TP 12

Piles, Files et Introdcution aux graphes

Exercice 1 – Évaluation d'une expression postfixée

Jean-Pierre Becirspahic

La notation postfixée d'une expression algébrique consiste à placer les opérateurs après son ou ses opérandes. Par exemple, l'addition de `a` et de `b` sera écrite `a b +` en notation postfixée, la racine carrée de `a` sera écrite `a` $\sqrt{}$.

L'intérêt majeur de cette notation est qu'une expression postfixe n'est jamais ambiguë : alors que expression infixe `1 + 2 × 3` peut avoir deux significations : `(1 + 2) × 3` ou `1 + (2 × 3)`, ce n'est jamais le cas d'une expression postfixe, ce qui rend l'usage des parenthèses superflu : `1 2 + 3 ×` ne peut être compris que de cette façon : `(1 2 +) 3 ×` et `1 2 3 × +` de cette façon : `1 (2 3 ×) +`. Nous allons montrer comment, à l'aide d'une pile, on peut évaluer une expression algébrique postfixe. Dans cet exercice, les expressions algébriques seront représentée par les listes qui pourront contenir des nombres (de type `int` ou `float`) ou des chaînes de caractères représentant des opérateurs unaires ou binaires (comme par exemple `sqrt` ou `+`). Par exemple, l'expression $\frac{1+2\sqrt{3}}{4}$ sera représentée par la liste `[1, 2, 3, 'sqrt', '*', '+', 4, '/']`. On suppose donné deux dictionnaires répertoriant pour l'un les opérateurs unaires, pour l'autre les opérateurs binaires, et qui associent à chaque chaîne de caractère la fonction correspondante. On peut par exemple définir ces deux dictionnaires à l'aide du script suivant, et les compléter en suivant le même modèle.

```
from numpy import sqrt, exp, log
op_uni = {'sqrt': sqrt, 'exp': exp, 'ln':log}
def add(x, y):
    return x + y

def sous(x, y):
    return x - y

def mult(x, y):
    return x * y

def div(x, y):
    return x / y

op_bin = {'+': add, '-': sous, '*': mult, '/': div}
```

L'évaluation d'une expression postfixe consiste à utiliser une pile initialement vide et à parcourir les éléments de la liste représentant l'expression à évaluer en appliquant les règles suivantes :

- si l'élément est un nombre, il est empilé ;
- si l'élément est un opérateur unaire, le sommet de la pile est dépilé, l'opérateur lui est appliqué et le résultat ré-empilé ;
- si l'élément est un opérateur binaire, deux éléments de la pile sont dépilés, l'opérateur leur est appliqué et le résultat ré-empilé.

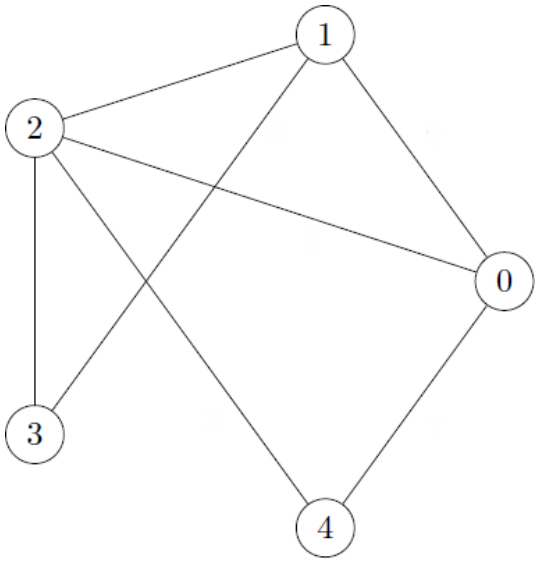
Si l'expression postfixe est correcte sur le plan syntaxique (et mathématique), à la fin du traitement de la liste la pile ne contient plus qu'un seul élément égal au résultat de l'évaluation de l'expression. On suppose donnés les deux dictionnaires `op_uni` et `op_bin`.

Question 1 *Rédiger une fonction qui évalue une expression postfixe donnée sous forme de liste* `evalue(lst:liste)->float`. *Dans un premier temps, on pourra supposer que l'expression est syntaxiquement correcte.*

Question 2 *Rédiger une seconde fonction d'évaluation qui détecte les erreurs de syntaxe.*
On la notera `evalue2(lst:liste)->float`

Exercice 2 – Implémentation des graphes par une liste d'adjacence

On considère le graphe `G` suivant, où le nombre situé sur l'arête joignant deux sommets est leur distance, supposée entière.



Pour implémenter le graphe, on utilise une liste `Gl` qui a pour taille le nombre de sommets. Chaque élément `Gl[i]` est la liste des voisins de `i`.

Dans ce cas, `Gl[0]=[1,2,4]` car Les sommets 1, 2 et 4 sont des voisins de 0.

Question 3 *Construire la liste d'adjacence* `Gl` *en utilisant la méthode énoncée ci-dessus.*

Question 4 *Écrire une fonction* `voisins_l(G:list, i:int) -> list`*, d'argument la liste d'adjacence* `G` *et un sommet* i*, renvoyant la liste des voisins du sommet* i*.*

Question 5 *Écrire une fonction* `arretes_l(G:list) -> list`*, renvoyant la liste des arêtes. Les arêtes seront constitués de couples de sommets (l'arête entre les sommets 0 et 1 sera donnée par* `(0,1)`*.*

Les instructions suivantes permettent de tracer un graphe.

```
import networkx as nx

def plot_graphe_l(G):
    plt.close()
    Gx = nx.Graph()
    edges = arretes_l(G)
    Gx.add_edges_from(edges)
    nx.draw(Gx,with_labels = True)
    plt.show()
plot_graphe_l(Gl)
```

Question 6 *Écrire et tester la fonction* `plot_graphe_l(G)`*.*

Question 7 *Écrire une fonction* `degre_l(G:list, i:int) -> int`*, d'argument un sommet* i*, renvoyant le nombre des voisins du sommet* i*, c'est-à-dire le nombre d'arêtes issues de* i*.*

Question 8 *Écrire la fonction* `ajout_sommet_l(G:list, L:list) -> None` *permettant d'ajouter un sommet au graphe.* `L` *désigne la liste des sommets auxquels le nouveau sommet est relié.* `ajout_sommet` *agit avec effet de bord sur* `G`*.*

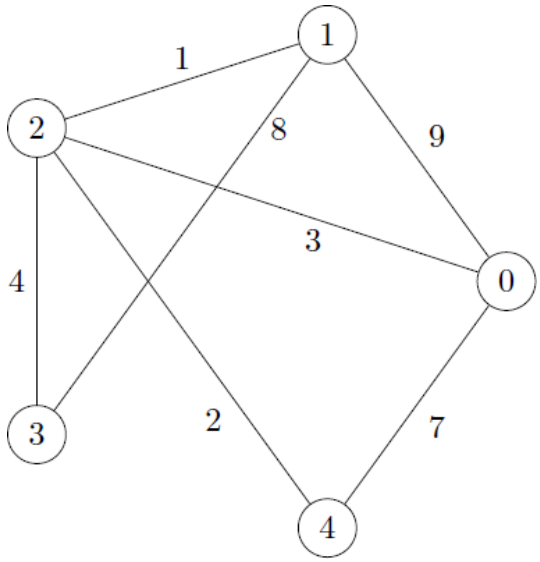
Question 9 *Écrire la fonction* `supprime_sommet_l(G:list, i: int) -> None` *permettant de supprimer le sommet* i *du graphe.*

Question 10 *Écrire la fonction* `from_list_to_matrix(G:list) -> list` *permettant de convertir un graphe implémenté sous forme de liste d'adjacence en matrice d'adjacence.*

Question 11 *Écrire la fonction* `from_matrix_to_listmatrix(G:list) -> list` *permettant de convertir un graphe implémenté sous forme de matrice d'adjacence en liste d'adjacence.*

Exercice 3 – Implémentation des graphes par une matrice d'adjacence

On considère le graphe `G` suivant, où le nombre situé sur l'arête joignant deux sommets est leur distance, supposée entière.



Question 12 *Construire la matrice* $(G_{ij})_{0\leq i,j\leq 4}$, *matrice de distances du graphe* `G`, *définie par : « pour tous les indices* i, j, G_{ij} *représente la distance entre les sommets* i *et* j, *ou encore la longueur de l'arête reliant les sommets* i *et* j *». Cette matrice sera implémentée sous forme d'une liste de listes. (Chaque « sous-liste » représentant une ligne de la matrice d'adjacence. On convient que, lorsque les sommets ne sont pas reliés, cette distance vaut* -1. *La distance du sommet* i *à lui-même est égale à 0.*

Question 13 *Écrire une fonction* `voisins(G:list, i:int) -> list`, *d'argument la matrice d'adjacence* `G` *et un sommet* i, *renvoyant la liste des voisins du sommet* i.

Question 14 *Écrire une fonction* `aretes(G:list) -> list`, *renvoyant la liste des arêtes. Les arêtes seront constitués de couples de sommets (l'arête entre les sommets 0 et 1 sera donnée par* `(0,1)`*).*

Les instructions suivantes permettent de tracer un graphe.

```
import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt

def plot_graphe(G):
    Gx = nx.Graph()
    edges = arretes(G)
    Gx.add_edges_from(edges)
    nx.draw(Gx,with_labels = True)
    plt.show()
plot_graphe(M)
```

Question 15 *Écrire et tester la fonction* `plot_graphe(G)`.

Question 16 *Écrire une fonction* `degre(G:list, i:int) -> int`, *d'argument un sommet* i, *renvoyant le nombre des voisins du sommet* i, *c'est-à-dire le nombre d'arêtes issues de* i.

Question 17 *Écrire une fonction* `longueur(G:list,L:list) -> int`, *d'argument une liste* `L` *de sommets de* `G`, *renvoyant la longueur du trajet d'écrit par cette liste* `L`, *c'est-à-dire la somme des longueurs des arêtes empruntées.*

Si le trajet n'est pas possible, la fonction renverra -1.

Question 18 *Écrire la fonction* `ajout_sommet(G:list, L:list, poids : list) -> None` *permettant d'ajouter un sommet au graphe.* `L` *désigne la liste des sommets (triés dans l'ordre croissant) auxquels le nouveau sommet est relié,* `poids` *la liste des poids respectifs.* `ajout_sommet` *agit avec effet de bord sur* `G`.

Question 19 *Écrire la fonction* `supprime_sommet(G:list, i: int) -> None` *permettant de supprimer le sommet* `i` *du graphe.*