

Chapitre 4

Étude des chaînes fermées : Détermination des lois Entrée – Sortie

TD 1



Prothèse Active Transtibiale

D'après concours Mines-Ponts – 2013.

Savoirs et compétences :

Résoudre : à partir des modèles retenus :

- ☐ choisir une méthode de résolution analytique, graphique, numérique;
- ☐ mettre en œuvre une méthode de résolution.
- ☐ Rés – C1.1 : Loi entrée sortie géométrique et cinématique – Fermeture géométrique.

Question 1 Quel type de mouvement y-a-t-il en sortie des blocs «Moteur à courant continu», «Réducteur poulie-courroie», «Vis-écrou à billes»? Quel est le mouvement final du pied?

Correction Le mouvement du pied est une rotation d'axe \vec{z} . La rotation du moteur entraîne un réducteur poulies-courroie. La poulie réceptrice entraîne un écrou qui, grâce à une liaison hélicoïdale, va entraîner la transmission de la vis. Le système $\{0, 2, 3_1, 3_2\}$ va transformer la translation de la vis 3 en rotation du pied 2.

Question 2 Compléter le schéma cinématique permettant de modéliser la transmission de mouvement du moteur jusqu'à la vis 3_1 . Donner la relation entre le taux de rotation du moteur et la vitesse de déplacement de la vis.

Correction En notant ω_m le taux de rotation du moteur, on a :

$$\dot{\lambda} = \omega_m \cdot \frac{1}{k} \cdot p_v = \frac{7600}{60} \cdot \frac{1}{2,1} \cdot 3 = 180 \text{ mm/s}$$



Question 3 Réaliser les figures planes correspondantes aux différents changements de repères.

Correction



Question 4 Déterminer la loi entrée-sortie entre $\lambda(t)$ et $\alpha(t)$.

Correction En considérant le triangle OAB la fermeture géométrique s'écrit $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{0}$.

En remplaçant les termes et en projetant sur $\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{z_0}$, on a :

$$a \overrightarrow{z_0} - \lambda(t) \overrightarrow{y_3} + b \overrightarrow{y_2} = \overrightarrow{0} \iff \begin{cases} -\lambda(t) \cos \beta(t) + b \cos \alpha(t) = 0 \\ a - \lambda(t) \sin \beta(t) + b \sin \alpha(t) = 0 \end{cases}$$

On cherche à éliminer $\beta(t)$, en conséquence :

$$\begin{cases} \lambda(t) \cos \beta(t) = b \cos \alpha(t) \\ \lambda(t) \sin \beta(t) = a + b \sin \alpha(t) \end{cases} \Rightarrow \lambda^2(t) = b^2 + a^2 + 2ab \sin \alpha(t)$$

Par ailleurs, les exigences 4 et 5 du cahier des charges indiquent les variations du mouvement de la cheville, il est donc possible de tracer la courbes.

```
a=0.117
b=0.039
x=linspace(-25,15,200)
plt.plot(x,1000.*sqrt(b*b+a*a+2*a*b*sin(
plt.ylabel("Course du vérin $\lambda$ (en mm)")
plt.xlabel("Angle $\alpha$ (en degrés)")
plt.grid()
```

Question 5 Commenter l'allure de la courbe le choix des bornes de variation. En linéarisant le comportement du système, déterminer l'équation de la droite.

Correction D'après le diagramme des exigences, le domaine de variation de l'angle de la cheville doit être compris entre -25 et 15 degrés. Sur cette plage, on observe qu'il est possible de linéariser le comportement de la cheville.

Ainsi, pour 2 couples de points (-20,110) et (10,130), le coefficient directeur est donné par : $m = \frac{130-110}{10-(-20)} = \frac{20}{30} \simeq 0,66 \text{ mm}/^\circ \simeq 240 \text{ mm/tour}$.

L'ordonnée à l'origine est donnée par : $y = mx + p \Leftrightarrow p = 110 - \frac{2}{3}(-20) \simeq 123 \text{ mm}$.

Question 6 Donner le schéma bloc du système depuis la sortie du moteur jusqu'à la rotation α de la prothèse.

Question 7 L'exigence 1.1.3 est-elle satisfaite ?

Correction Le moteur ayant une fréquence de rotation nominale de 7 600 tr/min, la fréquence de rotation de la cheville sera de :

$$\alpha_v = \omega_m \cdot \frac{1}{k} \cdot p_v \cdot \frac{1}{m} \cdot 7600 \cdot \frac{1}{2,1} \cdot 3 \cdot \frac{1}{240} \simeq 45,24 \text{ tr/min} \simeq 4,73 \text{ rad/s}.$$

La vitesse maximale demandée par le cahier des charges n'est donc pas dépassée. L'exigence est donc satisfaite.

