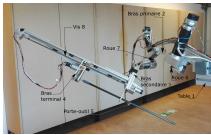


## TD 01



## Chirurgie mini-invasive robotisée avec stabilisation des mouvements physiologiques

Concours Centrale Supelec PSI 2019

## 1 Analyse des propriétés des signaux physiologiques

**Objectif** Analyser les propriétés des signaux physiologiques et en déduire des éléments du cahier des charges de la loi de commande pour assurer le déplacement du robot avec le niveau de précision requis.

## 1.1 Analyse des propriétés des signaux des mouvements physiologiques

**Objectif** Proposer un algorithme permettant de mettre en évidence les propriétés des mouvements respiratoires.

## Question 1

**Proposition 1** En première approximation, on peut dire que ce signal est périodique, de période 4.8 s. La valeur maximale est de 5 mm et la valeur minimale est de -2.5 s. Si on avait à la modéliser par un signal sinusoïdal on aurait  $e(t) = 3,75 \sin\left(\frac{2\pi}{4,8}t\right) + 1,25$ .

## Proposition 2

Le signal semble presque périodique même si les amplitudes des déplacements ne sont pas exactement les mêmes. L'amplitude maximale obtenue est d'environ  $\frac{5+2,3}{2} = 3.65$  mm et l'amplitude minimale obtenue est d'environ :  $\frac{4+6}{2} = 5$  mm; La période des oscillations est d'environ  $T \approx \frac{41-4}{9} \approx 4.1$  s. Soit une pulsation de  $\omega \approx 1.53 \text{ rad s}^{-1}$ .

**Question 2** D'après la définition,  $\hat{S}(f_n) = \frac{1}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} s[kT_e] e^{-i2\pi f_n T_e k}$

$$= \frac{1}{N_f} \left( s[0T_e] e^{-i2\pi f_n T_e 0} + s[T_e] e^{-i2\pi f_n T_e} + \dots + s[(N_f-1)T_e] e^{-i2\pi f_n T_e (N_f-1)} \right)$$

$$= \frac{1}{N_f} \left( s[0] + s[T_e] e^{-i2\pi f_n T_e} + \dots + s[(N_f-1)T_e] e^{-i2\pi f_n T_e (N_f-1)} \right).$$

On a donc  $l_k(f_n) = \frac{1}{N_f} e^{-i2\pi f_n T_e k}$ .

**Question 3** On a  $L_n = (l_0 f_n \quad l_1 f_n \quad l_2 f_n \quad \dots \quad l_{N_f-1} f_n)$ . Par ailleurs,  $S_p = \begin{pmatrix} \hat{S}(0) \\ \hat{S}(f_1) \\ \hat{S}(f_2) \\ \vdots \\ \hat{S}(f_{N_f-1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_0 V_s \\ L_1 V_s \\ L_2 V_s \\ \vdots \\ L_{N_f-1} V_s \end{pmatrix}$ .

On a donc  $L_k V_s = (l_0 f_k \quad l_1 f_k \quad l_2 f_k \quad \dots \quad l_{N_f-1} f_k) \begin{pmatrix} s[0] \\ s[T_e] \\ s[2T_e] \\ \vdots \\ s[(N_f-1)T_e] \end{pmatrix} = \sum_{i=0}^{N_f-1} l_i f_k s[iT_e]$ .

Ainsi la matrice  $M$  est composée de toutes les lignes  $L_n$  pour  $n \in [0, N_f - 1]$ . La matrice  $M$  aura donc pour forme :

$$M = \frac{1}{N_f} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-i2\pi f_1 T_e} & \dots & e^{-i2\pi f_1 T_e(N-1)} \\ \vdots & e^{-i2\pi f_n T_e} & \dots & e^{-i2\pi f_n T_e(N-1)} \\ 1 & e^{-i2\pi f_{N_f-1} T_e} & \dots & e^{-i2\pi f_{N_f-1} T_e(N-1)} \end{pmatrix}$$

**Question 4** De la question précédente, on peut exprimer le terme  $a_{n,m}$   $a_{n,m} = \frac{1}{N_f} e^{-i2\pi f_n T_e m}$ .

**Question 5** En posant

$$X = -i2\pi \begin{pmatrix} 0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{N_f-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & T_e & 2T_e & \dots & (N-1)T_e \end{pmatrix} = -i2\pi E_f \cdot t_k, \text{ on obtient bien, } M = \frac{1}{N_f} \exp(X).$$

```
import numpy as np
def calculSpectre(Signal,Nf,fmax,Te):
    Vs=np.transpose([np.array(Signal)])
    Ef=np.transpose([np.linspace(0,fmax,Nf)])
    tk=np.array([range(len(Signal))])*Te
    X=np.dot(Ef,tk)*(-1j*2*np.pi)
    M=1/Nf*np.exp(X)
    Sp=np.dot(M,Vs)
    An=abs(Sp)
    return An
```

## 1.2 Cahiers des charges partiel de la chaîne d'asservissement en position du robot esclave

**Objectif** Déterminer une valeur numérique pour la bande passante de l'asservissement en position du robot esclave et vérifier le cahier des charges associé.

**Question 7** D'une part,  $H(p) = \frac{\varepsilon(p)}{Z^*(p)}$  et d'autre part,  $F(p) = \frac{Z(p)}{Z^*(p)}$ . Enfin,  $\varepsilon(p) = Z^*(p) - Z(p)$ . On a donc  $\varepsilon(p) = \frac{\varepsilon(p)}{H(p)} - F(p)Z^*(p) = \frac{\varepsilon(p)}{H(p)} - F(p)\frac{\varepsilon(p)}{H(p)}$ . On a donc  $\varepsilon(p) = \frac{\varepsilon(p)}{H(p)} - F(p)\frac{\varepsilon(p)}{H(p)} \Leftrightarrow H(p) = 1 - F(p) = p \frac{p + 2\xi\omega_0}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$ .

Supposons que  $z_2(t) = A_2 \sin(\omega_2 t + \Phi_2)$ . De plus,  $\varepsilon_2(t) = \varepsilon_2 \sin(\omega_2 t + \Theta_2)$ . On a donc,  $\varepsilon_2 = \|H(i\omega_2)\|A_2$ ,  $\Phi_2 - \Theta_2 = \arg(H(i\omega_2))$ .

**Remarque :** il aurait sûrement été préférable de préciser ici au candidat qu'on a  $z_n(t) = A_n \sin(2\pi f_n t + \Phi_n) = A_n \sin(\omega_n t + \Phi_n)$ .

**Question 8** Lorsque  $\omega \ll \omega_0$ ,  $\left\| \frac{1}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2} \right\|$  tend vers 0. Calculons  $\|(j\omega)^2 + 2\xi\omega_0\omega j\| = \sqrt{2\xi^2\omega_0^2\omega^2 + \omega^2} = \omega\sqrt{2\xi^2\omega_0^2 + 1}$ .

On a donc  $\|H(i\omega)\| \simeq K\omega$  avec  $K = \sqrt{2\xi^2\omega_0^2 + 1}$  lorsque  $\omega \ll \omega_0$ .

A VÉRIFIER Au final,  $\varepsilon_2 \simeq \omega_2 \sqrt{2\xi^2\omega_0^2 + 1} A_2 \sin(\omega_2 t + \Phi_2)$ .

**Question 9**

## 2 Analyse géométrique et élaboration du modèle dynamique du robot esclave

**Objectif** Vérifier la capacité du robot esclave à respecter le cahier des charges et déterminer le modèle dynamique d'un des axes du robot esclave utilisé pour dimensionner sa commande.

## 2.1 Vérification de la capacité du robot esclave

**Objectif** Vérifier la capacité du robot esclave à respecter l'exigence de précision 1.3.3 et dimensionner les capteurs installés sur le robot en conséquence.

### Question 10

**Question 11** On a  $\lambda(t) = \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83}$ . En conséquences,  $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = l_3 \overrightarrow{y_3} + \lambda(t) \overrightarrow{z_3} + l_4 \overrightarrow{z_4} = l_3 \overrightarrow{y_3} + \left( \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83} \right) \overrightarrow{z_3} + l_4 \overrightarrow{z_3}$ .

**Question 12** En projetant  $\overrightarrow{BD}$  dans la base  $(\overrightarrow{x'_2}, \overrightarrow{y'_2}, \overrightarrow{z'_2})$ , on a  $\overrightarrow{BD} = l_3 \overrightarrow{y_3} + \left( \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83} \right) \overrightarrow{z_3} + l_4 \overrightarrow{z_3} = l_3 \left( \cos \theta_{32} \overrightarrow{x'_2} + \sin \theta_{32} \overrightarrow{y'_2} \right) + \left( \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83} + l_4 \right) \overrightarrow{z'_2}$ .

Avec l'hypothèse que  $\theta_{32}$  reste petit, on a  $\overrightarrow{BD} = l_3 \left( \overrightarrow{x'_2} + \theta_{32} \overrightarrow{y'_2} \right) + \left( \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83} + l_4 \right) \overrightarrow{z'_2}$ .

Ainsi,  $(x_D, y_D, z_D) = \left( l_3, l_3 \theta_{32}, \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83} + l_4 \right)$ .

### Question 13

## 2.2 Détermination et vérification du modèle dynamique du robot esclave

**Objectif** Déterminer le modèle dynamique du robot esclave en vue de l'élaboration de sa commande.

**Question 14** On se place en régime permanent. Le rendement peut s'exprimer par  $\eta_9 = \frac{C_{73} \dot{\theta}_{32}}{C_{m2} \dot{\theta}_{72}} = \frac{C_{73}}{C_{m2}} r_9$ . On a donc, en régime permanent,  $\overrightarrow{C_{73}} = C_{73} \overrightarrow{z'_2} = C_{m2} \frac{\eta_9}{r_9} \overrightarrow{z'_2}$ .

**Question 15** Au vu du tracé expérimental de  $C_{73}$  en fonction de  $C_{m2}$ , on peut réaliser une linéarisation sur l'intervalle  $[0, 10]$  et  $C_{73} \approx 3C_{m2}$ . D'après les données constructeur, on a  $C_{73} = C_{m2} \frac{\eta_9}{r_9} = C_{m2} \frac{0,78}{0,25} = 3,12$ .

On peut donc valider les valeurs données par le constructeur.

## 2.3 Élaboration du modèle dynamique d'un axe du robot esclave

### Question 16

### Question 17

**Question 18** On cherche  $\overrightarrow{V(G_4 \in 4/1)}$ . On a  $\overrightarrow{OG_4} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG_4} = l_0 \overrightarrow{y_0} + l_1 \overrightarrow{y_1} + l_2 \overrightarrow{y_2} + l'_2 \overrightarrow{y'_2} + l_3 \overrightarrow{y_3} + \lambda(t) \overrightarrow{z_3} + b_4 \overrightarrow{z_4}$ . On a  $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$  et  $\alpha_2 = -\frac{\pi}{4}$ .

$$\begin{aligned} \text{On a donc } \overrightarrow{V(G_4 \in 4/1)} &= \left[ \frac{d\overrightarrow{OG_4}}{dt} \right]_{R_0} \\ &= \left[ \frac{d\overrightarrow{l_0 y_0}}{dt} \right]_{R_0} + \left[ \frac{d\overrightarrow{l_1 y_1}}{dt} \right]_{R_0} + \left[ \frac{d\overrightarrow{l_2 y_2}}{dt} \right]_{R_0} + \left[ \frac{d\overrightarrow{l'_2 y'_2}}{dt} \right]_{R_0} + \left[ \frac{d\overrightarrow{l_3 y_3}}{dt} \right]_{R_0} + \left[ \frac{d\lambda(t) \overrightarrow{z_3}}{dt} \right]_{R_0} + \left[ \frac{d\overrightarrow{b_4 z_4}}{dt} \right]_{R_0} \\ &= \overrightarrow{0} + \overrightarrow{0} + l_2 \left[ \frac{d\overrightarrow{y_2}}{dt} \right]_{R_0} + l'_2 \left[ \frac{d\overrightarrow{y'_2}}{dt} \right]_{R_0} + l_3 \left[ \frac{d\overrightarrow{y_3}}{dt} \right]_{R_0} + \lambda(t) \left[ \frac{d\overrightarrow{z_3}}{dt} \right]_{R_0} + \dot{\lambda}(t) \left[ \frac{d\overrightarrow{z_3}}{dt} \right]_{R_0} + b_4 \left[ \frac{d\overrightarrow{z_4}}{dt} \right]_{R_0} \\ &= l_2 \left[ \overrightarrow{(\Omega(2/0) \wedge y_2)} \right] + l'_2 \left[ \overrightarrow{(\Omega(2'/0) \wedge y'_2)} \right] + l_3 \left[ \overrightarrow{(\Omega(3/0) \wedge y_3)} \right] + \lambda(t) \left[ \overrightarrow{(\Omega(3/0) \wedge z_3)} \right] + \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{z_3} + b_4 \left[ \overrightarrow{(\Omega(4/0) \wedge z_4)} \right]. \\ &= l_2 \left[ \dot{\theta}_{21} \overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{y_2} \right] + l'_2 \left[ \dot{\theta}_{21} \overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{y'_2} \right] + l_3 \left[ (\dot{\theta}_{21} \overrightarrow{z_2} + \dot{\theta}_{32} \overrightarrow{z_3}) \wedge \overrightarrow{y_3} \right] + \lambda(t) [(\dot{\theta}_{21} \overrightarrow{z_2} + \dot{\theta}_{32} \overrightarrow{z_3}) \wedge \overrightarrow{z_3}] + \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{z_3} + b_4 [(\dot{\theta}_{21} \overrightarrow{z_2} + \dot{\theta}_{32} \overrightarrow{z_3}) \wedge \overrightarrow{z_3}]. \\ &= -l_2 \dot{\theta}_{21} \overrightarrow{x_2} - l'_2 \dot{\theta}_{21} \cos \alpha_2 \overrightarrow{x_2} + l_3 [\dot{\theta}_{21} \overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{y_3} - \dot{\theta}_{32} \overrightarrow{z_3}] + \lambda(t) \dot{\theta}_{21} \sin \alpha_2 \overrightarrow{x_2} + \dot{\lambda}(t) \overrightarrow{z_3} + b_4 \dot{\theta}_{21} \sin \alpha_2 \overrightarrow{x_2}. \\ \text{Par ailleurs, } \overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{y_3} &= \overrightarrow{z_2} \wedge (\cos \theta_{32} \overrightarrow{y'_2} - \sin \theta_{32} \overrightarrow{x'_2}) = \cos \theta_{32} \overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{y'_2} - \sin \theta_{32} \overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{x'_2} = -\cos \theta_{32} \cos \alpha_2 \overrightarrow{x'_2} - \sin \theta_{32} \overrightarrow{y'_2}. \end{aligned}$$

Au final, on a

$$V(G_4 \in 4/1) = -l_2 \dot{\theta}_{21} \vec{x}_2 - l'_2 \dot{\theta}_{21} \cos \alpha_2 \vec{x}_2 + l_3 \left[ \dot{\theta}_{21} (-\cos \theta_{32} \cos \alpha_2 \vec{x}_2' - \sin \theta_{32} \vec{y}_2') - \dot{\theta}_{32} \vec{x}_3 \right] + \lambda(t) \dot{\theta}_{21} \sin \alpha_2 \vec{x}_2 + \dot{\lambda}(t) \vec{z}_3 + b_4 \dot{\theta}_{21} \sin \alpha_2 \vec{x}_2.$$

En tenant compte de l'hypothèse  $\dot{\theta}_{21} = 0$ , on a :  $V(G_4 \in 4/1) = -\dot{\theta}_{32} l_3 \vec{x}_3 + \dot{\lambda}(t) \vec{z}_3$ .

**Question 19** En utilisant l'évolution de  $\dot{\theta}_{32}$ , on peut déterminer le déplacement angulaire effectué en traçant l'aire sous la courbe :  $\theta_{32} = \frac{1}{2}(1+0,5) \times 0,075 = 0.056 \text{ rad} \simeq 3^\circ$ .

Cet angle étant faible, on peut donc considérer que  $\forall t \cos(\theta_{32}(t)) \simeq 1$  et  $\sin(\theta_{32}(t)) \simeq 0$ .

**Question 20** On donne  $J_4$  le moment d'inertie du bras 4 autour de l'axe  $(G_4, \vec{z}_4)$ .

**Méthode**

$$1. \text{ Expression de } \overline{\delta(B, 4/1)} \cdot \vec{z}_4 = \left( \overline{\delta(G_4, 4/1)} + \overline{BG_4} \wedge m_4 \overline{\Gamma(G_4 \in 4/1)} \right) \cdot \vec{z}_4.$$

$$2. \text{ Calcul de } \overline{\delta(G_4, 4/1)}.$$

$$\overline{\delta(G_4, 4/1)} \cdot \vec{z}_4 = \left[ \frac{d\overline{\sigma(G_4, 4/1)}}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0} \cdot \vec{z}_4$$

$$\text{On a } \overline{\sigma(G_4, 4/1)} = I_{G_4}(4) \overline{\Omega(4/1)} \text{ avec } \overline{\Omega(4/1)} = \underbrace{\overline{\Omega(4/3)}}_{\vec{0}} + \overline{\Omega(3/2)} + \overline{\Omega(2/1)} = \dot{\theta}_{32} \vec{x}_3 + \underbrace{\dot{\theta}_{21}}_0 \vec{z}_2 = \dot{\theta}_{32} \vec{z}_4. \text{ Au vu des}$$

éléments d'inertie proposés, on a donc  $\overline{\sigma(G_4, 4/1)} = J_4 \dot{\theta}_{32} \vec{z}_4$ .

$$\text{De plus, } \left[ \frac{d\vec{z}_4}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0} = \vec{0}. \text{ En conséquences, } \frac{d\overline{\sigma(G_4, 4/1)}}{dt} \cdot \vec{z}_4 = J_4 \ddot{\theta}_{32}.$$

$$\text{Par ailleurs, } \overline{\Gamma(G_4 \in 4/1)} = \left[ \frac{d\overline{V(G_4 \in 4/1)}}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0} = \left[ \frac{d(-\dot{\theta}_{32} l_3 \vec{x}_3 + \dot{\lambda}(t) \vec{z}_3)}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0} = -\ddot{\theta}_{32} l_3 \vec{x}_3 - \dot{\theta}_{32} l_3 (\dot{\theta}_{32} \vec{z}_3 \wedge \vec{x}_3) + \ddot{\lambda}(t) \vec{z}_3 = -\ddot{\theta}_{32} l_3 \vec{x}_3 - l_3 \dot{\theta}_{32}^2 \vec{y}_3 + \ddot{\lambda}(t) \vec{z}_3.$$

$$\begin{aligned} \left( \overline{BG_4} \wedge m_4 \overline{\Gamma(G_4 \in 4/1)} \right) \cdot \vec{z}_4 &= \left( \overline{BG_4} \wedge m_4 \overline{\Gamma(G_4 \in 4/1)} \right) \cdot \vec{z}_4 \\ &= m_4 ((l_3 \vec{y}_3 + \lambda(t) \vec{z}_3 + b_4 \vec{z}_4) \wedge (-\ddot{\theta}_{32} l_3 \vec{x}_3 - l_3 \dot{\theta}_{32}^2 \vec{y}_3 + \ddot{\lambda}(t) \vec{z}_3)) \cdot \vec{z}_4 \\ &= m_4 ((l_3 \vec{y}_3 + \lambda(t) \vec{z}_3 + b_4 \vec{z}_4) \wedge (-\ddot{\theta}_{32} l_3 \vec{x}_3) + (l_3 \vec{y}_3 + \lambda(t) \vec{z}_3 + b_4 \vec{z}_4) \wedge (-l_3 \dot{\theta}_{32}^2 \vec{y}_3) + (l_3 \vec{y}_3 + \lambda(t) \vec{z}_3 + b_4 \vec{z}_4) \wedge (\ddot{\lambda}(t) \vec{z}_3)) \cdot \vec{z}_4 \\ &= m_4 (((l_3 \vec{y}_3 + \lambda(t) \vec{z}_3 + b_4 \vec{z}_4) \wedge (-\ddot{\theta}_{32} l_3 \vec{x}_3)) \cdot \vec{z}_4 + ((l_3 \vec{y}_3 + \lambda(t) \vec{z}_3 + b_4 \vec{z}_4) \wedge (-l_3 \dot{\theta}_{32}^2 \vec{y}_3)) \cdot \vec{z}_4 + ((l_3 \vec{y}_3 + \lambda(t) \vec{z}_3 + b_4 \vec{z}_4) \wedge (\ddot{\lambda}(t) \vec{z}_3)) \cdot \vec{z}_4) \\ &= m_4 ((\vec{z}_4 \wedge (l_3 \vec{y}_3 + \lambda(t) \vec{z}_3 + b_4 \vec{z}_4)) \cdot (-\ddot{\theta}_{32} l_3 \vec{x}_3) + (\vec{z}_4 \wedge (l_3 \vec{y}_3 + \lambda(t) \vec{z}_3 + b_4 \vec{z}_4)) \cdot (-l_3 \dot{\theta}_{32}^2 \vec{y}_3) + (\vec{z}_4 \wedge (l_3 \vec{y}_3 + \lambda(t) \vec{z}_3 + b_4 \vec{z}_4)) \cdot (\ddot{\lambda}(t) \vec{z}_3)) \\ &= m_4 ((\vec{z}_4 \wedge l_3 \vec{y}_3) \cdot (-\ddot{\theta}_{32} l_3 \vec{x}_3)) \\ &= \ddot{\theta}_{32} l_3^2 m_4. \end{aligned}$$

Au final,  $\overline{\delta(B, 4/1)} \cdot \vec{z}_4 = J_4 \ddot{\theta}_{32} + \ddot{\theta}_{32} l_3^2 m_4$ .

**Question 21**

**Question 22**

**Question 23**

### 3 Définition et analyse de la chaîne d'asservissement du robot esclave

**Objectif** Définir le régulateur de la chaîne d'asservissement du robot esclave, analyser ses performances vis-à-vis des perturbations en se limitant à celles dues aux couples de frottement sec et compléter la chaîne d'asservissement par la compensation de ces efforts.

#### 3.1 Calcul d'un correcteur et analyse partielle des performances de la chaîne d'asservissement

**Objectif** Déterminer un correcteur pour la chaîne d'asservissement de la position angulaire des articulations. Afin d'aboutir à une démarche générale (indépendante d'une articulation particulière), la loi de commande sera paramétrée par le moment d'inertie équivalent de l'articulation considérée.

**Question 24** En exprimant l'équation différentielle proposée dans le domaine de Laplace, on a  $J_{\text{eq}}p^2Q_j(p) = C_j(p) + C_{\text{ext}}(p)$ . En utilisant le schéma-blocs, on a  $Q_j(p) = (C_{\text{ext}}(p) + C_j(p))T(p)$ . Par analogie, on a donc  $T(p) = \frac{1}{J_{\text{eq}}p^2}$ .

$$\text{On considère que } C_{\text{ext}}(p) = 0. \text{ On peut alors exprimer } F_j(p) = \frac{\frac{K_1 T(p)}{1+T(p)K_2 p}}{1+\frac{K_1 T(p)}{1+T(p)K_2 p}} = \frac{\frac{K_1 T(p)}{1+T(p)K_2 p}}{1+\frac{K_1 T(p)}{1+T(p)K_2 p}} = \frac{K_1 T(p)}{1+T(p)K_2 p + K_1 T(p)}$$

$$= \frac{K_1 \frac{1}{J_{\text{eq}}p^2}}{1+\frac{1}{J_{\text{eq}}p^2}K_2 p + K_1 \frac{1}{J_{\text{eq}}p^2}} = \frac{K_1}{J_{\text{eq}}p^2 + K_2 p + K_1} = \frac{1}{\frac{K_1}{J_{\text{eq}}}p^2 + \frac{K_2}{K_1}p + 1}.$$

On a donc  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{J_{\text{eq}}}{K_1}$  et  $\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{K_2}{K_1}$ . On a donc  $K_1 = J_{\text{eq}}\omega_0^2$  et  $K_2 = \frac{2\xi K_1}{\omega_0} = 2\xi J_{\text{eq}}\omega_0$ .

**Question 25** On a  $C_j(p) = -(K_1 + K_2 p)Q_j(p)$  et  $Q_j(p) = (C_j(p) + C_{\text{ext}}(p))T(p)$ . On a donc

$$Q_j(p) = -(K_1 + K_2 p)Q_j(p) + C_{\text{ext}}(p)T(p) \Leftrightarrow (1 - (K_1 + K_2 p)T(p))Q_j(p) = C_{\text{ext}}(p)T(p) \Leftrightarrow \frac{Q_j(p)}{C_{\text{ext}}(p)} = \frac{1}{1 - (K_1 + K_2 p)T(p)}.$$

En utilisant les valeurs déterminées précédemment, on a donc  $D(p) = \frac{1}{1 - (J_{\text{eq}}\omega_0^2 + 2\xi J_{\text{eq}}\omega_0 p)\frac{1}{J_{\text{eq}}p^2}}$

$$= \frac{p^2}{p^2 - 2\xi\omega_0 p - \omega_0^2}.$$

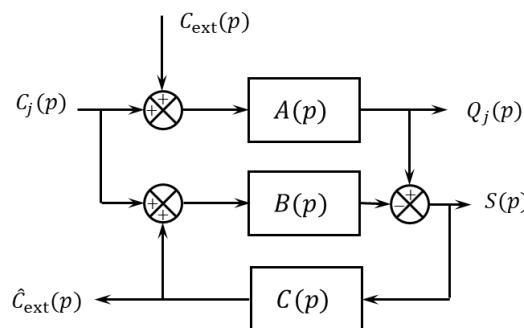
On a  $C_{\text{ext}}(p) = \frac{C_{\text{ext}0}}{p}$ . En conséquence,  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p)$ . Par ailleurs,  $\varepsilon(p) = -Q_j(p) = -D(p)C_{\text{ext}}(p)$ .

$$\text{On a alors } \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} -p D(p)C_{\text{ext}}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} -p \frac{p^2}{p^2 - 2\xi\omega_0 p - \omega_0^2} \frac{C_{\text{ext}0}}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} -\frac{C_{\text{ext}0}p^2}{p^2 - 2\xi\omega_0 p - \omega_0^2} = -C_{\text{ext}0}.$$

**Conclure.**

### 3.2 Amélioration des performances par compensation du couple de perturbation

**Objectif** Améliorer les performances de la loi de commande vis-à-vis des couples perturbateurs extérieurs.



**Question 26** On note  $A(p)$ ,  $B(p)$  et  $C(p)$  les trois fonctions de transfert des trois blocs recherchés.

On a :  $Q_j(p) = A(p)(C_j(p) + C_{\text{ext}}(p))$ ,  $S(p) = Q_j(p) - B(p)(C_j(p) + \hat{C}_{\text{ext}}(p))$  et  $\hat{C}_{\text{ext}}(p) = C(p)S(p)$ .

soit

$$\begin{aligned} \hat{C}_{\text{ext}}(p) &= C(p)(Q_j(p) - B(p)(C_j(p) + \hat{C}_{\text{ext}}(p))) \\ \Leftrightarrow \hat{C}_{\text{ext}}(p)(1 + C(p)B(p)) &= C(p)(Q_j(p) - C(p)B(p)) \end{aligned}$$

**Question 27**

**Question 28**

**Question 29**

## 4 Analyse des performances vis-à-vis des mouvements respiratoires

**Objectif** Quantifier le niveau de performance de la loi de commande déterminée en considérant la consigne correspondant aux mouvements physiologiques. Une amélioration de la loi de commande est ensuite envisagée sous la forme d'une anticipation sur la consigne pour améliorer les performances.

**Question 30**

**Question 31**

**Question 32**

On a  $Q_j(p) = C_j(p)T(p) = (Q_j^*(p)K_a(p) + C_u(p))T(p) = (Q_j^*(p)K_a(p) + C_u(p))T(p) = (Q_j^*(p)K_a(p) + (\varepsilon(p)K_1 - K_2 p Q_j(p)))T(p)$   
 $= (Q_j^*(p)K_a(p) + ((Q_j^*(p) - Q_j(p))K_1 - K_2 p Q_j(p)))T(p)$   
 $\Leftrightarrow Q_j(p) = (Q_j^*(p)K_a(p) + ((Q_j^*(p) - Q_j(p))K_1 - K_2 p Q_j(p)))T(p)$   
 $\Leftrightarrow Q_j(p) = T(p)Q_j^*(p)K_a(p) + T(p)((Q_j^*(p) - Q_j(p))K_1 - K_2 p Q_j(p))$   
 $\Leftrightarrow Q_j(p) = T(p)Q_j^*(p)K_a(p) + T(p)K_1 Q_j^*(p) - T(p)K_1 Q_j(p) - T(p)K_2 p Q_j(p)$   
 $\Leftrightarrow Q_j(p)(1 + T(p)K_1 + T(p)K_2 p) = Q_j^*(p)T(p)(K_a(p) + K_1)$   
 On a donc  $F(p) = \frac{Q_j(p)}{Q_j^*(p)} = \frac{K_a(p) + K_1}{1 + T(p)K_1 + T(p)K_2 p}$ .