TP 13

Systèmes linéaires
Sources :

Proposition de corrigé

Activité 1 : Interpolation

Q 1 : Poser le système d'équations à résoudre.

$$\begin{cases} a\times(-1)^2+b\times(-1)+c=9 \\ a\times(1)^2+b\times(1)+c=3 \\ a\times(2)^2+b\times(2)+c=3 \end{cases}$$

Q 2 : Déterminer les coefficients a, b et c par l'utilisation du pivot de Gauss.

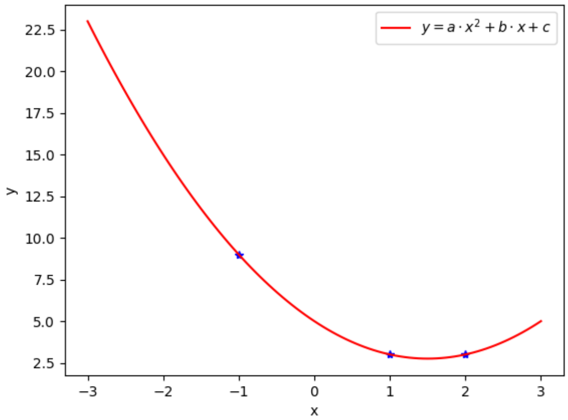
```
A=array([[(-1.)**2,-1.,1.],[1.**2,1.,1.],[2.**2,2.,1.]])
b=array([[9.],[3.],[3.]])

X=resout(A,b)
```

Q 3 : Sur un même graphe faire apparaître les 3 points ainsi que la paraboles obtenue par interpolation.

```
def f(x):
    return X[0]*x**2+X[1]*x+X[2]

vx=np.linspace(-3,3,101)
plt.plot([-1,1,2],[9,3,3],'b*')
plt.plot(vx,f(vx),'r-',label='$y=a\cdot x^2+b\cdot x+c$')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.legend()
plt.savefig('tp_13_q03_durif.png')
```



Activité 2 : Application de physique : pont de wheastone

Q 4 : Calculer la valeur de l'intensité i dans les deux cas suivants :

1. $E = 10$ V; $R_1 = R_3 = 10$ kΩ; $R_2 = R_4 = R = 1$ kΩ;
2. $E = 10$ V; $R_1 = R_3 = 4$ kΩ; $R_2 = R = 2$ kΩ; $R_4 = 8$ kΩ.

Python Console

```
>>> import numpy as np
>>> import matplotlib.pyplot as plt


>>> R1,R3,R2,R4,R=10**4,10**4,10**3,10**3,10**3
>>> E=10
>>> A=np.array([[1,-1,0,0,-1],[0,0,1,-1,-1],[R1,R2,0,0,0],[0,0,R3,R4,0],[R1,0,0,-R4,R]])
>>> B=np.array([[0],[0],[E],[E],[0]])
>>> Xa=np.linalg.solve(A,B)
>>> print(Xa)
[[ 0.00064516]
 [ 0.00354839]
 [ 0.00064516]
 [ 0.00354839]
 [-0.00290323]]
```

Python Console

```
>>> import numpy as np
>>> import matplotlib.pyplot as plt


>>> R1,R3,R2,R4,R=4*1e3,4*1e3,2*1e3,8*1e3,2*1e3
>>> E=10
>>> A=np.array([[1,-1,0,0,-1],[0,0,1,-1,-1],[R1,R2,0,0,0],[0,0,R3,R4,0],[R1,0,0,-R4,R]])
>>> B=np.array([[0],[0],[E],[E],[0]])
>>> Xb=np.linalg.solve(A,B)
>>> print(Xb)
[[  1.66666667e-03]
 [  1.66666667e-03]
 [  8.33333333e-04]
 [  8.33333333e-04]
 [  1.92747053e-19]]
```

Q 5 : Le second cas correspond au cas d'un point *équilibré*. En observant la valeur de i trouvée en déduire une relation entre les résistances R_1, R_3, R_2 et R_4.

Dans le second cas, le pont de Wheatstone est dit *équilibré*. L'intensité i est nulle et cela correspond à l'égalité :

$$R_1 \times R_3 = R_2 \times R_4.$$

Q 6 : Après avoir importé le module `random`. Écrire un programme permettant :

1. de résoudre le système pour des valeurs de R_3 comprises entre 1 kΩ et 20 kΩ (on prendra 100 valeurs) ;
2. d'afficher la courbe de l'intensité i en fonction de la résistance R_3.

```
R1,R4,R=10**3,2*10**3,10**3
R2=(random.randrange(11)+5)*500
E=10

t=np.linspace(10**3,2*10**4,100) # valeurs de R3
i=[]
for R3 in t:
    A=np.array([[1,-1,0,0,-1],[0,0,1,-1,-1],[R1,R2,0,0,0],[0,0,R3,R4,0],[R1,0,0,-R4,
        R]])
    B=np.array([[0],[0],[E],[E],[0]])
    X=np.linalg.solve(A,B)
    i=i+[X[4,0]*1000] # *1000 pour recuperer une intensite en mA
plt.plot(t,i)
plt.axhline()
plt.savefig('tp13_durif_q7.png')
```

Q 7 : À l'aide d'une lecture graphique, en déduire la valeur de la résistance R_2.