# TP 05

## Tracé de fonctions

*Sources :*

***Savoirs et compétences :***

❒

**Consignes**
Attention : suivez précisément ces instructions. Votre fichier portera un nom du type

`tp05_durif_kleim.py`,

où les noms de vos enseignants sont à remplacer par ceux des membres du binôme. Le nom de ce fichier ne devra comporter ni espace, ni accent, ni apostrophe, ni majuscule. Dans ce fichier, vous respecterez les consignes suivantes.

- Écrivez d'abord en commentaires (ligne débutant par #), le titre du TP, les noms et prénoms des étudiants du groupe.
- Commencez chaque question par son numéro écrit en commentaires.
- Les questions demandant une réponse écrite seront rédigées en commentaires.
- Les questions demandant une réponse sous forme de fonction ou de script respecteront pointilleusement les noms de variables et de fonctions demandés.

Les figures demandées porteront toutes un nom du types `tp05_durif_kleim_num.png`, où les noms de vos enseignants sont à remplacer par ceux des membres du binôme et où

- `num` vaut `q04` pour la question ;
- `num` vaut `q05` pour la question ;
- `num` vaut `q08` pour la question ;
- `num` vaut `q11` pour la question (question facultative).

## Activité 1 : Tracé de fonctions simples

En utilisant `Python` on peut tracer de nombreux types de graphiques. Nous allons utiliser une bibliothèque regroupant de (très) nombreuses fonctions de tracé : `matplotlib`. En fait, cette bibliothèque est bien trop vaste, nous n'utiliserons que sa sous-bibliothèque `matplotlib.pyplot`.

Commencez par ouvrir votre IDE, puis créez un script nommé `tp05_ex_sin.py`. Recopiez dedans le script suivant.

```python
import matplotlib.pyplot as plt
from numpy import sin

n = 20
x = [k*10/n for k in range(n)]
y = [sin(t) for t in x]

plt.clf()
plt.plot(x,y,label='sin(x)')
plt.xlabel('x')
plt.legend(loc=0)
plt.title('Tracé du sinus sur [0,10]')
plt.savefig('tp05_ex_sin.png')
```

Éxécutez ce script et vérifiez que la figure créée est en tout point semblable à celle présente sur le site de classe.

**Q 1 :** Quel est le type de `x` ?

**Q 2 :** Comment `Python` représente-t-il graphiquement une fonction ?

**Q 3 :** Où le tracé s'arrête-t-il ? Pourquoi ?

On rappelle que l'on peut simplement créer une liste d'abscisses en utilisant la fonction `linspace` de la bibliothèque de calcul `numpy`.
Chargez cette fonction dans l'interpréteur interactif par la commande

```
from numpy import linspace
```

puis consultez son manuel par la commande `help(linspace)`.

**Q 4 :** Écrire une fonction `ex_sin(nom_de_fichier)` permettant tracer de manière plus appropriée la courbe de l'exemple précédent et qui enregistre l'image produite dans le fichier `nom_de_fichier`. Vous produirez alors une image, que vous enverrez à votre enseignant.
Indication : Attention au type de `nom_de_fichier` ! Notamment, on supposera que l'extension du fichier est déjà présente dans `nom_de_fichier`.

**Q 5 :** Écrire une fonction `transitoire(A,nom_de_fichier)` qui enregistre dans le fichier `nom_de_fichier` le graphe des fonctions

$$t \mapsto A\left(1-\mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$$

sur $[0,10]$, pour chaque $\tau \in \left\{\frac{1}{2};1;2;4;8\right\}$. Vous produirez une image (vous choisirez $A$), que vous enverrez à votre enseignant.
Indication : Attention au type de `nom_de_fichier` !

## Activité 2 : Synthèse de Fourier

On s'intéresse maintenant à l'approximation d'un signal périodique par des fonctions trigonométriques. On considère sur $\mathbb{R}$ la fonction créneau, impaire et périodique de période 2, définie par $C(1)=0$ et sur $]0,1[$ par

$$C : t \mapsto 1.$$

Soit aussi la fonction triangle, définie sur $\mathbb{R}$, paire et périodique de période 2, définie sur $[0,1]$ par

$$T : t \mapsto 1-2t.$$

Ces deux fonctions sont représentées sur la figure 1.

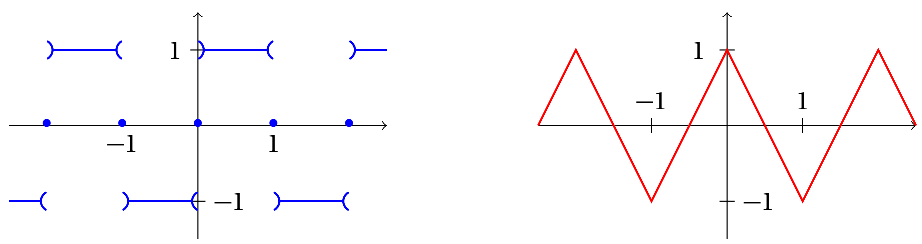


FIGURE 1 – Signal créneau et signal triangulaire.

On peut montrer que, en tout réel $t$ où $C$ est continue,

$$C(t) = \frac{4}{\pi}\sum_{p=0}^{+\infty}\frac{1}{2p+1}\sin((2p+1)\pi t).$$

De même, pour tout $t \in \mathbb{R}$,

$$T(t) = \frac{8}{\pi^2}\sum_{p=0}^{+\infty}\frac{1}{(2p+1)^2}\cos((2p+1)\pi t).$$

Ce symbole $\sum_{p=0}^{+\infty}$ doit être vu comme une limite et sera défini dans le cours de mathématiques. On approche alors, pour tout $t \in \mathbb{R}$, $C(t)$ et $T(t)$ respectivement par les sommes

$$C_n(t) = \frac{4}{\pi}\sum_{p=0}^{n}\frac{1}{2p+1}\sin((2p+1)\pi t)$$

et

$$T_n(t) = \frac{8}{\pi^2}\sum_{p=0}^{n}\frac{1}{(2p+1)^2}\cos((2p+1)\pi t).$$

Les physiciens appellent le terme en $p=0$ le fondamental et les autres termes les harmoniques.

**Q 6 :** Écrire une fonction `creneau(t)` renvoyant la valeur de $C$(`t`) (pour `t` réel).
Indication : on pourra considérer la parité de la partie entière de `t`.

**Q 7 :** Écrire une fonction `sp_creneau(n,t)` renvoyant la valeur de $C_{\mathtt{n}}$(`t`) (pour `n` entier et `t` réel).

**Q 8 :** Écrire une fonction `fourier_creneau(nom_de_fichier)` ne renvoyant rien et enregistrant dans `nom_de_fic` le graphe sur l'intervalle $[0,4]$ de $C$, celui de son fondamental (i.e, $C_0$), ainsi que ceux de $C_3$, $C_5$ et $C_{100}$. Vous produirez une image, que vous enverrez à votre enseignant.

Pour les plus rapides, voici des questions supplémentaires.

**Q 9 :** Écrire une fonction `triangle(t)` renvoyant la valeur de $T$(`t`) (pour `t` réel).

**Q 10 :** Écrire une fonction `sp_triangle(n,t)` renvoyant la valeur de $T_{\mathtt{n}}$(`t`) (pour `n` entier et `t` réel).

**Q 11 :** Écrire une fonction `fourier_triangle(nom_de_fichier)` ne renvoyant rien et enregistrant dans `nom_de_fichier` le graphe sur l'intervalle $[0,4]$ de $T$, celui de son fondamental (i.e, $T_0$), ainsi que ceux de $T_3$, $T_5$ et $T_{100}$. Vous produirez une image, que vous enverrez à votre enseignant.

Cycle 01