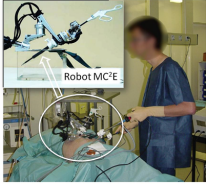


TD



Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Concours Commun Mines Ponts 2016

Savoirs et compétences :

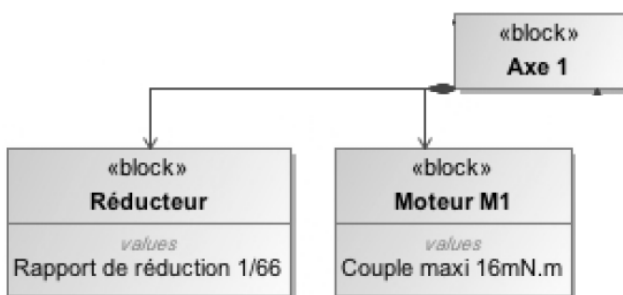
- Res2.C18 : principe fondamental de la statique;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Le robot MC²E est utilisé par des chirurgiens en tant que troisième main lors de l'ablation de la vésicule biliaire. La cinématique du robot permet de garantir que le point d'insertion des outils chirurgicaux soit fixe dans le référentiel du patient.

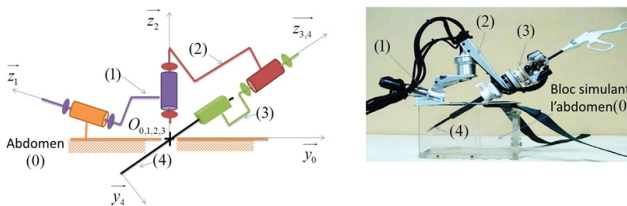
Le robot est constitué de 3 axes de rotations permettant de mettre en position une pince. La pince est animée d'un mouvement de translation permettant de tirer la vésicule pendant que le chirurgien la détache du foie.

Objectif Valider par un calcul simplifié de prédimensionnement la motorisation de l'axe 1 du MC²E.



Validation des performances statiques des motorisations

On donne ci-dessous le schéma cinématique simplifié du mécanisme.



Dans l'étude envisagée, les trois axes de rotation sont asservis en position angulaire et l'axe de translation de la pince (4) est asservi en effort. On va étudier le maintien en position réalisé par les trois axes de rotation. Dans cette phase, les trois moteurs maintiennent la position du

robot le plus précisément possible et ce malgré les perturbations qu'engendrent les actions de pesanteur ainsi que les réactions dues aux efforts à l'extrémité de la pince (4).

Hypothèses

- Étant données la très faible amplitude des mouvements et leur faible évolution dans le temps, une étude quasi statique est suffisante.
- Le point $O_0 = O_{0,1,2,3}$ est supposé fixe.
- Les actions mécaniques entre l'abdomen du patient et la pince (4) en O_0 seront négligées. On considère donc qu'il n'y a pas de liaison et d'action mécanique transmissible associée.
- Les liaisons pivot et la liaison glissière sont toutes supposées parfaites (sans frottement).

Modélisation des actions mécaniques

- Le moteur **M1** et son réducteur, mettant en mouvement le solide (1) par rapport à (0), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (1) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m01} = C_{m01} \vec{z}_1$.
- De même, on note $\vec{C}_{m12} = C_{m12} \vec{z}_2$ et $\vec{C}_{m23} = C_{m23} \vec{z}_3$ les couples moteurs que (1) exerce sur (2) et (2) exerce sur (3).
- On admettra que le moteur **M4** et son réducteur, mettant en mouvement la pince (4) par rapport à (3), permettent d'exercer un glisseur en O_4 de résultante $\vec{F}_{m34} = F_{m34} \vec{z}_3$.
- L'action mécanique qu'exerce l'organe du patient sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté $\{\mathcal{T}(\text{ext} \rightarrow 4)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{\text{ext} \rightarrow 4} = R_{\text{ext} \rightarrow 4} \vec{z}_4 \\ 0 \end{array} \right\}_{O_4}$ où O_4 est le point de contact entre (4) et l'organe du patient.

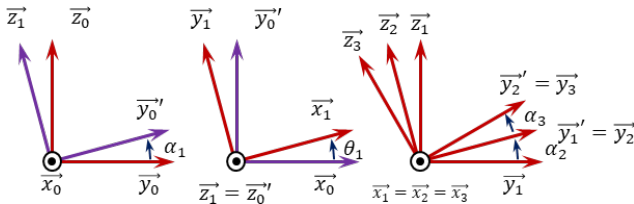
Démarche globale

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse associé au système étudié.

Question 2 Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s)) permettant de déterminer les expressions littérales des couples C_{m01} , C_{m12} , C_{m23} , et de la résultante F_{m34} , lors de la phase de maintien statique. Les calculs ne doivent pas être développés.

Modélisation simplifiée

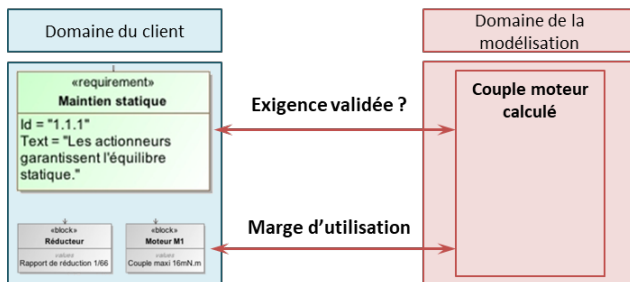
- On se place dans une configuration particulière telle que $\theta_1 = 45^\circ$ et $\theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$ ainsi que $O_4 = O$. On donne pour cela les figures de calcul simplifiées.
- Le centre d'inertie équivalent de l'ensemble matériel $E=(1+2+3+4)$ est noté G . Pour la configuration étudiée, la position de G est considérée telle que $\vec{O_0G} = \ell \vec{z_2}$. La masse totale de cet ensemble est notée $M = 1,3 \text{ kg}$. On prend $\ell = 5 \text{ cm}$. Le champ de pesanteur est noté $-g \vec{z_0}$ avec (avec $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$).



Question 3 Déterminer analytiquement en fonction de $g, l, M, \theta_1, \alpha_1$ et α_2 , l'expression littérale de C_{m01} lors de la phase de maintien statique. Effectuer l'application numérique (avec $\alpha_1 = 70^\circ$ et $\alpha_2 = -70^\circ$).

Retour sur la cahier des charges

Question 4 En utilisant le diagramme de blocs et les résultats précédents, vérifier que l'exigence 1.1.1 peut être satisfaite. Remplir le diagramme suivant.



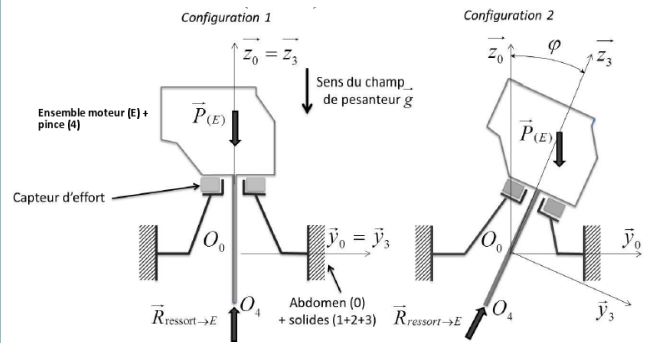
Pour aller plus loin : Validation des performances de l'asservissement d'effort

Lors du retrait de la vésicule, il est nécessaire de maintenir un effort constant en bout de pince (4). Pour cela, on réalise un asservissement d'effort de l'axe en translation.

Objectif Valider le positionnement du capteur d'effort et justifier la nécessité de faire une compensation de pesanteur.

L'ensemble (E) contient ici la totalité de la transmission d'effort de la pince (4), moteur M4 compris. Dans cette

partie, on simplifiera le modèle de contact entre abdomen et pince en retenant une liaison libre. Pour deux configurations géométriques distinctes, le montage du capteur d'effort peut être modélisé par les schémas cinématiques simplifiés ci-dessous.



Un ressort simulant la vésicule biliaire (raideur du ressort similaire à la raideur de la vésicule) est installé en bout de pince.

Hypothèses

- Le problème est plan.
- Étant données les faibles vitesses et accélérations envisagées, une étude quasi-statique est suffisante.
- Les actions mécaniques de pesanteur sur (E) ne peuvent pas être négligées face aux actions mécaniques mises en jeu lors d'une opération. On notera leur résultante $\vec{P}_{(E)}$.
- Le capteur d'effort assure la liaison entre l'ensemble (0+1+2+3) et (E). Le capteur sera donc toujours en contact avec ces deux ensembles.

Modélisation des actions mécaniques

- L'action mécanique qu'exerce le ressort sur l'ensemble (E) est modélisée par un glisseur noté $\{\mathcal{T}(\text{Ressort} \rightarrow E)\} = \left\{ \begin{matrix} R(\text{Ressort} \rightarrow E) \\ 0 \end{matrix} \right\}_{O_4}$ où O_4 est le point de contact entre la pince (4) et le ressort.

- L'action mécanique, mesurée par le capteur, liée à sa liaison avec l'ensemble (E), est modélisée par $\{\mathcal{T}(\text{Capteur} \rightarrow E)\} = \left\{ \begin{matrix} R(\text{Capteur} \rightarrow E) \\ \mathcal{M}(O_4, \text{Capteur} \rightarrow E) \end{matrix} \right\}_{O_4}$.

La résultante sera notée $R(\text{Capteur} \rightarrow E) = F_z \vec{z_3} + F_y \vec{y_3}$. Seules ces deux composantes seront prises en compte par la suite.

Pour que la résultante de l'action mécanique mesurée par le capteur soit égale à la résultante de l'action mécanique que génère le ressort sur (E), il faut compenser la résultante de l'action mécanique de pesanteur.

Question 5 Pour la configuration 1 et par la méthode de votre choix, définir l'expression de F_z et F_y en fonction des autres actions mécaniques utiles. Commenter le résultat obtenu et la capacité du capteur à mesurer seulement les actions mécaniques générées par la pince sur le ressort.

La compensation de pesanteur revient à faire prendre en compte par le calculateur, en temps réel, la valeur des

actions mécaniques de pesanteur quelle que soit la configuration géométrique du MC²E. On pourra alors connaître, à partir de la mesure du capteur d'effort, l'action mécanique exercée par la pince (4) sur le ressort.

Pour comprendre le traitement de l'information que devra faire le calculateur on propose une deuxième configuration géométrique (configuration 2) du MC²E.

Question 6 Dans la configuration 2, définir l'expression de F_z et F_y en fonction des autres actions mécaniques utiles. Pour réaliser la compensation, quels sont les paramètres à connaître en temps réel?

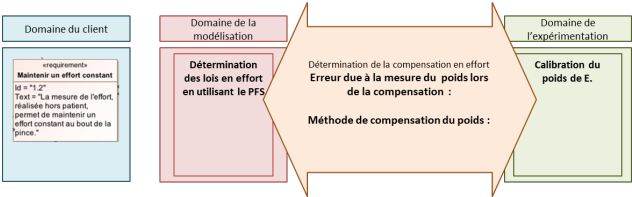
Retour sur le cahier des charges

Le montage d'essai suivant a été mis en place. La seconde configuration a été réalisée avec un angle φ de 20°. Cet essai, réalisé sans interaction entre le ressort et la pince (4), a permis d'obtenir les valeurs expérimentales suivantes mesurées par le capteur.

Configuration 1		Configuration 2	
$ F_{y0} $	$ F_{z0} $	$ F_{y20} $	$ F_{z20} $
0,0222 N	12,753 N	4,382 N	11,999 N

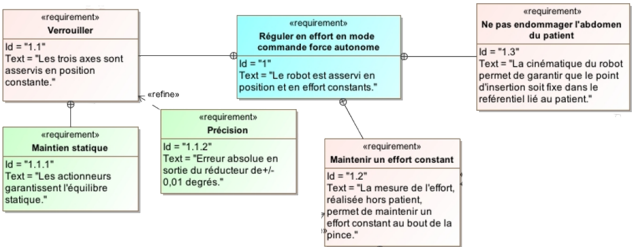
Question 7 Estimer la valeur du poids. Donner une estimation de la fiabilité sur la détermination du poids par les capteurs d'efforts. Pour réaliser la compensation de pesanteur, comment doivent être utilisées ces grandeurs me-

surées?

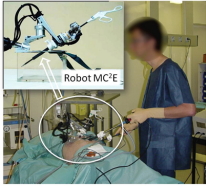


Corrigé résumé

- 1.
- 2.
3. $C_m = -Mg\ell \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1 = 0,4 \text{ Nm}$.
- 4.



Colle



Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Concours Commun Mines Ponts 2016

Savoirs et compétences :

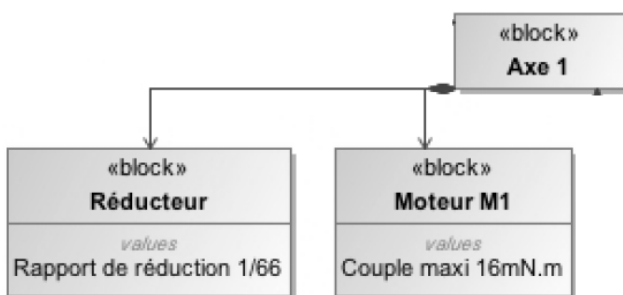
- Res2.C18 : principe fondamental de la statique;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Le robot MC²E est utilisé par des chirurgiens en tant que troisième main lors de l'ablation de la vésicule biliaire. La cinématique du robot permet de garantir que le point d'insertion des outils chirurgicaux soit fixe dans le référentiel du patient.

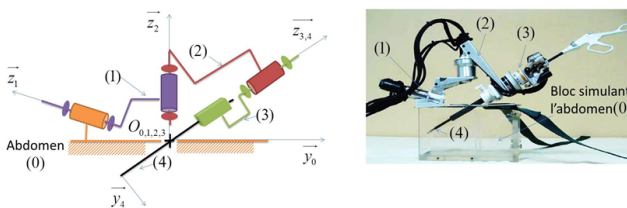
Le robot est constitué de 3 axes de rotations permettant de mettre en position une pince. La pince est animée d'un mouvement de translation permettant de tirer la vésicule pendant que le chirurgien la détache du foie.

Objectif Valider par un calcul simplifié de prédimensionnement la motorisation de l'axe 1 du MC²E.



Validation des performances statiques des motorisations

On donne ci-dessous le schéma cinématique simplifié du mécanisme.



Dans l'étude envisagée, les trois axes de rotation sont asservis en position angulaire et l'axe de translation de la pince (4) est asservi en effort. On va étudier le maintien en position réalisé par les trois axes de rotation. Dans cette phase, les trois moteurs maintiennent la position du

robot le plus précisément possible et ce malgré les perturbations qu'engendrent les actions de pesanteur ainsi que les réactions dues aux efforts à l'extrémité de la pince (4).

Hypothèses

- Étant données la très faible amplitude des mouvements et leur faible évolution dans le temps, une étude quasi statique est suffisante.
- Le point $O_0 = O_{0,1,2,3}$ est supposé fixe.
- Les actions mécaniques entre l'abdomen du patient et la pince (4) en O_0 seront négligées. On considère donc qu'il n'y a pas de liaison et d'action mécanique transmissible associée.
- Les liaisons pivot et la liaison glissière sont toutes supposées parfaites (sans frottement).

Modélisation des actions mécaniques

- Le moteur **M1** et son réducteur, mettant en mouvement le solide (1) par rapport à (0), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (1) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m01} = C_{m01} \vec{z}_1$.
- De même, on note $\vec{C}_{m12} = C_{m12} \vec{z}_2$ et $\vec{C}_{m23} = C_{m23} \vec{z}_3$ les couples moteurs que (1) exerce sur (2) et (2) exerce sur (3).
- On admettra que le moteur **M4** et son réducteur, mettant en mouvement la pince (4) par rapport à (3), permettent d'exercer un glisseur en O_4 de résultante $\vec{F}_{m34} = F_{m34} \vec{z}_3$.
- L'action mécanique qu'exerce l'organe du patient sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté $\{\mathcal{T}(\text{ext} \rightarrow 4)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{\text{ext} \rightarrow 4} = R_{\text{ext} \rightarrow 4} \vec{z}_4 \\ 0 \end{array} \right\}_{O_4}$ où O_4 est le point de contact entre (4) et l'organe du patient.

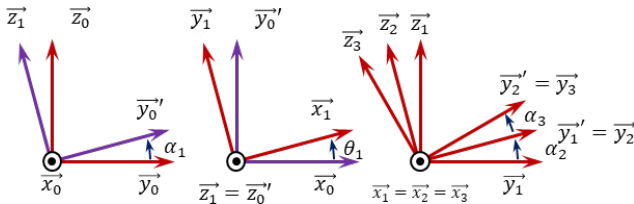
Démarche globale

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse associé au système étudié.

Question 2 Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s)) permettant de déterminer les expressions littérales des couples C_{m01} , C_{m12} , C_{m23} , et de la résultante F_{m34} , lors de la phase de maintien statique. Les calculs ne doivent pas être développés.

Modélisation simplifiée

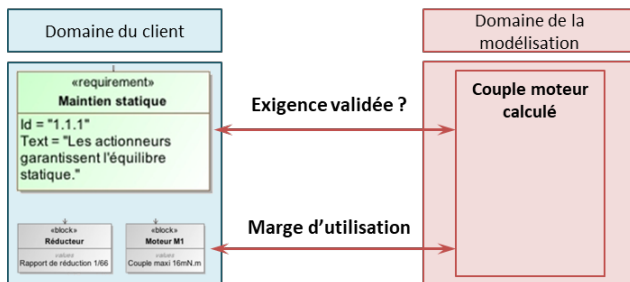
- On se place dans une configuration particulière telle que $\theta_1 = 45^\circ$ et $\theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$ ainsi que $O_4 = O$. On donne pour cela les figures de calcul simplifiées.
- Le centre d'inertie équivalent de l'ensemble matériel $E=(1+2+3+4)$ est noté G . Pour la configuration étudiée, la position de G est considérée telle que $\vec{O_0G} = \ell \vec{z_2}$. La masse totale de cet ensemble est notée $M = 1,3 \text{ kg}$. On prend $\ell = 5 \text{ cm}$. Le champ de pesanteur est noté $-g \vec{z_0}$ avec (avec $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$).



Question 3 Déterminer analytiquement en fonction de $g, l, M, \theta_1, \alpha_1$ et α_2 , l'expression littérale de C_{m01} lors de la phase de maintien statique. Effectuez l'application numérique (avec $\alpha_1 = 70^\circ$ et $\alpha_2 = -70^\circ$).

Retour sur la cahier des charges

Question 4 En utilisant le diagramme de blocs et les résultats précédents, vérifier que l'exigence 1.1.1 peut être satisfaite. Remplir le diagramme suivant.



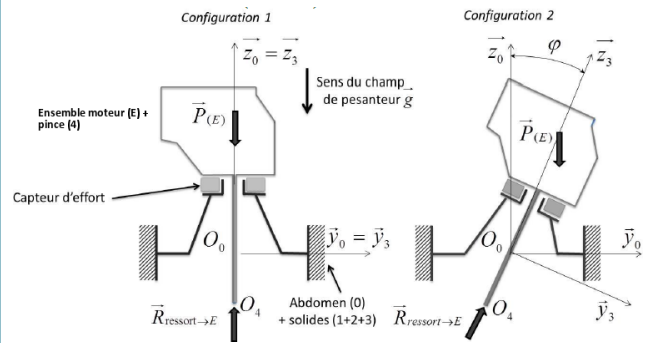
Pour aller plus loin : Validation des performances de l'asservissement d'effort

Lors du retrait de la vésicule, il est nécessaire de maintenir un effort constant en bout de pince (4). Pour cela, on réalise un asservissement d'effort de l'axe en translation.

Objectif Valider le positionnement du capteur d'effort et justifier la nécessité de faire une compensation de pesanteur.

L'ensemble (E) contient ici la totalité de la transmission d'effort de la pince (4), moteur M4 compris. Dans cette

partie, on simplifiera le modèle de contact entre abdomen et pince en retenant une liaison libre. Pour deux configurations géométriques distinctes, le montage du capteur d'effort peut être modélisé par les schémas cinématiques simplifiés ci-dessous.



Un ressort simulant la vésicule biliaire (raideur du ressort similaire à la raideur de la vésicule) est installé en bout de pince.

Hypothèses

- Le problème est plan.
- Étant données les faibles vitesses et accélérations envisagées, une étude quasi-statique est suffisante.
- Les actions mécaniques de pesanteur sur (E) ne peuvent pas être négligées face aux actions mécaniques mises en jeu lors d'une opération. On notera leur résultante $\vec{P}_{(E)}$.
- Le capteur d'effort assure la liaison entre l'ensemble (0+1+2+3) et (E). Le capteur sera donc toujours en contact avec ces deux ensembles.

Modélisation des actions mécaniques

- L'action mécanique qu'exerce le ressort sur l'ensemble (E) est modélisée par un glisseur noté $\{\mathcal{T}(\text{Ressort} \rightarrow E)\} = \left\{ \begin{matrix} R(\text{Ressort} \rightarrow E) \\ 0 \end{matrix} \right\}_{O_4}$ où O_4 est le point de contact entre la pince (4) et le ressort.

- L'action mécanique, mesurée par le capteur, liée à sa liaison avec l'ensemble (E), est modélisée par $\{\mathcal{T}(\text{Capteur} \rightarrow E)\} = \left\{ \begin{matrix} R(\text{Capteur} \rightarrow E) \\ \mathcal{M}(O_4, \text{Capteur} \rightarrow E) \end{matrix} \right\}_{O_4}$.

La résultante sera notée $R(\text{Capteur} \rightarrow E) = F_z \vec{z_3} + F_y \vec{y_3}$. Seules ces deux composantes seront prises en compte par la suite.

Pour que la résultante de l'action mécanique mesurée par le capteur soit égale à la résultante de l'action mécanique que génère le ressort sur (E), il faut compenser la résultante de l'action mécanique de pesanteur.

Question 5 Pour la configuration 1 et par la méthode de votre choix, définir l'expression de F_z et F_y en fonction des autres actions mécaniques utiles. Commenter le résultat obtenu et la capacité du capteur à mesurer seulement les actions mécaniques générées par la pince sur le ressort.

La compensation de pesanteur revient à faire prendre en compte par le calculateur, en temps réel, la valeur des

actions mécaniques de pesanteur quelle que soit la configuration géométrique du MC²E. On pourra alors connaître, à partir de la mesure du capteur d'effort, l'action mécanique exercée par la pince (4) sur le ressort.

Pour comprendre le traitement de l'information que devra faire le calculateur on propose une deuxième configuration géométrique (configuration 2) du MC²E.

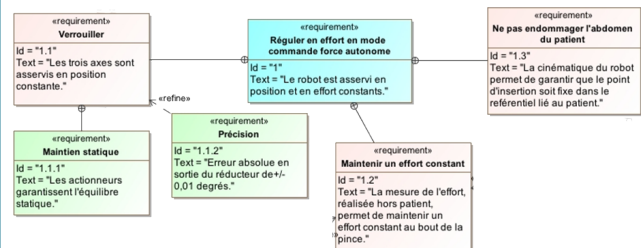
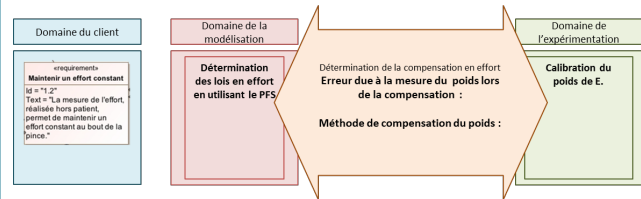
Question 6 Dans la configuration 2, définir l'expression de F_z et F_y en fonction des autres actions mécaniques utiles. Pour réaliser la compensation, quels sont les paramètres à connaître en temps réel ?

Retour sur le cahier des charges

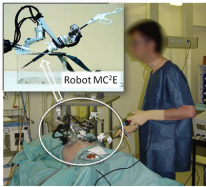
Le montage d'essai suivant a été mis en place. La seconde configuration a été réalisée avec un angle φ de 20°. Cet essai, réalisé sans interaction entre le ressort et la pince (4), a permis d'obtenir les valeurs expérimentales suivantes mesurées par le capteur.

Configuration 1		Configuration 2	
$ F_{y0} $	$ F_{z0} $	$ F_{y20} $	$ F_{z20} $
0,0222 N	12,753 N	4,382 N	11,999 N

Question 7 Estimer la valeur du poids. Donner une estimation de la fiabilité sur la détermination du poids par les capteurs d'efforts. Pour réaliser la compensation de pesanteur, comment doivent être utilisées ces grandeurs mesurées ?



Corrigé



Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Concours Commun Mines Ponts 2016

Savoirs et compétences :

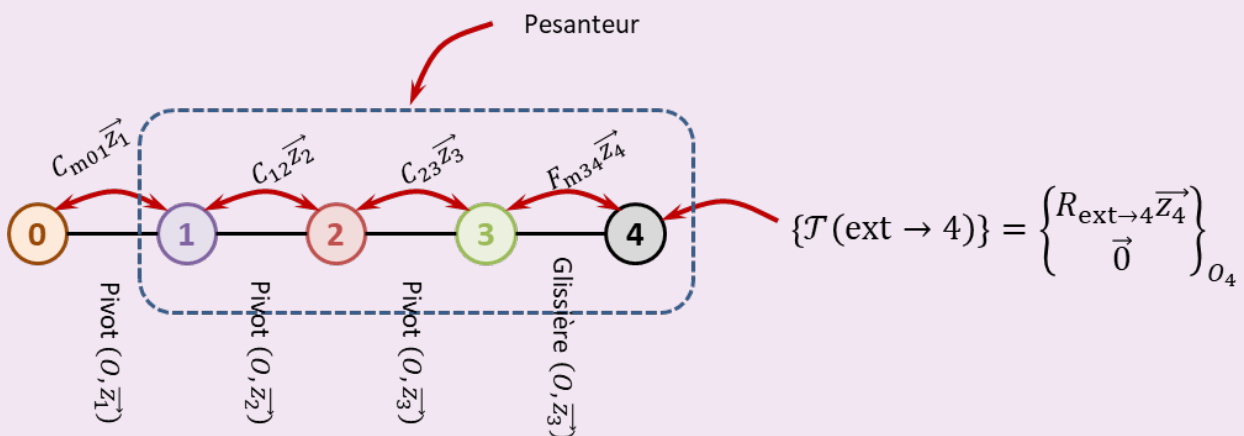
- Res2.C18 : principe fondamental de la statique ;
- Res2.C19 : équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides ;
- Res2.C20 : théorème des actions réciproques.

Mise en situation

Démarche globale

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse associé au système étudié.

Correction



Question 2 Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s)) permettant de déterminer les expressions littérales des couples C_{m01} , C_{m12} , C_{m23} , et de la résultante F_{m34} , lors de la phase de maintien statique. Les calculs ne doivent pas être développés.

Correction

Méthode On cherche ici à déterminer le couple et les efforts à fournir par chacun des actionneurs pour maintenir en le système en équilibre statique. 4 actionneurs sont à déterminer, il faut donc un minimum de 4 équations. On va écrire les équations du PFS correspondant au mobilité afin de pas faire apparaître les inconnues de liaisons.

1. Pour déterminer F_{m34} on isole le solide (4) et on applique le théorème de la résultante statique en projection sur \vec{z}_4 .
2. Pour déterminer C_{m23} on isole l'ensemble (3+4) et on applique le théorème du moment statique en O en projection sur \vec{z}_3 .
3. Pour déterminer C_{m12} on isole l'ensemble (2+3+4) et on applique le théorème du moment statique en O en

- projection sur \vec{z}_2 .
4. Pour déterminer C_{m01} on isole l'ensemble (1+2+3+4) et on applique le théorème du moment statique en O en projection sur \vec{z}_1 .

Modélisation simplifiée

Question 3 Déterminer analytiquement en fonction de g , l , M , θ_1 , α_1 et α_2 , l'expression littérale de C_{m01} lors de la phase de maintien statique. Effectuer l'application numérique (avec $\alpha_1 = 70^\circ$ et $\alpha_2 = -70^\circ$).

Correction

- On isole l'ensemble (1+2+3+4).
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
 - action de la liaison pivot de 0 sur 1 : $\mathcal{M}(O, 0 \rightarrow 1) \vec{z}_1 = 0$.
 - action du moteur 0 sur 1 : $\mathcal{M}(O, 0_m \rightarrow 1) \vec{z}_1 = C_{m01}$.
 - action de la pesanteur sur E : $\mathcal{M}(O, \text{pes} \rightarrow E) \vec{z}_1$:
 - * $\mathcal{M}(O, \text{pes} \rightarrow E) \vec{z}_1 = \underbrace{\mathcal{M}(G, \text{pes} \rightarrow E) \vec{z}_1}_{\vec{0}} + \overrightarrow{OG} \wedge (-M g \vec{z}_0) \cdot \vec{z}_1 = -M g l (\vec{z}_2 \wedge \vec{z}_0) \cdot \vec{z}_1 = -M g l (\vec{z}_0 \wedge \vec{z}_1) \cdot \vec{z}_2$
 - $\vec{z}_2 = -M g l \sin \alpha_1 (\vec{x}_0 \cdot \vec{z}_2) = -M g l \sin \alpha_1 (\vec{x}_0 \cdot (\cos \alpha_2 \vec{z}_1 - \sin \alpha_2 \vec{y}_1)) = M g l \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} + \theta_1 \right) = M g l \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1$.
 - action de l'organe sur (4) : $\mathcal{M}(O, \text{ext} \rightarrow 4) \vec{z}_1 = \vec{0}$.
- On applique le théorème du moment statique en O en projection sur \vec{z}_1 :

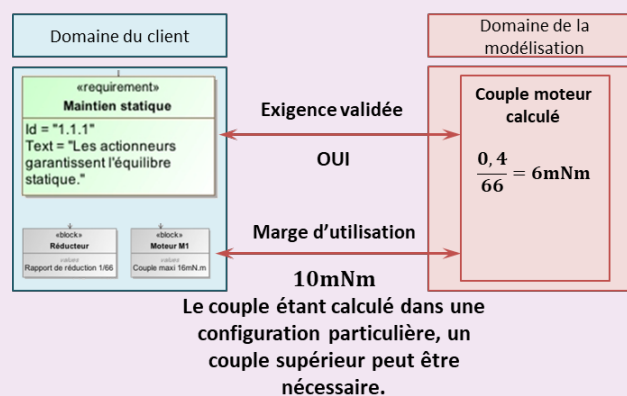
$$C_m + M g l \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1 = 0.$$

On réalise l'application numérique : $C_m = -M g l \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1 = -1,3 \cdot 9,8 \cdot 0,05 \cdot \sin 70 \sin -70 \sin 45 = 0,4 \text{ Nm}$.

Retour sur la cahier des charges

Question 4 En utilisant le diagramme de blocs et les résultats précédents, vérifier que l'exigence 1.1.1 peut être satisfaite. Remplir le diagramme suivant.

Correction Le couple en sortie de réducteur est de $16 \cdot 10^{-3} \cdot 66 = 1,056 \text{ Nm}$ ce qui est supérieur au couple nécessaire calculé à la question précédente. L'exigence 1.1.1 est donc validée.



Pour aller plus loin : Validation des performances de l'asservissement d'effort

Lors du retrait de la vésicule, il est nécessaire de maintenir un effort constant en bout de pince (4). Pour cela, on réalise un asservissement d'effort de l'axe en translation.

Objectif Valider le positionnement du capteur d'effort et justifier la nécessité de faire une compensation de pesantEUR.

Question 5 Pour la configuration 1 et par la méthode de votre choix, définir l'expression de F_z et F_y en fonction des autres actions mécaniques utiles. Commenter le résultat obtenu et la capacité du capteur à mesurer seulement les actions mécaniques générées par la pince sur le ressort.

Correction

Méthode Dans la configuration 1, $\vec{z}_0 = \vec{z}_3$ et $\vec{y}_0 = \vec{y}_3$. On cherche des expressions suivant \vec{z}_0 et \vec{y}_0 . Appliquer le théorème de la résultante statique suivant \vec{y}_0 et \vec{z}_0 devrait permettre de conclure.

- On isole (E).
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
 - actions de pesantEUR sur (E) de résultante $\vec{P}_{(E)} = -P\vec{z}_0$;
 - actions du ressort sur (E) de résultante $\vec{R}(\text{Ressort} \rightarrow E) = -F_{R \rightarrow E}\vec{z}_0$;
 - actions du capteur sur (E) de résultante $\vec{R}(\text{Capteur} \rightarrow E) = F_z\vec{z}_0 + F_y\vec{y}_0$.
- On applique le théorème de la résultante statique suivant \vec{y}_0 et \vec{z}_0 et on obtient :
 - $F_y = 0$.
 - $F_z = P - F_{R \rightarrow E}$.

Le capteur doit mesurer les actions de la pince sur le ressort. Or ici, l'effort va aussi dépendre du poids de l'ensemble. Dans cette configuration, le capteur ne permet donc pas de dissocier l'effort de l'abdomen du poids du système.

Question 6 Dans la configuration 2, définir l'expression de F_z et F_y en fonction des autres actions mécaniques utiles. Pour réaliser la compensation, quels sont les paramètres à connaître en temps réel ?

Correction

Méthode Dans la configuration 2, appliquer le théorème de la résultante statique suivant \vec{y}_3 et \vec{z}_3 devrait permettre de conclure.

- On isole (E).
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
 - actions de pesantEUR sur (E) de résultante $\vec{P}_{(E)} = -P\vec{z}_0 = -P(\cos\varphi\vec{z}_3 - \sin\varphi\vec{y}_3)$;
 - actions du ressort sur (E) de résultante $\vec{R}(\text{Ressort} \rightarrow E) = -F_{R \rightarrow E}\vec{z}_3$;
 - actions du capteur sur (E) de résultante $\vec{R}(\text{Capteur} \rightarrow E) = F_z\vec{z}_3 + F_y\vec{y}_3$.
- On applique le théorème de la résultante statique suivant \vec{y}_3 et \vec{z}_3 et on obtient :
 - $F_y = -P\sin\varphi$.
 - $F_z = P\cos\varphi - F_{R \rightarrow E}$.

Si φ est une valeur connue, la mesure suivant \vec{y}_3 permet de déterminer le poids de l'ensemble. Connaissant P , la mesure suivant \vec{z}_3 permet alors de déterminer l'action mécanique du ressort.

Retour sur le cahier des charges

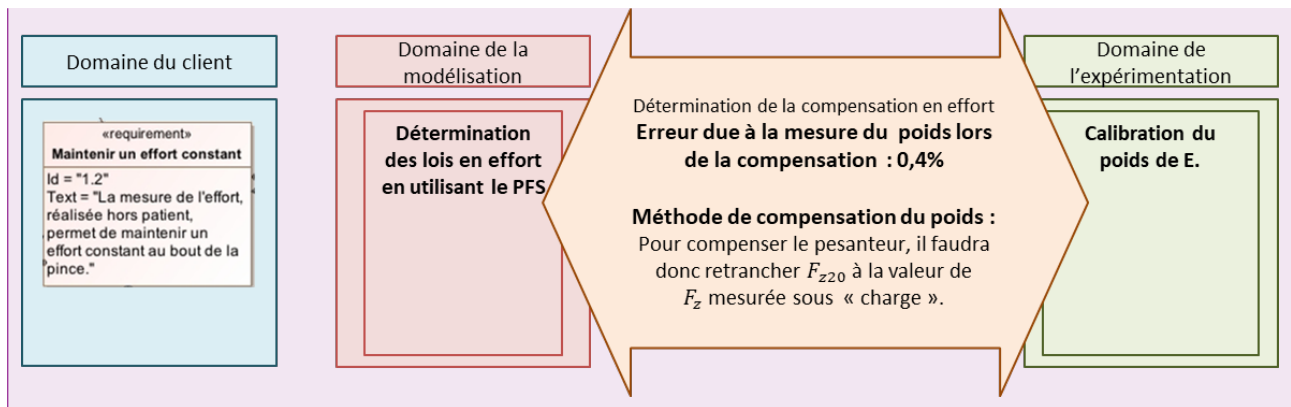
Question 7 Estimer la valeur du poids. Donner une estimation de la fiabilité sur la détermination du poids par les capteurs d'efforts. Pour réaliser la compensation de pesantEUR, comment doivent être utilisées ces grandeurs mesurées ?

Correction

On ne connaît pas le poids de l'ensemble qui devrait être une donnée. On va donc le déduire du montage expérimental. En utilisant les expressions de la question précédente, on déduit que $P \simeq 12,753 \text{ N}$.

Dans la seconde configuration, on a $|P| = \frac{|F_{y20}|}{\sin\varphi} = \frac{4,382}{\sin 20} \simeq 12,81 \text{ N}$ ou $|P| = \frac{|F_{z20}|}{\cos\varphi} = \frac{11,999}{\cos 20} \simeq 12,77 \text{ N}$.

Ainsi, une estimation de l'erreur peut être donnée par : $e = \frac{12,81 - 12,753}{12,753} \simeq 0,4\%$



Colle



Quille pendulaire

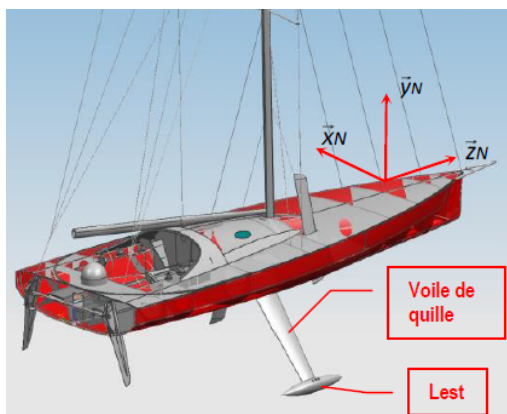
Concours Commun Mines Ponts 2014

Savoirs et compétences :

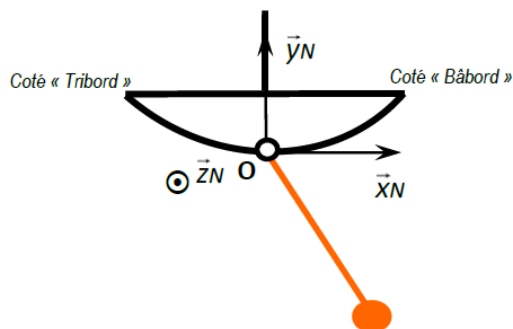
- Res1.C2.SF1 : Proposer une méthode permettant la détermination d'une inconnue de liaison.
- Res1.C3.SF1 : Choisir une méthode pour déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre.
- Res2.C18 : Principe fondamental de la statique.
- Res2.C19 : Équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides.
- Res2.C20 : Théorème des actions réciproques.

Mise en situation

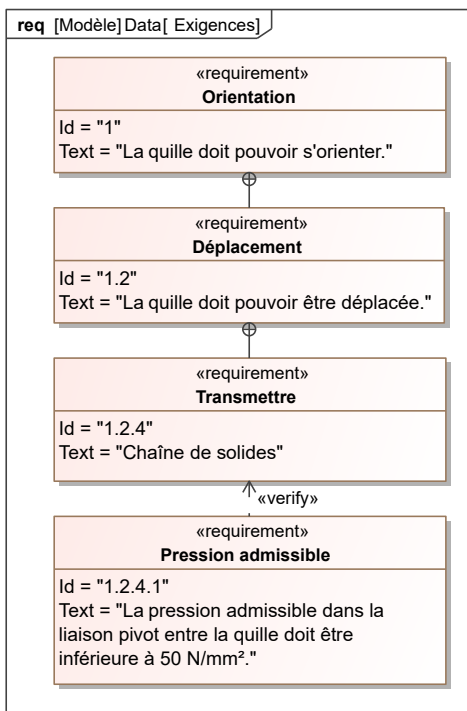
Les actions de l'air et de l'eau permettent au voilier d'avancer mais provoquent aussi son inclinaison autour de l'axe longitudinal \vec{z}_N . C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille joue le rôle de contrepoids.



Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire. Cette quille est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_N) avec la coque du navire et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci.



Objectif L'objectif de cette partie est de valider la solution technologique de réalisation de la liaison pivot entre la quille et la coque.



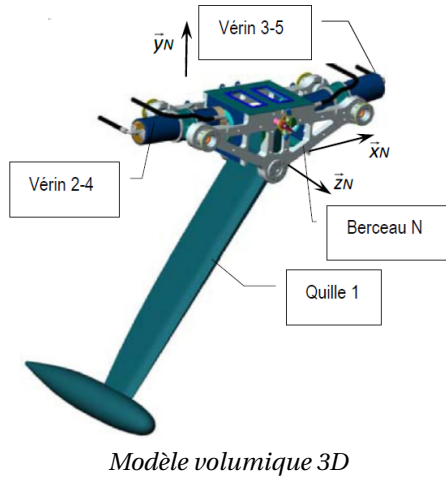
Travail à réaliser

Le modèle de calcul est donné dans les figures suivantes.

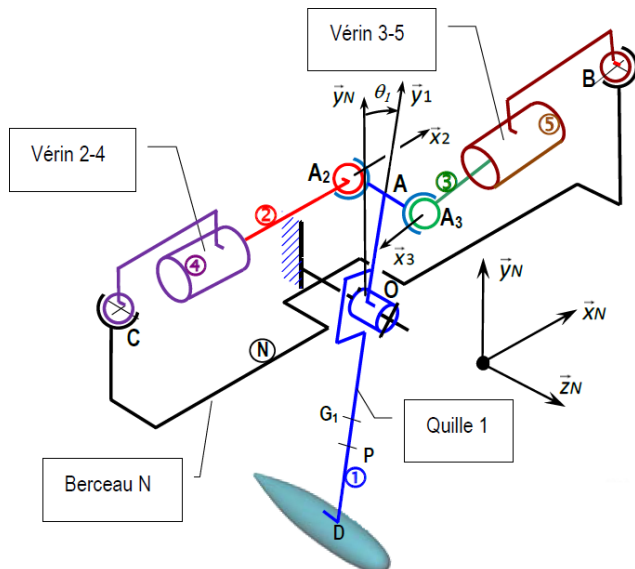
Hypothèses

- Les liaisons sont toutes parfaites.
- **Seul le vérin 2-4 est moteur** ($F_{h3} = 0$ – les solides 3 et 5 ne sont donc pas à prendre en compte). Le fluide (pression hydraulique) agit simultanément sur les pièces 2 et 4. L'action du fluide sur 2 est donnée par $\{\mathcal{T}(\text{ph} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{matrix} F_{h2} \vec{x}_2 \\ 0 \end{matrix} \right\}_C$.
- Les actions mécaniques de frottement visqueux provenant du déplacement du fluide dans les canalisations sont toutes négligées.
- Les actions hydrodynamiques sur le voile et le lest de quille sont également négligées.
- Les poids des éléments constitutifs des deux vérins sont négligés.

- On note G_1 le centre d'inertie de la quille 1 et M_1 la masse de la quille.
- Les bases \mathcal{B}_2 et \mathcal{B}_N sont considérées confondues. Cependant l'angle θ_1 est différent de zéro.
- Les conditions de déplacement rendent négligeables les effets dynamiques. Les théorèmes de la statique seront donc utilisés dans la suite.



Modèle volumique 3D



$$\overrightarrow{OA} = R \vec{y}_1, \theta_1 = (\vec{x}_N, \vec{x}_1), \overrightarrow{OG_1} = -L_1 \vec{y}_1, \overrightarrow{AA_2} = -d \vec{z}_N$$

$$\overrightarrow{AA_3} = d \vec{z}_N.$$

Schéma cinématique 3D

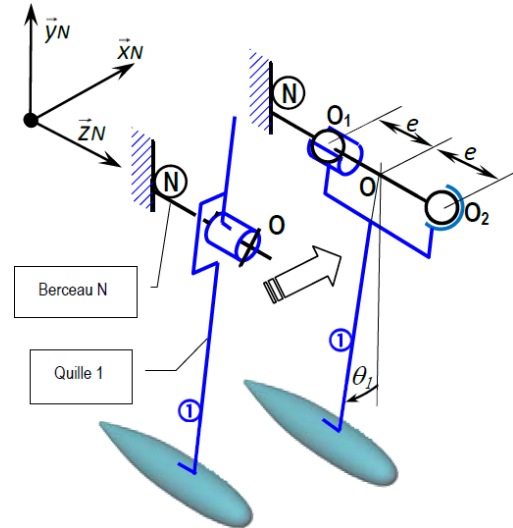
Question 1 En isolant le bon système, montrer que l'action de 2 sur 1 en A_2 est représentable par le glisseur dont la forme sera notée : $\left\{ \begin{array}{c} F_{21} \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_{A_2}$ ou $\left\{ \begin{array}{c} F_{21} \vec{x}_N \\ 0 \end{array} \right\}_{A_2}$ puisque $\mathcal{B}_N = \mathcal{B}_2$.

Question 2 Déterminer l'effort F_{21} nécessaire au déplacement de la quille.

Question 3 Exprimer, en fonction de d , g , M_1 , et F_{21} , par ses éléments de réduction en O , dans la base

$(\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$, le torseur d'action mécanique de N sur 1, $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{pivot}$.

La liaison pivot de N sur 1 est composée de deux paliers modélisés par une liaison sphère-cylindre et une liaison sphérique placées en parallèle (voir figure suivante). La géométrie de l'assemblage est telle que : $\overrightarrow{OO_2} = e \vec{z}_N$; $\overrightarrow{OO_1} = -e \vec{z}_N$ avec $e = 350$ mm.



Question 4 Écrire la relation liant les torseurs d'action mécanique $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{sphère-cylindre}$, $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{sphérique}$ et $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{pivot}$. En déduire, par ses éléments de réduction en O_1 , dans la base $\mathcal{B}_N = (\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$, en fonction de d , g , M_1 , et F_{21} , le torseur d'action mécanique de N sur 1 en O_1 , $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{sphère-cylindre}$.

Retour sur le cahier des charges

On se place dans les conditions suivantes :

- la valeur maximale de l'action F_{21} a été estimée dans l'étude précédente : $F_{21Maxi} = 2 \times 10^5$ N. De plus : $M_1 g = 4,1 \times 10^4$ N, $e = 350$ mm et $d = 200$ mm;
- les « paliers » sont constitués côté quille de contacts cylindriques de diamètre $d_c = 80$ mm et de longueur $L_c = 50$ mm, O_1 étant dans le plan médian du cylindre de contact. Un coussinet de nylon sert d'interface entre la quille et le navire. Ce coussinet est caractérisé par sa pression de contact maximale admissible : $p_{adm} = 50$ Nmm⁻². Par ailleurs on peut montrer que lorsqu'un coussinet est chargé par une pression uniforme sur un demi-cylindre, la relation entre l'effort radial est la pression est donnée par :

$$p_{21} = \frac{F}{d_c L_c}.$$

Question 5 Dans ces conditions, calculer la valeur de l'effort radial (perpendiculaire à l'axe géométrique du coussinet) qui sollicite ce coussinet en O_1 . Valider ensuite l'usage de ce coussinet de nylon.

Colle



Quille pendulaire

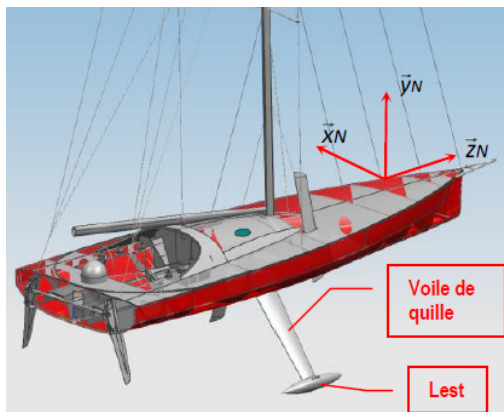
Concours Commun Mines Ponts 2014

Savoirs et compétences :

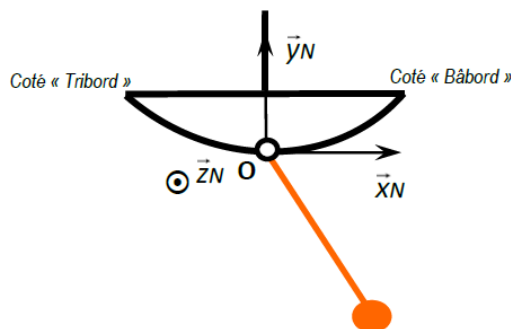
- Res1.C2.SF1 : Proposer une méthode permettant la détermination d'une inconnue de liaison.
- Res1.C3.SF1 : Choisir une méthode pour déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre.
- Res2.C18 : Principe fondamental de la statique.
- Res2.C19 : Équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides.
- Res2.C20 : Théorème des actions réciproques.

Mise en situation

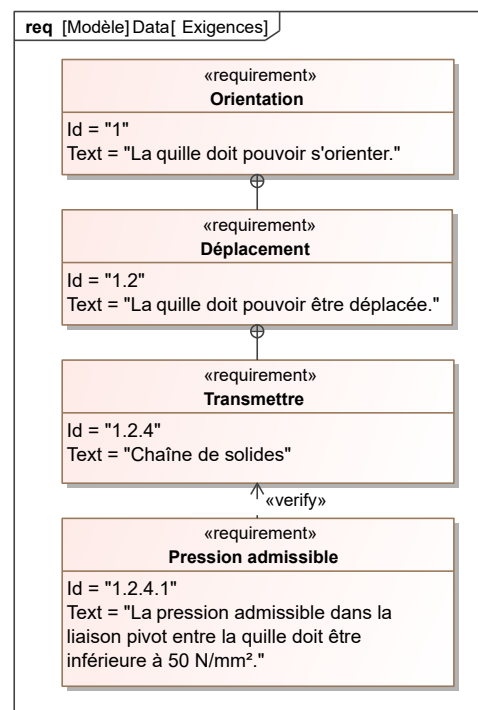
Les actions de l'air et de l'eau permettent au voilier d'avancer mais provoquent aussi son inclinaison autour de l'axe longitudinal \vec{z}_N . C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille joue le rôle de contrepoids.



Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire. Cette quille est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_N) avec la coque du navire et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci.



Objectif L'objectif de cette partie est de valider la solution technologique de réalisation de la liaison pivot entre la quille et la coque.



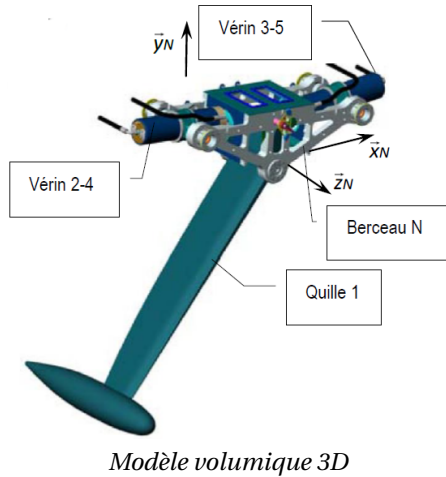
Travail à réaliser

Le modèle de calcul est donné dans les figures suivantes.

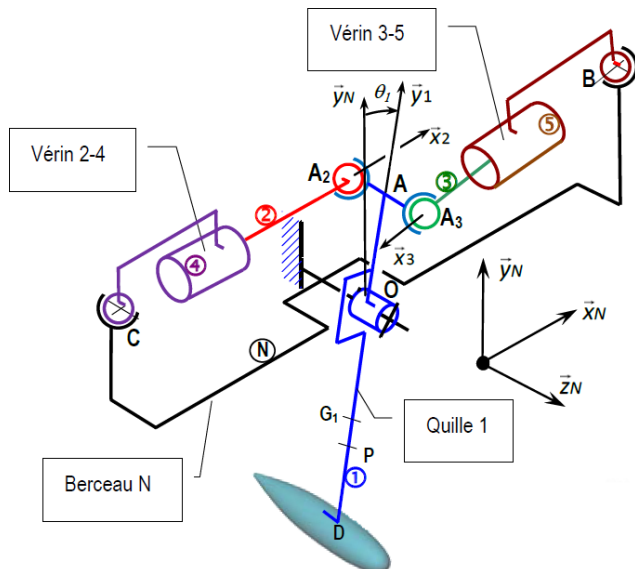
Hypothèses

- Les liaisons sont toutes parfaites.
- **Seul le vérin 2-4 est moteur** ($F_{h3} = 0$ – les solides 3 et 5 ne sont donc pas à prendre en compte). Le fluide (pression hydraulique) agit simultanément sur les pièces 2 et 4. L'action du fluide sur 2 est donnée par $\{\mathcal{T}(\text{ph} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{matrix} F_{h2} \vec{x}_2 \\ 0 \end{matrix} \right\}_C$.
- Les actions mécaniques de frottement visqueux provenant du déplacement du fluide dans les canalisations sont toutes négligées.
- Les actions hydrodynamiques sur le voile et le lest de quille sont également négligées.
- Les poids des éléments constitutifs des deux vérins sont négligés.

- On note G_1 le centre d'inertie de la quille 1 et M_1 la masse de la quille.
- Les bases \mathcal{B}_2 et \mathcal{B}_N sont considérées confondues. Cependant l'angle θ_1 est différent de zéro.
- Les conditions de déplacement rendent négligeables les effets dynamiques. Les théorèmes de la statique seront donc utilisés dans la suite.



Modèle volumique 3D



$$\overrightarrow{OA} = R \vec{y}_1, \theta_1 = (\vec{x}_N, \vec{x}_1), \overrightarrow{OG_1} = -L_1 \vec{y}_1, \overrightarrow{AA_2} = -d \vec{z}_N$$

$$\overrightarrow{AA_3} = d \vec{z}_N.$$

Schéma cinématique 3D

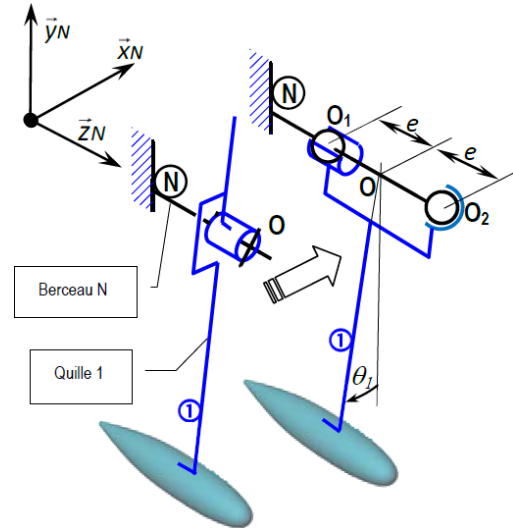
Question 1 En isolant le bon système, montrer que l'action de 2 sur 1 en A_2 est représentable par le glisseur dont la forme sera notée : $\left\{ \begin{array}{c} F_{21} \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_{A_2}$ ou $\left\{ \begin{array}{c} F_{21} \vec{x}_N \\ 0 \end{array} \right\}_{A_2}$ puisque $\mathcal{B}_N = \mathcal{B}_2$.

Question 2 Déterminer l'effort F_{21} nécessaire au déplacement de la quille.

Question 3 Exprimer, en fonction de d , g , M_1 , et F_{21} , par ses éléments de réduction en O , dans la base

$(\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$, le torseur d'action mécanique de N sur 1, $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{pivot}$.

La liaison pivot de N sur 1 est composée de deux paliers modélisés par une liaison sphère-cylindre et une liaison sphérique placées en parallèle (voir figure suivante). La géométrie de l'assemblage est telle que : $\overrightarrow{OO_2} = e \vec{z}_N$; $\overrightarrow{OO_1} = -e \vec{z}_N$ avec $e = 350$ mm.



Question 4 Écrire la relation liant les torseurs d'action mécanique $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{sphère-cylindre}$, $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{sphérique}$ et $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{pivot}$. En déduire, par ses éléments de réduction en O_1 , dans la base $\mathcal{B}_N = (\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$, en fonction de d , g , M_1 , et F_{21} , le torseur d'action mécanique de N sur 1 en O_1 , $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{sphère-cylindre}$.

Retour sur le cahier des charges

On se place dans les conditions suivantes :

- la valeur maximale de l'action F_{21} a été estimée dans l'étude précédente : $F_{21Maxi} = 2 \times 10^5$ N. De plus : $M_1 g = 4,1 \times 10^4$ N, $e = 350$ mm et $d = 200$ mm;
- les « paliers » sont constitués côté quille de contacts cylindriques de diamètre $d_c = 80$ mm et de longueur $L_c = 50$ mm, O_1 étant dans le plan médian du cylindre de contact. Un coussinet de nylon sert d'interface entre la quille et le navire. Ce coussinet est caractérisé par sa pression de contact maximale admissible : $p_{adm} = 50$ N mm⁻². Par ailleurs on peut montrer que lorsqu'un coussinet est chargé par une pression uniforme sur un demi-cylindre, la relation entre l'effort radial est la pression est donnée par :

$$p_{21} = \frac{F}{d_c L_c}.$$

Question 5 Dans ces conditions, calculer la valeur de l'effort radial (perpendiculaire à l'axe géométrique du coussinet) qui sollicite ce coussinet en O_1 . Valider ensuite l'usage de ce coussinet de nylon.

Colle



Quille pendulaire

Concours Commun Mines Ponts 2014

Savoirs et compétences :

- Res1.C2.SF1 : Proposer une méthode permettant la détermination d'une inconnue de liaison.
- Res1.C3.SF1 : Choisir une méthode pour déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre.
- Res2.C18 : Principe fondamental de la statique.
- Res2.C19 : Équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides.
- Res2.C20 : Théorème des actions réciproques.

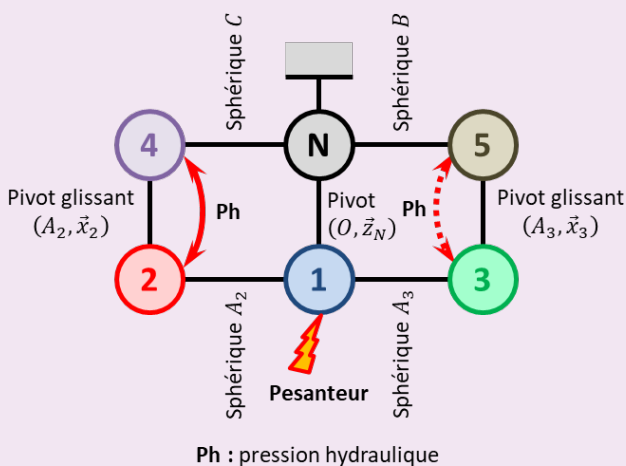
Mise en situation

Objectif L'objectif de cette partie est de valider la solution technologique de réalisation de la liaison pivot entre la quille et la coque.

Travail à réaliser

Question 1 En isolant le bon système, montrer que l'action de 2 sur 1 en A_2 est représentable par le glisseur dont la forme sera notée : $\left\{ \begin{matrix} F_{21} \vec{x}_2 \\ 0 \end{matrix} \right\}_{A_2}$ ou $\left\{ \begin{matrix} F_{21} \vec{x}_N \\ 0 \end{matrix} \right\}_{A_2}$ puisque $\mathcal{B}_N = \mathcal{B}_2$.

Correction Le graphe de structure associé au modèle cinématique est donné dans la figure suivante.



On isole l'ensemble **{4+2}**. Cet ensemble est soumis à 2 glisseurs. D'après le PFS les deux actions mécaniques ont donc même direction (la droite (A_2C) , vecteur $\vec{x}_2 = \vec{x}_N$), la même norme ($|F_{21}|$) et le sens opposé. On a donc : $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 4)\} + \{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\} = \{0\} \Leftrightarrow \{\mathcal{T}(0 \rightarrow 4)\} = \{\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)\}$ et donc $\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{matrix} F_{21} \vec{x}_N \\ 0 \end{matrix} \right\}_{A_2}$.

Question 2 Déterminer l'effort F_{21} nécessaire au déplacement de la quille.

Correction On isole la quille 1.

On réalise le BAME :

- action de 2 sur 1 : $\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{matrix} F_{21} \vec{x}_N \\ 0 \end{matrix} \right\}_{A_2}$;
- action de 3 sur 1 : $\{\mathcal{T}(3 \rightarrow 1)\} = \{0\}$ (pas d'action mécanique dans le vérin) ;
- action de N sur 1 : $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{pivot}} = \left\{ \begin{matrix} X_{N1p} \vec{x}_N + Y_{N1p} \vec{y}_N + Z_{N1p} \vec{z}_N \\ L_{N1p} \vec{x}_N + M_{N1p} \vec{y}_N \end{matrix} \right\}_O$;

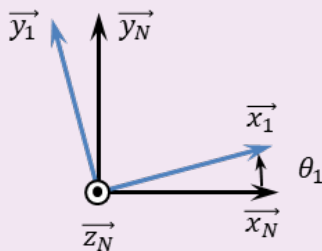
- action de la pesanteur sur 1 : $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{pmatrix} -M_1 g \vec{y}_N \\ 0 \end{pmatrix} \right\}_{G_1}$.

La quille étant en pivot d'axe (O, \vec{z}_N) par rapport à $\mathbf{0}$, réalisons le théorème du moment statique en O en projection sur \vec{z}_N :

$$\begin{aligned} & \left(\overrightarrow{OA_2} \wedge F_{21} \overrightarrow{x_N} + \overrightarrow{OG_1} \wedge -M_1 g \overrightarrow{y_N} \right) \overrightarrow{z_N} = 0 \\ \Leftrightarrow & \left((R \overrightarrow{y_1} - d \overrightarrow{z_N}) \wedge F_{21} \overrightarrow{x_N} + L_1 \overrightarrow{y_1} \wedge M_1 g \overrightarrow{y_N} \right) \overrightarrow{z_N} = 0 \\ \Leftrightarrow & -F_{21} \overrightarrow{y_N} (R \overrightarrow{y_1} - d \overrightarrow{z_N}) + L_1 M_1 g (\overrightarrow{x_N} \cdot \overrightarrow{y_1}) = 0 \\ \Leftrightarrow & -R F_{21} \cos \theta_1 - L_1 M_1 g \sin \theta_1 = 0 \\ \Leftrightarrow & F_{21} = -\frac{L_1}{R} M_1 g \tan \theta_1. \end{aligned}$$

Question 3 Exprimer, en fonction de d , g , M_1 , et F_{21} , par ses éléments de réduction en O , dans la base $(\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$, le torseur d'action mécanique de N sur I , $\{\mathcal{T}(N \rightarrow I)\}_{pivot}$.

Correction



En conservant le même isolement et le même bilan des actions mécaniques, on réalise le PFS en O et on a :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} F_{21}\vec{x}_N + X_{N1p}\vec{x}_N + Y_{N1p}\vec{y}_N + Z_{N1p}\vec{z}_N - M_1\vec{g}_N = \vec{0} \\ \vec{OA}_2 \wedge F_{21}\vec{x}_N + \vec{OG}_1 \wedge -M_1\vec{g}_N + L_{N1p}\vec{x}_N + M_{N1p}\vec{y}_N = \vec{0} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} F_{21}\vec{x}_N + X_{N1p}\vec{x}_N + Y_{N1p}\vec{y}_N + Z_{N1p}\vec{z}_N - M_1\vec{g}_N = \vec{0} \\ F_{21}(R\vec{y}_1 \wedge \vec{x}_N - d\vec{z}_N \wedge \vec{x}_N) - L_1M_1g \sin\theta \vec{z}_N + L_{N1p}\vec{x}_N + M_{N1p}\vec{y}_N = \vec{0} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} F_{21}\vec{x}_N + X_{N1p}\vec{x}_N + Y_{N1p}\vec{y}_N + Z_{N1p}\vec{z}_N - M_1\vec{g}_N = \vec{0} \\ F_{21}(-R \cos\theta_1 \vec{z}_N - d\vec{y}_N) - L_1M_1g \sin\theta \vec{z}_N + L_{N1p}\vec{x}_N + M_{N1p}\vec{y}_N = \vec{0} \end{cases} \end{aligned}$$

On a :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{21} + X_{N1p} = 0 \\ Y_{N1p} - M_1 g = 0 \\ Z_{N1p} = 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} L_{N1p} = 0 \\ -d F_{21} + M_{N1p} = 0 \\ -F_{21} R \cos \theta_1 - L_1 M_1 g \sin \theta = 0 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} X_{N1p} = -F_{21} \\ Y_{N1p} = M_1 g \\ Z_{N1p} = 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} L_{N1p} = 0 \\ M_{N1p} = d F_{21} \\ 0 = 0 \end{array} \right.$$

Question 4 Écrire la relation liant les torseurs d'action mécanique $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{sphère-cylindre}}$, $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{sphérique}}$ et $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{pivot}}$. En déduire, par ses éléments de réduction en O_1 , dans la base $\mathcal{B}_N = (\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$, en fonction de d , g , M_1 , et F_{21} , le torseur d'action mécanique de N sur 1 en O_1 , $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{sphère-cylindre}}$.

Correction

On a $\{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{sphère-cylindre}} + \{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{sphérique}} = \{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{pivot}}$.

$$\text{En conséquences : } \{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{sphère-cylindre}} = \left\{ \begin{array}{c} X_{N1sc} \vec{x}_N + Y_{N1sc} \vec{y}_N \\ 0 \end{array} \right\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{c} X_{N1sc} \vec{x}_N + Y_{N1sc} \vec{y}_N \\ -e X_{N1sc} \vec{y}_N + e Y_{N1sc} \vec{x}_N \end{array} \right\}_O$$

$$\text{et } \{\mathcal{T}(N \rightarrow 1)\}_{\text{sphérique}} = \left\{ \begin{array}{c} X_{N1s} \vec{x}_N + Y_{N1s} \vec{y}_N + Z_{N1s} \vec{z}_N \\ 0 \end{array} \right\}_{O_2} = \left\{ \begin{array}{c} X_{N1s} \vec{x}_N + Y_{N1s} \vec{y}_N + Z_{N1s} \vec{z}_N \\ e X_{N1s} \vec{y}_N - e Y_{N1s} \vec{x}_N \end{array} \right\}_O.$$

Au final, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{N1p} = X_{N1sc} + X_{N1s} \\ Y_{N1p} = Y_{N1sc} + Y_{N1s} \\ Z_{N1p} = Z_{N1s} \end{array} \right\} \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} L_{N1p} = e Y_{N1sc} - e Y_{N1s} \\ M_{N1p} = -e X_{N1sc} - e Y_{N1s} \\ 0 = 0 \end{array} \right\}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{N1p} = X_{N1sc} + X_{N1s} \\ Y_{N1p} = Y_{N1sc} + Y_{N1s} \\ Z_{N1p} = Z_{N1s} \end{array} \right\} \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} L_{N1p} = e Y_{N1sc} - e Y_{N1s} \\ M_{N1p} = -e X_{N1sc} - e Y_{N1s} \\ 0 = Z_{N1s} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -F_{21} = X_{N1sc} + X_{N1s} \\ M_1 g = Y_{N1sc} + Y_{N1s} \\ 0 = Z_{N1s} \end{array} \right\} \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 = e Y_{N1sc} - e Y_{N1s} \\ d F_{21} = -e X_{N1sc} - e Y_{N1s} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -F_{21} = X_{N1sc} + X_{N1s} \\ M_1 g = 2 Y_{N1sc} \\ Z_{N1s} = 0 \end{array} \right\} \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} Y_{N1sc} = Y_{N1s} \\ d F_{21} = -e X_{N1sc} - e Y_{N1sc} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} X_{N1sc} = -\frac{d}{e} F_{21} - \frac{M_1 g}{2} \\ Y_{N1sc} = \frac{M_1 g}{2} \end{array} \right\}.$$

Retour sur le cahier des charges

Question 5 Dans ces conditions, calculer la valeur de l'effort radial (perpendiculaire à l'axe géométrique du coussinet) qui sollicite ce coussinet en O_1 . Valider ensuite l'usage de ce coussinet de nylon.

Correction On a $F = \sqrt{X_{N1sc}^2 + Y_{N1sc}^2} = \sqrt{\left(-\frac{d}{e} F_{21} - \frac{M_1 g}{2}\right)^2 + \left(\frac{M_1 g}{2}\right)^2}$

$$= \sqrt{\left(-\frac{200}{350} 200000 - \frac{41000}{2}\right)^2 + \left(\frac{41000}{2}\right)^2} = 136336 \text{ N.}$$

$$\text{Et donc, } p_{21} = \frac{136336}{80 \cdot 50} \simeq 34 \text{ MPa} < p_{\text{adm}}.$$