TD 03

Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie

Concours Centrale Supelec TSI 2017

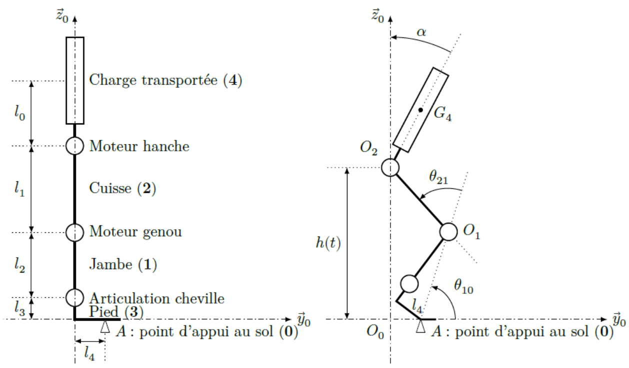
Savoirs et compétences :

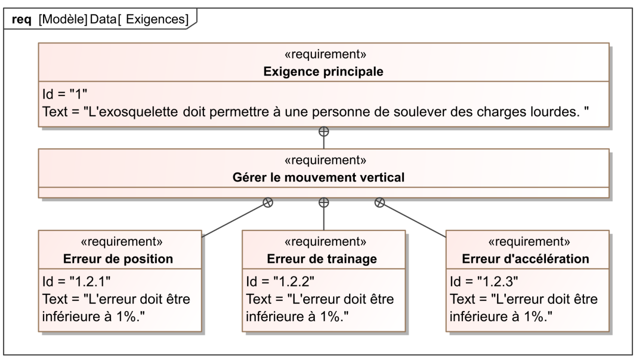
- ❒ .

Mise en situation

L'exosquelette est un appareil qui apporte à un être humain des capacités qu'il ne possède pas ou qu'il a perdues à cause d'un accident. Ce type d'appareil peut permettre à une personne de soulever des charges lourdes et diminuer considérablement les efforts à fournir sans la moindre fatigue. Après avoir revêtu un exosquelette adapté à sa morphologie et à sa taille, l'utilisateur peut faire ses mouvements en bénéficiant d'une grande fluidité.

On donne dans la figure ci-dessous, la modélisation cinématique retenue dans le but de simuler le comportement de l'exosquelette.

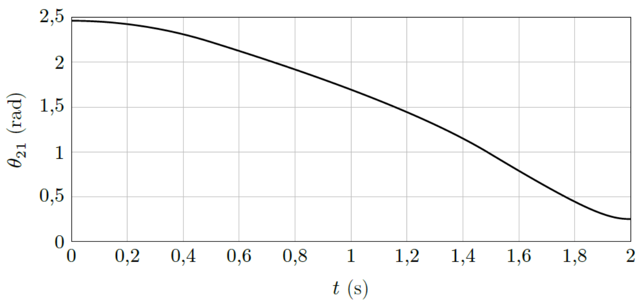




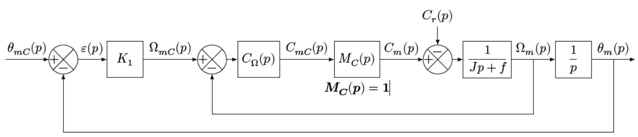
Gestion du mouvement vertical

Objectif Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs genou droit et gauche permettant d'assurer un mouvement vertical ne déséquilibrant pas le porteur de l'exosquelette puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

La demande de mouvement de l'utilisateur de l'exosquelette se traduit par une consigne de vitesse de type trapézoïdal pour le mouvement vertical. À l'aide du modèle articulaire inverse cette demande se traduit finalement en consigne de position des axes moteur genou gauche et droit. Cette consigne de position du moteur représentée à la figure suivante montre des parties qui peuvent être approchées par des constantes, des rampes et des paraboles.



Le premier modèle défini figure suivante est adopté pour chaque axe.



Notations :

- $\theta_{mC}(p)$ consigne de position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_{mC}(t)$ en rad) ;
- $\theta_m(p)$ position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_m(t)$ en rad) ;
- $C_{mC}(p)$ consigne de couple moteur (variable temporelle : $c_{mC}(t)$ en Nm) ;
- $C_m(p)$ couple moteur (variable temporelle : $c_m(t)$ en Nm) ;
- $C_r(p)$ couple résistant perturbateur (variable temporelle : $c_r(t)$ en Nm) ;
- K_1 gain proportionnel du correcteur de l'asservissement de position (en s^{-1}) ;

- $\Omega_{mC}(p)$ consigne de vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_{mC}(t)$ en rad s^{-1}) ;
- $\Omega_m(p)$ vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_m(t)$ en rad s^{-1}) ;
- $C_\Omega(p)$ correcteur de l'asservissement de vitesse ;
- $M_C(p)$ modélise la boucle d'asservissement en couple de la machine électrique, considérée parfaite au vu de sa dynamique par rapport aux autres boucles : $M_C(p) = 1$;
- J moment d'inertie de l'ensemble en mouvement, rapporté au niveau de l'axe moteur ;
- f coefficient de frottements visqueux équivalent pour l'ensemble en mouvement.

Le correcteur est de la forme : $C_\Omega(p) = K_2\left(\dfrac{Jp+f}{Jp}\right)$.

En utilisant le schéma-blocs précédent, on peut constater que :

- l'écart est défini par la variable $\varepsilon(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$;
- l'erreur entre l'entrée et la sortie est définie par la variable $\mu(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$.

Étant donné que le modèle utilisé est à retour unitaire, l'écart $\varepsilon(t)$ est égal à l'erreur $\mu(t)$.

Hypothèse(s) Le couple résistant évolue lentement au regard de la dynamique de l'asservissement, ce qui permet de considérer pour la suite de l'étude $C_r(p) = 0$.

Question 1 *Déterminer la grandeur physique de la consigne et la grandeur physique asservie à partir du modèle multiphysique présenté plus bas et préciser leurs unités de base dans le système international d'unités (SI).*

Question 2 *Exprimer* $H_\Omega(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)}$ *en fonction de J, K_2 et p.*

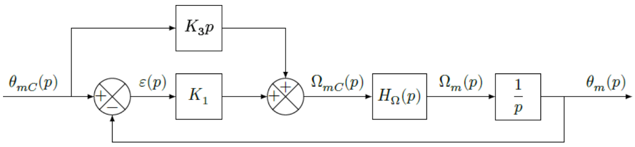
Question 3 *Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $H_\Omega(p)$, K_1 et p.*

Méthode On peut définir l'erreur de position ε_p par $\varepsilon_p = \lim\limits_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p)$ avec $\theta_{mC}(p) = \dfrac{1}{p}$ (entrée échelon).

Question 4 *Déterminer l'erreur de position ε_p puis l'erreur de traînage ε_v. Conclure sur la valeur de K_1 pour satisfaire à l'exigence d'erreur en traînage.*

Question 5 *Déterminer l'erreur en accélération et conclure quant au respect du cahier des charges.*

Pour satisfaire l'exigence d'une erreur en accélération inférieure à 1%, le second modèle avec anticipation de la vitesse est adopté avec $H_\Omega(p) = \dfrac{1}{1+Tp}$ et $T = 33$ ms.



Question 6 *Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, T, K_1, K_3 et p.*

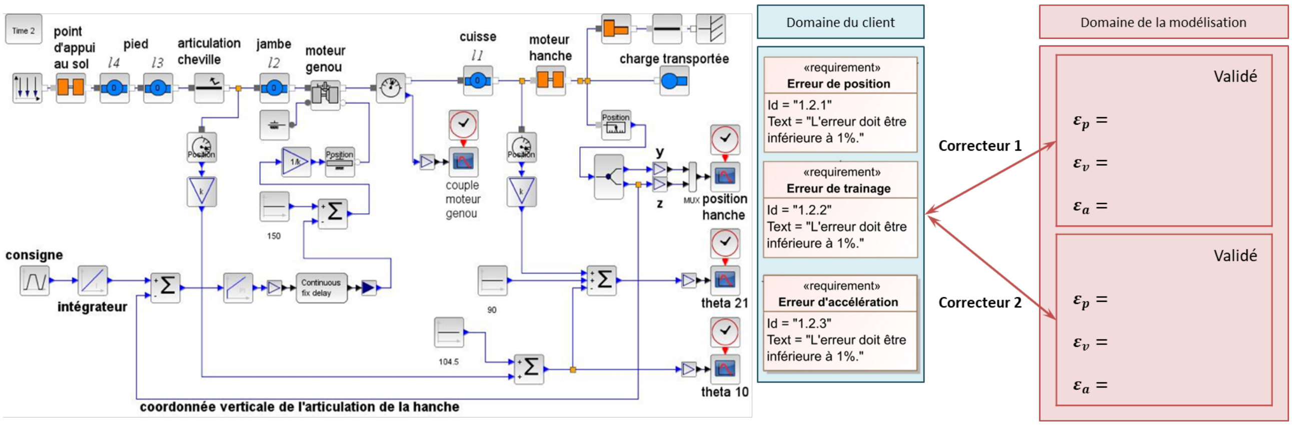
Le second modèle avec anticipation de la figure précédente n'a pas d'incidence sur la valeur de l'erreur de position.

Question 7 *Exprimer l'erreur de traînage et déterminer la valeur de K_3 permettant l'annuler cette erreur.*

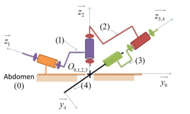
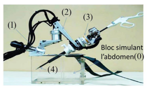
Question 8 *Exprimer et déterminer l'erreur d'accélération en prenant les valeurs de K_3 et de K_1 déterminées précédemment. Conclure quant au respect du cahier des charges.*

Synthèse

Question 9 *En utilisant la figure ci-dessous, conclure sur les actions qui ont mené à une validation du cahier des charges.*



Colle 01

Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique

Mines Ponts 2016

Savoirs et compétences :

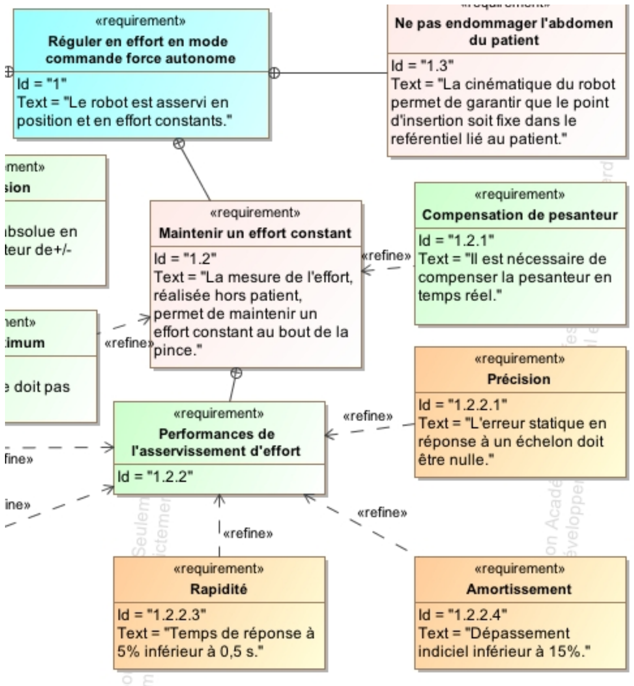
- ❐ .

1 Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC^{2}E)

1.1 Présentation générale

L'objet de cette étude est un robot appelé MC^{2}E utilisé en chirurgie endoscopique. Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts…) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

La figure suivante décrit les principales exigences auxquelles est soumis le MC^{2}E.



1.2 Validation des performances de l'asservissement d'effort

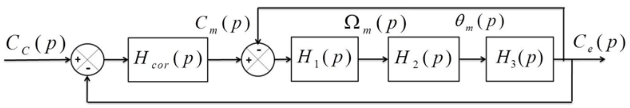
Modèle de connaissance de l'asservissement

Objectif Modéliser l'asservissement en effort.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante : $J\dfrac{\mathrm{d}^2\theta_m(t)}{\mathrm{d}t^2} = C_m(t) - C_e(t)$ avec :

- J, inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur ;
- $C_e(t)$, couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

On notera $\theta_m(p)$, $\Omega_m(p)$, $C_m(p)$ et $C_e(p)$ les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement. On pose $C_e(t) = K_{C\theta}\theta_m(t)$ où $K_{C\theta}$ est une constante positive. On a de plus $\dfrac{\mathrm{d}\theta_m(t)}{\mathrm{d}t} = \omega_m(t)$. La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié que l'on admettra :



Modèle simplifié du montage du capteur d'effort.

Avec :

- $C_e(p)$, couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC^{2}E ;
- $C_c(p)$, couple de consigne ;
- $C_m(p)$, couple moteur ;
- $H_{\text{cor}}(p)$, fonction de transfert du correcteur.

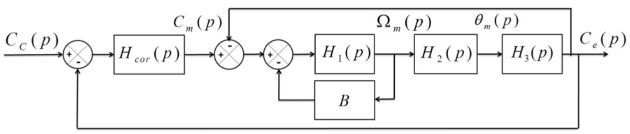
Dans un premier temps, on prendra $H_{\text{cor}}(p) = 1$.

Question 1 *Déterminer les expressions des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$.*

Question 2 *Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ de l'asservissement d'effort.*

Question 3 *Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude C_0 ? Conclure.*

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain B. On s'intéresse ici à la définition analytique de B. Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.



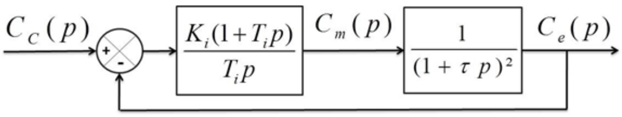
Régulation avec retour tachymétrique

On règle B de telle façon que, pour $H_{\text{cor}}(p) = 1$, la fonction de transfert en boucle ouverte, notée $H_{\text{BO}}(p)$, puisse être mise sous la forme suivante : $H_{\text{BO}}(p) = \dfrac{1}{(1+\tau p)^2}$.

Question 4 *Donner l'expression analytique du gain B, en fonction de J et $K_{C\theta}$, permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps τ.*

Les exigences du cahier des charges sont données plus haut (exigences 1.2.2.1, 1.2.2.3 et 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain K_i et de constante de temps T_i. Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la figure qui suit.



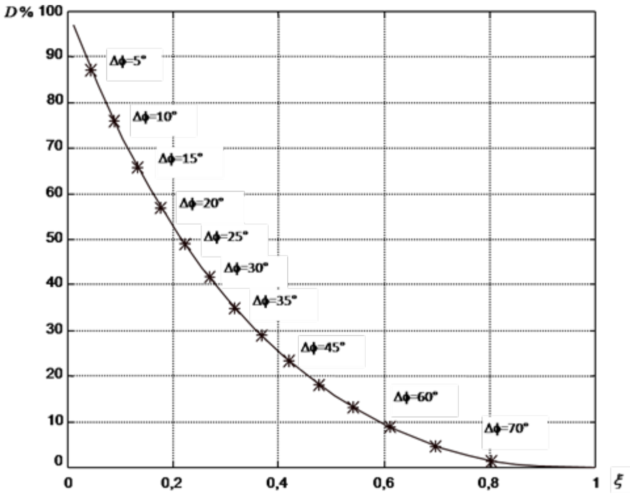
Régulation avec correcteur PI.

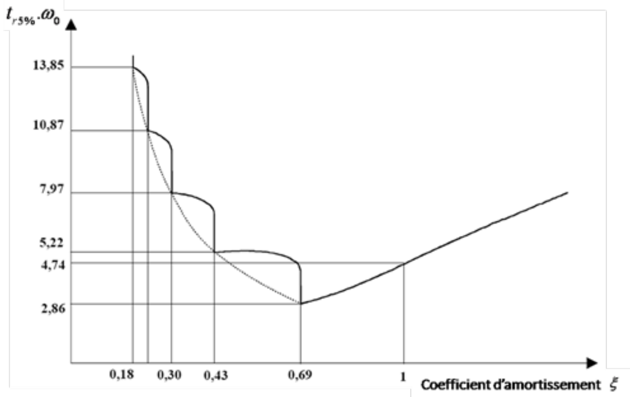
Question 5 *Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon d'amplitude C_0. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.*

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme : $\dfrac{K_{\text{BF}}}{1+\dfrac{2\xi_{\text{BF}}}{\omega_{0\text{BF}}}p+\dfrac{p^2}{\omega_{0\text{BF}}^2}}$.

Question 6 *Proposer une expression simple pour la constante de temps T_i.*

Question 7 *À partir des courbes suivantes, proposer une valeur de coefficient d'amortissement et de pulsation propre.*





On donne $K_i = 1$.

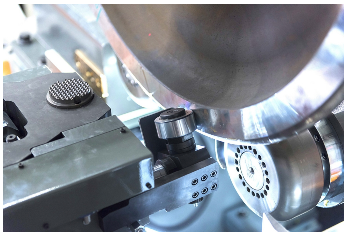
Question 8 *Les critères de performance du cahier des chartes sont-ils respectés ? Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon C_{c0} en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.*

Diagrammes de Bode

On prend $K_i = 0,4$, $T_i = 0,01$ s et $\tau = 0,5$ s.

Question 9 *Tracer le diagrame de Bode de la fonction de transfert $G(p) = \dfrac{K_i\left(1+T_i p\right)}{T_i p\left(1+\tau p^2\right)}$.*

Colle 03



Tour en fosse utilisé pour le reprofilage des roues ferroviaires – Asservissement du porte-outil

Concours Centrale Supelec – PSI 2018

Savoirs et compétences :

- ❒ .

Modélisation du mouvement pour la commande

Objectif Modéliser le comportement dynamique de l'outil et du porte-outil, puis étudier une commande en position $z_1(t)$ comprenant un correcteur proportionnel.

Le système composé de l'outil et du porte-outil est modélisé sur la Figure 2. Le porte-outil, de masse $m_1 = 5522\,\text{kg}$, est considéré indéformable et en liaison glissière de direction $\overrightarrow{z_0}$ avec le bâti. Une chaîne de motorisation électrique permet de déplacer le porte-outil et une structure de commande associée permet d'asservir la position $z_1(t)$ par rapport à une position de référence. La chaîne de motorisation exerce une force motrice $\overrightarrow{f}_m(t) = f_m(t)\overrightarrow{z_0}$ sur le porte-outil.

La cahier des charges est donné sur la figure suivante.

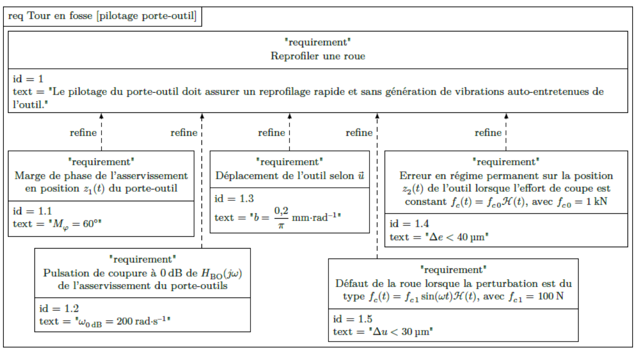


FIGURE 1 – Diagramme des exigences de la chaîne d'asservissement

Les positions du porte-outil et du point C par rapport à leur position de référence sont respectivement paramétrées par $z_1(t)\overrightarrow{z_0}$ et $z_2(t)\overrightarrow{z_0}$, avec $z_1(t)\overrightarrow{z_0}$ et $z_2(t)\overrightarrow{z_0}$ des grandeurs algébriques (Figure 2). Les conditions initiales sont toujours supposées nulles.

Le théorème de la résultante dynamique appliqué au porte-outil puis à l'outil permet d'obtenir les deux relations suivantes :

$$m_1\ddot{z}_1(t) + \lambda\dot{z}_1(t) + Kz_1(t) = \lambda\dot{z}_2(t) + Kz_2(t) + f_m(t)$$
$$m_2\ddot{z}_2(t) + \lambda\dot{z}_2(t) + Kz_2(t) = \lambda\dot{z}_1(t) + Kz_1(t) + f_c(t)$$

Le modèle correspondant est représenté par le schéma bloc de la Figure 3.

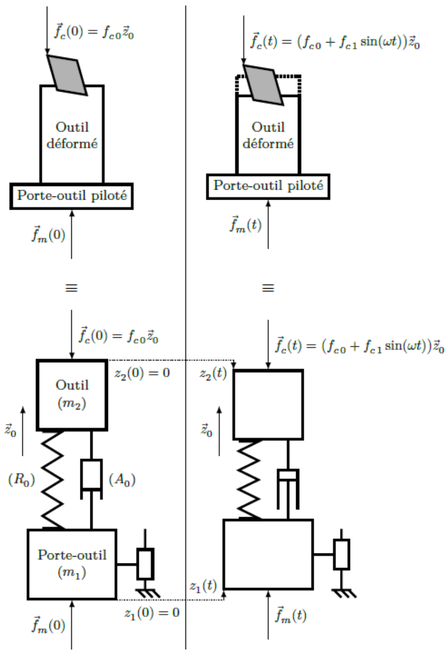


FIGURE 2 – Modèle de déformation de l'outil avec le porte-outil piloté

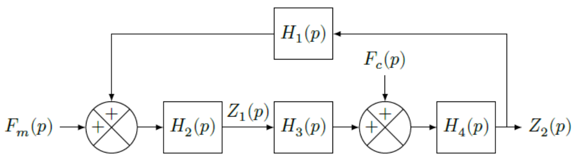


FIGURE 3 – Modèle de l'outil et du porte-outil

Question 1 *Exprimer les fonctions $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_4(p)$ en fonction de K, λ, m_1 et m_2.*

Le modèle de la Figure 3 est réduit au modèle équivalent de la figure Figure 4.

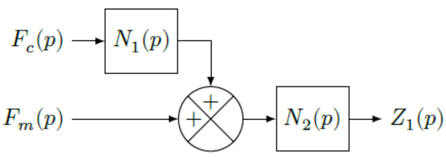
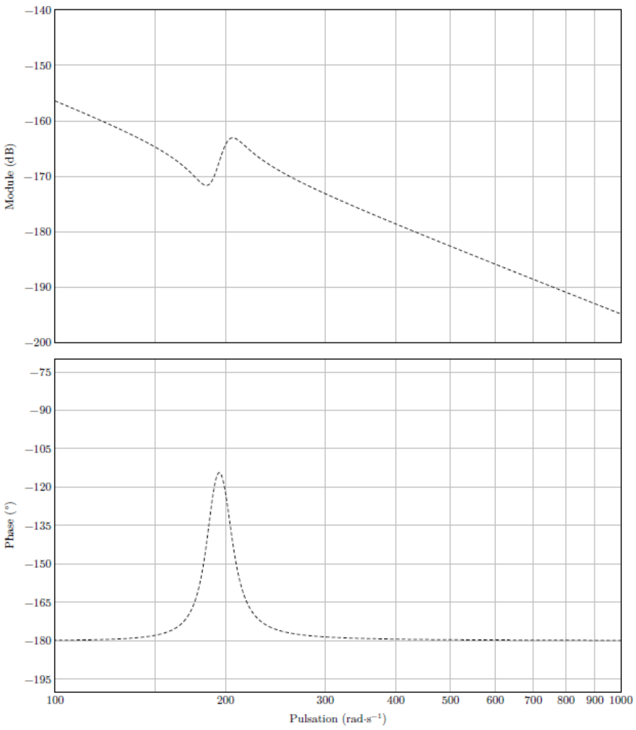


FIGURE 4 – Modèle équivalent

Question 2 *Exprimer $N_1(p)$ et $N_2(p)$ en fonction de $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_4(p)$.*

Question 3 *Montrer que $N_2(p)$ peut s'écrire sous la forme $N_2(p) = A\dfrac{p^2+2\xi_1\omega_1 p+\omega_1^2}{p^2\left(p^2+2\xi_2\omega_2 p+\omega_2^2\right)}$. Exprimer ξ_1, ξ_2, ω_1, ω_2 et A en fonction de m_1 n m_2, λ et K.*

Le diagramme de Bode associé à la fonction de transfert $N_2(p)$ est représenté ci-après.



Question 4 *Compléter ce diagramme par les tracés asymptotiques en module et en phase, et conclure sur la cohérence du diagramme donné.*

Question 5 *Au regard des valeurs numériques, montrer que la fonction de transfert $N_2(p)$ peut être approchée par la fonction $N_{2app}(p) = \dfrac{A}{p^2}$. En utilisant une couleur différente, tracer le diagramme de Bode associé à la fonction de transfert $N_{2app}(p)$ sur le document réponse et conclure sur la validité de ce modèle approché.*

Le modèle approché ($N_{2\text{app}}(p)$) est retenu pour la suite de l'étude. Le schéma bloc modélisant la régulation de la position $z_1(t)$ est donné en figure Figure 5, en considérant un correcteur proportionnel de gain K_p.

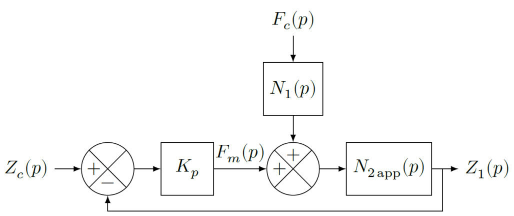


FIGURE 5 – Modèle de synthèse de la régulation en position $z_1(t)$ du porte-outil

Question 6 *Justifier qu'une correction proportionnelle ne permet pas de respecter l'ensemble des critères du diagramme des exigences de la Figure 1.*

Analyse de l'influence d'un paramètre

On a d'une part $Q(p) = Q_c(p) - Z_2(p)H_r(p)$.

D'autre part, la quantité de matière enlevée est donnée par $q(t) = q_c(t) - z_2(t) + z_2(t-\tau)$ où τ est la durée nécessaire à la roue pour effectuer un tour complet.

D'un point de vue numérique, $K_f = 1{,}5\times10^9\,\text{N}\,\text{m}^{-2}$ et $\tau = 1\,\text{s}$.

Question 7 *Déterminer $H_r(p)$ en fonction de τ.*

Le schéma-blocs retenu est le suivant.

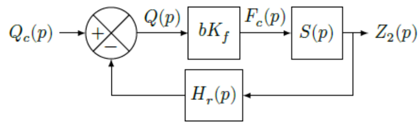


FIGURE 6 – Modèle équivalent de la chaîne d'asservissement complète

La Figure 7 représente le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système modélisé Figure 6, avec $b = \dfrac{5\times10^{-2}}{\pi}\,\text{mm}\,\text{rad}^{-1}$

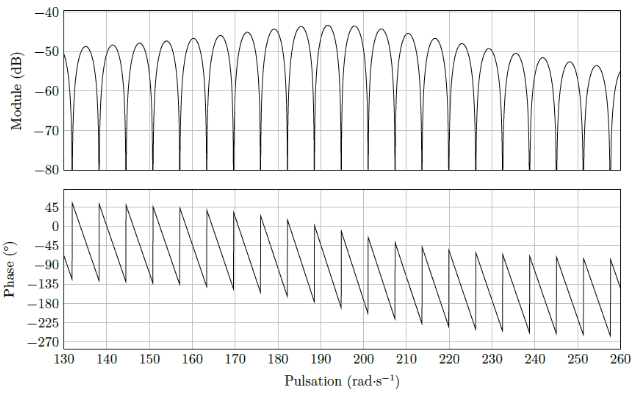


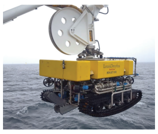
FIGURE 7 – Diagramme de Bode de la boucle ouverte du schéma-blocs

Les « zéros de transmission » d'une fonction de transfert $H(p)$ correspondent aux pulsations ω pour lesquelles $H(j\omega)$ est nul.

Question 8 *Préciser l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte de la figure 16 puis vérifier la cohérence du diagramme de Bode de laFigure 7 en analysant les « zéros de transmission ».*

Question 9 *Déterminer un ordre de grandeur du paramètre b permettant de conserver la stabilité du système en boucle fermée. Conclure sur la compatibilité de cette valeur maximale avec un bon amortissement de l'asservissement.*

Synthèse 01



Bateau support de ROV

Concours Centrale Supelec – MP 2019

Savoirs et compétences :

- .

Introduction

On s'intéresse à une grue permettant la dépose sur fond marin d'un robot dont l'objectif est d'enfouir des câbles.

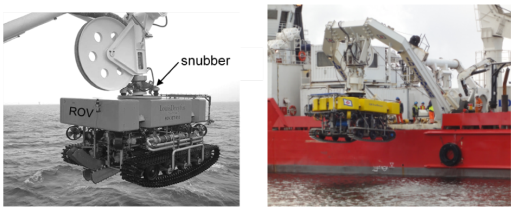


FIGURE 8 – ROV suspendu à la grue portique

Objectif Vérifier si le bateau support est capable de limiter suffisamment les effets de la houle.

La société TravOcéan souhaite pouvoir travailler dans des conditions de mer difficiles pour limiter au maximum les périodes d'arrêt des chantiers. Pour cela, elle souhaite disposer d'un système de treuillage de ses ROV certifié pour une houle d'amplitude verticale de 5 m. Le tableau suivant présente un extrait du cahier des charges correspondant.

Exigence	Critère	Niveau
Id 1.1 Compensation des mouvements du ROV pour une houle d'amplitude de 5 m et de pulsations comprises entre $0,5\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ à $1,7\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$	Amplitude verticale du ROV maximale	< 1 m pour 5 m d'amplitude de houle
Id 1.2 Mise en tension du câble	Temps de réponse, $t_{r5\%}$	< 3 s

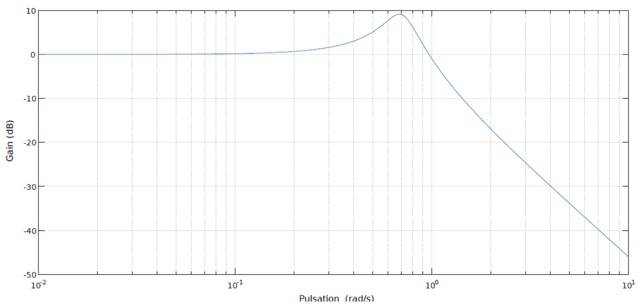
Extrait du cahier des charges

Une étude expérimentale en bassin de carène a permis d'obtenir un modèle de comportement de l'ensemble $S = \{\text{bateau} + \text{portique} + \text{ROV}\}$ suivant l'axe vertical, sous l'effet de la houle, au point d'ancrage du ROV sur la grue portique.

La fonction de transfert de l'ensemble S est $B(p) = \dfrac{Y_S(p)}{Y_{\text{vague}}(p)}$ avec $Y_S(p)$ la transformée de Laplace de la variation du déplacement vertical du point d'ancrage du ROV et $Y_{\text{vague}}(p)$ la transformée de Laplace de la variation du déplacement de la surface de l'eau à la verticale du point d'ancrage du ROV.

Question 1 *Rappeler la définition du gain en décibel. En déduire la valeur en décibel traduisant l'exigenceĪd 1.1.*

Le tracé du gain de $B(p)$ dans la figure suivante.



Question 2 *En faisant apparaître le domaine d'utilisation, montrer que le système ne répond pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de* 5 m.

Étude du système de compensation de houle PHC (Passiv Heave Compensator)

Objectif Dimensionner un système passif de compensation de la houle et tester sa conformité aux exigences du cahier des charges.

Pour compenser les effets de la houle, une solution hydropneumatique est alors envisagée. Ce système est un compensateur de houle passif noté PHC (Figure 9).

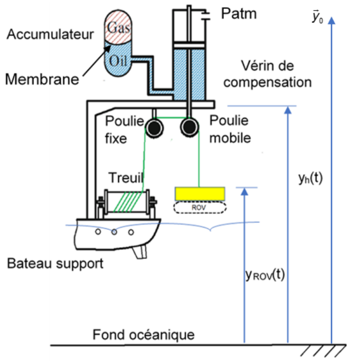


FIGURE 9 – Schéma d'implantation du PHV (non à l'échelle)

Les petites variations de pression $\Delta p_E(t)$ et $\Delta p_G(t)$ autour du point d'équilibre peuvent être définies par $\Delta p_E(t) = p_E(t) - P_{E0}$ et $\Delta p_G(t) = p_G(t) - P_{G0}$. Une étude de mécanique des fluides a permis d'obtenir les relations (1) et (2).

$$\frac{\mathrm{d}\Delta p_E(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{K}{V_E} A \left(\frac{\mathrm{d}y_h(t)}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}y_{\mathrm{ROV}}(t)}{\mathrm{d}t} \right) + \frac{K}{V_E} C_{qR} \left(\Delta p_G(t) - \Delta p_E(t) \right) \quad (1)$$

$$\frac{\mathrm{d}\Delta p_G(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{r P_{G0} C_{qR}}{V_{G0}} \left(\Delta p_E(t) - \Delta p_G(t) \right) \quad (2).$$

À l'équilibre, le principe fondamental de la statique se traduit par $-Mg + A(P_{E0} - P_{\mathrm{atm}}) = 0$..

Le théorème de la résultante dynamique appliqué à Σ se traduit par $S\Delta p_E(t) = M\ddot{y}_{\mathrm{ROV}}(t) + c(\dot{y}_{\mathrm{ROV}}(t) - \dot{y}_h(t))$.

M L'hypothèse du fluide incompressible se traduit par $\frac{\mathrm{d}\Delta p_E(t)}{\mathrm{d}t} = 0$.

Question 3 *Réécrire l'équation (1) en tenant compte de cette hypothèse. Après avoir appliqué les transformées de Laplace aux équations (1) et (2) et en considérant les conditions initiales nulles aux équations précédentes, déterminer l'équation, notée (3), sous la forme : $\Delta P_E(p) = K_1(1+\tau_1 p)(Y_h(p) - Y_{\mathrm{ROV}}(p))$. Exprimer K_1 et τ_1 en fonction de A, V_{G0}, r, C_{qR} et P_{G0}.*

Question 4 *Appliquer les transformées de Laplace, en considérant les conditions initiales nulles à l'équation (3) et à l'équation (4). Donner la fonction de transfert : $H(p) = \frac{Y_{ROV}(p)}{Y_h(p)} = \frac{1+\tau p}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$. Exprimer ω_0, ζ et τ en fonction des constantes définies précédemment.*

On utilisera dans toute la suite la relation $\tau\omega_0 = 2\zeta$.

Question 5 *Tracer en vert le diagramme asymptotique du gain de la fonction de transfert du compensateur PHC, $H(p) = \frac{Y_{ROV}(p)}{Y_h(p)}$, en faisant apparaître ses caractéristiques. Tracer en bleu, sur la même figure, l'allure du gain réel du compensateur. Préciser la valeur du gain maximal.*

Question 6 *Exprimer la fonction de transfert de l'ensemble {bateau support + ROV + PHC}, $G(p) = \frac{Y_{ROV}(p)}{Y_{vague}(p)}$ en fonction de $H(p)$ et $B(p)$. Tracer en rouge l'allure du gain du diagramme de Bode de $G(p)$.*

Des réglages pour différentes valeurs de pulsation de la houle ω_c et de gain maximal acceptable du compensateur ont été effectués. La Figure 10 donne les diagrammes du gain de la fonction $G(p)$ de l'ensemble {bateau support + ROV + PHC} pour quatre réglages. Les volumes du gaz V_{G0} correspondant à chaque réglage sont donnés dans le tableau ci-après.

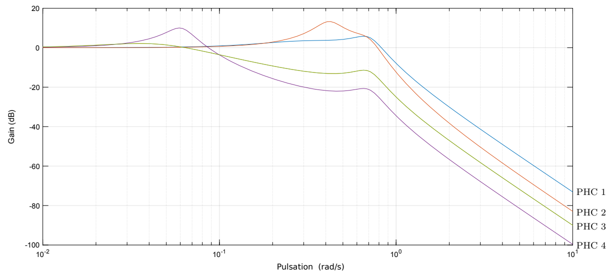


FIGURE 10 – Courbes de gain $G(p)$ pour différents réglages du PHC

Réglage	PHC 1	PHC 2	PHC 3	PHC 4
V_{G0} (m^3)	96	1	52	2

Volumes V_{G0} pour différents réglages du PHC

Pour respecter l'exigence Id 1.1, le gain de la fonction de transfert de l'ensemble doit toujours être inférieur à −14 dB.

Question 7 *Choisir, en justifiant la réponse, le réglage du compensateur adapté à l'exigence Id 1.1.*