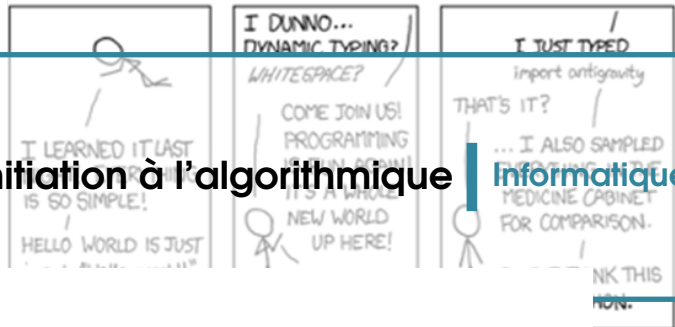
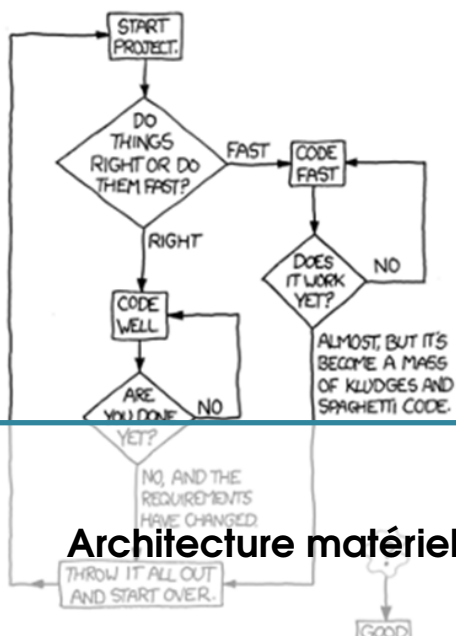


## HOW TO WRITE GOOD CODE:



## Architecture matérielle et initiation à l'algorithmique Informatique

## Chapitre 1 – 03

### Structures algorithmiques

23 Septembre 2020

## Savoirs et compétences :

- AA.C4 : Comprendre un algorithme et expliquer ce qu'il fait
- AA.C5 : Modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent
- AA.C6 : Concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé
- AA.C7 : Expliquer le fonctionnement d'un algorithme
- AA.C8 : Écrire des instructions conditionnelles avec alternatives, éventuellement imbriquées
- AA.S8 : Instructions conditionnelles
- AA.S9 : Instructions itératives

<b>1</b>	<b>L'instruction conditionnelle</b>	<b>2</b>
1.1	Algorithme	2
1.2	Syntaxe en Python	2
1.3	Exemple	2
1.4	À propos des conditions	2
1.5	Imbrication de plusieurs conditions	3
1.6	Syntaxe en Python	4
<b>2</b>	<b>Boucles définies</b>	<b>4</b>
2.1	Un programme très simple	4
2.2	Le principe DRY	5
2.3	Syntaxe en Python	5
2.4	Autre problème ...	5
2.5	Les intervalles d'entiers en Python	6
<b>3</b>	<b>Boucles indéfinies ou conditionnelles</b>	<b>6</b>
3.1	Algorithme	6
3.2	Syntaxe en Python	6
<b>4</b>	<b>Applications</b>	<b>8</b>
4.1	Structures de boucles	8
4.2	Instructions conditionnelles	8
4.3	Boucles "while"	9

## 1 L'instruction conditionnelle

### 1.1 Algorithme

Quand on veut écrire un programme, on souhaite établir des connections logiques entre les instructions. Ainsi, l'instruction conditionnelle a pour objet d'intervenir dans le choix de l'instruction suivante en fonction d'une expression booléenne qu'on désignera par **condition** :

	<b>Si</b> condition <b>alors</b> bloc d'instructions 1 <b>sinon</b> bloc d'instructions 2 <b>Fin-du-Si</b>
	signifie que
	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Si</b> la condition est vérifiée (expression booléenne=True)     <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc 1 ;</li><li>• <b>si</b> la condition n'est pas vérifiée (expression booléenne=False)     <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc 2.</li></ul>

### 1.2 Syntaxe en Python


```
if condition :  
    bloc d instructions 1  
else :  
    bloc d instructions 2
```


- **Si** et **Sinon** se traduisent par if et else.
- **Alors** se traduit par « : » en bout de ligne et une indentation de toutes les lignes du bloc 1.
- **Fin-du-Si** se traduit par un retour à la ligne sans indentation.

### 1.3 Exemple

On veut tester si un nombre  $x$  est proche de 3 à  $10^{-4}$  près. On peut alors écrire la fonction suivante.

```
def est_proche(x):  
    """x est proche de 3 à 10**-4 près ?"""  
    distance = abs(x-3)  
    if distance <= 10**(-4) :  
        return True  
    else :  
        return False
```

 La partie **sinon** est optionnelle. Sans elle, si la condition n'est pas vérifiée, alors la machine n'exécute rien.

 On pouvait très bien remplacer cette boucle conditionnelle avec un usage astucieux des booléens, comme suit.

```
def est_proche(x):  
    """x est proche de 3 à 10**-4 près ?"""  
    distance = abs(x-3)  
    return distance <= 10**(-4)
```

La fonction est alors plus concise, mais plus difficilement lisible.

### 1.4 À propos des conditions

L'expression booléenne derrière le **si** joue le rôle de test. Pour exprimer cette condition, on a besoin des **opérateurs de comparaison** (inférieur strict, supérieur strict, inférieur ou égal, supérieur ou égal, égal à, différent de) et des **connecteurs logiques** (non, et, ou).

- Calcul du carré d'un nombre positif.

```
>>> x=4
>>> if x >= 0 :
...     carr = x**2
...
>>> carr
16
```

- Comprenez-vous le message d'erreur?

```
>>> x = -5
>>> if x>= 0 :
...     carr = x**2
... carr
File "<stdin>", line 3
    carr
    ^
SyntaxError: invalid syntax
```

- Condition avec un « et ».

```
>>> x = 0.5
>>> if x >= -1 and x<= 1 :
...     print("Il existe un angle theta tel que x = cos(theta).")
...
Il existe un angle theta tel que x = cos(theta).
```

## 1.5 Imbrication de plusieurs conditions

On peut se trouver face à un problème qui se scinde en plus de deux cas (par exemple, dans le cas des équations du second degré, on teste si le discriminant est strictement positif, nul ou strictement négatif). Dans ce cas, voici comment procéder.

<p><b>Si</b> condition 1  <b>alors</b> bloc d'instructions 1  <b>sinon si</b> condition 2              <b>alors</b> bloc d'instructions 2              <b>sinon si</b> condition 3                  <b>alors</b> bloc d'instructions 3              ...</p> <p>    <b>sinon</b> bloc final</p> <p><b>Fin-du-Si</b></p> <p>signifie que</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Si</b> la condition 1 est vérifiée (expression booléenne=<i>True</i>)  <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc 1.</li> <li>• <b>Si</b> la condition 1 n'est pas vérifiée (expression booléenne=<i>False</i>) mais que la condition 2 est vérifiée  <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc 2.</li> <li>• <b>Si</b> les conditions 1 et 2 ne sont pas vérifiées mais que la condition 3 est vérifiée  <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc 3...</li> <li>• <b>Si</b> aucune condition n'est vérifiée  <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc final.</li> </ul>
--



- Si la condition 1 est vérifiée, le programme ne se préoccupe pas des conditions suivantes.
- Chaque **sinon si** agit comme un **filtre**. L'ordre de ces filtres est important. Ainsi, les séquences d'instructions :

```
x ← 3
Si x > 6
    alors renvoyer x + 2
    sinon si x > 4
        alors renvoyer x + 4
        sinon si x > 2
            alors renvoyer x + 6
            sinon renvoyer x
Fin-du-Si
et
```

```

x ← 3
Si x > 6
    alors renvoyer x + 2
    sinon si x > 2
        alors renvoyer x + 6
        sinon si x > 4
            alors renvoyer x + 4
            sinon renvoyer x
Fin-du-Si

```

ne renvoient pas la même chose.

## 1.6 Syntaxe en Python

```

if condition 1 :
    bloc d instructions 1
elif condition 2 :
    bloc d instructions 2
elif condition 3 :
    bloc d instructions 3
.
.
.
else :
    bloc final

```

- **Sinon si** se traduit par `elif`.

■ **Exemple** Écrire les deux séquences d'instructions de la remarque 1.5 en Python, et constater que l'on obtient bien deux résultats différents. ■

Voici une fonction qui calcule le maximum de trois entiers `a`, `b`, `c` :

```

def max3 (a, b, c) :
    """ renvoie le maximum de a, b ,c.
    précondition : a, ,b et c sont 3 entiers """
    if a <= c and b <= c :
        return c
    elif a <= b and c < b :
        return b
    else :
        return a

```

## 2 Boucles définies

### 2.1 Un programme très simple

Écrivons un programme pour saluer la classe (disons les 8 premiers élèves) :

```

print('Bonjour Baptiste')
print('Bonjour Lisa')
print('Bonjour Pierrick')
print('Bonjour Louise-Eugénie')
print('Bonjour Qasim')
print('Bonjour Lorenzo')
print('Bonjour Arthur')
print('Bonjour Ylies')

```

Mais combien de travail faut-il faire si :

- on veut dire bonsoir et non bonjour?
- on veut dire «Baptiste, comment vas-tu? *etc.*» et non «Bonjour Baptiste, *etc.*»?

Et s'il y a 500 élèves?

## 2.2 Le principe DRY

«Don't Repeat Yourself» est une philosophie en programmation informatique consistant à éviter la redondance de code au travers de l'ensemble d'une application afin de faciliter la maintenance, le test, le débogage et les évolutions de cette dernière.

La philosophie DRY est explicitée par la phrase suivante :

«Dans un système, toute connaissance doit avoir une représentation unique, non-ambiguë, faisant autorité ».

Ici le programme devrait :

- définir la liste des prénoms auxquels dire bonjour ;
- dire qu'on veut effectuer un même traitement sur tous les prénoms ;
- dire que ce traitement consiste à afficher «Bonjour» suivi du prénom.

Nous avons déjà vu comment définir une liste :

```
pre noms = [ 'Baptiste', 'Lisa', 'Pierrick', \
' Louise-Eugénie', 'Qâsim', 'Lorenzo', 'Arthur', 'Ylies' ]
```

Il faut maintenant s'occuper des deux points suivants : définir le traitement à effectuer sur chacun de ces prénoms, et l'**itérer**. Pour cela nous allons utiliser une **boucle itérative définie**, autrement dit nous allons **répéter** l'application d'une même séquences d'instructions sur une liste **définie à l'avance**.

	<b>Pour variable dans liste répéter</b>
	bloc d'instructions b
	<b>Fin-de-la-boucle</b>
	signifie que
<b>pour</b> chaque élément de la liste liste,	
le programme exécute les instructions du bloc b.	

## 2.3 Syntaxe en Python

```
for variable in liste :
    instructions
```

Ici encore, la ligne contenant le mot-clé **for** doit se finir par un « : » et les instructions du bloc doivent être indentées. La fin de la boucle est marquée par un retour à la ligne non indenté.

Maintenant que la liste `pre noms` est définie, dire bonjour à nos huit élèves s'écrit ainsi :

```
for x in pre noms :
    print('Bonjour ' + x)
```

## 2.4 Autre problème ...

On souhaite calculer  $u_{20}$  où  $u$  est la suite définie par  $\begin{cases} u_0 = 5 \\ \forall n \in \mathbb{N} \ u_{n+1} = 2u_n - n - 3 \end{cases}$ .

Il y a deux approches possibles :

1. résoudre le problème mathématiquement, c'est-à-dire déterminer une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ , avant de faire une application numérique.
2. calculer de proche en proche  $u_1, u_2, u_3, u_4 \dots$  et enfin  $u_{20}$ .

La première méthode est la meilleure si on sait faire.

La seconde promet d'être longue et pénible, surtout si l'on vous demande de calculer  $u_{10000}$ . Mais là encore la boucle itérative va nous aider.

On peut proposer un algorithme du type :

```
x ← 5
Pour k de 0 à ??? répéter
    x ← 2x - k - 3
Fin-de-la-boucle
```

et on espère qu'après cette boucle,  $x$  vaut  $u_{20}$ .

Mais il reste deux questions :

1. Y a-t-il un lien entre cette boucle et celle vue précédemment où on parcourt les éléments d'une liste ?
2. Jusqu'où aller dans cette boucle ??? 18, 19, 20, 21, 22 ? Comment être sûr de ne pas se tromper ?

## 2.5 Les intervalles d'entiers en Python

Pour répondre à la première question, il suffit de remarquer que les entiers de 0 à 19 par exemple, sont en fait les éléments d'une liste :  $[0, 1, 2, \dots, 19]$ . En Python, cette liste s'écrit de la manière suivante : `range(20)`. Précisément, si  $a$  et  $b$  sont deux entiers, `range(a, b)` contient les éléments de l'intervalle semi-ouvert  $[[a, b[$ , dans l'ordre croissant. Avec un seul argument, `range(b)` signifie `range(0, b)`. Redisons-le, car c'est un fait important en Python : `range(a, b)` est intervalle **fermé** à gauche, **ouvert** à droite<sup>1</sup>.

Avec `range`, nous pouvons maintenant itérer sur une liste d'entiers :

```
>>> x = 5
>>> for k in range(20):
...     x = 2 * x - k - 3
...
>>> x
1048600
```

**R** Mais est-ce bien  $u_{20}$ ? Pour cela on pourra montrer par récurrence que  $x = u_k$  à l'entrée de la boucle et  $x = u_{k+1}$  à la sortie de la boucle. C'est la notion **d'invariant de boucle** que l'on détaillera dans un chapitre ultérieur.

## 3 Boucles indéfinies ou conditionnelles

### 3.1 Algorithme

On peut aussi être amené à répéter un bloc d'instructions sans savoir combien de fois on devra le répéter.

Disposant d'une suite croissante, non majorée, on cherche à trouver le plus petit entier  $p$  tel que la valeur au rang  $p$  dépasse 10000.

Dans ce cas, on utilise la boucle **Tant que** qui permet de répéter le bloc d'instructions tant qu'une certaine condition est vérifiée.

	<b>Tant que</b> condition <b>faire</b> bloc d'instructions <b>Fin-du-Tant-que</b>
	signifie que
<b>Tant que</b>	la condition est vérifiée (expression booléenne= <i>True</i> )
<b>Faire</b>	le bloc d'instructions.

### 3.2 Syntaxe en Python

```
while condition :
    instructions
```

Rechercher le premier entier  $n$  tel que la somme des entiers de 1 à  $n$  dépasse 11.

```
>>> n = 1
>>> s = 1
>>> while s < 11 :
...     n = n + 1
...     s = s + n
...
>>> n
5
```

REPONSE :  $n = 5$  (dans ce cas  $s = 15$ )

Conjecture de Syracuse :

On note  $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$  l'application vérifiant, pour tout  $n$  pair  $f(n) = n/2$  et tout  $n$  impair  $f(n) = 3n + 1$ .

On conjecture que pour tout entier  $n$ , il existe  $k$  tel que  $f^k(n) = 1$ .

Voici un algorithme calculant, pour tout  $n$  donné, le plus petit entier  $k$  vérifiant  $f^k(n) = 1$  :

1. Voir *Why numbering should start at zero*, E. W. Dijkstra, EWD831. Disponible en ligne.

```
def f(n):
    """Fonction de Syracuse.
    Précondition : n est un entier strictement positif"""
    if n % 2 == 0:
        return n // 2
    else:
        return 3 * n + 1

def syracuse(n):
    """Renvoie le premier entier k tel que f^k(n) = 0.
    Précondition : n est un entier strictement positif"""
    x = n
    k = 0
    while x != 1:
        x = f(x)
        k = k + 1
    return k
```



- Comme pour les boucles définies, nous sommes confrontés à un problème : comment démontrer un algorithme reposant sur une boucle indéfinie? Pour cela, nous utilisons encore les invariants de boucle, afin de prouver qu'après la boucle, le résultat est bien celui voulu.
- Pour montrer que la boucle **while** va réellement se finir on utilisera un **variant** de boucle. Cette notion sera également détaillée dans un chapitre ultérieur. Dans un premier temps nous retiendrons que généralement il faudra s'assurer que la condition contenu dans la boucle **while** sera généralement une suite d'entiers strictement croissante ou décroissante.

## TD

Sources :

## Savoirs et compétences :

- ☐ AA.C4 : Comprendre un algorithme et expliquer ce qu'il fait
- ☐ AA.C5 : Modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent
- ☐ AA.C6 : Concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé
- ☐ AA.C7 : Expliquer le fonctionnement d'un algorithme
- ☐ AA.C8 : Écrire des instructions conditionnelles avec alternatives, éventuellement imbriquées
- ☐ AA.S8 : Instructions conditionnelles
- ☐ AA.S9 : Instructions itératives

## 4 Applications

## 4.1 Structures de boucles

Q 1 : Calculer  $2^9$  à l'aide d'une boucle itérative.

Q 2 : Écrire un algorithme affichant la table de multiplication de 9.

Q 3 : Calculer  $16!$  à l'aide d'une boucle itérative.

Q 4 : Calculer

$$\sum_{k=0}^{15} \frac{1}{k!}$$

Q 5 : Écrire une fonction calculant le nombre de chiffres d'un entier écrit en base 10.

Q 6 : On considère la suite  $u$  définie par

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}}$$

Quel est la plus petite valeur  $n$  pour laquelle  $u_n \geq 1000$ ?

Q 7 : Écrire une fonction trouvant le plus petit nombre premier supérieur ou égal à un entier donné.

Q 8 : Écrire une fonction calculant le nombre de diviseurs d'un entier  $n$  donné.Q 9 : Calculer  $p_5/q_5$  où  $p$  et  $q$  sont définies par :

$$p_0 = 1$$

$$q_0 = 1$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad p_{n+1} = p_n^2 + 2q_n^2$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad q_{n+1} = 2p_n q_n$$

## 4.2 Instructions conditionnelles

Q 1 : Définir la fonction  $f$  qui à  $x$  associe

$$\begin{cases} 2 & \text{si } x \in [-4, -2] \\ -x & \text{si } x \in [-2, 0] \\ 0 & \text{si } x \in [0, 4] \end{cases}$$
Q 2 : Écrire une fonction calculant le produit des entiers impairs de 1 à  $2n + 1$ .

Q 3 :



- a) Écrire une fonction `neg(b)` qui renvoie la négation du booléen `b` sans utiliser `not`.
- b) Écrire une fonction `ou(a, b)` qui renvoie le ou logique des booléen `a` et `b` sans utiliser `not`, `or` ni `and`.
- c) Écrire une fonction `et(a, b)` qui renvoie le et logique des booléen `a` et `b` sans utiliser `not`, `or` ni `and`.

#### 4.3 Boucles "while"

Q 1 : Que fait la fonction suivante? La corriger pour qu'elle coïncide avec le but annoncé.

```
def sqrt_int(n):  
    """Renvoie la partie entière de la racine carrée de n"""  
    s = 0  
    while s**2 <= n:  
        s = s+1  
        s = s-1  
    return s
```