□ IDÉES DE PHYSIQUE

L'œuf dur et la toupie-bascule

Un œuf dur que l'on fait tourner rapidement se redresse spontanément. Un phénomène étonnant, où le frottement se conjugue à des effets gyroscopiques.

Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK

omment distinguer un œuf dur d'un œuf cru? Facile! Posez votre œuf sur la table et faites-le tourner à grande vitesse autour de lui-même. Vous constaterez que l'œuf cru poursuivra sa rotation « à plat », tandis que l'œuf dur se dressera spontanément sur l'une de ses extrémités. Ce comportement est apparenté à celui de la toupie tippe-top, popularisée au début des années 1950 et constituée d'une tige emmanchée sur une calotte sphérique: une fois lancée, cette toupie finit par se renverser et par tourner sur son manche! Le redressement est contreintuitif, car le centre de gravité de la toupie s'élève. Comment l'expliquer?

Frottements redresseurs

Immobile, reposant sur son ventre sphérique et sa petite tige pointant vers le haut, la toupie tippe-top paraît banale. À l'époque de sa diffusion, elle a pourtant attiré l'attention des physiciens, et non des moindres: une photographie célèbre montre ainsi Wolfgang Pauli et Niels Bohr, des lauréats du Nobel, penchés sur la toupie et en pleine interrogation.

Pour comprendre le retournement inattendu et l'élévation du centre de masse, les physiciens se sont rapidement mis d'accord sur le rôle essentiel des frottements entre la toupie et le sol. Un bilan d'énergie va nous en convaincre

Initialement, la tippe-top repose à l'équilibre sur sa base, le centre de masse étant au plus bas. Dans cette position, on lui imprime

LES AUTEURS

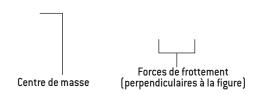




Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK sont professeurs de physique à l'Université Pierre et Marie Curie, à Paris. Leur blog: http://blog.idphys.fr

une rotation rapide autour de son axe de symétrie (voir la figure ci-dessous). La toupie se retourne et son centre de masse se retrouve auplus haut, la rotation s'effectuant à nouveau autour de l'axe de symétrie. Puisque le centre de masse s'est élevé, l'énergie potentielle de la toupie a augmenté; et comme aucune énergie n'a été fournie, la hausse de l'énergie potentielle ne peut se faire qu'au détriment de l'énergie cinétique de rotation.

La vitesse de rotation de la toupie a ainsi diminué, ce qui a nécessité l'action d'un couple. Lequel ? Ce couple ne peut provenir du poids, qui est vertical, donc perpendiculaire à la direction de rotation; le coupable est donc



Dessins de Bruno Vacaro

UNE TOUPIE TIPPE-TOP EN ROTATION RAPIDE s'incline peu à peu et finit par se renverser pour tourner sur sa tige. Au cours de ce processus, la hauteur du centre de masse de la toupie augmente. Dans la phase intermédiaire, l'objet donne l'impression de flotter au-dessus du support, car le volume commun aux positions successives de la toupie au cours de son mouvement est légèrement surélevé par rapport au support.

Rende<u>z</u>-vous

la composante horizontale de la réaction du support, qui comprend la force de frottement. Cette dernière à la fois ralentit la rotation et crée un « couplage », une dépendance, entre la rotation propre de la toupie et la rotation à l'origine du redressement.

Pour comprendre ce couplage, observons une tippe-top en fin de redressement, quand elle tourne sur sa tige. Elle se comporte alors comme une toupie ordinaire qui, initialement inclinée, se redresse peu à peuvers la verticale. Pourquoi se redresse-t-elle? Le mouvement d'une toupie inclinée est la combinaison d'une rotation rapide autour de l'axe de symétrie (la rotation propre de la toupie), et d'un lent mouvement de rotation de cet axe autour de l'axe vertical, la précession (voir la figure cicontre). On montre que ce dernier engendre un couple dit gyroscopique, qui compense le couple dû au poids et empêche la toupie de tomber (voir Batailles de toupies, Pour la Science de décembre 2014).

Or lorsque la pointe de la toupie est sphérique ou cylindrique, son point de contact avec le support est animé d'une certaine vitesse en raison de la rotation propre de la toupie. Il en résulte une force de frottement qui ralentit la rotation propre et, ce qui est beaucoup moins évident, accélère la précession. À cause du couple gyroscopique, on montre que l'effet de cette force est un redressement de l'axe de la toupie vers la verticale.

Couplage entre rotation propre et précession

Que peut-on en déduire pour la tippe-top? Comme avec la toupie ordinaire, le frottement de la tippe-top avec le support crée un couplage entre la rotation propre et le mouvement de précession, et le couple gyroscopique associé à cet effet entraîne un basculement de l'axe vers la verticale.

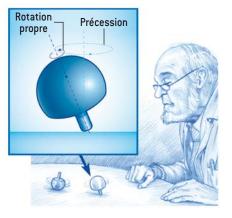
Cependant, la tippe-top ne se comporte comme une toupie ordinaire qu'après s'être redressée. Détaillons les conséquences du frottement durant la phase précédente, lorsque la tippe-top repose encore sur sa partie sphérique. L'observation et des simulations numériques indiquent que le couplage entre rotation propre et précession est si fort que l'essentiel de la rotation

propre est converti en précession autour de la verticale. De plus, à cause de la faible courbure au point de contact et de la rotation autour du centre de masse, ce couplage induit une précession en sens inverse de ce qui se passe avec la toupie classique; il a donc un effet déstabilisant: l'axe de rotation s'incline de plus en plus.

Ensuite, pendant que la toupie s'incline, la rotation propre décroît, s'annule lorsque la toupie est horizontale et repart en sens inverse lors du redressement: le sens de la rotation propre par rapport à l'axe de symétrie de la toupie s'est inversé.

Malgré le caractère dissipatif du frottement, certaines grandeurs se conservent dans cette évolution. Ainsi, dans le cas général d'un solide en rotation rapide et présentant un axe de symétrie, le Britannique Keith Moffatt et le Japonais Yutaka Shimomura ont montré en 2002 que le produit de la vitesse angulaire de rotation du solide (par rapport à la verticale) par la hauteur du centre de gravité est une constante, dite de Jellet. Il s'ensuit que, comme le frottement freine la rotation, le centre de masse doit nécessairement s'élever.

Il faut enfin ajouter que, pour la tippetop, il arrive un moment où, lorsqu'elle est suffisamment inclinée, la tige elle-même vient toucher le sol. On a alors non plus



LA PRÉCESSION est la rotation de l'axe de symétrie de la toupie autour de la verticale. Ce mouvement engendre un couple dit gyroscopique, qui conduit au redressement de la toupie tippe-top dans la seconde phase de son basculement.

LE REDRESSEMENT D'UN ŒUF DUR en rotation rapide, très similaire à celui d'une toupie tippe-top, peut s'expliquer par un calcul montrant que le produit de la vitesse angulaire de rotation autour de la verticale par la hauteur du centre de masse est approximativement une constante. Comme le frottement freine la rotation, le centre de masse doit alors s'élever pour que le produit reste inchangé.

Rendez-vous

■ BIBLIOGRAPHIE

H. K. Moffatt et Y. Shimomura, Spinning eggs – a paradox resolved, *Nature*, vol. 416, pp. 385-386, 2002.

R. J. Cohen, The tippe top revisited, American Journal of Physics, vol. 45(1), pp. 12-17, 1977.

W. A. Pliskin, The tippe top (topsy-turvy top), American Journal of Physics, vol. 22, pp. 28-32, 1954.



une, mais deux forces de frottement, de même sens, qui tendent donc à incliner la toupie encore plus. En raison du caractère brutal de cet ajout, il est fréquent que la tippe-top bondisse sur sa tige.

Qu'en est-il pour l'œuf? Comme pour la tippe-top, le détail des forces et des couples est très délicat à analyser, mais l'existence de la constante de Jellet permet de comprendre en partie le redressement.

Il y a toutefois des différences avec la toupie. D'abord, l'œuf part à plat. Par conséquent, au cours de son redressement, son moment d'inertie par rapport à la verticale (qui mesure la répartition des masses par rapport à l'axe de rotation) varie beaucoup. Malgré le frottement, surtout s'il est faible, sa rotation propre peut accélérer dans certaines phases, comme un patineur qui ramènerait ses bras le long de son corps.

Par ailleurs, lorsque la rotation initiale est très rapide (1600 tours par minute dans les expériences de Y. Shimomura!), les petites asymétries de l'œuf suffisent pour qu'il effectue des petits bonds, de l'ordre d'un dixième de millimètre.

Enfin, on peut s'interroger: pourquoi l'œuf cru ne se redresse-t-il pas ? La rotation de la coquille ne se communique que progressivement au liquide interne, comme lorsqu'on fait tourner une cuillère dans une casserole d'eau. Cependant, la viscosité du liquide est si élevée que la résistance à l'écoulement dissipe vite l'énergie de rotation, laquelle devient insuffisante pour faire monter l'œuf. En revanche, si on arrête brusquement l'œuf, l'œuf cru redémarrera un peu après avoir été relâché (au contraire de l'œuf dur), car son intérieur est, lui, resté en rotation.