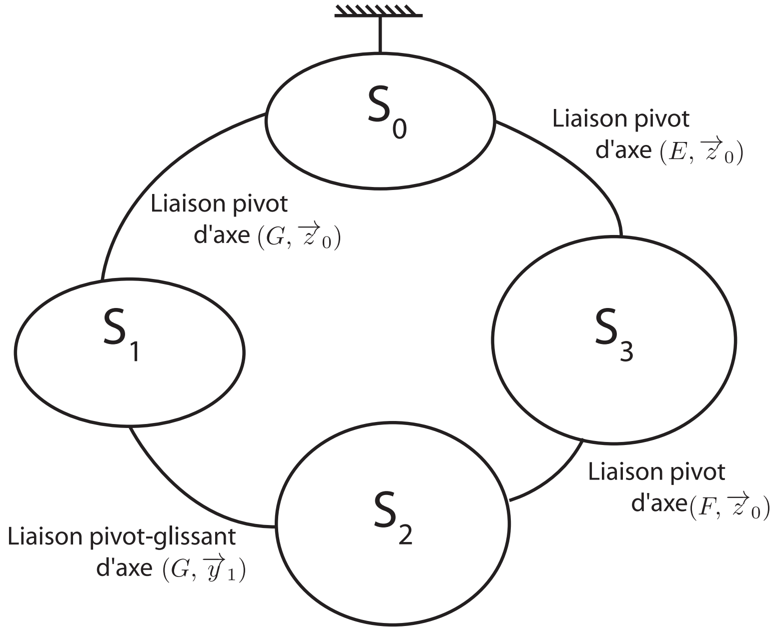
I. Sujet 1

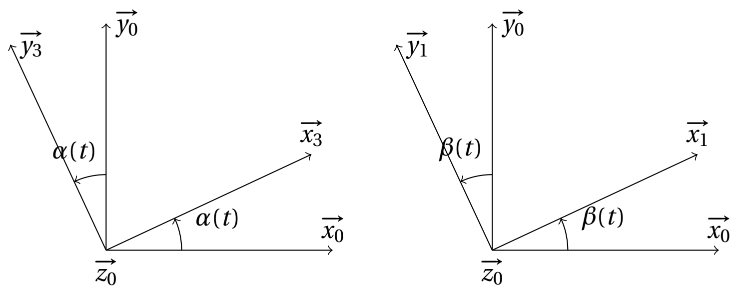
1 Dispositif de réglage de l'incidence des pales d'hélicoptère

Q 1 : Indiquer à quelle situation de vol correspondent chacune de ces situations :
- **Hélicoptère en vol stationnaire;**
- **hélicoptère en déplacement dans le plan;**
- **hélicoptère à l'arrêt.**
- (a) : hélicoptère à l'arrêt car aucune portance créée.
- (b) : vol stationnaire
- (c) : hélicoptère en déplacement dans le plan

Q 2 : faire le graphe des liaisons modélisant le mécanisme.



Q 3 : Faire les figures planes de projection



Q 4 : Écrire la fermeture géométrique du système.

$$\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FO} = \vec{0}$$
$$e\,\vec{y}_0 + b\,\vec{x}_3 - g\,\vec{x}_0 - f(t)\,\vec{y}_1 = 0$$

En projection selon $\vec{x}_0$ et $\vec{y}_0$,

$$\begin{array}{l} \cdot\vec{x}_0 \\ \\ \cdot\vec{y}_0 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} b\cos\alpha(t) - g + f(t)\sin\beta(t) = 0 \\ \\ e + b\sin\alpha(t) - f(t)\cos\beta(t) = 0 \end{array} \right.$$

Q 5 : En déduire une relation entre $f(t)$ et $\alpha(t)$.

On isole la paramètre β :

$$\begin{array}{ll} (a) & \left\{ \begin{array}{l} g - b\cos\alpha(t) = f(t)\sin\beta(t) \\ \\ b\sin\alpha(t) + e = f(t)\cos\beta(t) \end{array} \right. \\ (b) & \end{array}$$

On utilise alors la combinaison $(a)^2 + (b)^2$:

$$f(t)^2 = \left(g - b\cos\alpha(t)\right)^2 + (b\sin\alpha(t) + e)^2$$

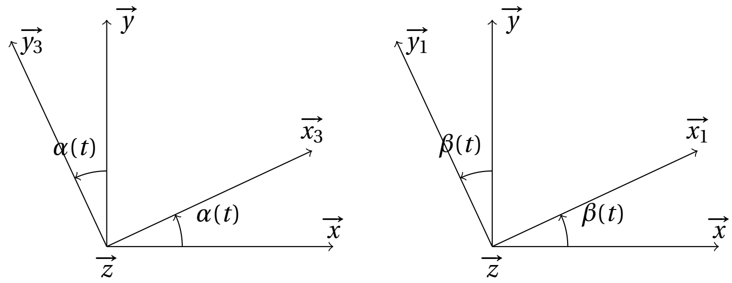
Q 6 : Sachant que le vérin est en position médiane (mi-course) lorsque $\alpha = 0$, en déduire le débattement angulaire du plateau cyclique et conclure sur le cahier des charges.

Le course du vérin est de $28mm$. Sur la figure, la position médiane du vérin est de $52mm$. Ainsi le vérin se déplace de $52 - 14 = 38mm$ jusqu'à $52 + 14 = 66mm$. On repère les angles correspondant $\pm 0,4rad$ soit envrion $23°$. Ce déplacement angulaire est bien inférieur au $30°$ demandé dans le cahier des charges.

II. Sujet 2

1 Dispositif de réglage de l'incidence des pales d'hélicoptère

Q 1 : Faire les figures planes de projection



Q 2 : Écrire la fermeture géométrique du système.

$$\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FO} = \overrightarrow{0}$$
$$e(t)\overrightarrow{y} + b\overrightarrow{x}_3 - g\overrightarrow{x} - f(t)\overrightarrow{y}_1 = 0$$

En projection selon $\overrightarrow{x}$ et $\overrightarrow{y}$,

$$\begin{array}{l} \cdot\overrightarrow{x} \\ \\ \cdot\overrightarrow{y} \end{array} \quad \begin{cases} b\cos\alpha(t) - g + f(t)\sin\beta(t) = 0 \\ \\ e(t) + b\sin\alpha(t) - f(t)\cos\beta(t) = 0 \end{cases}$$

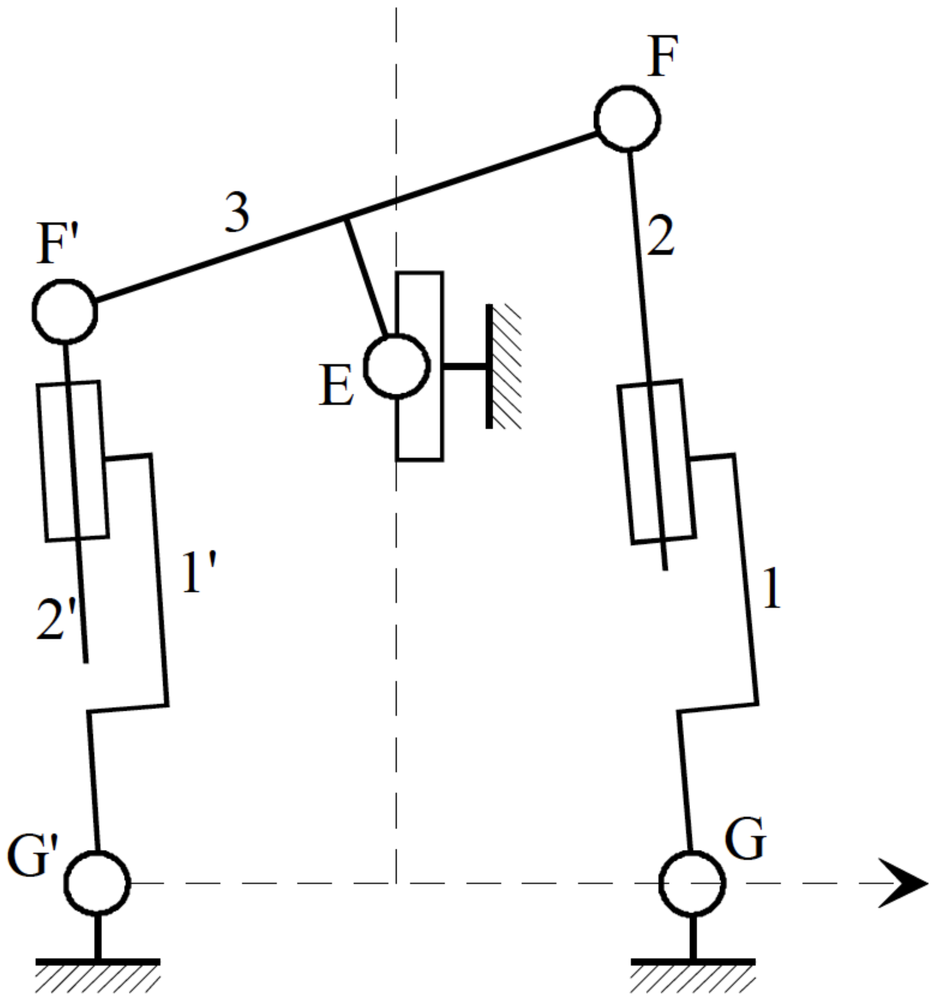
Q 3 : En déduire l'indice de mobilité cinématique, qui définit le nombre de paramètres indépendants permettant de fixer de manière unique la position de chacune des pièces.

Il y a quatre paramètres variables ($e(t)$, $f(t)$, $\alpha(t)$ et $\beta(t)$) pour seulement 2 équations, on a donc une mobilité de 2.

Q 4 : Expliquer la nécessité d'utiliser deux vérins.

Il faut donc deux vérins.

Q 5 : Construire le schéma cinématique du dispositif avec deux vérins.



Q 6 : Écrire la fermeture géométrique du système complet.

$$\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EF'} + \overrightarrow{F'O} = \overrightarrow{0}$$
$$e(t)\overrightarrow{y} - b\overrightarrow{x}_3 + g\overrightarrow{x} - f'(t)\overrightarrow{y}_1 = 0$$

En projection selon $\overrightarrow{x}$ et $\overrightarrow{y}$,

$$\begin{array}{l} \cdot\overrightarrow{x} \\ \\ \cdot\overrightarrow{y} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} -b\cos\alpha(t) + g + f'(t)\sin\beta'(t) = 0 \\ \\ e(t) - b\sin\alpha(t) - f'(t)\cos\beta'(t) = 0 \end{array} \right.$$

Q 7 : En déduire l'indice de mobilité.

On se retrouve avec 4 équations indépendantes pour 6 inconnues cinématiques ($e(t)$, $f(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\beta'(t)$ et $f'(t)$). Ce qui fait bien une mobilité de 2.

III. Sujet 3

1 Téléchirurgie robotisée au contact d'organes mobiles

Q 1 : En développant une fermeture géométrique en projection dans la base du repère R_0, donner une relation algébrique reliant les paramètres L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3.

En s'appuyant sur la figure 5, la fermeture géométrique donne : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$.

D'où, en tenant compte du paramétrage du sujet : $L_0.\overrightarrow{x_0}+L_1.\overrightarrow{x_1}-L_2.\overrightarrow{x_3}-L_2.\overrightarrow{x_2}=\vec{0}$

Or on a pour i=1,2,3 : $\overrightarrow{x_i}=\cos(\theta_i).\overrightarrow{x_0}+\sin(\theta_i).\overrightarrow{y_0}$

D'où les relations en projection dans le plan $(A,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0})$:

$sur\ \overrightarrow{x_0} : L_0+L_1.\cos(\theta_1)-L_2.\cos(\theta_3)-L_2.\cos(\theta_2)=0$ (1.1)

$sur\ \overrightarrow{y_0} : 0+L_1.\sin(\theta_1)-L_2.\sin(\theta_3)-L_2.\sin(\theta_2)=0$ (1.2)

Pour obtenir la relation demandée, il faut isoler θ_2 puis le faire « disparaître » :

(1.1) : $L_0+L_1.\cos(\theta_1)-L_2.\cos(\theta_3)=L_2.\cos(\theta_2)$

(1.2) : $0+L_1.\sin(\theta_1)-L_2.\sin(\theta_3)=L_2.\sin(\theta_2)$

Ainsi la somme des carrés des relations (1.1) et (1.2) donne :

$$L_2^{\,2}.\left(\cos(\theta_2)^2+\sin(\theta_2)^2\right)=\left(L_0+L_1.\cos(\theta_1)-L_2.\cos(\theta_3)\right)^2+\left(L_1.\sin(\theta_1)-L_2.\sin(\theta_3)\right)^2$$

D'où finalement : $\boxed{L_2=\sqrt{\left(L_0+L_1.\cos(\theta_1)-L_2.\cos(\theta_3)\right)^2+\left(L_1.\sin(\theta_1)-L_2.\sin(\theta_3)\right)^2}}$ car $L_2>0$.

Q 2 : De même, exprimer le vecteur position du point E ($\overrightarrow{AE}$) dans la base du repère R_0 en fonction de L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3.

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CE} \text{ avec } \overrightarrow{CE}=2.\overrightarrow{CD}=-2.L_2.\overrightarrow{x_3}$$

$$\text{D'où } \boxed{\overrightarrow{AE}=L_0.\overrightarrow{x_0}+L_1.\overrightarrow{x_1}-2.L_2.\overrightarrow{x_3}=\begin{pmatrix} L_0+L_1.\cos(\theta_1)-2.L_2.\cos(\theta_3) \\ L_1.\sin(\theta_1)-2.L_2.\sin(\theta_3) \\ 0 \end{pmatrix}_{(B_0)}}$$

Q 3 : Vérifier, à l'aide des figures ?? et ??, que le déplacement du point E est compatible avec les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1) et « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2) sur l'intervalle $X_E \in [-60\ mm, 40\ mm]$.

Sur l'intervalle considéré :

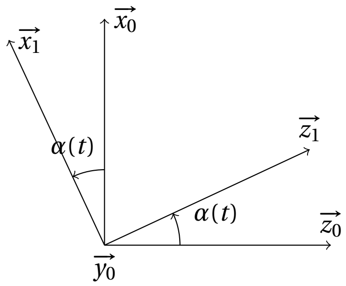
- Sur la figure 6.(a) on relève que XE varie de 100 mm, ce qui est supérieur à 50 mm la valeur exigée pour l'amplitude de déplacement (id 1.2.1.1) ;
- Sur la figure 6.(b) on relève que l'amplitude en Y est $Y_E \max - Y_E \min = -100{,}00\ mm + 100{,}25\ mm = 0{,}25\ mm$ ce qui est inférieur à 0,5 mm la valeur maximale admissible par l'exigence de mouvement rectiligne (id 1.2.1.2) ;
- Sur la figure 6.(b) on relève le taux de variation $-2\% < \frac{dY_E}{dX_E} \leq 2\%$ ce qui vérifie l'exigence de mouvement rectiligne (id 1.2.1.2).

Ainsi le déplacement du point E est compatibles avec les exigences (id 1.2.1.1) et (id 1.2.1.2) sur l'intervalle [-60 mm, 40 mm].

IV. Sujet 4

1 Simulateur de conduite : corrigé

Q 1 : Représenter la figure plane de projection permettant de passer du repère 0 **au repère** 1



Q 2 : Soit $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{z_0}$, exprimer ce vecteur dans la base 1 $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$

$$\overrightarrow{g} = -g\cdot\cos\alpha(t)\cdot\overrightarrow{z_1} + g\cdot\sin\alpha(t)\cdot\overrightarrow{x_1}$$

Q 3 : Calculer $V(A/R_0)$
On obtient :

$$\overrightarrow{V}(A/R_0) = \overrightarrow{\Omega}(1/0)\wedge\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{\Omega}(1/0)\wedge(h\cdot\overrightarrow{z_1}) = \dot{\alpha}(t)\cdot\overrightarrow{y_0}\wedge h\cdot\overrightarrow{z_1} = \dot{\alpha}(t)\cdot h\cdot\wedge\overrightarrow{y_1}\wedge\overrightarrow{z_1} = \dot{\alpha}(t)\cdot h\cdot\overrightarrow{x_1}$$

Q 4 : Exprimer la fermeture vectorielle $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{0}$ dans la base $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$

$$h\cdot\overrightarrow{z_1} - \lambda\cdot\overrightarrow{x_3} + L\cdot\overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{0}$$

Q 5 : En déduire deux équations scalaires en projection sur $\overrightarrow{x_0} = 0$, et $\overrightarrow{z_0} = 0$.
Par projection (respectivement sur $\overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{z_0}$), on obtient :

$$\begin{cases} h\cdot\sin\alpha - \lambda\cdot\cos\beta + L = 0 \\ h\cdot\cos\alpha + \lambda\cdot\sin\beta = 0 \end{cases}$$

Q 6 : En déduire une relation donnant λ en fonction h, L et α.
En isolant les termes en λ, on obtient :

$$\begin{cases} \lambda\cdot\cos\beta = h\cdot\sin\alpha + L \\ \lambda\cdot\sin\beta = -h\cdot\cos\alpha \end{cases}$$

En élevant au carré et en sommant les deux lignes, on obtient :

$$\lambda^2 = (h\cdot\sin\alpha + L)^2 + h^2\cdot\cos^2\alpha.$$

Soit :

$$\lambda = \sqrt{h^2 + L^2 + 2\cdot L\cdot h\cdot\sin\alpha}.$$

Q 7 : Déterminer alors le débattement angulaire.
Le vérin se déplace de $0,075m$ autour de la longueur initiale de $0,99m$. Ainsi l'angle α ne varie que de $\pm 8°$ en utilisant la figure **??**.

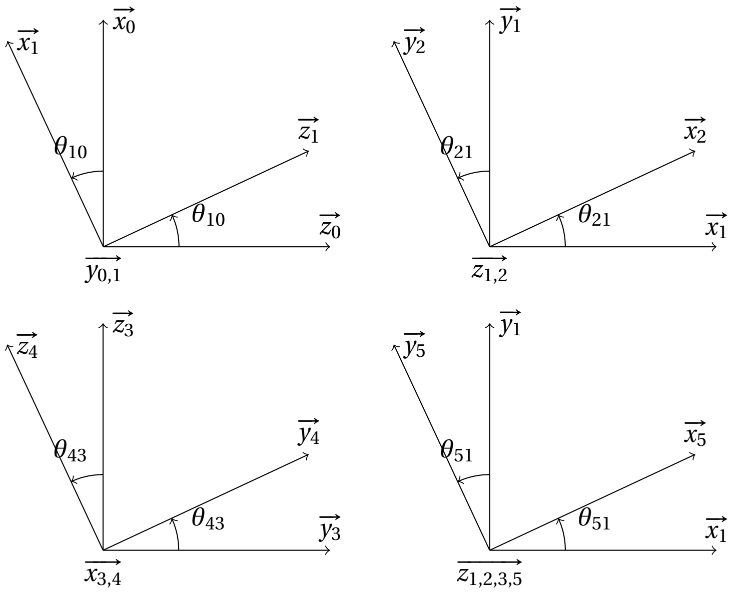
Q 8 : On approche la courbe par une droite au voisinage de $\alpha = 0°$: $\lambda = \lambda_0 + K_\alpha\cdot\alpha$. En utilisant la figure ??, donner la valeur numérique de K_α. Conserver les unités définies sur les figures.

$$K_\alpha = 0,25/0,30 = 0,0083m\cdot^{\circ -1}$$

V. Sujet 5

1 Assemblage du fuselage d'un falcon à l'aide d'un robot 6 axes ABB

Q 1 : Donner les figures planes de projection permettant de traduire toutes les rotations du mécanisme.



Q 2 : Déterminer le vecteur $\overrightarrow{O_0O_P}$.

$$\overrightarrow{O_0O_P} = \overrightarrow{O_0O_2} + \overrightarrow{O_2O_3} + \overrightarrow{O_3O_4} + \overrightarrow{O_4O_5} + \overrightarrow{O_5P}$$
$$= L_1 \cdot \overrightarrow{x}_1 + L_2 \cdot \overrightarrow{y_1} + L_3 \cdot \overrightarrow{x}_2 + L_4 \cdot \overrightarrow{x}_3 + L_5 \cdot \overrightarrow{y}_3 + L_6 \cdot \overrightarrow{x}_3 + L_8 \cdot \overrightarrow{x}_5$$

Q 3 : Déterminer la projection du vecteur $\overrightarrow{O_0O_P}$ selon les vecteurs $\overrightarrow{x}_1$ et $\overrightarrow{y}_1$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{O_0O_P} \cdot \overrightarrow{x}_1 = L_1 + L_3 \cdot \cos\theta_{21} + L_4 \cdot \cos\theta_{31} - L_5 \cdot \sin\theta_{31} + L_6 \cdot \cos\theta_{31} + L_8 \cdot \cos\theta_{51} \\ \\ \overrightarrow{O_0O_P} \cdot \overrightarrow{y}_1 = L_2 + L_3 \cdot \sin\theta_{21} + L_4 \cdot \sin\theta_{31} + L_5 \cdot \cos\theta_{31} + L_6 \cdot \sin\theta_{31} + L_8 \cdot \sin\theta_{51} \end{cases}$$

Q 4 : Donner les valeurs numériques des projections du vecteur $\overrightarrow{O_0O_P}$ selon les vecteurs $\overrightarrow{x}_1$ et $\overrightarrow{y}_1$ pour les deux positions extrêmes 1 et 2.

	Position 1	Position 2
$\overrightarrow{O_0O_P} \cdot \overrightarrow{x}_1$	$2,7284m$	$2,7174m$
$\overrightarrow{O_0O_P} \cdot \overrightarrow{y}_1$	$1,5945m$	$-0,7475m$

Q 5 : Vérifier que le robot peut bien atteindre les deux positions extrêmes souhaitées.

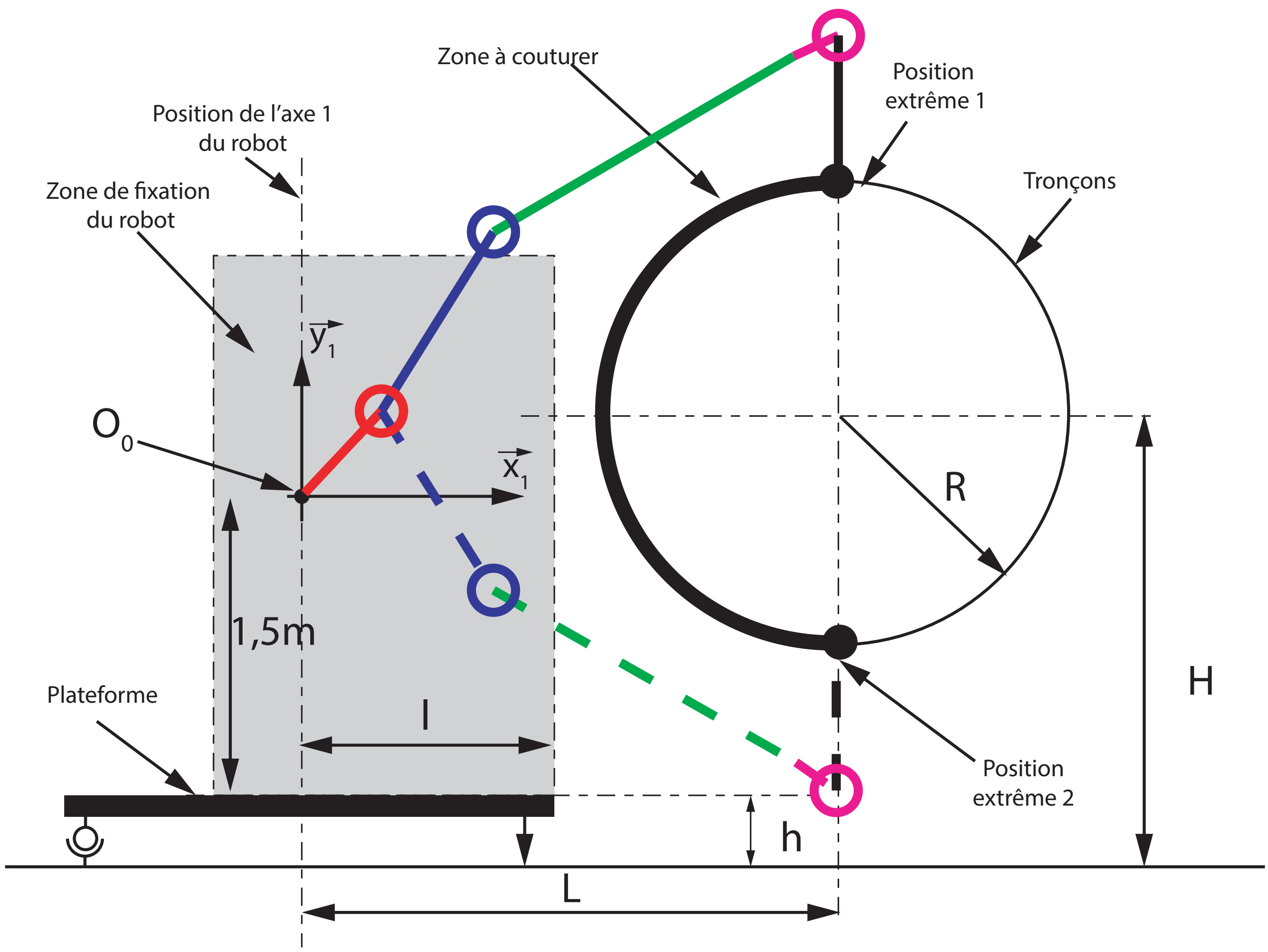
On vérifie bien ainsi que le robot peut atteindre les deux positions extrêmes selon $\overrightarrow{x}_1$.

Selon $\overrightarrow{y}_1$ la différence entre les deux positions extrêmes est égale à $2,342m$ ce qui permet bien de remplir le cahier des charges.

Q 6 : Déterminer la hauteur H de positionnement du centre du fuselage par rapport au sol. Vérifier que le fuselage ne touche pas le sol.

Le centre du fuselage se situe à une hauteur de $\dfrac{(1,5945-0,7475)}{2} = 0,4235m$ de O_0. Ainsi $H = h + 1,5 + 0,4235 = 0,3 + 1,5 + 0,4235 = 2,2235m$. Le rayon du fuselage est de $1,17m$ donc tout est bien ok.

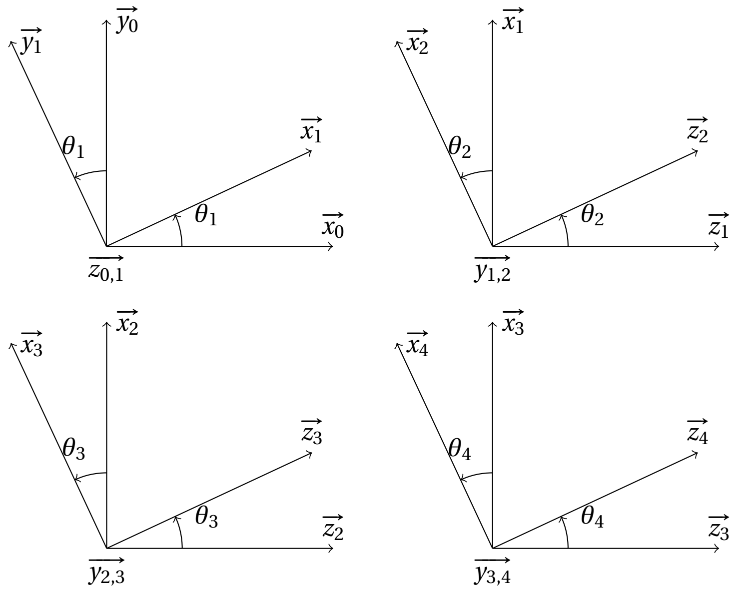
Q 7 : Représenter schématiquement sur la figure ?? le robot dans ses deux configurations extrêmes.


Zone à couturer
Position extrême 1
Position de l'axe 1 du robot
Zone de fixation du robot
Tronçons
$\vec{y}_1$
O_0
$\vec{x}_1$
R
1,5m
H
Plateforme
l
Position extrême 2
h
L

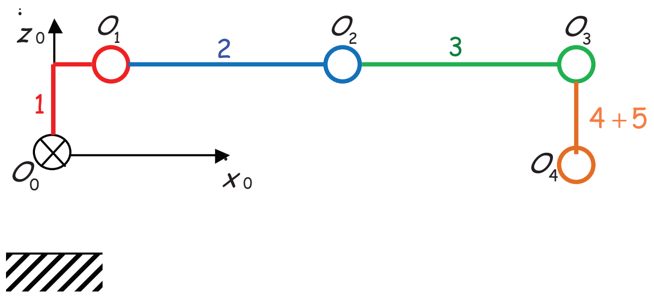
VI. Sujet 6

1 Bras articulé du robot Spirit

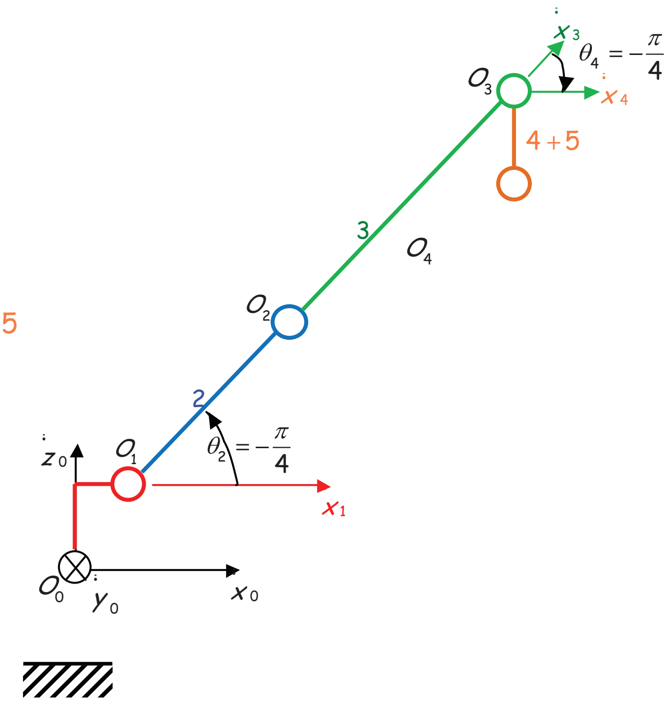
Q 1 : Représenter les figures planes de changement de repère R0-R1, R1-R2, R2-R3 et R3-R4.



Q 2 : Compléter les deux schémas cinématiques permettant de visualiser dans le plan $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ les solides 2, 3 et 45 dans les positions particulières P_h et P_v.



Position $P_h\,(\theta_1 = 0, \theta_2 = 0, \theta_3 = 0)$



Position $P_v\,(\theta_1 = 0, \theta_2 = -\frac{\pi}{4}, \theta_3 = 0)$

Q 3 : Déterminer $\overrightarrow{O_0O_3}$.

$$\overrightarrow{O_0O_3} = \overrightarrow{O_0O_1} + \overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2O_3} = a_1.\overrightarrow{x_1} + c_1.\overrightarrow{z_1} + a_2.\overrightarrow{x_2} + a_3.\overrightarrow{x_3}$$

Q 4 : Exprimer $\overrightarrow{O_0O_3}$ dans R_0.

$$\overrightarrow{x_2} = \cos(\theta_2).\overrightarrow{x_0} - \sin(\theta_2).\overrightarrow{z_0}$$

$$\overrightarrow{x_3} = \cos(\theta_2+\theta_3).\overrightarrow{x_0} - \sin(\theta_2+\theta_3).\overrightarrow{z_0}$$

$$\overrightarrow{O_0O_3} = a_1.\overrightarrow{x_0} + c_1.\overrightarrow{z_0} + a_2.\left[\cos(\theta_2).\overrightarrow{x_0} - \sin(\theta_2).\overrightarrow{z_0}\right] + a_3.\left[\cos(\theta_2+\theta_3).\overrightarrow{x_0} - \sin(\theta_2+\theta_3).\overrightarrow{z_0}\right]$$

$$\overrightarrow{O_0O_3} = \left[a_1 + a_2.\cos(\theta_2) + a_3.\cos(\theta_2+\theta_3)\right].\overrightarrow{x_0} + \left[c_1 - a_2.\sin(\theta_2) - a_3.\sin(\theta_2+\theta_3)\right].\overrightarrow{z_0}$$

Q 5 : Calculer la hauteur maximale d'étude de la roche par rapport au sol dans la position $P_v\left(\theta_1 = 0, \theta_2 = -\frac{\pi}{4}, \theta_3 = 0\right)$.

$h_{\text{max}} = h_0 + \overrightarrow{O_0O_4}.\overrightarrow{z_0} = h_0 + \left[\overrightarrow{O_0O_3} + \overrightarrow{O_3O_4}\right].\overrightarrow{z_0} = h_0 + \left[c_1 - a_2.\sin(\theta_2) - a_3.\sin(\theta_2+\theta_3)\right] - c_4$
$h_{\text{max}} = h_0 + c_1 - a_2.\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) - a_3.\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) - c_4$

$$h_{\text{max}} = h_0 + c_1 + (a_2 + a_3).\frac{\sqrt{2}}{2} - c_4$$

$$h_{\text{max}} = 0,5 + 0,1 + (0,5 + 0,8).\frac{\sqrt{2}}{2} - 0,15 = 1,37\,m$$

Q 6 : Le cahier des charges demande une hauteur maximale d'étude de la roche par rapport au sol de $1,35 \pm 0,05m$, conclure quand aux performances obtenues.

CDCF vérifié