DDS 5

Les ptits devoirs du soir

Xavier Pessoles

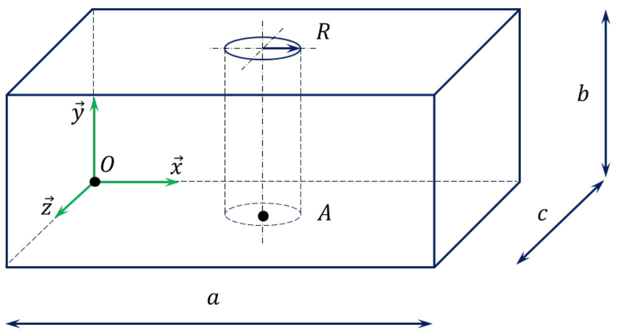
Exercice 129 – Parallélépipède⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B=m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C=m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA}=\dfrac{a}{2}\overrightarrow{x}+\dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

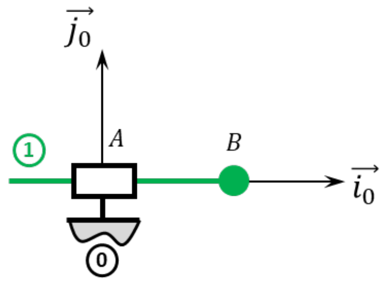
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Corrigé voir 2.

Exercice 128 – Mouvement T – ⋆

C2-08
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide et $I_B(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & -D_1 \\ 0 & -D_1 & C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$.



Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Corrigé voir 2.

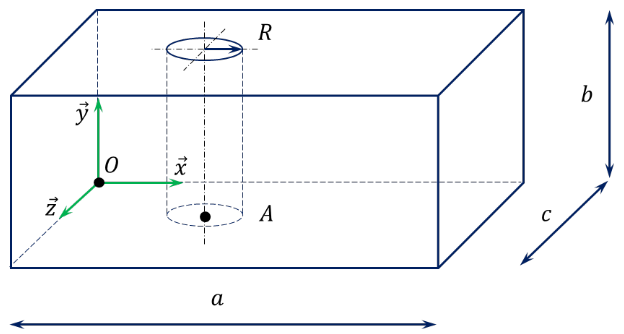
Exercice 127 – Parallélépipède percé⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B=m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C=m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA} = \dfrac{a}{3}\overrightarrow{x} + \dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

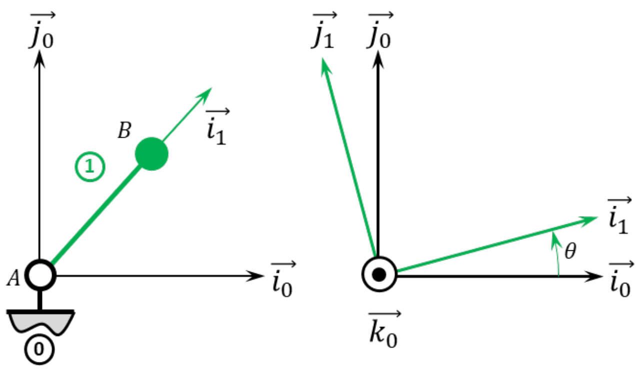
Corrigé voir 2.

Exercice 126 – Mouvement R ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_B(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & B_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$.



Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A (en utilisant une autre méthode que dans la question précédente).*

Masse ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 5 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

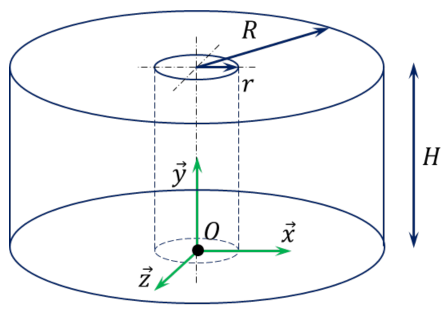
Corrigé voir 2.

Exercice 125 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G, \overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$ avec $A = m\left(\dfrac{R^2}{4} + \dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C = m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA} = -\dfrac{R}{2}\overrightarrow{x}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Corrigé voir 2.

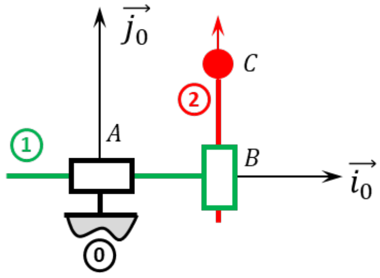
Exercice 124 – Mouvement TT – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer les torseurs cinétiques* $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ *et* $\{\mathscr{C}(2/0)\}$.

Question 2 *Exprimer les torseurs dynamiques* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *et* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en B.*

Question 3 *En déduire* $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$ *en B.*

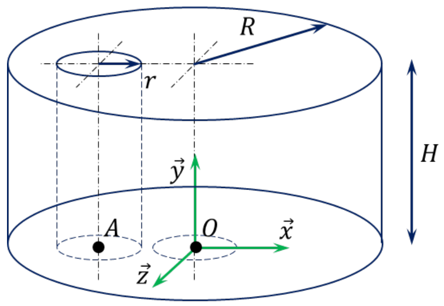
Corrigé voir 2.

Exercice 123 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & A & 0\\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Corrigé voir 2.

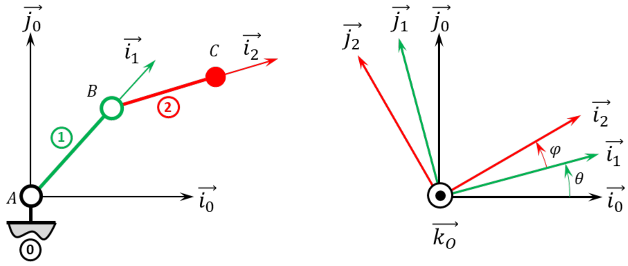
Exercice 122 – Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R=20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC}=L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L=15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1}=\dfrac{1}{2}R\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2}=\dfrac{1}{2}L\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en A.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en B.*

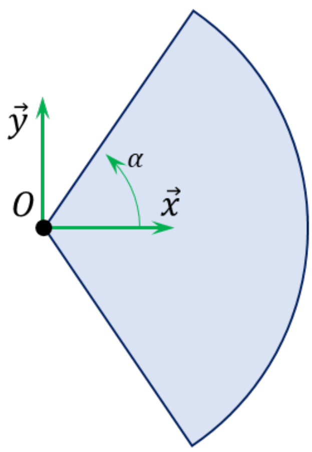
Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Corrigé voir 2.

Exercice 121 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Corrigé voir 2.

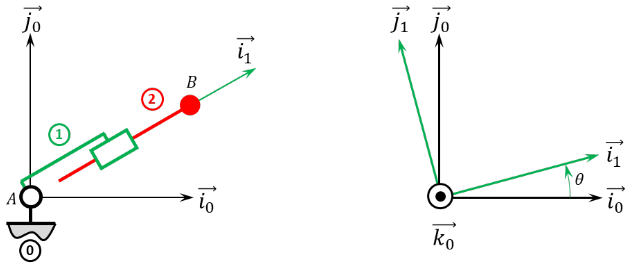
Exercice 120 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1}=L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2=B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A.*

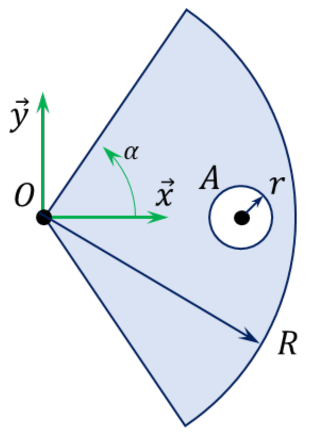
Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir 2.

Exercice 119 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ. Il est percé d'un trou de rayon r tel que $\overrightarrow{OA}=\dfrac{3}{4}R\overrightarrow{x}$.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Corrigé voir 2.

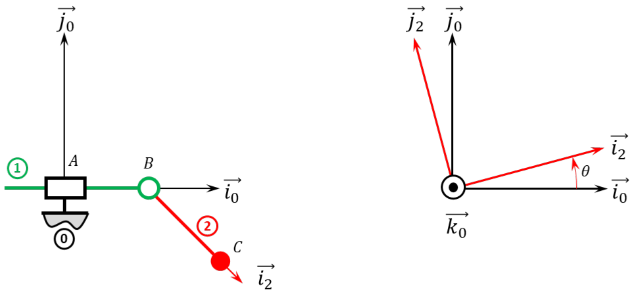
Exercice 118 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=R\overrightarrow{i_2}$ avec $R=30$ mm. De plus :

- $G_1=B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2=C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$*

Indications :

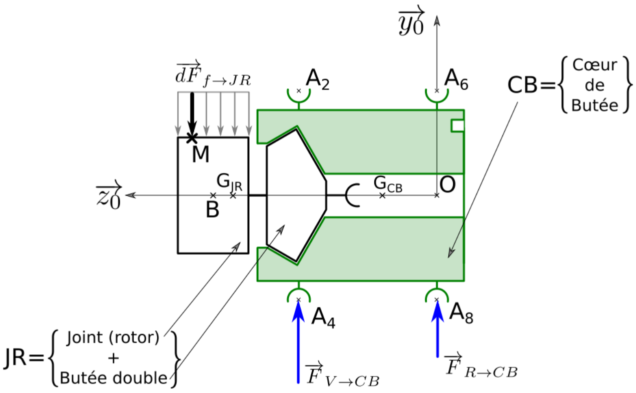
1. $\{\mathscr{D}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)\end{array}\right\}_B$.
2. $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}=m_1\ddot{\lambda}(t)+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)-R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t)+\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Corrigé voir 2.

Exercice 117 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S=\{JR+CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypohèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Question 1 *Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de $\overrightarrow{OG}$ selon $\overrightarrow{z_0}$. Faire l'application numérique.*

Question 2 *Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à $\left(O, \overrightarrow{z_0}\right)$, simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.*

Corrigé voir 2.

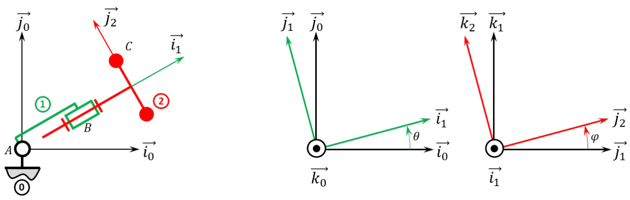
Exercice 116 – Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B.*

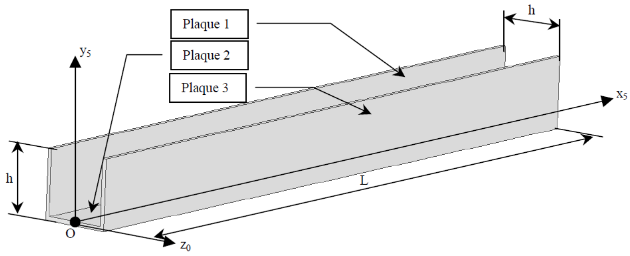
Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir 2.

Exercice 115 – EPAS ★

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Dans une première approche, on modélise le parc échelle d'un camion de pompier par un assemblage de trois plaques rectangulaires homogènes d'épaisseur négligeable, de longueur L et de largeur h. Chaque plaque a une masse notée m.



Question 1 *Montrez que le vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du centre de gravité G du parc échelle est tel que $\overrightarrow{OG} = \dfrac{L}{2}\overrightarrow{x_5} + \dfrac{h}{3}\overrightarrow{y_5}$.*

Corrigé voir 2.

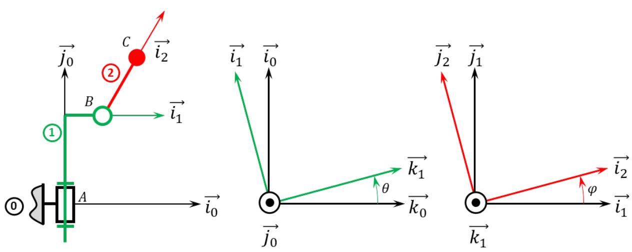
Exercice 114 – Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\,\overrightarrow{j_1} + R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\,\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

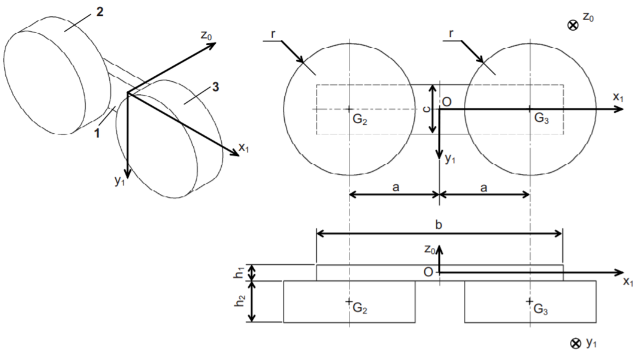
Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{j_0}$*

Corrigé voir 2.

Exercice 113 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Les galets **2** et **3** sont de masses identiques m_2 et de centres d'inertie respectifs G_2 et G_3. Le balancier **1** est de masse m_1 et de centre d'inertie O (la tige de G_3H étant de masse négligeable). Les solides **1**, **2** et **3** sont supposés homogènes.



Question 1 *Donner la forme de la matrice d'inertie du solide* ***1*** *au point* ***O*** *dans la base* $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)$.

Question 2 *Exprimer littéralement le moment d'inertie C_1 du solide 1 par rapport à l'axe $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$, en fonction de la masse m_1 et de ses dimensions.*

Question 3 *Donner la forme de la matrice d'inertie du solide 2 au point G_2 dans la base* $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)$.

Question 4 *Exprimer littéralement le moment d'inertie C_2' du solide 2 par rapport à l'axe $\left(G_2,\overrightarrow{z_0}\right)$, en fonction de la masse m_2 et de ses dimensions.*

Question 5 *Exprimer littéralement le moment d'inertie C_2 du solide 2 par rapport à l'axe $\left(G_2,\overrightarrow{z_0}\right)$, en fonction de la masse m_2 et de ses dimensions.*

1. $I_O(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)}$.
2. $C_1=\dfrac{m_1}{12}\left(b^2+c^2\right)$.
3. $I_{G_2}(1)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)}$.
4. $C_2'=m_2\dfrac{r^2}{2}$.
5. $C_2=m_2\left(\dfrac{r^2}{2}+a^2\right)$.

Corrigé voir 2.

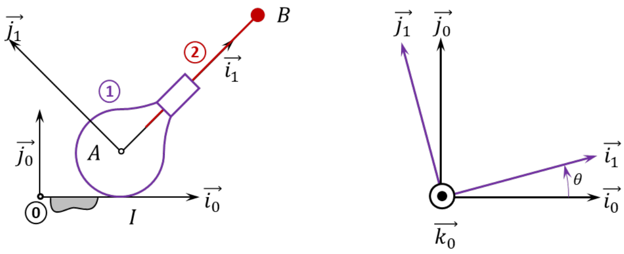
Exercice 112 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R=15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=-\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2=B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Corrigé voir 2.

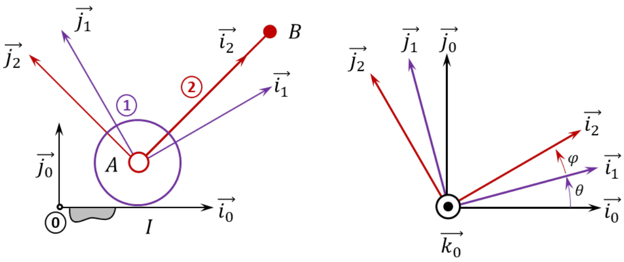
Exercice 111 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA}=R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R=15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=-\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2=B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$

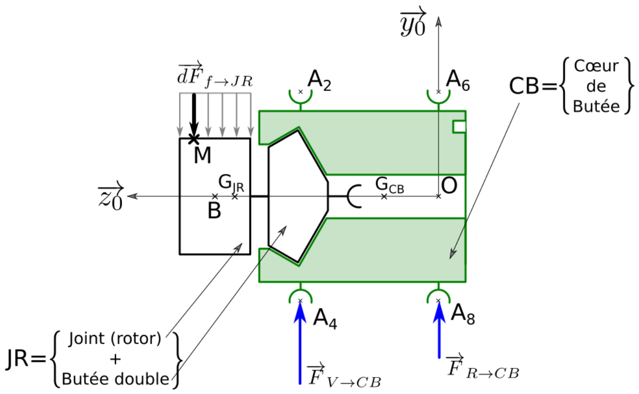
Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Corrigé voir 2.

Exercice 110 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S=\{JR+CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM}=z\overrightarrow{z_0}+R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J=175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J=150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB}=z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B=425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB}=40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}}=L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB}=193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR}=100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}}=L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR}=390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR)=\begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR}\\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR}\\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR}\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR}=\left(\overrightarrow{x_{JR}},\overrightarrow{y_{JR}},\overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4}=z_4\overrightarrow{z_0}-R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8}=-R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4=280\,\text{mm}$ et $R_{CB}=150\,\text{mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $\left(y_0,\overrightarrow{z_0}\right)$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $\left(O;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$) : $\{\mathscr{V}(JR/CB)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(JR/CB)}=\Omega\overrightarrow{z_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathscr{V}(CB/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ v(t)\overrightarrow{y_0}\end{array}\right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t)=y_4(t)=y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble S= { JR + CB} afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

Question 2 *Exprimer $v(t)$ en fonction de $y(t)$.*

Question 3 *Déterminer l'expression en G_{CB} du torseur dynamique de CB par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 4 *Déterminer l'expression en G_{JR} du torseur dynamique de JR par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

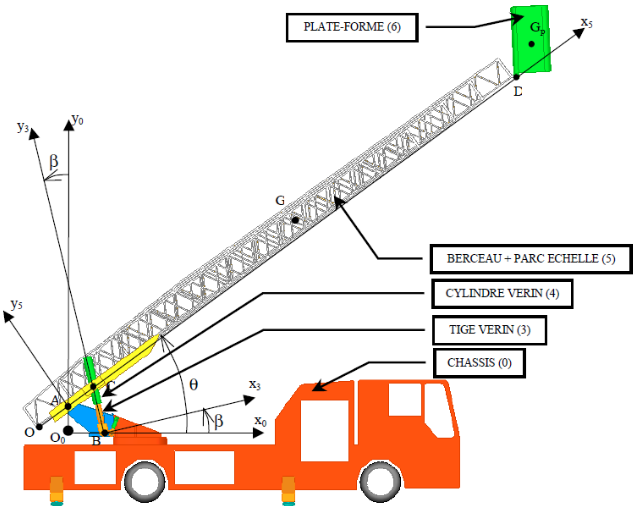
Question 5 *Exprimer alors en G le torseur dynamique de l'ensemble S par rapport à 0 en fonction de $\dot{v}(t)$, M_{CB} et M_{JR}.*

Corrigé voir 2.

Exercice 109 – EPAS ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à l'échelle pivotante équipant un camion de pompier.



Les deux vérins doivent être capables de déplacer l'ensemble du parc échelle et la plate-forme chargée.

Le parc échelle (5) : on notera la matrice d'inertie du parc échelle au point G (son centre de gravité) dans la base $\left(\overrightarrow{x_5},\overrightarrow{y_5},\overrightarrow{z_0}\right)$: $I_G(5)=\begin{pmatrix} I_{Gx} & 0 & 0\\ 0 & I_{Gy} & 0\\ 0 & 0 & I_{Gz}\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_5},\overrightarrow{y_5},\overrightarrow{z_0}\right)}$. Le parc échelle a une masse notée $3m$ et une longueur notée L. Son centre de gravité G est tel que $\overrightarrow{OG}=\dfrac{L}{2}\overrightarrow{x_5}+\dfrac{h}{3}\overrightarrow{y_5}$. Le parc échelle est solidaire du berceau avec $\overrightarrow{OA}=d\overrightarrow{x_5}$

La plate forme chargée (6) : pendant le redressement ou l'abaissement, la plate-forme reste toujours horizontale. Sa masse une fois chargée sera notée M et son centre de gravité est le point G_P tel que : $\overrightarrow{DG_P}=\lambda\overrightarrow{x_0}+\mu\overrightarrow{y_0}$. On notera la matrice d'inertie de la plate forme chargée au point G_P (son centre de gravité) dans la base $\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$:

$$I_{G_P}(6)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & B & 0\\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)}.$$

Modéliser

Le berceau (5) : sa masse sera négligée devant les autres masses. Il est incliné par rapport à l'horizontal d'un angle θ fonction du temps.

Les vérins (3+4) : leurs masses seront négligées devant les autres masses. Ils devront exercer un effort, modélisé par un glisseur de résultante $\overrightarrow{R} = R\overrightarrow{y_3}$, permettant le déplacement θ.

Question 1 *Déterminer l'expression littérale du moment dynamique en A de l'ensemble {parc échelle + berceau}* ***(5)*** *par rapport au châssis* ***(0)*** *:* $\overrightarrow{\delta(A,5/0)}$.

Question 2 *Déterminer l'expression littérale du moment dynamique en A de la plate-forme* ***(6)*** *par rapport au châssis* ***(0)*** *:* $\overrightarrow{\delta(A,6/0)}$.

Question 3 *Déterminer l'expression littérale de l'effort R que devra fournir l'ensemble des deux vérins sur le berceau, en fonction des masses, des paramètres géométriques et de l'angle θ et de ses dérivées. Indiquer clairement les sous-ensembles isolés, les actions mécaniques prises en compte et les théorèmes utilisés.*

Corrigé voir 2.

Exercice 129 – Parallélépipède★

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Exercice 128 – Mouvement T – ★

C2-08
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Exercice 127 – Parallélépipède percé★

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Exercice 126 – Mouvement R ★

C2-08
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A (en utilisant une autre méthode que dans la question précédente).*

Masse ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 5 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Exercice 125 – Cylindre percé ★

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Exercice 124 – Mouvement TT – ★

C2-08
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer les torseurs cinétiques $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ et $\{\mathscr{C}(2/0)\}$.*

Question 2 *Exprimer les torseurs dynamiques $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ et $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 3 *En déduire* $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$ *en* B.

Exercice 123 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie* G *du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en* G *puis en* O.

Exercice 122 – Mouvement RR ⋆

C2-08
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* A.

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 3 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Exercice 121 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie* G *du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en* O.

Exercice 120 – Mouvement RT ⋆

C2-08
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* A.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Exercice 119 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie* G *du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en* O.

Exercice 118 – Mouvement RT ⋆

C2-08
C2-09

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Expression de la résultante dynamique $\overrightarrow{R_d(2/0)}=m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)}=m_2\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0}+\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Méthode 1 : Calcul en $G_2=C$ puis déplacement du torseur dynamique

- Calcul du moment cinétique en G_2 : $G_2=C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}=I_C(2)\dot{\theta}\overrightarrow{k_0}=C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en G_2 : $G_2=C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en B : $\overrightarrow{\delta(B,2/0)}=\overrightarrow{\delta(C,2/0)}+\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)}=C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\overrightarrow{i_2}\wedge\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$ $=C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$.

Au final, on a donc $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}+R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right) \end{array} \right\}_B$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$*

On a $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)}+\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$. On projette alors sur $\overrightarrow{i_0}$, $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t)+m_2\left(\ddot{\lambda}(t)-R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t)+\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 117 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Données et hypohèses

- On note $\overrightarrow{BM}=z\overrightarrow{z_0}+R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J=175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J=150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB}=z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B=425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB}=40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}}=L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB}=193\,\text{mm}$;
- L'ensemble $JR=$ {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR}=100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}}=L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR}=390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR)=\begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR}\end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR}=\left(\overrightarrow{x_{JR}},\overrightarrow{y_{JR}},\overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4}=z_4\overrightarrow{z_0}-R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8}=-R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4=280\,\text{mm}$ et $R_{CB}=150\,\text{mm}$.

Question 1 *Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de $\overrightarrow{OG}$ selon $\overrightarrow{z_0}$. Faire l'application numérique.*

Question 2 *Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$, simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.*

Exercice 116 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B.*

Calcul de $\overrightarrow{V(B,1/0)}$: $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{AB}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{AB}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}R\overrightarrow{i_1}}{\mathrm{d}t}=R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

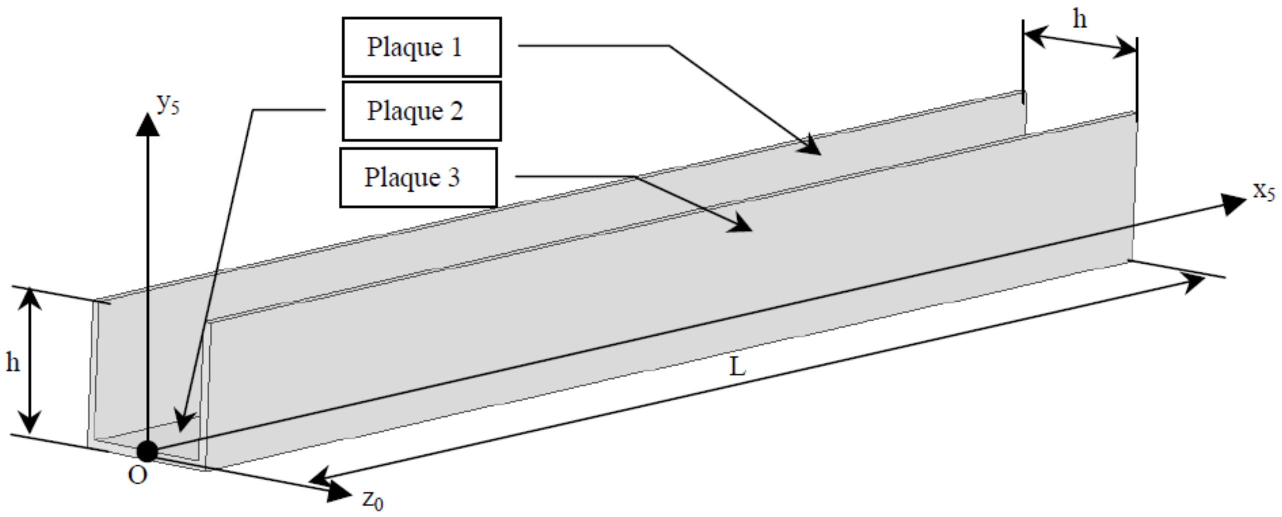
Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$: $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{AB}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{AB}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}R\overrightarrow{i_1}}{\mathrm{d}t}=R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Exercice 115 – EPAS ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Dans une première approche, on modélise le parc échelle d'un camion de pompier par un assemblage de trois plaques rectangulaires homogènes d'épaisseur négligeable, de longueur L et de largeur h. Chaque plaque a une masse notée m.



Question 1 *Montrez que le vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du centre de gravité G du parc échelle est tel que* $\overrightarrow{OG}=\dfrac{L}{2}\overrightarrow{x_5}+\dfrac{h}{3}\overrightarrow{y_5}$.

Exercice 114 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{j_0}$

Exercice 113 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner la forme de la matrice d'inertie du solide **1** au point **O** dans la base* $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)$.

Question 2 *Exprimer littéralement le moment d'inertie* C_1 *du solide 1 par rapport à l'axe* $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$*, en fonction de la masse* m_1 *et de ses dimensions.*

Question 3 *Donner la forme de la matrice d'inertie du solide 2 au point* G_2 *dans la base* $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)$.

Question 4 *Exprimer littéralement le moment d'inertie* C_2' *du solide 2 par rapport à l'axe* $\left(G_2,\overrightarrow{z_0}\right)$*, en fonction de la masse* m_2 *et de ses dimensions.*

Question 5 *Exprimer littéralement le moment d'inertie* C_2 *du solide 2 par rapport à l'axe* $\left(G_2,\overrightarrow{z_0}\right)$*, en fonction de la masse* m_2 *et de ses dimensions.*

Exercice 112 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-08
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Exercice 111 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-08
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Exercice 110 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Question 2 *Exprimer* $v(t)$ *en fonction de* $y(t)$.

Question 3 *Déterminer l'expression en* G_{CB} *du torseur dynamique de CB par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 4 *Déterminer l'expression en* G_{JR} *du torseur dynamique de JR par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 5 *Exprimer alors en* G *le torseur dynamique de l'ensemble* S *par rapport à 0 en fonction de* $\dot{v}(t)$, M_{CB} *et* M_{JR}.

Exercice 109 – EPAS ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer l'expression littérale du moment dynamique en* A *de l'ensemble {parc échelle + berceau}* ***(5)*** *par rapport au châssis* ***(0)*** *:* $\overrightarrow{\delta(A,5/0)}$.

Question 2 *Déterminer l'expression littérale du moment dynamique en* A *de la plate-forme* ***(6)*** *par rapport au châssis* ***(0)*** *:* $\overrightarrow{\delta(A,6/0)}$.

Question 3 *Déterminer l'expression littérale de l'effort* R *que devra fournir l'ensemble des deux vérins sur le berceau, en fonction des masses, des paramètres géométriques et de l'angle* θ *et de ses dérivées. Indiquer clairement les sous-ensembles isolés, les actions mécaniques prises en compte et les théorèmes utilisés.*

- $\overrightarrow{\delta(A,5/0)}=\left[I_{Gz}+3m\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)^2+\frac{h^2}{9}\right]\right]\ddot{\theta}\overrightarrow{z_0}$.
- $\overrightarrow{\delta(A,6/0)}=M\left[H\ddot{\theta}\left(H+\lambda\cos\theta+\mu\sin\theta\right)+H\dot{\theta}^2\left(-\lambda\sin\theta+\mu\cos\theta\right)\right]\overrightarrow{z_0}$.
- $R=\dfrac{\left[I_{Gz}+3m\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)^2+\frac{h^2}{9}\right]\right]\ddot{\theta}+M\left[H\ddot{\theta}\left(H+\lambda\cos\theta+\mu\sin\theta\right)+H\dot{\theta}^2\left(-\lambda\sin\theta+\mu\cos\theta\right)\right]+3mg\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)\cos\theta+\frac{h}{3}\sin\theta\right]+Mg\left[H\cos\theta+\lambda\right]}{c\cos\left(\theta-\beta\right)}$.

Modéliser