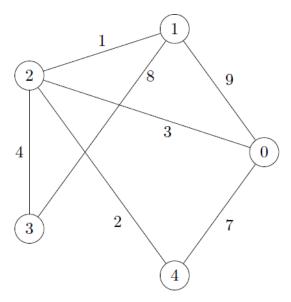


Découverte de la représentation des graphes

Exercice 1 - Implémentation des graphes par une matrice d'adjacence

On considère le graphe G suivant, où le nombre situé sur l'arête joignant deux sommets est leur distance, supposée entière.



Question 1 Construire la matrice $(G_{ij})_{0 \le i,j \le 4}$, matrice de distances du graphe G, définie par : « pour tous les indices i, j, G_{ij} représente la distance entre les sommets i et j, ou encore la longueur de l'arête reliant les sommets i et j ». Cette matrice sera implémentée sous forme d'une liste de listes. (Chaque « sous-liste » représentant une ligne de la matrice d'adjacence. On convient que, lorsque les sommets ne sont pas reliés, cette distance vaut -1. La distance du sommet i à lui-même est égale à 0.

Question 2 Écrire une fonction voisins (G:list, i:int) -> list, d'argument la matrice d'adjacence G et un sommet i, renvoyant la liste des voisins du sommet i.

Question 3 Écrire une fonction aretes (G:list) -> list, renvoyant la liste des arêtes. Les arêtes seront constitués de couples de sommets (l'arête entre les sommets 0 et 1 sera donnée par (0,1)).

Les instructions suivantes permettent de tracer un graphe.

```
import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
def plot_graphe(G):
   Gx = nx.Graph()
   edges = arretes(G)
```

1



```
Gx.add_edges_from(edges)
  nx.draw(Gx,with_labels = True)
  plt.show()
plot_graphe(M)
```

Question 4 Écrire et tester la fonction plot_graphe (G).

Question 5 Écrire une fonction degre (G:list, i:int) -> int, d'argument un sommet i, renvoyant le nombre des voisins du sommet i, c'est-à-dire le nombre d'arêtes issues de i.

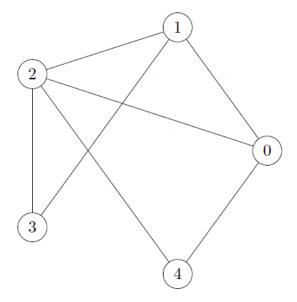
Question 6 Écrire une fonction longueur (G:list,L:list) -> int, d'argument une liste L de sommets de G, renvoyant la longueur du trajet d'écrit par cette liste L, c'est-à-dire la somme des longueurs des arêtes empruntées. Si le trajet n'est pas possible, la fonction renverra -1.

Question 7 Écrire la fonction ajout_sommet(G:list, L:list, poids : list) -> None permettant d'ajouter un sommet au graphe. L désigne la liste des sommets (triés dans l'ordre croissant) auxquels le nouveau sommet est relié, poids la liste des poids respectifs. ajout_sommet agit avec effet de bord sur G.

Question 8 Écrire la fonction supprime_sommet(G:list, i: int) -> None permettant de supprimer le sommet i du graphe.

Exercice 2 – Implémentation des graphes par une liste d'adjacence

On considère le graphe G suivant, où le nombre situé sur l'arête joignant deux sommets est leur distance, supposée entière.



Pour implémenter le graphe, on utilise une liste G1 qui a pour taille le nombre de sommets. Chaque élément G1 [i] est la liste des voisins de i.

Dans ce cas, G1[0] = [1, 2, 4] car Les sommets 1, 2 et 4 sont des voisins de 0.

Question 9 Construire la liste d'adjacence G1 en utilisant la méthode énoncée ci-dessus.

Question 10 Écrire une fonction $voisins_1(G:list, i:int) \rightarrow list, d'argument la liste d'adjacence G et un sommet i, renvoyant la liste des voisins du sommet i.$

Question 11 Écrire une fonction $arretes_1(G:list) \rightarrow list$, renvoyant la liste des arêtes. Les arêtes seront constitués de couples de sommets (l'arête entre les sommets 0 et 1 sera donnée par (0,1).

Les instructions suivantes permettent de tracer un graphe.

```
import networkx as nx

def plot_graphe_1(G):
    Gx = nx.Graph()
```



```
edges = arretes_1(G)
   Gx.add_edges_from(edges)
   nx.draw(Gx,with_labels = True)
   plt.show()
plot_graphe(M)
```

Question 12 Écrire et tester la fonction plot_graphe_l(G).

Question 13 Écrire une fonction degre_l(G:list, i:int) -> int, d'argument un sommet i, renvoyant le nombre des voisins du sommet i, c'est-à-dire le nombre d'arêtes issues de i.

Question 14 Écrire la fonction aj out_sommet_l(G:list, L:list) -> None permettant d'ajouter un sommet au graphe. L désigne la liste des sommets auxquels le nouveau sommet est relié. ajout_sommet agit avec effet de bord sur G.

Question 15 Écrire la fonction $supprime_sommet_l(G:list, i: int) -> None permettant de supprimer le sommet <math>i$ du graphe.

 $\textbf{Question 16} \textit{ \'Ecrire la fonction} \texttt{from_list_to_matrix}(\texttt{G:list}) \rightarrow \texttt{list} \textit{ permettant de convertir un graphe implément\'e sous forme de liste d'adjacence en matrice d'adjacence.}$

Question 17 Écrire la fonction $from_matrix_to_listmatrix(G:list) -> list permettant de convertir un graphe implémenté sous forme de matrice d'adjacence en liste d'adjacence.$