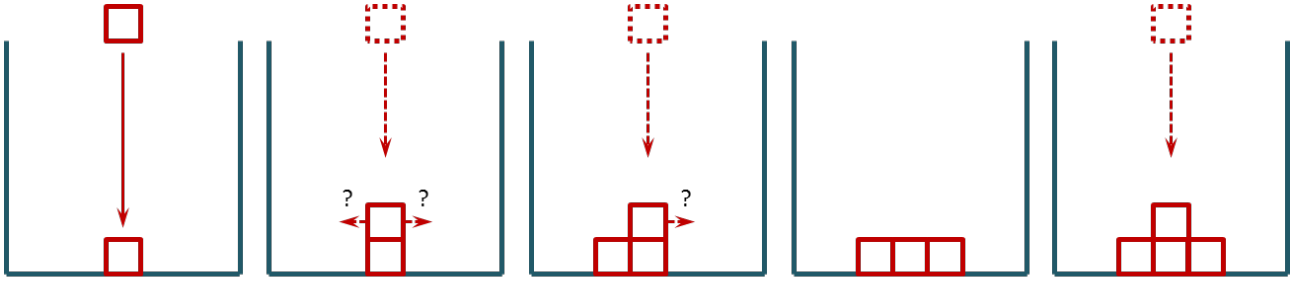
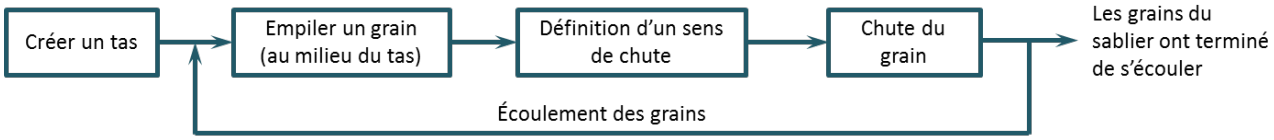
1 Présentation

On se propose de modéliser la constitution d'un tas de sable ainsi que l'écoulement des grains dans un sablier. Afin de simplifier le problème, on se restreindra à travailler en 2 dimensions. Le tas sera modélisé par une pile de grains de sable.

Dans le cas du sablier, les grains tombent toujours sur la même pile. Le processus de constitution de la pile est le suivant :



Un algorithme très succinct présente le déroulement de la chute d'un grain de sable.



2 Création des objets

2.1 Gestion des piles de sables

Une pile de sable est modélisée par... une pile dont la taille n'est pas limitée. Cette dernière est implémentée sous forme d'une liste.

Question 1 *Donner l'implémentation des fonctions élémentaires permettant de créer une pile dans Python à savoir les fonctions* `creer_pile`, `empiler`, `depiler`, `est_vide`. ***Pour cette question on s'autorise l'utilisation des méthodes sur les listes.***

Correction

```
def creer_pile():
    return []

def empiler2(pile,el):
    pile.append(el)

def depiler(pile):
    return pile.pop()

def est_vide(pile):
    return len(pile)==0
```

Question 2 *Donner l'implémentation de la fonction* `taille_pile`, *permettant de connaître la taille d'une pile.* ***Pour cette question seules les fonctions définies ci-dessus sont acceptées.*** *La pile ne doit pas être modifiée à l'issue de la fonction. Donner la complexité algorithmique de la fonction implémentée*

Correction

```
def taille(pile):
    i=0
    pile_tmp=creer_pile()
    while not est_vide(pile):
        i=i+1
```

```
        empiler(pile_tmp)
        depiler(pile)
    while not est_vide(pile_tmp):
        depiler(pile_tmp)
        empiler(pile)
    return i
```

La complexité de l'opération est une $\mathcal{O}(n)$.

Question 3 *Redéfinir la fonction* `empiler` *pour que le seul élément empilable soit la chaîne de caractères "*". Ainsi, une pile de sable sera constituée d'une pile d'étoiles.*

Correction

```
def empiler(pile):
    pile.append("*")
```

2.2 Gestion du tas de sable

Un tas de sable va être modélisé par une liste de piles de grains de sable.

Question 4 *Implémenter la fonction* `creer_tas` *permettant de créer un tas de* `n` *piles (vides et verticales) de sable.*

Correction

```
def creer_tas(n):
    tas = []
    for i in range(n):
        tas.append(creer_pile())
    return tas
```

Question 5 *Donner l'(ou les) instruction(s) permettant de dépiler un grain de sable sur la pile n et d'empiler un grain de sable sur la pile $n-1$.*

Correction

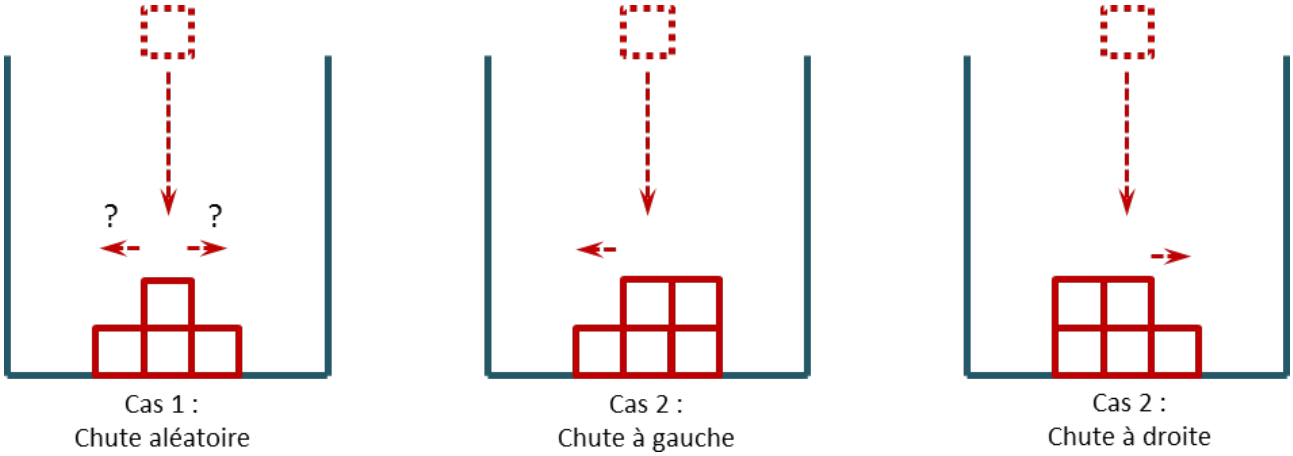
```
depiler(tas[indice])
empiler(tas[indice+1])
```

3 Écoulement

On va maintenant implémenter les fonctions qui vont permettre de régir l'écoulement d'un grain de sable. On suppose que les grains tombent toujours sur la même pile.

On s'intéresse d'abord au sens d'écoulement d'un grain de sable. Pour cela, on définit une variable `sens` qui vaut 0 lorsque le grain doit s'écouler vers la gauche et qui vaut 1 lorsque le grain doit s'écouler vers la droite.

On identifie les 3 cas suivants pour déterminer le sens de chute d'un grain :



Question 6 *Exprimer la condition booléenne pour laquelle un grain de sable chute à gauche.*

Correction `(taille(tas[indice_m-1])==hauteur_tas-2 and taille(tas[indice_m+1])==hauteur_tas-1)`

Question 7 *Exprimer la condition booléenne pour laquelle un grain de sable chute aléatoirement à gauche ou à droite.*

Correction `(taille(tas[indice_m-1])==hauteur_tas-2 and taille(tas[indice_m+1])==hauteur_tas-2)`

Question 8 *En réalisant un schéma donner un cas de figure pour lequel il n'y a pas d'écoulement de grain. Traduire la condition booléenne correspondante.*

Correction

On considère un écoulement vers la gauche.

Question 9 *Exprimer la condition booléenne permettant de savoir si un grain sur la pile n doit s'écouler sur la gauche. On tiendra compte du cas ou le grain est sur le bord du sablier.*

Correction `(taille(tas[indice])>taille(tas[indice-1])+1 and taille(tas[indice])>1 and indice >0)`

On appelle `cond` la condition exprimée à la question précédente. On appelle `chute` la fonction permettant de régir la chute du grain (**ici vers la gauche**). Les spécifications de la fonction sont les suivantes :

▪ Python
```
def chute(tas,indice,sens):
    """
    Gestion d'une chute de grain de sable.
    Entrées :
     * tas(liste de piles) : tas de sable
     * indice(int) : pile àlaquelle on a déposé le dernier grain de sable
     * sens(int) : 0 chute àgauche, 1 chute àdroite
    Sortie :
     * le tas est modifié mais n'est pas retourné.
    """
```

Question 10 *Implémenter la fonction* `chute` *permettant de gérer la chute d'un grain de sable vers la gauche.* ***Cette fonction devra être récursive.***

Correction

```
def chute(tas,indice,sens):
    if sens == 0 :
        if (taille(tas[indice])>taille(tas[indice-1])+1 and taille(tas[indice])>1 and indice >0):
            depiler(tas[indice])
            empiler(tas[indice-1])
            chute(tas,indice-1,sens)
        else :
            return None
```

4 Affichage du tas de sable

On donne le tas de sable suivant :

```
>> print(tas)
    [[], ['*'], ['*', '*'], ['*', '*', '*'],
    ['*', '*'], ['*'], []]
```

On souhaite l'afficher sous la forme suivante :

```
_______
___*___
__***__
_*****_
```

Question 11 *Implémenter la fonction* `affichage` *permettant d'afficher un tas sous la forme définie ci-dessus.*

Correction

Question 12 *Question subsidiaire – Créer la fonction* `sablier` *prenant comme argument la taille de la base du sablier et le nombre de grains à écouler.*

Correction