

TD 01



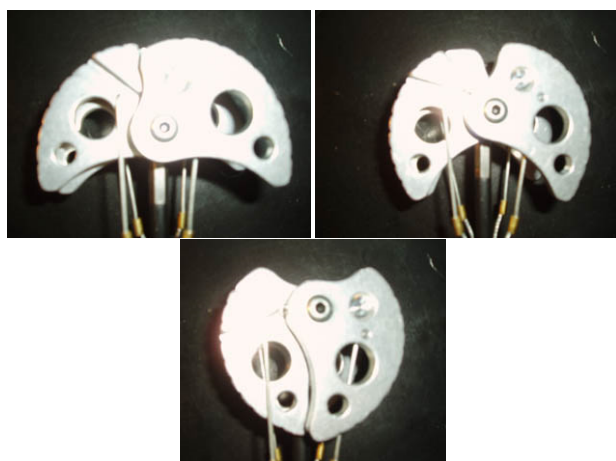
Coinceur d'escalade

Alain Passeron, Mathieu Nierenberger.

Savoirs et compétences :

Mise en situation

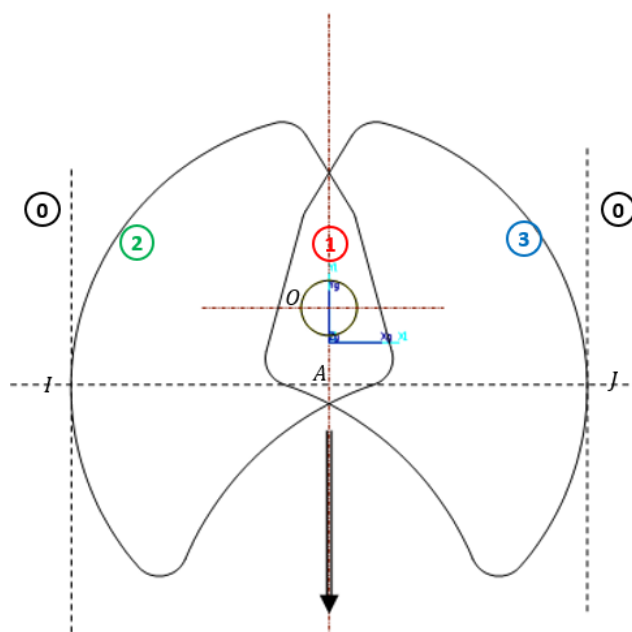
En escalade, en l'absence de points de liaison permanents (pitons, broches scellés...), l'assurage peut être complété par des coinceurs, qui se placent dans les fissures, et se bloquent sous le choc en cas de chute. C'est l'adhérence qui permet la retenue de la chute.



Il existe des coinceurs monoblocs, qui permettent un coincement dans une fissure à bords convergents, mais les « friends » à came, articulés sont très supérieurs en cela qu'ils permettent une protection dans des fissures à bords parallèles. De plus, leur géométrie leur permet de s'adapter à des fissures de tailles différentes (par exemple de 55 à 90 mm pour un « flex no 4 »).

On se propose d'étudier les conditions de retenue d'un coinceur « Rock Empire Flex » schématisé ci dessous, en modélisation plane. Dans le cadre de ce modèle, on considère donc les 2 comes 2 et 3 en appui sur les parois supposées parallèles et en liaison pivot avec l'axe cylindrique 1. C'est sur cet axe qu'est accroché le grimpeur. On note α l'angle OIA supposé connu (en le mesurant).

Suite à une chute, la corde qui retient le grimpeur, exerce un effort de 10 kN sur le câble, donc sur l'axe du « friend ». Le contact avec le rocher (fissure à bords parallèles) s'effectue avec frottement.

**Question 1** Réaliser un graphe de liaisons.

Question 2 Sur la figure précédente, indiquer la direction et le sens des efforts normaux et tangentiels.

Question 3 Déterminer le coefficient de frottement permettant d'encaisser l'effort de la chute.

Question 4 Quel est l'effort d'écartement imposé aux lèvres de la fissure sous 10 kN de traction (composante normale à la surface du rocher) ?

Question 5 Sur le corps du coinceur, il est porté : **Maxi** : 12 kN. Y a-t-il risque de glissement au delà de cette charge ? pourquoi ? et que se passe-t-il alors ?

Pour aller plus loin : profil idéal de la came

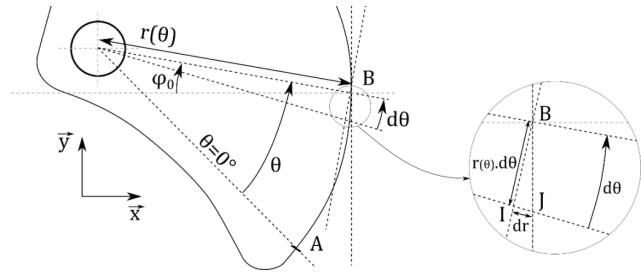
Nous allons, dans cette partie, rechercher le profil idéal de la came du coinceur, en supposant que le co-

efficient de frottement minimal obtenu précédemment est valide pour toutes les largeurs de fissure.

On se place dans le cas de la fissure la plus large (contact en A avec le rocher). Soient r_0 la distance OA, L_{f0} la largeur totale de la fissure, $f_0 = \tan \varphi_0$ le coefficient de frottement coinçeur / roche minimal déterminé précédemment (qui pourrait être déterminé expérimentalement dans le cadre de la conception du coinçeur).

Question 6 En appliquant judicieusement le principe fondamental de la statique, établir la relation entre r_0 , L_{f0} et φ_0 . On remarque que pour l'instant, on n'étudie qu'une seule largeur de fissure, le raisonnement pouvant être étendu à d'autres.

Afin que le contact rocher / came du coinçeur se fasse au bon endroit, dans le cas d'une fissure à bords parallèle, il faut s'assurer que la tangente à la courbe de la came au niveau du point de contact B soit dirigée suivant \vec{y} (voir figure ci-dessous). Le profil de la came peut être exprimé sous la forme d'une équation polaire $r(\theta) = f(\theta)$ avec f une fonction à déterminer. On considère que $\theta = 0$ pour la plus grande largeur de fissure L_{f0} (associée au contact au point A).



Question 7 L'angle $d\theta$ étant faible, on peut considérer que le triangle IJB est rectangle en I. Déterminer à partir de relations géométriques dans ce triangle la relation entre $\frac{dr}{d\theta}$, $r(\theta)$ et φ_0 . Mettre l'équation obtenue sous la forme d'une équation différentielle du premier ordre.

Question 8 Résoudre l'équation différentielle précédente en considérant que pour $\theta = 0$ (contact en A), $r(\theta = 0) = r_0$, avec r_0 le rayon déterminé précédemment en fonction de L_{f0} . Tracer l'allure du profil de came obtenu, en considérant que le coinçeur doit s'adapter à des largeurs de fissures allant de 65 à 90 mm (caractéristiques du coinçeur flex n 4), et que $\varphi_0 = 9^\circ = 0,157$ rad. La forme de came calculée vous semble-t-elle correspondre à la forme réellement utilisée par le constructeur?

TD 02



WHING : Wheelchair Initiative New Generation

Concours CCP TSI 2017

Savoirs et compétences :

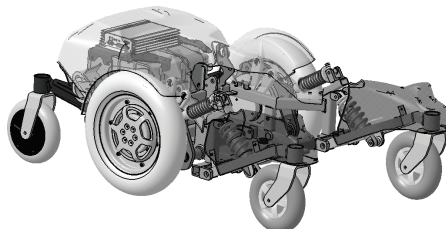
- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Le projet WHING a pour objet d'imaginer et de réaliser et proposer aux utilisateurs un fauteuil verticaliseur à déplacement motorisé de nouvelle génération avec, comme objectifs associés :

- d'intégrer de nouvelles technologies ;
- de mieux prendre en compte les besoins spécifiques des utilisateurs,
- d'utiliser une conception modulaire.

Le fauteuil est équipé d'une base roulante à six roues indépendantes. Les roues centrales motrices autorisent un faible moyen de giration. La base roulante, forte de ses 6 roues indépendantes et amorties assure la stabilité et motricité du fauteuil, quel que soit le profil du terrain rencontré.



Objectif L'exigence Id = « 1.4.5 » indique que le fauteuil doit être capable de gravir une pente pour monter dans un véhicule de transport. La pente maximale est de 15°. Les caractéristiques du moteur-roue sont données ci-dessous.

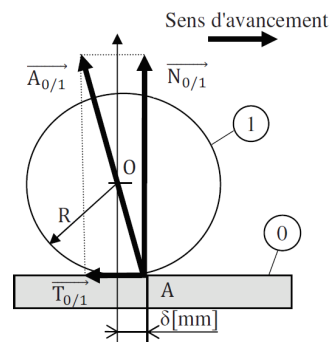
«block»
Moteur roue
valeurs
Couple maximal = 100 N.m
Couple nominal = 24 N.m
Courant maximal = 80 A
Courant nominal = 25 A
Diamètre = 340 mm
Niveau sonore = 50 dB
Puissance nominale = 400 W
Rapport du réducteur = 8.78
Tension nominale = 24 V DC
Type = MCC

2

Pour valider cette exigence, le cadre de l'étude est le suivant. Les hypothèses d'étude sont :

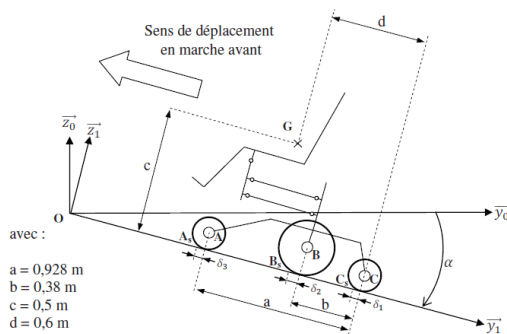
- le référentiel $\mathcal{R}_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au sol est supposé galiléen ;
- le WHING se déplace en ligne droite dans une phase de montée, le problème est considéré comme un problème plan. Les effets dynamiques sont négligés car la vitesse de déplacement du fauteuil est faible ;
- le référentiel $\mathcal{R}_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié au WHING avec $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$;
- $\vec{P} = -mg \vec{z}_0$ est l'action de la pesanteur et G le centre de gravité de l'ensemble {fauteuil + PMR} ;
- le modèle adopté est équivalent à un seul moteur fournissant un couple C_m avec l'action de la pesanteur ramenée au centre de gravité égale à $\frac{P}{2}$;
- le contact des roues avec le sol se fait avec frottement, on note f le facteur de frottement de valeur 0,45 ;
- la résistance au roulement modélise la déformation du pneumatique.

La résistance au roulement illustrée à la figure suivante, se traduit par un décalage du point d'application de l'action mécanique de contact vers l'avant du fauteuil (dans le sens de l'avancement). La résultante des forces passe en un point A à une distance δ de l'axe de rotation. Cette distance est par définition le coefficient de résistance au roulement.



La figure suivante donne le paramétrage de l'étude en phase de montée d'une pente et les dimensions du WHING. Les points A_S , B_S et C_S correspondent aux points

d'application des actions mécaniques du sol sur les roues avant, motrices et arrière du fauteuil.



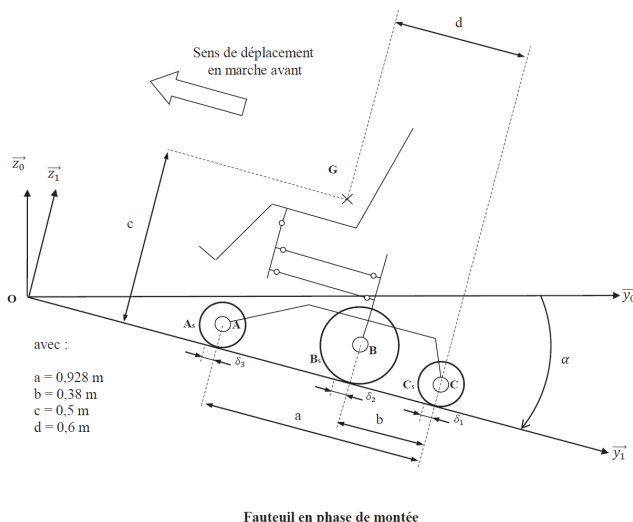
Diamètre roue arrière	D1 = 0,180 m
Diamètre moteur-roue	D2 = 0,336 m
Diamètre roue avant	D3 = 0,200 m
Masse (fauteuil : 167 kg et PMR : 120 kg)	m = 287 kg
Pente du sol	$\alpha = 15^\circ$ attention α est négatif sur la figure 13
Coefficient résistance au roulement d'une roue arrière	$\delta_1 = 0,001$ m
Coefficient résistance au roulement d'une roue motrice	$\delta_2 = 0,004$ m
Coefficient résistance au roulement d'une roue avant	$\delta_3 = 0,002$ m
Rapport de réduction du moteur-roue	i = 8,78
Rendement du réducteur	$\eta = 0,9$

Travail demandé

Question 1 Porter sur la figure suivante :

- l'action de la pesanteur;
- les actions de contact du sol sur les roues. Pour un point A, la composante normale sera notée N_A et la composante tangentielle T_A . Le sens d'une composante tangentielle est différent si la roue est motrice ou folle;
- le couple \vec{C}_{red} , couple à la sortie du réducteur du moteur-roue.

Correction



Question 2 Appliquer le principe fondamental de la statique à l'ensemble WHING + PMR isolé et écrire les 3 équations dans la base \mathcal{R}_1 en fonction des données littérales. L'équation de moment sera exprimée au point B_s .

Correction

Question 3 Isoler la roue arrière puis la roue avant et déterminer une équation issue du principe fondamental de statique donnant la composante normale de l'action du sol sur la roue, en fonction des paramètres géométriques et de la composante tangentielle.

Correction

Question 4 Isoler la roue motrice et déterminer une équation issue du PFS donnant \vec{C}_{red} en fonction des données géométriques, de N_{BS} et T_{BS} .

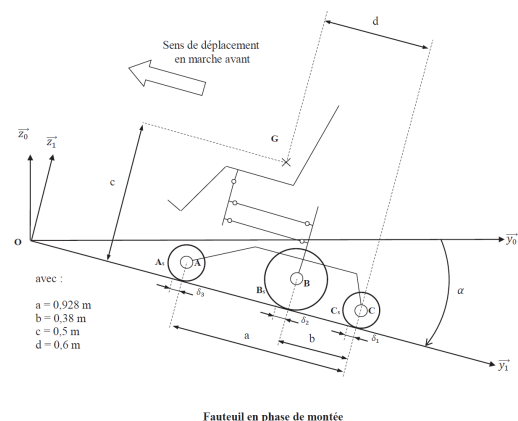
Correction

En supposant que le contact du sol sur la roue motrice se fait à la limite du glissement, on obtient un système de 7 équations à 7 inconnues.

La résolution de ce système donne les résultats suivants : $N_{BS} \cdot \vec{z}_1 = 1140$ N et $T_{BS} \cdot \vec{y}_1 = -350$ N.

Question 5 Justifier que la composante $T_{BS} \cdot \vec{y}_1$ est négative. À partir des valeurs de $\|T_{BS}\|$ et $\|T_{BS}\|$, déterminer la valeur de $\|C_m\|$ et conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.

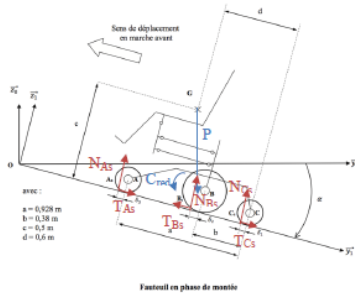
Correction



Détermination du couple des moteurs-roues

Q29. Lorsque la roue est motrice, un couple génère la rotation de la roue. L'action de la roue motrice sur le sol a donc une composante tangentielle issue du frottement qui est colinéaire à \vec{y}_1 . Par action réaction, la composante tangentielle de l'action du sol sur la roue motrice est donc colinéaire à $-\vec{y}_1$.

Lorsque la roue est folle, l'action du sol s'oppose au déplacement de la roue folle. La composante tangentielle de l'action du sol sur la roue folle est donc colinéaire à $+\vec{y}_1$.



Vitesse en phase de montée

Q30. On isole l'ensemble {Whing + PMR} = Σ

Bilan des actions mécaniques :

- Action de la pesanteur : $\{T_{g \rightarrow \Sigma}\} = \left\{ \begin{matrix} \frac{m}{2} g \cdot \vec{z}_0 \\ 0 \end{matrix} \right\}$
- Couple moteur : $\{T_{red \rightarrow \Sigma}\} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ C_{red} \cdot \vec{x}_1 \end{matrix} \right\}$ avec $C_{red} = \eta \cdot i \cdot C_m$
- Ponctuelle en As : $\{T_{s \rightarrow \Sigma}\} = \left\{ \begin{matrix} N_{As} \cdot \vec{z}_1 + T_{As} \cdot \vec{y}_1 \\ 0 \end{matrix} \right\}$
- Ponctuelle en Bs : $\{T_{s \rightarrow \Sigma}\} = \left\{ \begin{matrix} N_{Bs} \cdot \vec{z}_1 - T_{Bs} \cdot \vec{y}_1 \\ 0 \end{matrix} \right\}$
- Ponctuelle en Cs : $\{T_{s \rightarrow \Sigma}\} = \left\{ \begin{matrix} N_{Cs} \cdot \vec{z}_1 + T_{Cs} \cdot \vec{y}_1 \\ 0 \end{matrix} \right\}$

On déplace tous les moments au point Bs :

$$\begin{aligned} \vec{M}_{Bs, g \rightarrow \Sigma} &= \vec{M}_{G, g \rightarrow \Sigma} + \vec{B} \wedge \vec{R}_{g \rightarrow \Sigma} = -\frac{m}{2} g [(\delta_2 + b - d) \cos \alpha - c \sin \alpha] \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{M}_{Bs, red \rightarrow \Sigma} &= C_{red} \cdot \vec{x}_0 \text{ car c'est un torseur couple} \\ \vec{M}_{Bs, s \rightarrow \Sigma}^{As} &= (\delta_2 + b - a - \delta_3) N_{As} \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{M}_{Bs, s \rightarrow \Sigma}^{Cs} &= (\delta_2 + b - \delta_1) N_{Cs} \cdot \vec{x}_1 \end{aligned}$$

Le principe fondamental de la statique appliqué au solide 1 donne :

$$\begin{aligned} N_{As} + N_{Bs} + N_{Cs} - \frac{m}{2} g \cos \alpha &= 0 \\ T_{As} + T_{Cs} - T_{Bs} - \frac{m}{2} g \sin \alpha &= 0 \\ -\frac{m}{2} g [(\delta_2 + b - d) \cos \alpha - c \sin \alpha] + C_{red} + (\delta_2 + b - a - \delta_3) N_{As} + (\delta_2 + b - \delta_1) N_{Cs} &= 0 \end{aligned}$$

Q31. On isole la roue arrière : On choisit d'écrire le PFS en moment au point A projeté sur \vec{x}_0 pour ne pas faire intervenir les inconnues de la liaison pivot d'axe (C, \vec{x}_0) :

On déplace le torseur des actions du sol au point A :

$$\vec{M}_{As \rightarrow \Sigma}^{Cs} = \left(-\delta_3 N_{As} + \frac{D_3}{2} T_{As} \right) \cdot \vec{x}_1$$

Le TMS donne :

$$\delta_3 N_{As} = \frac{D_3}{2} T_{As}$$

Idem sur la roue avant. On obtient :

$$\delta_1 N_{Cs} = \frac{D_1}{2} T_{Cs}$$

Q32. On isole la roue motrice : TMS exprimé au point C projeté sur \vec{x}_0 :

$$\vec{M}_{Cs \rightarrow \Sigma}^{Bs} = \left(-\delta_2 N_{Bs} - \frac{D_2}{2} T_{Bs} \right) \cdot \vec{x}_1$$

D'où :

$$C_{red} = \delta_2 N_{Bs} + \frac{D_2}{2} T_{Bs}$$

Q33. Si $T_{Bs} \cdot \vec{y}_1$ n'était pas négative, il s'opposerait au couple moteur et le frottement n'aiderait pas le moteur à faire gravir la côte au Whing.

AN : $C_{red} = 0,004,1140 + 0,336/2,350 = 63,36 \text{ Nm}$

D'où $C_m = \frac{C_{red}}{\eta i} = \frac{63,36}{8,780,9} = 8 \text{ Nm}$

Le moteur pouvant développer un couple moteur de 24 Nm, le Whing peut démarrer sur une pente de 15°.