

DDS 4

Les petits devoirs du soir

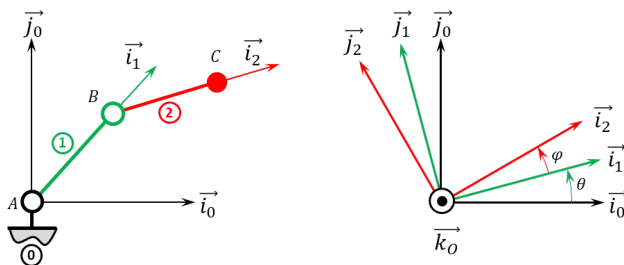
Xavier Pessoles

Exercice 152 – Mouvement RR *

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15 \text{ mm}$.



Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point C réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$ à la vitesse linéaire v .

Question 3 Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.

Question 4 Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.

Question 5 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$.

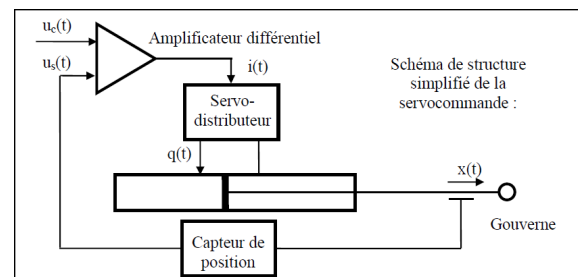
Question 6 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\varphi(t)$ et la trajectoire générée.

Corrigé voir 152.

Exercice 151 – Vérin*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne le schéma de principe d'une servocommande.



Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servocommande sont :

- un amplificateur différentiel défini par : $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$;
- débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt}$;
- capteur de position : $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$;
- le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique $q(t)$ proportionnel au courant de commande $i(t)$. (Attention, valable uniquement en régime permanent.) Le constructeur fournit sa fonction de transfert :

$$F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + Tp}$$

où K_d est le gain du servo-distributeur et T sa constante de temps.

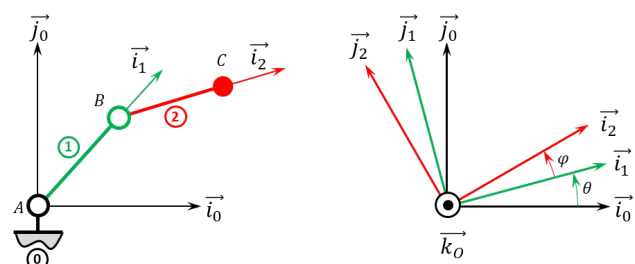
Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

Corrigé voir 152.

Exercice 150 – Mouvement RR *

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15 \text{ mm}$.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$ par dérivation vectorielle.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$ par composition.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)}$.

Indications :

- $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = R\dot{\theta}\vec{j}_1 + L(\dot{\theta} + \dot{\varphi})\vec{j}_2$.
- $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = L\dot{\varphi}\vec{j}_2 + \dot{\theta}(L\vec{j}_2 + R\vec{j}_1)$ (c'est la même :).
- $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} (\dot{\theta} + \dot{\varphi})\vec{k}_0 \\ R\dot{\theta}\vec{j}_1 + L(\dot{\theta} + \dot{\varphi})\vec{j}_2 \end{array} \right\}_C$.
- $\overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)} = R\ddot{\theta}\vec{j}_1 - R\dot{\theta}^2\vec{i}_1 + L(\ddot{\theta} + \ddot{\varphi})\vec{j}_2 - L(\dot{\theta} + \dot{\varphi})^2\vec{i}_2$.

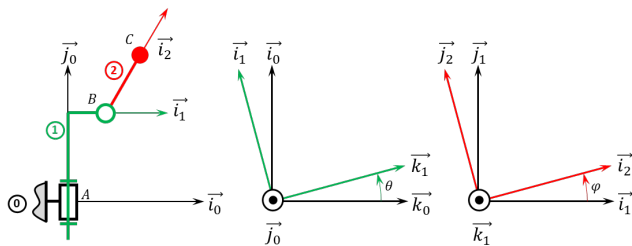
Corrigé voir 152.

Exercice 149 – Mouvement RR 3D **

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\vec{j}_1 + R\vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = L\vec{i}_2$. On a $H = 20\text{ mm}$, $R = 20\text{ mm}$, $L = 10\text{ mm}$.



Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

Question 2 Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

Indications

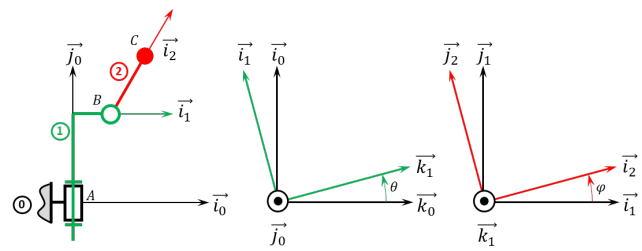
- Tore.
- $x_C(t) = R\cos\theta + L\cos\varphi\cos\theta$, $y_C(t) = H + L\sin\varphi$, $z_C(t) = -R\sin\theta - L\cos\varphi\sin\theta$.

Corrigé voir 152.

Exercice 148 – Mouvement RR 3D *

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\vec{j}_1 + R\vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = L\vec{i}_2$. On a $H = 20\text{ mm}$, $r = 5\text{ mm}$, $L = 10\text{ mm}$.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$ par dérivation vectorielle.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$ par composition du vecteur vitesse.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)}$.

Indications :

- $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = -R\dot{\theta}\vec{k}_1 + L(-\dot{\theta}\cos\varphi\vec{k}_1 + \dot{\varphi}\vec{j}_2)$.
- $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = L\dot{\varphi}\vec{j}_2 - \dot{\theta}(R\vec{k}_1 + L\cos\varphi\vec{k}_1)$.
- $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\varphi}\vec{k}_2 + \dot{\theta}\vec{j}_0 \\ L\dot{\varphi}\vec{j}_2 - \dot{\theta}(R\vec{k}_1 + L\cos\varphi\vec{k}_1) \end{array} \right\}_C$.
- $\overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)} = L\ddot{\varphi}\vec{j}_2 + L\dot{\varphi}(\dot{\theta}\sin\varphi\vec{k}_1 - \dot{\theta}\vec{i}_2) - \ddot{\theta}(R\vec{k}_1 + L\cos\varphi\vec{k}_1) - \dot{\theta}(R\dot{\theta}\vec{i}_1 + L\cos\varphi\dot{\theta}\vec{i}_1 - L\dot{\varphi}\sin\varphi\vec{k}_1)$.

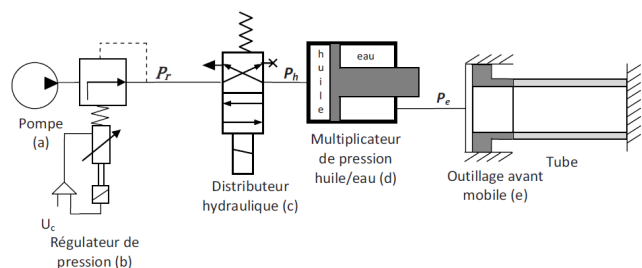
Corrigé voir 152.

Exercice 147 – Banc d'épreuve hydraulique *

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Analyse de la fonction technique « mettre le tube sous pression ».

Un schéma hydraulique simplifié est donné figure suivante.



Mise en place du modèle

Les équations du débit sont :

$$Q_e(t) = S_e \frac{dz(t)}{dt} - \frac{V_{e0}}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}$$

et

$$Q_h(t) = S_h \frac{dz(t)}{dt} + \frac{V_{h0}}{B_h} \frac{dP_h(t)}{dt}.$$

En appliquant le théorème de la résultante dynamique selon \vec{z} sur le piston du multiplicateur, on a : $M\ddot{z}(t) = S_h P_h(t) - S_e P_e(t) - Mg - f\dot{z}(t)$.

Question 1 Dédurre de la relation précédente l'équation reliant $Z(p)$, $P_e(p)$, $P_h(p)$, et $Poids(p) = Mg/p$, transformées de Laplace de $z(t)$, $P_e(t)$, $P_h(t)$ et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.

On note :

- $L(t)$ la position de l'équipage mobile repérée par rapport à sa position initiale ;
- $V_t(t)$ le volume du tube ;
- $F_t(t)$ l'effort du tube sur l'équipage mobile, avec $F_t(t) = -r L(t)$.

On néglige les variations de volume du tube dues à ses déformations. L'équation du débit s'écrit alors :

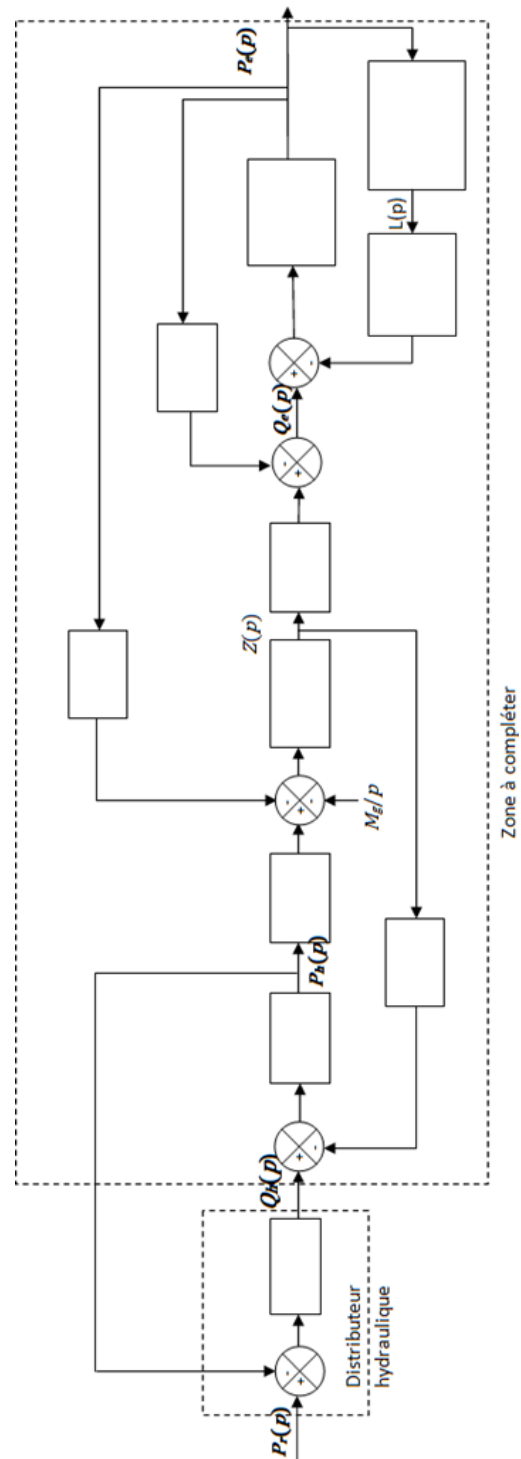
$$Q_e(t) = (S_a - S_b) \cdot \frac{dL(t)}{dt} + \frac{V_t}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}.$$

L'équation du mouvement de l'équipage mobile est donnée par :

$$m \ddot{L}(t) = -r L(t) + (S_a - S_b) p_e(t) - f' \dot{L}(t).$$

Question 2 En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant $L(p)$, $P_e(p)$ et $Q_e(p)$, transformées de Laplace de $L(t)$, $P_e(t)$ et $Q_e(t)$. Les conditions initiales sont supposées nulles.

Question 3 Compléter le schéma-blocs de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile régulée $P_r(p)$ et la sortie la pression d'épreuve dans le tube $P_e(p)$.



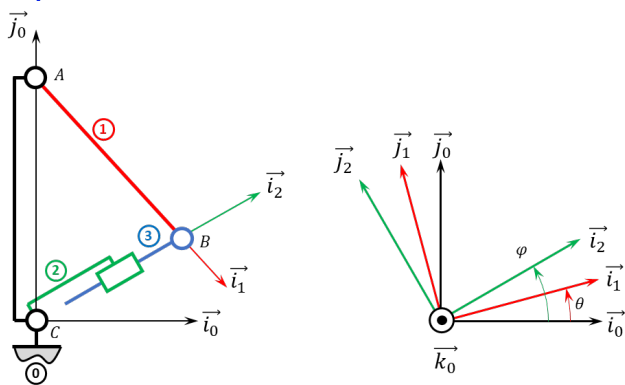
Modéliser

Corrigé voir 152.

Exercice 146 – Système de transformation de mouvement *

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H \overrightarrow{j_0}$. De plus, $R = 30 \text{ mm}$ et $H = 40 \text{ mm}$.



Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme *** (voir exercice ??).

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(3/0)\}$ au point B.

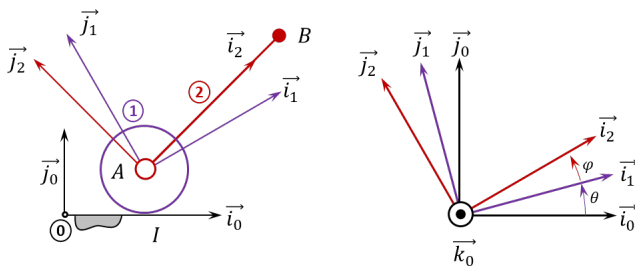
Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B, 3/0)}$.

Corrigé voir 152.

Exercice 145 – Mouvement RR – RSG **

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R \overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L \overrightarrow{i_2}$. De plus $R = 15 \text{ mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I.



Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B, 2/0)}$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B, 2/0)}$.

Indications (à vérifier...) :

- $\overrightarrow{V(B, 2/0)} = L \dot{\varphi}(t) \overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t) (L \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0})$.
- $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = (\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)) \overrightarrow{k_0} \\ L \dot{\varphi}(t) \overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t) (L \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0}) \end{array} \right\}_B$.
- $\overrightarrow{\Gamma(B, 2/0)} = L \ddot{\varphi}(t) \overrightarrow{j_2} - L \dot{\varphi}(t) (\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)) \overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t) (L \overrightarrow{j_1} - R \overrightarrow{i_0}) - L \dot{\theta}^2(t) \overrightarrow{i_1}$.

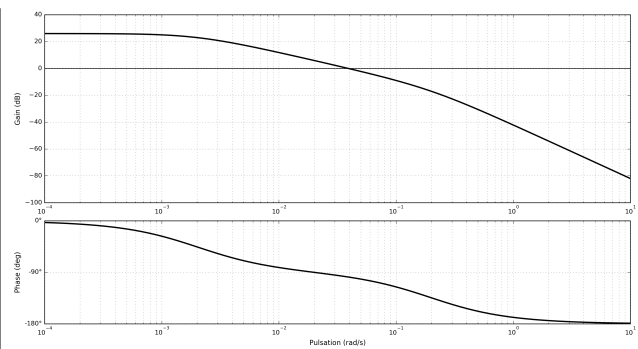
Corrigé voir 152.

Exercice 144 – Identification *

B2-06

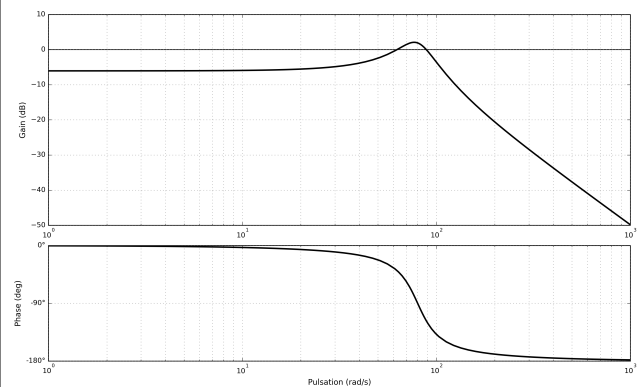
Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit la réponse fréquentielle suivante.



Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.

Soit la réponse fréquentielle suivante.



Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système.

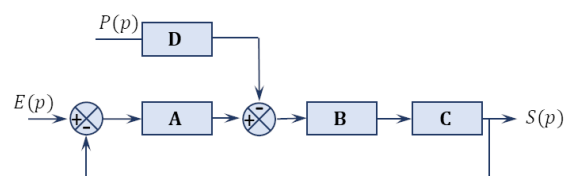
Corrigé voir 152.

Exercice 143 – Calcul de FTBO*

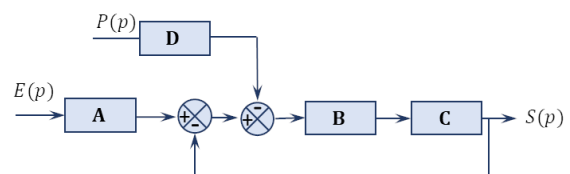
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

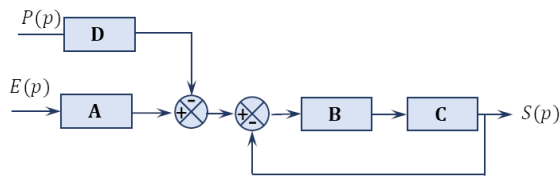
Question 1 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



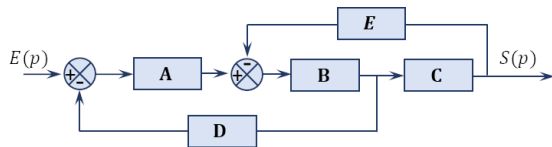
Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

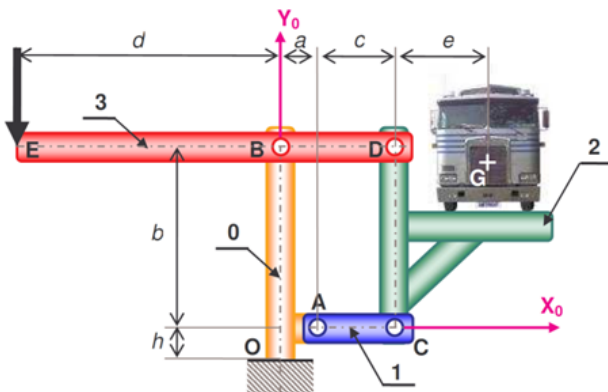


Corrigé voir 152.

Exercice 142 – Pèse camion **

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère un bâti 0 auquel est attaché le repère $\mathcal{R} = (O; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$. Le champ de pesanteur est $\vec{g} = -g \vec{y}_0$. La barre 1 est liée au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe (A, \vec{z}_0) . Le plateau porte camion 2 est lié à la barre 1 par une liaison pivot parfaite d'axe (C, \vec{z}_0) . Le levier 3 est lié au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe (B, \vec{z}_0) . Ce levier est également lié au plateau 2 par une liaison pivot parfaite d'axe (D, \vec{z}_0) . Le camion 4, de centre de masse G et de masse M inconnue, repose sur le plateau 2. L'action mécanique connue est caractérisée par :

$$\{\text{ext} \rightarrow 3\} = \left\{ \begin{array}{c} -F \vec{y}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_E$$


Question 1 Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.

Question 2 Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de F en fonction de M .

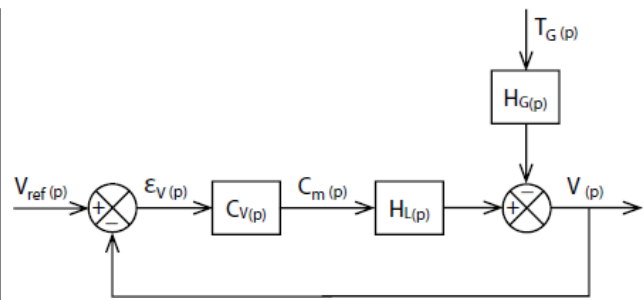
Corrigé voir 152.

Exercice 141 – Système éclipse *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le schéma-blocs sous la forme suivante avec un gain unitaire pour le capteur de vitesse.



$H_L(p) = \frac{K_L}{1 + \tau_L p}$ et $H_G(p) = \frac{K_G}{1 + \tau_G p}$ avec $\tau_G = \tau_L = 20 \text{ ms}$, $K_L = 1 \times 10^{-3} \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}$ et $K_G = 2 \times 10^{-5} \text{ mN}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Le cahier des charges donne les valeurs des critères d'appréciation adoptés :

- la précision : en régime permanent à vitesse constante, soit $\varepsilon_S = 0$ et à accélération constante, soit $\varepsilon_T = 0$; ε_S désigne l'erreur statique de position et ε_T l'erreur statique de vitesse ou erreur de traînage;
- la rapidité : le temps de réponse à 5 % tel que : $t_{R5\%} \leq 1 \text{ s}$;
- la stabilité : marge de phase $\geq 45^\circ$ et marge de gain $\geq 10 \text{ dB}$.

On choisit tout d'abord une correction proportionnelle telle que $C_V(p) = K_P$.

Question 1 Le cahier des charges est-il respecté en termes de précision, rapidité et stabilité?

Question 2 Peut-on choisir une valeur de K_P qui puisse assurer le respect complet du cahier des charges?

Question 3 Le système est-il robuste à une perturbation en échelon?

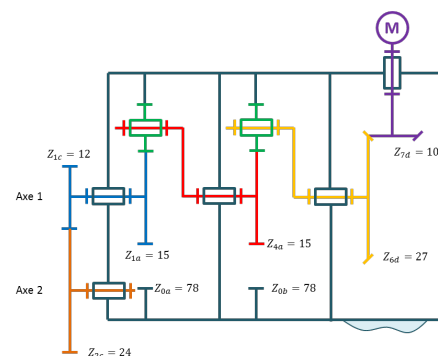
Corrigé voir 152.

Exercice 140 – Train simple *

A3-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le système de transmission suivant.



Question 1 Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.

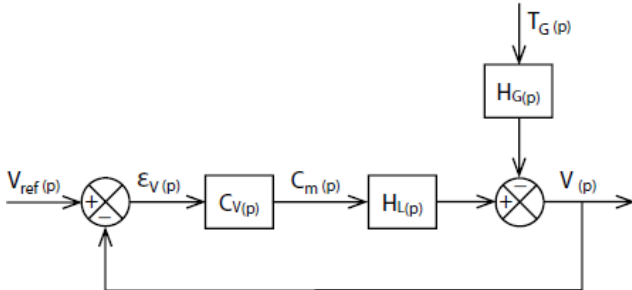
Corrigé voir 152.

Exercice 139 – Système éclipse *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le schéma-blocs sous la forme suivante avec un gain unitaire pour le capteur de vitesse.



$H_L(p) = \frac{K_L}{1 + \tau_L p}$ et $H_G(p) = \frac{K_G}{1 + \tau_G p}$ avec $\tau_G = \tau_L = 20 \text{ ms}$, $K_L = 1 \times 10^{-3} \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}$ et $K_G = 2 \times 10^{-5} \text{ mN}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Le cahier des charges donne les valeurs des critères d'appréciation adoptés :

- la précision : en régime permanent à vitesse constante, soit $\varepsilon_S = 0$ et à accélération constante, soit $\varepsilon_T = 0$; ε_S désigne l'erreur statique de position et ε_T l'erreur statique de vitesse ou erreur de traînage;
- la rapidité : le temps de réponse à 5 % tel que : $t_{R5\%} \leq 1 \text{ s}$;
- la stabilité : marge de phase $\geq 45^\circ$ et marge de gain $\geq 10 \text{ dB}$.

On considère que le système n'est pas perturbé et que $T_G(p) = 0$. On choisit tout d'abord une correction intégrale telle que $C_V(p) = \frac{K_i}{p}$.

Question 1 Le cahier des charges est-il respecté en terme de précision ?

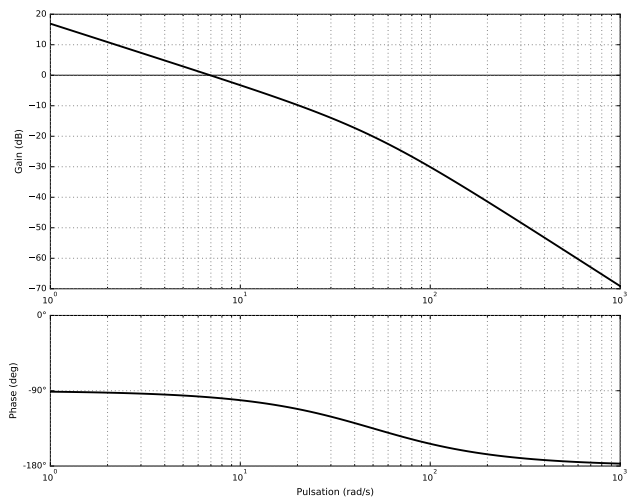
Question 2 Calculer numériquement le temps de réponse à 5 % optimal obtenu avec cette correction. Préciser la valeur de K_i permettant d'obtenir ce temps de réponse

Question 3 Tracer l'allure du diagramme de Bode de la FTBO corrigée avec ce correcteur.

Question 4 Indiquer la marge de phase.

Question 5 Calculer la valeur de K_i limite assurant le cahier des charges en terme de marge de phase.

Question 6 Vérifier cette valeur en vous aidant du diagramme de Bode partiel de la fonction $C_V(p) \cdot H_L(p)$, donné ci-dessous pour la valeur particulière : $K_i = 7000$.



Question 7 Que pensez vous de cette valeur, vis-à-vis du comportement du système, comparée à celle trouvée précédemment.

Question 8 Un correcteur de type $C_V(p) = \frac{K_i}{p^2}$, permettrait-il d'obtenir les performances attendues en terme de précision et pourquoi ?

Question 9 Permet-il d'assurer la stabilité du système et pourquoi ?

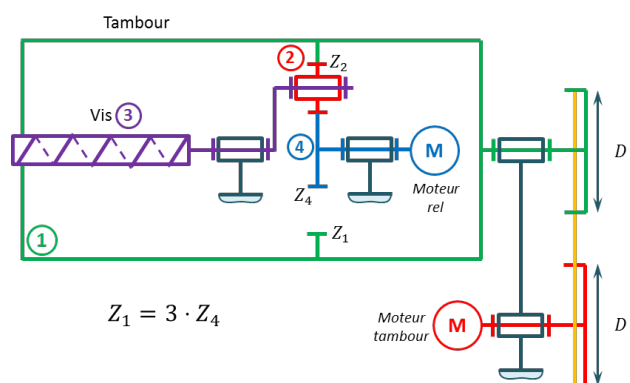
Corrigé voir 152.

Exercice 138 – Centrifugeuse des boues *

A3-05

C2-06

La chaîne cinématique est représentée sur la figure suivante.



La séquence de lancement de la centrifugeuse se déroule en trois phases :

- mise en marche du premier moteur M_{tambour} jusqu'à ce que le tambour 1 atteigne sa vitesse de consigne de 2 000 tours/min. Le moteur M_{rel} est à l'arrêt;
- mise en marche du deuxième moteur M_{rel} jusqu'à ce que la vitesse différentielle de 2 tours/min soit atteinte entre le tambour 1 et la vis 3. La vis 3 tourne ainsi plus vite que le tambour 1 ;

- la boue liquide est ensuite introduite.

Question 1 Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.

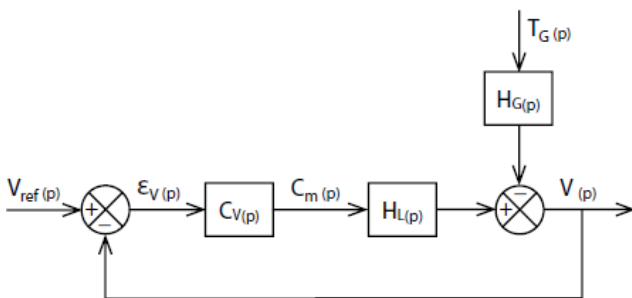
Corrigé voir 152.

Exercice 137 – Système éclipse *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le schéma-blocs sous la forme suivante avec un gain unitaire pour le capteur de vitesse.



$H_L(p) = \frac{K_L}{1 + \tau_L p}$ et $H_G(p) = \frac{K_G}{1 + \tau_G p}$ avec $\tau_G = \tau_L = 20 \text{ ms}$, $K_L = 1 \times 10^{-3} \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}$ et $K_G = 2 \times 10^{-5} \text{ mN}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

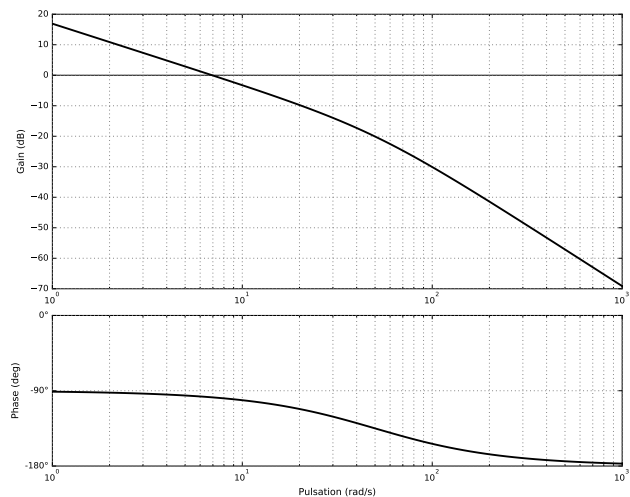
Le cahier des charges donne les valeurs des critères d'appréciation adoptés :

- la précision : en régime permanent à vitesse constante, soit $\varepsilon_S = 0$ et à accélération constante, soit $\varepsilon_T = 0$; ε_S désigne l'erreur statique de position et ε_T l'erreur statique de vitesse ou erreur de traînage;
- la rapidité : le temps de réponse à 5 % tel que : $t_{R5\%} \leq 1 \text{ s}$;
- la stabilité : marge de phase $\geq 45^\circ$ et marge de gain $\geq 10 \text{ dB}$.

On considère que le système n'est pas perturbé et que $T_G(p) = 0$. On choisit une correction telle que $C_V(p) = C_{V1}(p) \cdot C_{V2}(p)$ avec $C_{V1}(p) = \frac{K_i}{p^2}$ et $C_{V2}(p) = \frac{1 + k_f \tau_v p}{1 + \tau_v p}$ où k_f est appelé coefficient de filtrage et dont la valeur est généralement comprise entre $5 \leq k_f \leq 10$.

Question 1 Comment se nomme la correction apportée par $C_{V2}(p)$? Expliquer brièvement comment ce type de correction permet de stabiliser un système instable. Pour cela, tracer l'allure du diagramme de Bode correspondant à ce terme.

La figure suivante fournit les diagrammes de Bode du système corrigé uniquement par le correcteur $C_{V1}(p)$ avec $K_V = 1$, c'est-à-dire la fonction de transfert $W(p) = \frac{1}{p^2} H_L(p)$.



Question 2 Lire sur les diagrammes de Bode du système de fonction de transfert $W(p)$, la valeur de la pulsation de coupure $\omega_{0\text{dB}}$ où le rapport d'amplitude A_{dB} s'annule. Quelle est, à cette pulsation, la valeur de la phase? Justifier alors la présence de la correction $\frac{1 + k_f \tau_v p}{1 + \tau_v p}$.

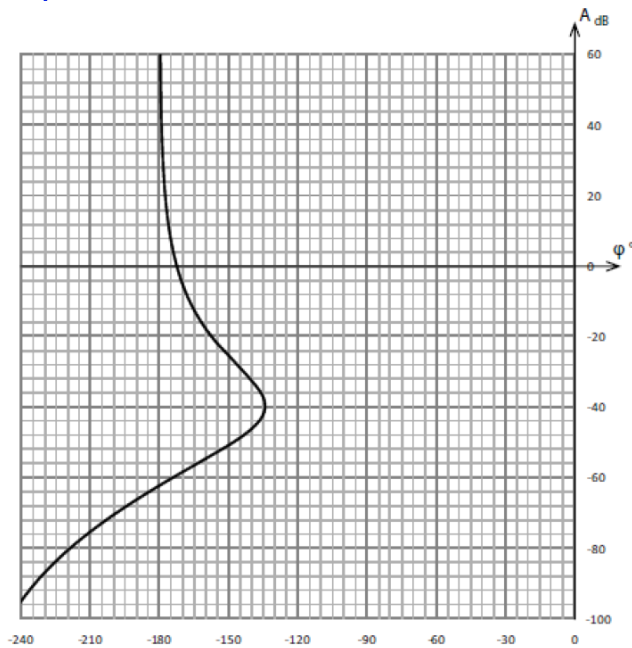
Question 3 Exprimer en fonction de τ_v et de k_f la pulsation ω_m pour laquelle la phase maximale est atteinte. On rappelle pour cela que $\frac{d \arctan x}{dx} = \frac{1}{1 + x^2}$.

On montre que pour un coefficient de filtrage $k_f = 8$, la valeur maximale de la phase, ajoutée par la correction, est de 51° .

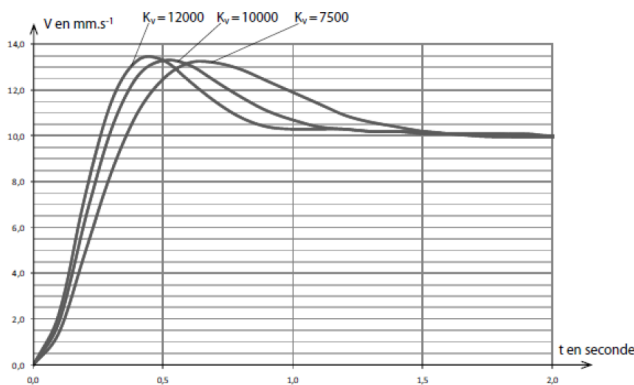
On choisit de prendre pour ω_m la valeur de la pulsation pour laquelle le système corrigé uniquement par le correcteur $C_{V1}(p)$, possède une phase de -185° .

Question 4 Lire sur les diagrammes de Bode la valeur de ω pour laquelle la phase du système corrigé uniquement par le correcteur $C_{V1}(p)$, est de -185° . En déduire la valeur de τ_v correspondante.

Question 5 Pour la valeur de τ_v trouvée précédemment, on donne le diagramme de Black (hors programme...) de la FTBO du système corrigé entièrement, obtenu pour $K_V = 75$. Donner la valeur de K_V qui maximise la marge de phase en expliquant comment vous l'obtenez à la lecture de ce diagramme. Valider alors les performances attendues en terme de stabilité.



Question 6 On donne le tracé de la réponse temporelle à un échelon de vitesse de 10 mm s^{-1} du système corrigé pour trois valeurs de K_V . Quelle valeur de K_V permet de valider les performances attendues en terme de rapidité? Donnez une valeur optimale de K_V qui permette de satisfaire au mieux le cahier des charges?



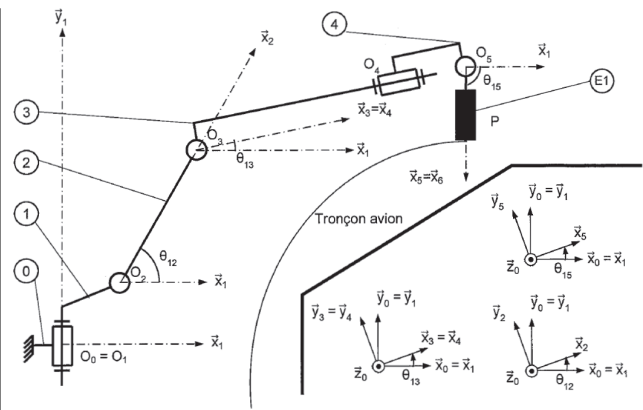
Question 7 Le système ainsi corrigé est-il robuste aux perturbations en échelon mais également en rampe comme celles provoquées par le système de maintien en tension?

Corrigé voir 152.

Exercice 136 – Robot avion **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Objectif L'objectif est de déterminer le couple articulaire C12 à appliquer sur le bras 2 afin de garantir l'effort de perçage et l'effort presseur.



Hypothèses :

- l'étude est réalisée pour une demi couture orbitale (couture supérieure);
- le repère $\mathcal{R}_0(O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ sera supposé galiléen;
- \vec{y}_0 est l'axe vertical ascendant et $\vec{g} = -g \vec{y}_0$ avec $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites.

*Repérage et paramétrage

Le repère associé à l'embase fixe (0) est le repère $\mathcal{R}_0(O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, \vec{y}_0 étant l'axe vertical ascendant.

L'embase de rotation (1), en liaison pivot d'axe (O_1, \vec{y}_1) , par rapport au bâti (0), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_1(O_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $O_0 = O_1$, $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$, $\vec{y}_0 = \vec{y}_1$, $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$.

Le bras (2), en liaison pivot d'axe (O_2, \vec{z}_2) par rapport à l'embase de rotation (1), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_2(O_2; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ tel que $\vec{O}_1\vec{O}_2 = L_1 \vec{x}_1 + L_2 \vec{y}_1$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \theta_{12}$.

Le bras (3), en liaison pivot d'axe (O_3, \vec{z}_3) par rapport au bras (2), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_3(O_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ tel que $\vec{O}_2\vec{O}_3 = L_3 \vec{x}_2$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_3$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = \theta_{13}$.

Le bras (4), en liaison pivot d'axe (O_4, \vec{x}_4) par rapport au bras (3), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_4(O_4; \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ tel que $\vec{O}_3\vec{O}_4 = L_4 \vec{x}_3 + L_5 \vec{y}_3$, $\vec{x}_3 = \vec{x}_4$ et $(\vec{y}_3, \vec{y}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4) = \theta_{34}$.

L'ensemble (E1) composé du bras (5), du poignet et de l'outil, en liaison pivot d'axe (O_5, \vec{z}_5) par rapport au bras (4), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_5(O_5; \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ tel que $\vec{O}_4\vec{O}_5 = L_5 \vec{x}_3$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_5$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_5) = (\vec{y}_1, \vec{y}_5) = \theta_{15}$.

La masse du bras (2) est notée M_2 et la position du centre de gravité est définie par $\vec{O}_2\vec{G}_2 = \frac{1}{2} L_3 \vec{x}_2$.

La masse du bras (3) et du bras (4) est notée M_{34} et la position du centre de gravité est définie par $\vec{O}_3\vec{G}_3 = \frac{1}{3} L_4 \vec{x}_3 + L_5 \vec{y}_3$.

La masse de l'ensemble (E1) est notée M_{E1} et la position du centre de gravité est définie par $\vec{O}_5\vec{G}_5 = L_7 \vec{x}_5$.

L'extrémité de l'outil est définie par le point P définie par $\vec{O}_5\vec{P} = L_8 \vec{x}_5$.

Le torseur d'action mécanique lié au perçage sera noté : $\{\mathcal{T}(\text{Tronçon (perçage)} \rightarrow E1)\} = \begin{Bmatrix} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P, \mathcal{R}_5}$.

Un effort presseur est de plus nécessaire pour le perçage optimal des deux tronçons. Le torseur d'action mécanique associé sera noté : $\{\mathcal{T}(\text{Tronçon (presseur)} \rightarrow E_1)\} =$

$$\begin{Bmatrix} -P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P, \mathcal{R}_5} \quad ..$$

La rotation entre les solides (0) et (1) est supposée bloquée dans la suite du sujet.

Question 1 Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons.

Question 2 Quel est l'ensemble Σ à isoler afin de déterminer le couple C_{12} .

Question 3 Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à Σ et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.

Question 4 Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple C_{12} ?

La configuration correspondant à la position extrême supérieure de la couture orbitale correspond aux angles suivants : $\theta_{12} = 60^\circ$, $\theta_{13} = -4^\circ$, $\theta_{15} = -90^\circ$.

Dans la suite de l'étude, l'angle θ_{13} sera considéré nul.

Question 5 Déterminer l'équation littérale du couple C_{12} en fonction de g , F , P , M_2 , M_{34} , M_{E1} , L_3 , L_4 , L_5 , L_6 , L_7 , θ_{12} , θ_{15} .

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2 = 264 \text{ kg}$, $M_{234} = 430 \text{ kg}$, $M_{E1} = 2150 \text{ kg}$, $P = 150 \text{ N}$;
- $L_1 = 0,405 \text{ m}$, $L_2 = 0,433 \text{ m}$, $L_3 = 1,075 \text{ m}$, $L_4 = 1,762 \text{ m}$, $L_5 = 0,165 \text{ m}$, $L_6 = 0,250 \text{ m}$, $L_7 = 0,550 \text{ m}$, $L_8 = 0,750 \text{ m}$.

Question 6 Déterminer alors la valeur du couple C_{12} .

La valeur limite supérieure du couple C_{12} est fixée par le constructeur à 9000 Nm.

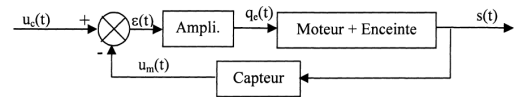
Question 7 Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position ? Justifier la réponse.

Exercice 135 – Micromanipulateur *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour élever la température à cœur du moteur, on alimente en tension tous les bobinages du moteur par l'intermédiaire d'un comparateur et d'un amplificateur. Cet ensemble élabore une tension, dépendant de la tension de consigne $u_c(t)$, provenant d'un dispositif non étudié ici, et de la tension $u_m(t)$ fournie par un capteur de température situé dans le stator du moteur.



$u_c(t)$: tension de consigne.

$u_m(t)$: tension image de la variation de température.

$s(t)$: variation de température.

$\varepsilon(t)$: tension image de l'écart entre la consigne et la variation de température.

$q_e(t)$: flux de chaleur apporté par effet joule.

L'ensemble {Moteur + enceinte} est modélisé par un premier ordre de fonction de transfert $H(p) = \frac{H_0}{1 + \tau p}$ avec $H_0 = 0^\circ\text{C/W}^{-1}$ et $\tau = 200 \text{ s}$.

Le capteur est modélisé par un système de fonction de transfert $\beta \exp^{-T_r p}$ avec $\beta = \frac{5}{200} \text{ V}^\circ\text{C}^{-1}$ et $T_r = 20 \text{ s}$.

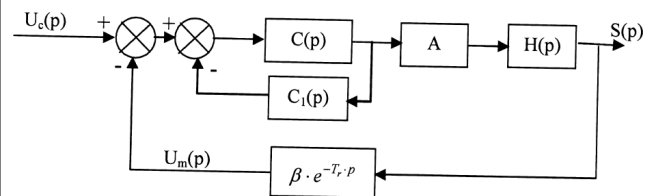
L'amplificateur est modélisé par un gain pur $A = 400 \text{ W/V}^{-1}$.

Le cahier des charges est le suivant.

| | | |
|---|---|--------------------------------|
| FS4 : Ne pas polluer l'environnement de la chambre à vide | <ul style="list-style-type: none"> • Température de la phase de dégazage • Dépassement de température • Ecart par rapport à une consigne constante • Durée de montée en température (à 5% près) | 200°C Aucun Nul 2 min |
|---|---|--------------------------------|

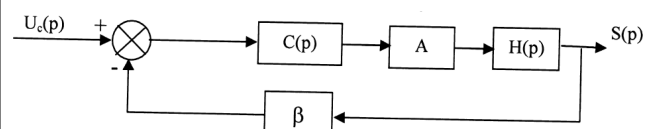
Question 1 Expliquez en quelques lignes pourquoi le retard engendré par le capteur risque de rendre le système non conforme au cahier des charges.

Pour supprimer l'influence du retard, on choisit d'insérer un correcteur en série juste avant l'amplificateur, comme indiqué sur le schéma-blocs suivant.



Question 2 Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle fermée du système ainsi corrigé en fonction de $H(p)$, A , $C(p)$, $C_1(p)$, β et T_r .

Question 3 Déterminer l'expression de $C_1(p)$ en fonction de $H(p)$, A , β et T_r , pour que le système ait un comportement équivalent au système sans retard suivant.



Grâce au correcteur $C(p)$ choisi précédemment, le retard n'a plus d'influence sur la commande du système.

On choisit comme fonction de transfert de la seconde partie du correcteur $C(p) = K_i \frac{1 + T_i p}{T_i p}$.

Question 4 Justifier le choix de $C(p)$ en vous appuyant sur les exigences du cahier des charges.

Corrigé voir 152.

Question 5 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \frac{S(p)}{U_c(p)}$ du système en fonction de K_i et T_i .

Question 6 Calculer la valeur de T_i pour que le système se comporte comme un premier ordre.

Question 7 Calculer la valeur de K_i pour que le temps de montée en température soit compatible avec les données du cahier des charges.

Éléments de corrigé :

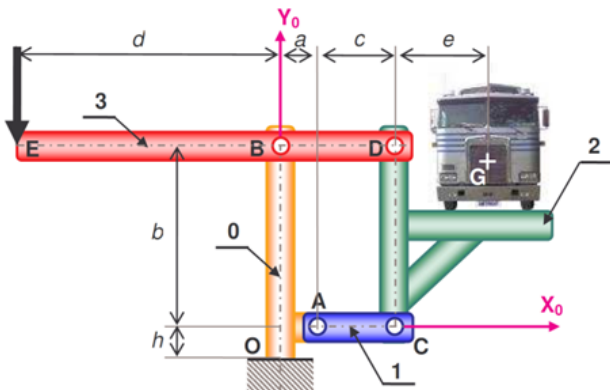
1. .
2. $H_{BF} corrigée = \frac{AHC}{1 + CC_1 + AHC\beta \exp^{-T_i p}}$.
3. $C_1 = AH\beta (1 - \exp^{-T_i p})$.
4. .
5. $F(p) = \frac{AH_0 K_i (1 + T_i p)}{(1 + \tau p) T_i p + A\beta H_0 K_i (1 + T_i p)}$.
6. $T_i = \tau$.
7. $K_i = \frac{\tau}{40A\beta H_0} = 25$.

Corrigé voir 152.

Exercice 134 – Pèse camion **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère un bâti 0 auquel est attaché le repère $\mathcal{R} = (O; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$. Le champ de pesanteur est $g = -g \vec{y}_0$. La barre 1 est liée au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe (A, \vec{z}_0) . Le plateau porte camion 2 est lié à la barre 1 par une liaison pivot parfaite d'axe (C, \vec{z}_0) . Le levier 3 est lié au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe (B, \vec{z}_0) . Ce levier est également lié au plateau 2 par une liaison pivot parfaite d'axe (D, \vec{z}_0) . Le camion 4, de centre de masse G et de masse M inconnue, repose sur le plateau 2. L'action mécanique connue est caractérisée par :

$$\{\text{ext} \rightarrow 3\} = \left\{ \begin{array}{c} -F \vec{y}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_E$$


Question 1 Déterminer la relation entre F et M . Que dire de la position du camion sur la plate-forme ?

Question 2 Déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons.

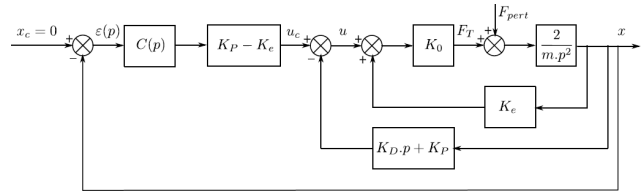
Corrigé voir 152.

Exercice 133 – Pompe turbo-moléculaire *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

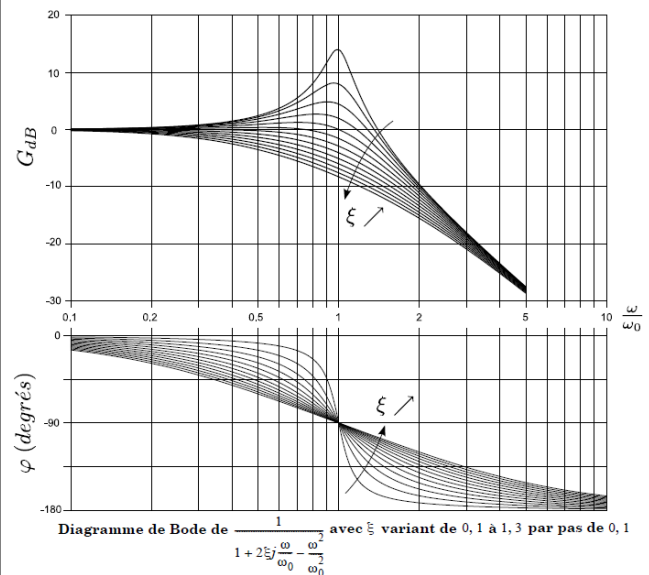
Afin de satisfaire les critères du cahier des charges, on envisage d'asservir le palier magnétique par un premier bouclage de stabilisation (retour $K_D p + K_P$). Un second retour unitaire associé à un correcteur $C(p)$ assure la régulation en position du palier. On utilisera par la suite les paramètres suivants : $K_e = 5000 \text{ V m}^{-1}$, $K_0 = 190 \text{ N m}^{-1}$ et $m = 10 \text{ kg}$. On considère dans un premier temps le système sans correction : $C(p) = 1$.



| | | |
|--|--|--|
| Effort maximal transmissible sur chaque palier | | $F = 300 \text{ N}$ |
| Déplacement maximal autorisé | | Jeu dans les paliers magnétiques de 0,2 mm |
| Stabilité de l'asservissement | Marge de phase | 60° |
| | Marge de gain | 12 dB |
| Sensibilité aux perturbations | Amortissement | $\xi = 0,4$ |
| | Bande passante à -3 dB | $\omega_{\max}/10$ |
| | Déplacement en régime permanent vis-à-vis d'une perturbation constante | nul |

Question 1 Déterminer la fonction de transfert de la boucle interne $H_{PM}(p) = \frac{X(p)}{\varepsilon(p)}$, en fonction de K_e , K_0 , m , K_P et K_D . Préciser les conditions sur K_D et K_P pour que $H_{PM}(p)$ soit stable en boucle ouverte.

Question 2 En considérant l'ensemble de l'asservissement, déterminer la fonction de transfert $H_{pert}(p) = \frac{X(p)}{F_{pert}(p)}$, puis calculer les valeurs de K_D et K_P permettant de respecter les spécifications du cahier des charges en terme de bande passante et d'amortissement.



Question 3 Tracer l'allure des diagrammes de Bode asymptotique et réel de la fonction de transfert de la boucle interne $H_{PMI}(p)$ et préciser la pulsation de coupure ainsi que les marges de gain et de phase. Valider les critères de stabilité du cahier des charges.

L'ouverture et la fermeture des arrivées de gaz sont assurées par des « vannes guillottes ». À la suite de la fermeture de la guillotine, le palier est soumis à un effort bref mais violent, qui peut être modélisé par une perturbation d'effort en échelon d'amplitude F_G .

Question 4 Conclure quant au critère de sensibilité vis-à-vis des perturbations.

Afin d'améliorer les performances du système, on utilise un correcteur de fonction de transfert : $C(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$.

Question 5 Quelle performance est directement améliorée par ce correcteur ? (justifier votre réponse sans calcul).

Question 6 Tracer l'allure du diagramme de Bode du correcteur en précisant les valeurs caractéristiques. Expliquer comment choisir K_i et T_i afin de conserver des marges de gain, de phase, et une pulsation de coupure proches de celles obtenues sans correction ($C(p) = 1$). Proposer des valeurs numériques.

On admet que le correcteur influe peu sur le temps de réponse et les dépassements lorsque les marges de stabilité et la pulsation de coupure sont conservées. On garde par conséquent les valeurs de K_p et K_D obtenues précédemment.

Conclusion : nous avons donc désormais dimensionné les deux boucles d'asservissement successives permettant d'obtenir les performances attendues du palier magnétique.

Afin de préparer la prochaine partie, relative à l'étude dynamique du rotor, on recherche un modèle simple de l'effort du palier magnétique actif en fonction du déplacement x de l'arbre, dans une gamme de vitesses de rotation raisonnables variant de $10\,000 \text{ tr min}^{-1}$ à $30\,000 \text{ tr min}^{-1}$.

Question 7 Déterminer la fonction de transfert $K(p)$ telle que $F_T(p) = K(p)X(p)$. À partir de simplifications justifiées, montrer que dans la plage de fréquences considérée, l'effort $F_T(p)$ peut s'écrire sous la forme d'un modèle ressort amortisseur $F_T(t) = -kx(t) - c\dot{x}(t)$ où vous préciserez les valeurs numériques de k et c . Comment évolue le modèle lorsque ω augmente au delà de cette plage de fréquences ?

Éléments de corrigé :

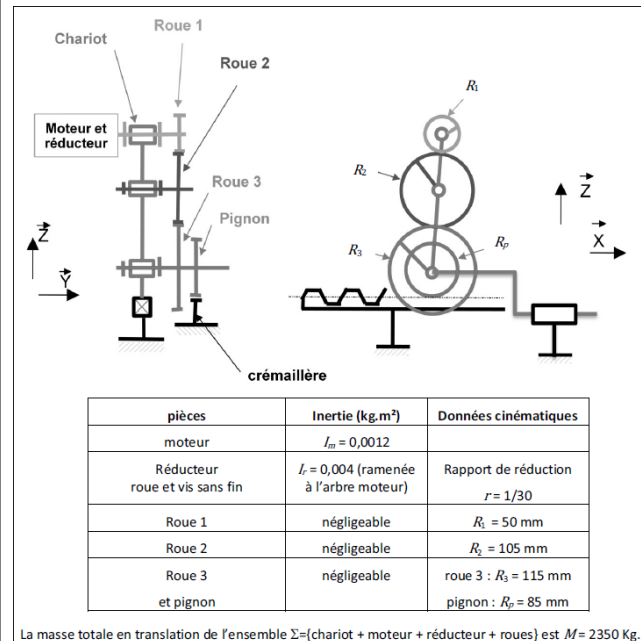
1. $K_p > K_e$ et $K_D > 0$.
2. $K_p = 5900$ et $K_D = 5,5$.
3. $\omega_{c0} = 150 \text{ rad s}^{-1}$, $M_\varphi = 110^\circ$.
4. .
5. .
6. $K_i = 1$ et $T_i = 0,07 \text{ s}$.
7. .

Corrigé voir 152.

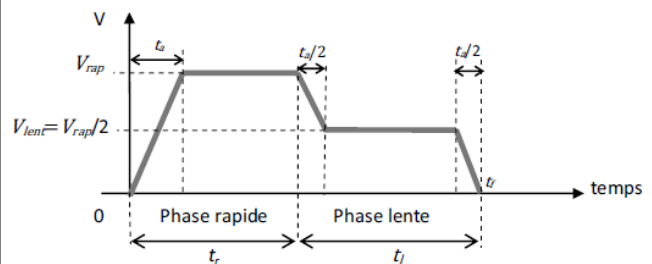
Exercice 132 – Banc d'épreuve hydraulique *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Un schéma cinématique simplifié du chariot arrière, ainsi que les grandeurs cinématiques et cinétiques, sont donnés figure suivante. La chaîne de puissance comporte un moteur hydraulique, un réducteur roue et vis sans fin, un réducteur à engrenages parallèles et un système pignon-crémaillère. Le guidage du chariot est modélisé par une glissière.



On note C_m le couple moteur, ω_m sa vitesse de rotation par rapport au bâti, et V la vitesse du chariot. La loi de vitesse du chariot pendant la totalité du trajet est présentée ci-dessous.



- On note t_r la durée de la phase de déplacement rapide, t_l la durée de la phase lente, t_f la durée totale, t_a la durée de la phase d'accélération. Chacune des 2 phases de décélération dure $t_a/2$.
- La course pendant la phase de déplacement en vitesse rapide (de 0 à t_r) est au maximum de $c_{rap} = 6,24 \text{ m}$ (pour le tube le plus court que peut tester le banc) et pendant la phase en vitesse lente (de t_r à t_f) $c_{lent} = 1,56 \text{ m}$.
- La durée maximale du déplacement total (phase rapide + phase lente) est limitée à 20 s.
- La vitesse du chariot, lors de la phase rapide, V_{rap} est limitée à $0,5 \text{ m/s}$.
- On considérera que le module de l'accélération a du chariot est identique pendant toutes les phases d'accélération et de décélération.

Question 1 Exprimer c_{lent} et c_{rap} en fonction de t_a , t_l et t_r .

Question 2 En déduire les valeurs numériques de t_r et de t_a . En déduire l'accélération a du chariot.

Question 3 Déterminer ω_m en fonction de V et des données cinématiques utiles.

Question 4 En déduire les valeurs numériques de la vitesse maximale du moteur ω_m et de l'accélération angulaire $\dot{\omega}_m$ pendant les phases d'accélération et de décélération.

Question 5 Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au référentiel galiléen bâti.

Question 6 En déduire l'expression de l'inertie équivalente de cet ensemble ramenée à l'axe de sortie du moteur, notée J_{eq} en fonction de M , I_m , I_r et des données cinématiques utiles. Application numérique.

- Les efforts résistants sur le chariot sont modélisés par un glisseur F d'amplitude 500 N.
- Le rendement de l'ensemble du mécanisme (réducteur roue et vis sans fin, réducteur à axes parallèles) est $\eta = 0,3$.
- On prendra une accélération angulaire maximale du moteur $\dot{\omega}_m$ égale à 250 rad s^{-2} et une inertie totale équivalente ramenée à l'arbre moteur J_{eq} égale à $0,01 \text{ kg m}^2$.

On se propose de déterminer le couple nécessaire du moteur.

Question 7 Déterminer l'expression du couple C_m à fournir par le moteur en fonction de $\dot{\omega}_m$, J_{eq} et F . Calculer C_m .

1. $c_{\text{lent}} = \frac{V_{\text{rap}}}{2} t_l$ et $c_{\text{rap}} = V_{\text{rap}} \left(t_r - \frac{1}{2} t_a \right)$.
2. $t_a = 2,56\text{s}$, $t_l = 6,24\text{s}$, $t_r = 13,76\text{s}$ et $a = 0,19\text{m s}^{-2}$.
3. $\omega_M = -\frac{VR_3}{rR_1R_p}$.
4. $\omega_m = -406\text{rad s}^{-1}$ et $\dot{\omega}_m = -158\text{rad s}^{-2}$.
5. $\mathcal{E}_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} (I_M + I_r) \omega_m^2$.
6. $J_{\text{eq}} = I_M + I_r + M \left(\frac{rR_1R_p}{R_3} \right)^2 = 0,00877\text{kg m}^2$.
7. $C_M \frac{J_{\text{eq}} \dot{\omega}_m + F \frac{rR_1R_p}{R_3}}{n} = 10,4\text{Nm}$ (rendement à voir...).

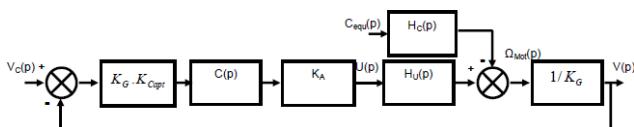
Corrigé voir 152.

Exercice 131 – Roburoc ★

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.

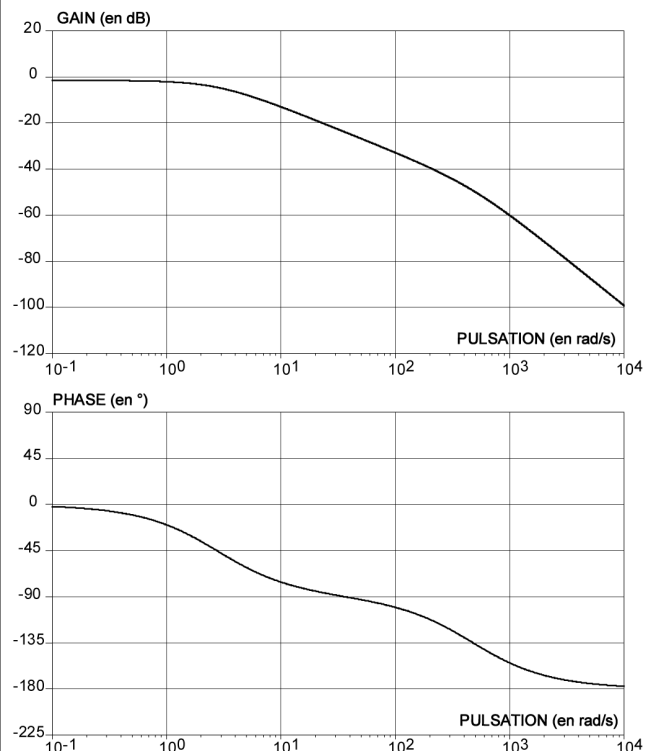

$$\text{On a } H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \text{ et } H_C(p) = \frac{K_C \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}. \quad K_U = 8,3 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}, \quad K_C = 152,7 \text{ rad s}^{-1} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}, \quad T_1 = 2,1 \text{ ms} \text{ et } T_2 = 0,36 \text{ ms}.$$

Etude des performances sans correction : $C(p) = 1$

Nous distinguerons dans la suite :

- l'étude en poursuite : le couple de perturbation équivalent $C_{\text{equ}}(t)$ est nul. $V_c(t)$ varie;
- l'étude en régulation : la vitesse de consigne de la plate-forme $V_c(t)$ est nulle. $C_{\text{equ}}(t)$ varie.

Les diagrammes de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte FTBO(p) non corrigée sont fournis pour $C(p) = 1$.



Question 1 Le système étudié est-il stable théoriquement? Justifier vos réponses.

Question 2 Etudier l'aptitude du système sans correction à respecter les critères de précision. Vous déterminerez notamment les expressions littérales de l'erreur statique en poursuite pour une consigne de vitesse de la plate-forme $V_c(t)$ en échelon d'amplitude V_{CO} : $V_c(t) = V_{CO}u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) et de l'influence en régulation d'une perturbation $C_{eq}(t)$ en échelon d'amplitude C_0 , sur la vitesse réelle $V(t)$ de la plate-forme en régime permanent.

Etude des performances avec un correcteur de fonction de transfert : $C(p) = \frac{K_I}{p}$

Question 3 Indiquer quelle est la nature de la correction effectuée par ce correcteur (ou désignation du correcteur) ? Indiquer pour quelle(s) raison(s) principale(s) ce correcteur a été choisi. Valider ce choix vis à vis du cahier

des charges. Sans calcul, donner l'influence de ce correcteur sur les autres performances attendues.

Reprenons le diagramme de Bode précédent.

Question 4 Compléter le document-réponse en traçant les diagrammes de Bode du correcteur avec $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$. Déterminer alors la valeur de K_I maximale notée $K_{I\max}$ permettant de respecter les marges de stabilité énoncées dans le cahier des charges.

Afin d'évaluer analytiquement le temps de réponse à 5%, il est proposé d'adopter une modélisation simplifiée du comportement du moteur en conservant uniquement le mode associé au pôle « dominant ». On donne $T_{5\% \text{ mini}} \cdot \omega_0 = 3$ avec ω_0 la pulsation propre non amortie d'un système fondamental du second ordre.

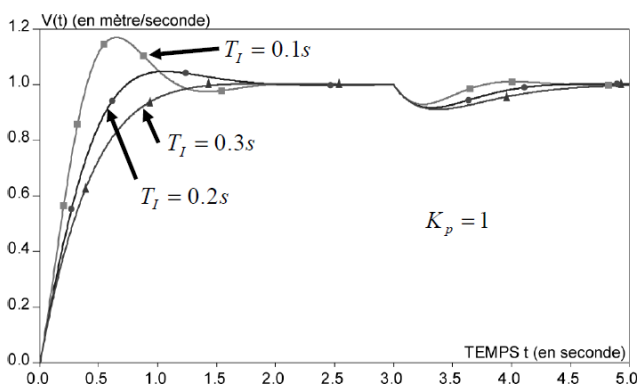
Question 5 En analysant les valeurs numériques des pôles de la fonction de transfert du moteur en poursuite $H_U(p)$, préciser quel est le pôle dominant et proposer alors un modèle simplifié de la fonction de transfert $H_U(p)$. Déterminer alors la valeur numérique de K_I notée $K_{I5\%}$ minimisant le temps de réponse à 5% pour une entrée échelon en poursuite. Calculer alors la valeur approchée du temps de réponse à 5% minimale $T_{5\% \text{ mini}}$ et comparer la au cahier des charges.

Etude des performances avec un correcteur proportionnel intégral :

$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I p} \right)$$

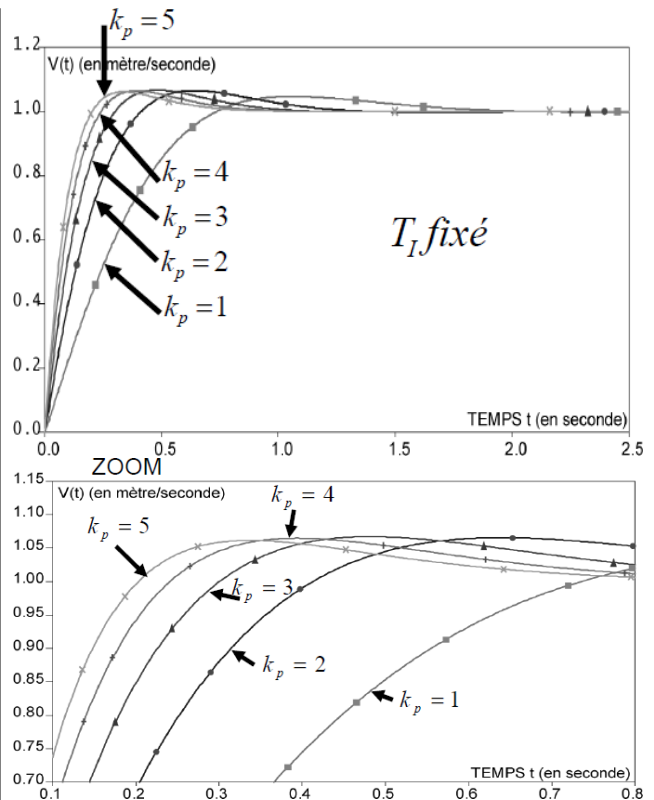
Le correcteur est remplacé par un correcteur proportionnel intégral. Des réponses temporelles du système corrigé sont tracées avec :

- une consigne de vitesse unitaire de la plate-forme $V_c(t) = u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) ;
- une perturbation sous la forme d'un échelon unitaire retardé de 5 secondes $C_{\text{equ}}(t) = u(t-5)$;
- un gain du correcteur $K_p = 1$;
- différentes valeurs de T_I .



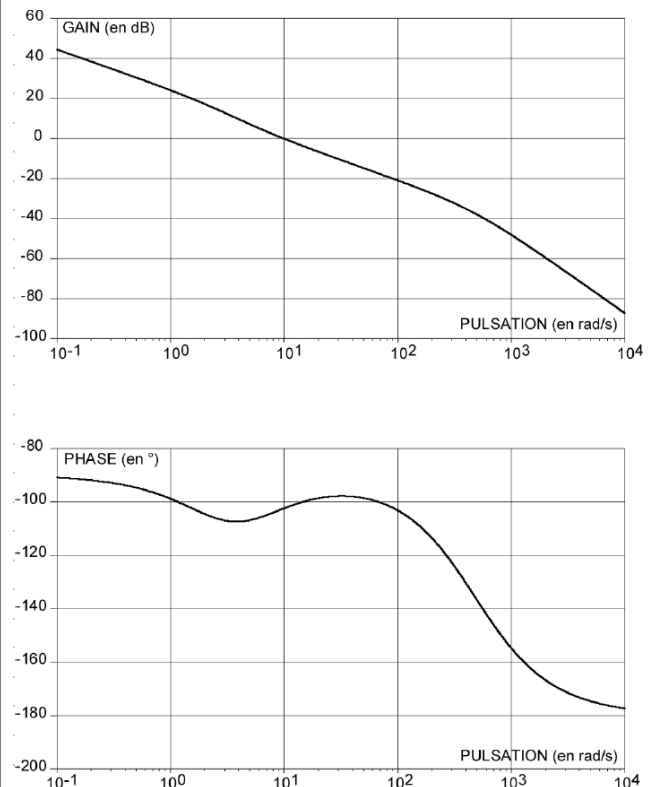
Question 6 Parmi les différentes valeurs de T_I , choisir celle qui assure le temps de réponse à 5% le plus faible. Vous ferez apparaître ce temps de réponse sur la figure.

La valeur de T_I déterminée à la question précédente est retenue pour le réglage du correcteur proportionnel intégral. Il s'agit alors de choisir le gain du correcteur K_p à partir des simulations proposées.



Question 7 Parmi les différentes valeurs de K_p , choisir la valeur qui assure un temps de réponse à 5% au plus près de la valeur fournie dans le cahier des charges.

Avec le couple de valeurs (T_I et K_p) obtenu, la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte a été tracée.



Question 8 Conclure quant à la capacité de ce correcteur à respecter tous les critères du cahier des charges.

Éléments de corrigé :
1. .

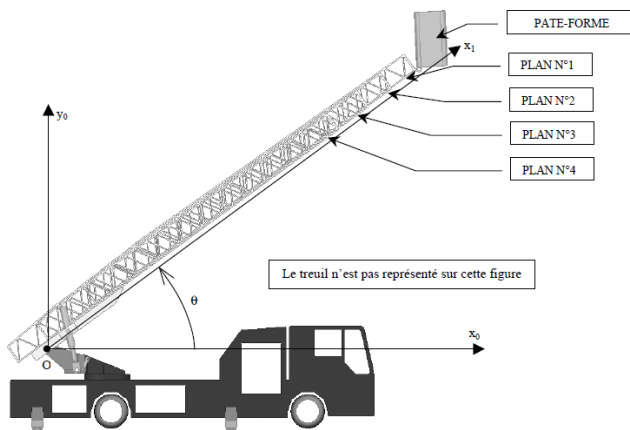
Corrigé voir 152.

Exercice 130 – EPAS*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

On suppose que le système de commande du déploiement permet d'obtenir une vitesse de la plateforme trapézoïdale :

- une première phase de mouvement uniformément accéléré, d'accélération Γ_0 ;
- une deuxième phase de mouvement uniforme, de vitesse V_0 ;
- une dernière phase de mouvement uniformément décéléré, d'accélération $-\Gamma_0$.



On note $\mathcal{R}_0 = (O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié au châssis et $\mathcal{R}_1 = (O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ le repère lié au berceau.

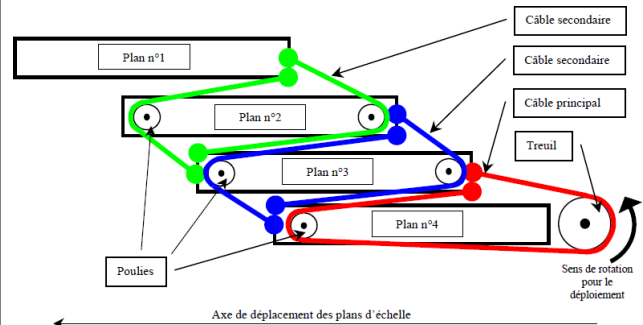
Le parc échelle : le parc échelle est redressé d'un angle θ constant par rapport à l'horizontale. Les plans du parc échelle ont tous la même masse notée M . Leur centre de gravité sera noté G_i , i étant le numéro du plan.

Chaque plan du parc échelle se translate par rapport au châssis, suivant \vec{x}_1 à une vitesse deux fois plus grande que le plan suivant : $V(P, \text{Plan}_i / \mathcal{R}_0) = 2V(P, \text{Plan}_{i+1} / \mathcal{R}_0)$

Le guidage des plans les uns par rapport aux autres engendre des efforts s'opposants aux mouvements que l'on modélisera par un glisseur dont le module de la résultante sera noté F constant.

La plate-forme : la plate-forme de centre de gravité G_p a une masse notée m , et se translate par rapport au châssis suivant \vec{x}_1 à une vitesse notée $V(t)$.

Le treuil : un treuil de rayon R , tournant à une vitesse de rotation notée ω , entraîne le câble principal dont les extrémités sont fixées au plan n°3. Le moment d'inertie du treuil par rapport à son axe de rotation, sera noté I . Le moment du couple moteur exercé par l'ensemble moto réducteur hydraulique sera noté C .



Question 1 Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de la plate-forme et des quatre plans du parc échelle en fonction de $V(t)$ et des différentes masses.

Question 2 Déterminer l'énergie cinétique galiléenne du treuil en fonction de $V(t)$.

Question 3 Déterminer la puissance des actions extérieures à l'ensemble {treuil+parc échelle+plate-forme} en fonction de $V(t)$.

Question 4 Déterminer la puissance des actions intérieures de ce même ensemble en fonction de $V(t)$.

Question 5 En déduire le moment du couple moteur nécessaire pendant la première phase de mouvement.

- $\mathcal{E}_c(E/0) = \frac{1}{2} \left(m + \frac{21}{16} M \right) V^2$.
- $\mathcal{E}_c(C T/0) = \frac{1}{2} \frac{I}{16R^2} V^2$.
- $P_{\text{ext}} = V \left(\frac{C}{4R} - g \left(m + \frac{7}{4} M \right) \sin \theta \right)$.
- $P_{\text{int}} = -FV$.
- $4R \left[\left(m + \frac{21}{16} M + \frac{I}{16R^2} \right) \Gamma_0 + F + g \left(m + \frac{7}{4} M \right) \sin \theta \right]$.

Corrigé voir 152.