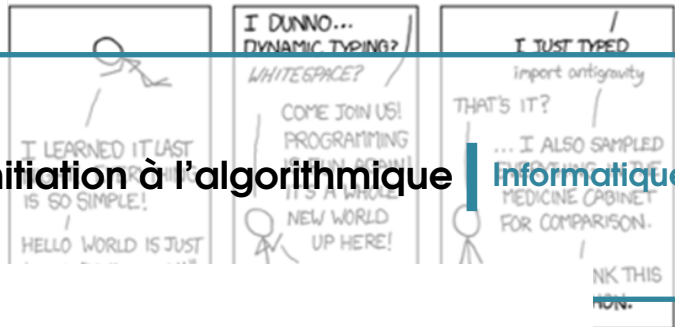
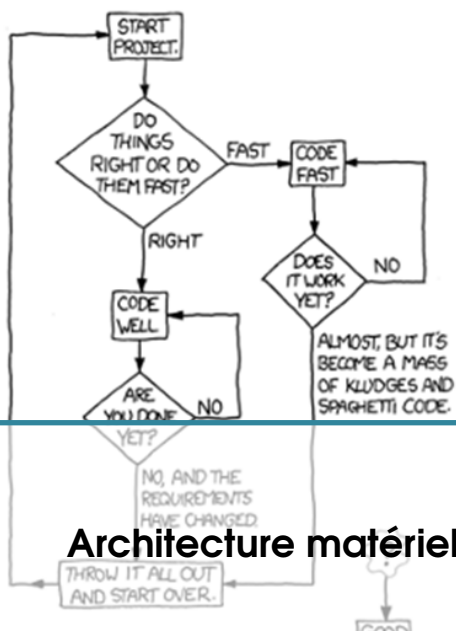


## HOW TO WRITE GOOD CODE:



## Architecture matérielle et initiation à l'algorithmique Informatique

## Chapitre 1 – 3

## Structures algorithmiques

25 Septembre 2019

## Savoirs et compétences :

- AA.C4 : Comprendre un algorithme et expliquer ce qu'il fait
- AA.C5 : Modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent
- AA.C6 : Concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé
- AA.C7 : Expliquer le fonctionnement d'un algorithme
- AA.C8 : Écrire des instructions conditionnelles avec alternatives, éventuellement imbriquées
- AA.S8 : Instructions conditionnelles
- AA.S9 : Instructions itératives

<b>1</b>	<b>L'instruction conditionnelle</b>	<b>2</b>
1.1	Algorithme	2
1.2	Syntaxe en Python	2
1.3	Exemple	2
1.4	À propos des conditions	3
1.5	Imbrication de plusieurs conditions	3
1.6	Syntaxe en Python	4
<b>2</b>	<b>Boucles définies</b>	<b>4</b>
2.1	Un programme très simple	4
2.2	Le principe DRY	5
2.3	Syntaxe en Python	5
2.4	Autre problème ...	6
2.5	Les intervalles d'entiers en Python	6
2.6	Les invariants de boucle	6
2.7	Un exemple : test de primalité	7
<b>3</b>	<b>Boucles indéfinies ou conditionnelles</b>	<b>7</b>
3.1	Algorithme	7
3.2	Syntaxe en Python	8
3.3	Exercices	9

## 1 L'instruction conditionnelle

### 1.1 Algorithme

Quand on veut écrire un programme, on souhaite établir des connections logiques entre les instructions. Ainsi, l'instruction conditionnelle a pour objet d'intervenir dans le choix de l'instruction suivante en fonction d'une expression booléenne qu'on désignera par **condition** :

	<b>Si condition</b> <b>alors</b> bloc d'instructions 1 <b>sinon</b> bloc d'instructions 2 <b>Fin-du-Si</b>
	signifie que
	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>si</b> la condition est vérifiée (expression booléenne=True) <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc 1</li><li>• <b>si</b> la condition n'est pas vérifiée (expression booléenne=False) <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc 2</li></ul>

### 1.2 Syntaxe en Python

```
if condition :  
    bloc d'instructions 1  
else :  
    bloc d'instructions 2
```

- **Si** et **Sinon** se traduisent par `if` et `else`.
- **alors** se traduit par « : » en bout de ligne et une indentation de toutes les lignes du bloc 1.
- **Fin-du-Si** se traduit par un retour à la ligne sans indentation.

### 1.3 Exemple

On veut tester si un nombre  $x$  est proche de 3 à  $10^{-4}$  près. On peut alors écrire la fonction suivante.

```
def est_proche(x):  
    """x est proche de 3 à 10**-4 près ?"""  
    distance = abs(x-3)  
    if distance <= 10**(-4) :  
        return True  
    else :  
        return False
```

**R** La partie **sinon** est optionnelle. Sans elle, si la condition n'est pas vérifiée, alors la machine n'exécute rien.

**R** On pouvait très bien remplacer cette boucle conditionnelle avec un usage astucieux des booléens, comme suit.

```
def est_proche(x):  
    """x est proche de 3 à 10**-4 près ?"""  
    distance = abs(x-3)  
    return distance <= 10**(-4)
```

La fonction est alors plus concise, mais plus difficilement lisible.

### 1.4 À propos des conditions

L'expression booléenne derrière le **si** joue le rôle de test. Pour exprimer cette condition, on a besoin des **opérateurs de comparaison** (inférieur strict, supérieur strict, inférieur ou égal, supérieur ou égal, égal à, différent de) et des **connecteurs logiques** (non, et, ou).

- Calcul du carré d'un nombre positif.

```
>>> a=2  
>>> b=3  
>>> a+b  
5
```

- Comprenez-vous le message d'erreur?

```
>>> x=4
>>> if x >= 0 :
...     car = x**2
...
>>> car
16
```

- Condition avec un « et ».

```
>>> x = -5
>>> if x>= 0 :
...     carr = x**2
... carr
File "<stdin>", line 3
    carr
    ^
```

**SyntaxError**: invalid syntax

## 1.5 Imbrication de plusieurs conditions

On peut se trouver face à un problème qui se scinde en plus de deux cas (par exemple, dans le cas des équations du second degré, on teste si le discriminant est strictement positif, nul ou strictement négatif). Dans ce cas, voici comment procéder :

<p><b>Si condition 1</b>              <b>alors</b> bloc d'instructions 1              <b>sinon si</b> condition 2                  <b>alors</b> bloc d'instructions 2                  <b>sinon si</b> condition 3                      <b>alors</b> bloc d'instructions 3                  ...</p> <p style="text-align: right;"><b>sinon</b> bloc final</p> <p><b>Fin-du-Si</b></p>	<p>signifie que</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>si</b> la condition 1 est vérifiée (expression booléenne=<i>True</i>)              <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc 1</li> <li>• <b>si</b> la condition 1 n'est pas vérifiée (expression booléenne=<i>False</i>) mais que la condition 2 est vérifiée              <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc 2</li> <li>• <b>si</b> les conditions 1 et 2 ne sont pas vérifiées mais que la condition 3 est vérifiée              <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc 3...</li> <li>• <b>si</b> aucune condition n'est vérifiée              <b>alors</b> le programme exécute les instructions du bloc final</li> </ul>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**R**

- Si la condition 1 est vérifiée, le programme ne se préoccupe pas des conditions suivantes.
- Chaque **sinon si** agit comme un **filtre**. L'ordre de ces filtres est important. Ainsi, les séquences d'instructions :

```
x <- 3
Si x > 6
    alors renvoyer x + 2
    sinon si x > 4
        alors renvoyer x + 4
        sinon si x > 2
            alors renvoyer x + 6
            sinon renvoyer x
Fin-du-Si
et
```

```

x <- 3
Si x > 6
    alors renvoyer x + 2
    sinon si x > 2
        alors renvoyer x + 6
        sinon si x > 4
            alors renvoyer x + 4
            sinon renvoyer x
Fin-du-Si

```

ne renvoient pas la même chose.

## 1.6 Syntaxe en Python

```

if condition 1 :
    bloc d'instructions_1
elif condition_2 :
    bloc d'instructions 2
elif condition 3 :
    bloc d'instructions_3
.
.
.
else :
    bloc_final

```

- **Sinon si** se traduit par **elif**.

Écrire les deux séquences d'instructions de la remarque 1.5 en Python, et constater que l'on obtient bien deux résultats différents.

Voici une fonction qui calcule le maximum de trois entiers *a*, *b*, *c* :

```

def max3 (a, b, c) :
    """ renvoie le maximum de a, b ,c.
    précondition : a, ,b et c sont 3 entiers """
    if a <= c and b <= c :
        return c
    elif a <= b and c < b :
        return b
    else :
        return a

```

## 2 Boucles définies

### 2.1 Un programme très simple

Écrivons un programme pour saluer la classe (disons les 8 premiers élèves) :

```

>>> x = 0.5
>>> if x >= -1 and x <= 1 :
...     print("Il existe un angle theta tel que x = cos(theta).")
...
Il existe un angle theta tel que x = cos(theta).

```

Mais combien de travail faut-il faire si :

- On veut dire bonsoir et non bonjour?
- On veut dire «Baptiste, comment vas-tu? *etc.*» et non «Bonjour Baptiste, *etc.*»?

Et s'il y a 500 élèves?

### 2.2 Le principe DRY

«Don't Repeat Yourself» est une philosophie en programmation informatique consistant à éviter la redondance de code au travers de l'ensemble d'une application afin de faciliter la maintenance, le test, le débogage et les évolutions de cette dernière.

La philosophie DRY est explicitée par la phrase suivante :

«Dans un système, toute connaissance doit avoir une représentation unique, non-ambiguë, faisant autorité».

Ici le programme devrait :

- définir la liste des prénoms auxquels dire bonjour;
- dire qu'on veut effectuer un même traitement sur tous les prénoms;
- dire que ce traitement consiste à afficher «Bonjour» suivi du prénom.

Nous avons déjà vu comment définir une liste :

```
pre noms = [ 'Baptiste', 'Lisa', 'Pierrick', \
' Louise-Eugénie', 'Qâsim', 'Lorenzo', 'Arthur', 'Ylies' ]
```

Il faut maintenant s'occuper des deux points suivants : définir le traitement à effectuer sur chacun de ces prénoms, et l'**itérer**. Pour cela nous allons utiliser une **boucle itérative définie**, autrement dit nous allons **répéter** l'application d'une même séquences d'instructions sur une liste **définie à l'avance** :

	<b>Pour</b> variable <b>dans</b> liste <b>répéter</b> bloc d'instructions <b>b</b> <b>Fin-de-la-boucle</b>
	signifie que
<b>pour</b> chaque élément de la liste <b>liste</b> ,	
le programme exécute les instructions du bloc <b>b</b> .	

## 2.3 Syntaxe en Python

```
for variable in liste :
    instructions
```

Ici encore, la ligne contenant le mot-clé **for** doit se finir par un «:» et les instructions du bloc doivent être indentées. La fin de la boucle est marquée par un retour à la ligne non indenté.

Maintenant que la liste `pre noms` est définie, dire bonjour à nos huit élèves s'écrit ainsi :

```
for x in pre noms:
    print('Bonjour_' + x)
```

## 2.4 Autre problème ...

On souhaite calculer  $u_{20}$  où  $u$  est la suite définie par

$$u_0 = 5$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 2u_n - n - 3$$

Il y a deux approches possibles :

1. Résoudre ça mathématiquement, c'est-à-dire déterminer une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ , avant de faire une application numérique.
2. Calculer de proche en proche  $u_1, u_2, u_3, u_4 \dots$  et enfin  $u_{20}$ .

La première méthode est la meilleure si on sait faire.

La seconde promet d'être longue et pénible, surtout si l'on vous demande de calculer  $u_{10000}$ . Mais là encore la boucle itérative va nous aider.

On peut proposer un algorithme du type :

```
x <- 5
Pour k de 0 à ??? répéter
    x <- 2x - k - 3
Fin-de-la-boucle
```

et on espère qu'après cette boucle,  $x$  vaut  $u_{20}$ .

Mais il reste deux questions :

1. Y a-t'il un lien entre cette boucle et celle vue précédemment où on parcourt les éléments d'une liste?
2. Jusqu'où aller dans cette boucle ??? 18, 19, 20, 21, 22? Comment être sûr de ne pas se tromper?

## 2.5 Les intervalles d'entiers en Python

Pour répondre à la première question, il suffit de remarquer que les entiers de 0 à 19 par exemple, sont en fait les éléments d'une liste : `[0, 1, 2, ..., 19]`. En Python, cette liste s'écrit de la manière suivante : `range(20)`. Précisément, si  $a$  et  $b$  sont deux entiers, `range(a, b)` contient les éléments de l'intervalle semi-ouvert  $[[a, b[$ , dans l'ordre croissant. Avec un seul argument, `range(b)` signifie `range(0, b)`. Redisons-le, car c'est un fait important en Python : `range(a, b)` est intervalle **fermé** à gauche, **ouvert** à droite<sup>1</sup>.

Avec `range`, nous pouvons maintenant itérer sur une liste d'entiers :

```
>>> print('Bonjour Baptiste')
Bonjour Baptiste

>>> print('Bonjour Lisa')
Bonjour Lisa

>>> print('Bonjour Pierrick')
Bonjour Pierrick

>>> print('Bonjour Louise-Eugénie')
Bonjour Louise-Eugénie

>>> print('Bonjour Qâsim')
Bonjour Qâsim

>>> print('Bonjour Lorenzo')
Bonjour Lorenzo

>>> print('Bonjour Arthur')
Bonjour Arthur

>>> print('Bonjour Ylies')
Bonjour Ylies
```

Mais est-ce bien  $u_{20}$  ?

## 2.6 Les invariants de boucle

Un **invariant de boucle** est une proposition vérifiée à chaque tour d'une boucle. Plus précisément, on distingue les invariants d'**entrée de boucle** et ceux de **sortie de boucle**. C'est en fait une proposition de récurrence, qui doit être vraie au début de la première boucle, puis se propager de tour de boucle en tour de boucle, jusqu'au dernier.

Les invariants de boucles ont essentiellement deux intérêts :

1. **Démontrer** l'algorithme, grâce au principe de récurrence;
2. Répondre à notre question précédente : où commencer et où finir une boucle?

Il est **fortement conseillé** de toujours indiquer les invariants de boucle en commentaire dans vos algorithmes.

Par exemple :

```
x = 5 # x = u_0 (initialisation)
for k in range(20):
    # x = u_k (invariant en entrée de boucle)
    x = 2 * x - k - 3
    # x = u_{k+1} (invariant en sortie de boucle)
# après la boucle for, k vaut 19, et x vaut donc u_{20}.
```

## 2.7 Un exemple : test de primalité

On veut tester si un entier  $n$  est premier :

1. Voir *Why numbering should start at zero*, E. W. Dijkstra, EWD831. Disponible en ligne.

```
def est_premier(n):
    """ Renvoie True si n est premier, False sinon
        Précondition : n est un entier."""
    b = True
    for d in range(2,n):
        # b => n non divisible par 2, 3, ..., d-1.
        if n % d == 0:
            b = False
    # b <=> n premier
    return b
```

Remarque : les derniers tours de boucle sont inutiles dès que la variable `b` a été mise à `False`. Les exécuter tout de même est une perte de temps. Il existe plusieurs possibilités pour améliorer cela :

L'instruction `break` :

```
def est_premier(n):
    """ Renvoie True si n est premier, False sinon
        Précondition : n est un entier."""
    b = True
    for d in range(2,n):
        # b => n pas divisible par 2, 3, ..., d-1.
        if n % d == 0:
            b = False
            break
    # b <=> n est premier
    return b
```

L'utilisation d'un `return` en milieu de boucle, à favoriser en Python pour une question de style et d'élégance :

```
def est_premier(n):
    """ Renvoie True si n est premier, False sinon
        Précondition : n est un entier."""
    for d in range(2,n):
        # n n'est pas divisible par 2, 3, ..., d-1.
        if n % d == 0:
            return False
    return True
```

### 3 Boucles indéfinies ou conditionnelles

#### 3.1 Algorithme

On peut aussi être amené à répéter un bloc d'instructions sans savoir combien de fois on devra le répéter.

Disposant d'une suite croissante, non majorée, on cherche à trouver le plus petit entier  $p$  tel que la valeur au rang  $p$  dépasse 10000.

Dans ce cas, on utilise la boucle **Tant que** qui permet de répéter le bloc d'instructions tant qu'une certaine condition est vérifiée.

	<b>Tant que</b> condition <b>faire</b> bloc d'instructions <b>Fin-du-Tant-que</b>
	signifie que
<b>Tant que</b>	la condition est vérifiée (expression booléenne= <code>True</code> )
<b>Faire</b>	le bloc d'instructions.

#### 3.2 Syntaxe en Python

```
while condition :
    instructions
```

Rechercher le premier entier  $n$  tel que la somme des entiers de 1 à  $n$  dépasse 11.

```
>>> x = 5
>>> for k in range(20):
...     x = 2 * x - k - 3
...
>>> x
1048600
```

REPONSE :  $n = 5$  (dans ce cas  $s = 15$ )

Conjecture de Syracuse :

On note  $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$  l'application vérifiant, pour tout  $n$  pair  $f(n) = n/2$  et tout  $n$  impair  $f(n) = 3n + 1$ .

On conjecture que pour tout entier  $n$ , il existe  $k$  tel que  $f^k(n) = 1$ .

Voici un algorithme calculant, pour tout  $n$  donné, le plus petit entier  $k$  vérifiant  $f^k(n) = 1$  :

```
def f(n):
    """Fonction de Syracuse.
    Précondition : n est un entier strictement positif"""
    if n % 2 == 0:
        return n // 2
    else:
        return 3 * n + 1

def syracuse(n):
    """Renvoie le premier entier k tel que f^k(n) = 1.
    Précondition : n est un entier strictement positif"""
    x = n
    k = 0
    while x != 1:
        x = f(x)
        k = k + 1
    return k
```

Comme pour les boucles définies, nous sommes confrontés à un problème : comment démontrer un algorithme reposant sur une boucle indéfinie? Pour cela, nous utilisons encore les invariants de boucle, afin de prouver qu'après la boucle, le résultat est bien celui voulu.

Mais avant même cela, il y a un point épineux : la boucle **while** va-t-elle vraiment se finir? Il faut démontrer ce que l'on appelle la **terminaison** de l'algorithme. C'est là que réside le danger des boucles **while** : si elles sont mal écrites, la condition de la boucle ne devient jamais fausse, et la boucle est infinie.

Pour montrer la terminaison d'un algorithme, on utilise cette fois un **variant** de boucle. Il consiste à mettre en avant une variable dont la valeur est modifiée au cours des tours de boucle, de telle sorte que cette modification finisse par rendre fausse la condition de la boucle.

Donnons ces invariant et variant pour l'algorithme de l'exemple 3.2 (nous ne pouvons malheureusement pas le faire pour l'exemple 3.2, puisque comme son nom l'indique, la conjecture de Syracuse n'a jamais été démontrée) :

```
n = 1
s = 1          # s = somme des i de 1 à n
while s < 11 :  # invariant : s = somme des i de 1 à n
    n = n + 1
    s = s + n   # variant : s, qui est entier et strictement croissant
```

### 3.3 Exercices