

PTSI – PT

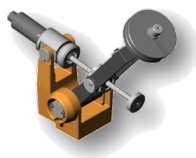
Doc. TP

## Étude des systèmes de laboratoire

Sciences  
Industrielles de  
l'Ingénieur

Doc.  
TP

### Étude du Robot Delta 2D



|     |  |   |
|-----|--|---|
| 1   | Paramétrage du robot delta                 | 2 |
| 2   | Modélisation géométrique du Robot Delta 2D | 2 |
| 2.1 | Cinématique directe . . . . .              | 2 |
| 2.2 | Cinématique inverse . . . . .              | 2 |



Xavier Pessoles  
PTSI – PT

## 1 Paramétrage du robot delta

On a :

- $\overrightarrow{OA} = a \overrightarrow{x_0}$  et  $\overrightarrow{OB} = -a \overrightarrow{x_0}$  avec  $a = 60 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{AD} = \ell \overrightarrow{x_1}$  et  $\overrightarrow{BE} = \ell \overrightarrow{x'_1}$  avec  $\ell = 170 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{DF} = L \overrightarrow{x_2}$  et  $\overrightarrow{EF} = L \overrightarrow{x'_2}$  avec  $L = 350 \text{ mm}$ ;
- $\overrightarrow{FP} = -b \overrightarrow{x_3} - c \overrightarrow{y_3}$  avec  $b = -35 \text{ mm}$  et  $c = -75 \text{ mm}$  (on pourra montrer que  $\overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{x_3}$  et  $\overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{y_3}$ );
- $\overrightarrow{OF} = x \overrightarrow{x_0} + y \overrightarrow{y_0}$

## 2 Modélisation géométrique du Robot Delta 2D

Le robot delta est un robot à 2 mobilités. Il sera donc nécessaire d'écrire deux fermetures géométriques. Commençons pas réaliser la fermeture de la chaîne  $O - A - D - F - O$ .

On a donc :  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FO} = \overrightarrow{0}$ , soit  $a \overrightarrow{x_0} + \ell \overrightarrow{x_1} + L \overrightarrow{x_2} - x \overrightarrow{x_0} - y \overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{0}$ .

On projette ensuite dans  $\mathcal{B}_0$  :  $a \overrightarrow{x_0} + \ell (\cos \theta \overrightarrow{x_0} + \sin \theta \overrightarrow{y_0}) + L (\cos \psi \overrightarrow{x_0} + \sin \psi \overrightarrow{y_0}) - x \overrightarrow{x_0} - y \overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{0}$ .

On alors les expressions suivantes : 
$$\begin{cases} a + \ell \cos \theta + L \cos \psi - x = 0 \\ \ell \sin \theta + L \sin \psi - y = 0 \end{cases}$$

Ainsi pour la partie droite, et la chaîne  $O - A - D - F - O$  : 
$$\begin{cases} a + \ell \cos \theta_d + L \cos \psi_d - x = 0 \\ \ell \sin \theta_d + L \sin \psi_d - y = 0 \end{cases}$$

Pour la partie gauche  $O - B - E - F - O$ , on aura (avec  $\overrightarrow{OB} = -a \overrightarrow{x_0}$ ) : 
$$\begin{cases} -a + \ell \cos \theta_g + L \cos \psi_g - x = 0 \\ \ell \sin \theta_g + L \sin \psi_g - y = 0 \end{cases}$$

### 2.1 Cinématique directe

La cinématique directe permet d'établir le positionnement du point  $F$  de coordonnées  $(x, y)$  en fonction des commandes moteurs  $\theta_d$  et  $\theta_g$ .

Il est donc nécessaire de supprimer  $\psi_d$  et  $\psi_g$ . On a donc 
$$\begin{cases} L \cos \psi = x - a - \ell \cos \theta \\ L \sin \psi = y - \ell \sin \theta \end{cases}$$
 en passant les expression au carré et en sommant,  $L^2 = (x - a - \ell \cos \theta)^2 + (y - \ell \sin \theta)^2$ .

On a donc pour chacune des boucles 
$$\begin{cases} L^2 = (x - a - \ell \cos \theta_d)^2 + (y - \ell \sin \theta_d)^2 \\ L^2 = (x + a - \ell \cos \theta_g)^2 + (y - \ell \sin \theta_g)^2 \end{cases}$$

soit 
$$\begin{cases} L^2 = (x^2 + a^2 + \ell^2 \cos^2 \theta_d - 2xa - 2x\ell \cos \theta_d + 2a\ell \cos \theta_d) + y^2 + \ell^2 \sin^2 \theta_d - 2y\ell \sin \theta_d \\ L^2 = (x^2 + a^2 + \ell^2 \cos^2 \theta_g + 2xa - 2x\ell \cos \theta_g - 2a\ell \cos \theta_g) + y^2 + \ell^2 \sin^2 \theta_g - 2y\ell \sin \theta_g \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L^2 = x^2 + a^2 + \ell^2 - 2xa - 2x\ell \cos \theta_d + 2a\ell \cos \theta_d + y^2 - 2y\ell \sin \theta_d \\ L^2 = x^2 + a^2 + \ell^2 + 2xa - 2x\ell \cos \theta_g - 2a\ell \cos \theta_g + y^2 - 2y\ell \sin \theta_g \end{cases}$$

#### 2.1.1 Vérification

On peut réaliser une vérification de la cinématique directe en imposant la course angulaire suivante sur  $\theta_g$  et  $\theta_d$  ...

Ce choix doit conduire à une ligne droite en montant dans le plan  $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$ .

### 2.2 Cinématique inverse