

Préparation Mines Telecom

Tête de découpe de tissus ★ – Sujet

Le système étudié dans ce sujet est une tête de coupe de tissus conçue et réalisée par la société française Lectra, leader mondial dans la découpe automatisée des tissus.

Présentation générale Un système de découpe automatisé de tissus est composé (figure 1) :

- ▶ d'une table de découpe sur laquelle le tissu à découper (appelé matelas) est maintenu en position par aspiration ;
- ▶ d'un bras transversal qui se déplace en translation de direction \vec{y}_0 par rapport à la table ;
- ▶ d'une tête de coupe qui se déplace en translation de direction \vec{x}_0 par rapport au bras transversal ;
- ▶ d'un ordinateur qui pilote l'ensemble du système.

Dans ce sujet, nous nous intéresserons plus particulièrement à la tête de coupe proposée par Lectra dans deux versions (initiale et améliorée) dont le diagramme partiel des exigences pour la solution de découpe (logiciel/machine) est présenté dans la figure 2.

D'après concours Commun INP 2018 – MP.

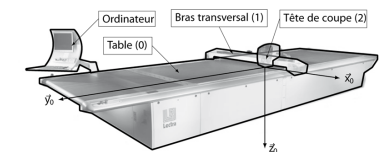
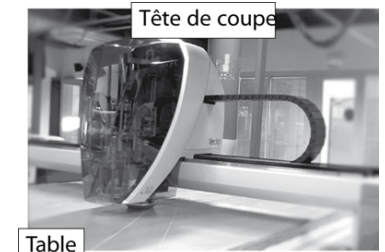


FIGURE 1 – Structure d'une table de découpe de tissus

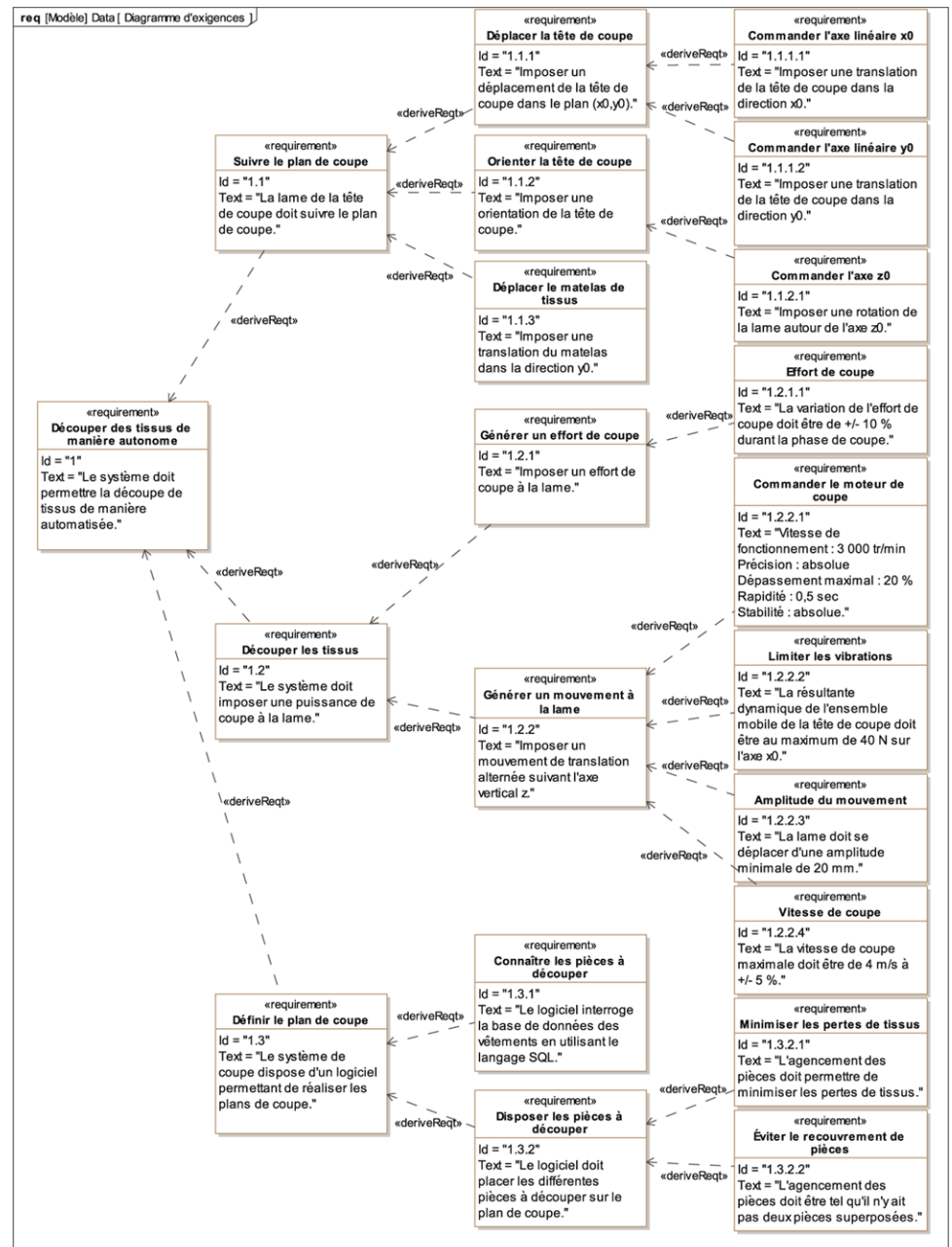


FIGURE 2 – Diagramme des exigences

0.1 Modélisation du comportement du moteur de coupe

Objectif

Modéliser la chaîne d'asservissement en vitesse du moteur afin de déterminer les paramètres du correcteur permettant de respecter l'exigence 1.2.2.1.

Le mouvement de coupe est asservi en vitesse. La vitesse de rotation du moteur, notée $\omega_m(t)$, est le paramètre asservi. Elle est mesurée à l'aide d'un codeur incrémental et de son conditionneur qui fournissent une tension $u_{\text{mes}}(t)$, image de la vitesse de rotation du moteur. Cette tension est comparée à la tension consigne $u_{\text{cons}}(t)$, image de la vitesse de rotation de consigne $\omega_{\text{cons}}(t)$; un adaptateur fournit $u_{\text{cons}}(t)$ à partir de $\omega_{\text{cons}}(t)$. La tension $\varepsilon(t) = u_{\text{cons}}(t) - u_{\text{mes}}(t)$ est alors transformée en tension d'alimentation du moteur $u_m(t)$ par l'ensemble correcteur-variateur.

Question 1 Proposer un schéma-bloc fonctionnel du système.

Modélisation du comportement du moteur

Objectif

Modéliser le comportement en vitesse du moteur.

Le moteur utilisé est un moteur à courant continu dont les caractéristiques sont :

- ▶ R , résistance de l'induit;
- ▶ L , inductance de l'induit;
- ▶ k_e , constante de vitesse;
- ▶ k_c , constante de couple.

On donne les quatre équations du modèle d'un moteur à courant continu : $u_m(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$, $J \frac{d\omega(t)}{dt} = c_m(t) + c_r(t)$, $c_m(t) = k_c i(t)$ et $e(t) = K_e \omega(t)$ où :

- ▶ $u_m(t)$ est la tension d'alimentation du moteur;
- ▶ $i(t)$ est l'intensité traversant l'induit;
- ▶ $e(t)$ est la force contre-électromotrice;
- ▶ $\omega_m(t)$ est la vitesse de rotation de l'arbre moteur;
- ▶ $c_m(t)$ est le couple moteur;
- ▶ $c_r(t)$ est le couple résistant;
- ▶ J est le moment d'inertie de l'ensemble en mouvement ramené à l'arbre moteur, supposé constant dans cette partie.

La transformée de Laplace d'une fonction temporelle $f(t)$ est notée $F(p)$. La fonction de transfert du moteur est notée : $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$.

Question 2 Exprimer $\Omega_m(p)$ en fonction de $U_m(p)$, $C_r(p)$ et des différentes constantes.

0.2 Analyse du comportement de la chaîne de mesure

Objectif

Analyser le comportement du conditionneur associé au codeur incrémental afin de valider son implantation dans la boucle d'asservissement.

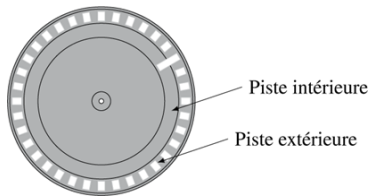


FIGURE 3 – Pistes du codeur incrémental

Le capteur est un codeur incrémental.

Ce codeur incrémental possède trois récepteurs :

- ▶ un récepteur est affecté à la piste intérieure et délivre une impulsion par tour ;
- ▶ deux récepteurs sont placés sur la piste extérieure et sont décalés l'un par rapport à l'autre d'un quart de largeur de fente. Les signaux ainsi émis sont décalés dans le temps.

Notations

- ▶ N_m est la fréquence de rotation en tr/min (tour/min) associée à la vitesse angulaire de l'arbre moteur ω_m ;
- ▶ a (respectivement b) est la variable binaire indiquant la réception d'un signal du premier (respectivement du deuxième) récepteur sur la piste extérieure, $a = 1$ (respectivement $b = 1$) si le récepteur est en face d'une fente ;
- ▶ pulse_a (respectivement pulse_b) est la variable binaire du front montant de a (respectivement b), c'est-à-dire que $\text{pulse}_a = 1$ (respectivement $\text{pulse}_b = 1$) lorsque a (respectivement b) passe de 0 à 1, sinon $\text{pulse}_a = 0$ (respectivement $\text{pulse}_b = 0$) ;
- ▶ sens_{mot} est la variable binaire indiquant le sens du moteur : $\text{sens}_{\text{mot}} = 1$ lorsque $\omega_m > 0$ et $\text{sens}_{\text{mot}} = 0$ lorsque $\omega_m \leq 0$;
- ▶ N est le nombre de fentes sur la piste extérieure ($N = 2500$).

Le document suivant représente l'évolution temporelle des variables a et b lorsque l'arbre moteur tourne à $N_m = 3000$ tr/min.

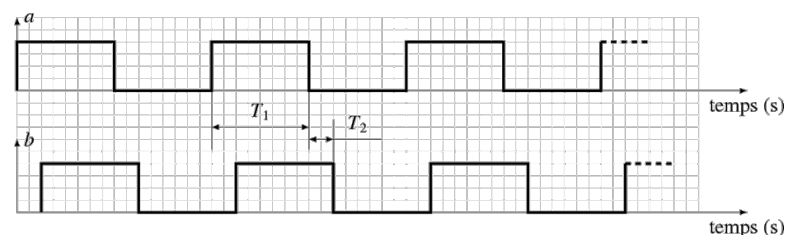


FIGURE 4 – Chronogramme des variables a et b pour $N_m = 3000$ tr/min

Question 3 Décrire le fonctionnement du capteur et sa résolution.

Question 4 Donner le chronogramme pour 1500 tr/min et -3000 tr/min.

Question 5 Compléter le diagramme d'état de la figure 5 permettant de connaître le sens du moteur.



FIGURE 5 – Diagramme d'états d'affectation de la variable sens_{mot}

0.3 Modélisation du comportement mécanique de la tête de coupe de coupe

Objectif

Modéliser le comportement dynamique de la tête de coupe afin d'identifier un phénomène de vibration néfaste au regard de l'exigence 1.2.2.

Modélisation du comportement cinématique de la tête de coupe

Objectif

Déterminer la loi entrée/sortie de la chaîne cinématique de la tête de coupe et valider son comportement vis-à-vis des exigences 1.2.2.3 et 1.2.2.4.

La découpe du tissu est réalisée par un mouvement de translation alternative d'une lame par rapport au matelas de tissus. Ce mouvement est obtenu par un système bielle-manivelle dont le schéma cinématique est donné par la figure 9. Les mouvements de translation de la tête de coupe par rapport à la table impliquent que les bases $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ et $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, liées respectivement à la tête de coupe et à la table, sont identiques (figure 1).

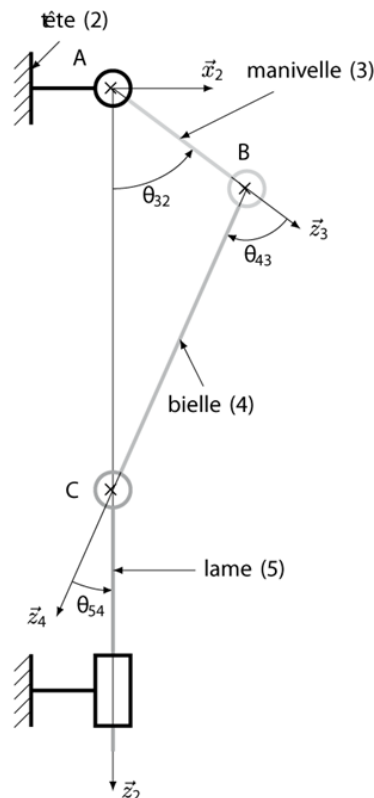
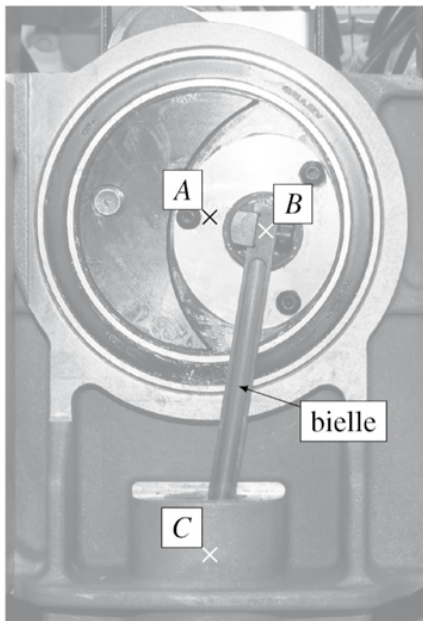


FIGURE 6 – Système d'entraînement de la lame de coupe et schéma cinématique associé

Modélisation des liaisons et paramétrage du système On associe le repère $\mathcal{R}_2 = (A; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ à la tête 2, le repère $\mathcal{R}_3 = (A; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ à la manivelle 3, le repère $\mathcal{R}_4 = (B; \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ à la bielle 4 et le repère $\mathcal{R}_5 = (C; \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ à la lame 5.

La manivelle 3 est en liaison pivot avec la tête 2, d'axe (A, \vec{y}_2) et d'angle $\theta_{32}(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$.

La manivelle 3 est en liaison pivot avec la bielle 4, d'axe (B, \vec{y}_2) et d'angle $\theta_{43}(t) = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_5)$.

La bielle 4 est en liaison pivot avec la lame 5, d'axe (C, \vec{y}_0) et d'angle $\theta_{54}(t) = (\vec{x}_4, \vec{x}_2) = (\vec{z}_4, \vec{z}_2)$.

La lame 5 est en liaison glissière avec la tête 2, de direction \vec{z}_2 et de paramètre linéaire $\lambda(t)$. On pose $\omega_{ij}(t) = \frac{d\theta_{ij}}{dt} = \dot{\theta}_{ij}(t)$, $\vec{AB} = L_3 \vec{z}_3$ avec $L_3 = 12,5 \text{ mm}$, $\vec{BC} = L_4 \vec{z}_4$ avec $L_4 = 80 \text{ mm}$ et $\vec{AC} = \lambda(t) \vec{z}_2$.

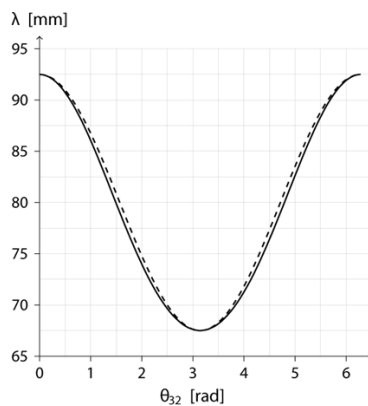


FIGURE 7 – Évolutions théorique (–) et approximée (---) du paramètre λ

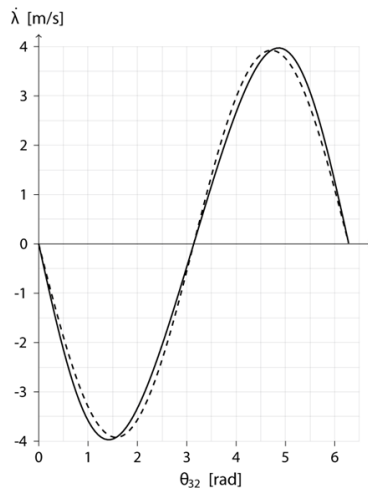


FIGURE 8 – Évolutions théorique (–) et approximée (---) de la vitesse $\dot{\lambda}$ pour une vitesse $\dot{\theta}_{32} = 3000 \text{ tr/min}$

Question 6 Déterminer la relation entre le paramètre $\lambda(t)$, l'angle $\theta_{32}(t)$ et les données géométriques du système.

Question 7 En déduire l'expression littérale de l'amplitude des oscillations de la lame, notée Δz . Faire l'application numérique et conclure sur le respect de l'exigence 1.2.2.3.

Question 8 Donner les hypothèses permettant de montrer que la loi obtenue précédemment peut se mettre sous la forme $\lambda(t) \simeq L_3 \cos(\theta_{32}(t)) + L_4(t)$.

Afin de valider cette approximation, les deux fonctions mathématiques ont été tracées sur un tour de l'arbre moteur (figure 7).

Question 9 Conclure sur l'adoption de la loi approximée dans la suite de l'étude.

Afin de valider le critère associé à l'exigence de vitesse de coupe, il est nécessaire de déterminer la loi en vitesse de la lame notée $\dot{\lambda}(t)$.

Question 10 Déterminer l'expression littérale de $\dot{\lambda}(t)$ à partir du modèle simplifié de $\lambda(t)$.

Cette loi en vitesse simplifiée a été tracée (figure 8) pour être comparée à la loi obtenue à partir du modèle établi initialement.

Question 11 La simplification de la loi en vitesse permet-elle de valider l'exigence 1.2.2.4. ?

0.4 Modélisation du comportement dynamique de la tête de coupe

Objectif

Identifier la cause des vibrations à partir de la modélisation dynamique du comportement de la tête de coupe.

Hypothèses de modélisation et notations :

- ▶ le référentiel lié à la table de découpe est supposé galiléen ;
- ▶ les liaisons sont supposées parfaites ;
- ▶ l'action mécanique du moteur sur la manivelle 3 est modélisée par un couple $\vec{C}_m = C_m(t)\vec{y}_2$;
- ▶ lors de la coupe, le matelas de tissus exerce une action mécanique sur la lame $\vec{R}(\text{matelas} \rightarrow \text{lame}) = F_a\vec{y}_0 + F_c\vec{z}_0$ avec F_a l'effort d'avance et F_c l'effort de coupe ;
- ▶ la lame, en mouvement de translation par rapport à la table, a une vitesse notée $\vec{V}_{\text{lame/table}} = V_a\vec{y}_0 + \dot{\lambda}(t)\vec{z}_0$ avec V_a la vitesse d'avance du bras par rapport à la table, supposée constante et $\dot{\lambda}(t)$ la vitesse de coupe telle que $\dot{\lambda}(t) = -L_3\omega_{32}\sin\theta_{32}(t)$;
- ▶ l'effet de la pesanteur est négligeable devant les autres actions mécaniques ;
- ▶ le moment d'inertie suivant l'axe (A, \vec{y}_2) de la manivelle, de masse $M_3 = 0,350 \text{ kg}$, ramenée à l'arbre moteur est $J_3 = 1,2 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$;
- ▶ la masse et l'inertie de la bielle sont négligées ;
- ▶ la masse de l'ensemble mobile lié à la lame est $M_5 = 0,1 \text{ kg}$.

Question 12 En utilisant la méthode de votre choix, donner l'expression littérale du couple moteur $C_m(t)$. Seront précisés le ou les systèmes isolés, le ou les bilans nécessaires et le ou les théorèmes utilisés.