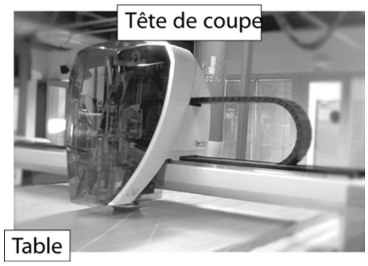
# Préparation Mines Telecom
# Tête de découpe de tissus ⋆ – Sujet

D'après concours Commun INP 2018 – MP.




Le système étudié dans ce sujet est une tête de coupe de tissus conçue et réalisée par la société française Lectra, leader mondial dans la découpe automatisée des tissus.

**Présentation générale** Un système de découpe automatisé de tissus est composé (figure 1) :

- d'une table de découpe sur laquelle le tissus à découper (appelé matelas) est maintenu en position par aspiration ;
- d'un bras transversal qui se déplace en translation de direction $\overrightarrow{y_0}$ par rapport à la table ;
- d'une tête de coupe qui se déplace en translation de direction $\overrightarrow{x_0}$ par rapport au bras transversal ;
- d'un ordinateur qui pilote l'ensemble du système.

Dans ce sujet, nous nous intéresserons plus particulièrement à la tête de coupe proposée par Lectra dans deux versions (initiale et améliorée) dont le diagramme partiel des exigences pour la solution de découpe (logiciel/machine) est présenté dans la figure 2.

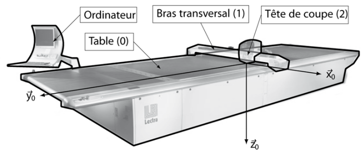



**Figure 1** – Structure d'une table de découpe de tissus

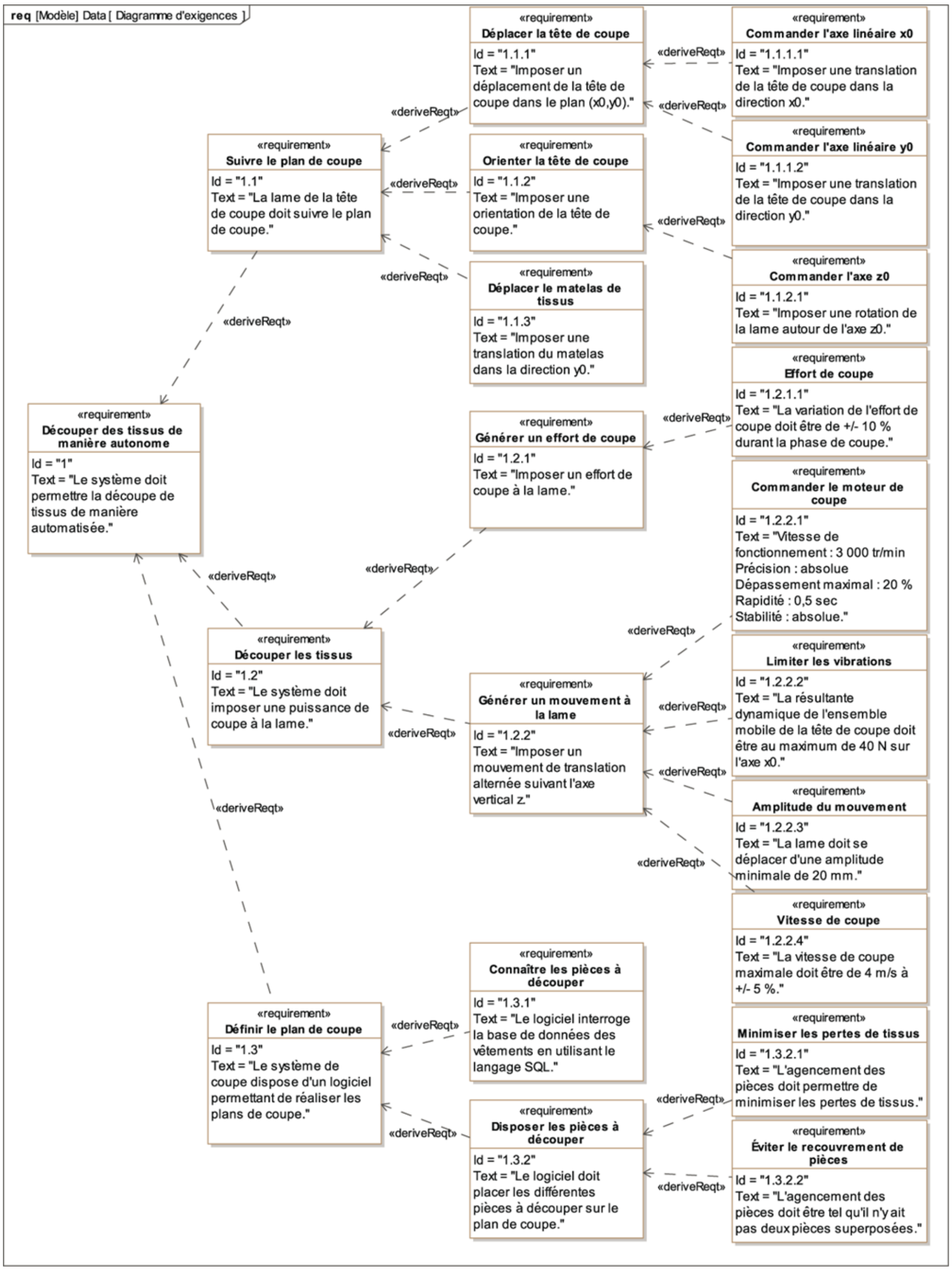



**Figure 2 –** Diagramme des exigences

## 0.1 Modélisation du comportement du moteur de coupe

**Objectif**

Modéliser la chaîne d'asservissement en vitesse du moteur afin de déterminer les paramètres du correcteur permettant de respecter l'exigence 1.2.2.1.

Le mouvement de coupe est asservi en vitesse. La vitesse de rotation du moteur, notée $\omega_m(t)$, est le paramètre asservi. Elle est mesurée à l'aide d'un codeur incrémental et de son conditionneur qui fournissent une tension $u_{\text{mes}}(t)$, image de la vitesse de rotation du moteur. Cette tension est comparée à la tension consigne $u_{\text{cons}}(t)$, image de la vitesse de rotation de consigne $\omega_{\text{cons}}(t)$ ; un adaptateur fournit $u_{\text{cons}}(t)$ à partir de $\omega_{\text{cons}}(t)$. La tension $\varepsilon(t) = indiceucons(t) - u_{\text{mes}}(t)$ est alors transformée en tension d'alimentation du moteur $u_m(t)$ par l'ensemble correcteur-variateur.

**Question 1** Proposer un schéma-bloc fonctionnel du système.

### Modélisation du comportement du moteur

**Objectif**

Modéliser le comportement en vitesse du moteur.

Le moteur utilisé est un moteur à courant continu dont les caractéristiques sont :

- $R$, résistance de l'induit ;
- $L$, inductance de l'induit ;
- $k_e$, constante de vitesse ;
- $k_c$, constante de couple.

On donne les quatre équations du modèle d'un moteur à courant continu : $u_m(t) = Ri(t) + L\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + e(t)$, $J\dfrac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} = c_m(t) + c_r(t)$, $c_m(t) = k_c i(t)$ et $e(t) = K_e\omega(t)$ où :

- $u_m(t)$ est la tension d'alimentation du moteur ;
- $i(t)$ est l'intensité traversant l'induit ;
- $e(t)$ est la force contre-électromotrice ;
- $\omega_m(t)$ est la vitesse de rotation de l'arbre moteur ;
- $c_m(t)$ est le couple moteur ;
- $c_r(t)$ est le couple résistant ;
- $J$ est le moment d'inertie de l'ensemble en mouvement ramené à l'arbre moteur, supposé constant dans cette partie.

La transformée de Laplace d'une fonction temporelle $f(t)$ est notée $F(p)$. La fonction de transfert du moteur est notée : $H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$.

**Question 2** Exprimer $\Omega_m(p)$ en fonction de $U_m(p)$, $C_r(p)$ et des difféentes constantes.

## 0.2 Modélisation du comportement mécanique de la tête de coupe

**Objectif**

Modéliser le comportement dynamique de la tête de coupe afin d'identifier un phénomène de vibration néfaste au regard de l'exigence 1.2.2.

### Modélisation du comportement cinématique de la tête de coupe

**Objectif**

Déterminer la loi entrée/sortie de la chaîne cinématique de la tête de coupe et valider son comportement vis-à-vis des exigences 1.2.2.3 et 1.2.2.4.

La découpe du tissu est réalisée par un mouvement de translation alternative d'une lame par rapport au matelas de tissus. Ce mouvement est obtenu par un système bielle-manivelle dont le schéma cinématique est donné par la figure 9. Les mouvements de translation de la tête de coupe par rapport à la table impliquent que les bases $\left(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)$ et $\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$, liées respectivement à la tête de coupe et à la table, sont identiques (figure 1).

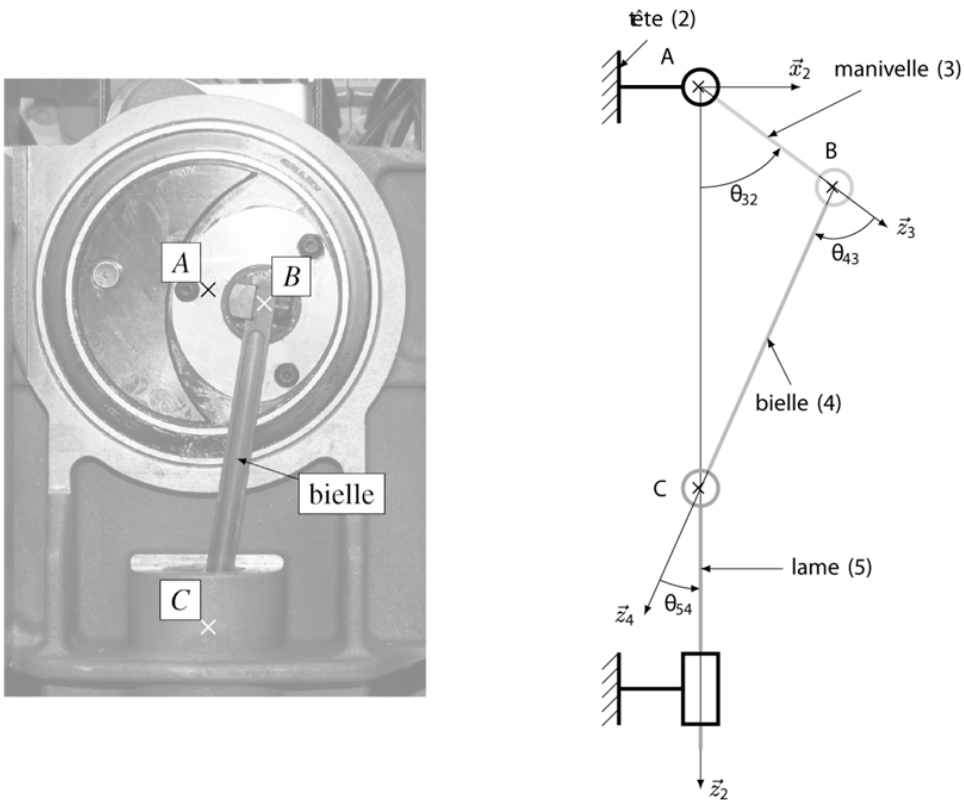



**Figure 3** – Système d'entraînement de la lame de coupe et schéma cinématique associé

**Modélisation des liaisons et paramétrage du système** On associe le repère $\mathcal{R}_2 = \left(A;\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)$ à la tête 2, le repère $\mathcal{R}_3 = \left(A;\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3}\right)$ à la manivelle 3, le repère $\mathcal{R}_4 = \left(B;\overrightarrow{x_4},\overrightarrow{y_4},\overrightarrow{z_4}\right)$ à la bielle 4 et le repère $\mathcal{R}_5 = \left(C;\overrightarrow{x_5},\overrightarrow{y_5},\overrightarrow{z_5}\right)$ à la lame 5.

La manivelle 3 est en liaison pivot avec la tête 2, d'axe $\left(A, \overrightarrow{y_2}\right)$ et d'angle $\theta_{32}(t) = \left(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3}\right) = \left(\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z_3}\right)$.

La manivelle 3 est en liaison pivot avec la bielle 4, d'axe $\left(B, \overrightarrow{y_2}\right)$ et d'angle $\theta_{43}(t) = \left(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{x_4}\right) = \left(\overrightarrow{z_3}, \overrightarrow{z_5}\right)$.

La bielle 4 est en liaison pivot avec la lame 5, d'axe $\left(C, \overrightarrow{y_0}\right)$ et d'angle $\theta_{54}(t) = \left(\overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{x_2}\right) = \left(\overrightarrow{z_4}, \overrightarrow{z_2}\right)$.

La lame 5 est en liaison glissière avec la tête 2, de direction $\overrightarrow{z_2}$ et de paramètre linéaire $\lambda(t)$. On pose $\omega_{ij}(t) = \dfrac{\mathrm{d}\theta_{ij}}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}_{ij}(t)$, $\overrightarrow{AB} = L_3\overrightarrow{z_3}$ avec $L_3 = 12{,}5\,\text{mm}$, $\overrightarrow{BC} = L_4\overrightarrow{z_4}$ avec $L_4 = 80\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\overrightarrow{z_2}$.

**Question 3** Déterminer la relation entre le paramètre $\lambda(t)$, l'angle $\theta_{32}(t)$ et les données géométriques du système.

**Question 4** En déduire l'expression littérale de l'amplitude des oscillations de la lame, notée $\Delta z$. Faire l'application numérique et conclure sur le respect de l'exigence 1.2.2.3.

**Question 5** Donner les hypothèses permettant de montrer que la loi obtenue précédemment peut se mettre sous la forme $\lambda(t) \simeq L_3 \cos\left(\theta_{32}(t)\right) + L_4(t)$.

Afin de valider cette approximation, les deux fonctions mathématiques ont été tracées sur un tour de l'arbre moteur (figure 5).

**Question 6** Conclure sur l'adoption de la loi approximée dans la suite de l'étude.

Afin de valider le critère associé à l'exigence de vitesse de coupe, il est nécessaire de déterminer la loi en vitesse de la lame notée $\dot{\lambda}(t)$.

**Question 7** Déterminer l'expression littérale de $\dot{\lambda}(t)$ à partir du modèle simplifié de $\lambda(t)$.

Cette loi en vitesse simplifiée a été tracée (figure **??**) pour être comparée à la loi obtenue à partir du modèle établi initialement.

**Question 8** La simplification de la loi en vitesse permet-elle de valider l'exigence 1.2.2.4. ?

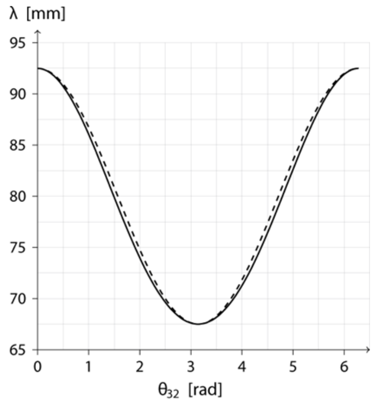



**Figure 4 –** Évolutions théorique ( – ) et approximée ( - - ) du paramètre $\lambda$

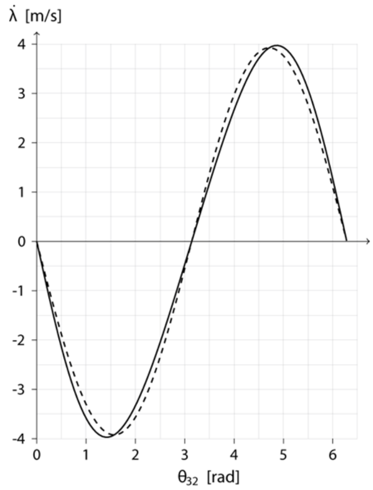



**Figure 5 –** Évolutions théorique ( – ) et approximée ( - - ) de la vitesse $\dot{\lambda}$ pour une vitesse $\dot{\theta}_{32} = 3000\,\text{tr/min}$