# Modéliser le comportement statique des systèmes mécaniques

- Concours Centrale Supelec PSI 2018

Industrielles de

Sciences

## 1 Contexte et étude préliminaire

Objectif Valider la pertinence de l'utilisation d'une machine spéciale appelée tour en fosse pour le reprofilage des roues ferroviaires.

#### Ouestion 1

- Pour la méthode a,  $t_{i1} = t_3 + t_4 = 14 \text{ h} = 840 \text{ min}$ .
- Pour la méthode *b*,  $t_{i2} = (6 \times 3 \times 2) t_5 + t_6 = 545 \text{ min.}$

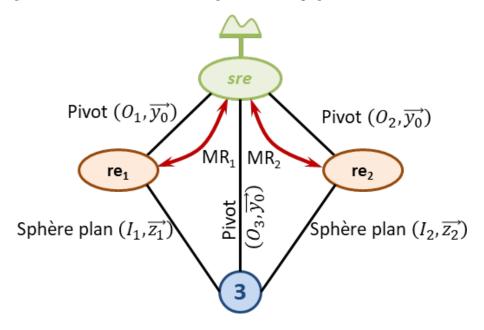
Le gain de temps  $\Delta t_i = t_{i1} - t_{i2} = 295 \, \text{min}$  soit 4 h et 55 min. C'est autant de temps gagner sur l'exploitation de la rame.

## 2 Analyse de l'entrainement en rotation d'une roue

- 2.1 Description fonctionnelle et structurelle du tour en fosse
- 2.2 Modélisation du dispositif de mise en rotation d'une roue

**Objectif** Vérifier que la modélisation et les hypothèses retenues permettent de déterminer toutes les actions mécaniques nécessaires pour dimensionner les actionneurs des chaines d'énergie.

**Question 2** À partir des informations données, on peut réaliser le graphe de structure suivant.



1

### Méthode cinématique

• Nombre cyclomatique  $\gamma = L - S + 1$  avec L = 5 liaisons et S = 4 solides, on a donc  $\gamma = 5 - 4 + 1 = 2$  et

 $E_c = 12$  équations cinématiques.

- Nombre d'inconnues cinématiques :
  - 3 liaisons pivot :  $1 \times 3 = 3$  inconnues;



- 2 liaisons sphère-plan:  $5 \times 2 = 10$  inconnues;
- au total :  $I_c = 13$  inconnues cinématiques.
- Mobilités:
  - mobilités utiles :  $m_u = 2$  : entrainement des deux moteurs;
  - mobiltés internes : en considérant le glissement entre la roue et les rouleaux, la roue 3, ainsi que  $re_1$  et  $re_2$  les rouleaux peuvent tourner librement. On a donc :  $m_i = 3$ .
  - au final, selon les hypothèses,  $m = m_i + m_u =$  5.
- On a donc  $h = m I_c + E_c = 5 13 + 12 = 4$ .

#### Méthode statique

- 3 solides peuvent être isolés,  $E_s = 3 \times 6 = 18$  équations statiques.
- Nombre d'inconnues statiques :
  - 3 liaisons pivot:  $5 \times 3 = 15$  inconnues;
  - 2 liaisons sphère-plan :  $1 \times 2 = 2$  inconnues;
  - au total :  $I_s = 17$  inconnues statiques.
- Mobilités :  $m = m_i + m_u = 5$ .
- On a donc  $h = m E_S + I_s = 5 18 + 17 = 4$ .

**Question** 3 Condition de roulement sans glissement en  $I_1: \overline{V(I_1 \in 3/re_1)} = \overrightarrow{0} \iff \overline{V(I_1 \in 3/0)} - \overline{V(I_1 \in re_1/0)} = \overrightarrow{0}$ . Par suite,

• 
$$\overrightarrow{V(I_1 \in 3/0)} = \overrightarrow{V(O_3 \in 3/0)} + \overrightarrow{I_1O_3} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/0)} = R\overrightarrow{z_1} \wedge \omega_3 \overrightarrow{y_0} = -R\omega_3 \overrightarrow{x_1};$$

• 
$$\overrightarrow{V(I_1 \in re_1/0)} = \overrightarrow{V(O_1 \in 3/0)} + \overrightarrow{I_1O_1} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/0)} = -R_{re} \overrightarrow{z_1} \wedge \omega_{re_1} \overrightarrow{y_0} = R_{re} \omega_{re_1} \overrightarrow{x_1}.$$

On a donc 
$$-R\omega_3 - R_{re}\omega_{re_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{\omega_3}{\omega_{re_1}} = -\frac{R_{re}}{R}$$
.

De même en exploitant le roulement sans glissement en  $I_2$ ,  $\frac{\omega_3}{\omega_{re_2}} = -\frac{R_{re}}{R}$ .

La condition de roulement sans glissement supprime les 3 mobilités internes; donc m' = 2 et h' = 1.

**Question** 4 Dans les conditions précédentes, les couples  $\mathcal{C}_{mi}$  ne peuvent pas être déterminés. Il faudrait imposer un taux de rotation rigoureusement identique pour  $\omega_{re_1}$  et  $\omega_{re_2}$ .

## 2.3 Motorisation du dispositif de mise en rotation d'une roue

Objectif Analyser la chaine d'entrainement en rotation d'une roue et vérifier le choix de la machine électrique.

**Question** 5 On conserve l'hypothèse que *sre* est supposé fixe par rapport au bâti. On a  $E_1 = M_1 + R_1 + re_1$ . Ces 3 solides sont en liaison pivot par rappor tau bâti. En conséquence,  $T(E_1/0) = T(M_1/0) + T(R_1/0) + T(re_1/0) = \frac{1}{2}J_m\omega_m^2 + \frac{1}{2}J_{re}\omega_{re}^2 + \frac{1}{2}J_{re}\omega_{re}^2 = \frac{1}{2}\left(J_m + J_{red}k^2 + J_{re}k^2\left(\frac{R_{re}}{R}\right)^2\right)\omega_m$ .

On a donc 
$$J_{eq} = J_m + J_{red} k^2 + J_{re} k^2 \left(\frac{R_{re}}{R}\right)^2$$
.