

Chapitre 1

Programmation récursive

TD 1

Exercices d'application

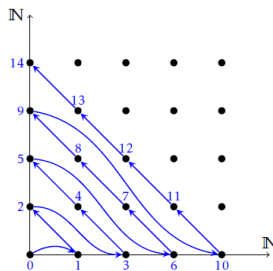
TD d'informatique du Lycée Louis Legrand – Jean-Pierre Becirspahic
<http://info-llg.fr/>

Savoirs et compétences :

- Alg – C15 : Récursivité : avantages et inconvénients.

Exercice 1

On démontre que sur l'ensemble $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ est dénombrable en numérotant chaque couple $(x, y) \in \mathbb{N}^2$ suivant le procédé suggéré par la figure ci-dessous.



Question 1 Rédiger une fonction récursive qui retourne le numéro du point de coordonnées (x, y) .

Question 2 Rédiger la fonction réciproque, là encore de façon récursive.

Exercice 2

Question 1 Écrire une fonction récursive qui calcule a^n en exploitant la relation : $a^n = a^{n/2} \times a^{n/2}$.

Question 2 Écrire une fonction qui utilise de plus la remarque suivante : $n/2 = \begin{cases} n/2 & \text{si } n \text{ est pair} \\ n/2 + 1 & \text{sinon} \end{cases}$.

Question 3 Déterminer le nombre de multiplications effectuées dans chacun des deux cas.

Exercice 3 – Fonction 91 de McCarthy

On considère la fonction récursive suivante :

```
■ Python
def f(n) :
    if n > 100 :
        return n - 10
    return f(f(n + 11))
```

Question Prouver sa terminaison lorsque $n \in \mathbb{N}$ et déterminer ce qu'elle calcule (sans utiliser l'interpréteur de commande).

Exercice 4

On suppose disposer d'une fonction `polygon((xa, ya), (xb, yb), (xc, yc))` qui trace le triangle plein dont les sommets ont pour coordonnées (x_a, y_a) , (x_b, y_b) , (x_c, y_c) .

Question 1 Définir une fonction récursive permettant le tracé présenté figure suivante (tous les triangles sont équilatéraux).

