solution
    de l'équation f(x)=0.
    Keywords arguments :
    Entrées :
        f, function : fonction à
valeur de IR dans IR
        df, function : dérivée de f à
valeur de IR dans IR
        a, flt : solution initiale
        eps,flt : tolérance de la résolution
    Sortie :
        m : flt : solution de la fonction
    """
    c = a-f(a)/df(a)
    while abs(c-a)>eps:
        a = c
        c = c-f(c)/df(c)
    return c
```

R La dérivée de f notée f' pourra être une fonction qui a été définie. On peut aussi calculer la dérivée de façon numérique. Ainsi, en tenant compte des précautions mathématiques d'usage, il est possible de procéder ainsi :

Python
```python
def derive_fonctions(f,x,eps):
    return (f(x+eps)-f(x))/(eps)
```

4.3 Méthode des rectangles pour le calcul approché d'une intégrale sur un segment

4.3.1 Méthode des rectangles à gauche

■ **Pseudo Code**

Algorithme : Calcul d'intégrale par la méthode des rectangles à gauche

Données :

- f, fonction : fonction définie sur $[a,b]$
- a, réel : borne inférieure de l'intervalle de définition
- b, réel : borne supérieure de l'intervalle de définition, b≥a
- nb, entiers : nombre d'échantillons pour calculer l'intégrale

Résultat :

- res, réel : valeur approchée de $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$

```
integrale_rectangles_gauche(f,a,b,nb) :
    res ← 0
    pas ← (b-a)/nb
    x ← a
    Tant que x<b, Faire :
        res← res + f(x)
        x ← x+pas
    Fin Tant que
    res ← res*pas
    Retourner res
Fin Fonction
```

■ **Python**

```python
def integrale_rectangles_gauche(f,a,b,nb):
    """
    Calcul de la valeur approchée de l'intégrale de f(x) entre a et b par la
    méthode des rectangles àgauche.
    Keywords arguments :
    f -- fonction àvaleur dans IR
    a -- flt, borne inférieure de l'intervalle d'intégration
    b -- flt, borne supérieure de l'intervalle d'intégration
    nb -- int, nombre d'échantillons pour le calcul
    """
    res = 0
    pas = (b-a)/nb
    x = a
    while x<b:
        res = res + f(x)
        x = x + pas
    return res*pas
```

4.3.2 Méthode des rectangles à droite

■ **Pseudo Code**

Algorithme : Calcul d'intégrale par la méthode des rectangles à droite

Données :

- f, fonction : fonction définie sur $[a,b]$
- a, réel : borne inférieure de l'intervalle de définition
- b, réel : borne supérieure de l'intervalle de définition, b≥a
- nb, entiers : nombre d'échantillons pour calculer l'intégrale

Résultat :

- res, réel : valeur approchée de $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$

integrale_rectangles_droite(f,a,b,nb) :
  res ← 0
  pas ← (b-a)/nb
  x ← a+pas
  Tant que x<=b : **Faire**
    res← res + **f**(x)
    x ← x+pas
  Fin Tant que
  res ← res*pas
  Retourner res
Fin Fonction

■ **Python**

```python
def integrale_rectangles_droite(f,a,b,nb):
    """
    Calcul de la valeur approchée de l'intégrale de f(x) entre a et b par la
    méthode des rectangles àdroite.
    Keywords arguments :
    f -- fonction àvaleur dans IR
    a -- flt, borne inférieure de l'intervalle d'intégration
    b -- flt, borne supérieure de l'intervalle d'intégration
    nb -- int, nombre d'échantillons pour le calcul
    """
    res = 0
    pas = (b-a)/nb
    x = a+pas
    while x<=b:
        res = res + f(x)
        x = x + pas
    return res*pas
```

4.3.3 Méthode des rectangles – Point milieu

■ **Pseudo Code**

Algorithme : Calcul d'intégrale par la méthode des rectangles – point milieu

Données :
- f, fonction : fonction définie sur $[a,b]$
- a, réel : borne inférieure de l'intervalle de définition
- b, réel : borne supérieure de l'intervalle de définition, b≥a
- nb, entiers : nombre d'échantillons pour calculer l'intégrale

Résultat :
- res, réel : valeur approchée de $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$

integrale_rectangles_milieu(f,a,b,nb) :
  res ← 0
  pas ← (b-a)/nb
  x ← a+pas/2
  Tant que x<b : **Faire**
    res← res + **f**(x)
    x ← x+pas
  Fin Tant que
  res ← res*pas
  Retourner res

■ **Python**
```
def integrale_rectangles_milieu(f,a,b,nb):
    """
    Calcul de la valeur approchée de l'intégrale de f(x) entre a et b par la méthode du point milieu.
    Keywords arguments :
    f -- fonction àvaleur dans IR
    a -- flt, borne inférieure de l'intervalle d'intégration
    b -- flt, borne supérieure de l'intervalle d'intégration
    nb -- int, nombre d'échantillons pour le calcul
    """
    res = 0
    pas = (b-a)/nb
    x = a+pas/2
    while x<b:
        res = res + f(x)
        x = x + pas
    return res*pas
```

4.4 Méthode des trapèzes pour le calcul approché d'une intégrale sur un segment

■ **Pseudo Code**

Algorithme : Calcul d'intégrale par la méthode des trapèzes

Données :

- f, fonction : fonction définie sur $[a,b]$
- a, réel : borne inférieure de l'intervalle de définition
- b, réel : borne supérieure de l'intervalle de définition, b≥a
- nb, entiers : nombre d'échantillons pour calculer l'intégrale

Résultat :

- res, réel : valeur approchée de $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$

```
integrale_trapeze(f,a,b,nb) :
    res ← 0
    pas ← (b-a)/nb
    x ← a+pas
    Tant que x<b, Faire :
        res← res + f(x)
        x ← x+pas
    Fin Tant que
    res← pas*(res + (f(a) + f(b) )/2 )
    Retourner res
```


■ **Python**

```python
def integrale_trapeze(f,a,b,nb):
    """
    Calcul de la valeur approchée de l'intégrale de f(x) entre a et b par la méthode des trapèzes.
    Keywords arguments :
    f -- fonction àvaleur dans IR
    a -- flt, borne inférieure de l'intervalle d'intégration
    b -- flt, borne supérieure de l'intervalle d'intégration
    nb -- int, nombre d'échantillons pour le calcul
    """
    res = 0
    pas = (b-a)/nb
    x = a+pas
    while x<b:
        res = res + f(x)
        x = x + pas
    res = pas*(res+(f(a)+f(b))/2)
    return res
```

R En raison de la comparaison de réels, il pourrait être préférable de réaliser la boucle while sur un compteur d'échantillons.

4.5 Méthode d'Euler pour la résolution d'une équation différentielle

4.5.1 Méthode d'Euler explicite

Résolution de l'équation différentielle :

$$y(t)+\tau\frac{dy(t)}{dt}=y_f$$

■ **Pseudo Code**

Algorithme : Méthode d'Euler explicite

Données :
- tau, réel : constante de temps
- y_0, réel : valeur initiale de y
- y_f, réel : valeur finale y
- t_f, réel : temps de la simulation numérique
- nb, entier : nombre d'échantillons pour calculer les valeurs de y

Résultat :
- res, liste : liste des couples (t,y(t)).

```
euler_explicite(tau,y_0,y_f,t_f,nb) :
    Initialiser res
    t ← 0
    y ← y_0
    pas ← t_f/nb
    Tant que t<t_f Faire :
        Ajouter (t,y) à res
        y ← y + pas *(y_f-y)/tau
        t ← t + pas
    Fin Tant que
    Retourner res
```

■ **Python**

```python
def euler_explicite(tau,y0,yf,tf,nb):
    """
    Résolution d'une équation différentielle d'ordre 1 en utilisant la méthode
    d'Euler explicite.
    Keywords arguments :
    tau -- flt, constante de temps de l'équation différentielle
    y0 -- flt, valeur initiale de y(t)
    yf -- flt valeur finale de y(t)
    tf -- flt temps de fin de la simulation
    nb -- int, nombre d'échantillons pour la simulation
    """
    t = 0
    y = y0
    pas = tf / nb
    res = []
    while t < tf:
        res.append((t,y))
        y = y + pas*(yf-y)/tau
        t = t + pas
    return res
```

4.6 Algorithme de Gauss – Jordan (wack)

Python

```
def recherche_pivot(A,i):
    n = len(A) # le nombre de lignes
    j = i # la ligne du maximum provisoire
    for k in range(i+1, n):
        if abs(A[k][i]) > abs(A[j][i]):
            j = k # un nouveau maximum provisoire
    return j

def echange_lignes(A,i,j):
    # Li <-->Lj
    A[i][:],A[j][:]=A[j][:],A[i][:]

def transvection_ligne(A, i, j, mu):
    # L_i <- L_i + mu.L_j """
    nc = len(A[0]) # le nombre de colonnes
    for k in range(nc):
        A[i][k] = A[i][k] + mu * A[j][k]

def resolution(AA, BB):
    """Résolution de AA.X=BB; AA doit etre inversible"""
    A, B = AA.copy(), BB.copy()
    n = len(A)
    assert len(A[0]) == n
    # Mise sous forme triangulaire
    for i in range(n):
        j = recherche_pivot(A, i)
        if j > i:
            echange_lignes(A, i, j)
            echange_lignes(B, i, j)
        for k in range(i+1, n):
            x = A[k][i] / float(A[i][i])
            transvection_ligne(A, k, i, -x)
            transvection_ligne(B, k, i, -x)
    # Phase de remontée
    X = [0.] * n
    for i in range(n-1, -1, -1):
        X[i] = (B[i][0]-sum(A[i][j]*X[j] for j in range(i+1,n))) / A[i][i]
    return X
```

5 Algorithmes de tris

5.1 Tri par sélection

Python

```
#Tri par sélection
def tri_selection(tab):
    for i in range(0,len(tab)):
        indice = i
        for j in range(i+1,len(tab)):
            if tab[j]<tab[indice]:
                indice = j
        tab[i],tab[indice]=tab[indice],tab[i]
    return tab
```

5.2 Tri par insertion

5.2.1 Méthode 1

Pseudo Code

Algorithme : Tri par insertion – Méthode 1

Données :
- tab, liste : une liste de nombres

Résultat :
- tab, liste : la liste de nombres triés

```
tri_insertion(tab) :
    n ← longueur(tab)
    Pour i de 2 à n :
        x ← tab(i)
        j ← 1
        Tant que j ≤ i-1 et tab(j)<x :
            j ← j+1
        Fin Tant que
        Pour k de i-1 à j-1 par pas de -1 faire :
            tab(k+1) ← tab(k)
        Fin Pour
        tab(j) ← x
    Fin Pour
```

Python

```python
def tri_insertion_01(tab):
    """
    Trie une liste de nombre en utilisant la méthode
    du tri par insertion.
    En Python, le passage se faisant par référence, il
    n'est pas indispensable de retourner le tableau.
    Keyword arguments:
    tab -- liste de nombres
    """
    for i in range (1,len(tab)):
        x=tab[i]
        j=0
        while j<=i-1 and tab[j]<x:
            j = j+1
        for k in range(i-1,j-1,-1):
            tab[k+1]=tab[k]
        tab[j]=x
```

Estimation de la complexité

- Meilleur des cas, le tableau est trié à l'envers, la complexité est linéaire : $\mathcal{O}(n)$.
- Pire des cas, le tableau est trié, la complexité est quadratique : $\mathcal{O}(n^2)$.

5.2.2 Méthode 2

Pseudo Code

Algorithme : Tri par insertion – Méthode 2

Données :
- tab, liste : une liste de nombres

Résultat :
- tab, liste : la liste de nombres triés

```
tri_insertion(tab) :
    n ← longueur(tab)
    Pour i de 2 à n :
        x ← tab(i)
        j ← i
        Tant que j >1 et tab(j-1)>x :
            tab(j) ← tab(j-1)
            j ← j-1
        Fin Tant que
        tab(j) ← x
    Fin Pour
```

Python

```python
def tri_insertion_02(tab):
    """
    Trie une liste de nombre en utilisant la méthode
    du tri par insertion.
    En Python, le passage se faisant par référence,
    il n'est pas indispensable de retourner le tableau.
    Keyword arguments:
    tab -- liste de nombres
    """
    for i in range (1,len(tab)):
        x=tab[i]
        j=i
        while j>0 and tab[j-1]>x:
            tab[j]=tab[j-1]
            j = j-1
        tab[j]=x
```

Estimation de la complexité

- Meilleur des cas, le tableau est trié, la complexité est linéaire : $\mathcal{O}(n)$.
- Pire des cas, le tableau est trié à l'envers, la complexité est quadratique : $\mathcal{O}(n^2)$.

5.3 Tri shell

Python

```python
def shellSort(array):
    "Shell sort using Shell's (original) gap sequence: n/2, n/4, ..., 1."
    "http://en.wikibooks.org/wiki/Algorithm_Implementation/Sorting/Shell_sort#Python"
    gap = len(array) // 2
    # loop over the gaps
    while gap > 0:
```

```
    # do the insertion sort
    for i in range(gap, len(array)):
        val = array[i]
        j = i
        while j >= gap and array[j - gap] > val:
            array[j] = array[j - gap]
            j -= gap
        array[j] = val
    gap //= 2
```

5.4 Tri rapide «Quicksort»

5.4.1 Tri rapide

Pseudo Code

Algorithme : Tri Quicksort – Segmentation

Données :
- tab, liste : une liste de nombres
- i,j, entiers : indices de début et de fin de la segmentation à effectuer

Résultats :
- tab, liste : la liste de nombre segmenté avec le pivot à sa place définitive
- k entier : l'indice de la place du pivot

```
segmente(tab,i,j) :
    g ← i+1
    d ← j
    p ← tab(i)
    Tant que g ≤ d Faire
        Tant que d≥ 0 et tab(d)>p Faire
            d ← d-1
        Fin Tant que
        Tant que g≤ j et tab(g)≤p Faire
            g ← g+1
        Fin Tant que
        Si g<d alors
            Échange( tab,g,d )
            d ← d-1
            g ← g+1
        Fin Si
    Fin Tant que
    k← d
    Échange( tab,i,d )
    Retourner k
```

Algorithme : Tri Quicksort – Tri rapide

Données :
- tab, liste : une liste de nombres
- i,j, entiers : indices de début et de fin de la portion à trier

Résultats :
- tab, liste : liste triée entre les indices i et j

```
tri_quicksort(tab,i,j) :
    Si g<d alors
        k← segmente(tab,i,j )
        tri_quicksort(tab,i,k-1 )
        tri_quicksort(tab,k+1,j )
    Fin Si
```

Python

```
def segmente(tab,i,j):
```

```
    """
    Segmentation d'un tableau par rapport àun pivot.
    Keyword arguments:
    tab (list) -- liste de nombres
    i,j (int) -- indices de fin et de début de la segmentation
    Retour :
    tab (list) -- liste de nombres avec le pivot àsa place définitive
    k (int) -- indice de la place du pivot
    """
    g =i+1
    d=j
    p=tab[i]
    while g<=d :
        while d>=0 and tab[d]>p:
            d=d-1
        while g<=j and tab[g]<=p:
            g=g+1
        if g<d :
            tab[g],tab[d]=tab[d],tab[g]
            d=d-1
            g=g+1
    k=d
    tab[i],tab[d]=tab[d],tab[i]
    return k

def tri_quicksort(tab,i,j):
    """
    Tri d'une liste par l'utilisation du tri rapide (Quick sort).
    Keyword arguments:
    tab (list) -- liste de nombres
    i,j (int) -- indices de fin et de début de la zone de tri
    Retour :
    tab (list) -- liste de nombres avec le pivot àsa place définitive
    """
    if i<j :
        k = segmente(tab,i,j)
        tri_quicksort(tab,i,k-1)
        tri_quicksort(tab,k+1,j)
```

5.4.2 Tri rapide optimisé

Pseudo Code

Algorithme : Tri Quicksort – Tri rapide optimisé

Données :
- tab, liste : une liste de nombres
- i,j, entiers : indices de début et de fin de la portion de liste à trier

Résultats :
- tab, liste : liste triée entre les indices i et j

```
tri_quicksort_optimized(tab,i,j) :
    Si i<j alors
        k← segmente(tab,i,j )
        Si k-i>15 alors
            tri_quicksort(tab,i,k-1 )
        Sinon
            tri_insertion(tab,i,k-1 )
        Fin Si
        Si j-k>15 alors
            tri_quicksort(tab,k+1,j )
        Sinon
            tri_insertion(tab,k+1,j )
        Fin Si
    Fin Si
```

5.5 Tri fusion

Pseudo Code

Algorithme : Tri Fusion – Fusion de deux listes

Données :

- tab, liste : une liste de nombres tab(g :d) avec g indice de la valeur de gauche, d indice de la valeur de droite
- m, entier : indice tel que $g \leq$m<d et tel que les sous-tableaux tab(g :m) et tab(m+1 :d) soient ordonnés

Résultats :

- tab, liste : liste triée entre les indices g et d

```
fusion_listes(tab,g,d,m) :
    n1← m-g+1
    n2← d-m
    Initialiser tableau G
    Initialiser tableau D
    Pour i allant de 1 à n1 faire
        G(i) ← tab(g+i-1)
    Fin Pour
    Pour j allant de 1 à n2 faire
        D(j) ← tab(m+j)
    Fin Pour
    i ← 1
    j ← 1
    G(n1+1) ← +∞
    D(n2+1) ← +∞
    Pour k allant de g à d faire
        Si G(i)≤D(j) alors
            tab(k)← G(i)
            i← i+1
        Sinon
            Si G(i)>D(j) alors
                tab(k)← D(j)
                j← j+1
            Fin Si
        Fin Si
    Fin Pour
```

Pseudo Code

Algorithme : Tri Fusion

Algorithme récursif du table de tri.

Données :

- tab, liste : une liste de nombres non triés tab(g :d)
- g,d, entiers : indices de début et de fin de la liste

Résultats :

- tab, liste : liste triée entre les indices g et d

```
tri_fusion(tab,g,d) :
    Si g<d alors
        m ← (g+d) div 2
        tri_fusion(tab,g,m)
        tri_fusion(tab,m+1,d)
        fusion_listes(tab,g,d,m)
    Fin Si
```

Python

```python
def fusion_listes(tab,g,d,m):
    """
    Fusionne deux listes triées.
    Keyword arguments:
    tab (list) -- liste : une liste de nombres tab[g:d] avec g indice de la
    valeur de gauche, d indice de la valeur de droite
    g,d,m (int) -- entiers : indices tels que g<=m<d et tel que les
    sous-tableaux tab[g:m] et tab[m+1:d] soient ordonnés
    Résultat :
    tab (list) : liste triée entre les indices g et d
    """
    n1 = m-g+1
    n2 = d-m
    G,D = [],[]
    for i in range (n1):
        G.append(tab[g+i])
    for j in range (n2):
        D.append(tab[m+j+1])
    i,j=0,0
    G.append(99999999999)
    D.append(99999999999)
    for k in range (g,d+1):
        if G[i]<=D[j]: # and i<=n1
            tab[k]=G[i]
            i=i+1
        elif G[i]>D[j]: # and j<=n2
            tab[k]=D[j]
            j=j+1

def tri_fusion(tab,g,d):
    """
    Tri d'une liste par la métode du tri fusion
    Keyword arguments:
    tab (list) -- liste : une liste de nombres non triés tab[g:d]
    g,d (int) -- entiers : indices de début et de fin de liste si on veut trier
                     tout le tableau g=0, d=len(tab)-1
    Résultat :
    tab (list) : liste triée entre les indices g et d
    """
    if g<d:
        m=(g+d)//2
        tri_fusion(tab,g,m)
        tri_fusion(tab,m+1,d)
        fusion_listes(tab,g,d,m)
```

6 Algorithmes classiques

6.1 Division euclidienne

- **Pseudo Code**

  Data : $a, b \in \mathbb{N}^*$
  reste ← a
  quotient ← 0
  tant que *reste* $\geq b$ **faire**
  | reste ← reste − b
  | quotient ← quotient + 1
  fin
  Retourner quotient,reste

6.2 Algorithme d'Euclide

Cet algorithme permet de calculer le PGCD de deux nombres entiers. Il se base sur le fait que si a et b sont deux entiers naturels non nuls, $pgcd(a,b) = pgcd(b, a \mod b)$.

■ **Pseudo Code**

Fonction PGCD : algorithme d'Euclide

Données : a et b : deux entiers naturels non nuls tels que a > b
Résultat : le PGCD de a et b

Euclide_PGCD(a,b)
  Répéter
    r ← a mod b
    a ← b
    b ← r
  Jusqu'à r == 0
  Retourner a

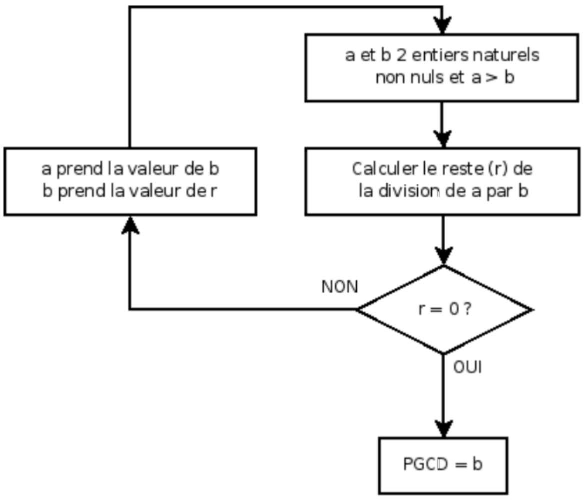
■ **Python**

Codage en Pythonde l'algorithme d'Euclide :

```
def Euclide_PGCD(a,b): # on définit le nom de la
                       # fonction et ses variables
                       # d'entrées/d'appel
    r=a%b              # on calcule le reste dans
                       # la division de a par b

    while r!=0:        # tant que r est non nul :
        a=b            # b devient le nouveau a
        b=r            # r devient le nouveau b
        r=a%b          # on recalcule le reste

    return(b)          # une fois la boucle terminée,
                       # on retourne le dernier b
print(Euclide_PGCDpgcd(1525,755))
                       # on affiche le résultat
                       # retourné par la fonction
```



6.3 Calcul de puissance

6.3.1 Algorithme naïf

■ **Python**

```
def exponentiation_naive(x,n):
    """
    Renvoie x* *n par la methode naive.
    Keyword arguments:
    Entrées :
        x, flt : un nombre réel
        n, int : un nombre entier
    Sortie :
        res,flt : resultat
    """
    res = 1
    while n>=1:
        res = res * x
        n=n-1
    return res
```

6.3.2 Exponentiation rapide itérative

■ **Python**

```
def exponentiation_rapide_iteratif(x,n):
    """
    Renvoie x**n par la methode d'exponentiation rapide.
    Keyword arguments:
    Entrées :
        x, flt : un nombre réel
        n, int : un nombre entier
```

Part. 2 – Bilan

```
    Sortie :
        res,flt : resultat
    """
    if n==0 :
        return 1
    else :
        res = 1
        a = x
        while n>0:
            if n%2 == 1:
                res = res*a
            a=a*a
            n=int(n/2)
        return res
```

Références

[1] Patrick Beynet, Cours d'informatique de CPGE, Lycée Rouvière de Toulon, UPSTI.

[2] Adrien Petri et Laurent Deschamps, Cours d'informatique de CPGE, Lycée Rouvière de Toulon.

[3] Damien Iceta, Cours d'informatique de CPGE, Lycée Gustave Eiffel de Cachan, UPSTI.

[4] Benjamin WACK, Sylvain CONCHON, Judicaël COURANT, Marc DE FALCO, Gilles DOWEK, Jean-Christophe FILLIÂTRE, Stéphane GONNORD, Informatique pour tous en classes préparatoires aux grandes écoles, Éditions Eyrolles.