

Exercice 1 : Capsuleuse de bocal

Objectif :

- Introduire la notion de vitesse de glissement
- Établir la loi Entrée/Sortie lors d'une transmission de mouvement par contact ponctuel

Objectif technologique :

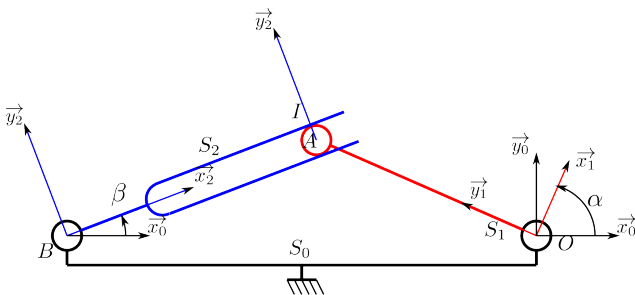
- Diminuer l'usure dans les composants constituant la croix de Malte.
- Valider que la vitesse de rotation du moteur empêche le basculement des bocal.
- Valider le choix du galet.

Modélisation sans galet

Afin de modéliser le système à croix de malte, on propose le schéma cinématique ci-contre.

On note :

- $\mathcal{R} = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié au bâti S_0 . On note $\vec{OB} = -L\vec{x}_0$ avec $L = 145$ mm ;
- $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère lié à l'arbre S_1 . On pose $\vec{OA} = R\vec{y}_1$ avec $R = 141$ mm et $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$. L'arbre S_1 est lié au motoréducteur de la capsuleuse. On a : $\dot{\alpha} = 10$ tr/min ;
- $\mathcal{R}_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère lié à l'arbre S_2 . On pose $\vec{BA} = \lambda(t)\vec{x}_2$, $\vec{AI} = r\vec{y}_2$ et $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$;



Question 1 Donner le paramétrage associé au schéma cinématique.

Question 2 Établir la loi entrée/sortie du système.

Question 3 Donner une méthode permettant de valider la cahier des charges vis à vis de la vitesse de rotation de la croix de Malte.

Question 4 Donner l'expression de $\vec{V}(I, S_1/S_0)$ et $\Omega(S_1/S_0)$.

Question 5 Donner l'expression de $\vec{V}(I, S_2/S_0)$ et $\Omega(S_2/S_0)$.

Question 6 En déduire l'expression de $\vec{V}(I, S_2/S_1)$ dans la base \mathcal{R}_2 . On donne $\vec{x}_1 = \cos(\alpha - \beta)\vec{x}_2 + \sin(\alpha - \beta)\vec{y}_2$.

Question 7 D'après le paramétrage adopté, quelle est la direction du vecteur vitesse du solide S_1 par rapport à S_2 ? En utilisant les résultats de la question précédente,

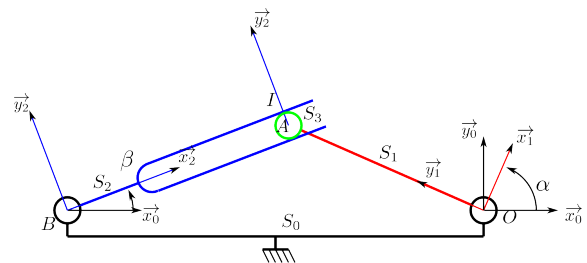
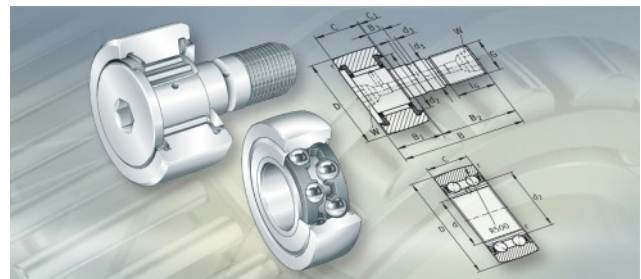
déduire une condition de fonctionnement du mécanisme.

Question 8 $\vec{V}(I, S_2/S_1) \cdot \vec{x}_2$ est appelée **vitesse de glissement**. Quel problème technologique pose l'existence de cette vitesse ? Ce problème est-il pris en compte sur la capsuleuse ? Si oui, comment ? Si non, proposez une modification du système permettant la prise en compte de ce problème.

Modélisation avec galet

On considère maintenant l'existence d'un galet S_3 en bout de de l'arbre S_1 . On fait l'hypothèse que le galet roule sans glisser dans le S_2 . S_3 et S_1 sont en liaison pivot d'axe \vec{z}_0 et de centre A.

Le galet a un diamètre extérieur de 16 mm. D'après la documentation constructeur, la vitesse de rotation du galet ne doit pas dépasser les 5000 tr/min.



Question 9 Quelle est la modification sur le paramétrage du système ?

Question 10 Comment est-il possible de traduire l'hypothèse de **roulement** sans glissement ?

Question 11 Calculer la vitesse de rotation du galet $\dot{\gamma}$ en commençant par exprimer $\vec{V}(I, S_3/S_2)$?

Indice : décomposer $\vec{V}(I, S_3/S_2)$ en fonction des mouvements connus.

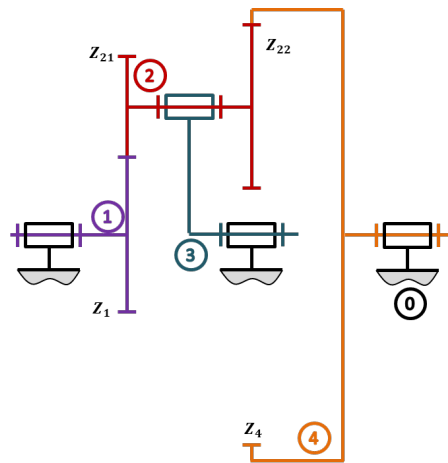
Question 12 Valider le choix du galet.

Exercice 1 – Train simple ★

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10} .

Question 3 On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

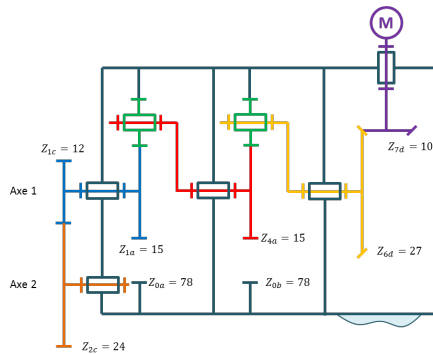
Corrigé voir 1.

Exercice 2 – Train simple ★

A3-05

C2-06 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le système de transmission suivant.



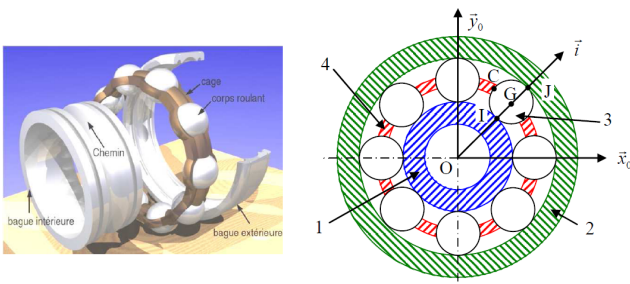
Question 4 Donner les rapports de chacun des 4 étages de réduction.

Corrigé voir 2.

Exercice 2 : Roulement à billes

D'après ressources de Renan Bonnard.

Un roulement mécanique est un élément technologique permettant le positionnement, la transmission des efforts et la rotation entre deux pièces par roulement. Ce composant mécanique interposé entre les deux pièces optimise le frottement et la précision de la liaison. Un roulement à billes se présente sous la forme de deux bagues coaxiales entre lesquelles sont placées des billes maintenues espacées par une cage. La fonction de la cage est donc de maintenir deux billes consécutives à distance égale l'une de l'autre lors du fonctionnement du roulement mais elle entraîne aussi des effets nuisibles car il existe un phénomène de glissement entre la cage et les billes. **L'objectif est d'étudier ce phénomène de glissement.**



On désigne par :

- $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère associé au bâti 0;
- $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ le repère associé à la bague intérieure 1 en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti 0 tel que $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
- $\mathcal{R}_2 = (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ le repère associé à la bague extérieure 2 en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti 0 tel que $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$;
- $\mathcal{R}_3 = (G, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ le repère associé à la bille 3 qui roule sans glisser sur 1 en I et sur 2 en J et dont on peut considérer qu'elle est en liaison pivot d'axe (G, \vec{z}_0) avec la cage 4 tel que $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$;
- $\mathcal{R}_4 = (O, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$ le repère associé à la cage 4 en mouvement de rotation autour de (O, \vec{z}_0) tel que $\theta_4 = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$.

Pour faciliter les calculs on définit le repère $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{z}_0)$ tel que, à tout instant, le vecteur \vec{i} possède la même direction et le même sens que le vecteur \vec{OG} . Ce repère n'est lié à aucun solide en particulier et ne sert qu'à exprimer simplement les différents termes cinématiques évoqué dans l'énoncé. On pose :

$$\omega_k = \dot{\theta}_k \quad (k = 1, 2, 3, 4), \overrightarrow{OI} = r_1 \overrightarrow{i}, \overrightarrow{OJ} = r_2 \overrightarrow{i}, \overrightarrow{GC} = \frac{1}{2}(r_2 - r_1) \overrightarrow{j}$$

Question 1 Réaliser les figures planes correspondant au paramétrage du système.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Omega(1/0)}$, $\overrightarrow{V(O,1/0)}$ et $\overrightarrow{V(I,1/0)}$.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Omega(2/0)}$, $\overrightarrow{V(O,2/0)}$ et $\overrightarrow{V(J,2/0)}$.

Question 4 Exprimer les conditions de roulement sans glissement en I et J. Établir les expression des vecteurs $\overrightarrow{V(I, 3/0)}$ et $\overrightarrow{V(J, 3/0)}$.

Question 5 En déduire l'expression de ω_3 en fonction de $r_1, r_2, \omega_1, \omega_2$.

Question 6 Déterminer $\overrightarrow{V(G, 3/0)}$ en fonction de $r_1, r_2, \omega_1, \omega_2$.

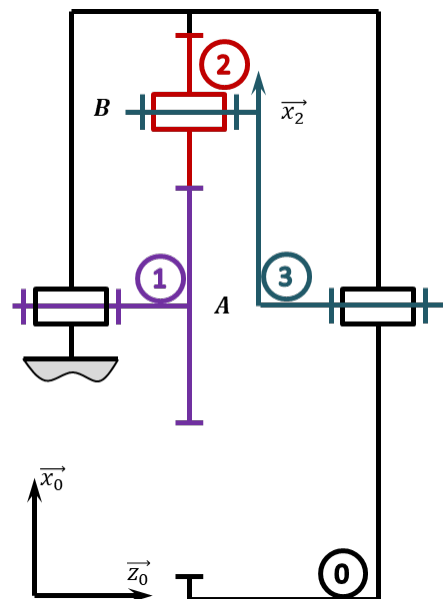
Question 7 Déterminer l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 , ω_2 .

Exercise 3 – Train simple ★

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

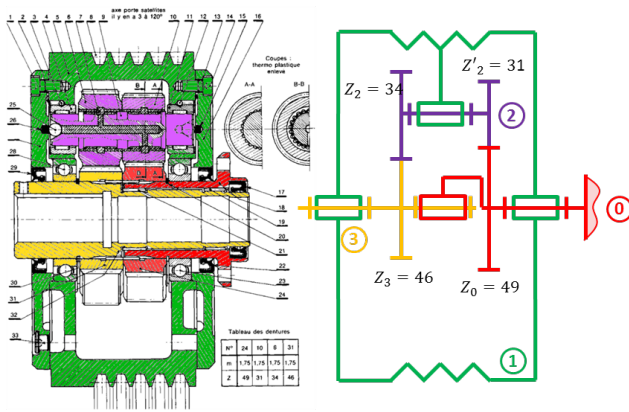
Corrigé voir 3.

Exercice 4 – Poulie Redex ★ *D'après ressources de Stéphane Genouël.*

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



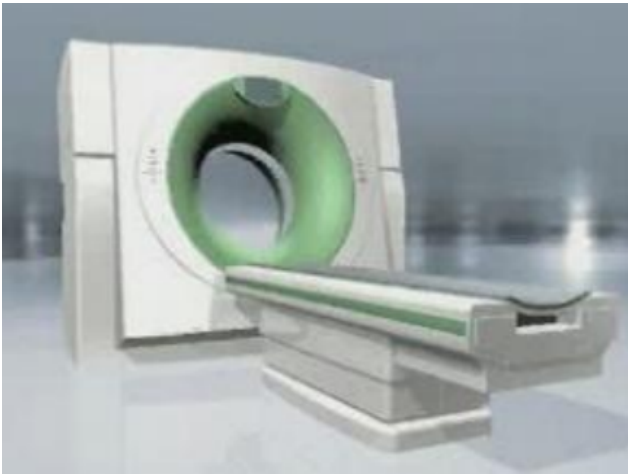
Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).

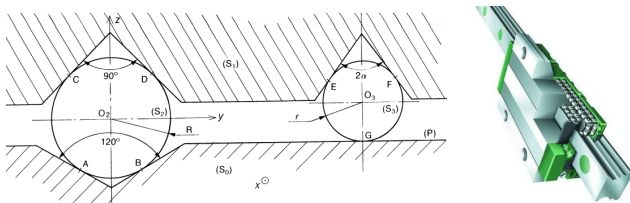
Corrigé voir 4.

Guidage linéaire de systèmes médicaux

L'étude suivante porte sur le guidage en translation d'un chariot de scanner médical S1 par rapport au bâti de la machine S0. Ce guidage est réalisé par deux séries de billes, S2 et S3, qui roulent dans des rainures en V.



La figure ci-dessous présente, en coupe, la réalisation technologique de ce guidage.



Les billes S2 de rayon R roulent sans glisser sur les plans d'une rainure en V d'angle égal à 90° usinée dans S1 et sur les plans d'une autre rainure en V d'angle égal à 120° usinée dans S0. Les billes S3 de rayon r roulent sans glisser sur les plans d'une rainure en V d'angle égal à 2α usinée dans S1 et sur le plan (P) de S0.

On note $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ v \\ x \end{matrix} \right\}_{\forall P}$ le torseur cinématique du mouvement du chariot S1 par rapport au bâti S0.

On pose $\overrightarrow{\Omega}(2/0) = \omega_{20} \vec{y}$ et $\overrightarrow{\Omega}(3/0) = \omega_{30} \vec{y}$.

Question 1 Traduire les conditions de non glissement. En déduire quelques axes instantanés de rotation.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V}(C, 2/0)$ en fonction de v , puis $\overrightarrow{V}(E, 3/0)$ en fonction de v . Déterminer $\overrightarrow{V}(C, 2/0)$ en fonction de ω_{20} , puis $\overrightarrow{V}(E, 3/0)$ en fonction de ω_{30} . En déduire une relation entre ω_{20} et v , puis une relation entre ω_{30} et v .

Question 3 En déduire les torseurs cinématiques des mouvements de S2/S0 et S3/S0 en fonction de v et des caractéristiques géométriques.

Question 4 Préciser les composantes de roulement et de pivotement en G et B.

Question 5 Déterminer les vecteurs vitesses des centres des billes dans leur mouvement par rapport au bâti S0 : $\overrightarrow{V}(O_2, 2/0)$ et $\overrightarrow{V}(O_3, 3/0)$.

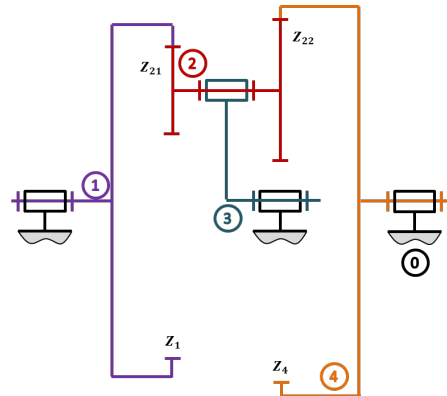
Question 6 Déterminer α pour que ces vecteurs vitesses soient identiques.

Exercice 5 – Train simple ★

A3-05

C2-06

Soit le train épicycloïdal suivant.



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10} .

Question 3 On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

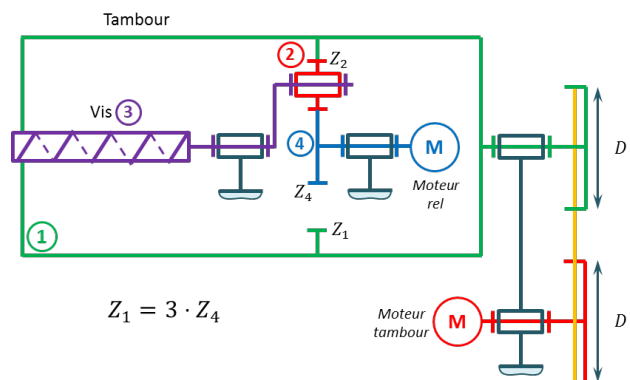
Corrigé voir 5.

Exercice 6 – Centrifugeuse des boues ★

A3-05

C2-06

La chaîne cinématique est représentée sur la figure suivante.



La séquence de lancement de la centrifugeuse se déroule en trois phases :

- mise en marche du premier moteur M_{tambour} jusqu'à ce que le tambour 1 atteigne sa vitesse de consigne de 2 000 tours/min. Le moteur M_{rel} est à l'arrêt;

- mise en marche du deuxième moteur M_{rel} jusqu'à ce que la vitesse différentielle de 2 tours/min soit atteinte entre le tambour 1 et la vis 3. La vis 3 tourne ainsi plus vite que le tambour 1 ;
- la boue liquide est ensuite introduite.

Question 1 Déterminer la fréquence de rotation de la vis (par rapport au bâti) lors de la phase de lancement.

Corrigé voir 6.