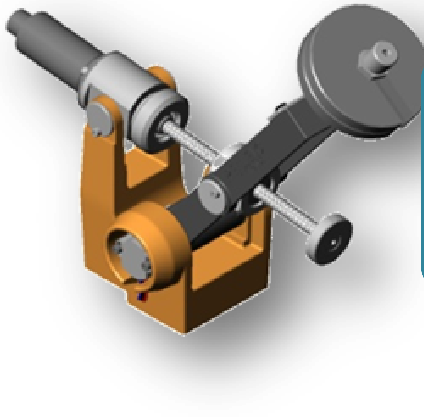


PTSI – PT

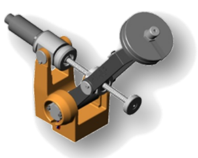
Doc. TP

Étude des systèmes de laboratoire

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Doc. TP

Étude du Robot Delta 2D



Xavier Pessoles
PTSI – PT

1 Paramétrage du robot delta

On a :
- $\overrightarrow{OA} = a\,\overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{OB} = -a\,\overrightarrow{x_0}$ avec $a = 60\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{AD} = \ell\,\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{BE} = \ell\,\overrightarrow{x_1'}$ avec $\ell = 170\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{DF} = L\overrightarrow{x_2}$ et $\overrightarrow{EF} = L\overrightarrow{x_2'}$ avec $L = 350\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{FP} = -b\,\overrightarrow{x_3} - c\,\overrightarrow{y_3}$ avec $b = -35\,\text{mm}$ et $c = -75\,\text{mm}$ (on pourra montrer que $\overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{x_3}$ et $\overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{y_3}$) ;
- $\overrightarrow{OF} = x\,\overrightarrow{x_0} + y\,\overrightarrow{y_0}$

De plus,
- $\theta = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right)$ avec $\theta \in [-60°, 60°]$ (à confirmer) ;
- $\theta' = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1'}\right)$ avec $\theta \in [120°, 240°]$ (à confirmer).

2 Modélisation géométrique du Robot Delta 2D

Le robot delta est un robot à 2 mobilités. Il sera donc nécessaire d'écrire deux fermetures géométriques. Commençons pas réaliser la fermeture de la chaîne $O-A-D-F-O$.

On a donc : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FO} = \overrightarrow{0}$, soit $a\,\overrightarrow{x_0} + \ell\,\overrightarrow{x_1} + L\overrightarrow{x_2} - x\,\overrightarrow{x_0} - y\,\overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{0}$.

On projette ensuite dans $\mathscr{B}_0$: $a\,\overrightarrow{x_0} + \ell\left(\cos\theta\,\overrightarrow{x_0} + \sin\theta\,\overrightarrow{y_0}\right) + L\left(\cos\psi\,\overrightarrow{x_0} + \sin\psi\,\overrightarrow{y_0}\right) - x\,\overrightarrow{x_0} - y\,\overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{0}$.

On alors les expressions suivantes : $\left\{\begin{array}{l} a + \ell\cos\theta + L\cos\psi - x = 0 \\ \ell\sin\theta + L\sin\psi - y = 0 \end{array}\right.$

Ainsi pour la partie droite, et la chaîne $O-A-D-F-O$: $\left\{\begin{array}{l} a + \ell\cos\theta_d + L\cos\psi_d - x = 0 \\ \ell\sin\theta_d + L\sin\psi_d - y = 0 \end{array}\right.$.

Pour la partie gauche $O-B-E-F-O$, on aura (avec $\overrightarrow{OB} = -a\,\overrightarrow{x_0}$) : $\left\{\begin{array}{l} -a + \ell\cos\theta_g + L\cos\psi_g - x = 0 \\ \ell\sin\theta_g + L\sin\psi_g - y = 0 \end{array}\right.$.

2.1 Cinématique directe

La cinématique directe permet d'établir le positionnement du point F de coordonnées (x, y) en fonction des commandes moteurs θ_d et θ_g.

Il est donc nécessaire de supprimer ψ_d et ψ_g. On a donc $\left\{\begin{array}{l} L\cos\psi = x - a - \ell\cos\theta \\ L\sin\psi = y - \ell\sin\theta \end{array}\right.$ en passant les expression au carré et en sommant, $L^2 = (x - a - \ell\cos\theta)^2 + (y - \ell\sin\theta)^2$.

On a donc pour chacune des boucles $\left\{\begin{array}{l} L^2 = (x - a - \ell\cos\theta_d)^2 + (y - \ell\sin\theta_d)^2 \\ L^2 = \left(x + a - \ell\cos\theta_g\right)^2 + \left(y - \ell\sin\theta_g\right)^2 \end{array}\right.$

soit $\left\{\begin{array}{l} L^2 = \left(x^2 + a^2 + \ell^2\cos^2\theta_d - 2xa - 2x\ell\cos\theta_d + 2al\cos\theta_d\right) + y^2 + \ell^2\sin^2\theta_d - 2y\ell\sin\theta_d \\ L^2 = \left(x^2 + a^2 + \ell^2\cos^2\theta_g + 2xa - 2x\ell\cos\theta_g - 2al\cos\theta_g\right) + y^2 + \ell^2\sin^2\theta_g - 2y\ell\sin\theta_g \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} L^2 = x^2 + a^2 + \ell^2 - 2xa - 2x\ell\cos\theta_d + 2a\ell\cos\theta_d + y^2 - 2y\ell\sin\theta_d \\ L^2 = x^2 + a^2 + \ell^2 + 2xa - 2x\ell\cos\theta_g - 2a\ell\cos\theta_g + y^2 - 2y\ell\sin\theta_g \end{array}\right.$.

En faisant la différence entre les deux expressions, on a donc :

$$0 = -4xa + 2x\ell\left(-\cos\theta_d + \cos\theta_g\right) + 2a\ell\left(\cos\theta_d + \cos\theta_g\right) + 2y\ell\left(\sin\theta_g - \sin\theta_d\right)$$

$$\Rightarrow 4xa - 2x\ell\left(-\cos\theta_d + \cos\theta_g\right) = 2a\ell\left(\cos\theta_d + \cos\theta_g\right) + 2y\ell\left(\sin\theta_g - \sin\theta_d\right)$$

$$\Rightarrow x\left(4a - 2\ell\left(-\cos\theta_d + \cos\theta_g\right)\right) = 2a\ell\left(\cos\theta_d + \cos\theta_g\right) + 2y\ell\left(\sin\theta_g - \sin\theta_d\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{a\ell\left(\cos\theta_d + \cos\theta_g\right) + y\ell\left(\sin\theta_g - \sin\theta_d\right)}{2a - \ell\left(-\cos\theta_d + \cos\theta_g\right)}$$

2.1.1 Vérification

On peut réaliser une vérification de la cinématique directe en imposant la course angulaire suivante sur θ_g et θ_d ...

Ce choix doit conduire à une ligne droite en montant dans le plan $\left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}\right)$.

2.2 Cinématique inverse