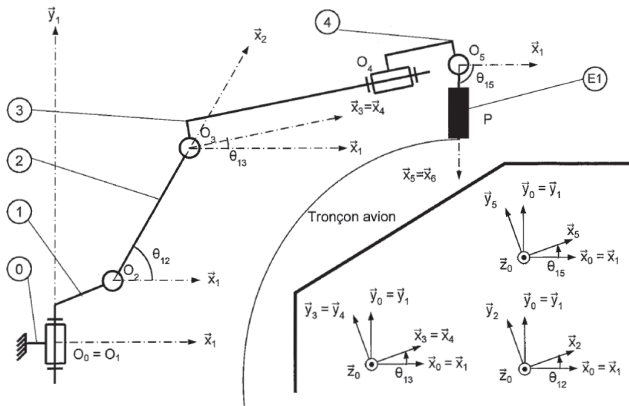


Exercice 1 – Robot avion **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Objectif L'objectif est de déterminer le couple articulaire C_{12} à appliquer sur le bras 2 afin de garantir l'effort de perçage et l'effort presseur.



Hypothèses :

- l'étude est réalisée pour une demi couture orbitale (couture supérieure);
- le repère $\mathcal{R}_0 (O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ sera supposé galiléen;
- \vec{y}_0 est l'axe vertical ascendant et $\vec{g} = -g \vec{y}_0$ avec $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Repérage et paramétrage

Le repère associé à l'embase fixe (0) est le repère $\mathcal{R}_0 (O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, \vec{y}_0 étant l'axe vertical ascendant.

L'embase de rotation (1), en liaison pivot d'axe (O_1, \vec{y}_1) , par rapport au bâti (0), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_1 (O_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $O_0 = O_1$, $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$, $\vec{y}_0 = \vec{y}_1$, $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$.

Le bras (2), en liaison pivot d'axe (O_2, \vec{z}_2) par rapport à l'embase de rotation (1), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_2 (O_2; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ tel que $\vec{O}_1\vec{O}_2 = L_1 \vec{x}_1 + L_2 \vec{y}_1$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \theta_{12}$.

Le bras (3), en liaison pivot d'axe (O_3, \vec{z}_3) par rapport au bras (2), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_3 (O_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ tel que $\vec{O}_2\vec{O}_3 = L_3 \vec{x}_2$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_3$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = \theta_{13}$.

Le bras (4), en liaison pivot d'axe (O_4, \vec{x}_4) par rapport au bras (3), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_4 (O_4; \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ tel que $\vec{O}_3\vec{O}_4 = L_4 \vec{x}_3 + L_5 \vec{y}_3$, $\vec{x}_3 = \vec{x}_4$ et $(\vec{y}_3, \vec{y}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4) = \theta_{34}$.

L'ensemble (E1) composé du bras (5), du poignet et de l'outil, en liaison pivot d'axe (O_5, \vec{z}_5) par rapport au bras (4), a pour repère associé le repère $\mathcal{R}_5 (O_5; \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ tel que $\vec{O}_4\vec{O}_5 = L_6 \vec{x}_4$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_5$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_5) = (\vec{y}_1, \vec{y}_5) = \theta_{15}$.

La masse du bras (2) est notée M_2 et la position du centre de gravité est définie par $\vec{O}_2\vec{G}_2 = \frac{1}{2} L_3 \vec{x}_2$.

La masse du bras (3) et du bras (4) est notée M_{34} et la position du centre de gravité est définie par $\vec{O}_3\vec{G}_3 = \frac{1}{3} L_4 \vec{x}_3 + L_5 \vec{y}_3$.

La masse de l'ensemble (E1) est notée M_{E1} et la position du centre de gravité est définie par $\vec{O}_5\vec{G}_5 = L_7 \vec{x}_5$.

L'extrémité de l'outil est définie par le point P définie par $\vec{O}_5\vec{P} = L_8 \vec{x}_5$.

Le torseur d'action mécanique lié au perçage sera noté : $\{\mathcal{T} (\text{Tronçon (perçage)} \rightarrow E_1)\} = \begin{Bmatrix} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P; \mathcal{R}_5}$.

Un effort presseur est de plus nécessaire pour le perçage optimal des deux tronçons. Le torseur d'action mécanique associé sera noté : $\{\mathcal{T} (\text{Tronçon (presseur)} \rightarrow E_1)\} = \begin{Bmatrix} -P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P; \mathcal{R}_5}$.

Le torseur couple modélisant l'action du moteur sur la pièce 1 sur 2 : $\{\mathcal{T} (1_m \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ C_{12} \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}_0}$.

La rotation entre les solides (0) et (1) est supposée bloquée dans la suite du sujet.

Question 1 Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons et les actions mécaniques extérieures.

Question 2 Quel est l'ensemble Σ à isoler afin de déterminer le couple C_{12} .

Question 3 Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à Σ et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.

Question 4 Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple C_{12} ?

La configuration correspondant à la position extrême supérieure de la couture orbitale correspond aux angles suivants : $\theta_{12} = 60^\circ$, $\theta_{13} = -4^\circ$, $\theta_{15} = -90^\circ$.

Dans la suite de l'étude, l'angle θ_{13} sera considéré nul.

Question 5 Déterminer l'équation littérale du couple C_{12} en fonction de g , F , P , M_2 , M_{34} , M_{E1} , L_3 , L_4 , L_5 , L_6 , L_7 , θ_{12} , θ_{15} .

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2 = 264 \text{ kg}$, $M_{34} = 430 \text{ kg}$, $M_{E1} = 150 \text{ kg}$, $P = 150 \text{ N}$, $F = 1000 \text{ N}$;
- $L_1 = 0,405 \text{ m}$, $L_2 = 0,433 \text{ m}$, $L_3 = 1,075 \text{ m}$, $L_4 = 1,762 \text{ m}$, $L_5 = 0,165 \text{ m}$, $L_6 = 0,250 \text{ m}$, $L_7 = 0,550 \text{ m}$, $L_8 = 0,750 \text{ m}$.

Question 6 Déterminer alors la valeur du couple C_{12} .

La valeur limite supérieure du couple C_{12} est fixée par le constructeur à 9000 Nm.

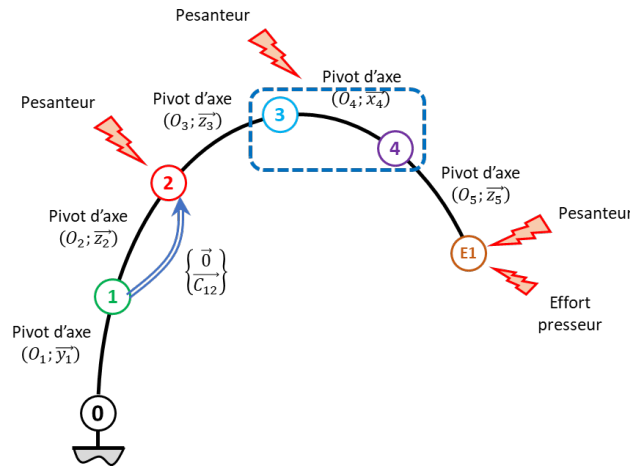
Question 7 Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position? Justifier la réponse.

Corrigé voir 2.

Exercice 2 – Robot avion **

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

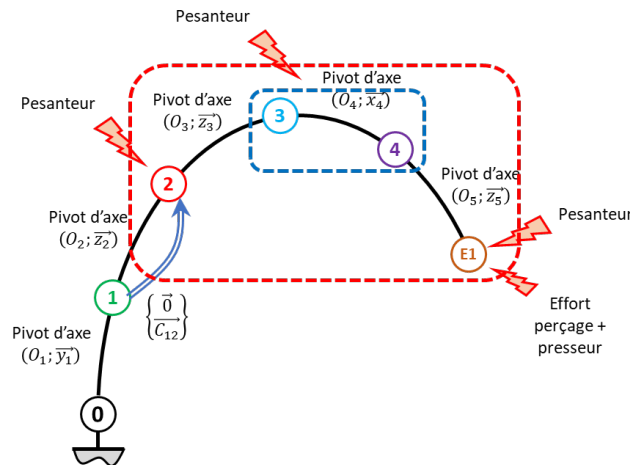
Question 1 Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons et les actions mécaniques extérieures.



Question 2 Quel est l'ensemble Σ à isoler afin de déterminer le couple C_{12} .

En isolant l'ensemble $\Sigma = \{2 + 3 + 4 + E1\}$ on ne fera apparaître **QUE** C_{12} et les actions mécaniques extérieures. Les actions de liaison 2–3, 3–4, 4–E1 **n'interviennent pas**.

Question 3 Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à Σ et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.



Bilan des actions mécaniques :

- pivot 1–2 et couple moteur de 1 sur 2;
- pesanteur sur 2 : $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{Bmatrix} -M_2 g \vec{y}_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \right\}_{G_2}$. On a par ailleurs $\overline{\mathcal{M}}(O_2, \text{pes} \rightarrow 2) = \overline{O_2 G_2} \wedge -M_2 g \vec{y}_1 = \frac{1}{2} L_3 \vec{x}_2 \wedge -M_2 g \vec{y}_1 = -\frac{1}{2} M_2 g L_3 \cos \theta_{12} \vec{z}_0$;
- pesanteur sur 3 et 4 : $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 3+4)\} = \left\{ \begin{Bmatrix} -M_{34} g \vec{y}_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \right\}_{G_3}$. On a par ailleurs $\overline{\mathcal{M}}(O_2, \text{pes} \rightarrow 3+4) = \overline{O_2 G_3} \wedge -M_{34} g \vec{y}_1 = \left(L_3 \vec{x}_2 + \frac{1}{3} L_4 \vec{x}_3 + L_5 \vec{y}_3 \right) \wedge -M_{34} g \vec{y}_1 = -M_{34} g \left(L_3 \vec{x}_2 \wedge \vec{y}_1 + \frac{1}{3} L_4 \vec{x}_3 \wedge \vec{y}_1 + L_5 \vec{y}_3 \wedge \vec{y}_1 \right) = -M_{34} g \left(L_3 \cos \theta_{12} + \frac{1}{3} L_4 \cos \theta_{13} + L_5 \cos \theta_{13} - L_5 \sin \theta_{13} + L_7 \cos \theta_{15} \right) \vec{z}_0$;
- pesanteur sur E1 : $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow E1)\} = \left\{ \begin{Bmatrix} -M_{E1} g \vec{y}_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \right\}_{G_5}$. On a par ailleurs $\overline{\mathcal{M}}(O_2, \text{pes} \rightarrow E1) = \overline{O_2 G_5} \wedge -M_{E1} g \vec{y}_1 = -M_{E1} g \left(L_3 \vec{x}_2 + L_4 \vec{x}_3 + L_5 \vec{x}_3 + L_5 \vec{y}_3 + L_7 \vec{x}_5 \right) \wedge \vec{y}_1 = -M_{E1} g \left(L_3 \cos \theta_{12} + L_4 \cos \theta_{13} + L_5 \cos \theta_{13} - L_5 \sin \theta_{13} + L_7 \cos \theta_{15} \right) \vec{z}_0$;

- effort presseur + perçage $\{\mathcal{T}(\text{Tronçon} \rightarrow E_1)\} = \begin{pmatrix} -F-P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{P; \mathcal{R}_5}$. On a par ailleurs $\overrightarrow{\mathcal{M}}(O_2, \text{Tronçon} \rightarrow E_1) =$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_2 P} \wedge (-F-P) \vec{x}_5 &= (L_3 \vec{x}_2 + L_4 \vec{x}_3 + L_5 \vec{x}_3 + l_5 \vec{y}_3 + L_8 \vec{x}_5) \wedge (-F-P) \vec{x}_5 = -(F+P) (L_3 \vec{x}_2 \wedge \vec{x}_5 + L_4 \vec{x}_3 \wedge \vec{x}_5 + L_5 \vec{x}_3 \wedge \vec{x}_5 + l_5 \vec{y}_3 \wedge \vec{x}_5) \\ &= -(F+P) \left(L_3 \sin(\theta_{15} - \theta_{12}) + (L_4 + L_5) \sin(\theta_{15} - \theta_{13}) + l_5 \sin\left(\theta_{15} - \theta_{13} - \frac{\pi}{2}\right) \right) \vec{z}_0. \end{aligned}$$

Question 4 Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple C_{12} ?

Pour ne pas faire apparaître les actions de la liaison 1-2 il faudra réaliser un théorème du moment statique en O_2 en projection sur \vec{z}_2 (la liaison pivot n'a pas de composante en ce point et sur cette projection).

$$\begin{aligned} \text{On a donc : } -\frac{1}{2} M_2 g L_3 \cos \theta_{12} - M_{34} g \left(L_3 \cos \theta_{12} + \frac{1}{3} L_4 \cos \theta_{12} - L_5 \sin \theta_{13} \right) - M_{E1} g (L_3 \cos \theta_{12} + L_4 \cos \theta_{13} + L_5 \cos \theta_{13} - l_5 \sin \theta_{13} + \\ (F+P) \left(L_3 \sin(\theta_{15} - \theta_{12}) + (L_4 + L_5) \sin(\theta_{15} - \theta_{13}) + l_5 \sin\left(\theta_{15} - \theta_{13} - \frac{\pi}{2}\right) \right) = 0. \end{aligned}$$

Question 5 Déterminer l'équation littérale du couple C_{12} en fonction de $g, F, P, M_2, M_{34}, M_{E1}, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, \theta_{12}, \theta_{15}$.

$$\text{On a } C_{12} - \frac{1}{2} M_2 g L_3 \cos \theta_{12} - M_{34} g \left(L_3 \cos \theta_{12} + \frac{1}{3} L_4 \cos \theta_{12} \right) - M_{E1} g (L_3 \cos \theta_{12} + L_4 + L_5 + L_7 \cos \theta_{15}) - (F+P)(L_3 \sin(\theta_{15} - \theta_{12}) - l_5 \sin \theta_{13}) = 0.$$

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2 = 264 \text{ kg}, M_{34} = 430 \text{ kg}, M_{E1} = 150 \text{ kg}, P = 150 \text{ N}, F = 1000 \text{ N};$
- $L_1 = 0,405 \text{ m}, L_2 = 0,433 \text{ m}, L_3 = 1,075 \text{ m}, L_4 = 1,762 \text{ m}, L_5 = 0,165 \text{ m}, L_6 = 0,250 \text{ m}, L_7 = 0,550 \text{ m}, L_8 = 0,750 \text{ m}.$

Question 6 Déterminer alors la valeur du couple C_{12} .

$$\text{On a } C_{12} - \frac{1}{2} M_2 g L_3 \cos \theta_{12} - M_{34} g \left(L_3 \cos \theta_{12} + \frac{1}{3} L_4 \cos \theta_{12} \right) - M_{E1} g (L_3 \cos \theta_{12} + L_4 + L_5) - (F+P)(L_3 \cos(\theta_{12}) - (L_4 + L_5)) =$$

$$0. \text{ Soit } C_{12} - \frac{1}{4} M_2 g L_3 - M_{34} g \frac{1}{2} \left(L_3 + \frac{1}{3} L_4 \right) - M_{E1} g \left(L_3 \frac{1}{2} + L_4 + L_5 \right) - (F+P) \left(L_3 \frac{1}{2} - (L_4 + L_5) \right) = 0. \text{ Au final } C_{12} =$$

$$\frac{1}{4} M_2 g L_3 + M_{34} g \frac{1}{2} \left(L_3 + \frac{1}{3} L_4 \right) + M_{E1} g \left(L_3 \frac{1}{2} + L_4 + L_5 \right) + (F+P) \left(L_3 \frac{1}{2} - (L_4 + L_5) \right).$$

La valeur limite supérieure du couple C_{12} est fixée par le constructeur à 9000 Nm.

Question 7 Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position ? Justifier la réponse.

$C_{12} = 7620 \text{ Nm}$. Compatible avec le cahier des charges.