

MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV MATEMATIKY A STATISTIKY

Diplomová práce

BRNO 2025

TOMÁŠ PETIT

MASARYKOVA
UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV MATEMATIKY A STATISTIKY

Topological data analysis

Diplomová práce

Tomáš Petit

Vedoucí práce: prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc.

Brno 2025

Bibliografický záznam

Autor:	Bc. Tomáš Petit Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav matematiky a statistiky
Název práce:	Topological data analysis
Studijní program:	Matematika
Studijní obor:	Matematika
Vedoucí práce:	prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc.
Akademický rok:	2024/2025
Počet stran:	?? + ??
Klíčová slova:	Topologie; Algebraická Topologie; Homologie; Persistentní Homologie; Topologická analýza dat; TDA; Topologické Metody

Bibliographic Entry

Author:	Bc. Tomáš Petit Faculty of Science, Masaryk University Department of mathematics and statistics
Title of Thesis:	Topological data analysis
Degree Programme:	Mathematics
Field of Study:	Mathematics
Supervisor:	prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc.
Academic Year:	2024/2025
Number of Pages:	?? + ??
Keywords:	Topology; Algebraic Topology; Homology; Persistent Homology; Topological data analysis; TDA; Topological Methods

Abstrakt

V této bakalářské/diplomové/rigorózní práci se věnujeme ...

Abstract

In this thesis we study ...

ZADÁNÍ
DIPLOMOVÉ PRÁCE

Akademický rok: 2024/2025

Ústav:	Přírodovědecká fakulta
Student:	Bc. Tomáš Petit
Program:	Matematika
Specializace:	Matematika

Ředitel ústavu PřF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje diplomovou práci s názvem:

Název práce:	Topological data analysis
Název práce anglicky:	Topological data analysis
Jazyk závěrečné práce:	angličtina

Oficiální zadání:

Goal: The goal is to understand the concepts and tools of Topological Data Analysis, and to be ready to use them in practical tasks. Aim: Depending on the results of the initial period, the student will either focus on theoretical understanding and original research in Mathematics and Statistics, or the focus will be on smart use of advanced tools in solving practical problems, including the implementation issues. One of the resources for real data requiring sophisticated analysis will come from the project Machine Learning in Nanomaterial Biocompatibility Assessment (MUNI/G/1125/2022).

Literatura: RAÚL RABADÁN, ANDREW J. BLUMBERG, Topological Data Analysis for Genomics and Evolution, Cambridge University Press, 2020, DOI: 10.1017/9781316671665

Vedoucí práce:	prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc.
Datum zadání práce:	20. 9. 2023
V Brně dne:	25. 7. 2024

Zadání bylo schváleno prostřednictvím IS MU.

Bc. Tomáš Petit, 16. 10. 2023
prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc., 17. 10. 2023
RNDr. Jan Vondra, Ph.D., 18. 10. 2023

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl(-a) poděkovat ...

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou/ diplomovou práci vypracoval(-a) samostatně pod vedením vedoucího práce s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány. ■

Prohlašuji, že jsem svoji rigorózní práci vypracoval(-a) samostatně s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno xx. měsíce 20xx

.....
Tomáš Petit

Contents

List of used notation	xv
Introduction	1
Kapitola 1. Why Topology?	3
Kapitola 2. Persistence	5
Summary	7
Appendix A	9
Bibliography and sources	11

List of used notation

Pro snazší orientaci v textu zde čtenáři předkládáme přehled základního značení, které se v celé práci vyskytuje.

\mathbb{C}	množina všech komplexních čísel
\mathbb{R}	množina všech reálných čísel
\mathbb{Z}	množina všech celých čísel
\mathbb{N}	množina všech přirozených čísel
\mathbb{C}	množina všech komplexních čísel
\mathbb{R}	množina všech reálných čísel
\mathbb{Z}	množina všech celých čísel
\mathbb{N}	množina všech přirozených čísel
\mathbb{C}	množina všech komplexních čísel
\mathbb{R}	množina všech reálných čísel
\mathbb{Z}	množina všech celých čísel
\mathbb{N}	množina všech přirozených čísel
\mathbb{C}	množina všech komplexních čísel
\mathbb{R}	množina všech reálných čísel
\mathbb{Z}	množina všech celých čísel
\mathbb{N}	množina všech přirozených čísel
\mathbb{C}	množina všech komplexních čísel
\mathbb{R}	množina všech reálných čísel
\mathbb{Z}	množina všech celých čísel

Introduction

To add later.

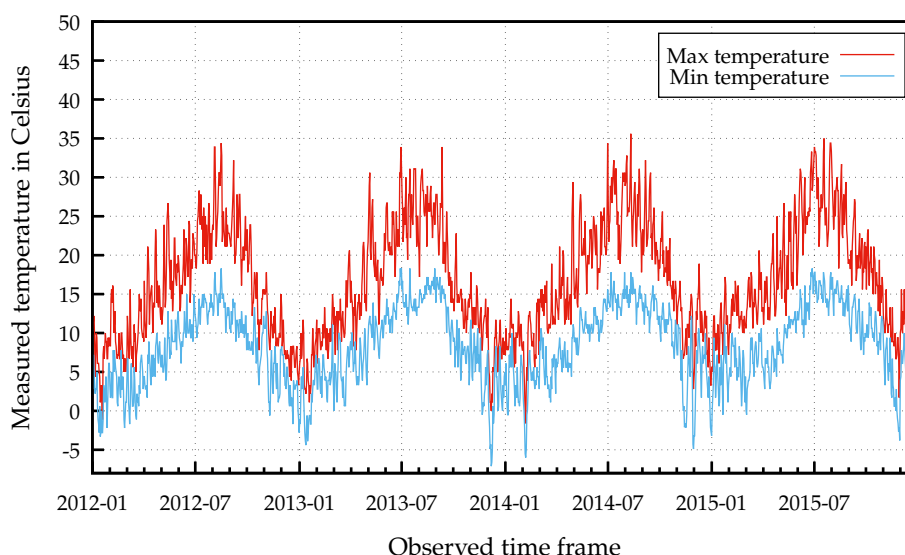
Chapter 1

Why Topology?

Data has shape. This is hardly a new or revolutionary idea in the realm of data analysis and statistics. It is an assumption that we make all the time, even if we do not say it out loud. Whenever one tries to construct a linear regression model, we all have the mental image of a straight line in our minds, which should roughly approximate the data. This is then generalized via hyperplanes in higher dimensions.

Another clear example would be periodic time series or signals – we all expect to see a “loop” of some sort, given a long enough time interval between the measurements, see for example [1.1](#).

Figure 1.1: Example plot of seasonal temperature changes in Seattle throughout the years.



Chapter 2

Persistence

$$\int f(x) \, dx \qquad \text{(rovnice)}$$

odkaz na rovnici s tagem (**rovnice**) – pokud nechcete vzorci přidělit číslo, ale nějaký vlastní symbol, používejte hvězdičková prostředí, tj. např. `equation*`

$$\iint f(x) \, dx \qquad (2.1)$$

odkaz na druhý vzorec (**2.1**)

Summary

Summary of the work.

Appendix A

Bibliography and sources

- [1] S. J. Monaquel a K. M. Schmidt, *On M -functions and operator theory for non-self-adjoint discrete Hamiltonian systems*, v Special Issue: 65th birthday of Prof. Desmond Evans, J. Comput. Appl. Math. **208** (2007), č. 1, 82–101.
- [2] M. Murata, *Positive solutions and large time behaviors of Schrödinger semigroups, Simon's problem*, J. Funct. Anal. **56** (1984), č. 3, 300–310.
- [3] J. Qi a S. Chen, *Strong limit-point classification of singular Hamiltonian expressions*, Proc. Amer. Math. Soc. **132** (2004), č. 6, 1667–1674 (elektronicky).
- [4] Z. Pospíšil, *An inverse problem for matrix trigonometric and hyperbolic functions on measure chains*, v Colloquium on Differential and Difference Equations — CDDE 2002 (Brno, 2002), Folia Fac. Sci. Natur. Univ. Masaryk. Brun. Math. **13**, str. 205–211, Masarykova univerzita, Brno, 2003.
- [5] R. Šimon Hilscher a P. Zemánek, *Friedrichs extension of operators defined by linear Hamiltonian systems on unbounded interval*, v Equadiff 12, Proceedings of the Conference on Differential Equations and their Applications (Brno, 2009), J. Diblík, O. Došlý, P. Drábek a E. Feistauer, editoři, Math. Bohem. **135** (2010), č. 2, 209–222.
- [6] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [7] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [8] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [9] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [10] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [11] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.

- [12] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [13] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [14] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.

