

## 1 Un marcheur et son chien.

Un marcheur  $M$  suit une trajectoire rectiligne à vitesse constante  $V_M$ . Son chien  $C$ , qui part d'un point éloigné, court pour le rejoindre à vitesse constante  $V_C$ . À chaque instant, sa course est dirigée vers son maître, *i.e.* les vecteurs  $\frac{d\vec{OC}}{dt}(t)$  et  $\vec{CM}(t)$  sont colinéaires et de même sens :

$$\frac{d\vec{OC}}{dt}(t) = V_C \frac{\vec{CM}(t)}{\|\vec{CM}(t)\|}.$$

Ainsi, les coordonnées  $(x(t), y(t))$  du chien vérifient le système différentiel :

$$\begin{cases} x'(t) = V_C \frac{V_M t - x(t)}{\sqrt{(V_M t - x(t))^2 + (-y(t))^2}} \\ y'(t) = V_C \frac{-y(t)}{\sqrt{(V_M t - x(t))^2 + (-y(t))^2}} \end{cases}$$

- Écrire un programme permettant de tracer la trajectoire du chien avec les données :

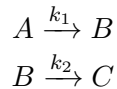
$$V_M = 1,5 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{et} \quad V_C = 8 \text{ m.s}^{-1}$$

et la condition initiale :

$$x(0) = 100 \text{ m} \quad \text{et} \quad y(0) = 300 \text{ m}.$$

## 2 Cinétique chimique.

On considère deux réactions successives :



dans lesquelles  $k_1$  et  $k_2$  désignent les constantes de vitesse. Les vitesses de réaction sont donc :

$$v_1 = -\frac{d[A]}{dt} = k_1[A] \quad \text{et} \quad v_2 = \frac{d[C]}{dt} = k_2[B].$$

$B$  intervient dans les deux réactions chimiques : il est produit par la réaction 1 et consommé par la réaction 2. On en déduit :

$$\frac{d[B]}{dt} = v_1 - v_2 = k_1[A] - k_2[B].$$

On obtient ainsi un système de trois équations différentielles du premier ordre couplées :

$$\begin{cases} \frac{d[A]}{dt} = -k_1[A] \\ \frac{d[B]}{dt} = k_1[A] - k_2[B] \\ \frac{d[C]}{dt} = k_2[B] \end{cases}$$

- Écrire un programme permettant de représenter l'évolution des concentrations  $[A]$ ,  $[B]$  et  $[C]$  au cours du temps avec la donnée :

$$(k_1, k_2) = (8, 1)$$

et la condition initiale :

$$[A]_0 = 1 \text{ mol.L}^{-1}, \quad [B]_0 = 0 \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{et} \quad [C]_0 = 0 \text{ mol.L}^{-1}.$$