

Q1. $*t_{i1} = 2t_1 + 2t_2 + 2t_3 + t_4$

$*t_{i2} = 2t_1 + 2t_2 + (6 \times 3 \times 2)t_5 + 5 \times 2 \times t_6 + t_6$

$*\Delta t_i = 2t_3 + t_4 - (6 \times 3 \times 2)t_5 - 11t_6$

AN: $*t_{i1} = 1170 \text{ min}$

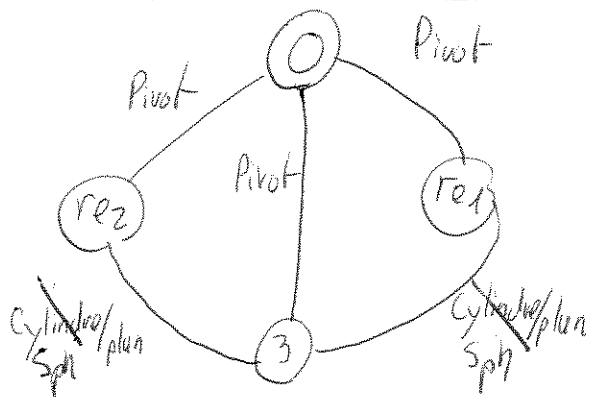
$= 19 \text{ h } 30 \text{ min.}$

$*t_{i2} = 685 \text{ min}$

$= 11 \text{ h } 25 \text{ min}$

$*\Delta t_i = 485 = 8 \text{ h } 05 \text{ min.}$

Q2. Graphe de liaison



(H1) RSG en I_1 et I_2

$m_c = 1$

$I_5 = 3 \times 5 + 2 \times (1 + 1) = 21$

$E_5 = 3 \times 6 = 18$

$A = I_5 - E_5 + m_c = 2$

(H2)

Pas RSG en I_1 et I_2

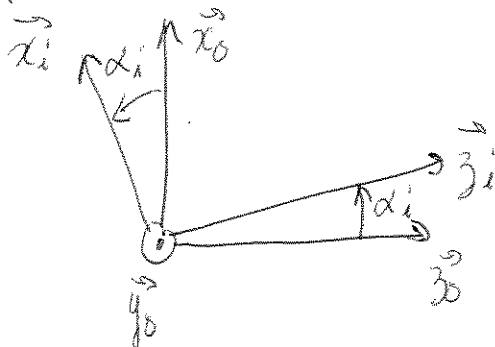
$m_c = 3$

$I_5 = 3 \times 5 + 2 \times 1 = 17$

$E_5 = 18$

$A = I_5 - E_5 + m_c = 2$

Q3: Même raisonnement pour $i = 1$ ou 2 .



$\vec{V}(I_i \in re_i/O) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \vec{V}(I_i \in re_i/O) = \vec{V}(I_i \in 3/O)$

$\Leftrightarrow I_i O_i \wedge \omega_{re_i} \vec{y}_0 = I_i O_3 \wedge \omega_3 \vec{y}_0$

$\Leftrightarrow (-R_{re} \vec{z}_i + * \vec{y}_0) \wedge \omega_{re_i} \vec{y}_0 = (R \vec{z}_i + * \vec{y}_0) \wedge \omega_3 \vec{y}_0$

$\Leftrightarrow R_{re} \omega_{re_i} \vec{x}_i = -R \omega_3 \vec{x}_i$

$$\begin{cases} R_{re} \omega_{re1} = -R \omega_3 \\ R_{re} \omega_{re2} = -R \omega_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{m_C = 1.} \quad \begin{cases} 3 \text{ paramètres} \\ 2 \text{ équations} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{h = 4} \Rightarrow 2 \text{ et égales}$$

Q4. les deux vitesses ω_{re1} et ω_{re2} sont liées dans le cas du RSG. Dans ce cas C_{ni} sont égaux.

De plus: $h=4$ impose 4 conditions géométriques et des inconnues hyperstatiques à fixer. Il faut ici prendre en compte la symétrie du problème.

Q5. Hypothèse: tous les axes de rotations des solides considérés sont en rotation par rapport à des axes fixe / R_0 .

$$T(E_1/R_0) = \frac{1}{2} (J_m \omega_m^2 + J_{re} \omega_{re}^2 + J_{red} \omega_{re}^2)$$

avec $\omega_{re} = h \omega_m$.

$$T(E_1/R_0) = \frac{1}{2} (J_m + (J_{re} + J_{red}) h^2) \omega_m^2$$

$$\boxed{J_{eq} = J_m + (J_{re} + J_{red}) h^2}$$

A voir
Q5 x P.

Q6. TEC appliquée à E_1 :

$$\frac{dT(E_1/R_0)}{dt} = \mathcal{P}_{(ext \rightarrow E_1/R_0)} + \mathcal{P}_{int}(E_1)$$

* $\mathcal{P}_{int}(E_1) = 0$ car liaisons parfaites.

$$* \frac{dT(E_1/R_0)}{dt} = J_{eq} \omega_m \dot{\omega}_m$$

Q6 (suite)

(2)

$$S_{\text{ext} \rightarrow E_1/R_0} = S_{\text{moteur} \rightarrow E_1/R_0} + S_{O \rightarrow E_1/R_0} + S_{Z \rightarrow E_1/R_0}$$

$$* S_{\text{moteur} \rightarrow E_1/R_0} = C_m \omega_m$$

$$* S_{O \rightarrow E_1/R_0} = 0 \quad \text{car liaisons parfaites.}$$

$$* S_{Z \rightarrow E_1/R_0} = S_{Z \rightarrow I_1/R_0} = \left\{ \vec{\tau}_{Z \rightarrow I_1} \right\} \otimes \left\{ \vec{v}_{I_1/R_0} \right\}$$

$$= \begin{Bmatrix} -F_{Z_1} \vec{z}_1 - F_{x_1} \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{I_1} \otimes \begin{Bmatrix} \omega_{re} \vec{y}_0 \\ \vec{v}(I_1 \in re_1/R_0) = R_{re} \omega_{re} \vec{x}_1 \end{Bmatrix}$$

$$= -F_{x_1} R_{re} \omega_{re} = -F_{x_1} R_{re} k \omega_m$$

$$\Rightarrow \boxed{J_{eq} \cancel{\omega_m} \dot{\omega}_m = \cancel{\omega_m} (C_m - F_{x_1} R_{re} k)}$$

$$\boxed{F_{x_1} = \frac{C_m - J_{eq} \dot{\omega}_m}{R_{re} k}}$$

Q7. En appliquant le TEC à E_2 , on obtient:

$$\boxed{J_{eq} \dot{\omega}_m = C_m - F_{x_2} R_{re} k} \Rightarrow \boxed{F_{x_2} = F_{x_1}}$$

Q8. D'après Q3: $\boxed{\omega_{re} = -\frac{R}{R_{re}} \omega_3}$

$\Rightarrow \boxed{\omega_3 = -\frac{k_{re}}{R} \omega_m} \Rightarrow \boxed{\dot{\omega}_3 = -\frac{k_{re}}{R} \dot{\omega}_m}$

Q9. On isole (3) et on applique le TMD / (O_3, \vec{y}_0) :

$$\vec{\delta}_{/O_3}(S_3/R_0) \cdot \vec{y}_0 = \vec{M}_{/O_3} \text{ ext} \rightarrow 3 \cdot \vec{y}_0$$

$$\star \vec{\delta}_{/O_3}(S_3/R_0) \cdot \vec{y}_0 = J_3 \dot{\omega}_3$$

BAME:

$$\bullet \vec{M}_{/O_3} \text{ ext} \rightarrow 3 \cdot \vec{y}_0 = \vec{M}_{/O_3} \text{ rei} \rightarrow 3 \cdot \vec{y}_0 + \vec{M}_{/O_3} \text{ rei} \rightarrow 3 \cdot \vec{y}_0 + \vec{M}_{/O_3} \text{ outil} \rightarrow 3 \cdot \vec{y}_0$$

$$\begin{aligned} \bullet \vec{M}_{/O_3} \text{ rei} \rightarrow 3 \cdot \vec{y}_0 &= [\vec{O_3 I_i} \wedge (F_{z_i} \vec{z_i} + F_{x_i} \vec{x_i})] \cdot \vec{y}_0 \\ &= [(-R \vec{z_i} + \star \vec{y}_0) \wedge (F_{z_i} \vec{z_i} + F_{x_i} \vec{x_i})] \cdot \vec{y}_0 \\ &= -R F_{x_i} \quad \text{avec } i = \{1, 2\} \text{ et } F_{x_1} = F_{x_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \vec{M}_{/O_3} \text{ outil} \rightarrow 3 \cdot \vec{y}_0 &= [\vec{O_3 C} \wedge (-f_{cx} \vec{x}_0 + \star \vec{y}_0 + \star \vec{z}_0)] \cdot \vec{y}_0 \\ &= [\star \vec{y}_0 - R c \vec{z}_0 \wedge (-f_{cx} \vec{x}_0 + \dots)] \cdot \vec{y}_0 \\ &= R c f_{cx} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow J_3 \dot{\omega}_3 = -2R F_{x_1} + R c f_{cx}$$

Q9 (suite) En combinant avec les résultats des questions précédentes:

(3)

$$-J_3 \frac{k R_{re}}{R} \dot{\omega}_m = -2R \left(\frac{C_m - J_{ay} \dot{\omega}_m}{R_{re} \times k} \right) + R_c f_{cx}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_m = \frac{R_{re} k}{2R} \left[J_3 \frac{k R_{re}}{R} \dot{\omega}_m + R_c f_{cx} \right] + J_{ay} \dot{\omega}_m}$$

Q10. C_m maxi pour R_c maxi: $\Rightarrow \boxed{R_c = R_M}$

Q11. $\vec{V}(C \in \text{outil}/3) = \vec{V}(C \in \text{outil}/6) - \vec{V}(C \in 3/6)$
 $= V_f(t) \vec{u} - \vec{V}(C \in 3/6)$

Or $\vec{V}(C \in 3/6) = \vec{\omega}_3 \wedge \vec{r}(3/6) = (R_c \vec{z}_0 + * \vec{y}_0) \wedge \omega_3 \vec{y}_0$
 $= -R_c \omega_3 \vec{x}_0$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}(C \in \text{outil}/3) = V_f(t) \vec{u} + R_c \omega_3 \vec{x}_0}$$

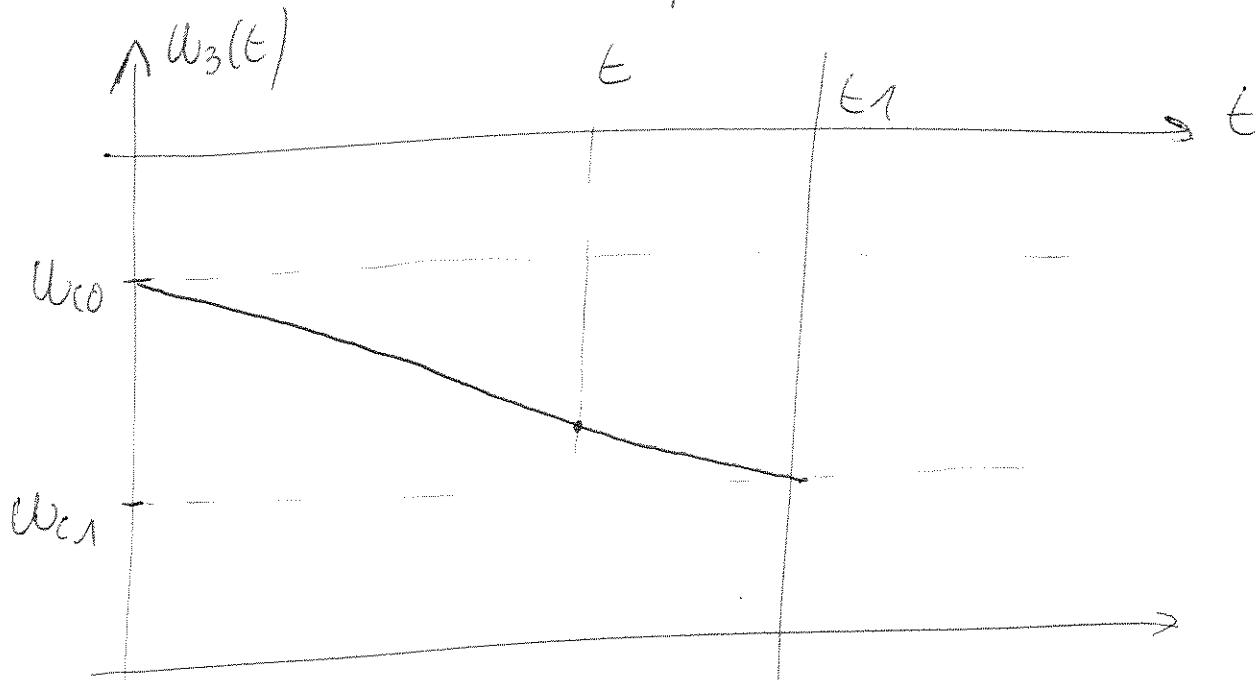
$V_c = -\vec{V}(C \in \text{outil}/3) \cdot \vec{x}_0 = -R_c \omega_3 \Rightarrow \omega_3 = -\frac{V_c}{R_c}$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \omega_{c0} &= -\frac{V_c}{R_M} \\ \omega_{c1} &= -\frac{V_c}{R_m} \end{aligned}}$$

l'absence de signe
pour
Xavier.

Q12.

$$u_3(t) = u_{c0} - \frac{u_{c0} - u_{c1}}{t_1} t$$



Q13 $l(t) = \|\vec{GC}\| = \int_{t'=0}^t v_f(t') dt' = \int_{t'=0}^t -b u_3(t') dt'$

$$= \frac{bt}{2} [u_{c0} + u_3(t)] = \frac{bt}{2} \left[2u_{c0} - \frac{u_{c0} - u_{c1}}{t_1} t \right]$$

Q14. Avec Pythagore: $l(t_1) = \|\vec{GC}_1\| = \sqrt{e^2 + (R_M - R_m)^2}$

et d'après Q13: $l(t_1) = \frac{bt_1}{2} (u_{c0} + u_{c1})$

$$\Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{2 \sqrt{e^2 + (R_M - R_m)^2}}{b(u_{c0} + u_{c1})}}$$

Q15. $\dot{u}_3 = - \frac{u_{c0} - u_{c1}}{t_1} = V_c \left(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_m} \right) \times \frac{1}{t_1}$

$$= V_c \left(\frac{R_m - R_M}{R_m R_M} \right) \times \frac{b(u_{c0} + u_{c1})}{2 \sqrt{e^2 + (R_M - R_m)^2}}$$

Q15. (Suite)

④

$$\dot{\omega}_3 = V_c^2 \left(\frac{R_M - R_m}{R_M R_m} \right) \frac{b}{2 \sqrt{e^2 + (R_M - R_m)^2}} \times \left(\frac{1}{R_M} + \frac{1}{R_m} \right)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{V_c^2 b (R_M^2 - R_m^2)}{2 R_M R_m \sqrt{e^2 + (R_M - R_m)^2}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{A exprimer} \\ \text{avec une} \\ \text{expr.} \end{array} \right\}$$

$$\dot{\omega}_m = - \frac{R}{h R_{re}} \quad \dot{\omega}_3 = - \frac{R V_c^2 b (R_M^2 - R_m^2)}{2 R_M R_m h R_{re} \sqrt{e^2 + (R_M - R_m)^2}}$$

A.N. $\dot{\omega}_m = - 0,17 \text{ rad/s}^2$

$$V_c = 400 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$R = 0,47$$

$$e = 15 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$b = \frac{0,2}{\pi} \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

$$R_M = 0,5 \text{ m}$$

$$R_m = 0,4 \text{ m}$$

$$h = 0,1$$

$$R_{re} = 0,175$$

Q16 Puissance maximale:

$$P_{\max} = C_m \omega_m^{\max} = C_m \times \frac{R V_c}{h R_{re} R_m}$$

$$\text{Or } \omega_m^{\max} = \frac{R}{h R_{re}} \quad \omega_3^{\max} = - \frac{R}{h R_{re}} \times \frac{V_c}{R_m} \Rightarrow \text{A.N. } \omega_m^{\max} = 447,6 \text{ rad/s} \\ = 4274 \text{ tr/min}$$

A.N. $P_{\max} = 9848 \text{ W}$.

Les deux moteurs ME_10_10 et M_10_15 conviennent mais on prend ME_5_15 car ME_10_10 est trop juste en vitesse et puissance.

III. Q17. * En compression: $\Delta u_1 = \Delta z_2 = 5 \mu m$.

* En flexion: $\Delta u_2 = \sqrt{R^2 + \Delta x_2^2} - R = 2,7 \times 10^{-7} m$
 $= 0,27 \mu m$.

ainsi $\Delta u_2 < \Delta u_1$. facteur 10.

Q18 On isole S_2 dans R_0 (galiléen).

On applique le TRD selon \vec{z}_0 :

$$m_2 \ddot{z}_2(t) = f_c(t) - k z_2(t) - \lambda \dot{z}_2(t)$$

Dans le domaine de Laplace avec les C.I. nulles:

$$m_2 p^2 Z_2(p) = F_c(p) - k Z_2(p) - \lambda p Z_2(p)$$

$$\Rightarrow S(p) = \frac{Z_2(p)}{F_c(p)} = \frac{1}{k + \lambda p + m_2 p^2} = \frac{1/k}{1 + \frac{\lambda}{k} p + \frac{m_2}{k} p^2}$$

Gain statique: $K_S = 1/k = 3,57 \times 10^{-8} m/N$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = 188,5 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{\omega_0}{2} \times \frac{\lambda}{k} = \frac{\lambda}{2 \sqrt{k m_2}} = 0,05 \Rightarrow \underline{\text{Xavier 0,1}}$$

\Rightarrow Diagramme de Bode:

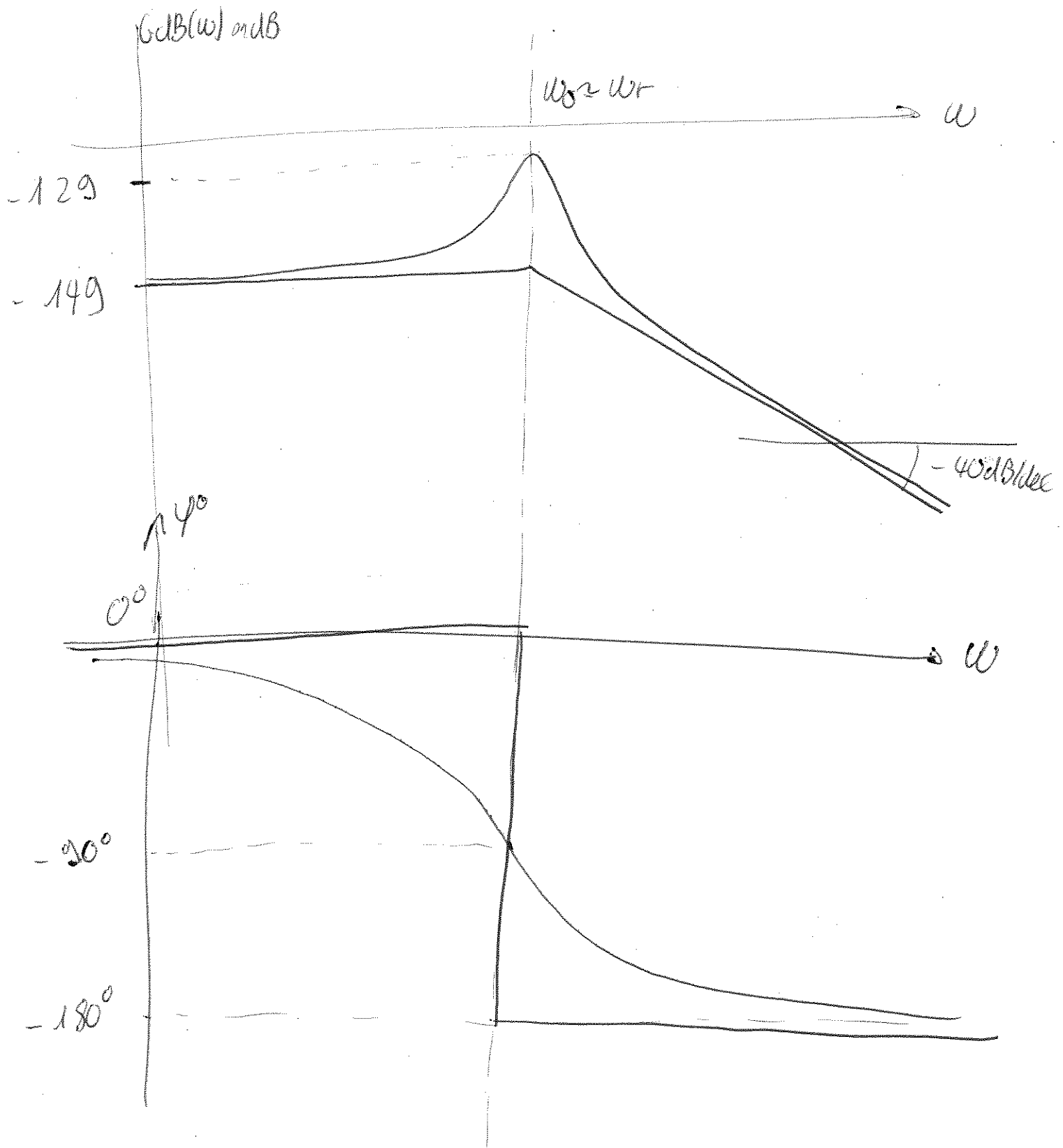
* gain: 2 branches asymptotiques: $\omega \rightarrow 0$: $\begin{cases} 0 \text{ dB/dec.} \\ \text{passant par } 20 \log K_S \\ = -149 \text{ dB} \end{cases}$

$\omega \rightarrow +\infty$: -40 dB/dec
 coupant la première branche en ω_0

Résonance : $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2} = 188 \text{ rad/s} \approx \omega_0$ (5)

gain de surtension : $Q_{dB} = 20 \log \frac{1}{2\xi \sqrt{1 - \xi^2}} = 20 \text{ dB}$

* Phase: $\omega \rightarrow 0$: branche horizontale passant par 0°
 $\omega \rightarrow +\infty$ " " -180°



z_{2m} est obtenue en $\omega = \omega_r$.

$$\frac{z_{2m}}{f_{c1}} = 10^{\frac{G_{dB_{max}}}{20}} = 10^{-\frac{129}{20}}$$

$$\Rightarrow z_{2m} = f_{c1} \times 10^{-\frac{129}{20}} = 3,55 \times 10^{-5} \text{ m} = 35,5 \mu\text{m} > 30 \mu\text{m}$$

Résultat non conforme au cahier des charge.

Q19 On pose les équations dans le domaine de Laplace:

$$z_1(p) [m_1 p^2 + \lambda p + K] = (\lambda p + K) z_2(p) + f_m(p) \quad (1)$$

$$z_2(p) [m_2 p^2 + \lambda p + K] = (\lambda p + K) z_1(p) + f_c(p) \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} H_1(p) = \lambda p + K \\ H_2(p) = \frac{1}{K + \lambda p + m_1 p^2} \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \begin{cases} H_3(p) = \lambda p + K = H_1(p) \\ H_4(p) = \frac{1}{K + \lambda p + m_2 p^2} \end{cases}$$

$$Q20. Z_1(p) = N_2(p) [F_m(p) + N_1(p) F_c(p)]$$

(6)

En combinant les 2 équations (1) et (2):

$$Z_1(p) = \frac{1}{m_1 p^2 + \lambda p + \kappa} [(\lambda p + \kappa) Z_2(p) + F_m(p)]$$

$$= \frac{1}{m_1 p^2 + \lambda p + \kappa} \left[\frac{\lambda p + \kappa}{m_2 p^2 + \lambda p + \kappa} ((\lambda p + \kappa) Z_1(p) + F_c(p)) + F_m(p) \right]$$

\Rightarrow

$$Z_1(p) = \frac{(m_1 p^2 + \lambda p + \kappa)(m_2 p^2 + \lambda p + \kappa)}{(m_1 p^2 + \lambda p + \kappa)(m_2 p^2 + \lambda p + \kappa) - (\lambda p + \kappa)^2} \left[\frac{(\lambda p + \kappa) F_c(p)}{(m_1 p^2 + \lambda p + \kappa)(m_2 p^2 + \lambda p + \kappa)} + \frac{F_m(p)}{m_1 p^2 + \lambda p + \kappa} \right]$$

$$= \frac{m_2 p^2 + \lambda p + \kappa}{m_1 m_2 p^4 + \lambda(m_1 + m_2)p^3 + (\lambda^2 + \kappa(m_1 + m_2))p^2 + 2\lambda\kappa p + \kappa^2 - \lambda^2 p^2 - \kappa^2 - 2\lambda\kappa p} \left[\frac{(\lambda p + \kappa) F_c(p)}{m_2 p^2 + \lambda p + \kappa} + F_m(p) \right]$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} N_1(p) &= \frac{\lambda p + \kappa}{m_2 p^2 + \lambda p + \kappa} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} N_2(p) &= \frac{m_2 p^2 + \lambda p + \kappa}{p^2 (m_1 m_2 p^2 + \lambda(m_1 + m_2)p + \kappa(m_1 + m_2))} = \frac{m_2}{(m_1 m_2)} \frac{p^2 + \frac{\lambda}{m_2} p + \frac{\kappa}{m_2}}{p^2 (p^2 + \frac{\lambda(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} p + \frac{\kappa(m_1 + m_2)}{m_1 m_2})} \end{aligned} \right.$$

$$A = \frac{1}{m_1} ; \omega_1 = \sqrt{\frac{K}{m_2}} ; \xi_1 = \frac{\lambda}{2\omega_1 m_2} = \frac{\lambda}{2\sqrt{K m_2}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{K(m_1+m_2)}{m_1 m_2}} ; \xi_2 = \frac{\lambda(m_1+m_2)}{2\omega_2 m_1 m_2} = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{m_1+m_2}{m_1 m_2 K}$$

Q22. A.N.

$$A = 1,8 \times 10^{-4} \Rightarrow 20 \log A = -75 \text{ dB}$$

$$\omega_1 = 188,5 \text{ rad/s} \simeq \omega_{r1}$$

$$\xi_1 = 0,05$$

$$Q_1 = 20 \log \left(\frac{1}{2\xi_1 \sqrt{1-\xi_1^2}} \right) = 20 \text{ dB}$$

$$\omega_2 = 204,5 \text{ rad/s} \simeq \omega_{r2}$$

$$\xi_2 = 0,054$$

$$Q_2 = 20 \log \left(\frac{1}{2\xi_2 \sqrt{1-\xi_2^2}} \right) = -19,4 \text{ dB}$$

vers 0
vers

$$N_2(p) = H_a(p) \times H_b(p) \times H_c(p)$$

$$H_a(p) = \frac{A}{p^2}$$

$$H_b(p) = N(p) \quad H_c(p) = D(p)$$

$N(p)$: numérateur

$D(p)$: dénominateur

	$0 \rightarrow A$		A	$A \rightarrow \omega_1$		ω_1	$\omega_1 \rightarrow \omega_2$		ω_2	$\omega_2 \rightarrow +\infty$	
	GdB (dB/dec)	φ_0	GdB (dB)	GdB (dB/dec)	φ_0	GdB (dB)	GdB (dB/dec)	φ_0	GdB (dB)	GdB (dB/dec)	φ
$H_a(p)$	-40	-180	0	-40	-180	-	-40	-180	-	-40	-180°
$H_b(p)$	0	0	0	0	0	0	+40	+180	-	+40	+180°
$H_c(p)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-40	-180°
$N_2(p)$	-40	-180°	0	-40	-180	-	0	0	-	-40	-180°

Q23. $\begin{cases} \omega_1 \text{ et } \omega_2 \text{ sont très rapprochés ainsi} \\ \xi_1 \text{ et } \xi_2 \end{cases} \quad N_2(p) \approx N_{2app} = \frac{A}{p^2}$ (7)

Calcul du gain en $\omega = 100$: $G_{dBapp} = 20 \log A - 20 \log \omega^2 = -155$.

Q24. D'après la figure 8, on veut $M\varphi = 60^\circ$ or ici la FTBO est de classe 2. Le système est donc marginalement instable $\Rightarrow \varphi_{ste} = -180^\circ$.
On ne peut pas rendre ce système stable avec un correcteur proportionnel.

Q25. $H_{eq}(p) = \frac{K_p A K_v}{T_i p^3} (1 + T_i p) \left(1 + \frac{p}{K_p}\right)$

$\arg(HB(j\omega)) = -270^\circ + \arctan(T_i \omega) + \arctan\left(\frac{\omega}{K_p}\right)$

Le cahier des charges impose: $M\varphi = 60^\circ$

$\Leftrightarrow \varphi(\omega_{dB}) + 180^\circ = 60^\circ$

$\Leftrightarrow -270^\circ + \arctan(T_i \omega_{dB}) + \arctan\left(\frac{\omega_{dB}}{K_p}\right) = -120^\circ$

$\Leftrightarrow \frac{T_i \omega_{dB} + \frac{\omega_{dB}}{K_p}}{1 - \frac{T_i \omega_{dB}^2}{K_p}} = \tan(150^\circ)$

(car $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$)

$\Leftrightarrow T_i = \frac{K_p \tan 150^\circ - \omega_{dB}}{K_p \omega_{dB} + \tan(150^\circ) \omega_{dB}^2}$

$$Q26 \quad |H_{BO}(j\omega)| = \frac{K_p A K_v}{T_i \omega^3} \sqrt{(1 + T_i^2 \omega^2) \left(1 + \frac{\omega^2}{K_p^2}\right)}$$

La pulsation de coupure à 0dB impose:

$$|H_{BO}(j\omega_{0dB})| = 1$$

$$\Leftrightarrow K_v = \frac{\omega_{0dB}^3 T_i}{A K_p \sqrt{(1 + T_i^2 \omega_{0dB}^2) \left(1 + \frac{\omega_{0dB}^2}{K_p^2}\right)}} \quad \neq \text{avec Kavier.}$$

Q27. $S_{max} = \text{abs}(S(0,0))$: S est une fonction revoxyant $S(j\omega)$ pour K_p et ω donné.
Pour i allant de 0 à N_{Kp} .

$$K_p = i \times \Delta K_p$$

$$T_i = (K_p \times \tan 150^\circ - \omega_{0dB}) / (K_p \omega_{0dB} + \tan 150^\circ \omega_{0dB}^2)$$

$$K_v = (\omega_{0dB}^2 T_i) / (A K_p \sqrt{(1 + T_i^2 \omega_{0dB}^2) \left(1 + \frac{\omega_{0dB}^2}{K_p^2}\right)})$$

$S_{max} =$

Pour k allant de 0 à N_{ω}

$$\omega = k \times \Delta \omega$$

$$\text{Si } \text{abs}(S(K_p, \omega)) > S_{max}$$

$$S_{max} = \text{abs}(S(K_p, \omega))$$

Q28. En admettant que $|S(K_p, \omega)|$ admet un seul maxi
 $S_{min} = \text{abs}(S(0,0))$
Pour i allant de 0 à K_p .

$$K_p = \dots$$

$$T_i = \dots$$

$$K_v = \dots$$

Tan que

$$\text{abs}(S(K_p, k \times \Delta \omega)) > \text{abs}(S(K_p, (k-1) \Delta \omega))$$

$$k = k+1$$

Q28(suite)

test que (\dots)
 $k=k+1$

(8)

si $\text{abs}(S(K_p, (k-1)\Delta\omega)) < S_{\min}$

$$S_{\min} = \text{abs}(S(K_p, (k-1)\Delta\omega))$$

$$K_{\text{opt}} = K_p$$

$$T_{\text{opt}} = T_i$$

$$K_{r\text{opt}} = K_r$$

$$Q29 \quad Q(p) = Q_c(p) - Z_2(p) + \mathcal{L}(Z_2(t-\tau))$$

avec le théorème du retard $\mathcal{L}(f(t-\tau)) = e^{-\tau p} F(p)$

$$\Rightarrow Q(p) = Q_c(p) - Z_2(p) [1 - e^{-\tau p}]$$

$$\Rightarrow H_r(p) = (1 - e^{-\tau p})$$

$$Q30 \quad H_{B0}(p) = b K_f S(p) (1 - e^{-\tau p}) = \frac{b K_f}{K + \lambda p + m_2 p^2} \times (1 - e^{-\tau p})$$

$$= H_2(p) \times H_r(p)$$

$$GdB(\omega) = GdB_2(\omega) + GdB_r(\omega) \quad \text{où } GdB_2(\omega) \text{ est le gain}$$

d'un deuxième ordre.

* $GdB_r(\omega)$ est le gain associé à $H_r(p)$.

$$GdB_r(\omega) = 20 \log |1 - e^{-j\tau\omega}| = 20 \log \sqrt{(1 - \cos(\tau\omega))^2 + \sin^2(\tau\omega)}$$

$$= 20 \log \sqrt{2 - 2\cos(\tau\omega)}$$

\Rightarrow * Pour $\omega = \frac{k 2\pi}{\delta}$ avec $k \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow GdB_r(\omega) \rightarrow -\infty$
 * Pour $\omega = \frac{\pi + k 2\pi}{\delta}$ $\alpha k \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow GdB_r(\omega) = 20 \log 2$.

Le diagramme en gain montre alors l'addition d'un gain du deuxième ordre avec un gain périodique avec des ~~des~~ valeurs de pulsation donnant $GdB \rightarrow -\infty$ qui correspondent aux "zeros de transmission".

* Pour la phase:

$$\begin{aligned}
 \varphi(\omega) &= \varphi_2(\omega) + \arg(1 - \cos(-\delta\omega) - j \sin(-\delta\omega)) \\
 &= \varphi_2(\omega) + \arctan\left(\frac{\sin(\delta\omega)}{1 - \cos(\delta\omega)}\right) \quad \text{car } 1 - \cos(-\delta\omega) = 1 - \cos(\delta\omega) \geq 0
 \end{aligned}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \frac{k 2\pi}{\delta}} \left(\arctan\left(\frac{\sin(\delta\omega)}{1 - \cos(\delta\omega)}\right) \right) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \arctan\left(\frac{\sin(\delta\omega)}{1 - \cos(\delta\omega)}\right) \Rightarrow \text{Forme indéterminée}$$

$\varphi(\omega)$ est $\frac{2\pi}{\delta}$ périodique.

Q31. Pour garantir la stabilité en BF et voir l'allure du diagramme de Bode, il faudrait que $GdB(\omega)$ soit toujours < 0

la valeur limite correspondrait à une translation vers le haut de la courbe en gain de 45 dB. Or b est proportionnel au gain statique

$$\Rightarrow 20 \log\left(\frac{b_{\text{lim}}}{b}\right) = 45$$

$$\Rightarrow b_{\text{lim}} = b \times 10^{\frac{45}{20}} = 2,83 \text{ mm} \cdot \text{rad}^{-1}$$

⑨

$$\Delta u \simeq \Delta_{32}(t)$$

Nov.

de / Fig 19: en régime transitoire: $\Delta u = 0,17 - 0,1 = 40 \mu\text{m}$
 permanent: $\Delta u = 0,14 - 0,1 = 40 \mu\text{m}$ } Δu_{lim}
 Oh.

$\Delta u \Rightarrow$ Fig 19: $\Delta u \approx 0,03 \text{ mm} = 30 \mu\text{m}$. Cdc. OK.

le tour est TB. ! Bravo la SNCF !

regime
permanent OK.

Profil simplifié de la roue

L'axe (O_3, \vec{x}_0) étant un axe de symétrie de révolution de la roue, seule la moitié du profil est schématisé au figure B. L'outil décrit une trajectoire correspondant à une génératrice du profil à obtenir.

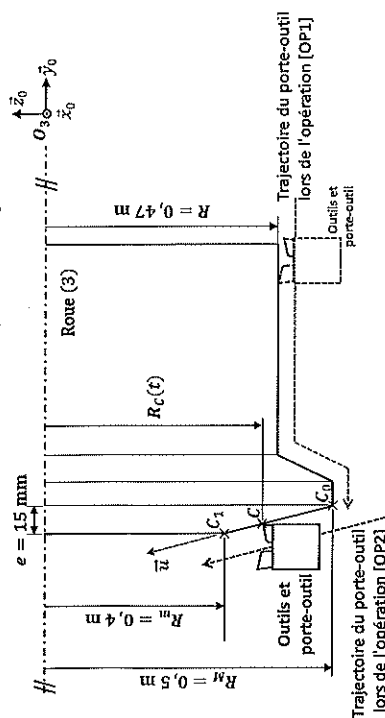


Figure B Paramétrage du profil simplifié de la roue (3)

Caractéristiques de l'opération [OP2]

- Le contact entre l'outil et la roue est supposé ponctuel au point C ;
- Le porte-outil se déplace dans le plan $(O_3, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$;
- Les points C_0 et C_1 correspondent respectivement au premier et dernier point de contact de l'outil avec la roue ;
- L'opérateur impose la valeur de la composante de la vitesse $\vec{V}(C \in \text{outil}/3)$ selon \vec{x}_0 . Cette composante est constante et est appelée vitesse de coupe $V_c = -\vec{V}(C \in \text{outil}/3) \cdot \vec{x}_0$;
- La vitesse du point C de l'outil par rapport au bâti du tour en fosse est : $\vec{V}(C \in \text{outil}/0) = V_f(t)\vec{u} = -b\omega_3\vec{u}$ avec $\vec{u} = \frac{C_0C_1}{\|C_0C_1\|}$ et $\omega_3 < 0$ la vitesse de rotation de la roue par rapport au bâti du tour en fosse autour de l'axe (O_3, \vec{x}_0) . Le paramètre b est une constante définie par l'opérateur, elle correspond à la distance parcourue par l'outil dans la direction \vec{u} lorsque la roue tourne d'un radian.

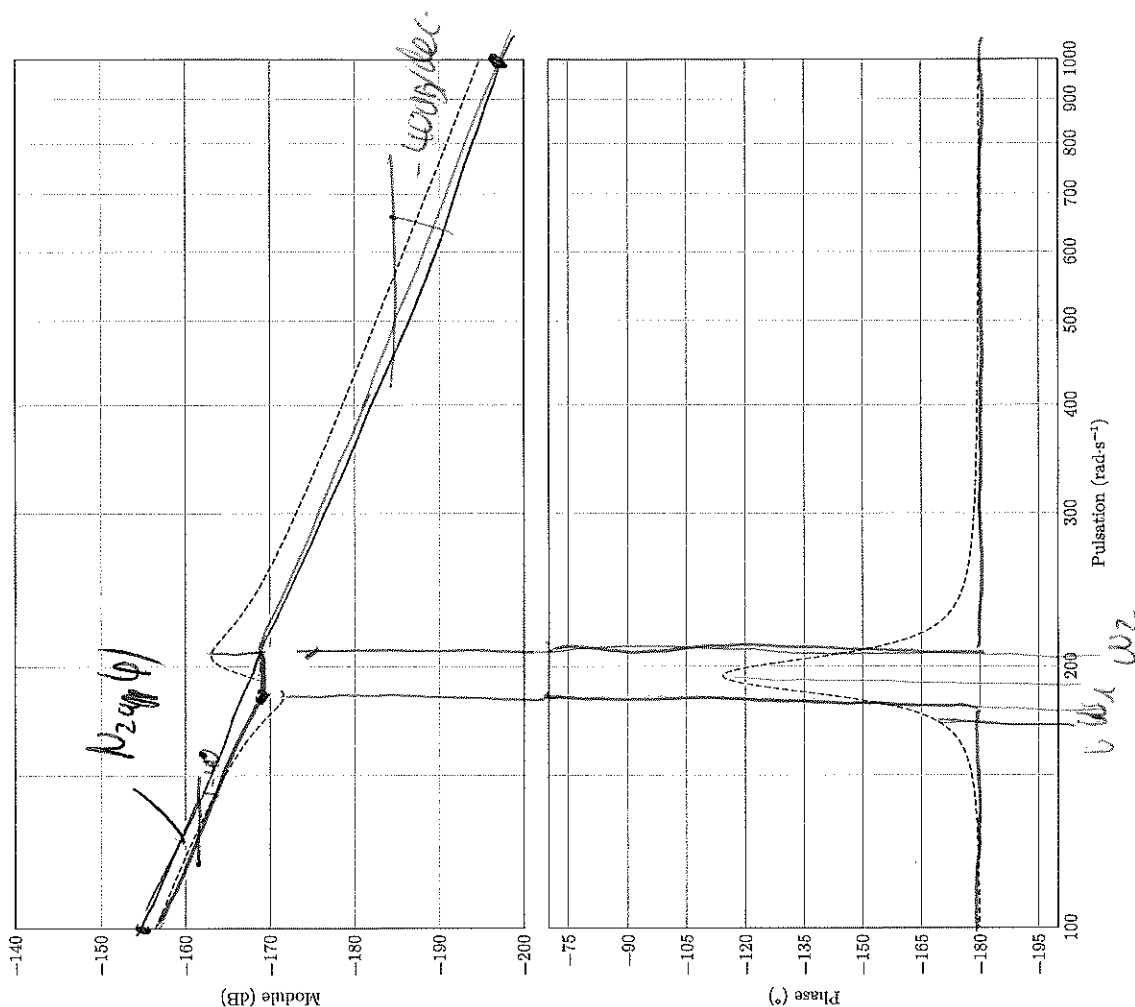
req Tour en fosse (Conditions de coupe)	
<div>*requiemment*</div> <div>Reprofilage une roue</div>	
id = 1	
text = "Le tour en fosse doit permettre le reprofilage rapide des roues tout en conservant un bon état de surface et permettant une durée de vie optimale des outils de coupe."	

	<div>*requiemment*</div> <div>Déplacement de l'outil dans la direction $\vec{u} = \frac{\vec{Z}_0 C_1}{\ \vec{Z}_0 C_1\ }$</div> <div>ld = 1,2</div> <div>text = "0,4 mm.t⁻¹ soit b = $\frac{0,2}{\pi}$ mm.rad⁻¹"</div>
--	---

	<div>*requiemment*</div> <div>Vitesse de coupe $V_c = -\gamma(C \in \text{outil}/3) \cdot \vec{Z}_0$</div> <div>id = 1,1</div> <div>text = "V_c = 400 m.min⁻¹"</div>
--	--

Figure C Diagramme des exigences des conditions de coupe

Questions 22 et 23 : Diagramme de Bode associé à la fonction de transfert $N_2(p)$





Numéro de pièce
Numéro d'inscription

Signature

Nom

Prénom

CONCOURS CENTRALE-SUPELEC

Épreuve : S2I PSI

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

Questions 27 et 28 : Algorithme d'optimisation de K_p

Pour i allant de 0 à N_{K_p}

Calcul de $K_p = i \times \Delta K_p$

Algorithme 1

Algorithme 2

Fin pour

Annexe : Modélisation et caractérisation du système de positionnement des roues

