#### MASARYKOVA UNIVERZITA Přírodovědecká fakulta Ústav matematiky a statistiky

# Diplomová práce

**BRNO 2025** 

Tomáš Petit

## M A S A R Y K O V A U N I V E R Z I T A

#### PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA ÚSTAV MATEMATIKY A STATISTIKY

# Topological data analysis

Diplomová práce

**Tomáš Petit** 

Vedoucí práce: prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc. Brno 2025

## Bibliografický záznam

**Autor:** Bc. Tomáš Petit

Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita

Ústav matematiky a statistiky

Název práce: Topological data analysis

Studijní program: Matematika

**Studijní obor:** Matematika

**Vedoucí práce:** prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc.

Akademický rok: 2024/2025

**Počet stran:** ?? + ??

Klíčová slova: Topologie; Algebraická Topologie; Homologie; Persis-

tentní Homologie; Topologická analýza dat; TDA; Topo-

logické Metody

### Bibliographic Entry

**Author:** Bc. Tomáš Petit

Faculty of Science, Masaryk University Department of mathematics and statistics

**Title of Thesis:** Topological data analysis

**Degree Programme:** Mathematics

Field of Study: Mathematics

**Supervisor:** prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc.

Academic Year: 2024/2025

Number of Pages: ?? + ??

Keywords: Topology; Algebraic Topology; Homology; Persistent

Homology; Topological data analysis; TDA; Topologi-

cal Methods

#### **Abstrakt**

 ${\bf V}$ této bakalářské/diplomové/rigorózní práci se věnujeme ...

#### **Abstract**

In this thesis we study ...



MASARYKOVA UNIVERZITA PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

KOTLÁŘSKÁ 2, 611 37 BRNO

IČ: 00216224 DIČ: CZ00216224

#### ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Akademický rok: 2024/2025

Ústav:	Přírodovědecká fakulta
Student:	Bc. Tomáš Petit
Program:	Matematika
Specializace:	Matematika

Ředitel ústavu PřF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje diplomovou práci s názvem:

Název práce:	Topological data analysis
Název práce anglicky:	Topological data analysis
Jazyk závěrečné práce:	angličtina

#### Oficiální zadání:

Goal: The goal is to understand the concepts and tools of Topological Data Analysis, and to be ready to use them in practical tasks. Aim: Depending on the results of the initial period, the student will either focus on theoretical understanding and original research in Mathematics and Statistics, or the focus will be on smart use of advanced tools in solving practical problems, including the implementation issues. One of the resources for real data requiring sophisticated analysis will come form the project Machine Learning in Nanomaterial Biocompatibility Assessment (MUNI/G/1125/2022).

**Literatura:** RAÚL RABADÁN, ANDREW J. BLUMBERG, Topological Data Analysis for Genomics and Evolution, Cambridge University Press, 2020, DOI: 10.1017/9781316671665

Vedoucí práce:	prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc.
Datum zadání práce:	20. 9. 2023
V Brně dne:	25. 7. 2024

Zadání bylo schváleno prostřednictvím IS MU.

Bc. Tomáš Petit, 16. 10. 2023 prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc., 17. 10. 2023 RNDr. Jan Vondra, Ph.D., 18. 10. 2023

#### Poděkování

TodeRovalli	
Na tomto místě bych chtěl(-a) poděkovat	
Prohlášení	
Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou/diplomovou pr pod vedením vedoucího práce s využitím informačních citovány.	
Prohlašuji, že jsem svoji rigorózní práci vypracoval(informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.	-a) samostatně s využitím
Brno xx. měsíce 20xx .	Tomáš Petit

### **Contents**

List of used notation	XV
Introduction	1
Kapitola 1. Why Topology?	3
Kapitola 2. Persistence	5
Summary	7
Appendix A	9
Bibliography and sources	11

#### List of used notation

Pro snažší orientaci v textu zde čtenáři předkládáme přehled základního značení, které se v celé práci vyskytuje.

- C množina všech komplexních čísel
- R množina všech reálných čísel
- Z množina všech celých čísel
- N množina všech přirozených čísel
- $\mathbb{C}$  množina všech komplexních čísel
- R množina všech reálných čísel
- $\mathbb{Z}$  množina všech celých čísel
- N množina všech přirozených čísel
- C množina všech komplexních čísel
- R množina všech reálných čísel
- Z množina všech celých čísel
- N množina všech přirozených čísel
- ${\mathbb C}$  množina všech komplexních čísel
- R množina všech reálných čísel
- Z množina všech celých čísel
- N množina všech přirozených čísel
- C množina všech komplexních čísel
- R množina všech reálných čísel
- Z množina všech celých čísel

### Introduction

To add later.

# **Chapter 1**

## Why Topology?

Here should be some text. Here as well. Here should be some more text hopefully

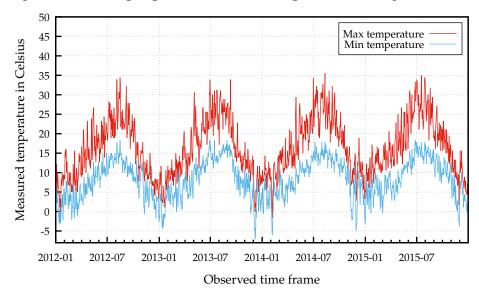


Figure 1.1: Example plot of seasonal temperature changes in Seattle.

bellow? Or here?

#### 1.1 Podkapitola

## Chapter 2

#### **Persistence**

$$\int f(x) \, \mathrm{d}x \qquad \qquad \text{(rovnice)}$$

odkaz na rovnici s tagem (rovnice) – pokud nechcete vzorci přidělit číslo, ale nějaký vlastní symbol, používejte hvězdičkovaná prostředí, tj. např. equation\*

$$\iint f(x) \, \mathrm{d}x \tag{2.1}$$

odkaz na druhy vzorec (2.1)

# **Summary**

Summary of the work.

# Appendix A

#### Bibliography and sources

- [1] S. J. Monaquel a K. M. Schmidt, *On M-functions and operator theory for non-self-adjoint discrete Hamiltonian systems*, v Special Issue: 65th birthday of Prof. Desmond Evans, J.Comput. Appl. Math. **208** (2007), č. 1, 82–101.
- [2] M. Murata, Positive solutions and large time behaviors of Schrödinger semigroups, Simon's problem, J. Funct. Anal. **56** (1984), č. 3, 300–310.
- [3] J. Qi a S. Chen, *Strong limit-point classification of singular Hamiltonian expressions*, Proc. Amer. Math. Soc. **132** (2004), č. 6, 1667–1674 (elektronicky).
- [4] Z. Pospíšil, *An inverse problem for matrix trigonometric and hyperbolic functions on measure chains*, v Colloquium on Differential and Difference Equations CDDE 2002 (Brno, 2002), Folia Fac. Sci. Natur. Univ. Masaryk. Brun. Math. **13**, str. 205–211, Masarykova univerzita, Brno, 2003.
- [5] R. Šimon Hilscher a P. Zemánek, *Friedrichs extension of operators defined by linear Hamiltonian systems on unbounded interval*, v Equadiff 12, Proceedings of the Conference on Differential Equations and their Applications (Brno, 2009), J. Diblík, O. Došlý, P. Drábek a E. Feistauer, editoři, Math. Bohem. **135** (2010), č. 2, 209–222.
- [6] W. T. Reid, Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [7] W. T. Reid, Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [8] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [9] W. T. Reid, Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [10] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [11] W. T. Reid, Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.

- [12] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [13] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [14] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.