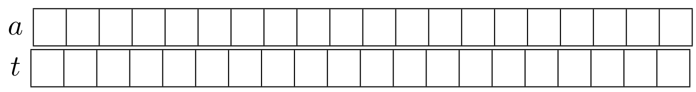
Mesures de rayonnement gamma

Un capteur mesure pendant plusieurs années le rayonnement gamma émis par un lointain pulsar. Pour chaque gamma reçu, repéré par son rang $i (0 \leq i < n)$, on mesure son énergie a_i et l'instant t_i de sa détection. L'unité d'énergie est le kilo électron-volt (keV), l'unité de temps est le dixième de seconde (1/10 s), l'origine des temps correspond au début de la campagne de mesures. On supposera $n > 0$. Pour tout i, la quantité a_i est un entier naturel ($a_i \in \mathbb{N}$). Les valeurs a_i sont rangées dans un tableau a de n éléments de type entier. Ces mesures n'ont pas lieu à intervalles réguliers. On note les dates t_i (exprimées en 1/10 s, $t_i \in \mathbb{N}$) dans un autre tableau t de n éléments de type entier. Pour tout i et j tels que $0 \leq i < j < n$, on a donc $t_i < t_j$.



Question 1. Écrire une fonction `compte(x,a)` qui retourne, en temps linéaire en n, le nombre de fois où la valeur x apparaît dans le tableau a.

Question 2. En déduire une fonction `occurrences(a)` qui retourne, en temps quadratique en n, un tableau r tel que pour tout $i (0 \leq i < n)$, l'élément r_i est le nombre de fois où a_i apparaît dans a.

partie I

On cherche à calculer les périodes T de temps pendant lesquelles le rayonnement reste d'énergie constante.

$T = t_j - t_i$ avec $a_i = a_k = a_j$ pour tout k tel que $i \leq k \leq j$

Question 3. Écrire une fonction `maxconstant(a,t)` qui retourne, en temps linéaire en n, la période la plus grande T pendant laquelle le rayonnement reste constant.

partie II

Soit *occ* le tableau calculé à la question 2.

Question 4. Écrire une fonction `maxoccurrences(a,occ)` qui retourne, en temps linéaire en n, les indices i_1 et i_2 de deux rayonnements m_1 et m_2 qui apparaissent le plus grand nombre de fois dans le tableau de mesures a. (Si le tableau a contient des valeurs toutes identiques, on posera $i_2 = m_2 = -1$).

On veut maintenant réorganiser les tableaux de mesures a et de dates t pour mettre en tête toutes les mesures donnant m_1, puis celles valant m_2, puis toutes les autres. La réorganisation des tableaux a et t demandée est donc telle que :

$0 \leq k < b \Rightarrow a_k = m_1$

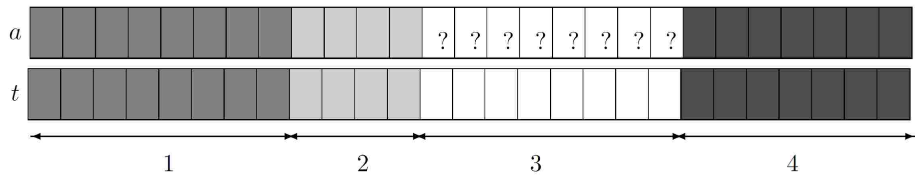
$b \leq k < r \Rightarrow a_k = m_2$

$r \leq k < n \Rightarrow a_k \notin m_1, m_2$

Après réorganisation, le tableau t vérifie toujours que t_i est la date à laquelle s'est produit le rayonnement $a_i (0 \leq i < n)$.

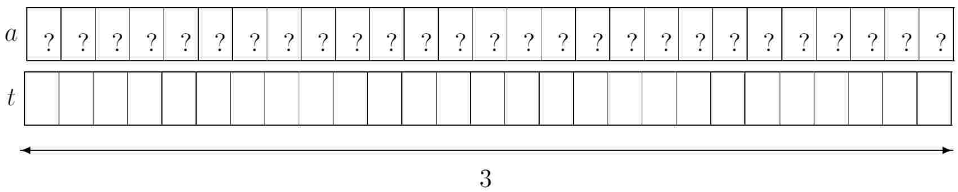
Question 5. Écrire une fonction `trier(a,t,m1,m2)` qui réordonne, en temps linéaire en n, les tableaux a et t pour regrouper en tête les deux mesures les plus fréquentes, comme indiqué précédemment.

Indication : on parcourra les tableaux a et t (dans le sens des indices croissants) en maintenant une décomposition de la forme suivante :

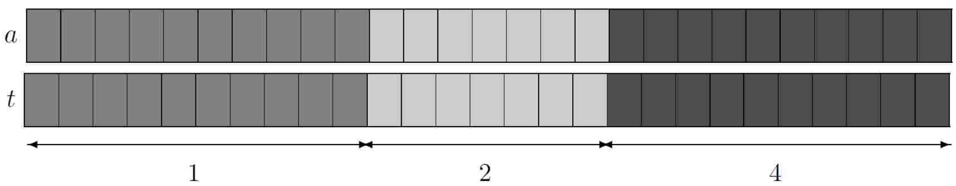


avec a_i valant respectivement m_1, m_2 et une valeur non prise dans m_1, m_2 dans les zones 1, 2 et 4.

Au début les tableaux a et t sont de la forme :



À la fin les mêmes tableaux a et t sont de la forme :



Question 6. La fonction précédente garde-t-elle la croissance des dates à l'intérieur de chaque zone, c'est-à-dire que $i < j$ implique $t_i < t_j$ pour i et j dans une même zone ? Justifier votre réponse.