

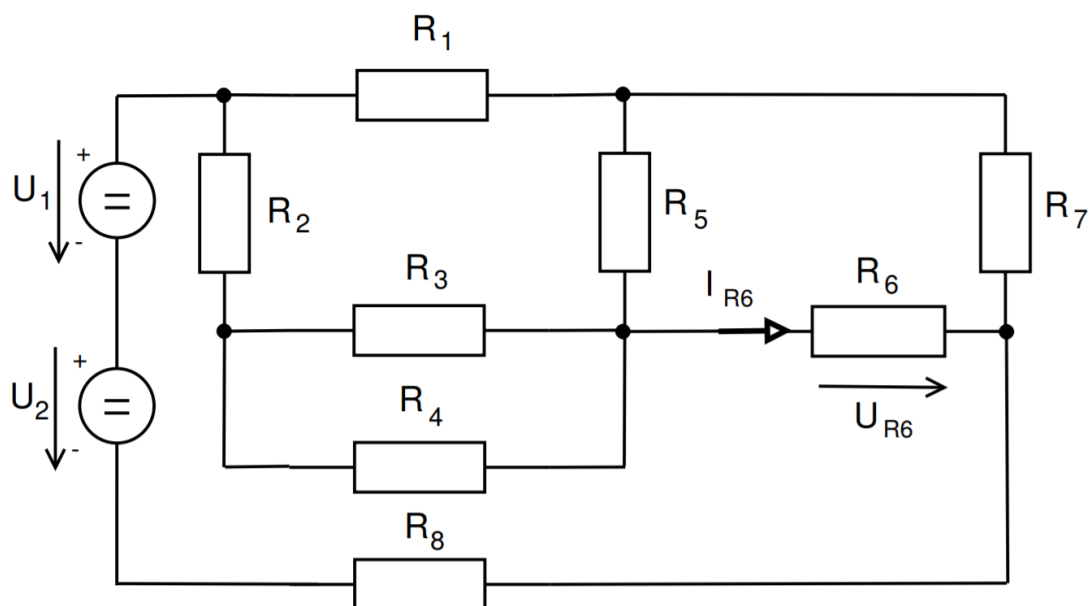
IEL

Semestrální projekt 2020/2021

Vypracoval: Maxim Plička

Příklad 1: Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

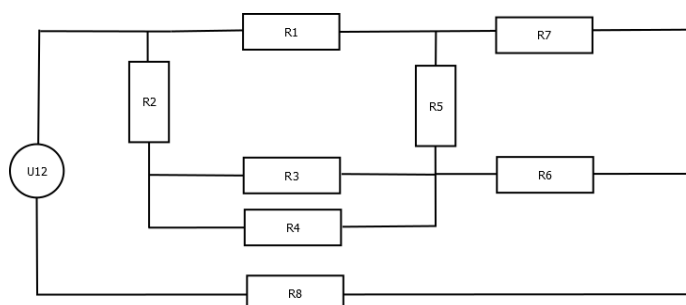
sk.	U1 [V]	U2 [V]	R1 [Ω]	R2 [Ω]	R3 [Ω]	R4 [Ω]	R5 [Ω]	R6 [Ω]	R7 [Ω]	R8 [Ω]
A	80	120	350	650	410	130	360	750	310	190



V prvním kroku si zjednodušíme zapojení dvou sériově zapojených napěťových zdrojů.

$$U_{12} = U_1 + U_2$$

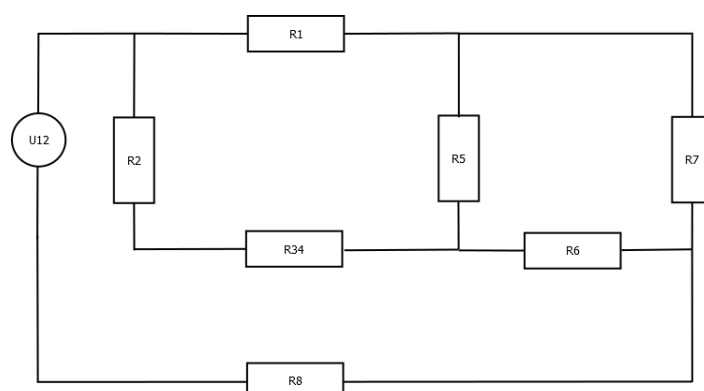
$$200V = 80V + 120V$$



V druhém kroku si zjednodušíme dva paralelně zapojené rezistory R_3 a R_4 v jeden rezistor R_{34} , pomocí vzorce pro paralelní zapojení dvou rezistorů.

$$R_{34} = \frac{R_3 * R_4}{R_3 + R_4}$$

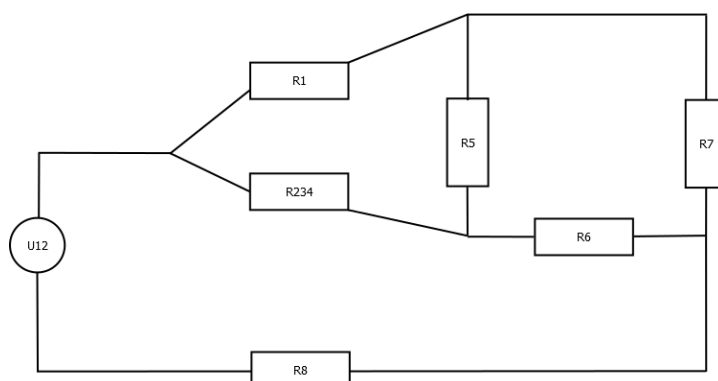
$$98,7039\Omega = \frac{410\Omega * 130\Omega}{410\Omega + 130\Omega}$$



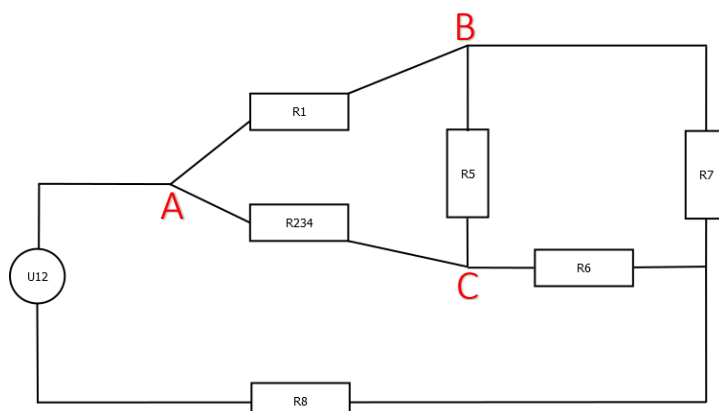
Ve třetím kroku si zjednodušíme sériové zapojení dvou rezistorů R_2 a R_{34} v jeden rezistor R_{234} .

$$R_{234} = R_2 + R_{34}$$

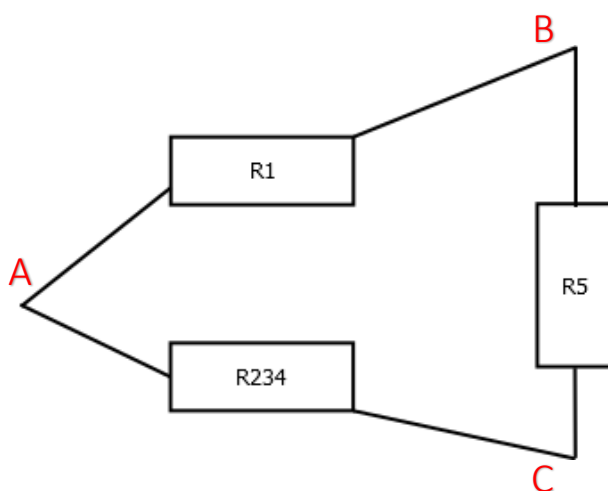
$$748,7039\Omega = 650\Omega + 98,7039\Omega$$



Ve čtvrtém kroku si zvolím 3 body, A, B a C, které v dalším kroku využiju při zjednodušování pomocí hvězdy.

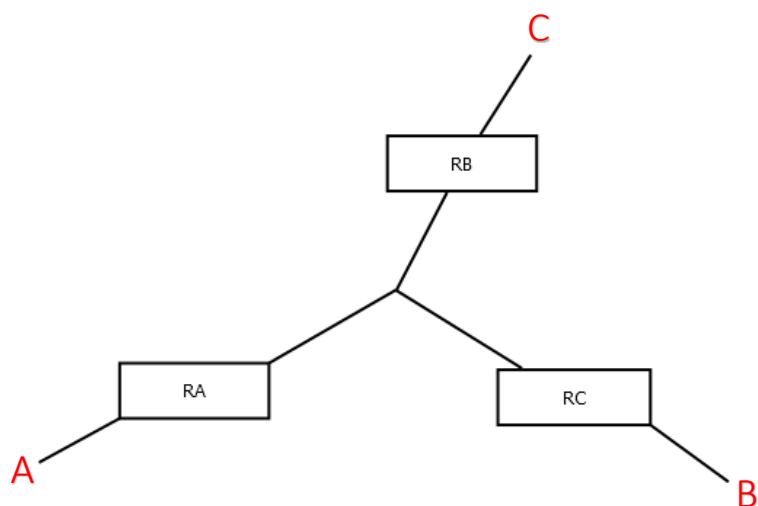


V dalším kroku si vytvořím trojúhelník, který upravím na hvězdu a následně ho dosadím zpět do původního obvodu.

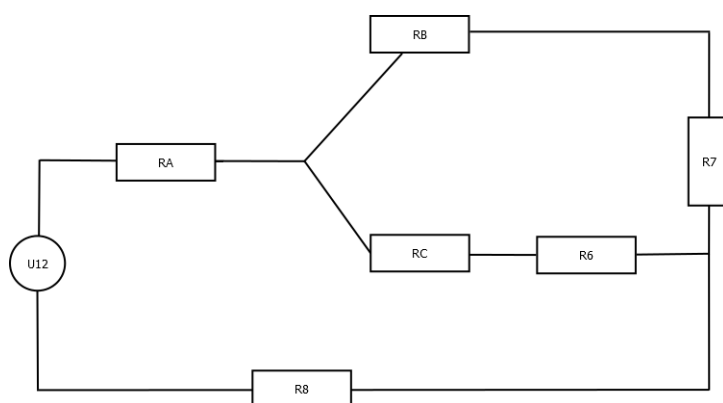


Následně si dopočítám R_A , R_B a R_C , pomocí vzorců pro hvězdu.

$$\begin{aligned}
 R_A &= \frac{R_1 \cdot R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} & 179,6432\Omega &= \frac{350\Omega \cdot 748,7039\Omega}{350\Omega + 748,7039\Omega + 360\Omega} \\
 R_B &= \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} & 86,378\Omega &= \frac{350\Omega \cdot 360\Omega}{350\Omega + 748,7039\Omega + 360\Omega} \\
 R_C &= \frac{R_{234} \cdot R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} & 184,7759\Omega &= \frac{748,7039\Omega \cdot 360\Omega}{350\Omega + 748,7039\Omega + 360\Omega}
 \end{aligned}$$



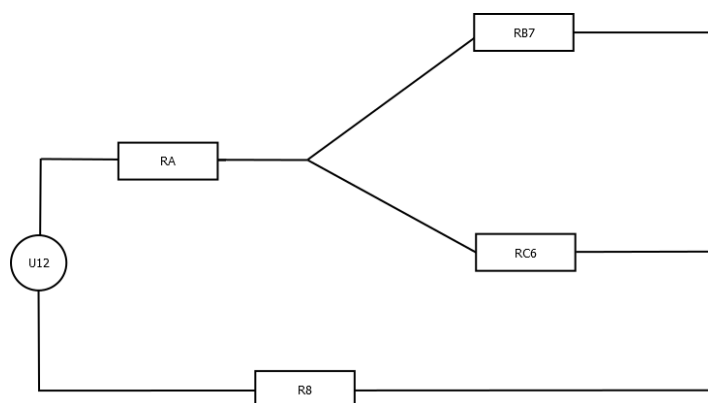
Potom dosadím zpět do původního obvodu.



V pátém kroku si spojíme sériově zapojené rezistory R_B s R_7 a R_C s R_6 .

$$R_{B7} = R_B + R_7 \quad 396,378\Omega = 86,378\Omega + 310\Omega$$

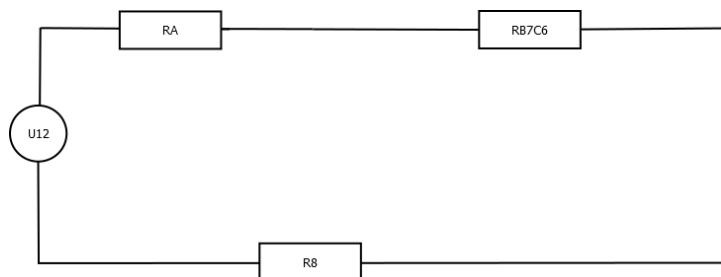
$$R_{C6} = R_C + R_6 \quad 934,7759\Omega = 184,7759\Omega + 750\Omega$$



V šestém kroku si spojíme paralelně zapojené rezistory R_{B7} a R_{C6} .

$$R_{C6B7} = \frac{R_{C6} * R_{B7}}{R_{C6} + R_{B7}}$$

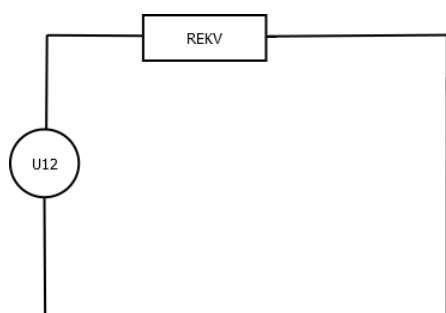
$$278,3484\Omega = \frac{934,7759\Omega * 396,378\Omega}{934,7759\Omega + 396,378\Omega}$$



Pak si spojím sériově zapojené rezistory a dopočítám celkový odpor R_{ekv} a proud I_X . Proud si vyjádřím pomocí Ohmova zákona.

$$R_{ekv} = R_{C6B7} + R_A + R_8 \quad 647,9916\Omega = 278,3484\Omega + 179,6432\Omega + 190\Omega$$

$$I_X = \frac{U_{12}}{R_{ekv}} \quad 0,3086A = \frac{200V}{647,9916\Omega}$$



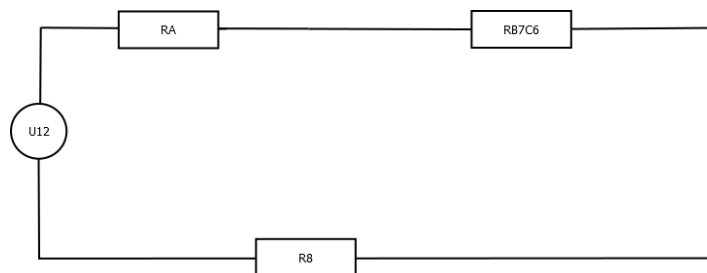
V druhé části úkolu se musím vrátit zpět a dopočítat proud a napětí na rezistoru R_6 . Během toho si musím spočítat napětí na jednotlivých rezistorech. Při rozložení o krok zpět proud na rezistorech zůstává stále stejný, protože jsou zapojené v sérii, takže si mohu dopočítat napětí na jednotlivých rezistorech. Součet napětí na rezistorech se musí rovnat celkovému napětí (2.K.Z.).

$$0 = U_{RA} + U_{R8} + U_{RC6B7} - U_{12} \quad 0 = 55,4378V + 58,634V + 85,9282V - 200V$$

$$U_{RA} = R_A * I_X \quad 55,4378V = 179,6432\Omega * 0,3086A$$

$$U_{R8} = R_8 * I_X \quad 58,634V = 190\Omega * 0,3086A$$

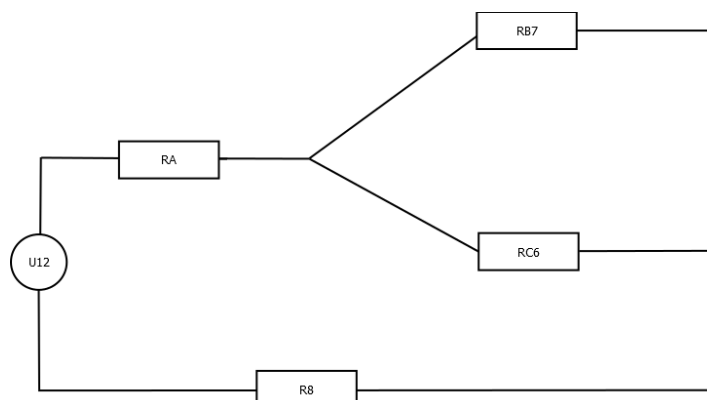
$$U_{RC6B7} = R_{RC6B7} * I_X \quad 85,9282V = 278,3484\Omega * 0,3086A$$



Potom si rozdělím rezistor R_{C6B7} na dva rezistory R_{C6} a R_{B7} . Jelikož jsou tyto dva rezistory paralelně zapojené, tak vím, že jejich napětí se bude rovnat původnímu napětí na rezistoru a tak stačí dopočítat I_{RC6} na rezistoru R_{C6} .

$$U_{RC6B7} = U_{C6} = U_{B7} \quad 85,9282V = U_{C6} = U_{B7}$$

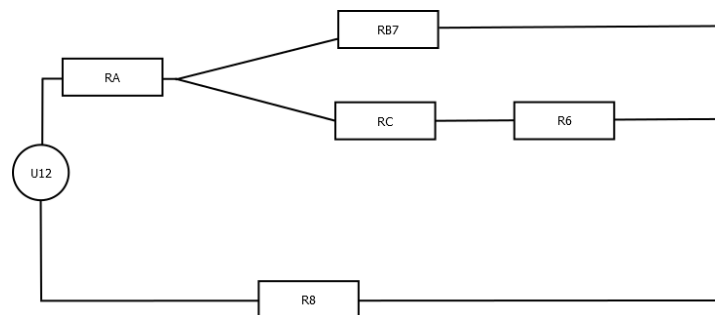
$$I_{RC6} = \frac{U_{C6}}{R_{C6}} \quad 0,0919A = \frac{85,9282V}{934,7759\Omega}$$



Následně mi stačí dopočítat napětí na rezistoru R_6 . Protože vím, že proud v sériovém zapojení se bude rovnat proudu na původním rezistoru R_{C6} .

$$I_{C6} = I_{RC} = I_{R6} \quad 0,0919A = I_{RC} = I_{R6}$$

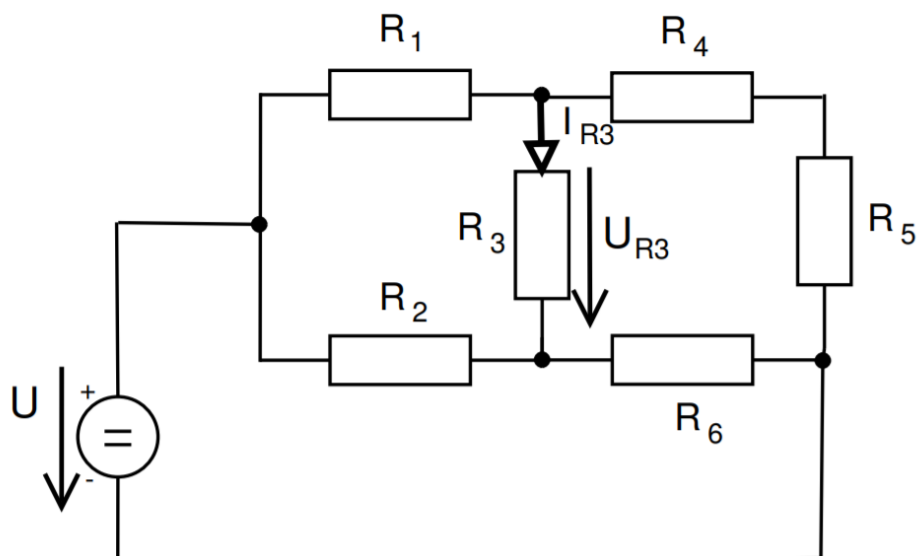
$$U_{R6} = R_6 * I_{R6} \quad 68,925V = 750\Omega * 0,0919A$$



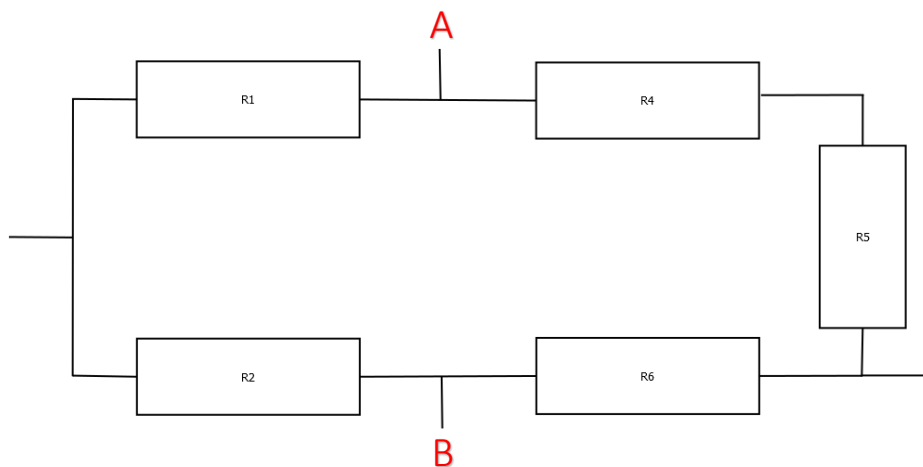
Sk.	R_{ekv}	I_{R6}	U_{R6}
A	647,9916 Ω	0,0919A	68,925V

Příklad 2: Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R1 [V]	R2 [Ω]	R3 [Ω]	R4 [Ω]	R5 [Ω]	R6 [Ω]
D	150	200	200	660	200	550	400

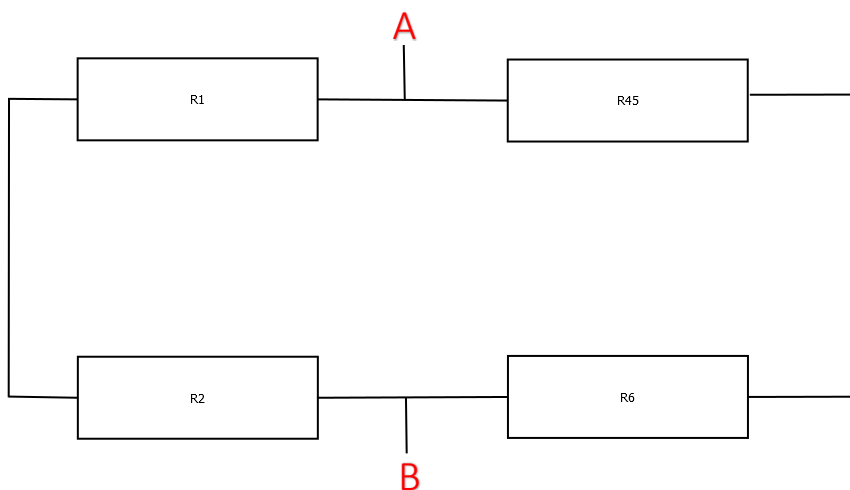


Prvně odpojím rezistor R_3 , nahradím ho svorkami A, B. Následně zkratuju zdroj U .



Potom si spojíš sériově zapojené rezistory R_4 a R_5 .

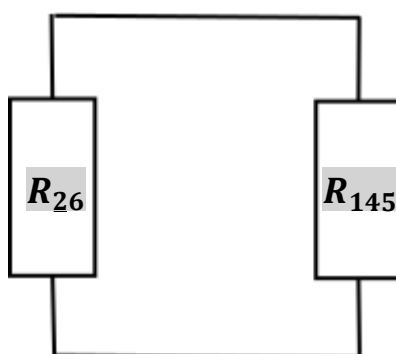
$$R_{45} = R_4 + R_5 \quad 750\Omega = 200\Omega + 550\Omega$$



Pak si spojíš paralelně zapojené rezistory R_2 s R_6 a R_1 s R_{45} .

$$R_{26} = \frac{R_2 * R_6}{R_2 + R_6} \quad 133,33\Omega = \frac{200\Omega * 550\Omega}{200\Omega + 550\Omega}$$

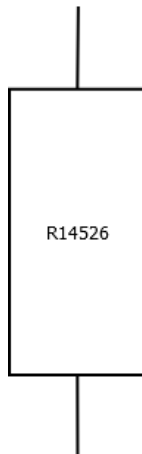
$$R_{145} = \frac{R_1 * R_{45}}{R_1 + R_{45}} \quad 157,8947\Omega = \frac{200\Omega * 750\Omega}{200\Omega + 750\Omega}$$



A na konec si ještě musím spojit paralelně zapojené rezistory R_{26} a R_{145} . Vzniklý rezistor se bude rovnat hledanému odporu mezi svorkami R_i .

$$R_{14526} = R_{145} + R_{26} \quad 291,228\Omega = 157,8947\Omega + 133,33\Omega$$

$$R_i = R_{14526} \quad R_i = 291,228\Omega$$



V druhé části si budu muset dopočítat U_i . Proto celý obvod opět překreslím a R_3 nahradím napětím U_i . Následně si ještě dopočítám proudy I_1 a I_2 , s jejichž pomocí si sestavím rovnice pro napětí v obou smyčkách.

$$R_{145} = R_1 + R_{45} \quad 950\Omega = 200\Omega + 750\Omega$$

$$R_{26} = R_2 + R_6 \quad 600\Omega = 200\Omega + 400\Omega$$

$$I_1 = \frac{U}{R_{145}} \quad 0,1579A = \frac{150V}{950\Omega}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_{26}} \quad 0,25A = \frac{150V}{600\Omega}$$

Smyčka 1:

$$U_{R1} + U_i - U_{R2} = 0$$

$$R_1 * I_1 + U_i - R_2 * I_2 = 0$$

$$R_2 * I_2 - R_1 * I_1 = U_i$$

$$200\Omega * 0,25A - 200\Omega * 0,1579A = U_i$$

$$U_i = 18,42V$$

Smyčka 2:

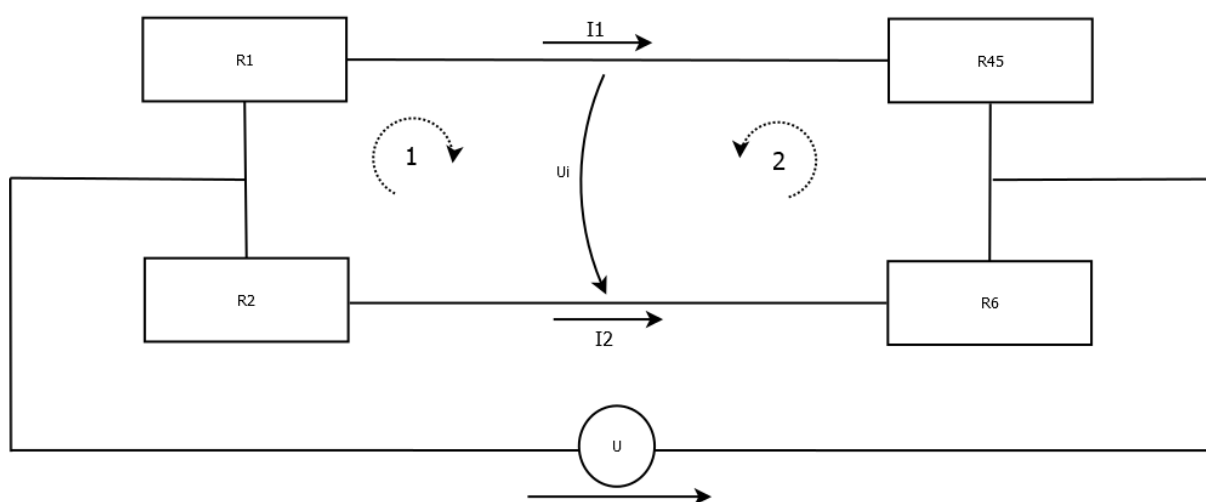
$$-U_{R45} + U_i + U_{R6} = 0$$

$$-R_{45} * I_1 + U_i + R_6 * I_2 = 0$$

$$R_{45} * I_1 - R_6 * I_2 = U_i$$

$$750\Omega * 0,1579A - 400 * 0,25A = U_i$$

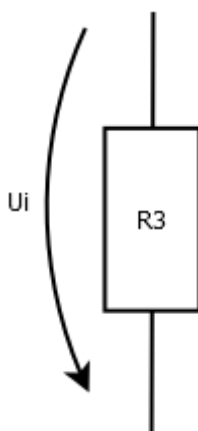
$$U_i = 18,42V$$



Potom si mohu dopočítat proud, protékající rezistorem R_3 a napětí na rezistoru R_3 .

$$I_{R3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} \quad 0,01936A = \frac{18,42V}{291,228\Omega + 660\Omega}$$

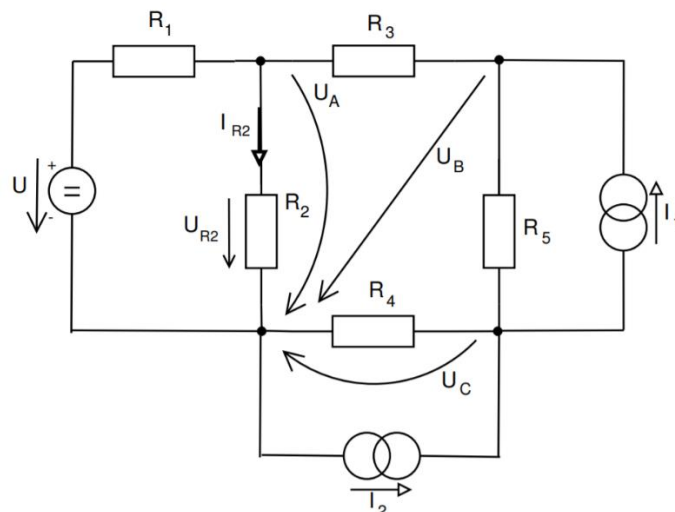
$$U_{R3} = R_3 * I_{R3} \quad 12,776V = 660\Omega * 0,01936A$$



Sk.	U_{R3}	I_{R3}
D	12,776V	0,01936A

Příklad 3: Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
B	150	0,7	0,8	49	45	61	34	34

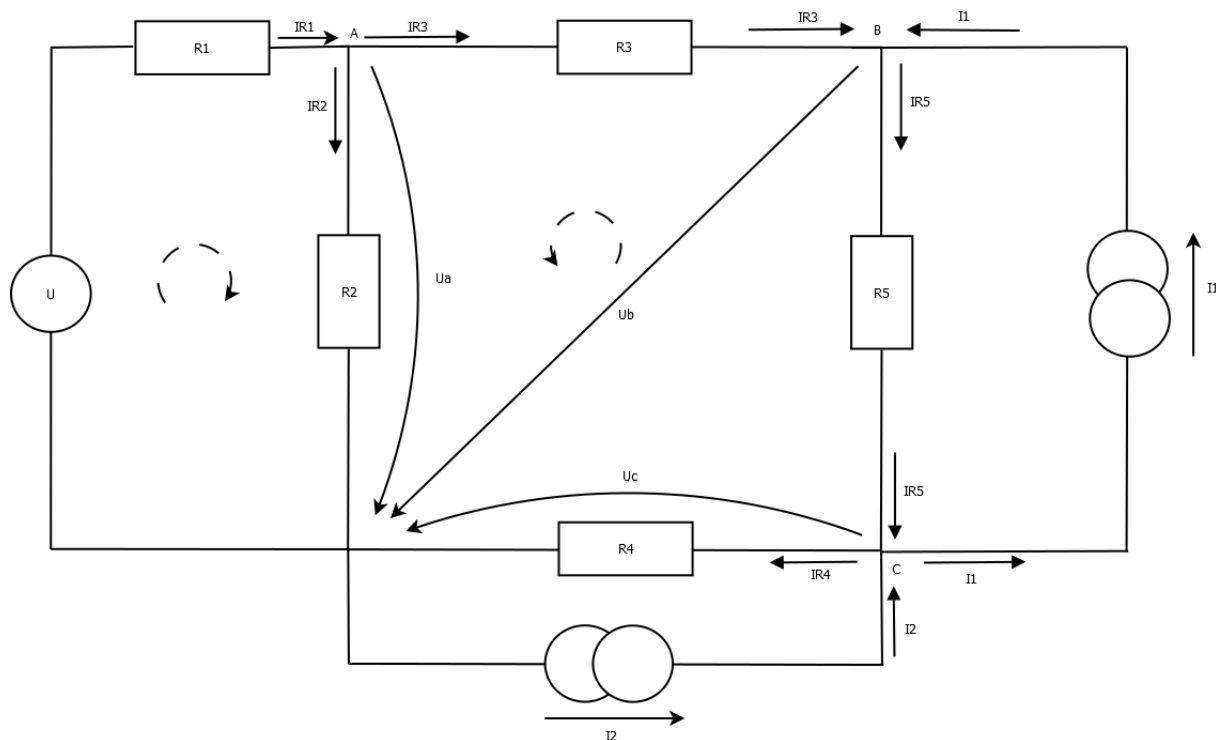


Jako první krok si zvolím uzly A, B a C, ve kterých budu následně počítat proudy a zvolím si směry proudů ve smyčkách. Sestavení rovnic pro jednotlivé uzly udělám pomocí 1.K.Z.

A: $I_{R1} - I_{R3} - I_{R2} = 0$

B: $I_1 + I_{R3} - I_{R5} = 0$

C: $I_{R5} + I_2 - I_{R4} - I_1 = 0$



Následně si už jen vyjádřím jednotlivé proudy, které nakonec dosadím do rovnic pro jednotlivé uzly.

$$I_{R1} = \frac{U - U_a}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{U_a}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{U_a - U_b}{R_3}$$

$$I_{R4} = \frac{U_c}{R_4}$$

$$I_{R5} = \frac{U_b - U_c}{R_5}$$

$$A: \frac{U - U_a}{R_1} - \frac{U_a - U_b}{R_3} - \frac{U_a}{R_2} = 0$$

$$B: I_1 + \frac{U_a - U_b}{R_3} - \frac{U_b - U_c}{R_5} = 0$$

$$C: \frac{U_b - U_c}{R_5} + I_2 - \frac{U_c}{R_4} - I_1 = 0$$

Následně si čísla přepíšu do matice a dopočítám dané proudy ve smyčkách.

$$\begin{array}{cccc} \frac{-1}{R_2} + \frac{-1}{R_1} + \frac{-1}{R_3} & \frac{1}{R_3} & 0 & \frac{-U}{R_1} \\ \frac{1}{R_3} & \frac{-1}{R_3} + \frac{-1}{R_5} & \frac{1}{R_5} & \frac{-I_1}{1} \\ 0 & \frac{1}{R_5} & \frac{-1}{R_5} + \frac{-1}{R_4} & \frac{I_1 - I_2}{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} \frac{-1}{45} + \frac{-1}{49} + \frac{-1}{61} & \frac{1}{61} & 0 & \frac{-150}{49} \\ \frac{1}{61} & \frac{-1}{61} + \frac{-1}{34} & \frac{1}{34} & \frac{-0,7}{1} \\ 0 & \frac{1}{34} & \frac{-1}{34} + \frac{-1}{34} & \frac{0,7 - 0,8}{1} \end{array}$$

$$U_A = 68,63V$$

$$U_B = 60,29V$$

$$U_C = 31,84V$$

Následně si dopočítám proud a napětí na R_2 s pomocí Ohmova zákona.

$$U_A = U_{R2} \quad U_{R2} = 68,63V$$

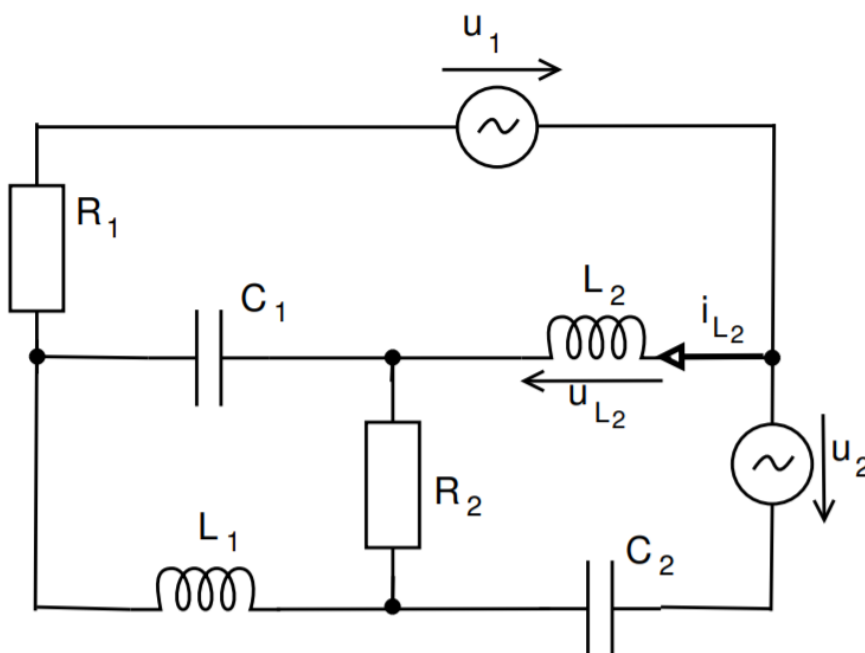
$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} \quad 1,5251A = \frac{68,63V}{45}$$

Sk.	U_{R2}	I_{R2}
B	68,63V	1,5251A

Příklad 4: Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi f t)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi f t)$. Ve vztahu pro napětí $u_{L2} = U_{L2} \cdot \sin(2\pi f t + \phi_{L2})$ určete $|U_{L2}|$ a ϕ_{L2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \pi / 2\omega$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
A	35	55	12	14	120	100	200	105	70



Nejprve si spočítám ω a následně převedu hodnoty cívek a kondenzátorů do základních jednotek.

$$\omega = 2 * \pi * f = 439,8829 \text{ rad} = 2 * \pi * 70$$

$$L_1 = 120 \text{ mH} = \frac{120}{1000} = 0.12 \text{ H}$$

$$L_2 = 100 \text{ mH} = \frac{100}{1000} = 0.10 \text{ H}$$

$$C_1 = 200 \mu\text{F} = \frac{200}{1000000} = 0.0002 \text{ F}$$

$$C_2 = 105 \mu\text{F} = \frac{105}{1000000} = 0.000105 \text{ F}$$

Potom si spočítám jednotlivé reaktance kondenzátorů a cívek.

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega * C_1} = 11,3666 \Omega = \frac{1}{439,8829 * 0,0002}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega * C_2} = 21,6507 \Omega = \frac{1}{439,8829 * 0,000105}$$

$$X_{L1} = \omega * L_1 = 52,7859 \Omega = 439,8829 * 0.12$$

$$X_{L2} = \omega * L_2 = 43,9882 \Omega = 439,8829 * 0.10$$

Následně si vypočítám impedance kondenzátorů a cívek.

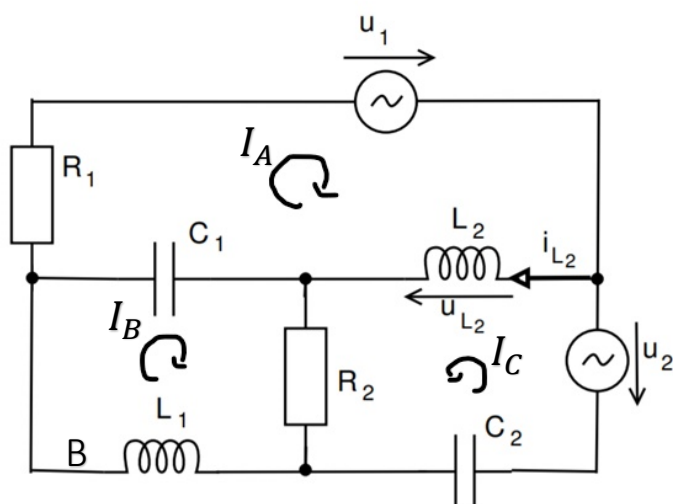
$$Z_{C1} = -j * X_{C1} \quad -11,3666j = -j * 11,3666$$

$$Z_{C2} = -j * X_{C2} \quad -21,6507j = -j * 21,6507$$

$$Z_{L1} = j * X_{L1} \quad 52,7859j = j * 52,7859$$

$$Z_{L2} = j * X_{L2} \quad 43,9882j = j * 43,9882$$

Pak si zvolím smyčky A, B a C. V těchto smyčkách poteče proud I_A , I_B a I_C . Sestavím rovnice těchto smyček a dopočítám si jejich proudy.



$$A: R_1 * I_A + U_1 + Z_{L2}(I_A + I_C) + Z_{C1} * (I_A - I_B) = 0$$

$$B: R_2 * (I_B + I_C) + Z_{L1}(I_B) + Z_{C1} * (I_B - I_A) = 0$$

$$C: R_2 * (I_B + I_C) + Z_{C2}(I_C) - U_2 + Z_{L2} * (I_C + I_A) = 0$$

Následně si rovnice dosadím do matice a dopočítám proudy.

$$\begin{matrix} R_1 + Z_{C1} + Z_{L2} & -Z_{C1} & Z_{L2} & -U_1 \\ -Z_{C1} & R_2 + Z_{L1} + Z_{C1} & R_2 & 0 \\ Z_{L2} & R_2 & R_2 + Z_{C2} + Z_{L2} & U_2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 12 - 11,3666j + 43,9882j & 11,3666j & 43,9882j & -35 \\ 11,3666j & 14 + 52,7859j - 11,3666j & 14 & 0 \\ 43,9882j & 14 & 14 - 21,6507j + 43,9882j & 55 \end{matrix}$$

$$I_A = -1,482 - 1,495i$$

$$I_B = -0,3113 + 0,8419i$$

$$I_C = 1,588 + 1,283i$$

Nyní si mohu dopočítat napětí na U_{L2} a to přes dopočítání velikosti komplexního čísla.

$$U_{L2} = 43,9882i * (-1,482 - 1,495i + 1,588 + 1,283i)$$

$$U_{L2} = 9,3254 + 4,6627i$$

$$|U_{L2}| = \sqrt{9,3254^2 + 4,6627^2}$$

$$|U_{L2}| = 10,4261V$$

A následně si dopočítám fázový posun ϕ .

$$\phi_{UL2} = \tan^{-1} \left(\frac{4,6627}{9,3254} \right) * \left(\frac{\pi}{180} \right)$$

$$\phi_{UL2} = 0,4643\text{rad}$$

Sk.	$ U_{L2} $	ϕ_{UL2}
A	10,4261V	0,4643rad

Finální výsledky:

Příklad:	Skupina:	Dosažené hodnoty:
1	A	$R_{ekv} = 647,9916\Omega, I_{R6} = 0,0919A,$ $U_{R6} = 68,925V$
2	D	$U_{R3} = 12,776V, I_{R3} = 0,01936A$
3	B	$U_{R2} = 68,63V, I_{R2} = 1,5251A$
4	A	$ U_{L2} = 10,4261V, \phi_{UL2} = 0,4643rad$