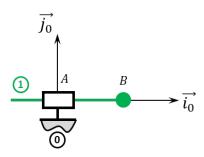


# Exercice 1 - Mouvement T \*

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1. On note G le centre d'inertie de 1 tel que  $\overrightarrow{BG} = \ell \overrightarrow{j_1} \ (\overrightarrow{j_1} = \overrightarrow{j_0})$ . La pesanteur est telle que  $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{i_0}$ . Un vérin pneumatique positionné entre 1 et 0 permet de maintenir 1 en équilibre.



On donne 
$$\{\mathscr{F}(\text{pes} \to 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g \overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_G \in \{\mathscr{F}(\text{ver} \to 1)\} = \left\{\begin{array}{c} F_v \overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_A.$$

**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

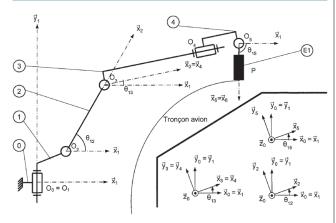
On isole 1 et on applique le théorème de la résultante statique en projection suivant  $\overrightarrow{i_0}$ . Question 2 Exprimer l'équation d'équilibre de la pièce 1.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des inconnues de liaison.

Corrigé voir 11.

# Exercice 2 – Robot avion \*\* C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

**Objectif** L'objectif est de déterminer le couple articulaire  $C_{12}$  à appliquer sur le bras 2 afin de garantir l'effort de perçage et l'effort presseur.



### Hypothèses:

- l'étude est réalisée pour une demi couture orbitale (couture supérieure);
- le repère  $\mathcal{R}_0\left(O_0; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$  sera supposé galiléen;

- $\overrightarrow{y_0}$  est l'axe vertical ascendant et  $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{y_0}$  avec  $g = 9.81 \,\mathrm{m \, s^{-2}}$ ;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites.

### Repérage et paramétrage

Le repère associé à l'embase fixe (0) est le repère  $\mathcal{R}_0(O_0; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}), \overrightarrow{y_0}$  étant l'axe vertical ascendant.

L'embase de rotation (1), en liaison pivot d'axe  $(O_1, \overrightarrow{y_1})$ , par rapport au bâti (0), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_1$   $(O_1; \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$  tel que  $O_0 = O_1$ ,  $\overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{x_1}$ ,  $\overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{y_1}$ ,  $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_1}$ .

Le bras (2), en liaison pivot d'axe  $(O_2, \overrightarrow{z_2})$  par rapport à l'embase de rotation (1), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_2\left(O_2; \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$  tel que  $\overrightarrow{O_1O_2} = L_1\overrightarrow{x_1} + L_2\overrightarrow{y_1}$ ,  $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_2}$  et  $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}) = \theta_{12}$ .

Le bras (3), en liaison pivot d'axe  $(O_3, \overrightarrow{z_3})$  par rapport au bras (2), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_3(O_3; \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$  tel que  $\overrightarrow{O_2O_3} = L_3\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_3}$  et  $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_3}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_3}) = \theta_{13}$ .

Le bras (4), en liaison pivot d'axe  $(O_4, \overrightarrow{x_4})$  par rapport au bras (3), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_4(O_4; \overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4})$  tel que  $\overrightarrow{O_3O_4} = L_4\overrightarrow{x_3} + l_5\overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{x_3} = \overrightarrow{x_4}$  et  $(\overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{y_4}) = (\overrightarrow{z_3}, \overrightarrow{z_4}) = \theta_{34}$ .

L'ensemble (E1) composé du bras (5), du poignet et de l'outil, en liaison pivot d'axe  $(O_5, \overline{z_5})$  par rapport au bras (4), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_5(O_5; \overline{x_5}, \overline{y_5}, \overline{z_5})$  tel que  $\overrightarrow{O_4O_5} = L_5 \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_5}$  et  $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_5}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_5}) = \theta_{15}$ .

que  $\overrightarrow{O_4O_5} = L_5\overrightarrow{x_3}$ ,  $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_5}$  et  $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_5}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_5}) = \theta_{15}$ . La masse du bras (2) est notée  $M_2$  et la position du centre de gravité est définie par  $\overrightarrow{O_2O_2} = \frac{1}{2}L_3\overrightarrow{x_2}$ .

La masse du bras (3) et du bras (4) est notée  $M_{34}$  et la position du centre de gravité est définie par  $O_3G_3 = \frac{1}{3}L_4\overrightarrow{x_3} + L_5\overrightarrow{y_3}$ .

La masse de l'ensemble (E1) est notée  $M_{E1}$  et la position du centre de gravité est définie par  $\overrightarrow{O_5G_5} = L_7\overrightarrow{x_5}$ .

L'extrémité de l'outil est définie par le point P définie par  $\overrightarrow{O_5P}=L_8\overrightarrow{x_5}$ .

Le torseur d'action mécanique lié au perçage sera

noté : 
$$\{\mathcal{T}(\text{Tronçon (perçage}) \to E_1)\} = \left\{ \begin{array}{cc} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}$$

Un effort presseur est de plus nécessaire pour le perçage optimal des deux tronçons. Le torseur d'action mécanique associé sera noté :  $\{\mathcal{T}(\text{Tronçon (presseur)} \rightarrow E_1)\}$ 

$$\left\{ egin{array}{ccc} -P & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \end{array} 
ight\}_{P,\mathscr{R}_5}.$$

1

Le torseur couple modélisant l'action du moteur sur la pièce  $\mathbf{1}$  sur  $\mathbf{2}: \{\mathcal{T}(1_m \to 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_{12} \overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_{\forall P}.$ 

La rotation entre les solides (0) et (1) est supposée bloquée dans la suite du sujet.

**Question** 1 Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons et les actions mécaniques extérieures.



**Question 2** Quel est l'ensemble  $\Sigma$  à isoler afin de déterminer le couple  $C_{12}$ .

**Question 3** Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à  $\Sigma$  et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.

**Question 4** *Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple*  $C_{12}$  ?

La configuration correspondant à la position extrême supérieure de la couture orbitale correspond aux angles suivants :  $\theta_{12} = 60^\circ$ ,  $\theta_{13} = -4^\circ$ ,  $\theta_{15} = -90^\circ$ .

Dans la suite de l'étude, l'angle  $\theta_{13}$  sera considéré nul.

**Question** 5 Déterminer l'équation littérale du couple  $C_{12}$  en fonction de g, F, P,  $M_2$ ,  $M_{34}$ ,  $M_{E1}$ ,  $L_3$ ,  $L_4$ ,  $L_5$ ,  $L_6$ ,  $L_7$ ,  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{15}$ .

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2 = 264 \,\mathrm{kg}, \, M_{234} = 430 \,\mathrm{kg}, \, M_{\mathrm{E1}} = 2150 \,\mathrm{kg}, \, P = 150 \,\mathrm{N};$
- $L_1 = 0,405 \,\text{m}$ ,  $L_2 = 0,433 \,\text{m}$ ,  $L_3 = 1,075 \,\text{m}$ ,  $L_4 = 1,762 \,\text{m}$ ,  $L_5 = 0,165 \,\text{m}$ ,  $L_6 = 0,250 \,\text{m}$ ,  $L_7 = 0,550 \,\text{m}$ ,  $L_8 = 0,750 \,\text{m}$ .

**Question** 6 Déterminer alors la valeur du couple  $C_{12}$ .

La valeur limite supérieure du couple  $C_{12}$  est fixée par le constructeur à 9000 Nm.

**Question 7** Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position? Justifier la réponse.

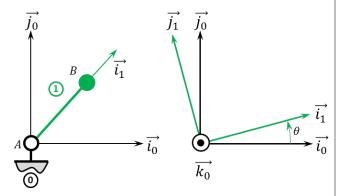
Corrigé voir 12.



# Exercice 3 - Mouvement R \*

### C2-07

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{i_1}$  avec R = 20 mm. La liaison pivot est motorisée par un moteur dont l'action mécanique sur 1 est donnée par  $\overrightarrow{C_m} = C_m \overrightarrow{k_0}$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1 et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que  $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{j_0}$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

On donne 
$$\{\mathscr{F}(\operatorname{pes} \to 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_B$$
 et  $\mathscr{F}(\operatorname{Mot} \to 1)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array}\right\}_A$ .

On isole 1 et on réalise un théorème du moment statique en A en projection sur  $\overline{k_0}$ .

**Question 2** Donner l'équation d'équilibre de la pièce 1.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des inconnues de liaisons.

Corrigé voir 13.

3

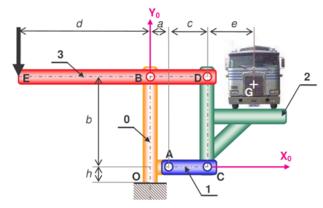
### Exercice 4 - Pèse camion \*

### C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère un bâti  $\mathbf{0}$  auquel est attaché le repère  $\Re = (O; \overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{y_0}; \overrightarrow{z_0})$ . Le champ de pesanteur est  $g = -g \overrightarrow{y_0}$ . La barre  $\mathbf{1}$  est liée au bâti  $\mathbf{0}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $(A, \overrightarrow{z_0})$ . Le plateau porte camion  $\mathbf{2}$  est lié à la barre  $\mathbf{1}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $(C, \overrightarrow{z_0})$ . Le levier  $\mathbf{3}$  est lié au bâti  $\mathbf{0}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $(B, \overrightarrow{z_0})$ . Ce levier est également lié au plateau  $\mathbf{2}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $(D, \overrightarrow{z_0})$ . Le camion  $\mathbf{4}$ , de centre de masse G et de masse G inconnue, repose sur le plateau  $\mathbf{2}$ . L'action mécanique connue est caractérisée par :

$$\{\text{ext} \to 3\} = \left\{ \begin{array}{c} -F\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_F.$$

Xavier Pessoles



**Question** 1 Tracer le graphe des liaisons en indiquant les actions mécaniques.

**Question 2** Appliquer le PFS au solide 1.

**Question 3** Appliquer le PFS au solide 2.

**Question 4** Appliquer le PFS au solide 3.

**Question 5** Déterminer les actions mécaniques dans chacune des liaisons.

Corrigé voir 14.



# Exercice 5 – Détermination des efforts dans une structure étayée $\star\star$

C2-07

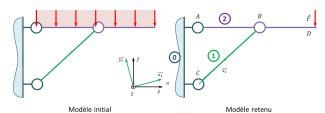
Lors de la démolition d'une partie de la gare de Lyon Part-Dieu (en 2018), des étais ont du être posés afin de soutenir la structure supérieure.





Dans le but de dimensionner les étais, il est nécessaire de déterminer les actions mécanique dans chacune des liaisons.

Pour cela, on utilise la modélisation suivante.



On a 
$$\overrightarrow{AB} = a \overrightarrow{x}$$
,  $\overrightarrow{BD} = b \overrightarrow{x}$  et  $\overrightarrow{CB} = L\overrightarrow{x_1}$ .

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse du système (graphe des liaisons et actions extérieures).

**Question 2** Proposer une stratégie permettant de déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.

**Question 3** Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons en fonction de F.

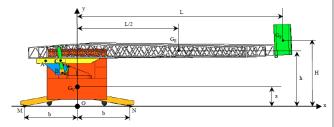
Corrigé voir 15.

## Exercice 6 - Système EPAS \*\*

### C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Le véhicule porteur de l'E.P.A.S. doit être équipé de stabilisateurs. Une fois en place, les stabilisateurs le soulèvent, afin qu'il ne repose plus sur les roues (les roues touchent le sol mais ne supportent aucun poids) : le mouvement des suspensions du véhicule mettrait en danger sa stabilité.

L'objet de cette partie est de déterminer la longueur de déploiement maximale que le système de sécurité pourra autoriser.



Le véhicule est dans la configuration de la figure précédente :

- parc échelle horizontale;
- stabilisateurs sortis au maximum;
- charge maximale dans la plate-forme.

Le problème sera traité en statique plane dans le plan  $(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y})$  de la figure précédente.

Les efforts pris en compte sont :

- les actions de pesanteur sur chaque élément :
  - véhicule et charge utile, centre d'inertie  $G_V$ , masse  $m_V$ ,  $\overrightarrow{OG_V} = a \overrightarrow{y}$ ,
  - parc échelle, centre d'inertie  $G_E$ , masse  $m_E$ ,  $\overrightarrow{OG_E} = \frac{L}{2} \overrightarrow{x} + h \overrightarrow{y},$
  - plate-forme et charge utile, centre d'inertie  $G_P$ , masse  $m_P$ ,  $\overrightarrow{OG_P} = L\overrightarrow{x} + H\overrightarrow{y}$ ;
- les actions de contact de la route sur les stabilisateurs.

Ces actions sont modélisées par des glisseurs passant l'un par M, tel que  $\overrightarrow{OM} = -b \overrightarrow{x}$  et l'autre par N tel que  $\overrightarrow{ON} = b \overrightarrow{x}$ . Les résultantes de ces glisseurs seront notées respectivement :  $\overrightarrow{R}_M = X_M \overrightarrow{x} + Y_M \overrightarrow{y}$  et  $\overrightarrow{R}_N = X_N \overrightarrow{x} + Y_N \overrightarrow{y}$ .

**Question 1** Exprimer la condition de non basculement de l'ensemble.

**Question 2** Calculer la longueur  $L_{max}$  de déploiement au-delà de laquelle il y aura basculement.

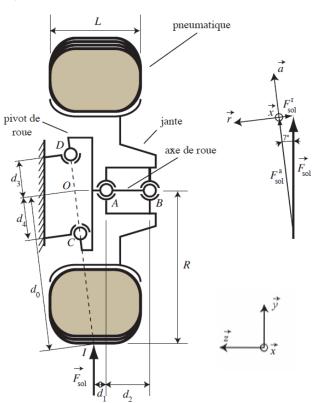
Corrigé voir 16.



# Exercice 7 - Suspension automobile \*\*

## C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes :  $F_C^a$  (respectivement  $F_C^r$ ,  $F_C^x$ ) désignera la composante suivant  $\overrightarrow{a}$  (respectivement  $\overrightarrow{r}$ ,  $\overrightarrow{x}$ ) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.



**Question** 1 Réaliser le graphe des liaisons en faisant apparaître les actions mécaniques. Exprimer les torseurs des actions mécaniques de chacune des liaisons.

**Question 2** En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au point C, en projection sur les axes de la base  $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{r}, \overrightarrow{x})$  en fonction des composantes  $F_{sol}^a$  et  $F_{sol}^r$  et des dimensions  $d_0$ ,  $d_3$  et  $d_4$ .

Question 3 Résoudre littéralement le système.

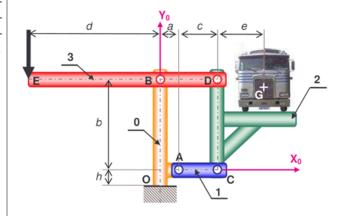
Corrigé voir 17.

### Exercice 8 - Pèse camion \*\*

### C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère un bâti  $\mathbf{0}$  auquel est attaché le repère  $\Re = \left(O; \overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{y_0}; \overrightarrow{z_0}\right)$ . Le champ de pesanteur est  $g = -g \overrightarrow{y_0}$ . La barre  $\mathbf{1}$  est liée au bâti  $\mathbf{0}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $\left(A, \overrightarrow{z_0}\right)$ . Le plateau porte camion  $\mathbf{2}$  est lié à la barre  $\mathbf{1}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $\left(C, \overrightarrow{z_0}\right)$ . Le levier  $\mathbf{3}$  est lié au bâti  $\mathbf{0}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $\left(B, \overrightarrow{z_0}\right)$ . Ce levier est également lié au plateau  $\mathbf{2}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $\left(D, \overrightarrow{z_0}\right)$ . Le camion  $\mathbf{4}$ , de centre de masse G et de masse M inconnue, repose sur le pla-

teau **2**. L'action mécanique connue est caractérisée par :  $\{\text{ext} \rightarrow 3\} = \begin{cases} -F\overrightarrow{y_0} \\ \end{cases}$ 



**Question 1** Déterminer la relation entre F et M. Que dire de la position du camion sur la plate-forme?

**Question 2** Déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons.

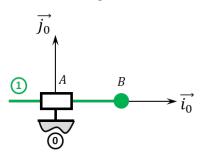
Corrigé voir 18.



# Exercice 9 - Mouvement T \*

### C2-07

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \overrightarrow{i_0}$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1. On note G le centre d'inertie de 1 tel que  $\overrightarrow{BG} = \ell \overrightarrow{j_1} (\overrightarrow{j_1} = \overrightarrow{j_0})$ . La pesanteur est telle que  $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{i_0}$ . Un vérin pneumatique positionné entre 1 et 0 permet de maintenir 1 en équilibre.



On donne 
$$\{\mathscr{F}(\text{pes} \to 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g \overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_G = \{\mathscr{F}(\text{ver} \to 1)\} = \left\{\begin{array}{c} F_v \overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_A.$$

**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

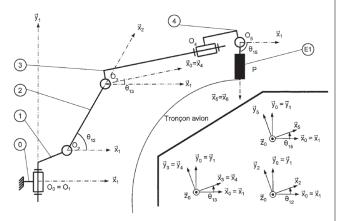
On isole 1 et on applique le théorème de la résultante statique en projection suivant  $\overrightarrow{i_0}$ . Question 2 Exprimer l'équation d'équilibre de la pièce 1.

**Question 3** Déterminer l'ensemble des inconnues de liaison.

Corrigé voir 11.

# Exercice 10 – Robot avion \*\* C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

**Objectif** L'objectif est de déterminer le couple articulaire  $C_{12}$  à appliquer sur le bras 2 afin de garantir l'effort de perçage et l'effort presseur.



### Hypothèses:

- l'étude est réalisée pour une demi couture orbitale (couture supérieure);
- le repère  $\mathcal{R}_0\left(O_0; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$  sera supposé galiléen;

- $\overrightarrow{y_0}$  est l'axe vertical ascendant et  $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{y_0}$  avec  $g = 9.81 \,\mathrm{m \, s^{-2}}$ ;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites.

#### Repérage et paramétrage

Le repère associé à l'embase fixe (0) est le repère  $\mathcal{R}_0\left(O_0; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ ,  $\overrightarrow{y_0}$  étant l'axe vertical ascendant.

L'embase de rotation (1), en liaison pivot d'axe  $(O_1, \overrightarrow{y_1})$ , par rapport au bâti (0), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_1$   $(O_1; \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$  tel que  $O_0 = O_1$ ,  $\overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{x_1}$ ,  $\overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{y_1}$ ,  $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_1}$ .

Le bras (2), en liaison pivot d'axe  $(O_2, \overrightarrow{z_2})$  par rapport à l'embase de rotation (1), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_2\left(O_2; \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$  tel que  $\overrightarrow{O_1O_2} = L_1\overrightarrow{x_1} + L_2\overrightarrow{y_1}$ ,  $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_2}$  et  $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}) = \theta_{12}$ .

Le bras (3), en liaison pivot d'axe  $(O_3, \overrightarrow{z_3})$  par rapport au bras (2), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_3(O_3; \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$  tel que  $\overrightarrow{O_2O_3} = L_3\overrightarrow{x_2}$ ,  $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_3}$  et  $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_3}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_3}) = \theta_{13}$ .

Le bras (4), en liaison pivot d'axe  $(O_4, \overrightarrow{x_4})$  par rapport au bras (3), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_4(O_4; \overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4})$  tel que  $\overrightarrow{O_3O_4} = L_4\overrightarrow{x_3} + l_5\overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{x_3} = \overrightarrow{x_4}$  et  $(\overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{y_4}) = (\overrightarrow{z_3}, \overrightarrow{z_4}) = \theta_{34}$ .

L'ensemble (E1) composé du bras (5), du poignet et de l'outil, en liaison pivot d'axe  $(O_5, \overline{z_5})$  par rapport au bras (4), a pour repère associé le repère  $\mathcal{R}_5(O_5; \overline{x_5}, \overline{y_5}, \overline{z_5})$  tel que  $\overrightarrow{O_4O_5} = L_5 \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_5}$  et  $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_5}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_5}) = \theta_{15}$ .

que  $\overrightarrow{O_4O_5} = L_5\overrightarrow{x_3}$ ,  $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_5}$  et  $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_5}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_5}) = \theta_{15}$ . La masse du bras (2) est notée  $M_2$  et la position du centre de gravité est définie par  $\overrightarrow{O_2O_2} = \frac{1}{2}L_3\overrightarrow{x_2}$ .

La masse du bras (3) et du bras (4) est notée  $M_{34}$  et la position du centre de gravité est définie par  $O_3G_3 = \frac{1}{3}L_4\overrightarrow{x_3} + L_5\overrightarrow{y_3}$ .

La masse de l'ensemble (E1) est notée  $M_{E1}$  et la position du centre de gravité est définie par  $\overrightarrow{O_5G_5} = L_7\overrightarrow{x_5}$ .

L'extrémité de l'outil est définie par le point P définie par  $\overrightarrow{O_5P} = L_8\overrightarrow{x_5}$ .

Le torseur d'action mécanique lié au perçage sera

noté : 
$$\{\mathcal{T}(\text{Tronçon (perçage}) \to E_1)\} = \left\{ \begin{array}{cc} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}$$

Un effort presseur est de plus nécessaire pour le perçage optimal des deux tronçons. Le torseur d'action mécanique associé sera noté : $\{\mathcal{T}(\text{Tronçon (presseur)} \rightarrow E_1)\}$  =

$$\left\{ egin{array}{ccc} -P & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \end{array} 
ight\}_{P,\mathscr{R}_5}.$$

Le torseur couple modélisant l'action du moteur sur la pièce  $\mathbf{1}$  sur  $\mathbf{2}: \{\mathcal{T}(1_m \to 2)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_{12} \overrightarrow{z_0} \end{array}\right\}_{\forall P}.$ 

La rotation entre les solides (0) et (1) est supposée bloquée dans la suite du sujet.

**Question** 1 Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons et les actions mécaniques extérieures.



**Question 2** Quel est l'ensemble  $\Sigma$  à isoler afin de déterminer le couple  $C_{12}$ .

**Question 3** Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à  $\Sigma$  et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.

**Question 4** *Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple*  $C_{12}$  ?

La configuration correspondant à la position extrême supérieure de la couture orbitale correspond aux angles suivants :  $\theta_{12} = 60^\circ$ ,  $\theta_{13} = -4^\circ$ ,  $\theta_{15} = -90^\circ$ .

Dans la suite de l'étude, l'angle  $\theta_{13}$  sera considéré nul.

**Question** 5 Déterminer l'équation littérale du couple  $C_{12}$  en fonction de g, F, P,  $M_2$ ,  $M_{34}$ ,  $M_{E1}$ ,  $L_3$ ,  $L_4$ ,  $L_5$ ,  $L_6$ ,  $L_7$ ,  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{15}$ .

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2 = 264 \,\mathrm{kg}, \, M_{234} = 430 \,\mathrm{kg}, \, M_{\mathrm{E1}} = 2150 \,\mathrm{kg}, \, P = 150 \,\mathrm{N};$
- $L_1 = 0,405 \,\text{m}$ ,  $L_2 = 0,433 \,\text{m}$ ,  $L_3 = 1,075 \,\text{m}$ ,  $L_4 = 1,762 \,\text{m}$ ,  $L_5 = 0,165 \,\text{m}$ ,  $L_6 = 0,250 \,\text{m}$ ,  $L_7 = 0,550 \,\text{m}$ ,  $L_8 = 0,750 \,\text{m}$ .

**Question** 6 Déterminer alors la valeur du couple  $C_{12}$ .

La valeur limite supérieure du couple  $C_{12}$  est fixée par le constructeur à 9000 Nm.

**Question 7** Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position? Justifier la réponse.

Corrigé voir 12.



# Exercice 11 - Mouvement T \* C2-07

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Exprimer l'équation d'équilibre de la pièce 1.

- On isole 1.
- Bilan des actions mécaniques :

- pesanteur: 
$$\{\mathscr{F}(\text{pes} \to 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g \overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_G$$
; La valeur le constructé  $G$  vérin:  $\{\mathscr{F}(\text{ver} \to 1)\} = \left\{\begin{array}{c} F_v \overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_A$ ; Ques rantir les contifier la répoir  $G$  liason glissière:  $\{\mathscr{F}(0 \to 1)\} = \left\{\begin{array}{c} Y_{01} \overrightarrow{j_1} + Z_{01} \overrightarrow{j_1} \\ L_{01} \overrightarrow{i_1} + M_{01} \overrightarrow{j_1} + N_{01} \overrightarrow{j_1} \\ A \end{array}\right\}_A$ , appliquant le théorème de la résultante statique.

En appliquant le théorème de la résultante statique en projection suivant  $\overrightarrow{i_0}$ , on a  $-m_1g+F_\nu=0$ .

Question 3 Déterminer l'ensemble des inconnues

En 
$$A$$
, on a  $\{\mathscr{F}(\text{pes} \to 1)\}\ = \left\{\begin{array}{l} -m_1 g \ \overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{AG} \wedge -m_1 g \ \overrightarrow{i_1} \end{array}\right\}_A = \left\{\begin{array}{l} -m_1 g \ \overrightarrow{i_1} \\ \left(\lambda(t) \ \overrightarrow{i_0} + \ell \ \overrightarrow{j_1}\right) \wedge -m_1 g \ \overrightarrow{i_1} \end{array}\right\}_A = \left\{\begin{array}{l} -m_1 g \ \overrightarrow{i_1} \\ \ell m_1 g \ \overrightarrow{k_1} \end{array}\right\}_A \text{ En}$ 
appliquant le PFS à 1, on a le TRS : 
$$\left\{\begin{array}{l} 0 - m_1 g + F_v = 0 \\ Y_{01} = 0 \\ Z_{01} = 0 \end{array}\right\}$$

et le TMS en A : 
$$\left\{ \begin{array}{l} L_{01}=0 \\ M_{01}=0 \\ N_{01}+\ell \, m_1 g=0 \end{array} \right. .$$

### Exercice 12 - Robot avion \*\*

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe de structure de l'ensemble en précisant les liaisons et les actions mécaniques extérieures.

**Question 2** *Quel est l'ensemble*  $\Sigma$  à isoler afin de déterminer le couple  $C_{12}$ .

Question 3 Réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à  $\Sigma$  et écrire les éléments de réduction de chaque torseur d'actions mécaniques.

Question 4 Quel théorème doit-être appliqué et sur quel axe de projection, pour déterminer le couple  $C_{12}$ ?

La configuration correspondant à la position extrême supérieure de la couture orbitale correspond aux angles suivants:  $\theta_{12} = 60^{\circ}$ ,  $\theta_{13} = -4^{\circ}$ ,  $\theta_{15} = -90^{\circ}$ .

Dans la suite de l'étude, l'angle  $\theta_{13}$  sera considéré nul.

Question 5 Déterminer l'équation littérale du couple  $C_{12}$  en fonction de g, F, P,  $M_2$ ,  $M_{34}$ ,  $M_{E1}$ ,  $L_3$ ,  $L_4$ ,  $L_5$ ,  $L_6$ ,  $L_7$ ,  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{15}$ .

Les valeurs du robot considéré sont :

- $M_2 = 264 \,\mathrm{kg}$ ,  $M_{234} = 430 \,\mathrm{kg}$ ,  $M_{E1} = 2150 \,\mathrm{kg}$ , P =
- $L_1 = 0.405 \,\mathrm{m}$ ,  $L_2 = 0.433 \,\mathrm{m}$ ,  $L_3 = 1.075 \,\mathrm{m}$ ,  $L_4 =$ 1,762 m,  $L_5 = 0,165$  m,  $L_6 = 0,250$  m,  $L_7 = 0,550$  m,  $L_8 = 0.750 \,\mathrm{m}$ .

Question 6 Déterminer alors la valeur du couple  $C_{12}$ .

La valeur limite supérieure du couple  $C_{12}$  est fixée par le constructeur à 9000 Nm.

Question 7 Le choix du robot permettra-t-il de garantir les conditions d'assemblage dans cette position? Jus-

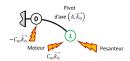
$$\left\{\begin{array}{c} \downarrow \\ \downarrow \end{array}\right\}_{A}$$



## Exercice 13 - Mouvement R \*

#### C2-07

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Donner l'équation d'équilibre de la pièce 1.

- On isole 1.
- Bilan des actions mécaniques :

ilan des actions mécaniques : 
$$- \{\mathscr{F}(0 \to 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{01} \overrightarrow{i_0} + Y_{01} \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_A;$$
 
$$- \{\mathscr{F}(\mathrm{Mot} \to 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_A;$$
 
$$- \{\mathscr{F}(\mathrm{pes} \to 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_A;$$
 
$$= \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B$$
 et 
$$\overrightarrow{\mathcal{M}}(A, \mathrm{pes} \to 1) = \overrightarrow{\mathcal{M}}(B, \mathrm{pes} \to 1) + \overrightarrow{AB} \land \\ -m_1 g \overrightarrow{j_0} = R \overrightarrow{i_1} \land -m_1 g \overrightarrow{j_0} = -R m_1 g \overrightarrow{k_0}.$$
 In réalise le théorème du moment statique en  $A$  en

• On réalise le théorème du moment statique en *A* en projection sur  $\overrightarrow{k_0}$ :  $C_m - Rm_1g = 0$ .

Question 3 Déterminer l'ensemble des inconnues de liaisons.

On réalise le TRS en projection sur  $\overrightarrow{i_0}$ :  $X_{01} = 0$ .

On réalise le TRS en projection sur  $\overrightarrow{j_0}$ :  $Y_{01} = m_1 g$ .

### Exercice 14 - Pèse camion \*

### C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons en indiquant les actions mécaniques.

**Question 2** Appliquer le PFS au solide 1.

**Question 3** Appliquer le PFS au solide 2.

**Question 4** Appliquer le PFS au solide 3.

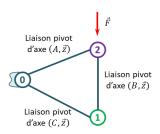
**Question** 5 Déterminer les actions mécaniques dans chacune des liaisons.



# Exercice 15 - Détermination des efforts dans une structure étayée \*\*

C2-07

**Question 1** Tracer le graphe d'analyse du système (graphe des liaisons et actions extérieures).



Question 2 Proposer une stratégie permettant de déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.

Ici, il s'agit de déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons. Il faudra donc isoler successivement toutes les pièces et réaliser un PFS pour chacune d'entre elles. Cependant, il y a quand même une stratégie d'isolement à avoir : il faut commencer par isoler les solides soumis à deux glisseurs. En effet, d'après le PFS, lorsqu'un solide est soumis à deux glisseurs, les deux forces sont de même norme, de même direction (droite passant par le point d'application des deux glisseurs) et de sens opposé.

La stratégie est donc la suivante :

- on isole 1 et on réalise le PFS;
- on isole 2 et on réalise le PFS en B.

Question 3 Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons en fonction de F.

### On isole 1. On réalise le BAME :

- $\{\mathcal{T}(0 \to 1)\};$
- {𝒯(2→1)}.

D'après le PFS pour un solide soumis à 2 glisseurs, on a :  $\{\mathcal{T}(0 \to 1)\} + \{\mathcal{T}(2 \to 1)\} = 0.$ 

**Résolution**: 
$$\{\mathcal{T}(0 \to 1)\}$$
 =  $-\{\mathcal{T}(2 \to 1)\}$  =  $\left\{\begin{array}{c} F_{01}\overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_A$ .

On isole 2. On réalise le BAME :

• 
$$\{\mathscr{T}(0 \to 2)\} = \left\{\begin{array}{c} X_{02} \overrightarrow{x} + Y_{02} \overrightarrow{y} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_A = \left\{\begin{array}{c} X_{02} \overrightarrow{x} + Y_{02} \overrightarrow{y} \\ -a Y_{02} \overrightarrow{z} \end{array}\right\}$$
  
•  $\{\mathscr{T}(1 \to 2)\} = \left\{\begin{array}{c} F_{01} \overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_B;$ 

• 
$$\{\mathscr{T}(\text{ext} \to 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -F\overrightarrow{y} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{c} -F\overrightarrow{y} \\ -Fb\overrightarrow{z} \end{array} \right\}_C$$

D'après le PFS pour un solide soumis à 2 glisseurs, on a :

$$\{\mathcal{T}(0 \to 2)\} + \{\mathcal{T}(1 \to 2)\} + \{\mathcal{T}(\text{ext} \to 2)\} = 0.$$

**Résolution:** 

$$\begin{cases} X_{02} + F_{01} \cos \alpha = 0 \\ Y_{02} + F_{01} \sin \alpha - F = 0 \\ -a Y_{02} - Fb = 0 \end{cases}$$

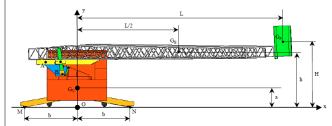
$$\iff \begin{cases} X_{02} = -F_{01}\cos\alpha = -F\frac{a+b}{a\tan\alpha} \\ F_{01} = \frac{F - Y_{02}}{\sin\alpha} = F\frac{a+b}{a\sin\alpha} \\ Y_{02} = -\frac{b}{a}F \end{cases}$$

# Exercice 16 - Système EPAS \*\*

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Le véhicule porteur de l'E.P.A.S. doit être équipé de stabilisateurs. Une fois en place, les stabilisateurs le soulèvent, afin qu'il ne repose plus sur les roues (les roues touchent le sol mais ne supportent aucun poids): le mouvement des suspensions du véhicule mettrait en danger sa stabilité.

L'objet de cette partie est de déterminer la longueur de déploiement maximale que le système de sécurité pourra autoriser.



Le véhicule est dans la configuration de la figure précédente:

- parc échelle horizontale;
- · stabilisateurs sortis au maximum;
- charge maximale dans la plate-forme.

Le problème sera traité en statique plane dans le plan  $(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y})$  de la figure précédente.

Les efforts pris en compte sont :

- les actions de pesanteur sur chaque élément :
  - véhicule et charge utile, centre d'inertie  $G_V$ , masse  $m_V$ ,  $OG_V = a\overrightarrow{y}$ ,
  - parc échelle, centre d'inertie  $G_E$ , masse  $m_E$ ,  $\overrightarrow{OG_E} = \frac{L}{2} \overrightarrow{x} + h \overrightarrow{y},$  plate-forme et charge utile, centre d'inertie  $G_P$ ,
  - masse  $m_P$ ,  $\overrightarrow{OG_P} = L\overrightarrow{x} + H\overrightarrow{y}$ ;
- · les actions de contact de la route sur les stabilisateurs.

Ces actions sont modélisées par des glisseurs passant l'un par M, tel que  $\overrightarrow{OM} = -b \overrightarrow{x}$  et l'autre par N tel que  $\overrightarrow{ON} = b \overrightarrow{x}$ . Les résultantes de ces glisseurs seront notées respectivement :  $\overrightarrow{R}_M = X_M \overrightarrow{x} + Y_M \overrightarrow{y}$  et  $\overrightarrow{R}_N = X_N \overrightarrow{x} + Y_N \overrightarrow{y}$ .

Question 1 Exprimer la condition de non basculement de l'ensemble.

**Question 2** Calculer la longueur  $L_{max}$  de déploiement au-delà de laquelle il y aura basculement.

Corrigé voir 16.



Exercice 17 – Suspension automobile \*\*

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question** 1 Réaliser le graphe des liaisons en faisant apparaître les actions mécaniques. Exprimer les torseurs des actions mécaniques de chacune des liaisons.

**Question 2** En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au point C, en projection sur les axes de la base  $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{r}, \overrightarrow{x})$  en fonction des composantes  $F_{sol}^a$  et  $F_{sol}^r$  et des dimensions  $d_0$ ,  $d_3$  et  $d_4$ .

**Question 3** Résoudre littéralement le système.

Exercice 18 - Pèse camion \*\*

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question** 1 Déterminer la relation entre F et M. Que dire de la position du camion sur la plate-forme?

**Question 2** Déterminer les actions mécaniques dans toutes les liaisons.