



Exercice 5

Question 1 Écrire une fonction récursive qui calcule a^n en exploitant la relation : $a^n = a^{n/2} \times a^{n/2}$.

Question 2 Écrire une fonction qui utilise de plus la remarque suivante : $n/2 = \begin{cases} n/2 & \text{si } n \text{ est pair} \\ n/2 + 1 & \text{sinon} \end{cases}$.

Question 3 Déterminer le nombre de multiplications effectuées dans le cas où n est une puissance de 2, et majo-

rer simplement ce nombre dans le cas général.

Exercice 6 – Fonction 91 de McCarthy

On considère la fonction récursive suivante :

```
■ Python
def f(n) :
    if n > 100 :
        return n - 10
    return f(f(n + 11))
```

Question Prouver sa terminaison lorsque $n \in \mathbb{N}$ et déterminer ce qu'elle calcule (sans utiliser l'interpréteur de commande).