

Příjmení a jméno:  
Plicka Maxim

Login:  
xplick04

(Čt A113, 12:00–13:50, S16)

Toto zadání si vytiskněte a řešení (včetně postupu) napište úhledně na něj. Odpověď napište do vyznačeného místa. Odpověď bez postupu nebude hodnocena! Neveďte-li se postup na tento list, vypracujte ho (úhledně) na čistý list. Všechny listy naskenujte/vyfoťte tak, aby byl text jasně čitelný, a nahrajte do informačního systému.

1. (0.5 b) Uvažujte jazyk  $L$  predikátové logiky 1. řádu se signaturou  $\langle \{+_{/2}\}, \{prime_{/1}\} \rangle$  a jeho interpretaci  $I = (\mathbb{N}, \alpha_I)$ , kde symbol „ $+_{/2}$ “ je interpretován jako sčítání v  $\mathbb{N}$  a symbol „ $prime_{/1}$ “ je interpretován jako množina prvočísel. Formalizujte v jazyce  $L$  následující vlastnost na přirozených číslech (neřešte, zda vlastnost platí, nebo ne):

*Neplatí, že rozdíl dvou prvočísel je prvočíslo.*

Odpověď:

$$\neg(\forall x, y, z (prime(x) \wedge prime(y) \wedge prime(z) \wedge (x = z + y)))$$

2. (0.5 b) Najděte realizace  $I_1$  a  $I_2$  jazyka predikátové logiky s množinou funkčních symbolů  $\{f_2, c_{/0}\}$  a množinou predikátových symbolů  $\{p_1, r_{/1}\}$  tak, aby

- domény  $I_1$  a  $I_2$  měly alespoň dva prvky,
- $I_1$  byla modelem formule  $\varphi$  a  $I_2$  nebyla modelem formule  $\varphi$ , kde

$$\varphi : \forall x((p(x) \rightarrow r(x)) \wedge \exists y(p(y) \wedge f(x, y) = c))$$

$$D_{I_1} = \{1, 0\}$$

$$D_{I_1}(f) = \{(1, 1)\}$$

$$D_{I_1}(p) = 1 \mapsto 0, 0 \mapsto 0$$

$$D_{I_1}(r) = 1 \mapsto 1, 0 \mapsto 1$$

$$c = 1$$

$$I_1 \models \varphi$$

$$D_{I_2} = \{1, 0\}$$

$$D_{I_2}(f) = \{(1, 0), (1, 1)\}$$

$$D_{I_2} = 1 \mapsto 1, 0 \mapsto 1$$

$$D_{I_2} = 1 \mapsto 0, 0 \mapsto 0$$

$$c = 0$$

$$I_2 \not\models \varphi$$

Odpověď:

$$I_1 : (\{1, 0\}, \{(1, 1)\}, \{1 \mapsto 0, 0 \mapsto 0\}, \{1 \mapsto 1, 0 \mapsto 1\}, \{1\})$$

$$I_2 : (\{1, 0\}, \{(1, 0), (1, 1)\}, \{1 \mapsto 1, 0 \mapsto 1\}, \{1 \mapsto 0, 0 \mapsto 0\}, \{0\})$$

Prohlašuji, že jsem tento úkol vypracoval(a) samostatně.

*Plicka*