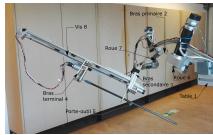


## TD 01



### Chirurgie mini-invasive robotisée avec stabilisation des mouvements physiologiques

Concours Centrale Supelec PSI 2019

## 1 Analyse des propriétés des signaux physiologiques

**Objectif** Analyser les propriétés des signaux physiologiques et en déduire des éléments du cahier des charges de la loi de commande pour assurer le déplacement du robot avec le niveau de précision requis.

### 1.1 Analyse des propriétés des signaux des mouvements physiologiques

**Objectif** Proposer un algorithme permettant de mettre en évidence les propriétés des mouvements respiratoires.

**Question 1** En première approximation, on peut dire que ce signal est périodique, de période 4.8 s. La valeur maximale est de 5 mm et la valeur minimale est de -2.5 s. Si on avait à la modéliser par un signal sinusoïdal on aurait  $e(t) = 3,75 \sin \frac{2\pi}{4,8} t + 1,25$ .

#### Proposition d'Emilien

Le signal semble presque périodique même si les amplitudes des déplacements ne sont pas exactement les mêmes. L'amplitude maximale obtenue est d'environ  $\frac{5+2,3}{2} = 3,65 \text{ mm}$  et l'amplitude minimale obtenue est d'environ :  $\frac{4+6}{2} = 5 \text{ mm}$ ; La période des oscillations est d'environ :

$$T \approx \frac{41-4}{9} \approx 4,1 \text{ s}$$

Soit une pulsation de  $\omega \approx 1,53 \text{ rad/s}$

**Question 2** D'après la définition,  $\hat{S}(f_n) = \frac{1}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} s[k T_e] e^{-i 2\pi f_n T_e k}$

$$= \frac{1}{N_f} (s[0 T_e] e^{-i 2\pi f_n T_e 0} + s[T_e] e^{-i 2\pi f_n T_e} + \dots + s[(N_f-1) T_e] e^{-i 2\pi f_n T_e (N_f-1)})$$

$$= \frac{1}{N_f} (s[0] + s[T_e] e^{-i 2\pi f_n T_e} + \dots + s[(N_f-1) T_e] e^{-i 2\pi f_n T_e (N_f-1)}).$$

On a donc  $l_k(f_n) = \frac{1}{N_f} e^{-i 2\pi f_n T_e k}$ .

$$\begin{pmatrix} \hat{S}(0) \\ \hat{S}(f_1) \\ \hat{S}(f_2) \\ \vdots \\ \hat{S}(f_{N_f-1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_0 V_s \\ L_1 V_s \\ L_2 V_s \\ \vdots \\ L_{N_f-1} V_s \end{pmatrix}.$$

**Question 3** On a  $L_n = (l_0 f_n \quad l_1 f_n \quad l_2 f_n \quad \dots \quad l_{N_f-1} f_n)$ . Par ailleurs,

$$On a donc L_k V_s = (l_0 f_k \quad l_1 f_k \quad l_2 f_k \quad \dots \quad l_{N_f-1} f_k) \begin{pmatrix} s[0] \\ s[T_e] \\ s[2T_e] \\ \vdots \\ s[(N_f-1) T_e] \end{pmatrix} = \sum_{i=0}^{N_f-1} l_i f_k s[i T_e].$$

Ainsi la matrice  $M$  est composé de toutes les lignes  $L_n$  pour  $n \in \llbracket 0, N_f - 1 \rrbracket$ .  
La matrice  $M$  aura donc pour forme :

$$M = \frac{1}{N_f} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-i2\pi f_1 T_e} & \dots & e^{-i2\pi f_1 T_e(N-1)} \\ \vdots & e^{-i2\pi f_n T_e} & \dots & e^{-i2\pi f_n T_e(N-1)} \\ 1 & e^{-i2\pi f_{N_f-1} T_e} & \dots & e^{-i2\pi f_{N_f-1} T_e(N-1)} \end{pmatrix}$$

**Question 4** De la question précédente, on peut exprimer le terme  $a_{n,m}$

$$a_{n,m} = \frac{1}{N_f} e^{-i2\pi f_n T_e m}$$

**Question 5** En posant

$$X = -i2\pi \begin{pmatrix} 0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{N_f-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & T_e & 2T_e & \dots & (N-1)T_e \end{pmatrix} = -i2\pi E_f \cdot t_k$$

On obtient bien,

$$M = \frac{1}{N_f} \exp(X)$$

```
import numpy as np

def calculSpectre(Signal, Nf, fmax, Te):
    Vs=np.transpose([np.array(Signal)])
    Ef=np.transpose([np.linspace(0, fmax, Nf)])
    tk=np.array([range(len(Signal))]) * Te
    X=np.dot(Ef, tk) * (-1j / 2 * np.pi)
    M=1/Nf * np.exp(X)
    Sp=np.dot(M, Vs)
    An=abs(Sp)
    return An
```

## 1.2 Cahiers des charges partiel de la chaîne d'asservissement en position du robot esclave

**Objectif** Déterminer une valeur numérique pour la bande passante de l'asservissement en position du robot esclave et vérifier le cahier des charges associé.

**Question 7** D'une part,  $H(p) = \frac{\varepsilon(p)}{Z^*(p)}$  et d'autre part,  $F(p) = \frac{Z(p)}{Z^*(p)}$ . Enfin,  $\varepsilon(p) = Z^*(p) - Z(p)$ . On a donc  $\varepsilon(p) = \frac{\varepsilon(p)}{H(p)} - F(p)Z^*(p) = \frac{\varepsilon(p)}{H(p)} - F(p)\frac{\varepsilon(p)}{H(p)}$ . On a donc  $\varepsilon(p) = \frac{\varepsilon(p)}{H(p)} - F(p)\frac{\varepsilon(p)}{H(p)} \Leftrightarrow H(p) = 1 - F(p) = \frac{p^2 + 2\xi\omega_0 p}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$ .

**Question 8**

**Question 9**

## 2 Analyse géométrique et élaboration du modèle dynamique du robot esclave

**Objectif** Vérifier la capacité du robot esclave à respecter le cahier des charges et déterminer le modèle dynamique d'un des axes du robot esclave utilisé pour dimensionner sa commande.

## 2.1 Vérification de la capacité du robot esclave

**Objectif** Vérifier la capacité du robot esclave à respecter l'exigence de précision 1.3.3 et dimensionner les capteurs installés sur le robot en conséquence.

### Question 10

**Question 11** On a  $\lambda(t) = \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83}$ . En conséquences,  $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = l_3 \overrightarrow{y_3} + \lambda(t) \overrightarrow{z_3} + l_4 \overrightarrow{z_4} = l_3 \overrightarrow{y_3} + \left( \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83} \right) \overrightarrow{z_3} + l_4 \overrightarrow{z_3}$ .

**Question 12** En projetant  $\overrightarrow{BD}$  dans la base  $(\overrightarrow{x'_2}, \overrightarrow{y'_2}, \overrightarrow{z'_2})$ , on a  $\overrightarrow{BD} = l_3 \overrightarrow{y_3} + \left( \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83} \right) \overrightarrow{z_3} + l_4 \overrightarrow{z_3} = l_3 \left( \cos \theta_{32} \overrightarrow{x'_2} + \sin \theta_{32} \overrightarrow{y'_2} \right) + \left( \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83} + l_4 \right) \overrightarrow{z'_2}$ .

Avec l'hypothèse que  $\theta_{32}$  reste petit, on a  $\overrightarrow{BD} = l_3 \left( \overrightarrow{x'_2} + \theta_{32} \overrightarrow{y'_2} \right) + \left( \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83} + l_4 \right) \overrightarrow{z'_2}$ .

Ainsi,  $(x_D, y_D, z_D) = \left( l_3, l_3 \theta_{32}, \lambda_0 + \frac{p}{2\pi} \theta_{83} + l_4 \right)$ .

### Question 13

## 2.2 Détermination et vérification du modèle dynamique du robot esclave

**Objectif** Déterminer le modèle dynamique du robot esclave en vue de l'élaboration de sa commande.

### Question 14

## Question 15