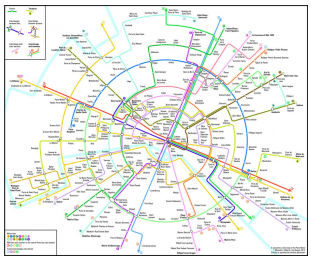
Chapitre 12

Parcours de graphes

Savoirs et compétences :

Cours

- *Vocabulaire des graphes : graphe orienté, graphe non orienté. Sommet (ou nœud) ; arc, arête. Boucle. Degré (entrant et sortant). Chemin d'un sommet à un autre. Cycle. Connexité dans les graphes non orientés.*
- *Notations : graphe $G = (S, A)$, degrés $d(s)$ (pour un graphe non orienté), $d_+(s)$ et $d_-(s)$ (pour un graphe orienté).*
- *Pondération d'un graphe. Étiquettes des arcs ou des arêtes d'un graphe. On motive l'ajout d'information à un graphe par des exemples concrets.*



Représentation ciculaire du métro parisien

1 Parcours de graphe

Une fois que nous sommes en présence d'un graphe, il va falloir le parcourir pour répondre à différentes questions :

- est-il possible de joindre un sommet A et un sommet B ?
- est-il possible, depuis un sommet, de rejoindre tous les autres sommets du graphe ?
- peut-on détecter la présence de cycle ou de circuit dans un graphe ?
- quel est le plus court chemin pour joindre deux sommets ?
- *etc.*

Les deux algorithmes principaux sont les suivants :

- le parcours en largeur – *Breadth-First Search* (BFS) – pour lequel on va commencer par visiter les sommets les plus proches du sommet initial (sommets de niveau 1), puis les plus proches des sommets de niveau 1 *etc.* ;
- le parcours en profondeur – *Depth-First Search* (DFS) – pour lequel on part d'un sommet initial jusqu'au sommet le plus loin. On remonte alors la pile pour explorer les ramifications.

Une des difficultés du parcours de graphe est d'éviter de tourner en rond. C'est pour cela qu'on mémorisera l'information d'avoir visité ou non un sommet.

1.1 Parcours en largeur

1.1.1 Un premier algorithme

On propose ci-dessous un algorithme de parcours en largeur en utilisant un graphe implémenté sous forme de liste d'adjacence ainsi qu'un sommet `s` de départ.

```
def bfs(G:dict, s:str) -> None:
    """
    G : graphe sous forme de dictionnaire d'adjacence
    s : sommet du graphe (Chaine de caractere du type "S1").
    """
    visited = {}
    for sommet,voisins in G.items():
        visited[sommet] = False
    # Le premier sommet àvisiter entre dans la file
    file = deque([s])
    while len(file) > 0:
        # On visite la tête de file
        tete = file.pop()
        # On vérifier qu'elle n'a pas été visitée
        if not visited[tete]:
            # Si on l'avait pas visité, maintenant c'est le cas :)
            visited[tete] = True
            # On met les voisins de tete dans la file
            for v in G[tete]:
                file.appendleft(v)
```

Dans cet algorithme :

- on commence par créer une liste ayant pour taille le nombre de sommets. Cette liste va permettre de savoir si un sommet a été visité ou non ;
- dans la file, on va commencer par ajouter le sommet initial ;
- on commence alors à traiter la file en extrayant l'indice du sommet initial ;
- si ce sommet n'a pas été visité, il devient visité ;
- on ajoute alors dans la file l'ensemble des voisins du sommet initial ;
- on continue alors de traiter la file.

R En l'état, à quoi sert cet algorithme ?

1.1.2 Applications

▪ **Exemple** *Comment connaître la distance d'un sommet* `s` *aux autres ?*

```
def distances(G, s):
    dist = [-1]*len(G)
    q = deque([(s, 0)])
    while len(q) > 0:
        u, d = q.pop()
        if dist[u] == -1:
            dist[u] = d
```

```
            for v in G[u]:
                q.appendleft((v, d + 1))
    return dist
```

▪

▪ **Exemple** *Comment connaître un plus court chemin d'un sommet s à un autre ?*

```
def bfs(G, s):
    pred = [-1]*len(G)
    q = deque([(s, s)])
    while len(q) > 0:
        u, p = q.pop()
        if pred[u] == -1:
            pred[u] = p
            for v in G[u]:
                q.appendleft((v, u))
    return pred

def path(pred, s, v):
    L = []
    while v != s:
        L.append(v)
        v = pred[v]
    L.append(s)
    return L[::-1] # inverse le chemin
```

▪

1.2 Parcours en profondeur

1.2.1 Un premier algorithme

On propose ci-dessous un algorithme de parcours en profondeur en utilisant un graphe implémenté sous forme de liste d'adjacence ainsi qu'un sommet `s` de départ.

```
def dfs(G, s): #
    visited = [False]*len(G)
    pile = [s]
    while len(pile) > 0:
        u = pile.pop()
        if not visited[u]:
            visited[u] = True
            for v in G[u]:
                pile.append(v)
```

Dans cet algorithme :

- on commence par créer une liste ayant pour taille le nombre de sommets. Cette liste va permettre de savoir si un sommet a été visité ou non ;
- dans la pile, on va commencer par ajouter le sommet initial ;
- on commence alors à traiter le sommet initial après l'avoir extrait de la pile ;
- si ce sommet n'a pas été visité, il devient visité ;
- on ajoute alors dans la pile l'ensemble des voisins du sommet initial ;
- on continue alors de traiter la pile.

À la différence du parcours en largeur, lorsqu'on va traiter la pile, on va s'éloigner du sommet initial... avant d'y revenir quand toutes les voies auront été explorées.

1.2.2 Applications

▪ **Exemple** *Lister les sommets dans l'ordre de leur visite.* ▪

▪ **Exemple** *Comment déterminer si un graphe non orienté est connexe ?* ▪

▪ **Exemple** *Comment déterminer si un graphe non orienté contient un cycle ?* ▪

Références

- Cours de Quentin Fortier `https://fortierq.github.io/itc1/`.
- Cours de JB Bianquis. Chapitre 5 : Parcours de graphes. Lycée du Parc. Lyon.
- Cours de T. Kovaltchouk. Graphes : parcours. Lycée polyvalent Franklin Roosevelt, Reims.
- `https://perso.liris.cnrs.fr/vincent.nivoliers/lifap6/Supports/Cours/graph_traversal.html`
- `http://mpechaud.fr/scripts/parcours/index.html`