

## TP

## Problèmes &amp; Exercices

Sources : Banque PT

## Savoirs et compétences :

Exercice 6 –  $f(x) = 0$ 

On considère la fonction  $g$  définie sur  $[0, 2[$  par :

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{pour } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{pour } 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

1. Définir la fonction  $g$ . Tracer sa courbe représentative sur  $[0, 2[$ , c'est-à-dire la ligne brisée reliant les points  $(x, g(x))$  pour  $x$  variant de 0 à 1,99 avec un pas de 0,01.
2. Définir une fonction  $f$  donnée de manière récursive sur  $[0, +\infty[$  par :

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{pour } 0 \leq x < 2 \\ \sqrt{x} f(x-2) & \text{pour } x \geq 2 \end{cases}$$

3. Tracer la courbe représentative de  $f$  sur  $[0, 6]$ .
4. Écrire les instructions permettant de calculer, à  $10^{-2}$  près, la plus petite valeur  $\alpha > 0$  telle que  $f(\alpha) > 4$ .

## Exercice 7 – Algorithmique

On considère le code Python de la fonction  $d$  suivante :

```
def d(n):
    L = [1]
    for nombre in range(2, n+1):
        if n%nombre == 0:
            L.append(nombre)
    return L
```

1. Quel est le résultat de l'appel  $d(4)$  ? Puis de l'appel  $d(10)$  ? Que fait la fonction  $d$  ?
2. Un diviseur non-trivial d'un entier  $n$  est un diviseur de  $n$  différent de 1 et de  $n$ . Écrire une fonction DNT, d'argument  $n$ , renvoyant la liste des diviseurs non-triviaux de l'entier  $n$ .
3. Écrire une fonction sommeCarresDNT, d'argument  $n$ , renvoyant la somme des carrés des diviseurs non-triviaux de l'entier  $n$ .
4. Écrire la suite des instructions permettant d'afficher tous les nombres entiers inférieurs à 1000 et égaux à la somme des carrés de leurs diviseurs non-triviaux. Que peut-on conjecturer ?

## Exercice 8 – Chiffrer – déchiffrer

Soit  $n$  un entier vérifiant  $n \leq 26$ . On souhaite écrire un programme qui code un mot en décalant chaque lettre de l'alphabet de  $n$  lettres. Par exemple pour  $n = 3$ , le décalage sera le suivant :

Avant décalage	a	b	c	...	x	y	z
Après décalage	d	e	f	...	a	b	c

Le mot oralensam devient ainsi rudohqvdp.

1. Définir une chaîne de caractères contenant toutes les lettres dans l'ordre alphabétique (caractères en minuscule).
2. Écrire une fonction decalage, d'argument un entier  $n$ , renvoyant une chaîne de caractères contenant toutes les lettres dans l'ordre alphabétique, décalées de  $n$ , comme indiqué ci-dessus.
3. Écrire une fonction indices, d'arguments un caractère  $x$  et une chaîne de caractères phrase, renvoyant une liste contenant les indices de  $x$  dans phrase si  $x$  est une lettre de phrase et une liste vide sinon.
4. Écrire une fonction codage d'arguments un entier  $n$  et une chaîne de caractères phrase, renvoyant phrase codé avec un décalage de  $n$  lettres.
5. Comment peut-on décoder un mot codé ?

## Exercice 9 – Fractale de Mandelbrot

On pose  $M = 20$  et  $m = 10$ . À un nombre  $c$  quelconque, on associe la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  définie par  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = u_n^2 + c$  pour  $n \geq 0$ .

S'il existe, on note  $k$  le plus petit entier tel que l'on ait  $0 \leq k \leq m$  et  $|u_k| > M$ . On définit alors la fonction  $f$  par

$$f : c \mapsto \begin{cases} k & \text{s'il existe} \\ m+1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Donner le code définissant la fonction  $f$ .
2. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction  $f$  sur  $[-2; 2]$ , en créant une liste LX de 401 valeurs équiréparties entre -2 et 2 inclus et en utilisant les fonctions plot et show de la sous-bibliothèque matplotlib.pyplot.

3. Construire le tableau des valeurs  $f(x + iy)$  où  $x$  prend 101 valeurs comprises entre -2 et 0,5 et  $y$  prend 101 valeurs entre -1,1 et 1,1. *On rappelle que le nombre complexe  $i$  est représenté par  $1j$ . Par exemple, le complexe  $1 + 2i$  est représenté par  $1 + 2j$ .*
4. Tracer l'image que code ce tableau. On pourra utiliser les fonctions `imshow` et `show` de la sous-bibliothèque `matplotlib.pyplot`. Quels paramètres peut-on modifier pour obtenir une meilleure résolution?