

DS06

Ingénierie numérique et équations différentielles

Sources :

Proposition de corrigé

Exercice 1 : Période d'oscillation d'un pendule

Exercice 2 : Modèle de trajectoire d'un chien par rapport à son maître

Un marcheur M suit une trajectoire rectiligne à vitesse constante V_M . Son chien C , qui part d'un point éloigné, court pour le rejoindre à vitesse constante V_C . À chaque instant, sa course est dirigée vers son maître, *i.e.* les vecteurs $\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt}(t)$ et $\overrightarrow{CM}(t)$ sont colinéaires et de même sens :

$$\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt}(t) = V_C \frac{\overrightarrow{CM}(t)}{\|\overrightarrow{CM}(t)\|}.$$

Ainsi, les coordonnées $(x(t), y(t))$ du chien vérifient le système différentiel :

$$\begin{cases} x'(t) = V_C \frac{V_M t - x(t)}{\sqrt{(V_M t - x(t))^2 + (-y(t))^2}} \\ y'(t) = V_C \frac{-y(t)}{\sqrt{(V_M t - x(t))^2 + (-y(t))^2}} \end{cases}$$

- Écrire un programme permettant de tracer la trajectoire du chien avec les données :

$$V_M = 1,5 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{et} \quad V_C = 8 \text{ m.s}^{-1}$$

et la condition initiale :

$$x(0) = 100 \text{ m} \quad \text{et} \quad y(0) = 300 \text{ m}.$$