TD 3

Exercices d'application

D'après IPT, Éditions Vuibert.

Savoirs et compétences :

- *Alg – C15 : Récursivité : avantages et inconvénients.*

Exercice 1

Soit l'algorithme suivant :

```python
def mult(n, p):
    if  p == 0:
        return 0
    else :
        return n+mult(n,p-1)
```

Question 1 *Énoncer un variant de boucle et montrer la terminaison de l'algorithme.*

Question 2 *Énoncer un invariant de boucle et montrer la correction de l'algorithme.*

Question 3 *Donner et justifier la complexité temporelle de la fonction* `mult`.

Question 4 *Donner et justifier la complexité spatiale de la fonction* `mult`.

Exercice 2

Soit l'algorithme suivant :

```python
def puiss(x,  n):
    if  n == 0:
        return 1
    else :
        return x*puiss(x,n-1)
```

Question 1 *Énoncer un variant de boucle et montrer la terminaison de l'algorithme.*

Question 2 *Énoncer un invariant de boucle et montrer la correction de l'algorithme.*

Question 3 *Donner et justifier la complexité temporelle de la fonction* `puiss`.

Question 4 *Donner et justifier la complexité spatiale de la fonction* `puiss`.

Exercice 3

Soit l'algorithme suivant :

```python
def rechecheDichoRec(x, l):
    n=len(l)
    if  n == 0:
        return False
    elif  x<l(n//2) :
        return rechecheDichoRec(x, l(0:n//2))
    elif  :
        return rechecheDichoRec(x, l(n//2:n))
    else :
        return True
```

Question 1 *Donner et justifier la complexité temporelle de la fonction* `rechecheDichoRec`.

Question 2 *Donner et justifier la complexité spatiale de la fonction* `rechecheDichoRec`.

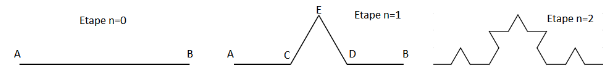
Exercice 4 – Flocon de Von Koch

Dans cet exercice, vous utiliserez des tableaux **numpy** pour représenter les points. C'est plus pratique que les listes python pour faire les calculs vectoriels.

- Si a et b représentent respectivement les points (x, y) et (x', y') alors $a+b$ représente le point $(x+x', y+y')$.
- Si r est un réel et a représente le point de coordonnées (x, y) alors $r*a$ représente le point (rx, ry).
- Si a et b sont des tableaux **numpy** alors $dot(a,b)$ représente le produit matriciel $a\times b$ (si ce pro-

duit est possible). La fonction **dot** est une fonction **numpy**.

Le mathématicien suédois Von Koch a défini la courbe du même nom dont voici les premières itérations.



Question 1 *Ecrire une fonction* `rotation` *d'argument un réel* `alpha` *qui renvoie le tableau* ***numpy*** *correspondant à la matrice de rotation d'angle* `alpha`.

Question 2 *Pour l'étape $n = 1$, exprimer les points C et D en fonction de A et B*. En utilisant une matrice de rotation, exprimer E en fonction de C et D.

Question 3 *En déduire une fonction récursive* `koch` *d'arguments les points* `A` *et* `B` *et un entier* `n`. *Cette fonction tracera la courbe de Von Koch pour l'itération n à partir des points A et B.*

Question 4 *Ecrire une fonction* `flocon` *d'arguments les points A et B et un entier n. Cette fonction tracera le flocon de Von Koch pour l'itération n à partir des points A et B.*