TD 2

Exercices d'application

Savoirs et compétences :

- *Alg – C15 : Récursivité : avantages et inconvénients.*

Exercice 1 – Fonction mystère

D'après ressources de C. Lambert. On donne la fonction suivante :

■ Python
```python
def mystere(L):
    """
    Ceci est la fonction mystère, saurez-vous
    trouver son but ?
    Entrée :
        * L(list) : liste de nombres entiers
    ou réels
    Sortie :
        * ???
    """
    n = len(L)
    if n==0 :
        return (None)
    elif n==1 :
        return (L[0])
    else :
        x = mystere(L[0:n-1])
        if x<=L[-1] :
            return (x)
        else :
            return (L[-1])
```

Question 1 *Sans coder la fonction, déterminer le résultat de l'instruction **print(mystere([14, 20, 3, 16]))** ? Vous pourrez représenter de façon graphique l'empilement et le dépilement de la pile d'exécution.*

Question 2 *D'après vous quel est le but de cette fonction ?*

Question 3 *Programmer la fonction et tester l'instruction précédente. Sur plusieurs exemples, vérifiez la conjecture faite à la question précédente.*

Question 4 *Question subsidiaire. – Montrer que la propriété suivante est une propriété d'invariance :*
$\mathscr{P}$: l'algorithme retourne le plus petit élément de la liste de taille k, s'il existe.

R

- Il faudra montrer que l'algorithme se termine au moyen d'un variant de boucle.
- Il faudra montrer que $\mathscr{P}$ est une propriété d'invariance.

Exercice 2 – Palindrome...

D'après ressources de C. Lambert. On souhaite réaliser une fonction `miroir` dont le but est de retourner le «miroir» d'une chaîne de caractères. Par exemple le résultat de `miroir("miroir")` serait *"riorim"*.

Question 1 *Programmer la fonction* `miroir_it` *permettant de répondre au problème de manière itérative.*

Question 2 *Programmer la fonction* `miroir_rec` *permettant de répondre au problème de manière récursive.*

Question 3 *Que renvoie la fonction si la chaîne de caractère est "Eh ! ça va la vache" ?*

Question 4 *Évaluer la complexité algorithmique de chacune des deux fonctions.*

Exercice 3 – Suite de Fibonacci

D'après ressources de C. Lambert.

On définit la suite de Fibonacci de la façon suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} u_0 = 0, u_1 = 1 \\ u_{n+2} = u_n + u_{n+1} \end{cases}$$

Question 1 *Définir la fonction* `fibonacci_it` *permettant de calculer u_n par une méthode itérative. Évaluer la complexité algorithmique de l'algorithme.*

Question 2 *Définir la fonction* `fibonacci_rec` *permettant de calculer u_n par une méthode récursive « intuitive». Évaluer la complexité algorithmique de l'algorithme.*

Question 3 *Observer comment passer du couple (u_n, u_{n+1}) au couple (u_{n+1}, u_{n+2}). En déduire une autre méthode récursive pour calculer le n^e terme de la suite de Fibonacci. Évaluer la complexité algorithmique de l'algorithme.*

Exercice 4 – Faisons des Bulles

D'après les ressources de Mmes SEMBELY et VERDIER

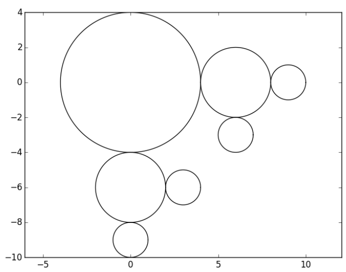
Les fractales sont des objets mathématiques fondés sur des figures géométriques se répétant à l'infini via un processus itératif.

"Une fractale est un objet irrégulier, dont l'irrégularité est la même à toutes les échelles et en tous les points"
Adrien DOUADY - mathématicien français

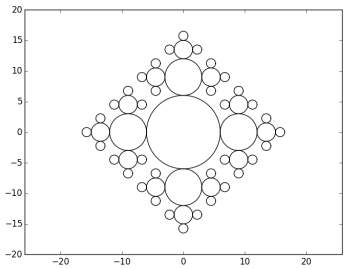
Ce type de structure se retrouve également dans la nature : architecture des côtes maritimes, ramifications nerveuses, nuages, galaxies ...
Etant donné leur structure, il est très intéressant d'utiliser la récursivité pour visualiser des ensembles fractals.

Question 1 *Ecrire une fonction* `cercle` *d'arguments* `x`, `y` *et* `r` *qui trace le cercle de centre le point $A(x, y)$ et de rayon r (supposé strictement positif).*

Question 2 *Ecrire une fonction récursive* `bubble` *d'arguments* `x`, `y`, `r` *et* `n`. *Elle effectuera la construction pour un nombre* `n` *d'étapes en ayant pour figure de base le cercle de centre $A(x, y)$ et de rayon* `r` *(supposé strictement positif). A chaque étape, le rayon du cercle est divisé par 2.*



Question 3 *Ecrire une fonction récursive* `bubbleComplet` *d'arguments* `x`, `y`, `r`, `n` *et une chaîne de caractères* `position`. *Elle effectuera la construction ci-dessous pour un nombre* `n` *d'étapes en ayant pour figure de base le cercle de centre $A(x, y)$ et de rayon* `r` *(supposé strictement positif).*

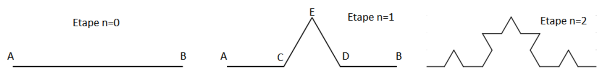


Exercice 5 – Flocon de Von Koch

Dans cet exercice, vous utiliserez des tableaux **numpy** pour représenter les points. C'est plus pratique que les listes python pour faire les calculs vectoriels.

- Si a et b représentent respectivement les points (x, y) et (x', y') alors $a+b$ représente le point $(x+x', y+y')$.
- Si r est un réel et a représente le point de coordonnées (x, y) alors $r*a$ représente le point (rx, ry).
- Si a et b sont des tableaux **numpy** alors $dot(a, b)$ représente le produit matriciel $a \times b$ (si ce produit est possible). La fonction **dot** est une fonction **numpy**.

Le mathématicien suédois Von Koch a défini la courbe du même nom dont voici les premières itérations.



Question 1 *Ecrire une fonction* `rotation` *d'argument un réel* `alpha` *qui renvoie le tableau **numpy** correspondant à la matrice de rotation d'angle* `alpha`.

Question 2 *Pour l'étape $n = 1$, exprimer les points C et D en fonction de A et B.* En utilisant une matrice de rotation, exprimer E en fonction de C et D.

Question 3 *En déduire une fonction récursive* `koch` *d'arguments les points* `A` *et* `B` *et un entier* `n`. *Cette fonction tracera la courbe de Von Koch pour l'itération n à partir des points A et B.*

Question 4 *Ecrire une fonction* `flocon` *d'arguments les points A et B et un entier n. Cette fonction tracera le flocon de Von Koch pour l'itération n à partir des points A et B.*