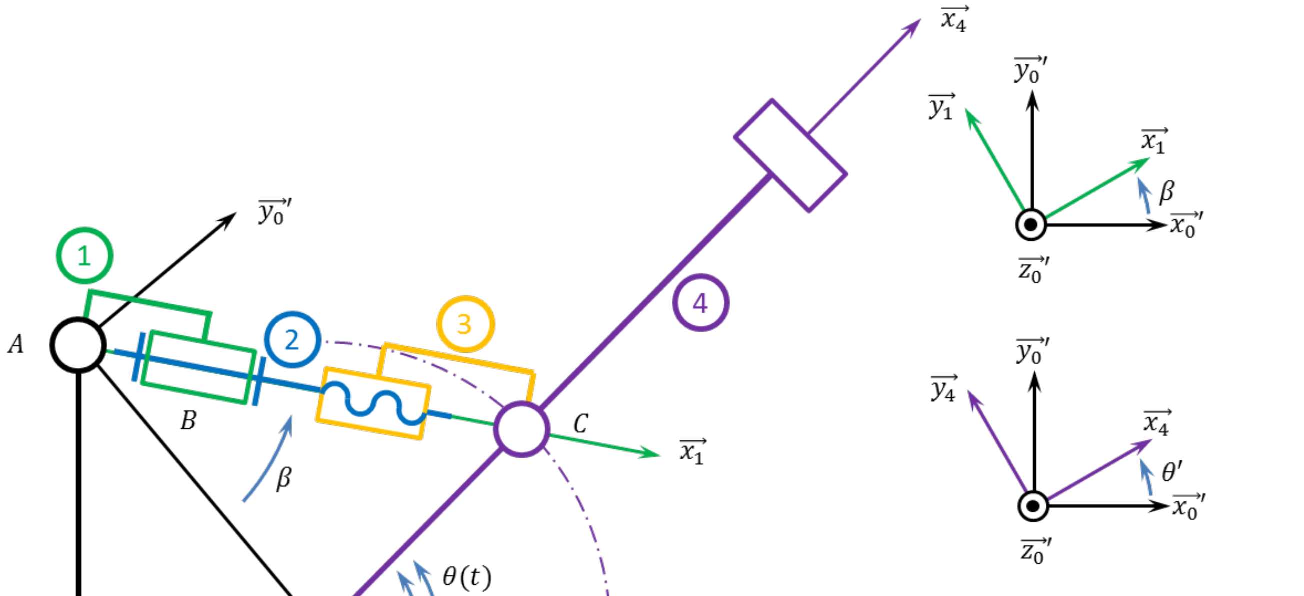
Étude des systèmes de laboratoire

Bras robotisé Maxpid

Système pédagogique *Représentation 3D du système*

1 Modélisation cinématique du bras Maxpid

1.1 Schéma cinématique



$$\overrightarrow{AD} = a \cdot \overrightarrow{x_0}' = c\overrightarrow{x_0} + d\overrightarrow{y_0}$$

$$\overrightarrow{DC} = b \cdot \overrightarrow{x_4}$$

$$\overrightarrow{AC} = \lambda \cdot \overrightarrow{x_1}$$

1.2 Détermination de la loi Entrée / Sortie

La fermeture de chaîne cinématique s'écrit ainsi :

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{0} \Longleftrightarrow \lambda \overrightarrow{x_1} - b\,\overrightarrow{x_4} - a\,\overrightarrow{x_0'} = \overrightarrow{0}$$

Projetons cette relation dans le repère $\mathscr{R}_{0'}$:

$$\lambda\left(\cos\beta\,\overrightarrow{x_0'}+\sin\beta\,\overrightarrow{y_0'}\right)-b\left(\cos\theta'\,\overrightarrow{x_0'}+\sin\theta'\,\overrightarrow{y_0'}\right)-a\,\overrightarrow{x_0'}=\overrightarrow{0}\Longrightarrow\left\{\begin{array}{l}\lambda\cos\beta-b\cos\theta'-a=0\\ \lambda\sin\beta-b\sin\theta'=0\end{array}\right.$$

Pour exprimer la loi entrée sortie, commençons par déterminer θ' en fonction de λ :

$$\lambda^2=a^2+b^2\cos^2\theta'+2ab\cos\theta'+b^2\sin^2\theta'=a^2+b^2+2ab\cos\theta'\Longleftrightarrow\theta'=\arccos\left(\frac{\lambda^2-a^2-b^2}{2ab}\right)$$

Une fermeture angulaire nous permet d'exprimer θ : $\theta'=\alpha+\theta$, on a donc :

$$\theta=\arccos\left(\frac{\lambda^2-a^2-b^2}{2ab}\right)-\alpha$$

Lorsque $\theta=0$, on a $\lambda_0=\sqrt{d^2+(c+b)^2}$.

Notons γ la position angulaire du moteur et p le pas de la liaison hélicoïdale. On a donc $\lambda=\lambda_0-p\dfrac{\gamma}{2\pi}=\sqrt{d^2+(c+b)^2}-p\dfrac{\gamma}{2\pi}$
.

Au final,

$$\theta=\arccos\left(\frac{\left(\sqrt{d^2+(c+b)^2}-p\dfrac{\gamma}{2\pi}\right)^2-a^2-b^2}{2ab}\right)-\arctan\left(\frac{d}{c}\right)$$

1.3 Détermination de la loi en vitesse

On a :

$$\dot{\theta}=-\frac{\dfrac{2\left(\sqrt{d^2+(c+b)^2}-p\dfrac{\gamma}{2\pi}\right)\left(-p\dfrac{\dot{\gamma}}{2\pi}\right)}{2ab}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\left(\sqrt{d^2+(c+b)^2}-p\dfrac{\gamma}{2\pi}\right)^2-a^2-b^2}{2ab}\right)^2}}$$

Références

[1] xx