

TD 01

Capsuleuse de bocaux – Galet

Savoirs et compétences :

Le conditionnement de nombreux produits alimentaires est réalisé dans des bocaux en verre fermés par des capsules vissées. La société RAVOUX, spécialisée dans le conditionnement, a créé ce prototype afin d'optimiser ses machines de production. Elle est donc équipée de nombreux capteurs permettant, via un ordinateur, d'optimiser les paramètres de production tels que qualité totale, production maximale, ...

Le système de laboratoire proposé s'insère dans une chaîne de conditionnement de produits alimentaires, entre l'unité de remplissage des bocaux et le poste d'étiquetage. Sa fonction principale est la «fermeture étanche de bocaux préalablement remplis de produits alimentaires»



Motoréducteur
Maneton
Croix de Malte

On s'intéresse ici au système de croix de Malte. Il permet d'obtenir une rotation discontinue à partir d'un mouvement de rotation continue. Ainsi, pendant que la croix de Malte ne tourne pas, le système peut agir sur la matière d'œuvre (flacon).

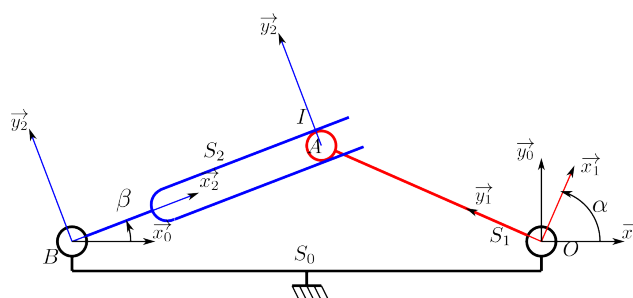
Lors de la rotation de la croix de Malte, la capsuleuse déplace deux flacons. Afin d'accroître la productivité, il faut diminuer la durée de cette phase. Cependant, si la croix de Malte tourne trop vite, les flacons basculent ce qui entraîne un mauvais fonctionnement du système. Ainsi, on désire que la **vitesse de la croix soit inférieure à 50 tours/minute**.

Modélisation sans galet

Afin de modéliser le système à croix de malte, on propose le schéma cinématique ci-contre.

On note :

- $\mathcal{R} = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié au bâti S_0 . On note $\vec{OB} = -L\vec{x}_0$ avec $L = 145$ mm;
- $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère lié à l'arbre S_1 . On pose $\vec{OA} = R\vec{y}_1$ avec $R = 141$ mm et $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$. L'arbre S_1 est lié au motoréducteur de la capsuleuse. On a : $\dot{\alpha} = 10$ tr/min;
- $\mathcal{R}_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère lié à l'arbre S_2 . On pose $\vec{BA} = \lambda(t)\vec{x}_2$, $\vec{AI} = r\vec{y}_2$ et $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$;



Question 1 Donner le paramétrage associé au schéma cinématique.

Question 2 Établir la loi entrée/sortie du système.

Question 3 Donner une méthode permettant de valider la cahier des charges vis à vis de la vitesse de rotation de la croix de Malte.

Question 4 Donner l'expression de $\vec{V}(I, S_1/S_0)$ et $\vec{\Omega}(S_1/S_0)$.

Question 5 Donner l'expression de $\vec{V}(I, S_2/S_0)$ et $\vec{\Omega}(S_2/S_0)$.

Question 6 En déduire l'expression de $\vec{V}(I, S_2/S_1)$ dans la base \mathcal{R}_2 . On donne $\vec{x}_1 = \cos(\alpha - \beta)\vec{x}_2 + \sin(\alpha - \beta)\vec{y}_2$.

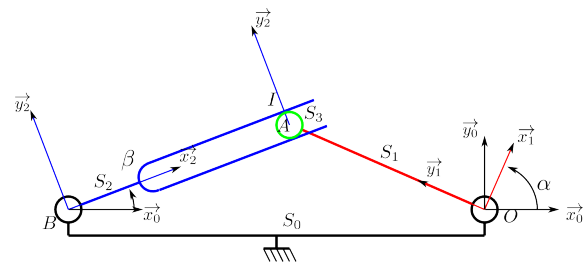
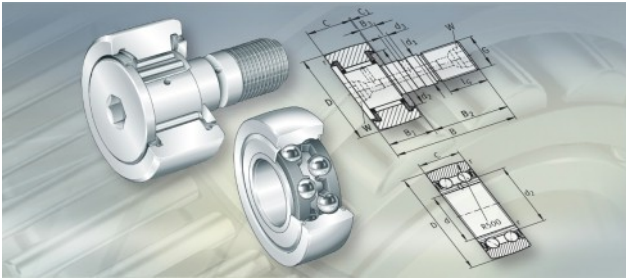
Question 7 D'après le paramétrage adopté, quelle est la direction du vecteur vitesse du solide S_1 par rapport à S_2 ? En utilisant les résultats de la question précédente, déduire une condition de fonctionnement du mécanisme.

Question 8 $\overrightarrow{V(I, S_2/S_1)} \cdot \vec{x}_2$ est appelée **vitesse de glissement**. Quel problème technologique pose l'existence de cette vitesse? Ce problème est-il pris en compte sur la capsuleuse? Si oui, comment? Si non, proposez une modification du système permettant la prise en compte de ce problème.

Modélisation avec galet

On considère maintenant l'existence d'un galet S_3 en bout de de l'arbre S_1 . On fait l'hypothèse que le galet roule sans glisser dans le S_2 . S_3 et S_1 sont en liaison pivot d'axe \vec{z}_0 et de centre A .

Le galet a un diamètre extérieur de 16 mm. D'après la documentation constructeur, la vitesse de rotation du galet ne doit pas dépasser les 5000 tr/min.



Question 9 Quelle est la modification sur le paramétrage du système?

Question 10 Comment est-il possible de traduire l'hypothèse de **roulement** sans glissement?

Question 11 Calculer la vitesse de rotation du galet $\dot{\gamma}$ en commençant par exprimer $\overrightarrow{V(I, S_3/S_2)}$?

Indice : décomposer $\overrightarrow{V(I, S_3/S_2)}$ en fonction des mouvements connus.

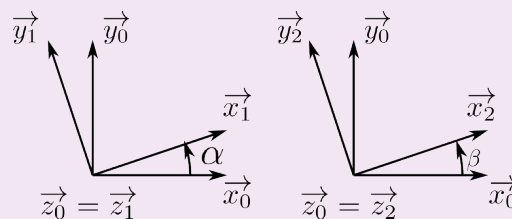
Question 12 Valider le choix du galet.

TD 01

Capsuleuse de bouchons – Galet

Savoirs et compétences :

Modélisation sans galet

Question 1 Donner le paramétrage associé au schéma cinématique.**Correction****Question 2** Établir la loi entrée/sortie du système.**Correction** On a :

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{0} \iff R\vec{y}_1 - \lambda(t)\vec{x}_2 + L\vec{x}_0 = \overrightarrow{0}$$

En projetant sur \vec{x}_0 et \vec{y}_0 on a :

$$\begin{cases} -R \sin \alpha(t) - \lambda(t) \cos \beta(t) + L = 0 \\ R \cos \alpha(t) - \lambda(t) \sin \beta(t) = 0 \end{cases}$$

Suivant le cas, on peut donc avoir α en fonction de β ou λ en fonction de α ou β :

$$\tan \beta = \frac{R \cos \alpha}{L - R \sin \alpha}$$

$$\lambda(t)^2 = R^2 + L^2 - 2RL \sin \alpha$$

Question 3 Donner une méthode permettant de valider la cahier des charges vis à vis de la vitesse de rotation de la croix de Malte.**Correction** On peut calculer :

$$\dot{\beta} = \frac{R^2 \dot{\alpha} - LR \dot{\alpha} \sin \alpha}{L^2 - 2RL \sin \alpha + R^2}$$

Le tracé Excel permet de valider que la vitesse de rotation de la croix de Malte reste inférieure à 50 tours par minute.

Question 4 Donner l'expression de $\overrightarrow{V(I, S_1/S_0)}$ et $\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}$.**Correction**

$$\{\mathcal{V}(S_1/S_0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} = \dot{\alpha} \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(O, S_1/S_0)} = \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} = \dot{\alpha} \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(I, S_1/S_0)} = \overrightarrow{IO} \wedge \dot{\alpha} \vec{z}_0 \end{array} \right\}_I$$

$$\overrightarrow{V(I, S_1/S_0)} = (-R\vec{y}_1 - r\vec{y}_2) \wedge \dot{\alpha}\vec{z}_0 = -R\dot{\alpha}\vec{x}_1 - r\dot{\alpha}\vec{x}_2$$

$$\{\mathcal{V}(S_1/S_0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} = \dot{\alpha}\vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(I, S_1/S_0)} = -R\dot{\alpha}\vec{x}_1 - r\dot{\alpha}\vec{x}_2 \end{array} \right\}_I$$

Question 5 Donner l'expression de $\overrightarrow{V(I, S_2/S_0)}$ et $\overrightarrow{\Omega(S_2/S_0)}$.

Correction

$$\{\mathcal{V}(S_2/S_0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_2/S_0)} = \dot{\beta}\vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(B, S_2/S_0)} = \vec{0} \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_2/S_0)} = \dot{\beta}\vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(I, S_2/S_0)} = \vec{IB} \wedge \dot{\beta}\vec{z}_0 \end{array} \right\}_I$$

$$\overrightarrow{V(I, S_2/S_0)} = (-\lambda(t)\vec{x}_2 - r\vec{y}_2) \wedge \dot{\beta}\vec{z}_0 = \lambda(t)\dot{\beta}\vec{y}_2 - r\dot{\beta}\vec{x}_2$$

$$\{\mathcal{V}(S_2/S_0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_2/S_0)} = \dot{\beta}\vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(I, S_2/S_0)} = \lambda(t)\dot{\beta}\vec{y}_2 - r\dot{\beta}\vec{x}_2 \end{array} \right\}_I$$

Question 6 En déduire l'expression de $\overrightarrow{V(I, S_2/S_1)}$ dans la base \mathcal{R}_2 . On donne $\vec{x}_1 = \cos(\alpha - \beta)\vec{x}_2 + \sin(\alpha - \beta)\vec{y}_2$.

Correction D'après la composition du torseur cinématique on a :

$$\{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \{\mathcal{V}(S_2/S_0)\} + \{\mathcal{V}(S_0/S_1)\} \iff \{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \{\mathcal{V}(S_2/S_0)\} - \{\mathcal{V}(S_1/S_0)\}$$

On a donc :

$$\{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} = \overrightarrow{\Omega(S_2/S_0)} - \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} = (\dot{\beta} - \dot{\alpha})\vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(I, S_2/S_1)} = \overrightarrow{V(I, S_2/S_0)} - \overrightarrow{V(I, S_1/S_0)} = \lambda(t)\dot{\beta}\vec{y}_2 - r\dot{\beta}\vec{x}_2 + R\dot{\alpha}\vec{x}_1 + r\dot{\alpha}\vec{x}_2 \end{array} \right\}_I$$

$$\vec{x}_1 = \cos(\alpha - \beta)\vec{x}_2 + \sin(\alpha - \beta)\vec{y}_2$$

D'où :

$$\overrightarrow{V(I, S_2/S_1)} = \lambda(t)\dot{\beta}\vec{y}_2 - r\dot{\beta}\vec{x}_2 + R\dot{\alpha}\cos(\alpha - \beta)\vec{x}_2 + R\dot{\alpha}\sin(\alpha - \beta)\vec{y}_2 + r\dot{\alpha}\vec{x}_2 = \begin{bmatrix} -r\dot{\beta} + R\dot{\alpha}\cos(\alpha - \beta) + r\dot{\alpha} \\ \lambda(t)\dot{\beta} + R\dot{\alpha}\sin(\alpha - \beta) \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_2}$$

Question 7 D'après le paramétrage adopté, quelle est la direction du vecteur vitesse du solide S_1 par rapport à S_2 ? En utilisant les résultats de la question précédente, déduire une condition de fonctionnement du mécanisme.

Correction Nécessairement, la vitesse de glissement appartient au plan tangent au contact. On a donc :

$$\begin{cases} -r\dot{\beta} + R\dot{\alpha}\cos(\alpha - \beta) + r\dot{\alpha} = \dot{\lambda} \\ \lambda(t)\dot{\beta} + R\dot{\alpha}\sin(\alpha - \beta) = 0 \end{cases}$$

Question 8 $\overrightarrow{V(I, S_2/S_1)} \cdot \vec{x}_2$ est appelée **vitesse de glissement**. Quel problème technologique pose l'existence de cette vitesse ? Ce problème est-il pris en compte sur la capsuleuse ? Si oui, comment ? Si non, proposez une modification du système permettant la prise en compte de ce problème.

Correction Cette vitesse de glissement provoque le frottement du doigt sur la croix de Malte. Ce frottement entraînant de l'usure, la capsuleuse de bocal est équipée d'un galet.

Modélisation avec galet

Question 9 Quelle est la modification sur le paramétrage du système ?

Correction Un angle γ correspondant à la rotation du galet sur lui même apparaît.

Question 10 Comment est-il possible de traduire l'hypothèse de **roulement** sans glissement ?

Correction La vitesse est nulle entre le galet et la croix de Malte est nulle au point I :

$$\overrightarrow{V(I, S_3/S_2)} = \vec{0}$$

Question 11 Calculer la vitesse de rotation du galet $\dot{\gamma}$ en commençant par exprimer $\overrightarrow{V(I, S_3/S_2)}$?

Indice : décomposer $\overrightarrow{V(I, S_3/S_2)}$ en fonction des mouvements connus.

Correction Malgré l'introduction d'un nouveau composant, la position du point I reste inchangée. Il faut identifier le torseur $\{\mathcal{V}(S_3/S_2)\}$. Pour cela, la composition des vitesses donne :

$$\{\mathcal{V}(S_3/S_2)\} = \{\mathcal{V}(S_3/S_1)\} + \{\mathcal{V}(S_1/S_2)\}$$

Au point I on connaît déjà $\{\mathcal{V}(S_1/S_2)\}$.

Calculons $\{\mathcal{V}(S_3/S_1)\}$:

$$\{\mathcal{V}(S_3/S_1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_3/S_1)} = \dot{\gamma} \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(A, S_3/S_1)} = \vec{0} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_3/S_1)} = \dot{\gamma} \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(I, S_3/S_1)} = \vec{IA} \wedge \dot{\gamma} \vec{z}_0 = -r \vec{y}_2 \wedge \dot{\gamma} \vec{z}_0 = -r \dot{\gamma} \vec{x}_2 \end{array} \right\}_I$$

On a donc :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(I, S_3/S_2)} &= \overrightarrow{V(I, S_3/S_1)} + \overrightarrow{V(I, S_1/S_2)} \\ \overrightarrow{V(I, S_3/S_2)} &= -r \dot{\gamma} \vec{x}_2 + (-r \dot{\beta} + R \dot{\alpha} \cos(\alpha - \beta) + r \dot{\alpha}) \vec{x}_2 - (\lambda(t) \dot{\beta} + R \dot{\alpha} \sin(\alpha - \beta)) \vec{y}_2 \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{V(I, S_3/S_2)} = \begin{bmatrix} -r \dot{\gamma} + (-r \dot{\beta} + R \dot{\alpha} \cos(\alpha - \beta) + r \dot{\alpha}) \\ -(\lambda(t) \dot{\beta} + R \dot{\alpha} \sin(\alpha - \beta)) \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_2}$$

D'après l'hypothèse de roulement sans glissement, on a :

$$\overrightarrow{V(I, S_3/S_2)} = \vec{0} \implies \dot{\gamma} = -\frac{-r \dot{\beta} + R \dot{\alpha} \cos(\alpha - \beta) + r \dot{\alpha}}{r}$$

Question 12 Valider le choix du galet.

Correction

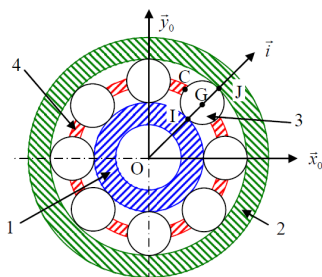
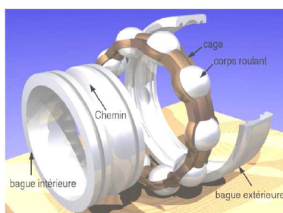
$$\dot{\gamma} = -\frac{-r \dot{\beta} + R \dot{\alpha} \cos(\alpha - \beta) + r \dot{\alpha}}{r}$$

TD 01

Roulement à billes

Savoirs et compétences :

Un roulement mécanique est un élément technologique permettant le positionnement, la transmission des efforts et la rotation entre deux pièces par roulement. Ce composant mécanique interposé entre les deux pièces optimise le frottement et la précision de la liaison. Un roulement à billes se présente sous la forme de deux bagues coaxiales entre lesquelles sont placées des billes maintenues espacées par une cage. La fonction de la cage est donc de maintenir deux billes consécutives à distance égale l'une de l'autre lors du fonctionnement du roulement mais elle entraîne aussi des effets nuisibles car il existe un phénomène de glissement entre la cage et les billes. **L'objectif est d'étudier ce phénomène de glissement.**



On désigne par :

- $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère associé au bâti 0;
- $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ le repère associé à la bague intérieure 1 en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti 0 tel que $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
- $\mathcal{R}_2 = (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ le repère associé à la bague extérieure 2 en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti 0 tel que $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$;
- $\mathcal{R}_3 = (G, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ le repère associé à la bille 3 qui roule sans glisser sur 1 en I et sur 2 en J et dont on peut considérer qu'elle est en liaison pivot d'axe (G, \vec{z}_0) avec la cage 4 tel que $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$;
- $\mathcal{R}_4 = (O, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$ le repère associé à la cage 4 en mouvement de rotation autour de (O, \vec{z}_0) tel que

$$\theta_4 = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4).$$

Pour faciliter les calculs on définit le repère $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{z}_0)$ tel que, à tout instant, le vecteur \vec{i} possède la même direction et le même sens que le vecteur \vec{OG} . Ce repère n'est lié à aucun solide en particulier et ne sert qu'à exprimer simplement les différents termes cinématiques évoqués dans l'énoncé. On pose :

$$\omega_k = \dot{\theta}_k \quad (k = 1, 2, 3, 4) \quad \vec{OI} = r_1 \vec{i} \quad \vec{OJ} = r_2 \vec{i}$$

$$\vec{GC} = \frac{1}{2}(r_2 - r_1) \vec{j}$$

Question 1 Réaliser les figures planes correspondant au paramétrage du système.

Question 2 Déterminer $\vec{\Omega}(1/0)$, $\vec{V}(O, 1/0)$ et $\vec{V}(I, 1/0)$.

Question 3 Déterminer $\vec{\Omega}(2/0)$, $\vec{V}(O, 2/0)$ et $\vec{V}(J, 2/0)$.

Question 4 Exprimer les conditions de roulement sans glissement en I et J. Établir les expressions des vecteurs $\vec{V}(I, 3/0)$ et $\vec{V}(J, 3/0)$.

Question 5 En déduire l'expression de ω_3 en fonction de $r_1, r_2, \omega_1, \omega_2$.

Question 6 Déterminer $\vec{V}(G, 3/0)$ en fonction de $r_1, r_2, \omega_1, \omega_2$.

Question 7 Déterminer l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de $r_1, r_2, \omega_1, \omega_2$.

TD 01

Roulement à billes

Savoirs et compétences :

Question 1 Réaliser les figures planes correspondant au paramétrage du système.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Omega(1/0)}$, $\overrightarrow{V(O,1/0)}$ et $\overrightarrow{V(I,1/0)}$.

Correction

$$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(O,1/0)} = \vec{0} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(I,1/0)} = r_1 \omega_1 \vec{j} \end{array} \right\}_I$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Omega(2/0)}$, $\overrightarrow{V(O,2/0)}$ et $\overrightarrow{V(J,2/0)}$.

Correction

$$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}_2 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(O,2/0)} = \vec{0} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}_2 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(J,2/0)} = r_1 \omega_2 \vec{j} \end{array} \right\}_J$$

Question 4 Exprimer les conditions de roulement sans glissement en I et J. Établir les expressions des vecteurs $\overrightarrow{V(I,3/0)}$ et $\overrightarrow{V(J,3/0)}$.

Correction

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(I,3/1)} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{V(I,3/0)} &= \overrightarrow{V(I,3/1)} + \overrightarrow{V(I,1/0)} \Rightarrow \overrightarrow{V(I,3/0)} = \overrightarrow{V(I,1/0)} = r_1 \omega_1 \vec{j} \\ \overrightarrow{V(J,3/2)} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{V(J,3/0)} &= \overrightarrow{V(J,3/2)} + \overrightarrow{V(J,2/0)} \Rightarrow \overrightarrow{V(J,3/0)} = \overrightarrow{V(J,2/0)} = r_2 \omega_2 \vec{j} \end{aligned}$$

Question 5 En déduire l'expression de ω_3 en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 , ω_2 .

Correction

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(I,3/0)} &= \overrightarrow{V(J,3/0)} + \vec{IJ} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/0)} \\ \omega_3 &= \frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 - r_1} \end{aligned}$$

Question 6 Déterminer $\overrightarrow{V(G,3/0)}$ en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 , ω_2 .

Correction

$$\overrightarrow{V(G,3/0)} = \overrightarrow{V(I,3/0)} + \vec{GI} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/0)} = \frac{r_2 \omega_2 + r_1 \omega_1}{2} \vec{j}$$

Question 7 Déterminer l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 , ω_2 .

Correction On cherche à calculer $\overrightarrow{V(C, 3/4)}$:

$$\overrightarrow{V(C, 3/4)} = \overrightarrow{V(G, 3/4)} + \overrightarrow{CG} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/4)}$$

Calcul de \overrightarrow{CG} :

$$\overrightarrow{CG} = -\frac{1}{2}(r_2 - r_1) \overrightarrow{j}$$

Calcul de $\overrightarrow{\Omega(3/4)}$:

$$\overrightarrow{\Omega(3/4)} = \overrightarrow{\Omega(3/0)} - \overrightarrow{\Omega(4/0)}$$

Calcul de ω_4 :

$$\overrightarrow{V(G, 3/4)} = \overrightarrow{V(G, 3/0)} - \overrightarrow{V(G, 4/0)} = \overrightarrow{0}$$

Calcul de $\overrightarrow{V(G, 4/0)}$:

$$\overrightarrow{V(G, 4/0)} = \overrightarrow{V(O, 4/0)} + \overrightarrow{GO} \wedge \overrightarrow{\Omega(4/0)} = \frac{r_2 + r_1}{2} \omega_4 \overrightarrow{j}$$

Au final calcul de ω_4 :

$$\omega_4 = \frac{r_2 \omega_2 + r_1 \omega_1}{r_1 + r_2}$$

Calcul de $\overrightarrow{\Omega(3/4)}$:

$$\overrightarrow{\Omega(3/4)} = \overrightarrow{\Omega(3/0)} - \overrightarrow{\Omega(4/0)} = \left(\frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 - r_1} - \frac{r_2 \omega_2 + r_1 \omega_1}{r_2 + r_1} \right) \overrightarrow{z_0}$$

Au final en faisant le calcul on obtient :

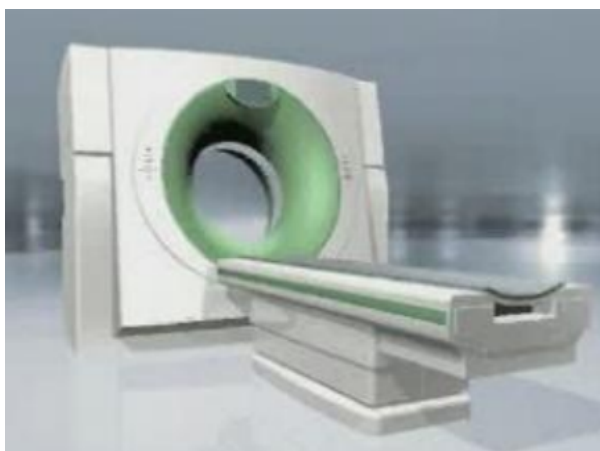
$$\overrightarrow{V(C, 3/4)} = \frac{r_2 r_1 (\omega_1 - \omega_2)}{r_1 + r_2} \overrightarrow{i}$$

TD 01

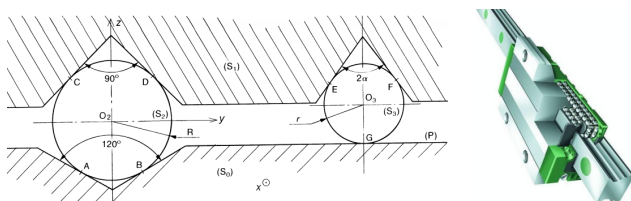
Guidage linéaire de systèmes médicaux

Savoirs et compétences :

L'étude suivante porte sur le guidage en translation d'un chariot de scanner médical S1 par rapport au bâti de la machine S0. Ce guidage est réalisé par deux séries de billes, S2 et S3, qui roulent dans des rainures en V.



La figure ci-dessous présente, en coupe, la réalisation technologique de ce guidage.



Les billes S2 de rayon R roulent sans glisser sur les plans d'une rainure en V d'angle égal à 90° usinée dans S1 et sur les plans d'une autre rainure en V d'angle égal à 120° usinée dans S0. Les billes S3 de rayon r roulent sans

glisser sur les plans d'une rainure en V d'angle égal à 2α usinée dans S1 et sur le plan (P) de S0.

On note $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ v \vec{x} \end{matrix} \right\}_{\forall P}$ le torseur cinématique du mouvement du chariot S1 par rapport au bâti S0.

On pose $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \omega_{20} \vec{y}$ et $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \omega_{30} \vec{y}$.

Question 1 Traduire les conditions de non glissement. En déduire quelques axes instantanés de rotation.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$ en fonction de v , puis $\overrightarrow{V(E, 3/0)}$ en fonction de v . Déterminer $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$ en fonction de ω_{20} , puis $\overrightarrow{V(E, 3/0)}$ en fonction de ω_{30} . En déduire une relation entre ω_{20} et v , puis une relation entre ω_{30} et v .

Question 3 En déduire les torseurs cinématiques des mouvements de S2/S0 et S3/S0 en fonction de v et des caractéristiques géométriques.

Question 4 Préciser les composantes de roulement et de pivotement en G et B.

Question 5 Déterminer les vecteurs vitesses des centres des billes dans leur mouvement par rapport au bâti S0 : $\overrightarrow{V(O_2, 2/0)}$ et $\overrightarrow{V(O_3, 3/0)}$.

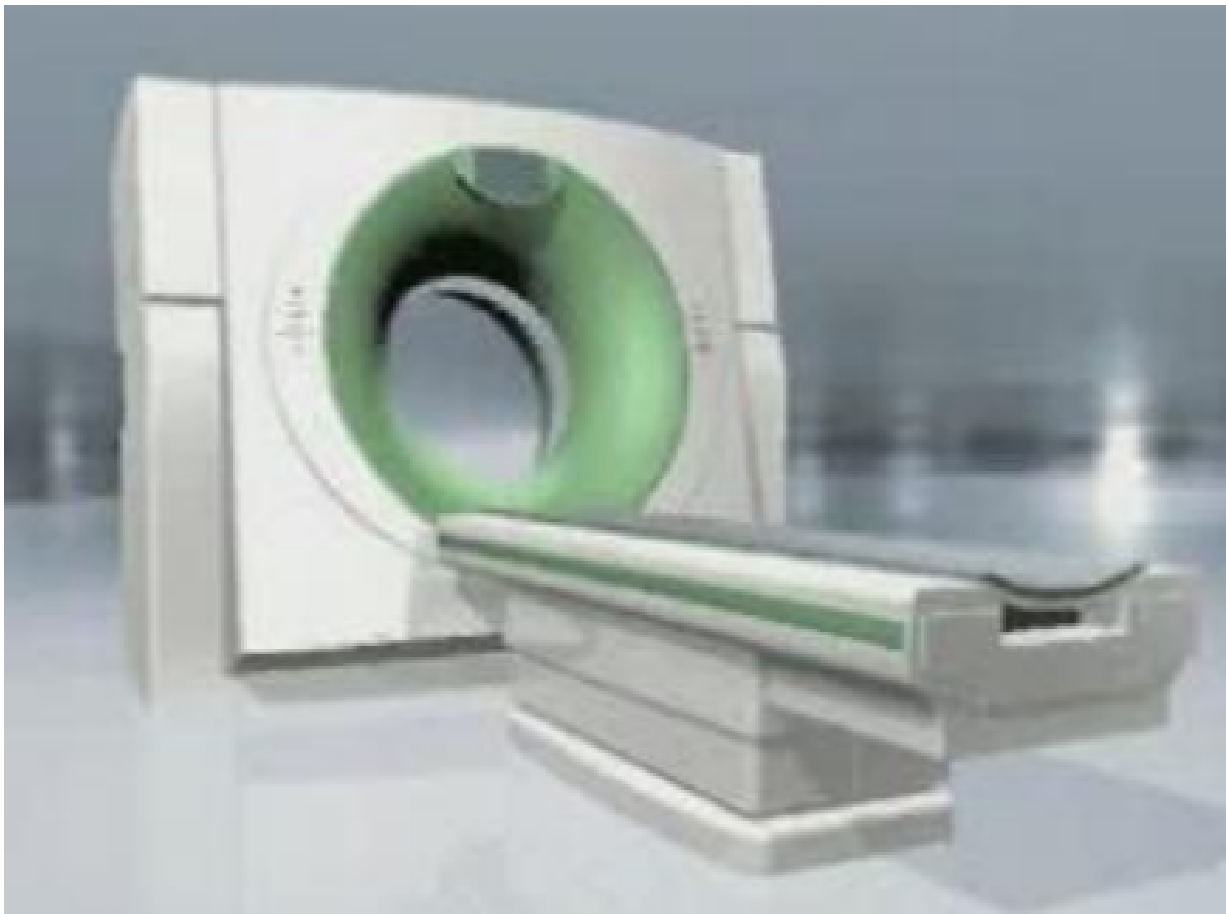
Question 6 Déterminer α pour que ces vecteurs vitesses soient identiques.

TD 01

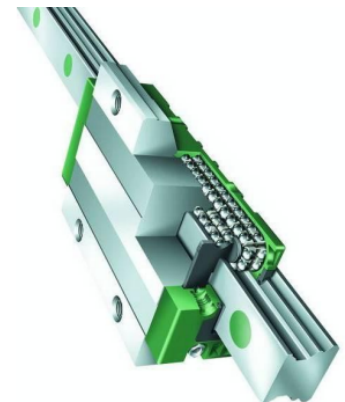
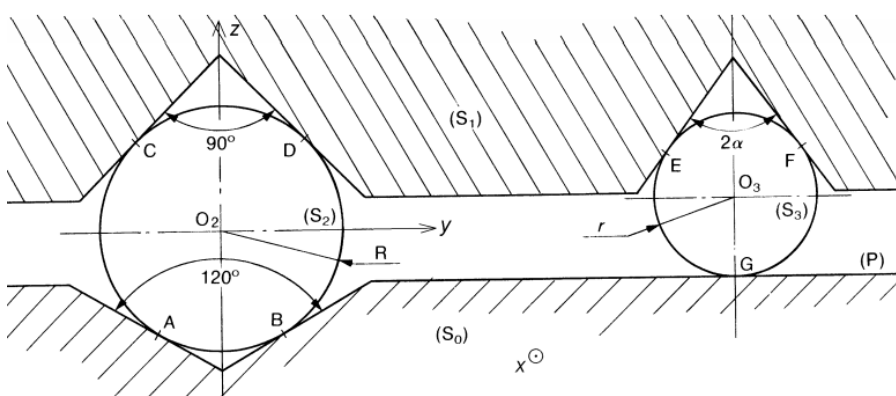
Guidage linéaire de systèmes médicaux

Savoirs et compétences :

L'étude suivante porte sur le guidage en translation d'un chariot de scanner médical S1 par rapport au bâti de la machine S0. Ce guidage est réalisé par deux séries de billes, S2 et S3, qui roulent dans des rainures en V.



La figure ci-dessous présente, en coupe, la réalisation technologique de ce guidage.



Les billes S2 de rayon R roulent sans glisser sur les plans d'une rainure en V d'angle égal à 90° usinée dans S1 et

sur les plans d'une autre rainure en V d'angle égal à 120° usinée dans S0. Les billes S3 de rayon r roulent sans glisser sur les plans d'une rainure en V d'angle égal à 2α usinée dans S1 et sur le plan (P) de S0.

On note $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ v \vec{x} \end{matrix} \right\}_{\mathcal{VP}}$ le torseur cinématique du mouvement du chariot S1 par rapport au bâti S0.

On pose $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \omega_{20} \vec{y}$ et $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \omega_{30} \vec{y}$.

Question 1 Traduire les conditions de non glissement. En déduire quelques axes instantanés de rotation.

Correction

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ en fonction de v , puis $\overrightarrow{V(E,3/0)}$ en fonction de v . Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ en fonction de ω_{20} , puis $\overrightarrow{V(E,3/0)}$ en fonction de ω_{30} . En déduire une relation entre ω_{20} et v , puis une relation entre ω_{30} et v .

Correction

Question 3 En déduire les torseurs cinématiques des mouvements de S2/S0 et S3/S0 en fonction de v et des caractéristiques géométriques.

Correction

Question 4 Préciser les composantes de roulement et de pivotement en G et B.

Correction

Question 5 Déterminer les vecteurs vitesses des centres des billes dans leur mouvement par rapport au bâti S0 : $\overrightarrow{V(O_2,2/0)}$ et $\overrightarrow{V(O_3,3/0)}$.

Correction

Question 6 Déterminer α pour que ces vecteurs vitesses soient identiques.

Correction