

目 录

引 言

第一章 地震勘探方法概述

第二章 地震波及其描述

第三章 地震波传播的动力学特征

第四章 粘弹介质地震波的动力学问题

第五章 地震波的反射、透射和折射

第六章 地震波运动学（几何地震学）

第七章 地震勘探野外工作方法

第八章 地震波速度的影响因素及测定方法

第三章 地震波传播的动力学特征

在理想化模型假设下，讨论地震波的动力学特征，从简单到复杂，由浅入深。掌握地震波的能量表示，地震波球面扩散现象。掌握Huygens—Fresnel原理，了解波场计算公式—Kirchhoff绕射积分公式，掌握公式的物理意义，在此基础上重点阐述倾斜因子的物理意义，从理论上清楚地震波沿射线方向能量最集中的道理。

本章讲授的要点

- 1、地震波球面扩散
- 2、Huygens-Fresnel原理
- 3、波场计算公式Kirchhoff及其意义

3-1 地震波的能量及球面扩散现象

一、地震波的能量

地震波的传播是能量的传播，根据一般的波动理论，对于谐和振动波的能量：

$$E = E_r + E_p \propto \rho A^2 f^2 V$$

E_r :动能 E_p : 势能

A:振幅, f:谐和振动频率, ρ :密度, W:波通过体积把包含在介质中单位体积的能量, 称为能量密度

$$e = \frac{E}{V} \propto \rho A^2 f^2$$

单位时间内通过单位面积的能量称波的强度I（能流密度）

$$I = \frac{\overbrace{e v dt ds}^{\text{体积}}}{dt ds} = \varepsilon v \propto \rho A^2 f^2 v$$

其中 v 是波的速度

波的强度正比于波的振幅的平方（当波的频率和传播速度一定时）

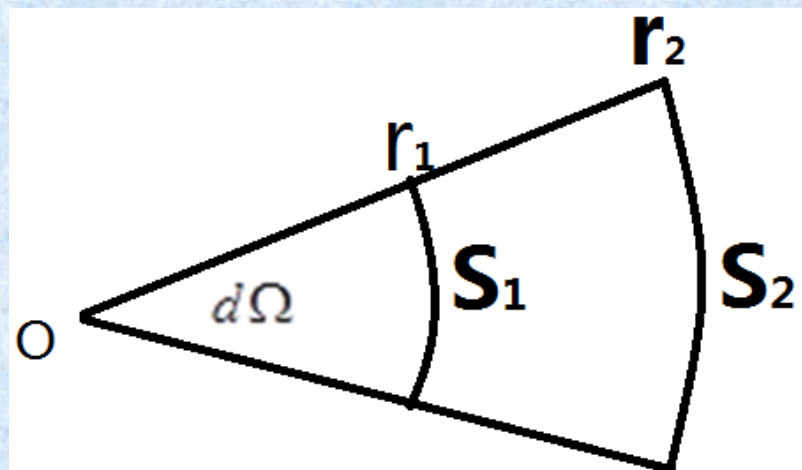
二、地震波的球面扩散

波从震源出发，向地下传播，在某一时刻，波前面到达 \mathbf{r}_1 位置，波前面为 S_1 ，经过一定时间为 \mathbf{r}_2 ， S_2 （部分球面面积）

单位时间内流过 S_1 的能量等于流出 S_2 的能量.

$$I_1 S_1 = I_2 S_2$$

因为 S_1 、 S_2 具有相同的立体角 $d\Omega$



$$d\Omega = \frac{S_1}{r_1^2} = \frac{S_2}{r_2^2} \quad I_1 S_1 = I_2 S_2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{S_1}{S_2}$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

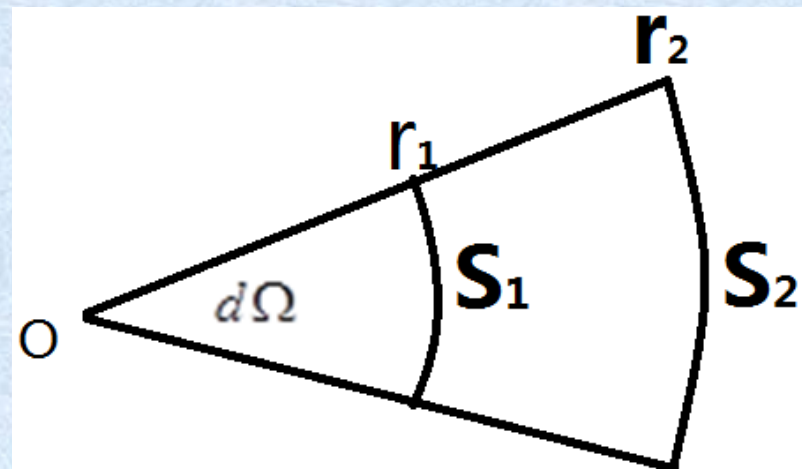
$$A \propto \sqrt{r}$$

$$\therefore \frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$\therefore I \propto A^2$$

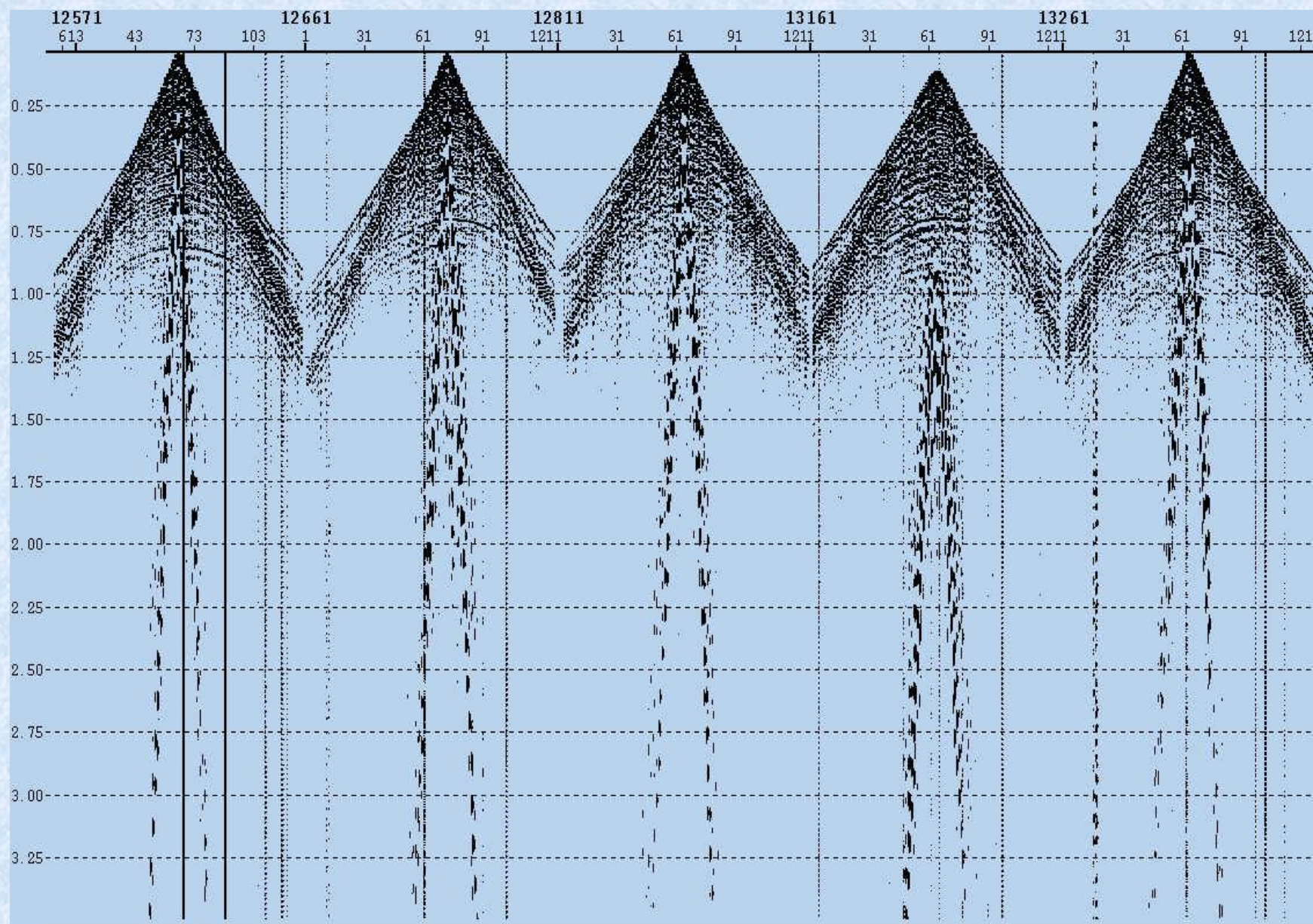
$$\frac{A_2^2}{A_1^2} \propto \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$\therefore \frac{A_2}{A_1} \propto \frac{r_1}{r_2}$$



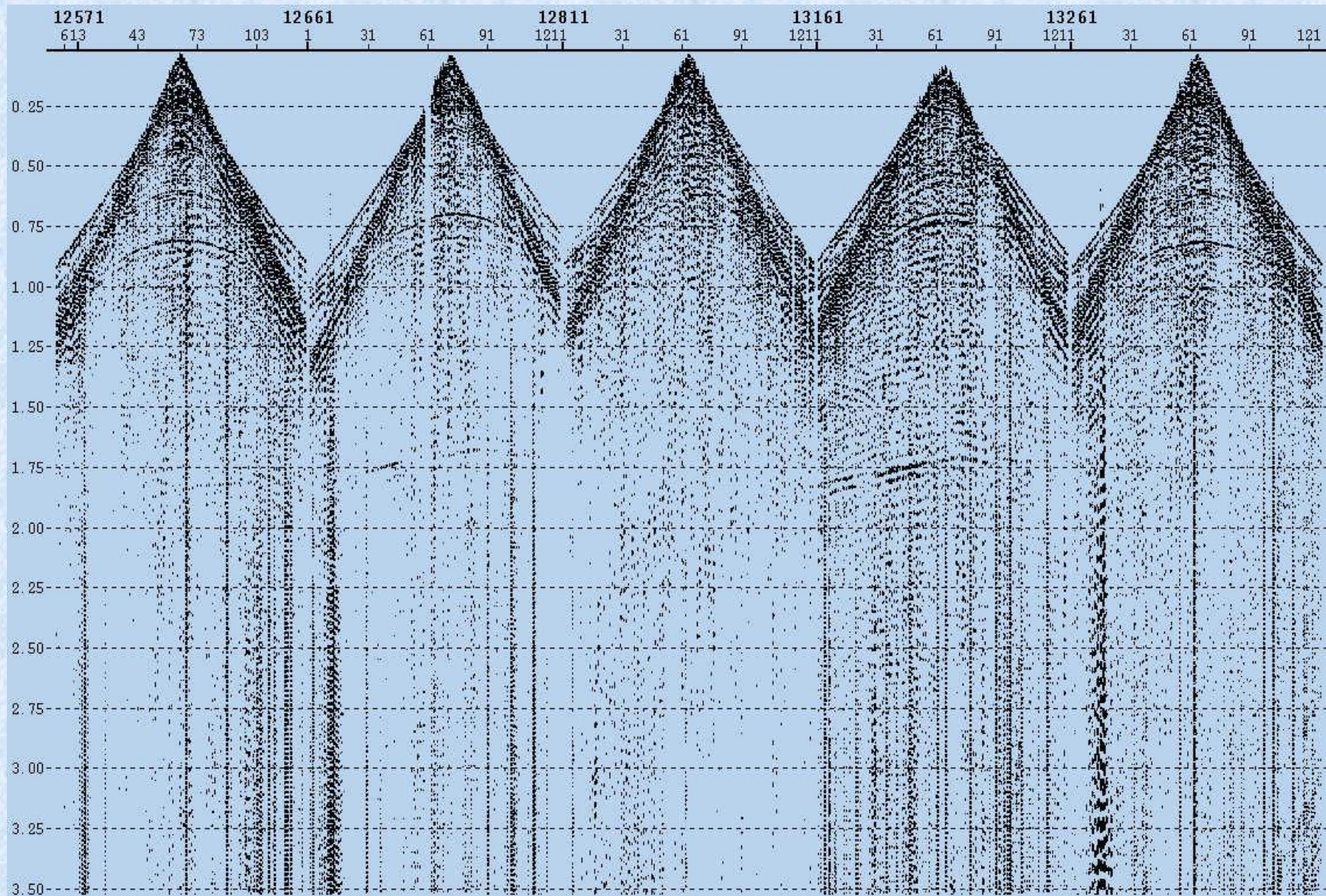
说明波的振幅与波的传播距离成反比，这种现象称为：波的球面扩散，又称几何扩散

球面扩散补偿



原始单炮记录

球面扩散补偿



球面扩散补偿后

3-2 Huygens-Fresnel原理及波场计算

一、Huygens-Fresnel（惠更斯—菲涅尔）原理

研究地震波在地下介质传播问题，有两个值得关注的问题：

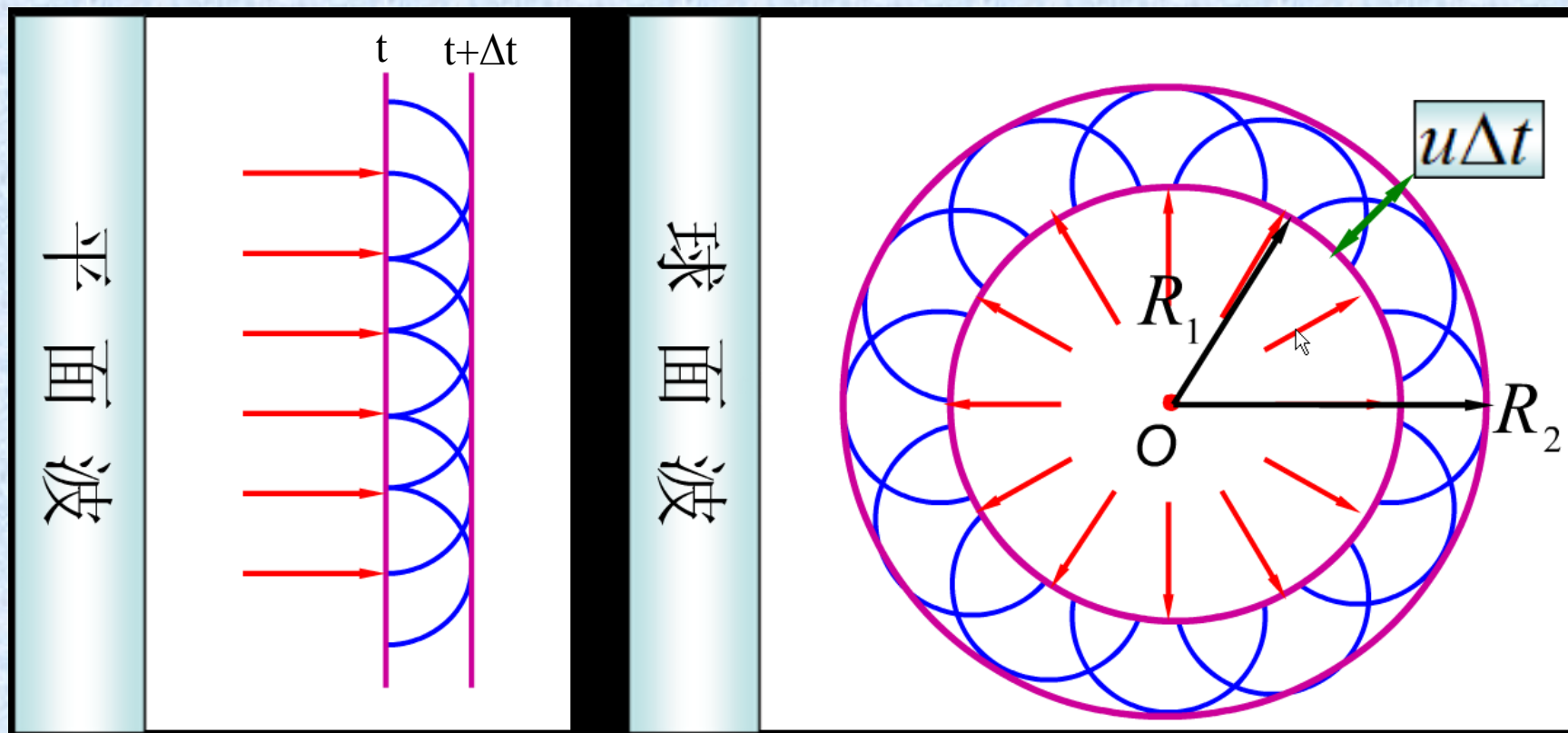
一是：波传播时如何确定不同时刻波所到达的空间位置；

二是：如何计算波到达任一空间点处的波场值。

对于解决地质构造（偏移）和地层岩性（真振幅偏移）问题至关重要。

对于第一个问题，已由Huygens解决了，即：惠更斯（Huygens）原理

惠更斯（Huygens）原理



Huygens原理:

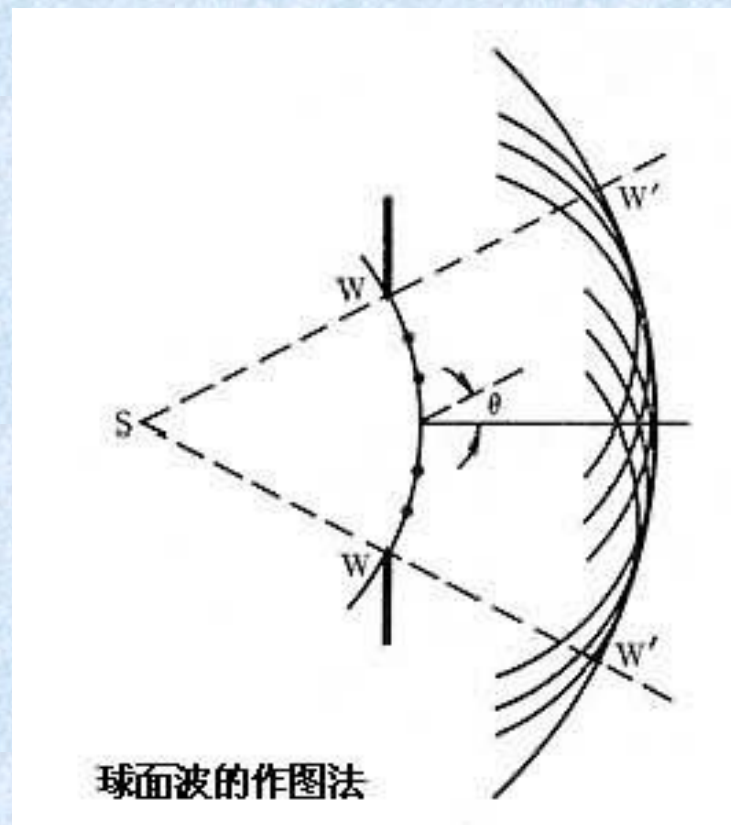
若已知 t 时刻的波前，此波前面上的每一点都可以看作是新的点震源，这些点震源发射出新的绕射子波，所有发生的绕射子波都以速度 V （**可以随空间变化**）向各个方向传播，经 Δt 后，到达新的位置，这些子波波前面的包络（公切面），便是新时刻波前面的位置。

Huygens原理只给出了波的**相位信息**，而未给出振幅信息，后来Fresnel（菲涅尔）在Huygens基础上丰富了Huygens原理，提出：

任一时刻的波前面上的每一点都可视为新的点源，发出新的绕射子波，这些子波在传播过程中相互干涉叠加（相长或相消），因此空间任一观测点处观测的波场是这些绕射子波叠加的结果。

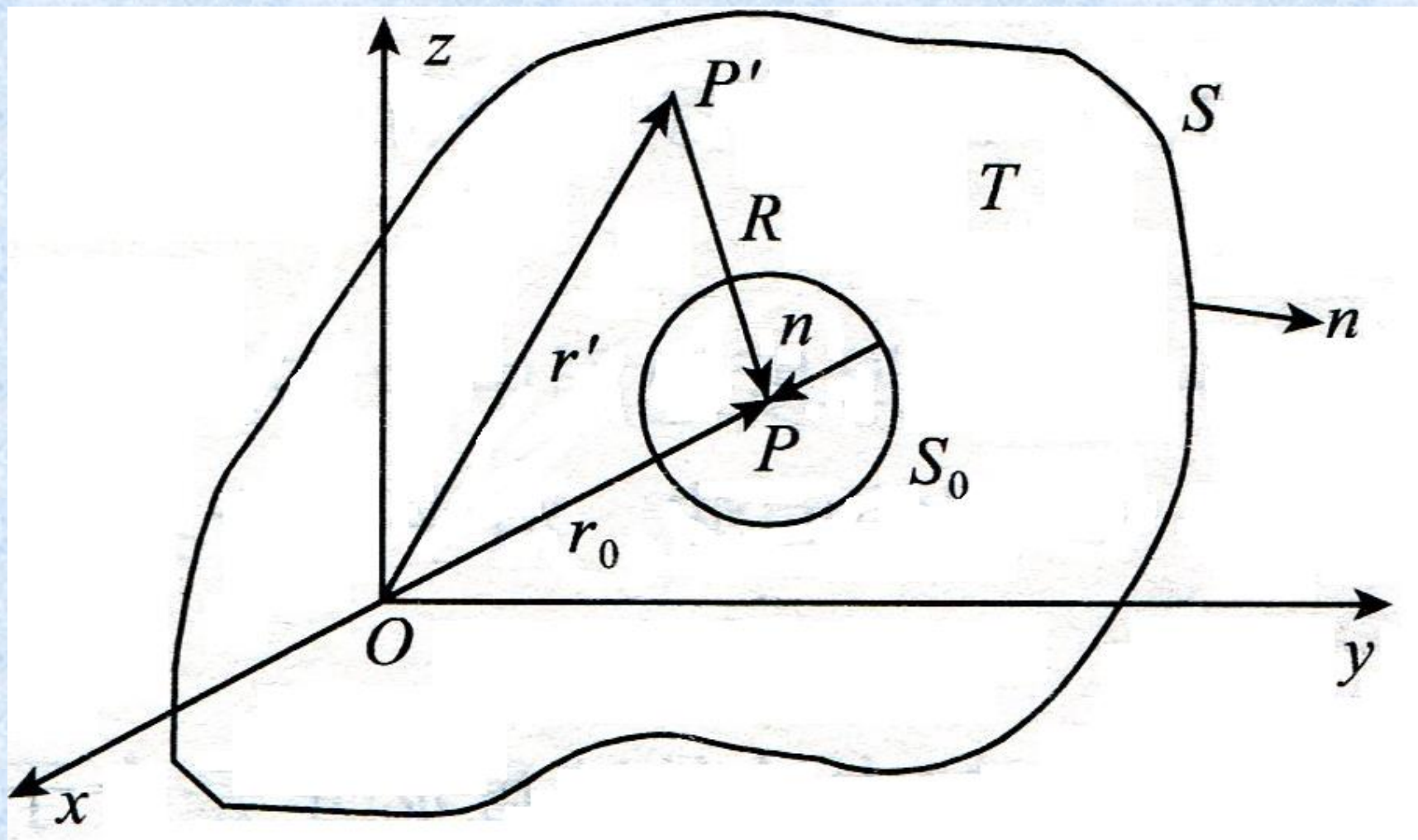
全面给出了任一时刻、任一空间位置的波动；既有相位信息又有振幅信息。

尽管如此，尚未给出如何计算任一观测点处的波场值，后来德国科学家Kirchhoff推出了计算公式，即Kirchhoff积分公式。



二、波场计算公式—Kirchhoff（克希霍夫）积分公式

1883年德国科学家Kirchhoff提出：如果围绕着观测点 P 所在的某一**闭合面 S 的空间域 T** ，已知波动的位移及其导数，且这些值是连续的（没有奇点），则可以计算出 P 处的位移。



计算出的P处的位移分两部分，T域内的震源和T域外的震源；

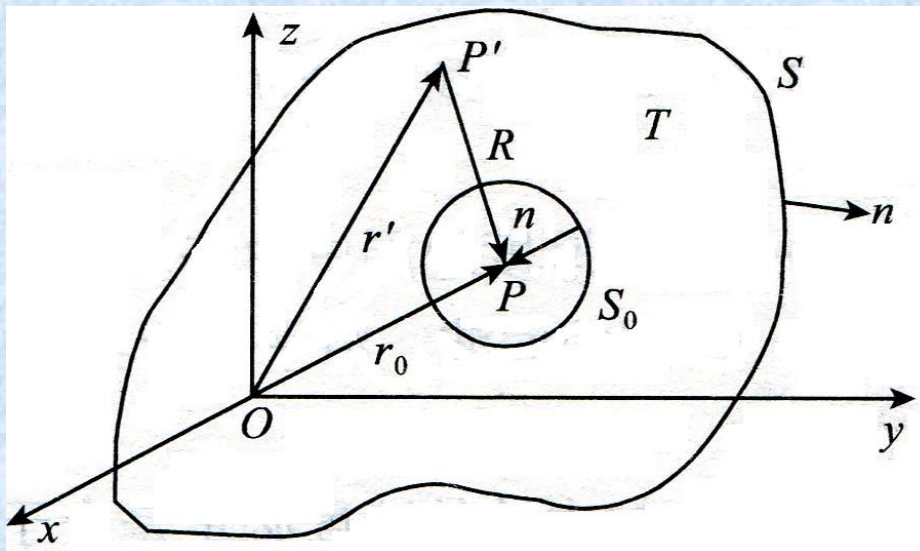
$$\varphi(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi} \int_T \frac{[\varphi]}{R} dT' - \frac{1}{4\pi} \oint_s \left\{ [\varphi] \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) - \frac{1}{R} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right] - \frac{1}{VR} \frac{\partial R}{\partial n} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \right\} ds$$

式中 $[\cdot]$ 不是方括号，表示不是在时刻 t ，而是在时刻 $t_1 = t - R/v$ 时刻的值，故称为延迟位，

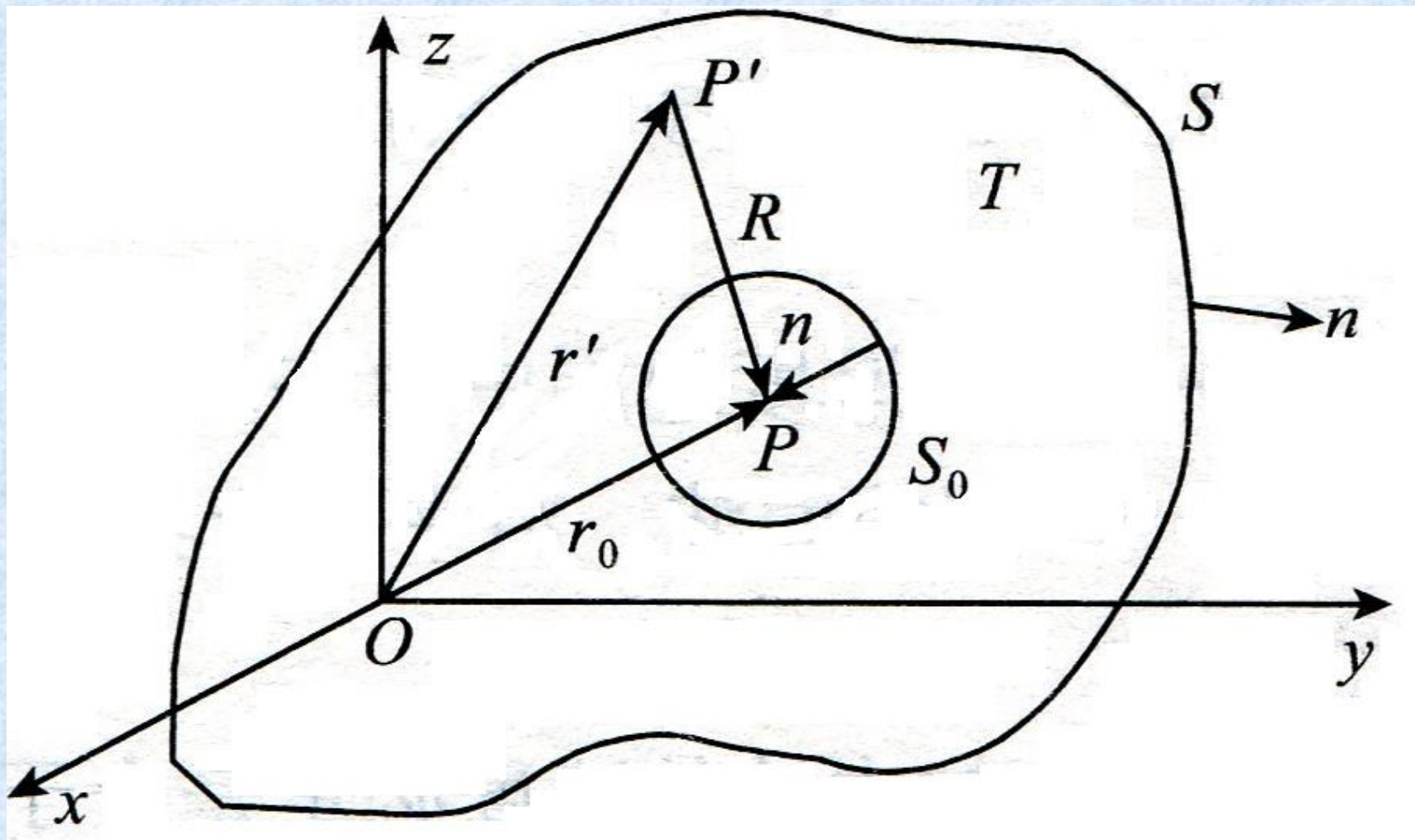
ρ ：是T域内震源分布函数或力位

$$\varphi(P, t) = \frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega} \frac{[\varphi]}{r} d\Omega -$$

三维纵波波动方程的Kirchhoff积分解



计算克希霍夫积分的空间区域



P 点为需要计算的**波场点**， P' 为积分计算的**震源点**
 R 表示震源点到场点的距离， n 表示 S 面的**外法线**方向。

当闭合面**外及其上**均无震源时，面积分项为零，得：

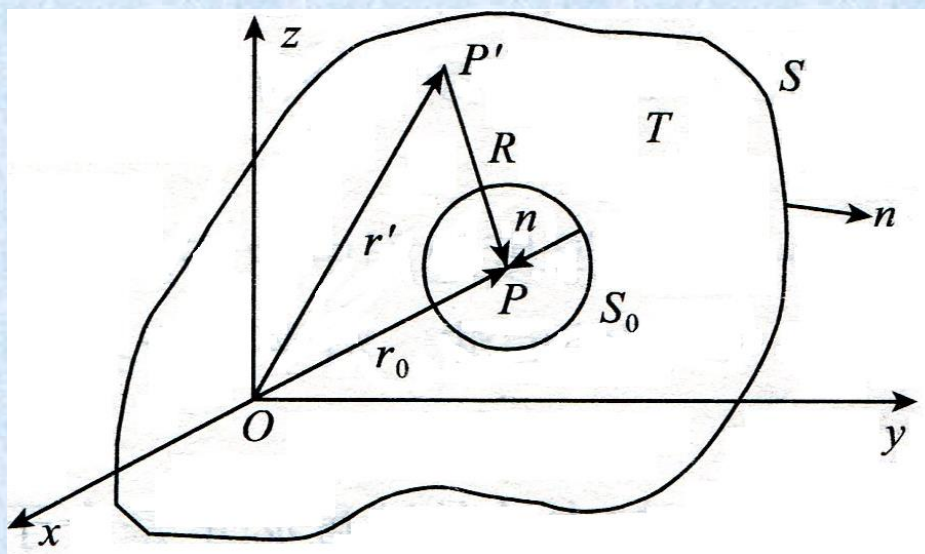
$$\varphi(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi} \int_T \frac{[\rho]}{R} dT'$$

是非齐次波动方程的解。

当S面**内**无震源时得：

$$\varphi(x, y, z, t) = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \left\{ [\varphi] \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) - \frac{1}{R} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right] - \frac{1}{VR} \frac{\partial R}{\partial n} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \right\} dS$$

此式**是惠更斯原理的定量表达式**。



基于波动方程的波场计算

根据波动方程，
给定初始条件
（震源）和边界
条件（吸收表面、
自由表面），利用
有限差分代替微分，
求解波动方程。

得到任意时刻，
给定区域内的波
场值——压力、
位移或质点震动
速度等

以一个二维的时空域声波波动方程为例

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}$$

其中P为压力，v为速度，t为时间，x，z为空间坐标。二阶差分可以写成如下的格式：

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} \{ P(x + \Delta x) - 2P(x) + P(x - \Delta x) \} + o(\Delta x^2)$$

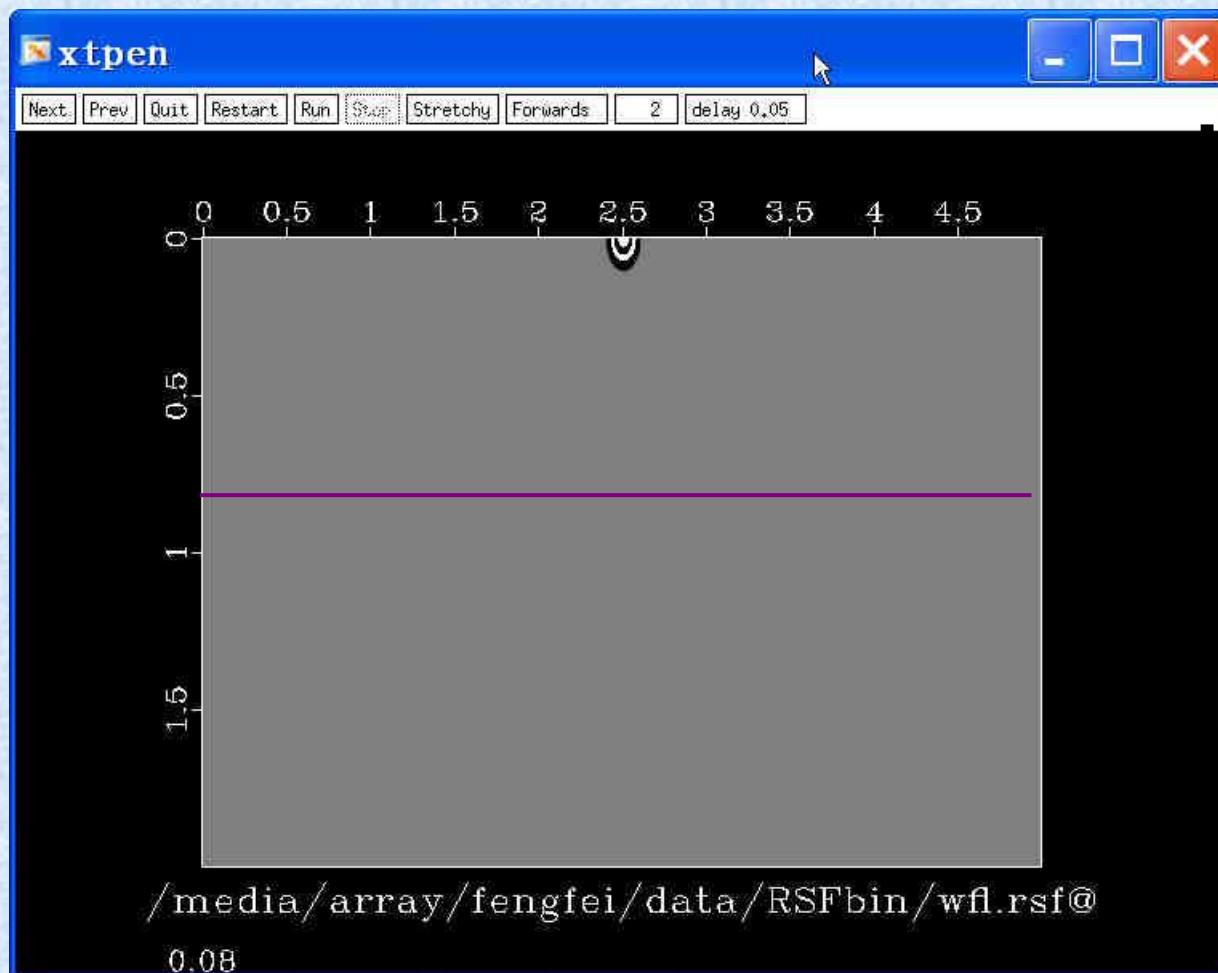
按此式将上式进行离散可得：

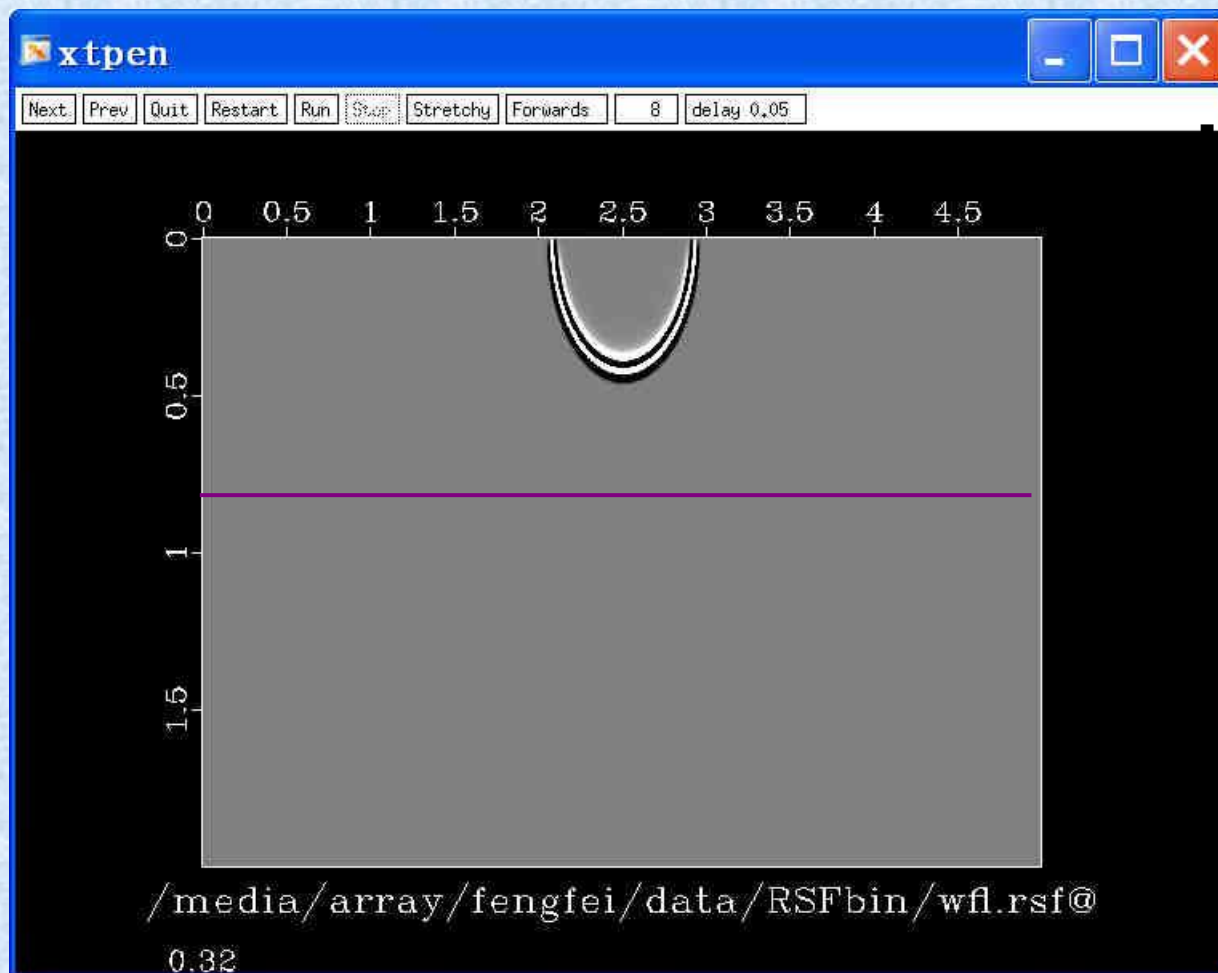
$$\frac{1}{V^2} \frac{1}{\Delta t^2} (P_{i,j}^{k+1} - 2P_{i,j}^k + P_{i,j}^{k-1}) = \frac{1}{\Delta x^2} (P_{i+1,j}^k - 2P_{i,j}^k + P_{i-1,j}^k) + \frac{1}{\Delta z^2} (P_{i,j+1}^k - 2P_{i,j}^k + P_{i,j-1}^k)$$

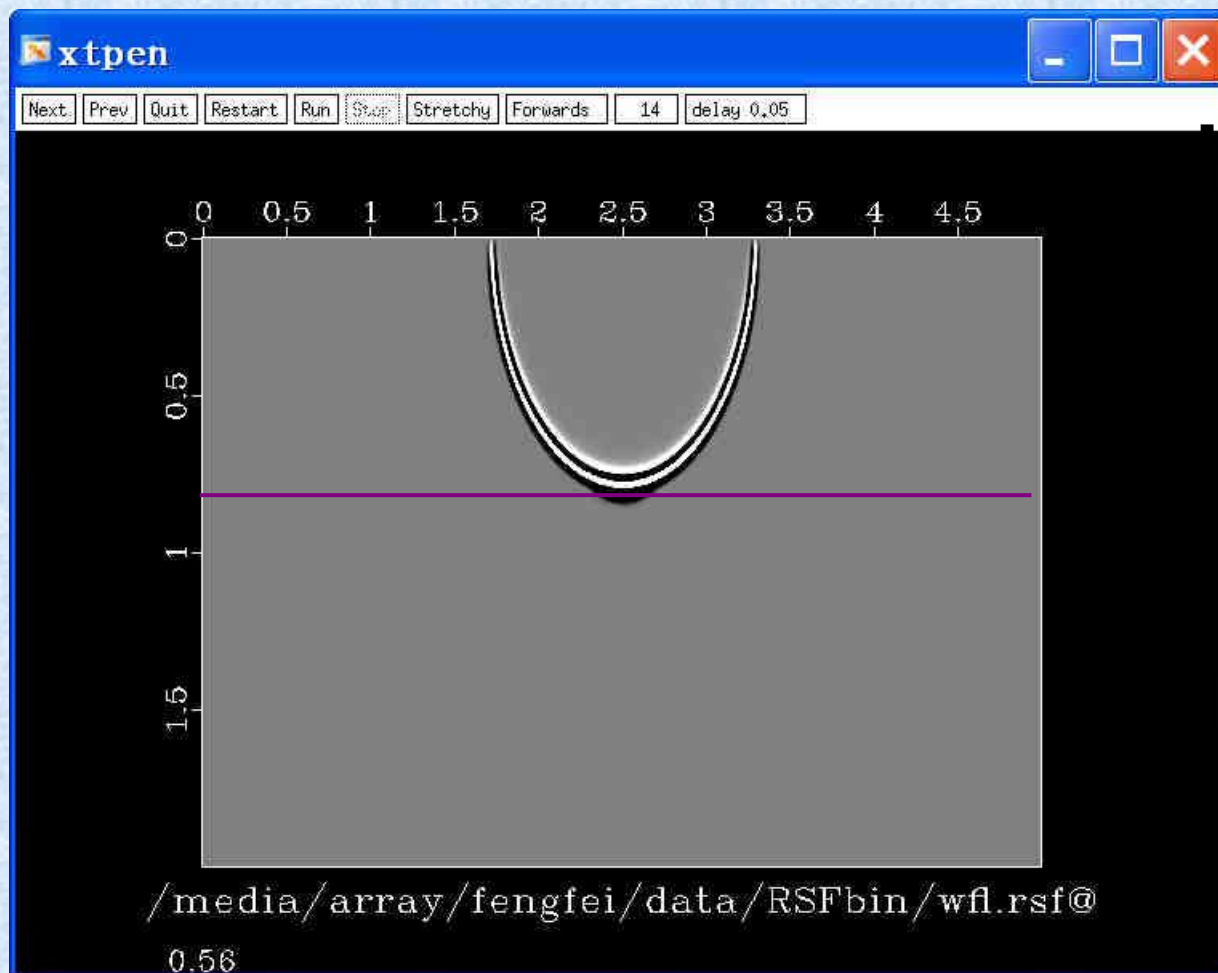
进而，可以写成如下形式：

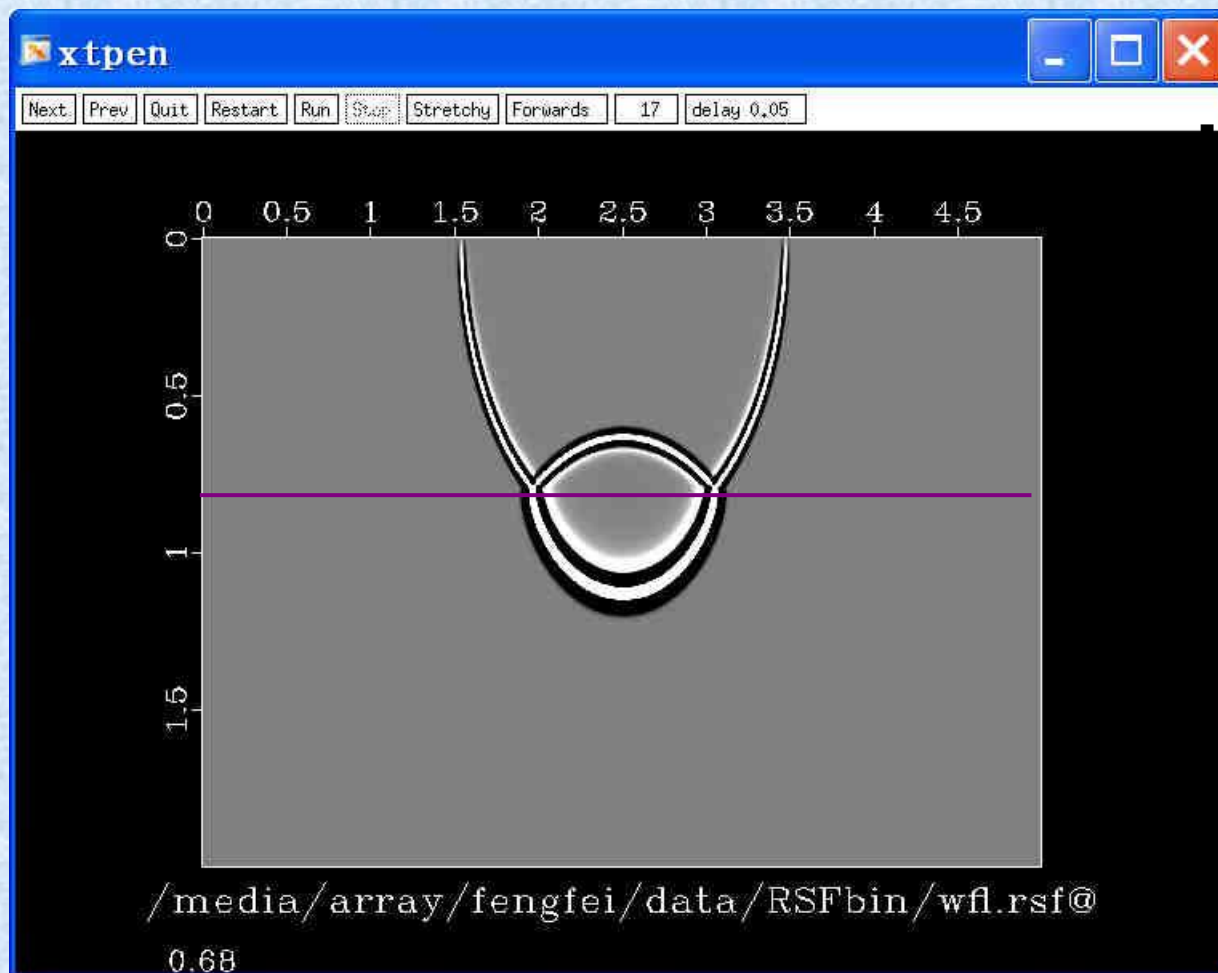
$$P_{i,j}^{k+1} = 2P_{i,j}^k - P_{i,j}^{k-1} + V^2 \Delta t^2 \left[\frac{1}{\Delta x^2} (P_{i+1,j}^k - 2P_{i,j}^k + P_{i-1,j}^k) + \frac{1}{\Delta z^2} (P_{i,j+1}^k - 2P_{i,j}^k + P_{i,j-1}^k) \right]$$

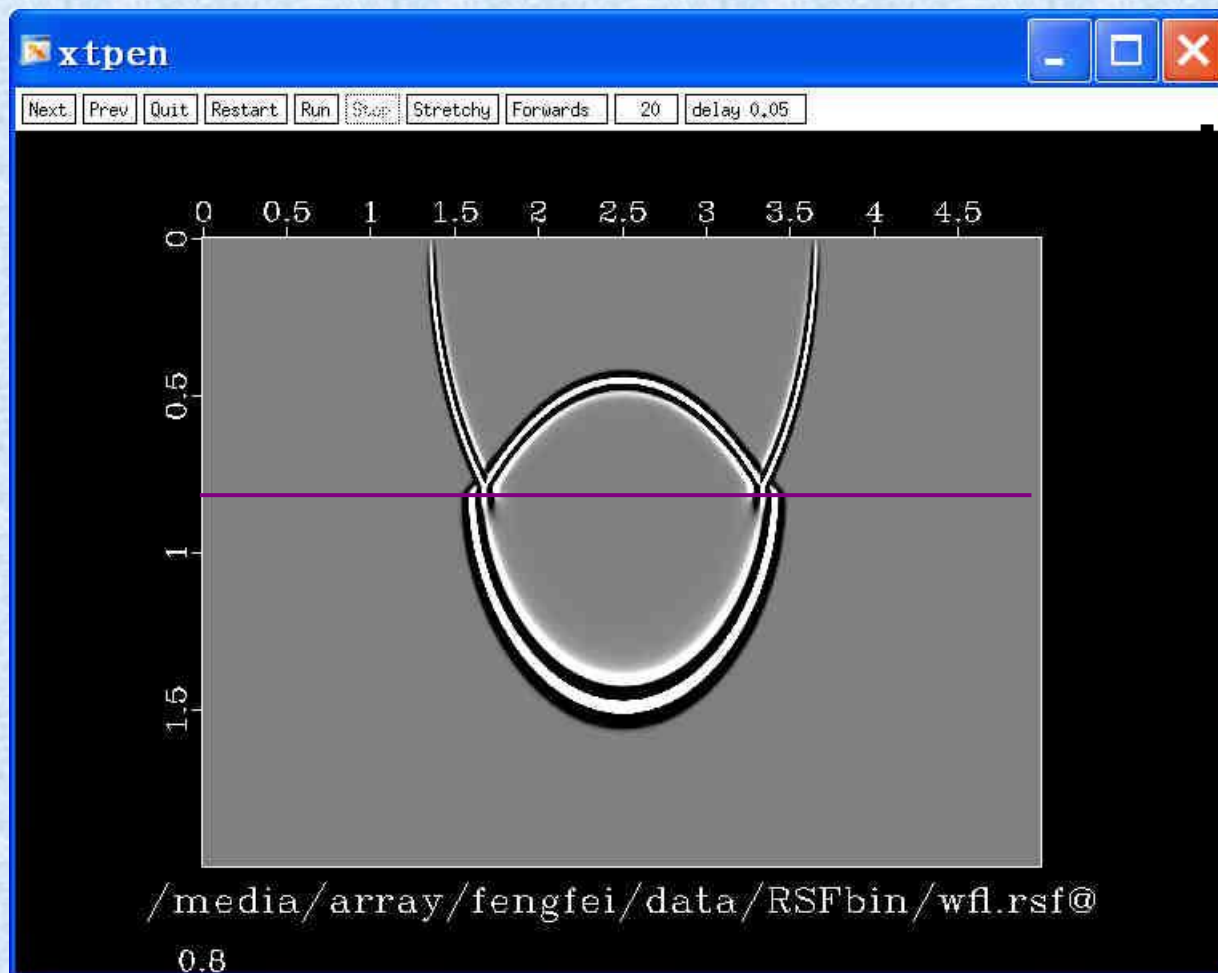
从上式可以，对于 $P_{i,j}^{k+1}$ 来说，如果知道它上一时刻同一位置 $P_{i,j}^k$ 及其周边的波场值 $P_{i+1,j}^k$ ， $P_{i-1,j}^k$ ， $P_{i,j+1}^k$ ， $P_{i,j-1}^k$ ，并且知道 $P_{i,j}^k$ 上一时刻的波场值 $P_{i,j}^{k-1}$ ，就可以得到当前时刻下的波场。

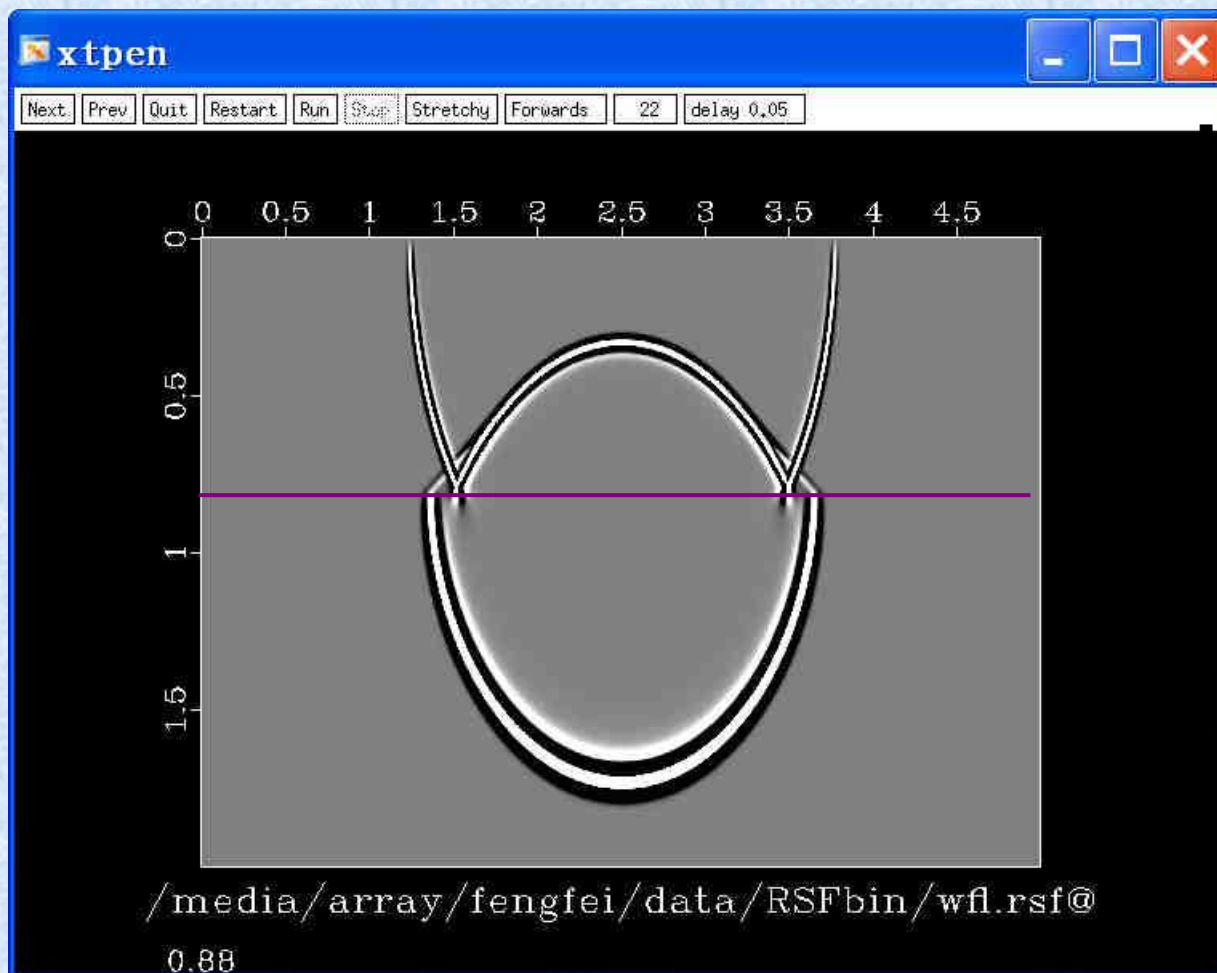


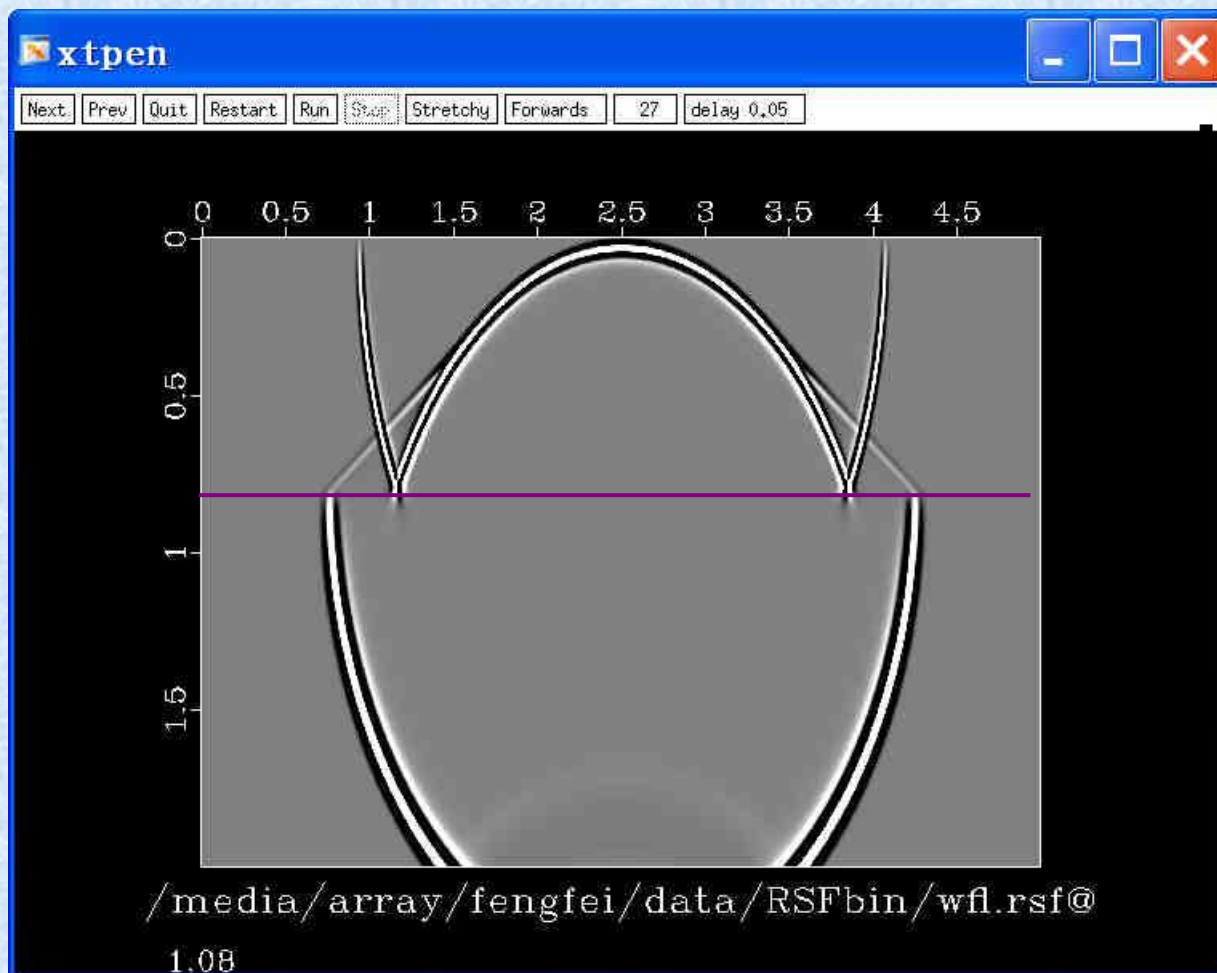


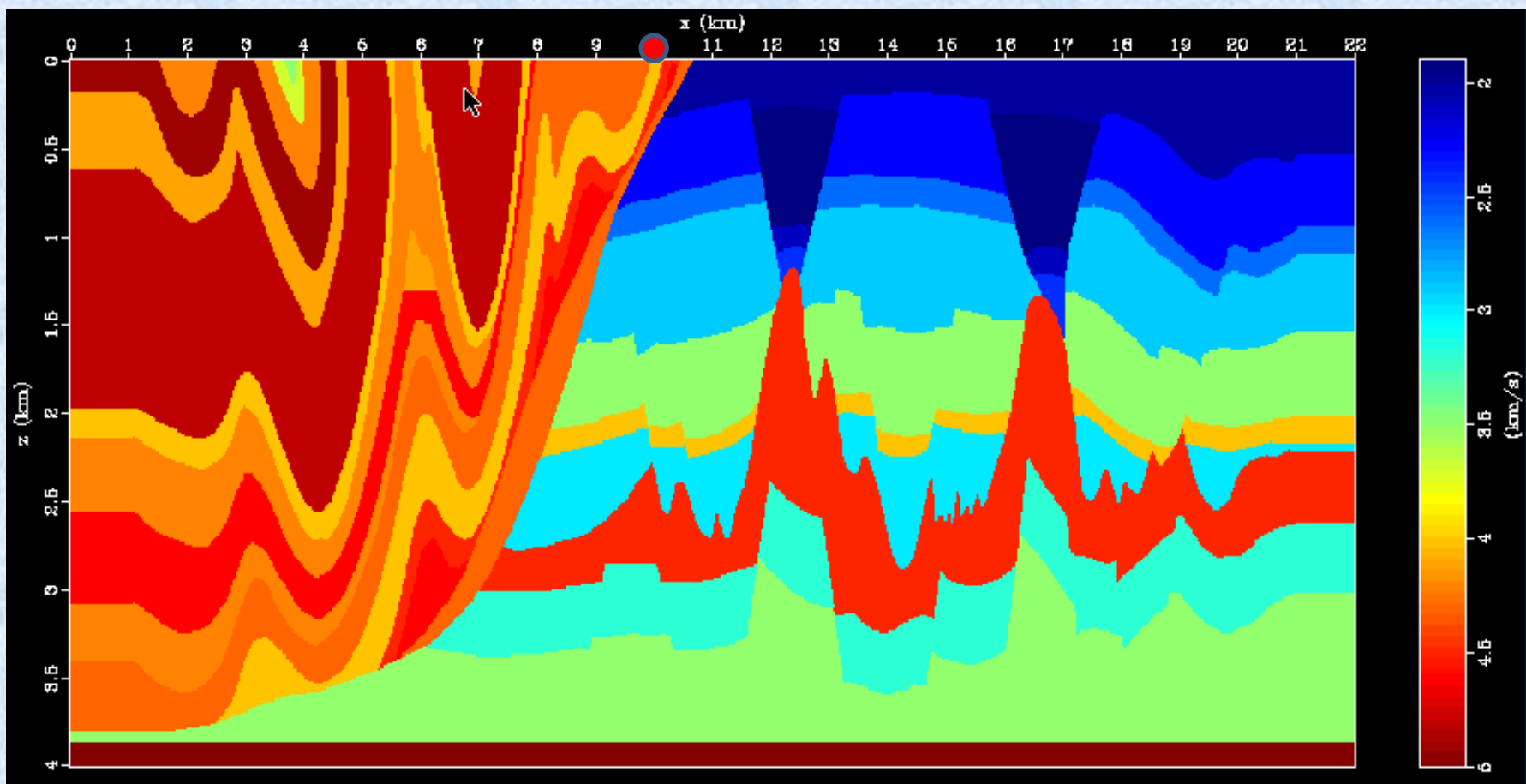




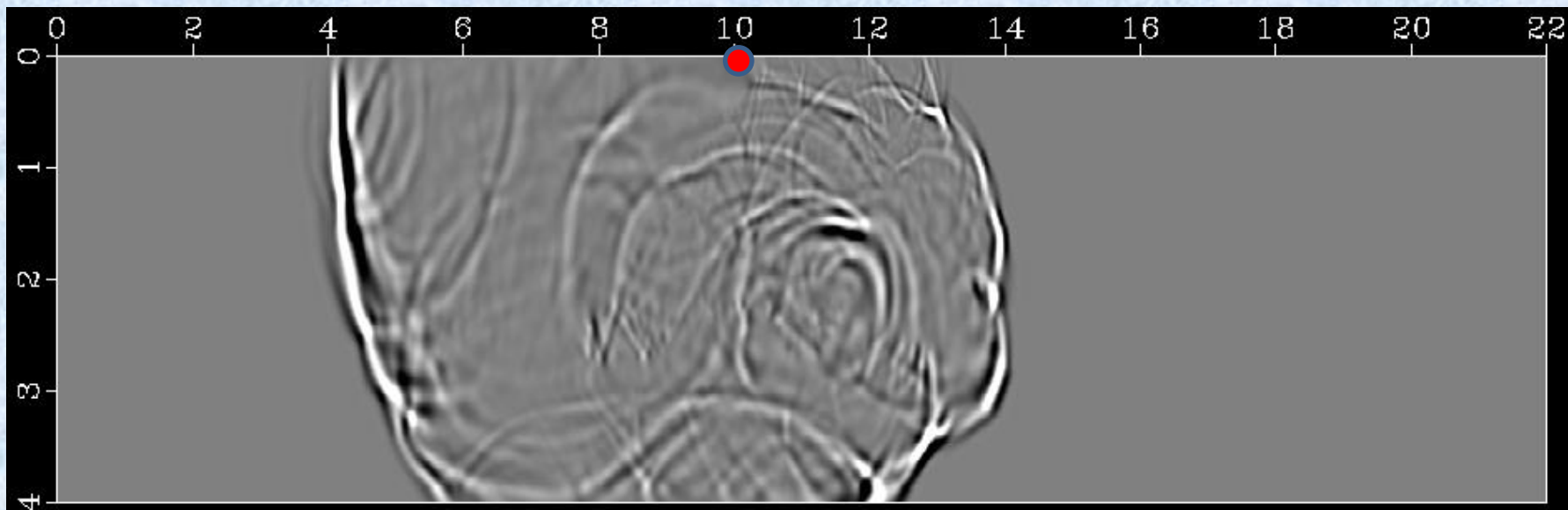








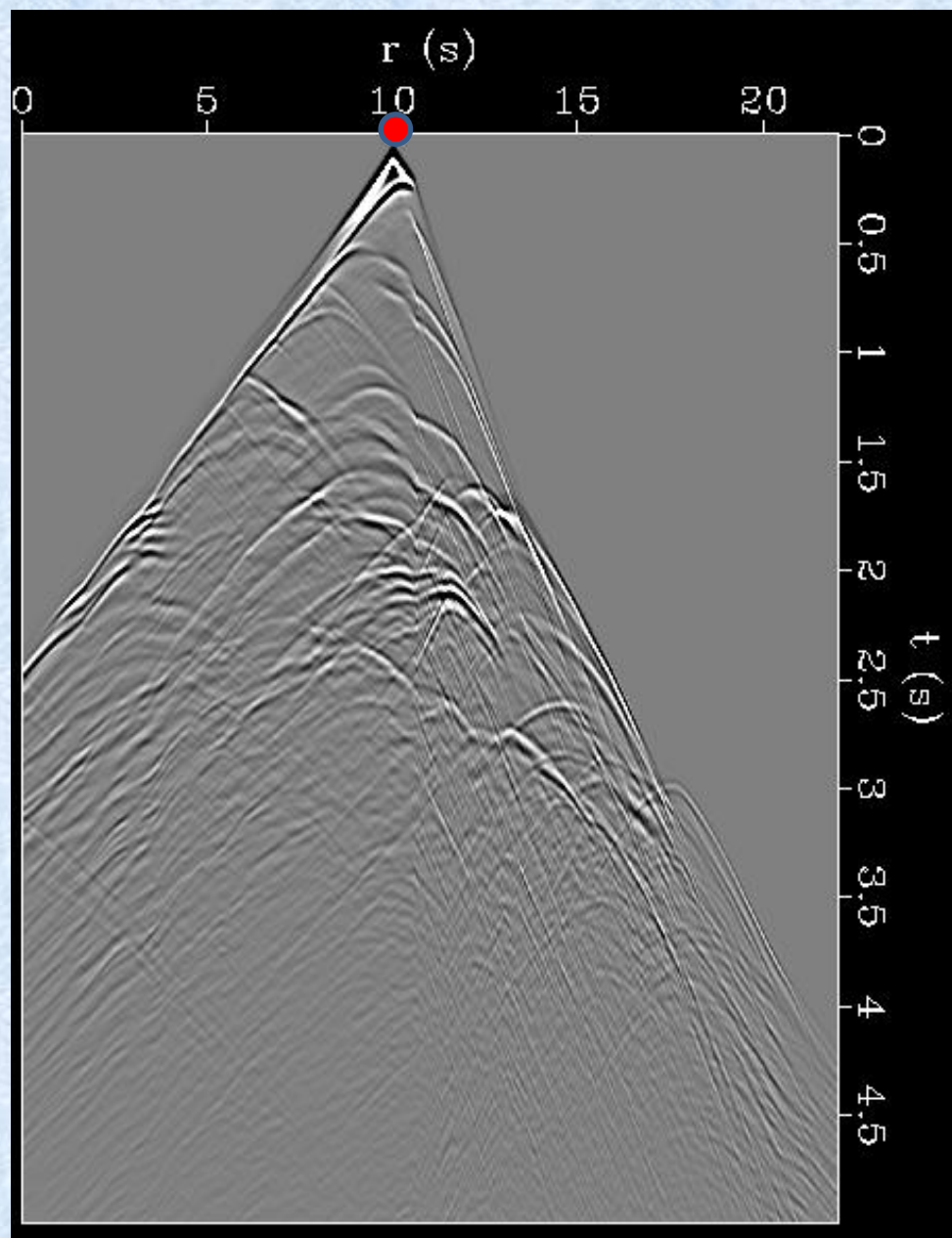
地下介质速度模型



传播距离的差别？

1500ms的传播快照

震源在10km
处的单炮记录



基于波动方程的波场计算

任意各向异性
弹性介质中，
用质点振动速度——应力表示的波动方程。

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} + f_1 = \rho \dot{v}_1$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} + f_2 = \rho \dot{v}_2$$

$$\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + f_3 = \rho \dot{v}_3$$

速度时间导数的含义？

$$\dot{\sigma}_{11} = c_{11}\dot{\epsilon}_{11} + c_{12}\dot{\epsilon}_{22} + c_{13}\dot{\epsilon}_{33} + 2c_{16}\dot{\epsilon}_{12} + 2c_{15}\dot{\epsilon}_{13} + 2c_{14}\dot{\epsilon}_{23}$$

$$\dot{\sigma}_{22} = c_{12}\dot{\epsilon}_{11} + c_{22}\dot{\epsilon}_{22} + c_{23}\dot{\epsilon}_{33} + 2c_{26}\dot{\epsilon}_{12} + 2c_{25}\dot{\epsilon}_{13} + 2c_{24}\dot{\epsilon}_{23}$$

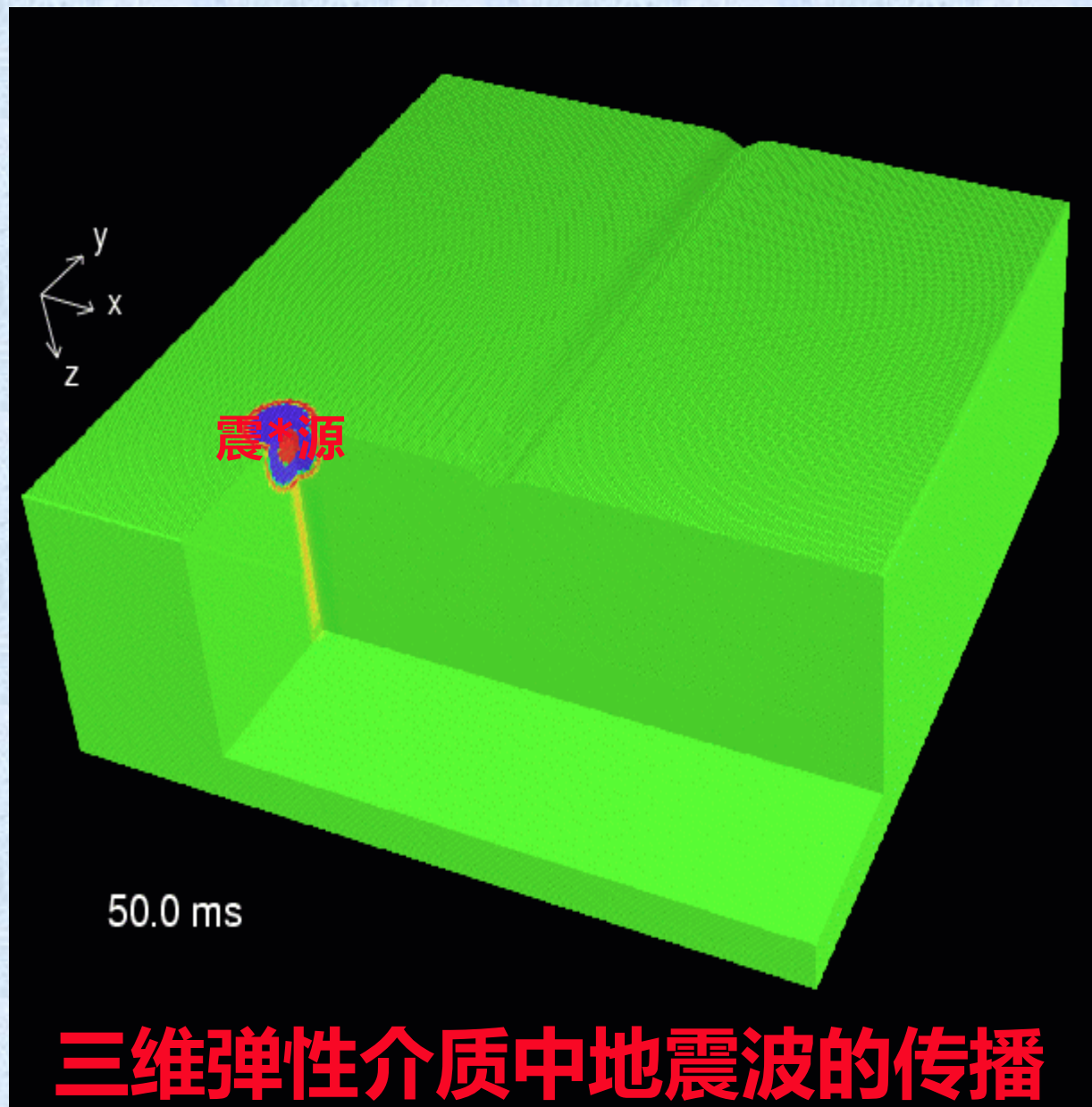
$$\dot{\sigma}_{33} = c_{13}\dot{\epsilon}_{11} + c_{23}\dot{\epsilon}_{22} + c_{33}\dot{\epsilon}_{33} + 2c_{36}\dot{\epsilon}_{12} + 2c_{35}\dot{\epsilon}_{13} + 2c_{34}\dot{\epsilon}_{23}$$

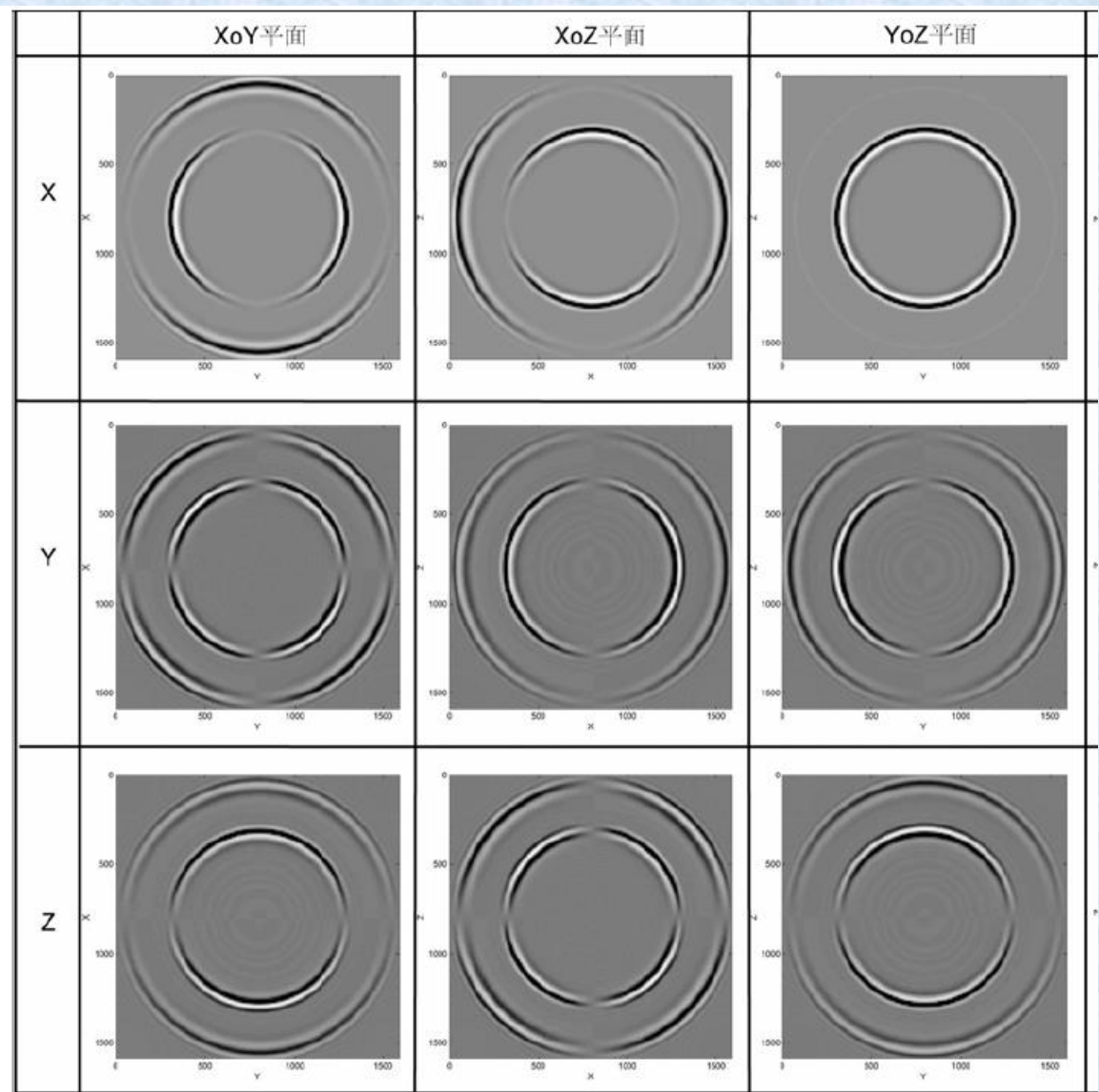
$$\dot{\sigma}_{12} = c_{16}\dot{\epsilon}_{11} + c_{26}\dot{\epsilon}_{22} + c_{36}\dot{\epsilon}_{33} + 2c_{66}\dot{\epsilon}_{12} + 2c_{56}\dot{\epsilon}_{13} + 2c_{46}\dot{\epsilon}_{23}$$

$$\dot{\sigma}_{13} = c_{15}\dot{\epsilon}_{11} + c_{25}\dot{\epsilon}_{22} + c_{35}\dot{\epsilon}_{33} + 2c_{56}\dot{\epsilon}_{12} + 2c_{55}\dot{\epsilon}_{13} + 2c_{45}\dot{\epsilon}_{23}$$

$$\dot{\sigma}_{23} = c_{14}\dot{\epsilon}_{11} + c_{24}\dot{\epsilon}_{22} + c_{34}\dot{\epsilon}_{33} + 2c_{46}\dot{\epsilon}_{12} + 2c_{45}\dot{\epsilon}_{13} + 2c_{44}\dot{\epsilon}_{23}$$

$$\dot{\epsilon}_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_l} + \frac{\partial v_l}{\partial x_k} \right) \quad k, l=1, 2, 3$$





三维各向同性介质波场快照

(王者江, 2008)

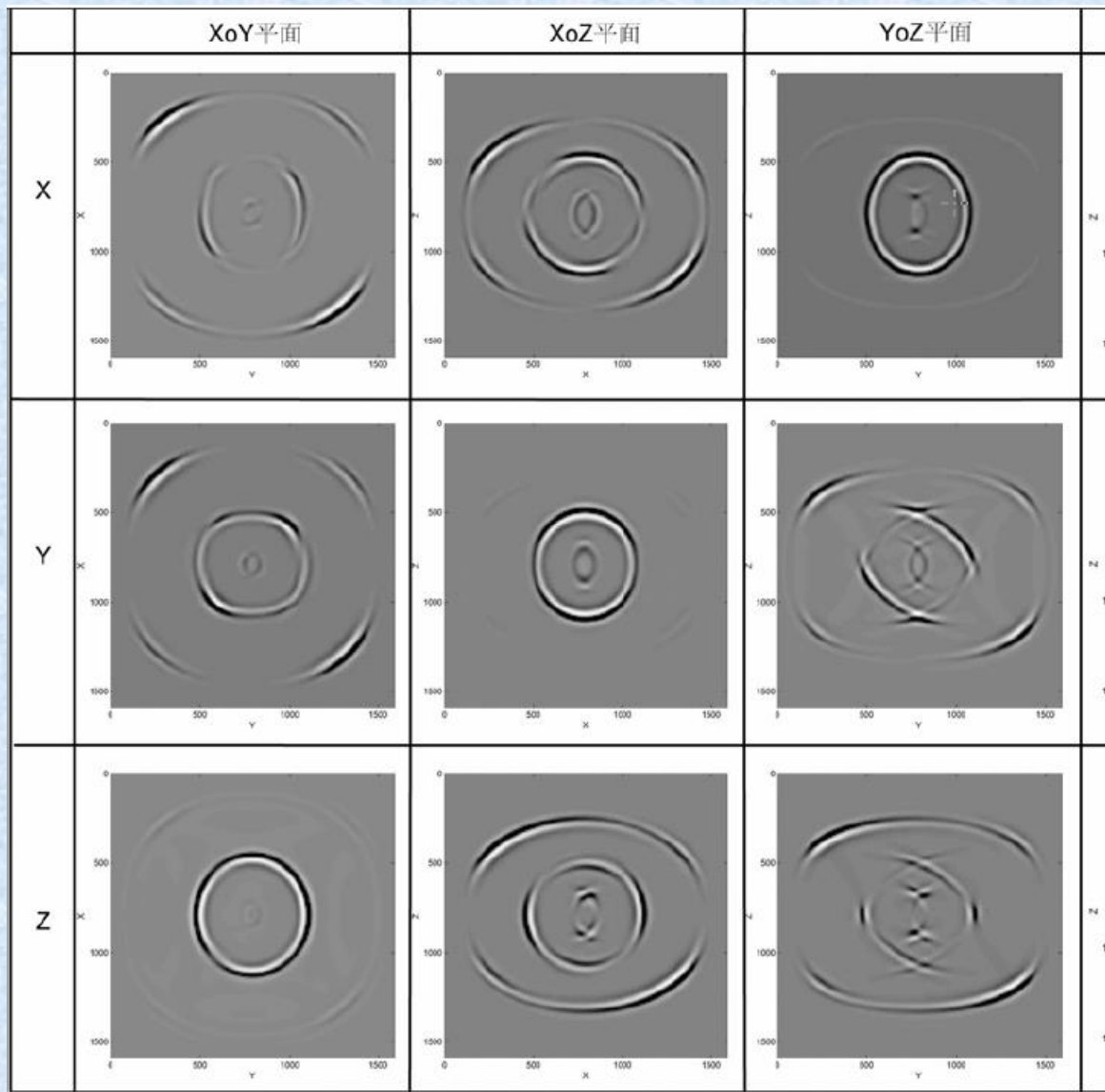


图4.3a 三维双相正交介质流相分量波场快照($t=300\text{ms}$)

(王者江, 2008)

3-3 倾斜因子及其物理意义

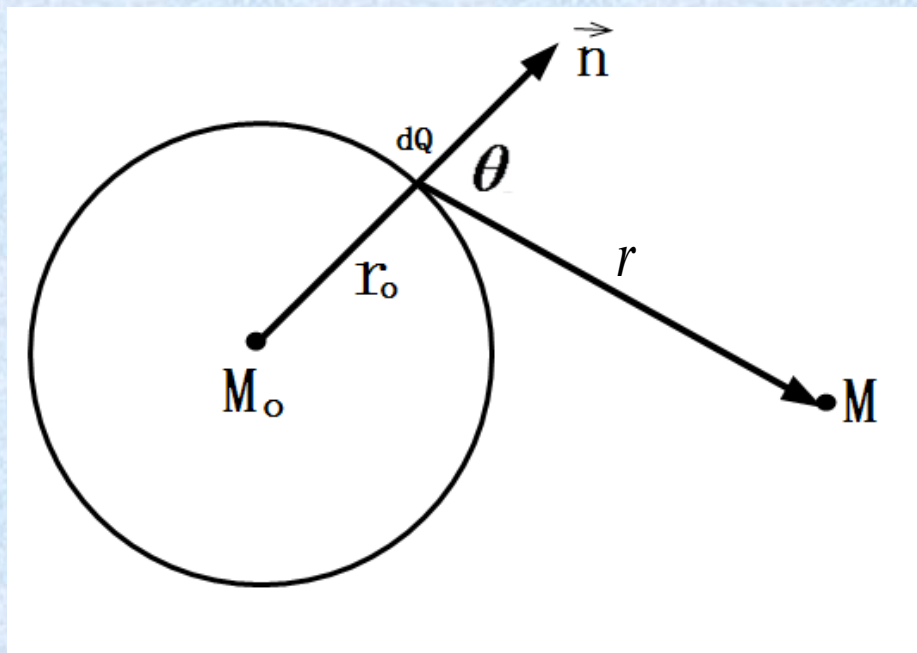
Kirchhoff积分公式能定量地描述空间内任一点处的波场值，我们以球面简谐波为例，从kirchhoff积分公式出发推导倾斜因子的公式，并说明其物理意义。

M_0 点出发的球面波振幅为A，圆频率为 ω ，则传播到 r_0 处波场为：

$$u = \frac{A}{r_0} e^{i\omega(t - \frac{r_0}{v})} = \frac{A}{r_0} e^{i\omega t} \cdot e^{-i\frac{\omega}{v} \cdot r_0}$$

$K = \frac{\omega}{v}$ 表示圆波数，且略去周期因子 $e^{i\omega t}$ （只表示波形与能量无关），
则到达dQ的振动为：

$$\frac{A}{r_0} e^{-ikr_0}$$

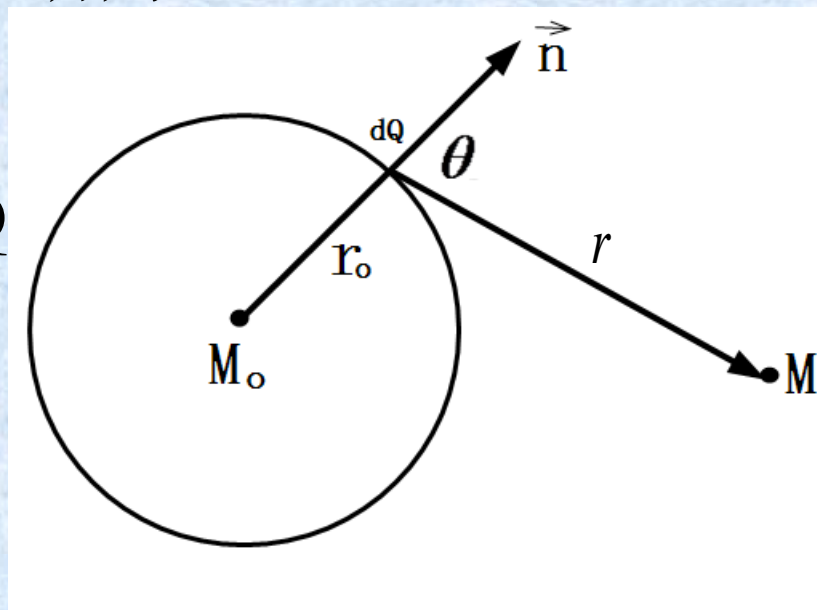


根据惠更斯—菲涅尔原理，把 dQ 看作二次震源，其在 M 点产生的扰动为：

$$du(M) = k(\theta) \frac{A}{r_0} e^{-ikr_0} \cdot \frac{1}{r} e^{-ikr} dQ$$

由整个波前面 Q 在 M 点形成的总扰动为：

$$u(M) = \frac{A}{r_0} e^{-ikr_0} \iint_Q \frac{e^{-ikr}}{r} K(\theta) dQ$$



$K(\theta)$ 与夹角 θ 有关的因子，称为倾斜因子，利用kirchhoff积分公式可以证明 $K(\theta)$ 的表达式为：

$$K(\theta) = \frac{i}{2\lambda} (1 + \cos \theta)$$

λ 为波长

$$K(\theta) = \frac{i}{2\lambda} (1 + \cos \theta)$$

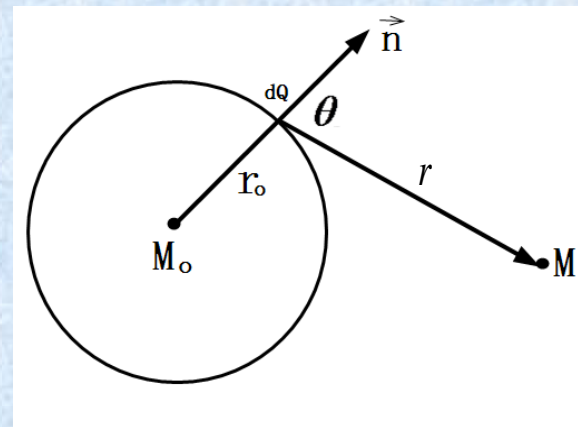
因 θ 表示倾斜角度，观测点 M 处波场 与 θ 角有关，

当 $\theta=0^0$ 时, $K(\theta)$ 取最大值，说明观测点在波前的法线 \vec{n} 方向有最大值

（这个方向称为波的射线方向）；

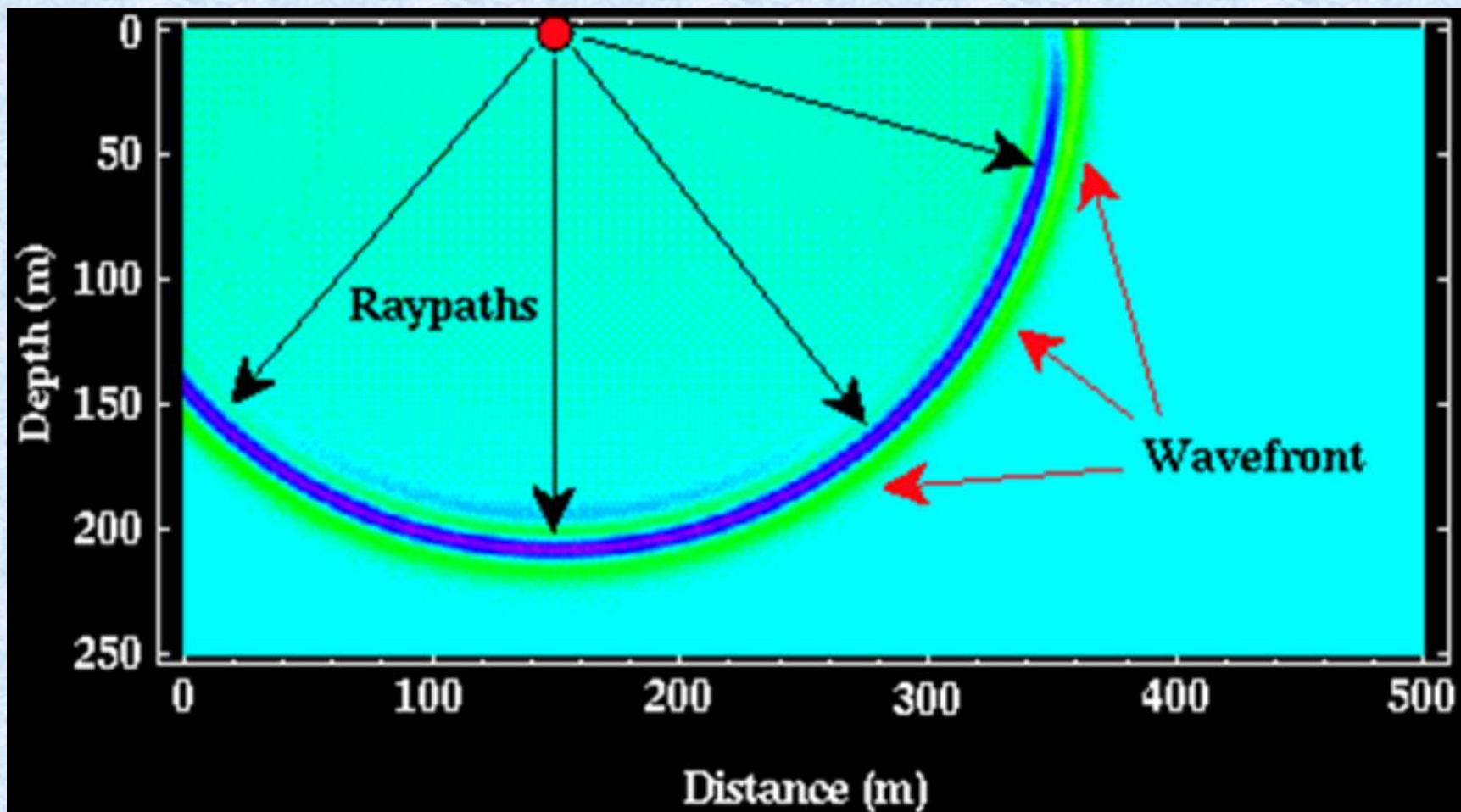
当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时, $K(\theta)$ 减小了一半，波的能量也减小了一半；

当 $\theta = \pi$ 时, $K(\theta) = 0$ ，意味着无波场。



$$i = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = e^{i\frac{\pi}{2}} \quad \text{表示波前面上发射的子波相位超前 } \frac{\pi}{2}。$$

波前面与射线



通常可认为波及其能量是沿着某一条路线传播，这条路线称为**射线**，射线**通常**垂直于波前面，可以是直线也可以是曲线。波沿射线方向传播，能量最强，波动的大部分能量集中在射线方向。

费马 (Fermat) 原理：波在一般情况下沿垂直于波前面的路径传播时间最短，这个路径称为射线

各向同性介质和各向异性介质中的相速度和群速度的定义如图 2.1 所示，其中的 θ 和 φ 分别代表相角和群角。理论上，相速度所描述的是地震波沿波前面法线方向的传播速度，是定义在相域中的概念。而群速度是指地震波从震源点到波前面上一点的传播速度，是定义在群域中的概念。可以看到，地震波在各向同性介质中的相速度和群速度是相同的。但是对于各向异性的情况，由于地震波在各个方向具有不同的传播速度且波前面产生一定的形变，二者是截然不同的。

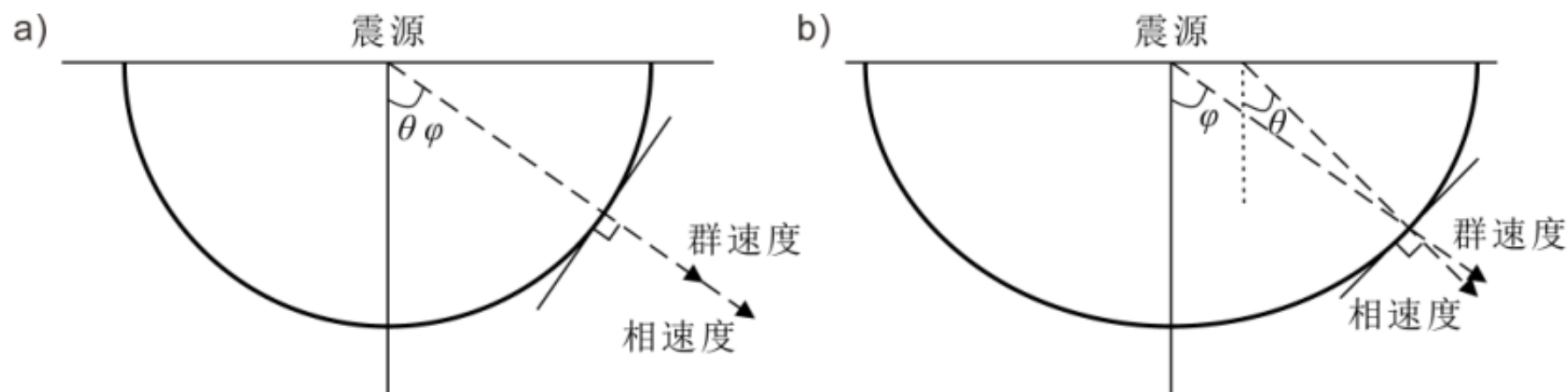
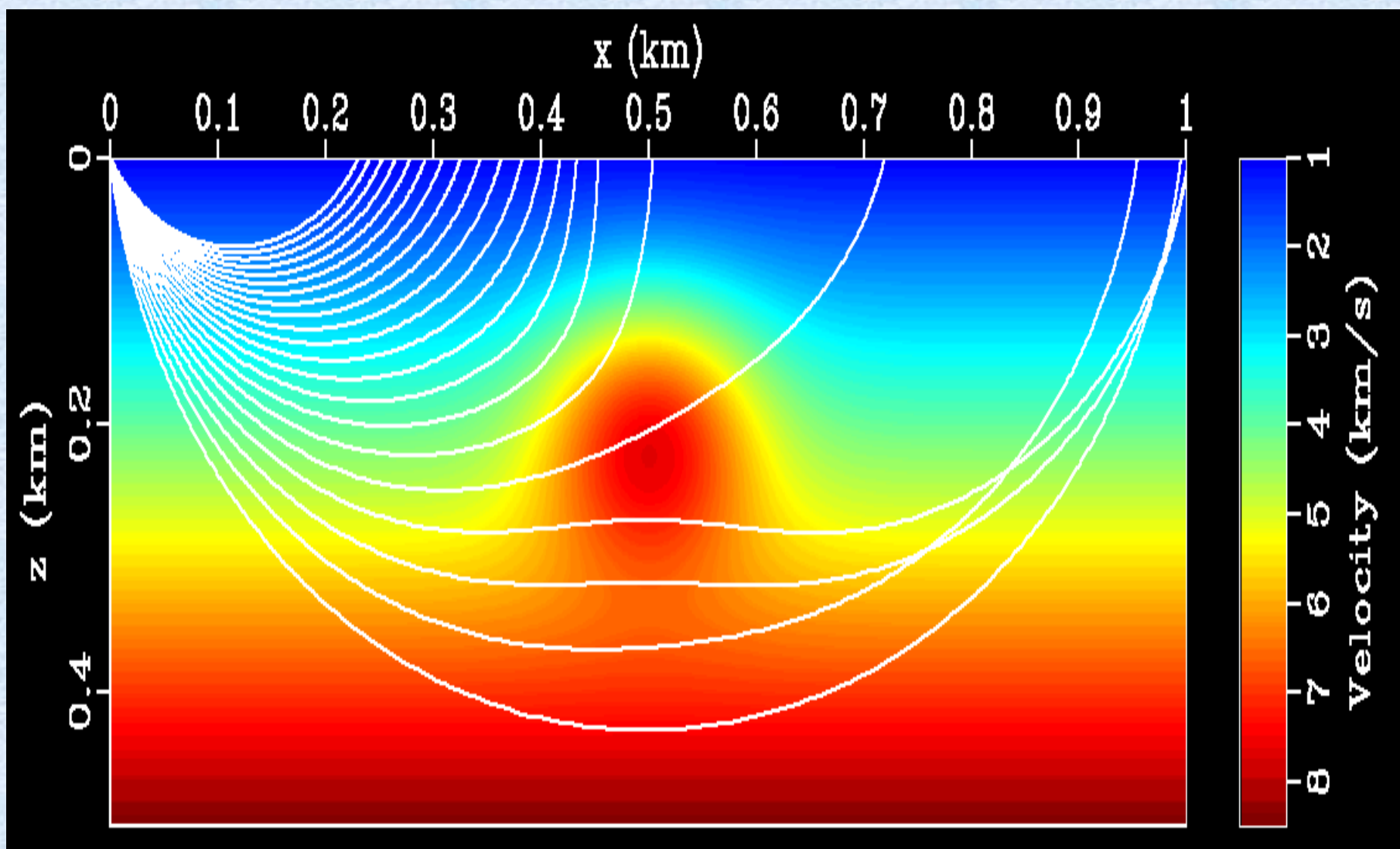
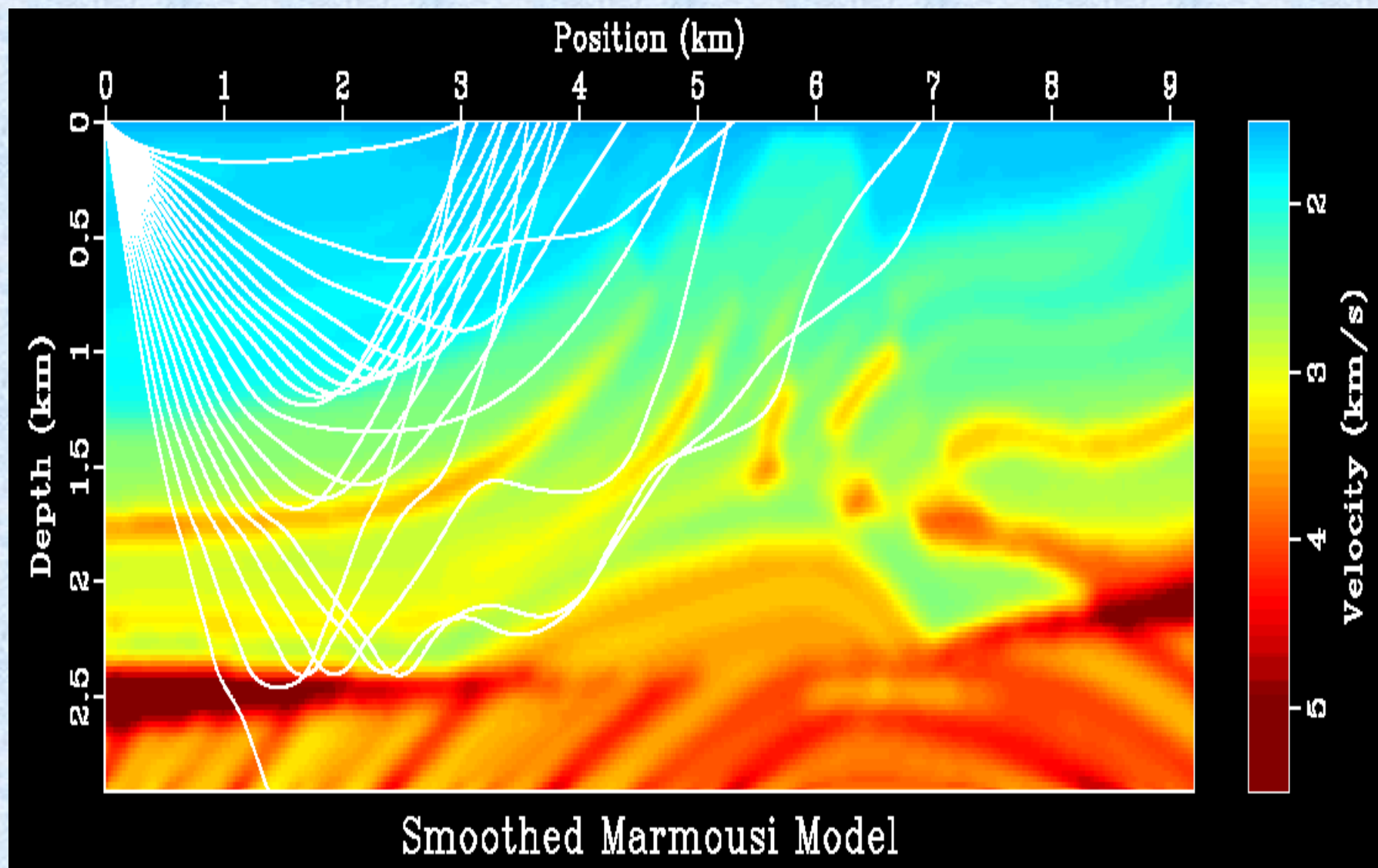


图 2.1 地震波传播的相速度及群速度示意图：（a）各向同性介质，（b）各向异性介质。



复杂介质中波的射线路径



复杂介质中波的射线路径

结论:

- 波沿射线方向传播能量最强，也可以说波动的大部分能量集中在射线方向。
- 射线：通常可以认为波及其能量沿着一条路线传播，这条路线称为射线，射线一般垂直于波前面，可以是直线，也可以是曲线。

利用Kirchhoff积分公式还可以推导著名的费马（Fermat）原理：波在一般情况下沿垂直于波前面的路径传播时间最短，这个路径称为射线。