

Préparation Mines Telecom

Réplique de la mission InSIGHT ★ –

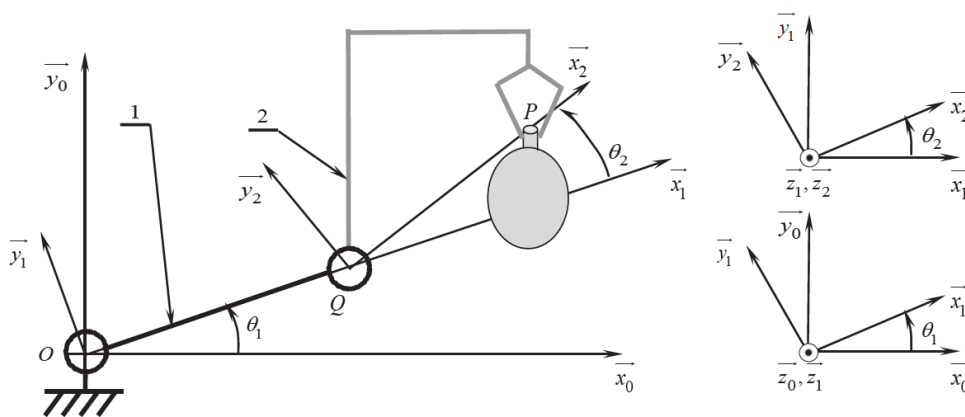
Sujet

On s'intéresse ici au système de déploiement du sous-système SEIS. Il est basé sur un instrument hybride composé :

- ▶ d'un système de déploiement (DPL);
- ▶ d'une sphère (SEIS) comportant trois capteurs sismiques à très larges bandes et leurs capteurs de température;
- ▶ d'une boîte électronique d'acquisition dont la structure est donnée par le diagramme de définition des blocs.

On donne figure 4 le diagramme partiel des exigences.

La figure 2 représente la structure du système de déploiement DPL.



D'après concours Commun INP 2019 – MP.

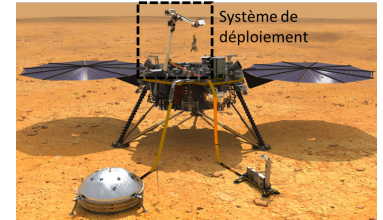


FIGURE 1 – Sous-système SEIS

FIGURE 2 – Schématisation cinématique du bras de déploiement

Bâti 0 Le bâti 0 est doté du repère $\mathcal{R}_0 (O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Bras 1 Le bras 1 est doté du repère $\mathcal{R}_1 (O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. Le mouvement de 1 par rapport à 0 est une rotation d'axe (O, \vec{z}_0) et d'angle $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$. Le centre d'inertie G_1 est paramétré par $\vec{OG}_1 = \frac{L}{2} \vec{x}_1$. De plus $\vec{OQ} = L \vec{x}_1$. Enfin, $m_1 = 352 \text{ g}$ et $L = 0,5 \text{ m}$.

La figure 3 présente le modèle volumique du bras 1. Les plans $(G_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ et $(G_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ sont des plans de symétrie matérielle du bras 1.

Le mouvement de 1 par rapport à 0 est commandé par un actionneur M_{01} , constitué d'un moteur pas à pas et d'un réducteur de vitesse à couronne dentée flexible de rapport de transmission $\lambda = 82$, d'encombrement et de masse très faibles en regard des autres solides, logés à l'intérieur de la liaison (0/1).

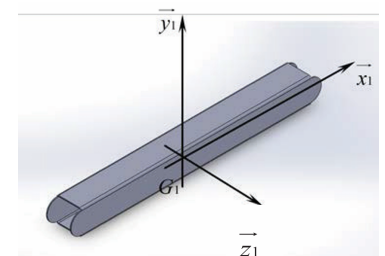


FIGURE 3 – Bras 1

Avant-bras 2 L'avant-bras 2 est doté du repère $\mathcal{R}_2 (Q; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$. Le mouvement de 2 par rapport à 0 est une rotation d'axe (Q, \vec{z}_1) et d'angle $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$. Le centre d'inertie G_2 est paramétré par $\vec{QG}_2 = \frac{L}{2} \vec{x}_2$. De plus $\vec{QP} = L \vec{x}_2$. Enfin, $m_2 = 352 \text{ g}$ et $L = 0,5 \text{ m}$.

L'extrémité en P est équipée d'une pince de masse négligeable qui saisit la sphère SEIS. On note K_{O2} le moment d'inertie de l'avant-bras 2 par rapport à l'axe (O, \vec{z}_0) dans la position la plus défavorable. Le mouvement de 2 par rapport à 1 est commandé par un actionneur M_{12} , constitué d'un moteur pas à pas et d'un réducteur de vitesse à couronne dentée flexible de rapport de transmission $\lambda = 82$, d'encombrement et de masse très faibles en regard des autres solides, logés à l'intérieur de la liaison (1/2).

Sphère du SEIS : S On considère que l'amplitude du mouvement (S/2) est très faible. La position (S/0) repérée par $\vec{OP} = X_P(t)\vec{x}_0 + Y_P(t)\vec{y}_0$. La masse $m_s = 1,2$ kg est considérée comme ponctuelle en son centre d'inertie G_S par rapport aux autres mouvements. G_S est tel que $\vec{PG}_S = -R\vec{y}_0$ (R est une constante positive).

On note K_{O5} le moment d'inertie de la sphère S par rapport à l'axe (O, \vec{z}_0) dans la position $\theta_1 = \theta_2 = 0$.

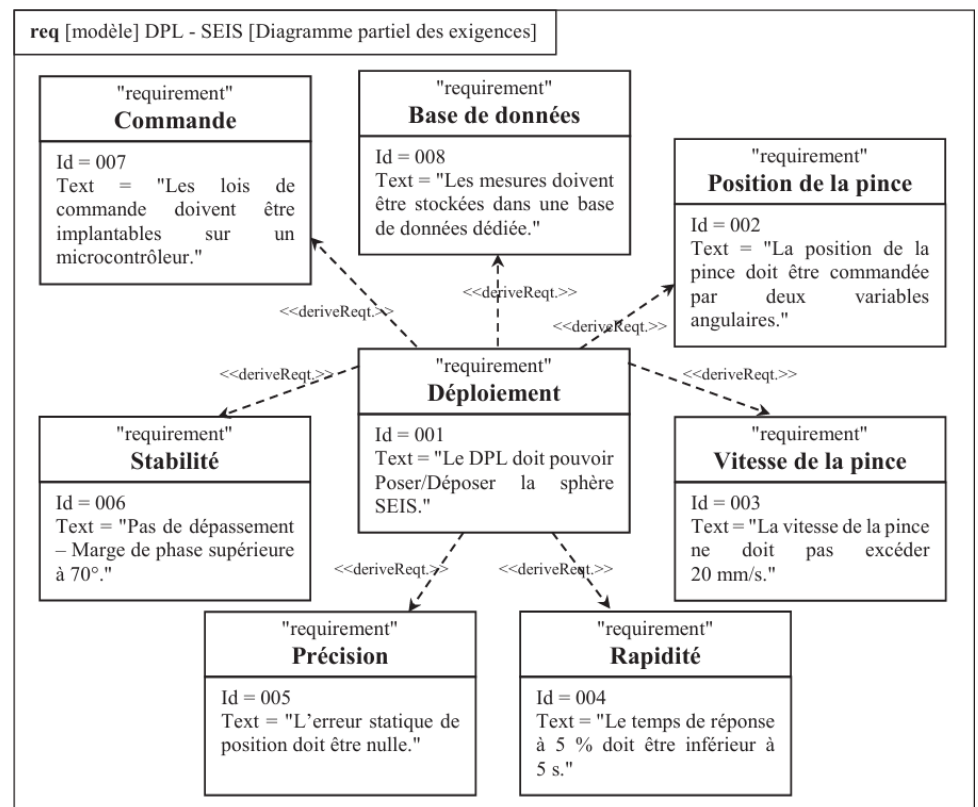


FIGURE 4 – Diagramme partiel des exigences

0.1 Validation des capacités de positionnement du système de déploiement

Objectif

Vérifier l'exigence 002 « Position de la pince » afin que le point de préhension P du système de déploiement DPL puisse être défini à partir de deux coordonnées articulaires.

Question 1 Exprimer θ_1 et θ_2 en fonction de X_P , Y_P et L . Conclure quant au respect de « l'exigence 002 ».

0.2 Validation du non-dépassement de la vitesse de la sphère SEIS

Objectif

Valider l'exigence 003 « Vitesse de la pince » quand la sphère SEIS se déplace en translation afin de conserver toujours la même orientation : la vitesse de la pince ne doit pas excéder 20 mm/s.

On note $\overrightarrow{V}(M, S/R)$ est le vecteur vitesse du point M appartenant au solide S par rapport à R .

Question 2 Déterminer la valeur maximale du taux de rotation $\|\overrightarrow{\Omega}(1/0)\|$ pour que l'avant-bras 2 suive un mouvement de translation circulaire par rapport à \mathcal{R}_0 en respectant l'exigence 003 « Vitesse de la pince ».

0.3 Validation de la capacité statique du système de déploiement

Objectif

Déterminer le couple statique du moto-réducteur M_{01} qui permet l'équilibre du système de déploiement.

On note $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ l'accélération du champ de pesanteur terrestre avec $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$.

Question 3 Exprimer puis calculer le couple statique, noté C_{01} , que doit exercer le moto-réducteur M_{01} dans la position du système de déploiement la plus défavorable. Préciser clairement le système isolé ainsi que le principe/théorème utilisé.

Question 4 En déduire la valeur minimale du couple de maintien, noté C_{m1min} , dont doit disposer le moteur pas à pas.

0.4 Validation des capacités dynamiques du système de déploiement

Objectif

Déterminer le couple du moto-réducteur M_{01} qui permet la manipulation de la sphère SEIS par le système de déploiement.

La figure 2 présente la schématisation du bras de déploiement, noté $\Sigma = \{1, 2, S\}$.

Question 5 Exprimer le moment d'inertie K_{O1} du bras 1 au point O suivant \vec{z}_0 en fonction des paramètres cinétiques.

Question 6 Exprimer le moment d'inertie $K_{O\Sigma}$ de l'ensemble Σ au point O suivant \vec{z}_0 en fonction des paramètres cinétiques.

On considère, pour la suite, que le moteur M_{02} est à l'arrêt dans la position $\theta_2 = 0$ et que seul le moteur M_{01} est en fonctionnement.

Question 7 Pour effectuer une modélisation dynamique du système, établir l'équation donnant le couple, noté C_{01} , du moteur M_{01} en fonction des paramètres cinétiques du système de déploiement. Préciser clairement le système isolé ainsi que le principe/-théorème utilisé.

Des calculs amènent à considérer que la valeur de $K_{O\Sigma}$ est très faible et donc pratiquement négligeable.

Question 8 Donner l'expression de l'équation précédente limitée au voisinage de la position du système de déploiement la plus défavorable.

0.5 Modélisation de la motorisation

Objectif

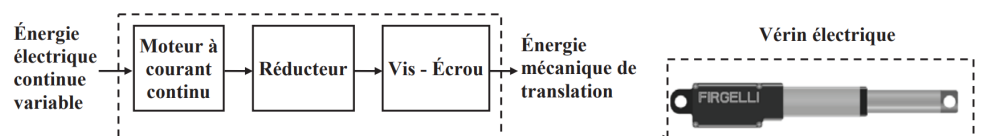
Valider les réglages de la commande des trois actionneurs linéaires associés aux pieds, afin de respecter les exigences liées à leur positionnement.

Afin d'être positionné, le SEIS est équipé de 3 pieds positionnés par des vérins électriques (aussi appelés actionneurs linéaires) asservis en position. Leur chaîne structurelle est donnée sur la figure 6.



FIGURE 5 – Sous-système SEIS

FIGURE 6 – Chaîne structurelle de l'actionneur électrique linéaire



La table 1 dresse la liste des notations et spécifications.

Équations du moteur à courant continu :

- équation électrique : $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$;
- équations de couplage électromécanique : $e(t) = K_e \omega(t)$, $C_m(t) = K_C i(t)$.

TABLE 1 – Notations et spécifications

- | | | |
|--|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ▶ masse à déplacer pour chaque vérin : $M = 1 \text{ kg}$; ▶ pesanteur de la Terre : $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$; ▶ rapport de réduction du réducteur : $r = 0,01$; ▶ rendement du réducteur : $\eta_r = 0,95$; ▶ pas de la vis du système vis-écrou : $p = 12 \text{ mm}$; ▶ rendement du système vis-écrou : $\eta_v = 0,96$; ▶ coefficient de frottement visqueux du moteur : $f = 0,002 \text{ Nms/rad}$; | <ul style="list-style-type: none"> ▶ moment d'inertie équivalent total ramené sur l'arbre moteur : $J = 0,00004 \text{ kg m}^2$; ▶ résistance de l'induit de la MCC (Machine à Courant Continu) : $R = 1 \Omega$; ▶ inductance de l'induit de la MCC : $L = 20 \mu\text{H}$; ▶ constante de couple : $K_c = 0,35 \text{ Nm A}^{-1}$; ▶ constante de force contre électromotrice : $K_e = 0,35 \text{ Vs/rad}$; ▶ tension d'alimentation de l'induit de la MCC : $u(t)$ en V; | <ul style="list-style-type: none"> ▶ courant absorbé par l'induit de la MCC : $i(t)$ en A; ▶ vitesse de rotation en sortie de la MCC : $\omega(t)$ en rad/s; ▶ position angulaire en sortie de la MCC : $\theta(t)$ en rad; ▶ force contre électromotrice de la MCC : $e(t)$ en V; ▶ couple moteur de la MCC : $C_m(t)$ en Nm; ▶ couple résistant total ramené sur l'arbre moteur : $C_r(t) = \frac{Mgpr}{2\pi\eta_v\eta_r} h(t)^a$ en Nm. |
|--|--|--|

^a. $h(t)$ désigne la fonction de Heaviside qui prend la valeur 0 pour $t < 0$, 1 sinon.

L'application du théorème du moment dynamique à l'arbre moteur permet d'écrire l'équation suivante :

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t) - f\omega(t).$$

Question 9 Proposer un schéma-bloc du moteur à courant continu.

On se place dans le cas particulier où $C_r(p) = 0$.

Question 10 Donner l'expression, sous sa forme canonique, de la fonction de transfert en boucle fermée $F_{m1}(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$.

La figure 7 présente les résultats expérimentaux de l'évolution de la vitesse de rotation, $\omega(t)$ à la suite de l'application d'un échelon de tension $u(t)$ d'une amplitude de 12 V aux bornes de la MCC.

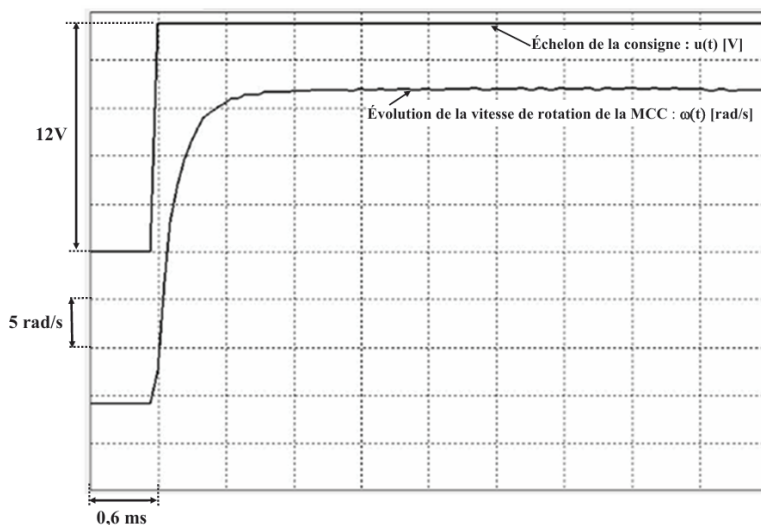


FIGURE 7 – Réponse de la MCC à un échelon de 12 V

Question 11 Proposer et justifier un modèle de comportement du moteur à courant continu $F_{m2}(p)$.

0.6 Étude de l'asservissement en position du vérin

Objectif

Choisir un correcteur approprié permettant de satisfaire le cahier des charges vis-à-vis des exigences concernant l'asservissement en position du vérin électrique suivant l'axe \vec{y}_0 conformément à la figure 11.

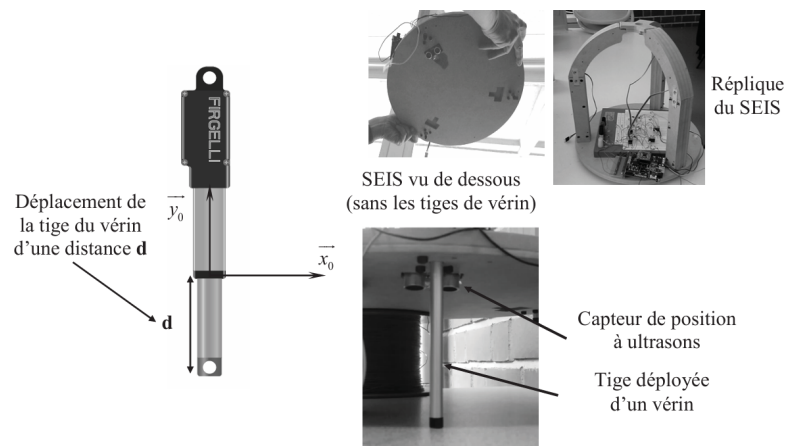


FIGURE 8 – Déplacement de la tige du vérin

La mesure de la distance est obtenue grâce à un capteur à ultrason permettant de délivrer, sous la forme d'impulsions, une image de la distance entre la structure sur SEIS et le sol. Cette information est ensuite traitée afin de générer un signal image de la distance parcourue par la tige du vérin.

Notations et spécifications :

- ▶ gain du capteur : $K_{\text{capt}} = 588 \text{ impulsions/m}$;
- ▶ gain de l'ensemble réducteur et vis-écrou : $K_{\text{red}} = 19,1 \times 10^{-6} \text{ m/rad}$;
- ▶ vitesse linéaire de la tige du vérin :
- ▶ $V(t)$ en m s^{-1} ;
- ▶ déplacement linéaire de la tige du vérin : $d(t)$ en m ;
- ▶ correcteur : $C_0(p)$;
- ▶ gain du hacheur : $K_H = 1,163$.

Pour toute la suite du sujet, on considère : $C_r(p) = 0$. Tout d'abord, le correcteur est considéré unitaire $C_0(p) = 1$.

Question 12 Proposer un schéma-bloc permettant de modéliser l'asservissement du déplacement de la tige.

Question 13 Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte $G_{\text{BO}}(p)$ et mettre celle-ci sous forme canonique. Donner la classe de cette fonction de transfert. En déduire la précision du système.

On donne l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$G_{\text{BO}}(p) = \frac{0,0112}{p(0,00028p + 1)}.$$

Question 14 Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques et réels de la fonction de transfert $G_{\text{BO}}(p)$ sur le DR3. En déduire la marge de phase de l'asservissement en effectuant toutes les constructions graphiques nécessaires. Conclure sur le respect de l'exigence 006 «Stabilité».

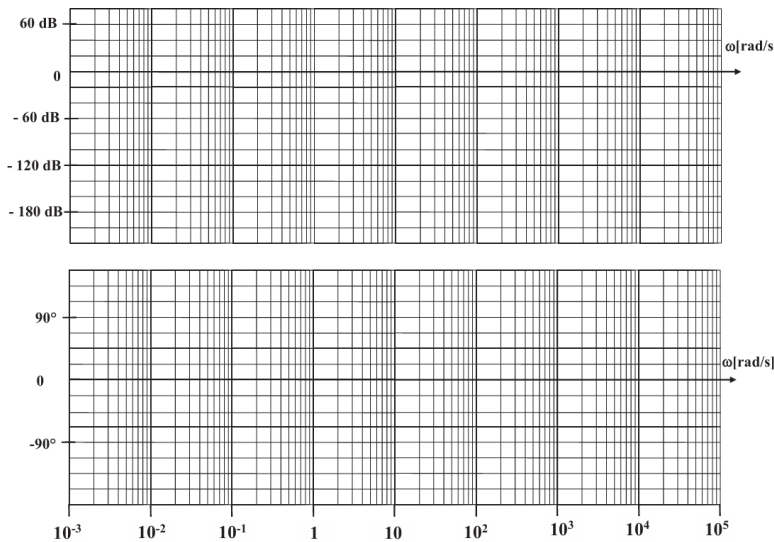


FIGURE 9 – Diagramme de Bode

On désire quantifier la rapidité du système à la suite d'une sollicitation en échelon. On donne les relations permettant de calculer le temps de réponse à 5%, noté $t_{r5\%}$, pour un système d'ordre deux (avec ξ le facteur d'amortissement et ω_0 la pulsation propre du système non amorti) :

$$\begin{cases} \xi < \frac{1}{\sqrt{2}}, t_{r5\%} \simeq \frac{3\xi}{\omega_0} \\ \xi > \frac{1}{\sqrt{2}}, t_{r5\%} \simeq \frac{6\xi}{\omega_0} \end{cases}$$

Question 15 Déterminer et calculer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert en boucle fermée $G_{BF} = \frac{D(p)}{D_c(p)}$. En déduire le temps de réponse de l'asservissement en vitesse. Conclure sur le respect de l'exigence 004 «Rapidité».

Afin d'améliorer les performances de l'asservissement, on choisit un correcteur proportionnel de gain K_D tel que $C_0(p) = K_D$. La valeur numérique du gain sera déterminée à partir de deux méthodes :

- ▶ approche graphique, à partir de la marge de phase (maîtrise de la stabilité);
- ▶ approche analytique, à partir d'un comportement imposé.

Question 16 À partir de constructions graphiques sur la figure 9, donner la valeur du gain du correcteur K_{D1} , permettant de garantir une marge de phase supérieure à 70° . La valeur de K_{D1} vous paraît-elle pertinente et réaliste ?

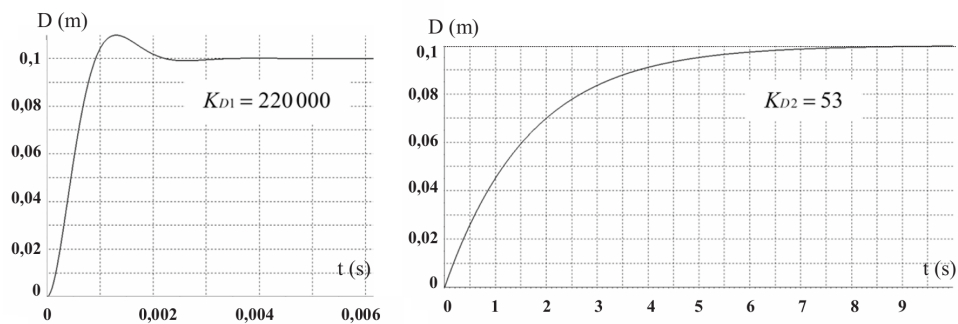
On impose un temps de réponse à 5% de 5 s et un facteur d'amortissement ξ supérieur à 1. On donne l'expression numérique de $G_{BF}(p)$ avec un correcteur de gain K_D :

$$G_{BF}(p) = \frac{1}{\frac{0,025}{K_D} p^2 + \frac{89}{K_D} p + 1}.$$

Question 17 À partir des équations liant le temps de réponse, le facteur d'amortissement et la pulsation propre ainsi que de l'expression numérique de $G_{BF}(p)$, donner une expression liant $t_{r5\%}$ et K_{D2} . En déduire la valeur de K_{D2} permettant de respecter la contrainte imposée en termes de rapidité.

On donne ci-dessous les tracés de la sortie du système asservi à la suite d'un échelon de consigne de 10 cm pour $K_{D1} = 220\,000$ et $K_{D2} = 53$.

FIGURE 10 – Réponses indicielles du système asservi



Question 18 Commenter les courbes (respect des exigences) et choisir le correcteur qui vous paraît le plus pertinent.