TD – 01

Exercices d'applications

Savoirs et compétences :

- ❒ *Alg – C17 : tris d'un tableau à une dimension de valeurs numériques (tri par insertion, tri rapide, tri fusion).*

Exercice 1 – Calcul de somme

Pour cet exercice, on prend $n = 1000000$. On pourra augmenter ou diminuer cette valeur en fonction de la machine utilisée.

1. Calculer $\sum_{i=0}^{n} i$ sans utiliser `numpy`.
2. Chronométrer le temps nécessaire pour le calcul précédent, par exemple en utilisant `time.clock()`.
3. Utiliser un tableau `numpy` et la méthode `sum` pour calculer à nouveau la somme proposée.
4. Comparer le temps de calcul avec la méthode précédente.

Exercice 2 – Produit de Wallis

On peut justifier que : $\pi = 2\prod_{n=1}^{+\infty} \frac{4n^2}{4n^2-1}$ appelé le *produit de Wallis*.

1. Écrire une fonction itérative, d'argument n, calculant : $2\prod_{i=1}^{n} \frac{4i^2}{4i^2-1}$.
2. Écrire une fonction utilisant un tableau `numpy`, effectuant le même calcul.
3. Comparer le temps de calcul de ces deux fonctions.

Exercice 3

1. Définir une matrice aléatoire `a` de taille 50×50.
2. Déterminer la valeur $\max_{i,j} |a_{i,j+1} - a_{i,j}|$.

Exercice 4

1. Définir une matrice aléatoire de flottants `a` de taille 50×50.
2. Compter le nombre de valeurs inférieures à 0.5.
3. Remplacer toutes les valeurs inférieures à 0.5 par 0, et celles strictement supérieures à 0.5 par 1.

Exercice 5

D'après exemple 3.15 p 28 « Algèbre linéaire », Robert C. Dalang, Amel Chaabouni.

On s'intéresse au système linéaire suivant :

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ & & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ x_1 & & & + & x_3 & + & 2x_4 & = & 1 \\ 2x_1 & + & x_2 & & & + & x_4 & = & 0 \end{array}\right.$$

1. Vérifier qu'il n'y a qu'une solution à ce système.
2. En utilisant `np.linalg.solve`, déterminer cette solution.
3. Vérifier le résultat obtenu en utilisant un produit matriciel.
4. Construire la matrice `m` de format 4×5, dont les colonnes sont successivement les colonnes de `a` et `b`.
5. Appliquer à `m` la méthode du pivot de Gauss pour résoudre « à la main » le système proposé.

Exercice 6

Créer une matrice 8×8, remplie de 0 et de 1 comme un échiquier.

Exercice 7

1. Créer une matrice aléatoire de taille 5×15, constituées d'entiers et l'afficher.
2. Mettre à zéro tous les éléments de la première ligne de cette matrice.
3. Déterminer la moyenne des éléments de cette matrice.
4. Construire le vecteur dont les composantes sont les moyennes des lignes de la matrice.
5. Déterminer la moyenne des éléments de ce vecteur.