TD 01

Révision 1

Résolution des problèmes de statique – Statique 2D

Savoirs et compétences :

Xavier Pessoles
PSI⋆ – MP

1 Les graphes ? Où ça ?

Réseau de transport, Graphes du web, réseaux sociaux, bio-informatique.

2 Arbres binaires

R Les arbres binaires ne sont pas au programme. Il faudrait en faire un TD ou un exercice. Froidevaux P117

Définition — Arbres. [**ref_01**] Un arbre est un ensemble de **nœuds**, organisés de façon hiérarchique, à partir d'un nœud distingué appelé racine. Les nœuds sont reliés entre eux par des arcs ou par des arrêtes.

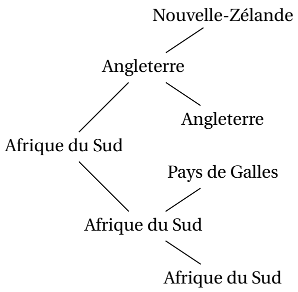

FIGURE 1 – Dernier carré du Championnat du monde de Rugby à XV 2019

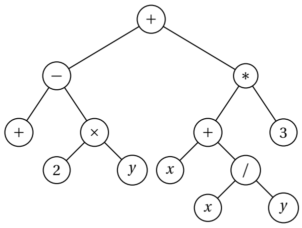

FIGURE 2 – Arbre codant l'expression arithmétique $(x-2\times y)+(x+y/z)\times 3$

Définition — Arbre binaire. [**ref_03**]

Un arbre binaire est un arbre pour lequel chaque nœuds a au plus deux fils.

Un nœud n'ayant pas de fils est appelé **feuille**.

Le niveau d'un nœud, autrement dit la distance entre la feuille la plus éloignée et la racine, est appelé **profondeur**.

Les arbres ci-dessus sont des arbres **binaires**, c'est-à-dire que chaque nœuds a au plus deux fils.

Définition Un arbre binaire (ou binaire-unaire) est un arbre avec une racine dans lequel chaque nœud a au plus deux fils.

Un arbre binaire strict ou localement complet est un arbre dont tous les nœuds possèdent zéro ou deux fils.

Un arbre binaire dégénéré est un arbre dans lequel tous les nœuds internes n'ont qu'un seul fils. Ce type d'arbre n'a qu'une unique feuille et peut être vu comme une liste chaînée.

Un arbre binaire parfait est un arbre binaire strict dans lequel toutes les feuilles (nœuds n'ayant aucun fils) sont à la même distance de la racine (c'est-à-dire à la même profondeur). Il s'agit d'un arbre dont tous les niveaux sont remplis : où tous les noeuds internes ont deux fils et où tous les nœuds externes ont la même hauteur.

Un arbre binaire complet ou presque complet, à ne pas confondre avec localement complet (ci-dessus), est un arbre dans lequel tous les niveaux sont remplis à l'exception éventuelle du dernier, dans lequel les feuilles sont alignées à gauche. On peut le voir comme un arbre parfait dont le dernier niveau aurait été privé de certaines de ses feuilles en partant de la plus à droite. Une autre façon de le voir serait un arbre binaire strict dans lequel les feuilles ont pour profondeur n ou n-1 pour un n donné. Le caractère éventuel est important : un arbre parfait est nécessairement presque complet tandis qu'un arbre presque complet peut être parfait.

2.1 Une première implémentation

2.1.1 Les dictionnaires

Définition — Dictionnaires. Les dictionnaires sont des des types de données *composites* qui permettent d'y enregistrer des données. Chaque donnée (appelée aussi valeur) est stockée de façon non ordonnée. Cependant, on associe un index (ou clé) à ces valeurs afin de pouvoir y accéder.

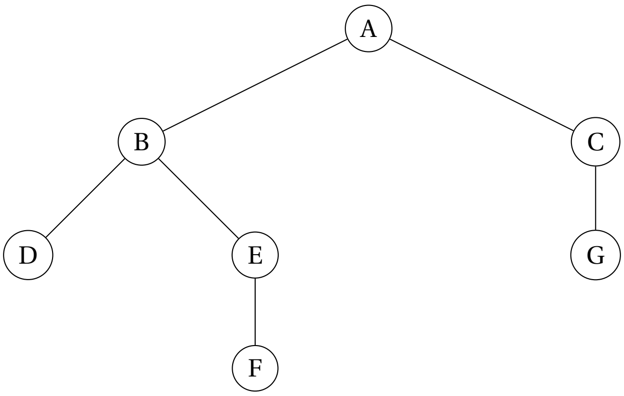

FIGURE 3 – Arbre codant l'expression arithmétique $(x-2\times y)+\left(x+y/z\right)\times 3$

```
>>> graph = {'A': ['B', 'C'],
             'B': ['D', 'E'],
             'C': ['G'],
             'D': [''],
             'E': ['F'],
             'F': ['']
             'G': [''],}
```

Rév – Stat

3 Les graphes

Définition — Graphe. [**ref_01**] Un graphe est un ensemble de **sommets** et **relations** entre ces sommets.
Lorsque deux sommets sont en relation, on dit qu'il existe une **arête** entre ces sommets.

Définition — Graphe non orienté – Arêtes. Un graphe non orienté G est un couple $G=(S,A)$, où S est un ensemble fini de sommets (appelés aussi nœuds) et où A est un ensemble fini de paires ordonnées de sommets, appelées arêtes.
On note $x-y$ l'arête $\{x,y\}$. x et y sont les deux extrémités de l'arête.

Définition — Graphe orienté – Arcs. [**ref_01**] Un graphe orienté G est un couple $G=(S,A)$, où S est un ensemble fini de sommets et où A est un ensemble fini de paires ordonnées de sommets, appelées arcs.
On note $x\to y$ l'arc (x,y). x est l'extrémité initiale de l'arc, y est son extrémité terminale. On dit que y est successeur de x et que x est prédécesseur de y.

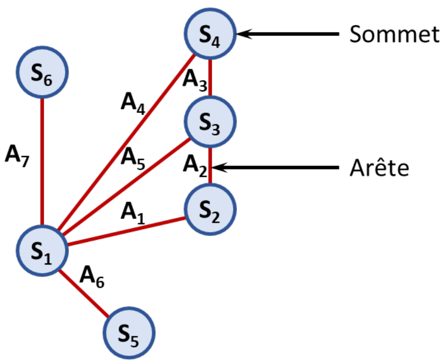

FIGURE 4 – Graphe non orienté

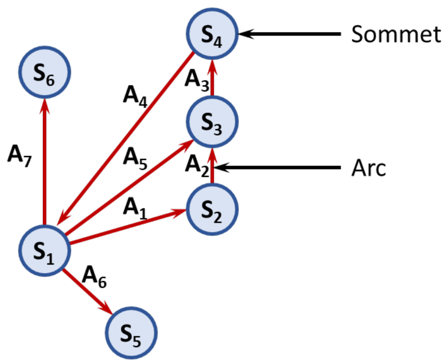

FIGURE 5 – Graphe orienté

Définition — Adjacence. Deux arcs (resp. arêtes) d'un graphe orienté (resp. non orienté) sont dits adjacents s'ils ont au moins une extrémité commune.
Deux sommets d'un graphe non orienté sont dits adjacents s'il existe une arête les joignant.
Dans un graphe orienté, le sommet y est dit adjacent au sommet x s'il existe un arc $x\to y$.

▪ **Exemple** Dans le cas de la figure **??**, les sommets suivants sont adjacents : $(S_1;S_2)$, $(S_1;S_3)$, $(S_1;S_4)$, $(S_1;S_5)$ et $(S_1;S_6)$

(liste non exhaustive).

■

Définition — Boucle.

Définition — Degré d'un sommet. On appelle degré d'un sommet s et on note $d(s)$ le nombres d'arcs (ou d'arêtes) dont s est une extrémité.

Définition — Degré entrant et sortant. On note s le sommet d'un graphe orienté. On note :

- $d_+(s)$ le demi-degré extérieur de s, c'est-à-dire le nombre d'arcs ayant leur extrémité initiale en s (ces arcs sont dits incidents à s vers l'extérieur) ;
- $d_-(s)$ le demi-degré intérieur de s, c'est-à-dire le nombre d'arcs ayant leur extrémité finale en s (ces arcs sont dits incidents à s vers l'intérieur).

Dans ce cas, on a $d°(s) = d_-(s) + d_+(s)$.

■ **Exemple**

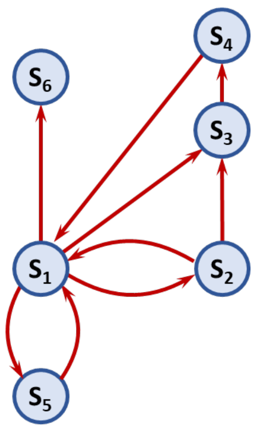

FIGURE 6 – Graphe orienté

- $d_-(S_1) = 3$.
- $d_+(S_1) = 4$.
- $d°(S_1) = 7$.

■

Définition — Chemin d'un sommet à un autre.

Définition — Cycle.

Définition — Connexité dans les graphes non orientés.

??Types de données algorithmes, Christine Froidevaux, Marie-Christine Gaudel, Michèle Soria. Mc Graw – Hill.
??https://www.python.org/doc/essays/graphs/
??https://fr.wikipedia.org/wiki/Arbre_binaire