

TD 1

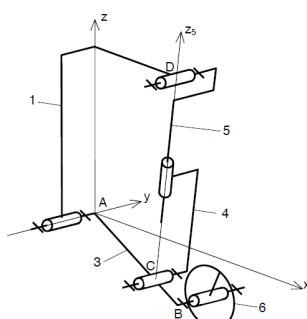


Mise en situation

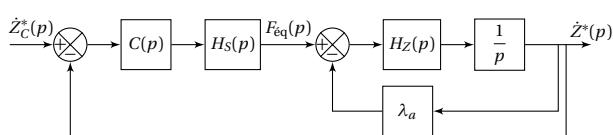
Lors d'atterrissements d'hélicoptères à grande vitesse, les oscillations induites par l'impact au sol du train d'atterrissement principal génèrent des contraintes mécaniques importantes à la liaison du pylône de queue avec la cabine. Les oscillations du pylône de queue de l'appareil ne sont pas négligeables. Lors de ces atterrissages, les vitesses verticales minimales sont de l'ordre de 2 m s^{-1} mais peuvent atteindre des valeurs plus importantes lors d'apportage sur un bateau à cause des mouvements du bateau dus à la houle. La résistance aux crashs correspond à la possibilité de garder opérationnel un appareil qui aurait atterri avec une vitesse d'impact pouvant atteindre 4 m s^{-1} .

Objectif Pour une vitesse d'impact de 4 m s^{-1} l'accélération de la queue doit rester inférieure à 3 rad s^{-2} .

On donne une modélisation cinématique du train principal.



La vitesse d'impact lors de l'atterrissement de l'hélicoptère correspond alors à la vitesse de la tige 5 de l'amortisseur par rapport au cylindre 4. Cette vitesse est notée \dot{z}^* . On se propose d'étudier la stabilité vis-à-vis de la seule consigne $\dot{z}_c^*(p)$. On adoptera pour le réglage de la correction le schéma suivant.



On note dans ce schéma :

- $\dot{z}^*(p)$ la transformée de $\dot{z}^*(t) = \dot{z}(t) + V_0$ avec V_0 la vitesse d'impact et $\dot{z}(t)$ la vitesse absolue de la cabine par rapport au sol;

Avance de Phase – Train d'atterrissement d'hélicoptère *

Banque PT – SIA 2014

Savoirs et compétences :

- *Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur à avance de phase*
- *Con.C2 : Correction d'un système asservi*

- $F_{eq}(p)$ l'effort équivalent ramené au déplacement de la cabine et fourni par la partie active de l'amortisseur;
- λ_a le coefficient d'amortissement passif équivalent ramené au déplacement de la cabine;
- $H_S(p) = \frac{K_S}{1 + T_S p}$ la fonction de transfert de la partie active de l'amortisseur. On prendra : $K_S = 12 \times 10^4 \text{ N A}^{-1}$ et $T_S = 5 \times 10^{-3} \text{ s}$;
- $H_Z(p) = \frac{K_Z p^2}{1 + \frac{2\xi_Z}{\omega_Z} p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}}$ la fonction de transfert traitant le comportement dynamique du train.
- $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur dont le réglage fait l'objet de cette partie.

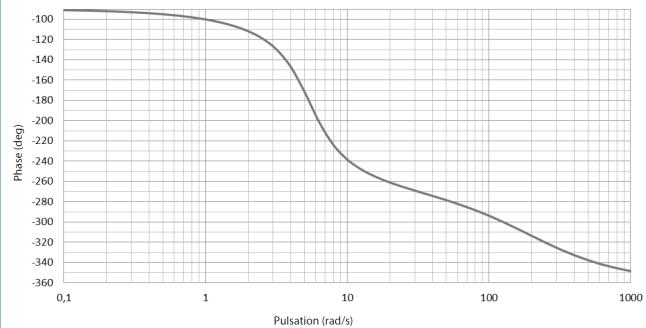
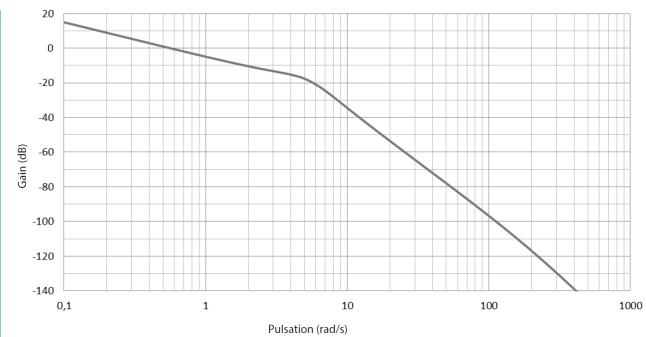
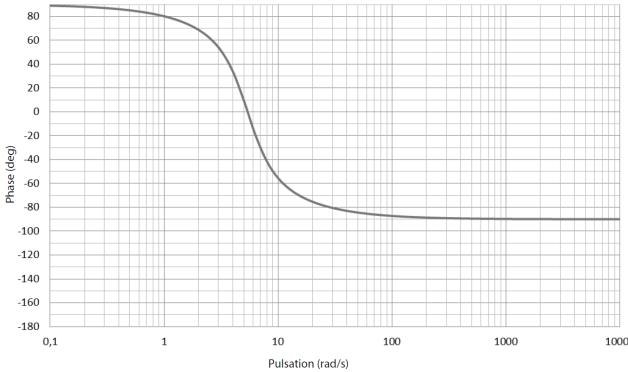
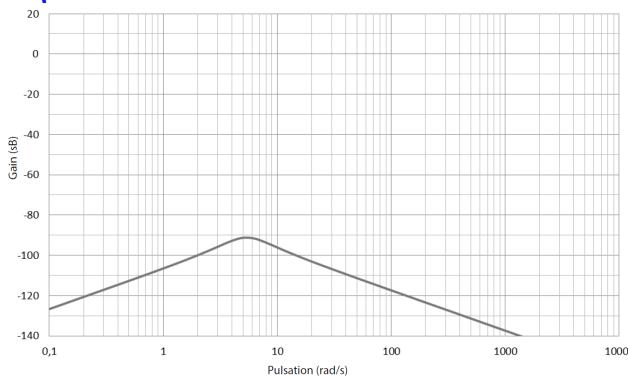
Fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée

Objectif Il s'agit dans un premier temps d'analyser la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de la chaîne de commande semi-active.

Question 1 Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_F(p) = \frac{\dot{z}^*(p)}{F_{eq}(p)}$.

Question 2 Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $H_{BONC}(p)$.

On donne le diagramme de Bode de $H_F(p)$.



Question 3 Justifier la forme de ce diagramme en traçant les asymptotes et en indiquant comment retrouver sur le tracé les valeurs de K_z et ω_z . Tracer en rouge les diagrammes de la fonction $H_{BONC}(p)$. On prendra pour cela $20 \log K_S \simeq 100$ dB.

Choix et réglage de la correction

Objectif Il s'agit à présent de définir la structure du correcteur et de proposer un réglage permettant de satisfaire les critères du cahier des charges.

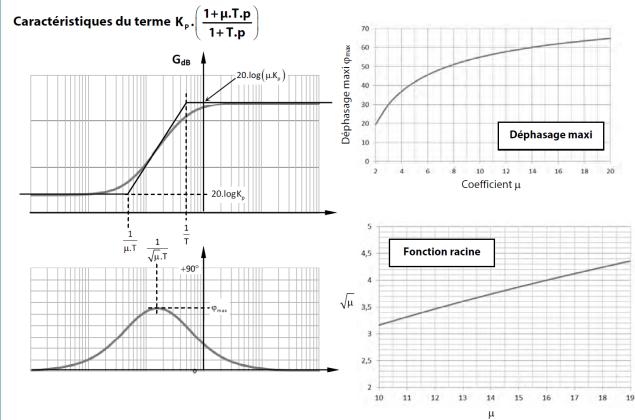
Afin de satisfaire les exigences, une étude complémentaire non abordée dans ce sujet montre que la boucle d'asservissement doit posséder les performances suivantes :

- erreur statique nulle;
- pulsation de coupure à 0 dB et $\omega_{0\text{dB}} = 6 \text{ rad s}^{-1}$;
- marge de phase $M\varphi = 45^\circ$;
- marge de gain $MG > 6$ dB.

Question 4 Quelle doit être la classe minimale du correcteur afin de garantir le critère de précision ?

On choisit dans un premier temps un correcteur de la forme $C(p) = \frac{K_p}{p^2}$. On donne les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système ainsi corrigé pour $K_p = 1$.

On choisit finalement un correcteur de la forme $C(p) = \frac{K_p}{p^2} \frac{1 + \mu T p}{1 + T p}$ avec $\mu > 1$. Les caractéristiques du terme en $\frac{1 + \mu T p}{1 + T p}$ ainsi que des abaques de calcul sont donnés ci-dessous.



Question 6 Comment se nomme l'action de correction obtenue avec ce terme ?

Question 7 Quelle valeur doit-on donner à μ pour garantir le critère de marge de phase ?

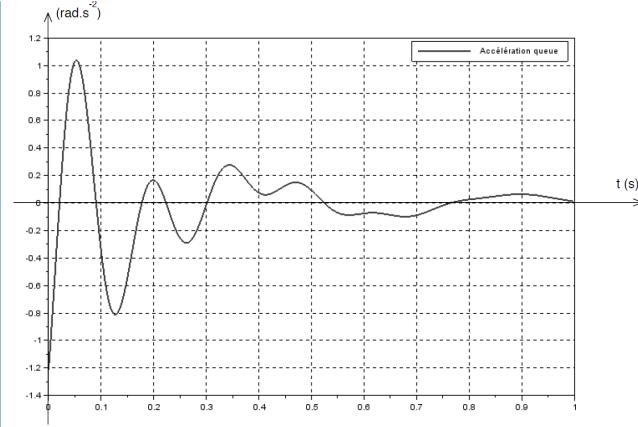
Question 8 En déduire les valeurs de T et de K_p permettant d'assurer les critères de stabilité et de bande passeante énoncés au début de partie. Le critère de précision est-il validé ?

Validation des performances

Objectif Il s'agit dans cette dernière partie de vérifier les performances globales de la boucle d'asservissement.

On donne le résultat d'une simulation du système complet piloté à l'aide du correcteur précédemment dimensionné pour une vitesse d'impact de 4 m s^{-1} .

Question 9 En analysant cette courbe, conclure quant à la validité du cahier des charges.



TD 1

Mobilité assistée à l'aide d'une canne robotisée *

Concours CCP – PSI 2018

Savoirs et compétences :

- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel
- Con.C2 : Correction d'un système asservi
- Con.C2.SF1 : Choisir un type de correcteur adapté

Présentation du prototype de canne robotisée étudié

L'objectif de cette canne est de prendre en charge une partie des efforts normaux supportés par une jambe handicapée.

Le prototype de canne robotisée envisagé conserve une forme longiligne, un point d'appui au sol ainsi qu'un encombrement et un poids réduits. La canne robotisée, dont la structure mécanique est présentée en 1, se compose d'un axe linéaire motorisé et d'une roue motorisée située à son extrémité.

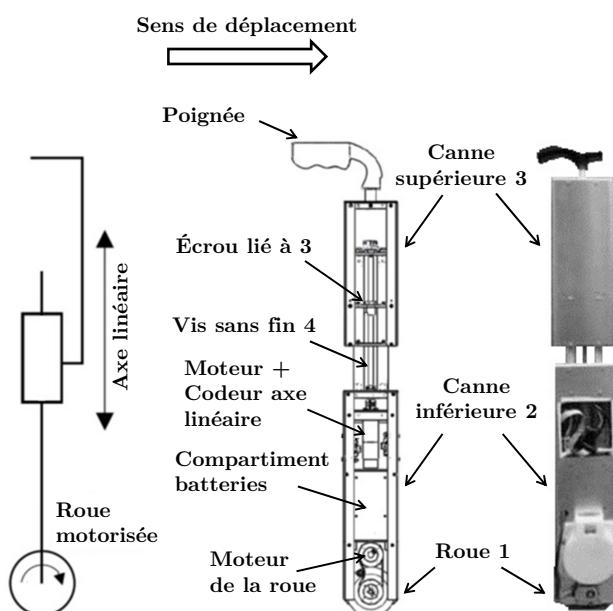


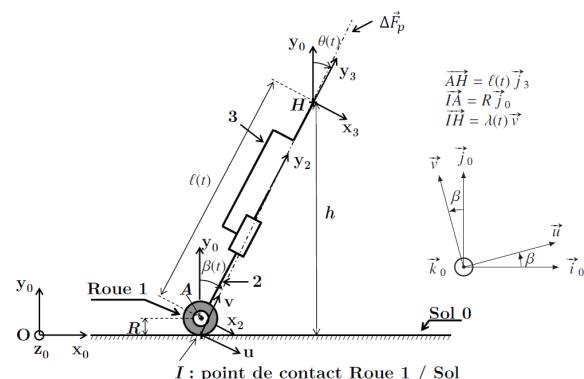
FIGURE 1 – Schéma cinématique et photographie du prototype de canne robotisée

Les deux degrés de mobilité, rendus possibles par cette structure, permettent de suivre la marche d'un sujet et lui offre un point d'appui. L'avantage est d'éviter aux utilisateurs la manipulation de la canne (levée et positionnement) pendant la marche, la roue restant toujours en contact avec le sol.

Étude de l'exigence 3.1.6.2 « Commande de l'axe linéaire »

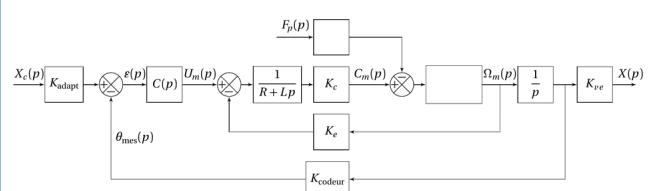
Le maintien d'une hauteur constante lors de la phase d'appui revient finalement à asservir en position le dé-

placement $x(t)$ de la canne supérieure 3 par rapport à la canne inférieure 2.



Le modèle causal retenu pour l'étude du comportement de l'axe linéaire perturbé est représenté par le schéma-blocs ci-dessous. Dans ce modèle, on note :

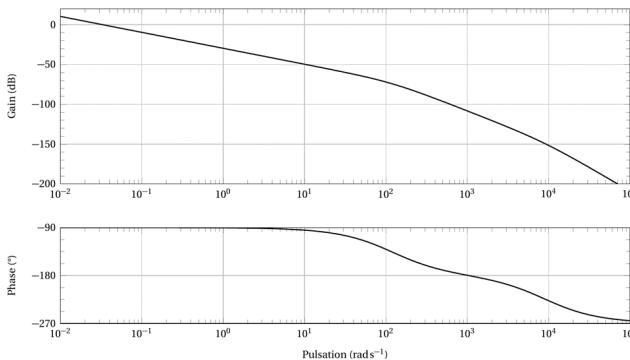
- $X_c(p)$ la transformée de Laplace de la consigne de déplacement $x_c(t)$ en mètre,
- $X(p)$ la transformée de Laplace du déplacement $x(t)$ en mètre,
- $F_p(p)$ la transformée de Laplace de l'effort exercé par le patient sur la canne $F_p(t)$ en N,
- $\Omega_m(p)$ la transformée de Laplace de la vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)$ en rad/s,
- $C_m(p)$ la transformée de Laplace du couple moteur $C_m(t)$ en Nm,
- $C(p)$ la fonction de transfert du bloc correcteur.



Modèle comportemental

Afin de proposer une modélisation simplifiée de la chaîne d'énergie de l'axe linéaire, une simulation du modèle précédent en boucle ouverte, non perturbé, a été réalisée. Le document réponse présente la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte à l'aide du diagramme de Bode (courbe de gain $G_{BO}(\omega)$ et courbe de phase $\varphi_{BO}(\omega)$).

Question 1 À partir du diagramme de Bode, proposer un modèle de comportement du système en boucle ouverte. Soit $H_{BO_1}(p)$ cette fonction de transfert, donner sa forme canonique factorisée. Soient T_1 et T_2 , telles que $T_1 < T_2$, les constantes de temps introduites et K_{BO} le gain de $H_{BO_1}(p)$, préciser les valeurs numériques et unités de T_1 , T_2 et K_{BO} . Vous laisserez apparaître les traits de construction nécessaires à l'identification du modèle sur le document réponse.



Lors d'une marche saine à allure rapide la cadence moyenne est de 113 pas par minute.

Question 2 Déterminer la fréquence moyenne en Hz de la marche saine à allure rapide.

Pour la suite, on considérera que la fréquence maximale de déplacement de l'axe linéaire de la canne (liée au mouvement de la marche) est fixée à $F_{MAX} = 4$ Hz. On propose alors en première approximation une modélisation du comportement du système en boucle ouverte par une fonction de transfert $H_{BO}(p)$ de la forme $H_{BO}(p) = K_{BO}/p$ avec $K_{BO} = 1/30$.

Question 3 Justifier, à l'aide de la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte, la validité de cette modélisation approchée.

Correction proportionnelle

Pour la suite, on modélise le comportement du système en boucle ouverte par $H_{BO}(p) = K_{BO}/p$ avec $K_{BO} = 1/30$. On considère un correcteur à action proportionnelle tel que $C(p) = K_{corr} = 1$.

Le schéma-blocs du système non perturbé correspond alors à celui de la figure 2.

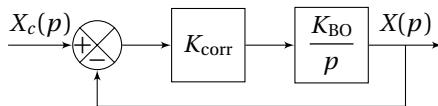


FIGURE 2 – Schéma-bloc simplifié du système non perturbé avec $C(p) = K_{corr}$

Question 4 Déterminer l'expression de $H_{BF}(p) = X(p)/X_c(p)$, la fonction de transfert en boucle fermée de la modélisation de la 2. Déterminer les paramètres caractéristiques de $H_{BF}(p)$ et en déduire les performances de cette modélisation pour $C(p) = K_{corr} = 1$. Conclure vis-à-vis des

performances d'asservissement de l'axe linéaire.

On se propose de modifier la valeur de K_{corr} de manière à vérifier l'exigence de rapidité de l'asservissement.

Question 5 Déterminer la valeur numérique à donner à K_{corr} pour assurer le temps de réponse à 5 % lié à l'exigence de rapidité de l'asservissement de l'axe linéaire.

La 3 donne l'évolution de la réponse temporelle $x(t)$ du système réel non perturbé à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{corr} = 1500$.

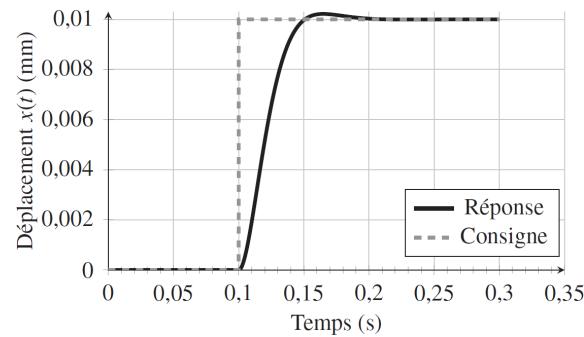


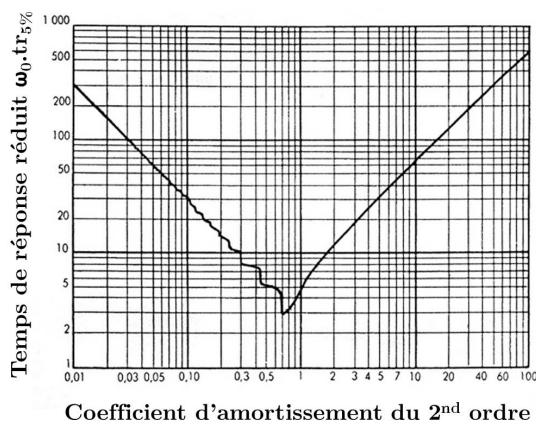
FIGURE 3 – Évolution de la réponse temporelle $x(t)$ du système réel non perturbé à un échelon de valeur $X_c = 10$ mm, pour $K_{corr} = 1500$

Question 6 L'évolution de la réponse du système est-elle cohérente avec le comportement du modèle retenu ? Justifier. Quelle modification faudrait-il apporter au modèle approché pour retrouver cette forme de réponse temporelle ?

Pour la suite, on modélise la fonction de transfert en boucle ouverte du système par $H_{BO}(p) = \frac{1}{p \cdot 1 + \tau_{BO} p}$ avec $K_{BO} = 1/30$ (unité en s^{-1}) et $\tau_{BO} = 9$ ms.

Question 7 Quelle valeur maximale de K_{corr} , notée K_{corr}^{MAX} , permet de vérifier les critères de précision et de dépassement de l'asservissement de l'axe linéaire ?

Question 8 Déterminer la valeur du temps de réponse à 5 %, $t_{r5\%}$, de ce modèle pour $K_{corr} = K_{corr}^{MAX}$ à partir de l'abaque du temps de réponse réduit donné ci-dessous.



La figure 4 donne les évolutions des réponses temporelles $x(t)$ du système réel avec prise en compte de la perturbation (F_p constante et égale à 175 N) à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{\text{corr}} = 1500$ et pour $K = K_{\text{corr}}^{\text{MAX}}$.

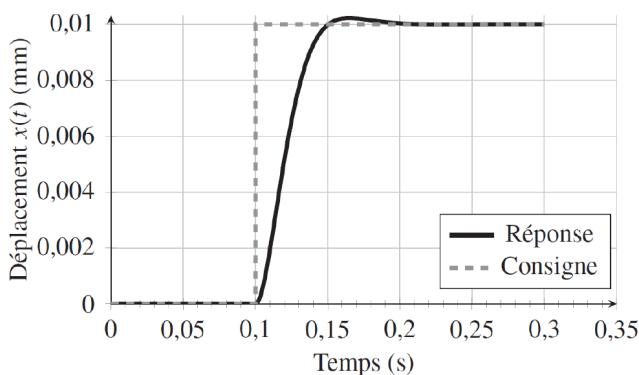


FIGURE 4 – Réponses temporelles $x(t)$ du système réel perturbé à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{\text{corr}} = 1500$ et pour $K = K_{\text{corr}}^{\text{MAX}}$

Question 9 Conclure sur les capacités de la correction à action proportionnelle pure vis-à-vis des performances à atteindre.

Correction avec action proportionnelle et intégrale généralisée – correcteur PI généralisé

Le correcteur finalement retenu est un correcteur avec action proportionnelle et intégrale généralisée. La fonction de transfert $C(p)$ prend alors la forme suivante :

$$C(p) = K_{\text{corr}} \cdot \frac{1+T_d p}{p} \text{ avec } K_{\text{corr}} \gg 1 \text{ et } T_d < 1 \text{ s.}$$

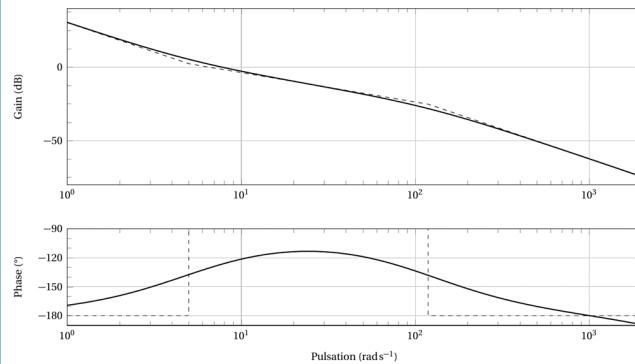
On donne dans le document réponse le diagramme de Bode (courbe de Gain et de Phase) du système en boucle ouverte avec correcteur PI Généralisé pour $K_{\text{corr}} = 1000$ et $T_d = 0,2$ s.

Question 10 Représenter sur le document réponse les marges de Gain M_G et de Phase M_ϕ du système corrigé.

Avec cette correction, le système est précis mais les valeurs des marges de gain et de phase sont telles que le système n'est pas assez rapide. Il est donc nécessaire d'augmenter la valeur de K_{corr} , tout en conservant $T_d = 0,2$ s,

de manière à augmenter la bande passante du système et ainsi se rapprocher des valeurs limites de marge de Gain et de Phase autorisées.

Question 11 En déduire la valeur maximale à donner au gain K_{corr} , en conservant $T_d = 0,2$ s, afin de respecter les performances en stabilité de l'asservissement de l'axe linéaire tout en augmentant au maximum la bande passante du système.



Les figures 5 donnent la réponse temporelle à un échelon de consigne $X_c = 10$ mm du système simulé, perturbé et corrigé du déplacement $x(t)$ (en mm) ainsi que l'évolution de l'intensité simulée (en Ampères) circulant au sein du moteur.

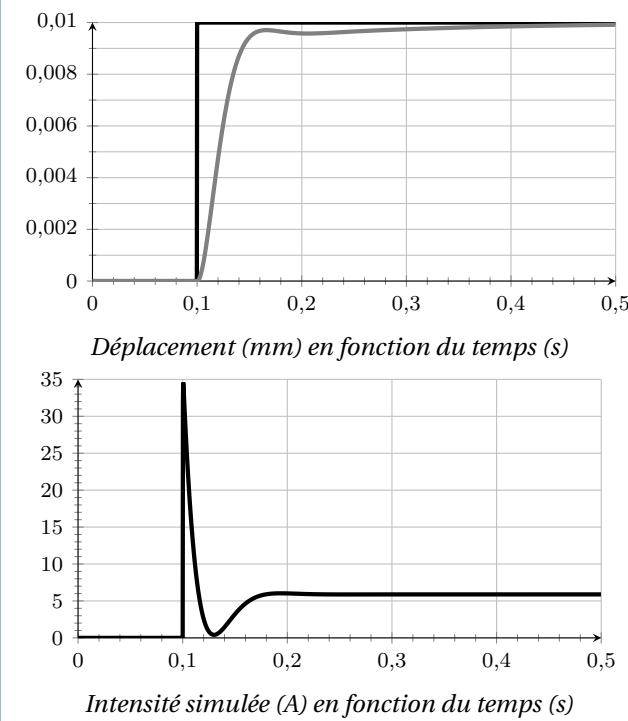


FIGURE 5 – Réponses temporelles à un échelon d'amplitude $X_c = 10$ mm du système simulé, perturbé et corrigé

Question 12 Conclure sur les performances du système perturbé vis-à-vis des exigences de l'asservissement de l'axe linéaire. Commenter l'évolution de l'intensité simulée avec les caractéristiques de la carte de commande du moteur.

Synthèse – Étude de l'exigence 3.1 « Assistance de la marche »

L'objectif de cette synthèse est de vérifier que les paramètres d'asservissement mis finalement en place sur la commande de l'axe linéaire et sur la commande de la roue permettent d'atteindre les performances de l'exigence 3.1 « Assistance de la marche ».

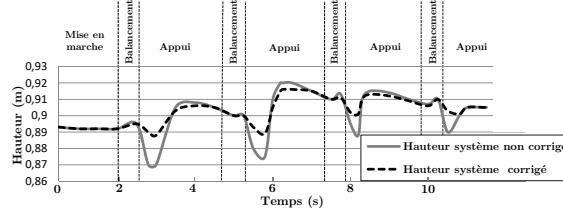


FIGURE 6 – Hauteur de la main au cours de la marche pour $V = 0,22 \text{ m/s}$

La 6 donne les évolutions de la hauteur de main mesurées lors d'une marche assistée avec le prototype de canne à la vitesse $V = 0,22 \text{ m/s}$.

La courbe grise en trait continu correspond au cas où l'axe linéaire est sans correction ($C(p) = 1$).

La courbe noire en trait pointillé correspond au cas où l'axe linéaire est corrigé (correction PI généralisée avec paramètres optimisés).

Il est à remarquer que lors de cet essai, le patient avait pour consigne de conserver sa main immobile lors du déplacement. Cette condition est difficilement vérifiable en pratique car le patient ne peut pas vraiment se concentrer sur la position de sa main pendant la marche.

Question 13 Conclure sur l'influence de la correction de l'axe linéaire sur le respect de l'exigence de maintien de la hauteur de main.

Les figures 7 et 8 donnent pour $V = 0,22 \text{ m/s}$ (allure normale), respectivement pour $V = 0,29 \text{ m/s}$ (allure rapide), le suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol et le suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ).

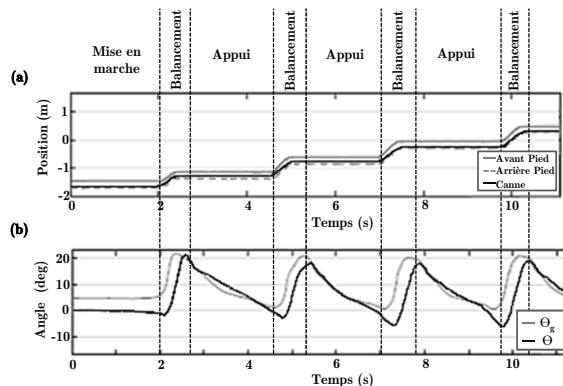


FIGURE 7 – $V = 0,22 \text{ m/s}$, allure normale – (a) : suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol – (b) : suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ)

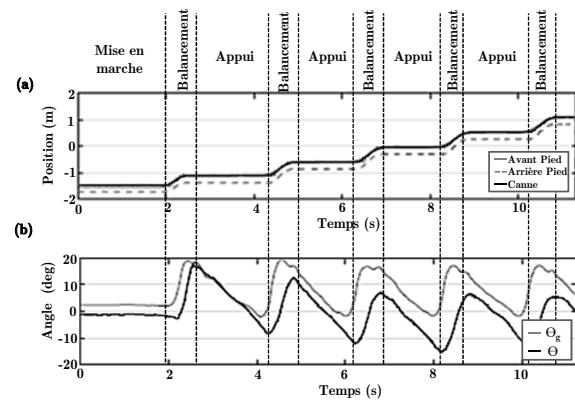


FIGURE 8 – $V = 0,29 \text{ m/s}$, allure rapide – (a) : suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol – (b) : suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ)

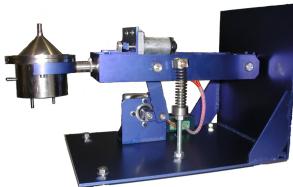
Question 14 Conclure sur le réglage des paramètres d'asservissement mis en place vis-à-vis des performances liées à la synchronisation de la canne avec le cycle locomoteur à différentes allures.

Annexes – Diagramme partiel des exigences

« requirement »	
Commande de l'axe linéaire	
Id = "3.1.6.2"	
Text = "Performances de l'asservissement :	
Précision : 5 %	
Dépassement autorisé : 5 %	
Temps de réponse : $t_{r5\%} = 60 \text{ ms}$	
Stabilité :	
Marge de Gain = 45dB	
Marge de Phase = 35°.	

1. $H_{BO_1}(p) = K_{BO} \frac{1}{p} \frac{1}{1+T_1 p} \frac{1}{1+T_2 p}$ avec $\omega_{c1} \simeq 1 \times 10^4 \text{ rad/s}$ et $T_1 = 0,1 \text{ ms}$, $\omega_{c2} \simeq 1 \times 10^2 \text{ rad/s}$ et $T_2 = 10 \text{ ms}$. $K_{BO} = 10^{-30/20} \simeq 0,032 \text{ s}^{-1}$.
2. 1,88Hz.
3. .
4. $H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{BO}} p}$ et $1/K_{BO} = 30 \text{ s}$.
5. $K_{corr} \geq 1500$.
6. .
7. $K_{corr} \leq 1700$.
8. $t_{r5\%} \simeq 38 \text{ ms} < 60 \text{ ms}$.
9. .
10. $M_G \simeq 60 \text{ dB}$ et une marge de Phase $M_\varphi \simeq 50^\circ$.
11. $K_{corr}^{\text{new}} \simeq 5620$.
12. .
13. .
14. .

TD 3



Agitateur médical avec chambre de Ricordi

CCP – PSI – 2006

Savoirs et compétences :

- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- Con.C2 : Correction d'un système asservi

Présentation

Afin d'isoler des cellules issues du pancréas, il est nécessaire de les baigner dans un mélange d'enzymes tout en agitant la solution dans un milieu contrôlé en température. On utilise pour cela un agitateur médical avec chambre de Ricordi.

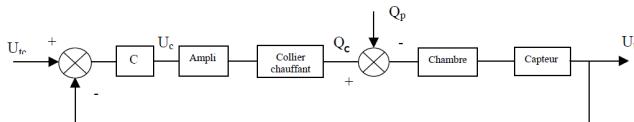
Objectif La maîtrise de la température joue un rôle crucial, l'objectif de notre étude est de réduire les temps de réaction et d'augmenter la précision en température du système de chauffage. Le cahier des charges est le suivant :

- temps de montée en température : 3 min maxi ;
- précision de la température : $\pm 0,5^\circ$ pour un échelon de 20° .

Nous utilisons pour chauffer la solution circulant dans la chambre, un collier chauffant situé sur le pourtour de la chambre, alimenté en tension par une unité comprenant un correcteur et un amplificateur.

On note :

- U_{tc} : tension de consigne ;
- U_t : tension à l'image de la température (capteur de température mesurant la température dans la chambre) ;
- U_a : tension d'alimentation du collier chauffant ;
- q_c : énergie calorifique fournie par le collier chauffant ;
- q_p : énergie calorifique perdue ou reçue par la chambre (en dehors du collier chauffant) perte par convection, par circulation de l'enzyme. Dans le cadre de cette étude **on néglige les pertes**.



Expérimentalement, on peut déterminer que $FTBO(p) = \frac{U_t(p)}{U_c(p)} = \frac{0,5}{(1+5p)(1+100p)}$.

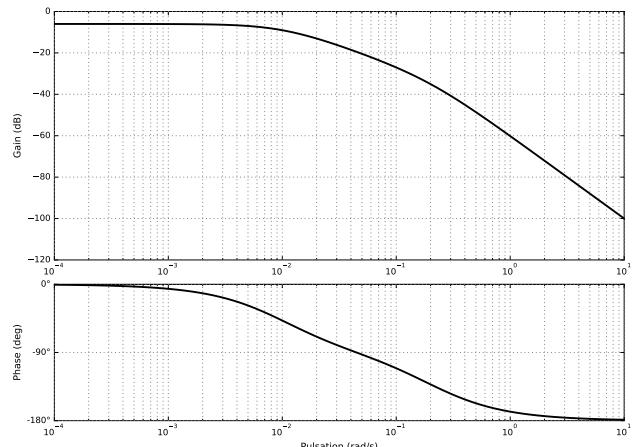
Analyse des performances

On considère ici que $C(p) = 1$. On donne l'abaque des temps de réponse réduit plus bas.

Question 1 Déterminer le temps de réponse à 5% du système réglé.

Question 2 Déterminer l'écart en position et l'écart en traînage.

Question 3 Justifier le tracé du diagramme de Bode de la FTBO non corrigée.



Question 4 Déterminer la marge de gain et la marge de phase.

Mise en œuvre de corrections P et PI

On envisage une première correction en utilisant un correcteur proportionnel de la forme $C(p) = K$.

Question 5 Déterminer le gain K de manière à obtenir le système le plus rapide sans aucun dépassement.

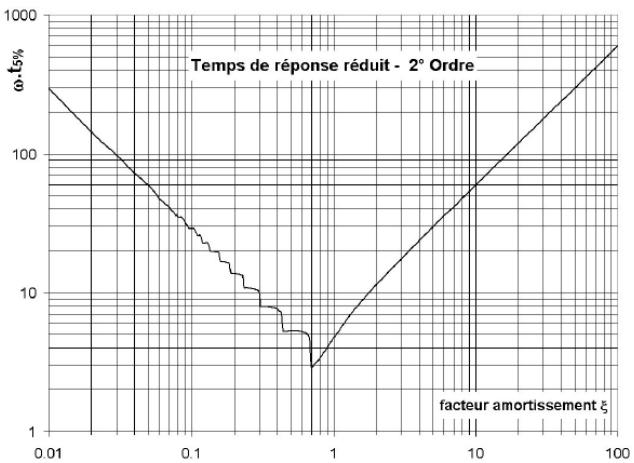
Question 6 En déduire le temps de réponse à 5%, l'écart en position et l'écart de traînage.

Question 7 Déterminez alors, la tension en sortie de l'amplificateur, si on envoie un échelon de tension de consigne U_{tc} de 5 V. Le gain de l'amplificateur étant de 10, critiquez vos résultats.

On souhaite maintenant corriger le système avec en utilisant une action proportionnelle intégrale $C(p) = \frac{K}{T_i p} (1 + T_i p)$. On utilise pour cela la méthode des compensations de pôles.

Question 8 Déterminer les gain K et T_i permettant d'assurer le non dépassement de la consigne ainsi que le temps de réponses du système.

Question 9 En déduire le nouvel écart de position.



1. 218 s.
2. $\varepsilon_P = \frac{1}{1 + G_{FTBO}}$ et $\varepsilon_v = \infty$.
3. .
4. Système stable (FTBO ordre 2 et critère du Revers respecté) ($M_G \rightarrow \infty$, M_φ non définie).
5. $K = 9$.
6. 50 s,
7. $\varepsilon_P = \frac{1}{1 + G_{FTBO}}$ et $\varepsilon_v = \infty$.
8. $U_a = 450 \text{ V}$.
9. $K = 10$ et $T_i = 100 \text{ s}$.
10. $\varepsilon_P = 0$.

TD 1



Quille pendulaire *

Concours Commun Mines Ponts 2014

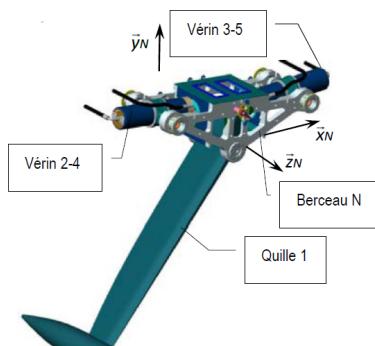
Savoirs et compétences :

- Con.C2 : Correction d'un système asservi
- Con.C2.SF1 : Choisir un type de correcteur adapté

Mise en situation

Les actions de l'air et de l'eau permettent au voilier d'avancer mais provoquent aussi son inclinaison autour de l'axe longitudinal \vec{z}_N . C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille joue le rôle de contrepoids.

Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire. Cette quille est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_N) avec la coque du navire et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci.



Modèle volumique 3D

Afin de garantir sa répétabilité, la mise en position angulaire de la quille fait l'objet d'un contrôle par une boucle d'asservissement, dont le cahier des charges est donné en fin de sujet.

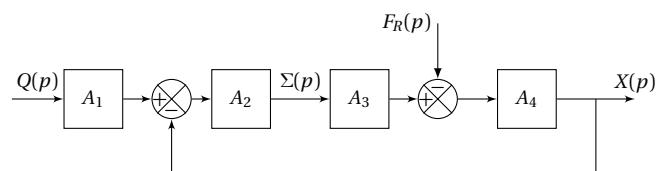
Objectif L'objectif de proposer un correcteur permettant de vérifier l'ensemble des critères du cahier des charges.

Modélisation du vérin

La quille est manoeuvrée par deux vérins hydrauliques. Chacun d'eux est piloté par une servo valve de débit. Ce composant délivre un débit $q(t)$ proportionnel à sa tension de commande $v(t)$. Lors d'une manoeuvre de quille un seul de ces vérins est moteur et alimenté en pression via sa servo valve. L'autre est laissé dans une configuration où sa tige est libre de tout mouvement. Le déplacement

terminé, la quille est verrouillée en position par un système de blocage non étudié dans ce sujet qui interdit toute circulation de fluide entre vérins et servo valves. L'angle de rotation de la quille par rapport au bâti est mesuré par un capteur potentiométrique.

Lors d'un déplacement de la quille, les mouvements d'oscillation du cylindre de vérin par rapport à la coque étant de faible amplitude et s'effectuant à de faibles vitesses, on se place dans une situation où le corps de vérin est considéré comme fixe. La tige est alors considérée en mouvement de translation galiléen. On considère également que les mouvements étudiés sont de petits mouvements autour d'une position moyenne et que l'hypothèse des conditions initiales nulles est valide. Dans ces conditions, le comportement du vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

- $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\sigma(t)}{dt}$ (a);
- $M \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S\sigma(t) - kx(t) - \lambda \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$ (b).

On a :

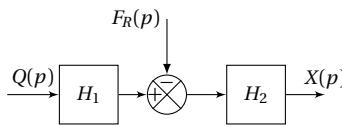
- $\mathcal{L}(q(t)) = Q(p)$: débit d'alimentation du vérin [m^3s^{-1}];
- $\mathcal{L}(\sigma(t)) = \Sigma(p)$: différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa];
- $\mathcal{L}(x(t)) = X(p)$: position de la tige du vérin [m];
- $\mathcal{L}(f_R(t)) = F_R(p)$: composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- S : section du vérin [m^2];
- k : raideur mécanique du vérin [N m^{-1}];
- V : volume d'huile de référence [m^3];
- B : coefficient de compressibilité de l'huile [N m^{-2}];
- M : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin [kg];
- λ : coefficient de frottement visqueux [$\text{N m}^{-1}\text{s}$].

Question 1 Donner les expressions des fonctions de transfert A_1 , A_2 , A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.

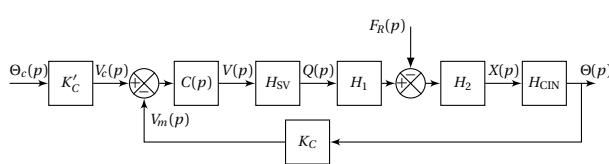
Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



Question 2 Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1 , A_2 , A_3 et A_4 , puis de la variable p et des constantes.

Question 3 Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Le schéma d'asservissement de la position angulaire de la quille représenté figure ci-dessous sera utilisé pour la suite des questions. La perturbation représentée par $F_R(p)$ ne sera pas prise en compte.



On a :

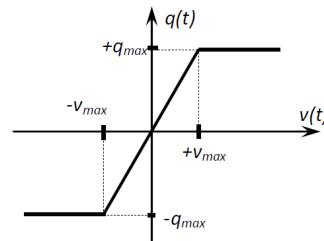
- $\mathcal{L}(\Theta_c(t)) = \Theta_c(p)$: consigne de position angulaire [°];
- $\mathcal{L}(\Theta(t)) = \Theta(p)$: position angulaire de la quille [°];
- $\mathcal{L}(v(t)) = V(p)$: tension de commande de la servo valve [V];
- $\mathcal{L}(v_c(t)) = V_c(p)$: tension image de la consigne [V];
- $\mathcal{L}(v_m(t)) = V_m(p)$: tension image de la position [V].

On a de plus :

- K_c : gain du capteur angulaire potentiométrique [V/°];
- K'_c : gain du bloc d'adaptation réglé tel que $K'_c = K_c = 1,1 \text{ V}/\text{°}$;
- $C(p)$: correcteur de position;
- H_{CIN} : fonction de transfert de la chaîne de transformation de mouvement dont la loi d'entrée/sortie est supposée linéaire dans le domaine d'utilisation. $H_{\text{CIN}} = K_\theta [\text{°} \cdot \text{m}^{-1}]$;
- H_{SV} : fonction de transfert de la servo valve.

Modélisation de la servo valve : comportement pour une commande de grande amplitude

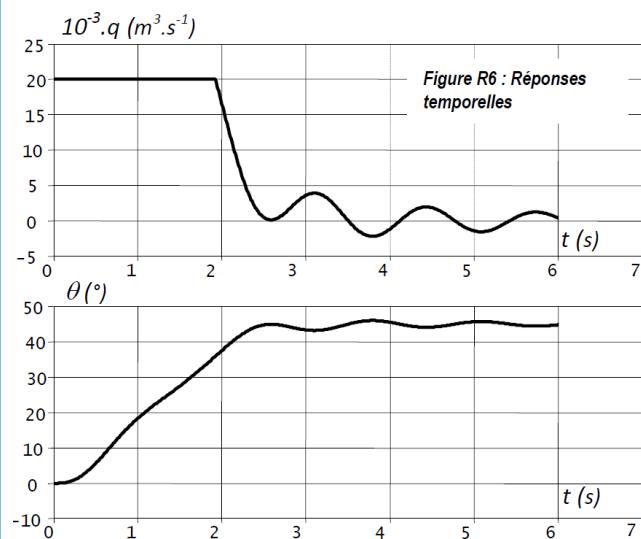
La servovalve présente un fonctionnement non-linéaire provenant d'un phénomène de saturation qui est défini par la courbe de la figure suivante donnant les évolutions du débit $q(t)$ fourni par la servovalve en fonction de sa tension de commande $v(t)$.



Ainsi :

- pour $v(t) > -v_{\text{max}}$ et $v(t) < v_{\text{max}}$: $H_{\text{SV}} = K_{\text{SV}} [\text{m}^3 \text{s}^{-1} \text{V}^{-1}]$
- pour $v(t) < -v_{\text{max}}$: $q(t) = -q_{\text{max}}$;
- pour $v(t) > v_{\text{max}}$: $q(t) = +q_{\text{max}}$, $v_{\text{max}} = 10 \text{ V}$.

Le système n'est pas encore corrigé, $C(p) = 1$ et on souhaite simuler le fonctionnement où le navigateur veut déplacer la quille avec une consigne angulaire de position de 45°. Cette demande est modélisée par une consigne $\Theta_c(t) = \theta_0 u(t)$ avec $\theta_0 = 45^\circ$ et $u(t) = 0$ pour $t < 0$ et $u(t) = 1$ pour $t > 0$. La figure suivante présente dans ces conditions les évolutions temporelles de deux grandeurs de la boucle d'asservissement, le débit sortant de la servo valve $q(t)$ et la position angulaire de la quille $\theta(t)$.



Sur la figure précédente, la courbe représentative de $q(t)$ présente un palier où $q(t)$ garde une valeur constante.

Question 4 À l'aide de la caractéristique de la servovalve :

- justifier ce palier et donner la valeur numérique de K_{SV} ;
- indiquer sur la figure l'intervalle de temps où le retour d'information a une influence sur la commande du vérin et celui où il n'en a pas. Associer à chacun de ces intervalles le modèle utile : modèle en « boucle fermée » ou en « boucle ouverte ».

Question 5 Montrer, en précisant la ou les exigences mises en défaut, que le cahier des charges n'est pas respecté au niveau des critères « vérifiables ».

Comportement pour une commande de faible amplitude

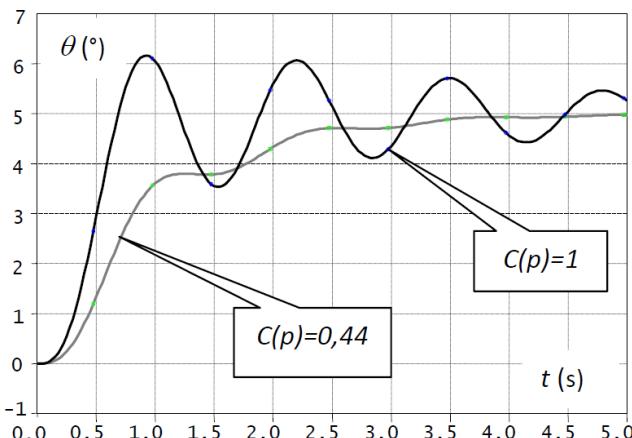
On étudie la réponse du système non corrigé ($C(p) = 1$) à une entrée échelon de 5° d'amplitude avec $F_R = 0$. Le modèle de travail qui a permis de tracer les courbes de la figure précédente est : $H_{BO}(p) = K_{SV}H_1H_2K_\theta K_C$ et $H_{BO}(p) = \frac{2,2}{p(1+0,12p+0,04p^2)}$.

Question 6 Pour l'entrée définie ci-dessus, déterminer la valeur de la tension $v(t)$ à l'instant initial $t = 0^+$, $v(0^+)$. Expliquer succinctement que tout au long de ce fonctionnement, la servovalve fonctionnera sans saturer.

Question 7 De quelle hypothèse générale d'étude des systèmes asservis ce constat participe-t-il ?

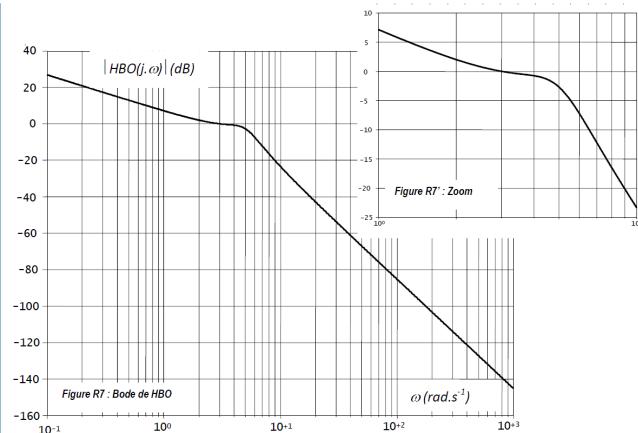
Une simulation de la réponse indicielle à cet échelon de 5° d'amplitude a permis de tracer les courbes de la figure suivante, obtenues pour deux valeurs du correcteur proportionnel :

- $C(p) = 1$: la courbe présente des dépassemens, l'exigence 2.1.2 n'est pas validée;
- $C(p) = 0,44$: toutes les exigences du domaine temporel sont vérifiées (2.1.2, 2.2.1; 2.2.2, 2.3.1).



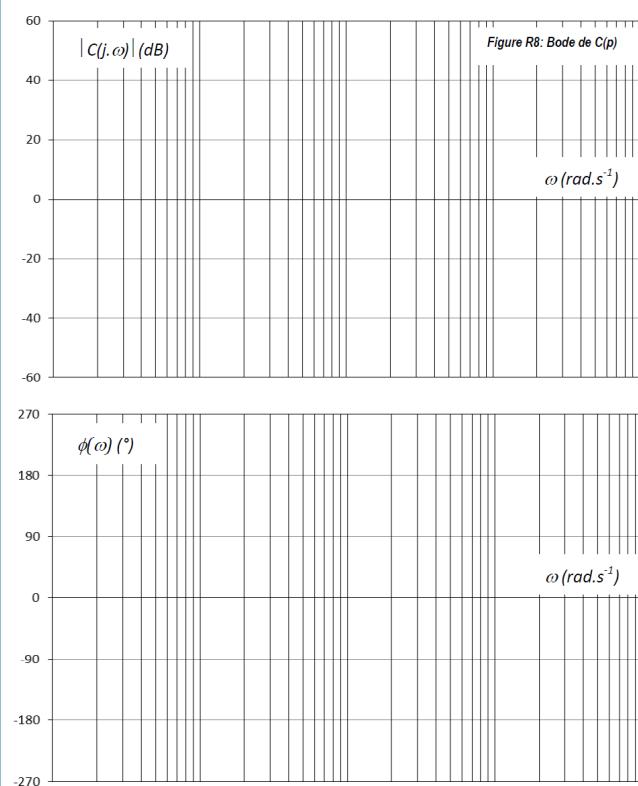
À l'utilisation, le correcteur proportionnel réglé à 0,44 n'a pas donné satisfaction car le mouvement saccadé de la quille dû aux fluctuations de sa vitesse de rotation généreraient dans certaines conditions de navigation des perturbations compromettant la stabilité de route du navire. L'examen attentif de cette réponse indicielle fait apparaître la persistance d'un phénomène oscillatoire dont l'origine supposée se trouve dans le caractère résonant du vérin.

Question 8 Tracer sur les figures suivantes les diagrammes d'amplitude asymptotiques de Bode de $H_{BO}(p)$ en indiquant les valeurs numériques associées aux points particuliers et la valeur des pentes.



Question 9 Déterminer par calcul la pulsation de résonance ω_r de cette fonction de transfert.

Question 10 Évaluer littéralement puis numériquement à cette pulsation ω_r la différence, notée ΔK et exprimée en dB, entre l'amplitude de résonance et l'amplitude évaluée par le diagramme asymptotique.



Pour éliminer le phénomène de résonance, on recherche l'expression de $C(p)$ permettant d'abaisser l'amplitude de ΔK à la pulsation ω_r . Le concepteur a choisi un correcteur à retard de phase de fonction de transfert $C(p) = K_{COR} \frac{1+Tp}{1+bTp}$ avec $b > 1$. Ce correcteur présente un extremum de la courbe de phase à la pulsation ω^* tel que : $\sin [\phi(\omega^*)] = \frac{1-b}{1+b}$ et $\omega^* = \frac{1}{T\sqrt{b}}$.

L'étude consiste à déterminer les valeurs de T et b .

Question 11 Tracer sur la figure précédente, l'allure des diagrammes d'amplitude et de phase (asymptotiques

et allure de la courbe réelle) de Bode de ce correcteur pour $K_{COR} = 1$. Préciser les expressions littérales des pulsations caractéristiques.

Question 12 Déterminer alors en fonction de b , l'amplitude $|C(j\omega^*)|_{dB}$ à la pulsation notée ω^* .

Question 13 Pour $K_{COR} = 1$, en faisant correspondre la pulsation de résonance ω_r de H_{BO} à ω^* :

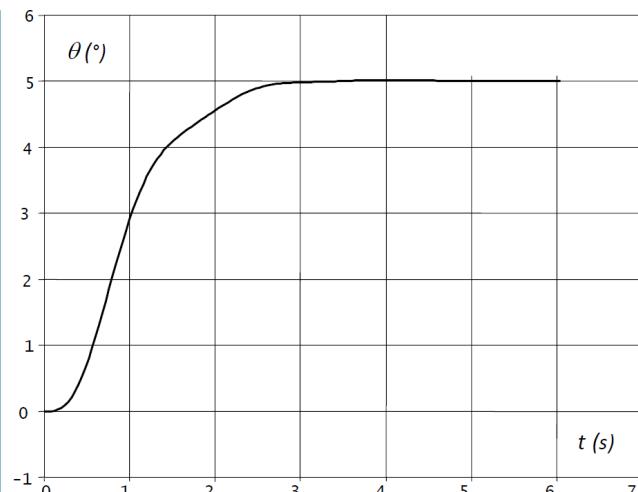
- calculer b pour que « l'excès » de gain ΔK soit compensé par le correcteur et calculer la valeur de T ;
- calculer le supplément de déphasage introduit par le correcteur à la pulsation ω^* .

Validation du cahier des charges

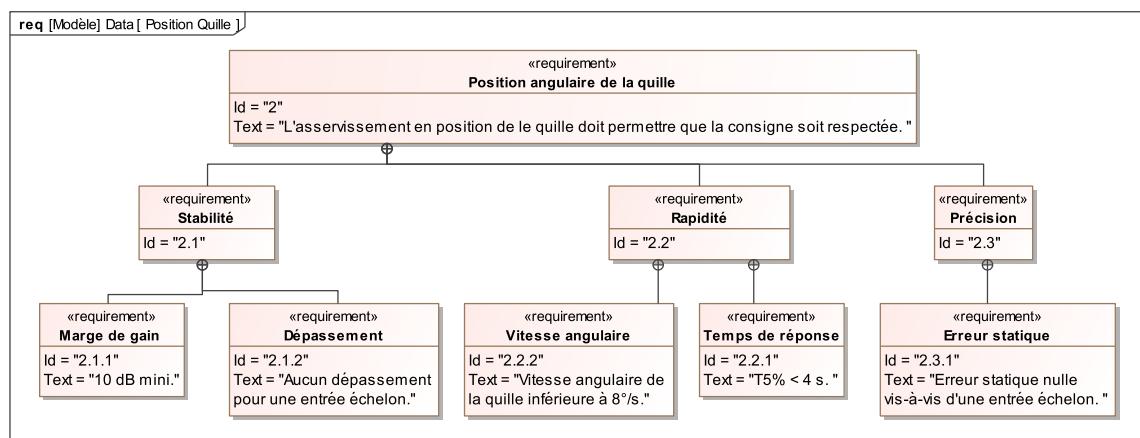
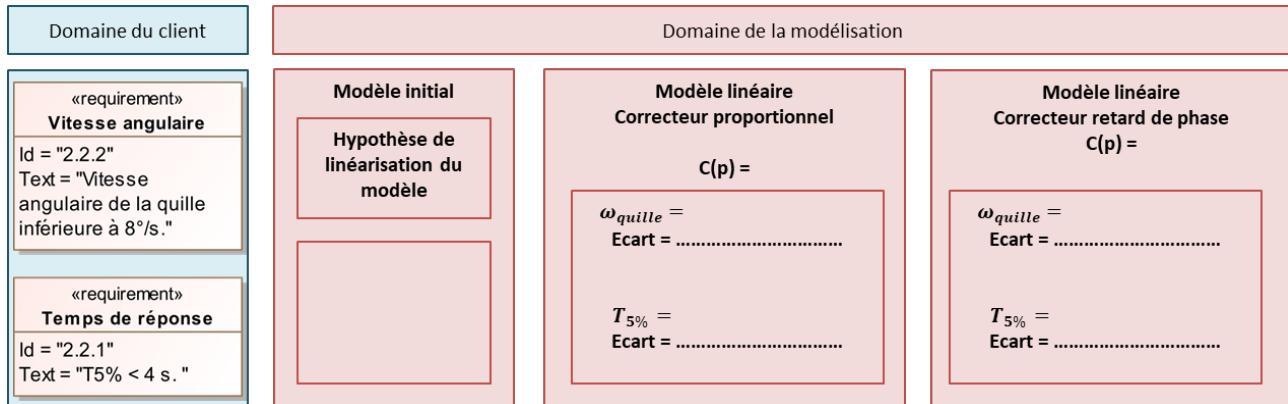
La réponse indicielle correspondant à ce réglage (entrée échelon de 5° d'amplitude) est donnée sur la figure suivante. Le gain K_{COR} a été déterminé de façon à satisfaire les exigences 2.1.1 et 2.1.2.

Question 14 Déterminer la vitesse de rotation angulaire maximale de la quille obtenue avec ce réglage du correcteur. Validez les exigences 2.2.1 et 2.2.2 en laissant vos constructions apparentes.

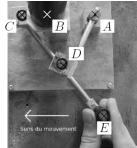
Question 15 Conclure en utilisant le diagramme ci-dessous.



1. $A_1 = \frac{1}{Sp}, A_2 = \frac{S2B}{V}, A_3 = S$ et $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.
2. $H_1(p) = A_1 A_2 A_3$ et $H_2 = \frac{A_4}{1 + A_2 A_3 A_4}$.
3. $\frac{X(p)}{Q(p)} = \frac{2BS}{p(MVp^2 + \lambda pV + kV + 2BS^2)}$.
4. $K_{SV} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ V}^{-1}$. Pour $t < 1,9 \text{ s}$: BO et $t > 1,9 \text{ s}$: BE.
- 5.
6. $v(0^+) = 5,5 \text{ V}$.
- 7.
- 8.
9. $\omega_r \simeq 4,5 \text{ rad s}^{-1}$.
10. $\Delta K = 4,8 \text{ dB}$.
- 11.
12. $-10 \log b$.
13. $b = 3,02, T = 0,127 \text{ s}, \phi(\omega^*) \simeq -28,79^\circ$.
14. $t_{5\%} \simeq 2,3 \text{ s} < 4 \text{ s}$ $4^\circ/\text{s} < 8^\circ/\text{s}$.



TD 7



Téléchirurgie robotisée au contact d'organes mobiles

CCP – PSI 2015

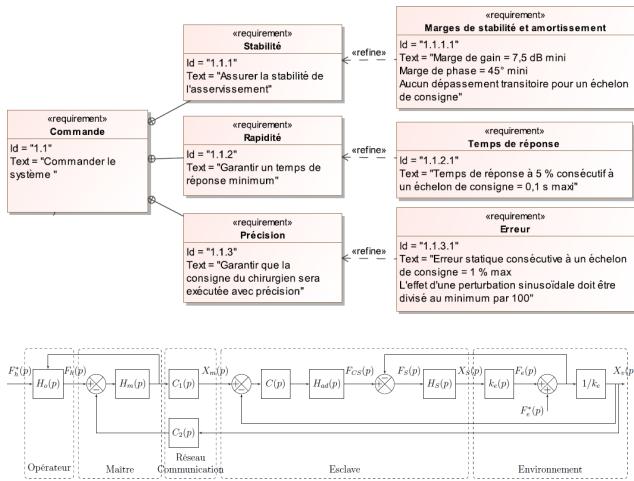
Savoirs et compétences :

- Res1.C4 : Correction
- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- Con.C2 : Correction d'un système asservi

Présentation

Réalisation de la commande de l'esclave

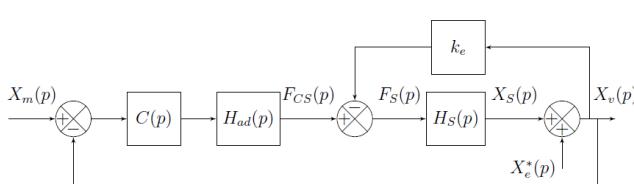
Objectif Concevoir la commande du dispositif esclave de façon à satisfaire l'ensemble des exigences incluses dans l'exigence « Commande » (id 1.1).



Modélisation et étude des performances du système sans correction

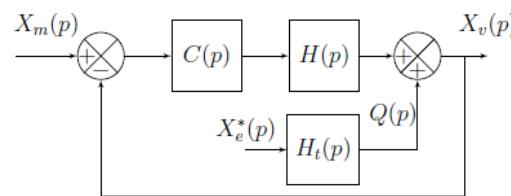
Objectif Identifier les performances non satisfaites afin de choisir un correcteur adapté.

La modélisation permettant de relier la consigne $x_m(t)$ issue du dispositif maître au déplacement $x_v(t)$ de l'organe terminal est représentée par le schéma-blocs suivant.



- $H_{ad}(p) = k_a = 1 \text{ Nm}^{-1}$ permet d'adapter la consigne position en consigne force;
- $H_S(p) = \frac{X_S(p)}{F_S(p)} = \frac{k_S}{p(m_S + b_S)}$ avec $k_S = 1 \text{ m N}^{-1}$, $m_S = 0,152 \text{ kg}$ et $b_S = 1,426 \text{ Nsm}^{-1}$;
- $k_e = 200 \text{ Nm}^{-1}$.

Question 1 Simplifier le schéma-blocs précédent pour lui donner la forme illustrée par la figure suivante. Exprimer $H_t(p)$ et $H(p)$ en fonction de k_e , k_a et $H_S(p)$.

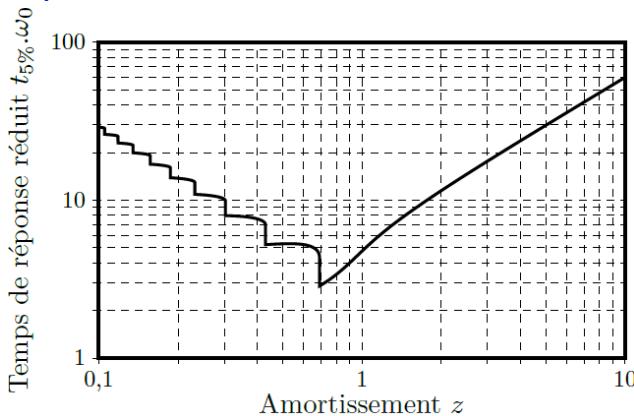


Pour la suite du problème, on prendra : $H(p) = \frac{1}{m_S p^2 + b_S p + k_e}$.

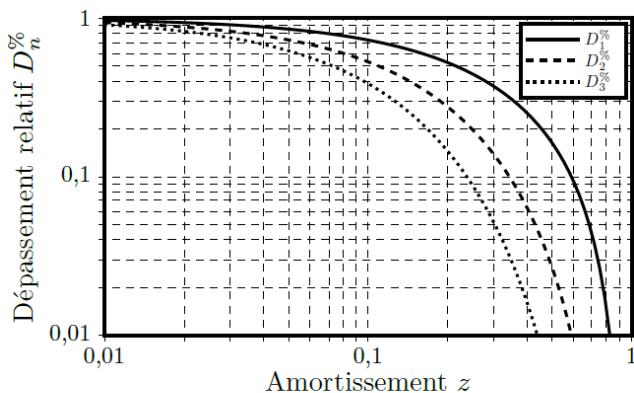
Vérification des exigences sans correction : $C(p) = 1$

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée (avec une perturbation nulle : $X_e^*(p) = 0$) : $F_{BFI}(p) = \frac{X_v(p)}{X_m(p)}$, puis la mettre sous forme canonique de façon à identifier les paramètres caractéristiques : gain statique (K), pulsation propre (ω_0) et coefficient d'amortissement (z). Faire l'application numérique.

Question 3 En vous aidant des abaques de la figure suivante, vérifier les exigences « stabilité » (uniquement l'amortissement), « rapidité » et « précision » (uniquement l'erreur statique).



(a) Abaque du temps de réponse réduit



(b) Abaque des dépassements relatifs

Modélisation et étude des performances du système avec correction intégrale : $C(p) = \frac{K_i}{p}$

Objectif Vérifier la capacité d'une correction intégrale à atteindre les exigences.

Question 4 Les résultats d'une simulation pour un gain $K_i = 100$ sont donnés sur les figures suivantes. Vérifier les exigences « stabilité », « rapidité », « précision » (uniquement l'erreur statique).

Question 5 Justifier exhaustivement le tracé des diagrammes de Bode. Tracer le diagramme asymptotique.

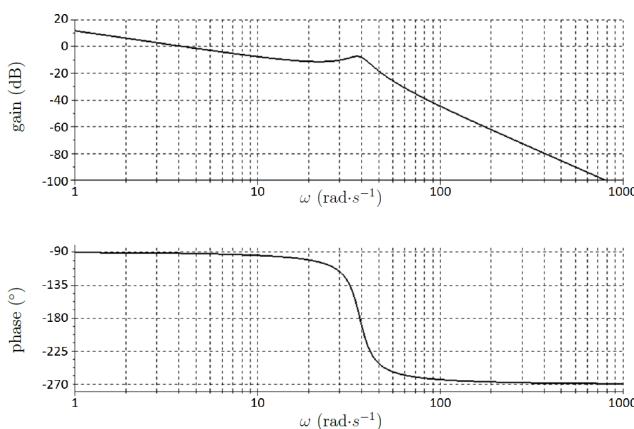
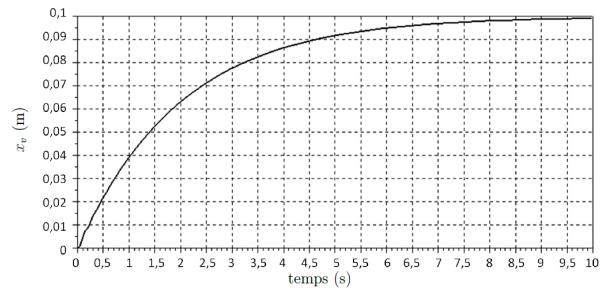


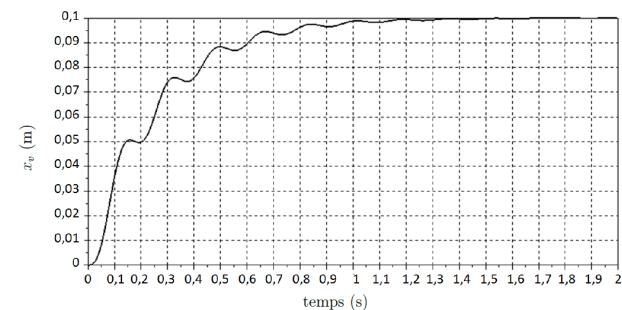
Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $K_i = 100$



Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm et $K_i = 100$

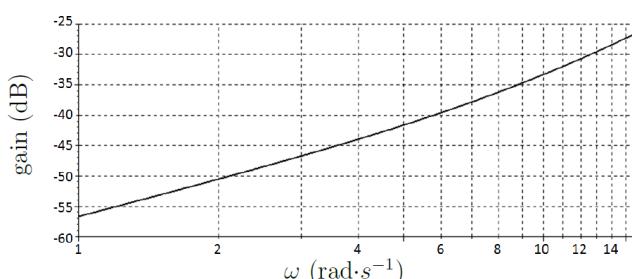
Question 6 Pour améliorer la rapidité, il faut augmenter le gain K_i . Déterminer la valeur K_{imax} du coefficient K_i qui permet de respecter les marges de stabilité.

Question 7 En analysant la courbe suivante, conclure sur la capacité du correcteur à valider simultanément les exigences de « stabilité » et de « rapidité ».



Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm avec le réglage K_{imax}

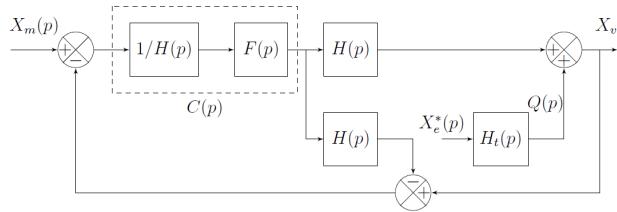
Question 8 Le diagramme de Bode de la figure suivante représente la réponse fréquentielle (courbe de gain uniquement) de la fonction $F_{BF2}(j\omega) = \frac{X_v(j\omega)}{X_e^*(j\omega)}$ pour $K_i = K_{imax}$. Quelle sera l'atténuation minimale $|F_{BF2}(j\omega)|_{min}$ de la perturbation x_e^* (en %) sur l'intervalle $[1,25 \text{ rad s}^{-1}; 12,5 \text{ rad s}^{-1}]$. Conclure sur la validation de l'exigence de « précision ».



Modélisation et étude des performances du système avec correction IMC

Objectif Améliorer la rapidité tout en atténuant la perturbation sinusoïdale.

Pour améliorer l'atténuation de la perturbation sinusoïdale, il est possible de changer la structure de l'asservissement et d'opter pour une correction IMC (Internal Model Corrector) dont le schéma-blocs est donné sur la figure suivante.



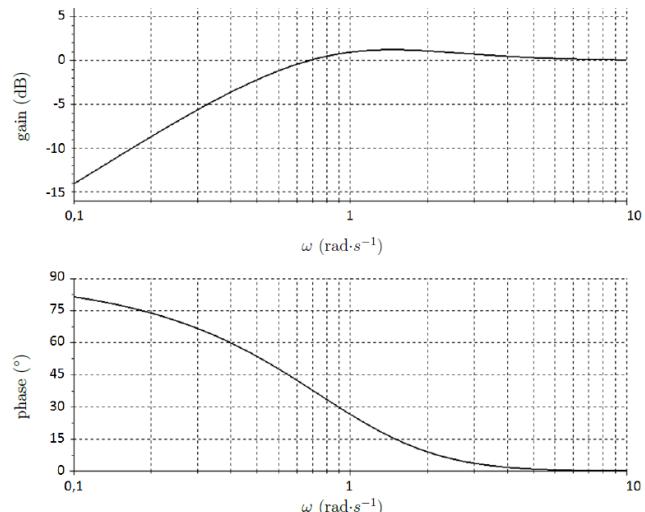
Avec $F(p)$ la fonction de transfert d'un filtre de la forme $F(p) = \frac{1}{(1+Tp)^2}$ et la fonction de transfert $H(p) = \frac{1}{m_s p^2 + b_s p + k_e}$.

La grandeur de sortie $X_v(p)$ peut s'exprimer par l'équation : $X_v(p) = A(p)X_m(p) + B(p)Q(p)$ avec $A(p) = \frac{1}{(1+Tp)^2}$ et $B(p) = \frac{Tp(2+Tp)}{(1+Tp)^2}$.

Question 9 Indiquer s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de T pour améliorer le temps de réponse consécutif à un échelon de consigne $x_m(t) = x_0$ (on prendra $Q(p) = 0$ pour cette question). Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de T permettant de satisfaire l'exigence de « rapidité ».

Question 10 Le diagramme de Bode de $B(j\omega)$ pour $T = 1$ s est donné ci-après. Indiquer sur la copie s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de T pour minimiser l'effet de la perturbation sur l'intervalle $[1,25 \text{ rad s}^{-1}; 12,5 \text{ rad s}^{-1}]$. Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de T permettant de satisfaire l'atténuation de la perturbation liée à

l'exigence de « précision » sur cet intervalle.



1. $H(p) = \frac{K_a H_s(p)}{1 + k_e H_s(p)}$ et $H_t(p) = \frac{1}{1 + k_e H_s(p)}$.
2. $K = \frac{1}{1 + k_e}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{1 + k_e}{m_s}}$, $\xi = \frac{b_s}{2\sqrt{m_s(1 + k_e)}}$.
3. .
4. .
5. .
6. $K_{\text{max}} = 133$.
7. $G_{\text{dB max}} = -30 \text{ dB}$.
8. $T \leq 0,02 \text{ s}$.
9. $T \leq 0,4 \text{ ms}$.