目 录

第四章　无限粘弹介质中地震波传播的动力学特性

目的及要求

讲授内容是粘弹介质中的基本动力学问题，旨在让学生掌握实际地下介质模型，从理论轮上掌握实际地层对地震波的吸收机制，明确吸收系数的概念，品质因子Q的含义及两者之间的关系。

要点：

1. 粘滞弹性介质模型（voigt模型）
2. Voigt模型下动力学基本方程
3. 地层的吸收特性
4. 品质因子Q值

4—1 粘弹介质模型及动力学基本方程

一、遵循内摩擦理论的voigt介质模型

理想弹性介质只是近似，实际介质对地层有吸收，理论不同，其中voigt模型是早期经实际检验较好。该理论认为：

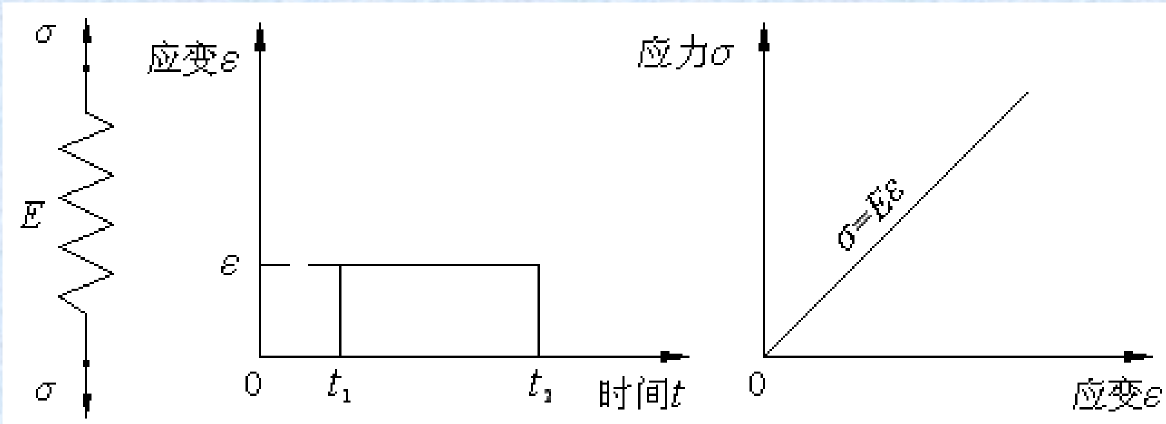
在质点震动过程中，相邻质点间的摩擦作用，使部分机械能转化成热能而消失掉，使地震波能量在传播过程中衰减，称为介质的吸收作用（内摩擦力称粘滞力）

粘滞弹性介质，**应力与应变的关系是非线性的**。它包括两部分，一部分满足线性Hooke定律的弹性应变，另一部分为应力与应变的时间变化率成比例关系的粘滞效应。

岩石在恒温和恒定应力作用下，变形随时间而增加的现象，可以用岩石流变性能来表示，指岩石的蠕变、应力松弛、与时间有关的扩容等。

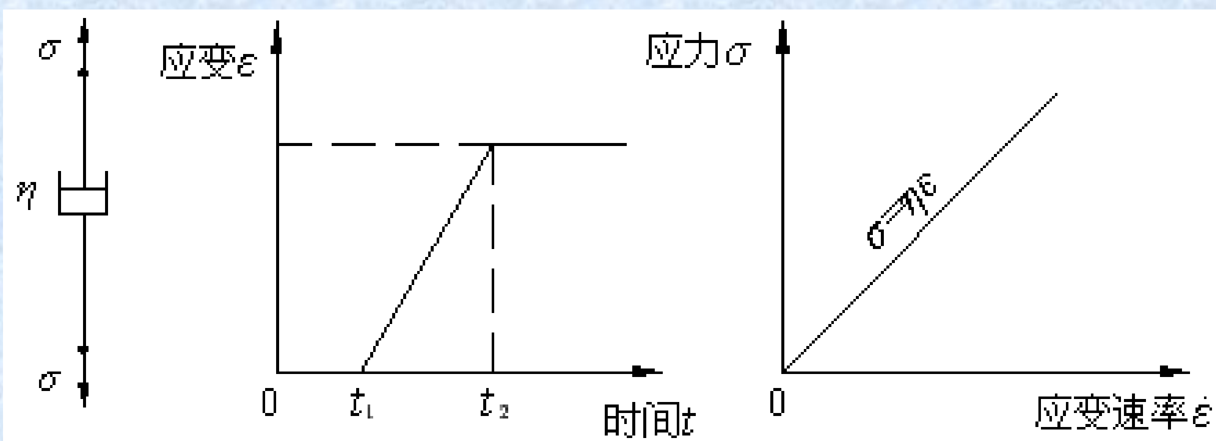
基本流变元件

弹簧



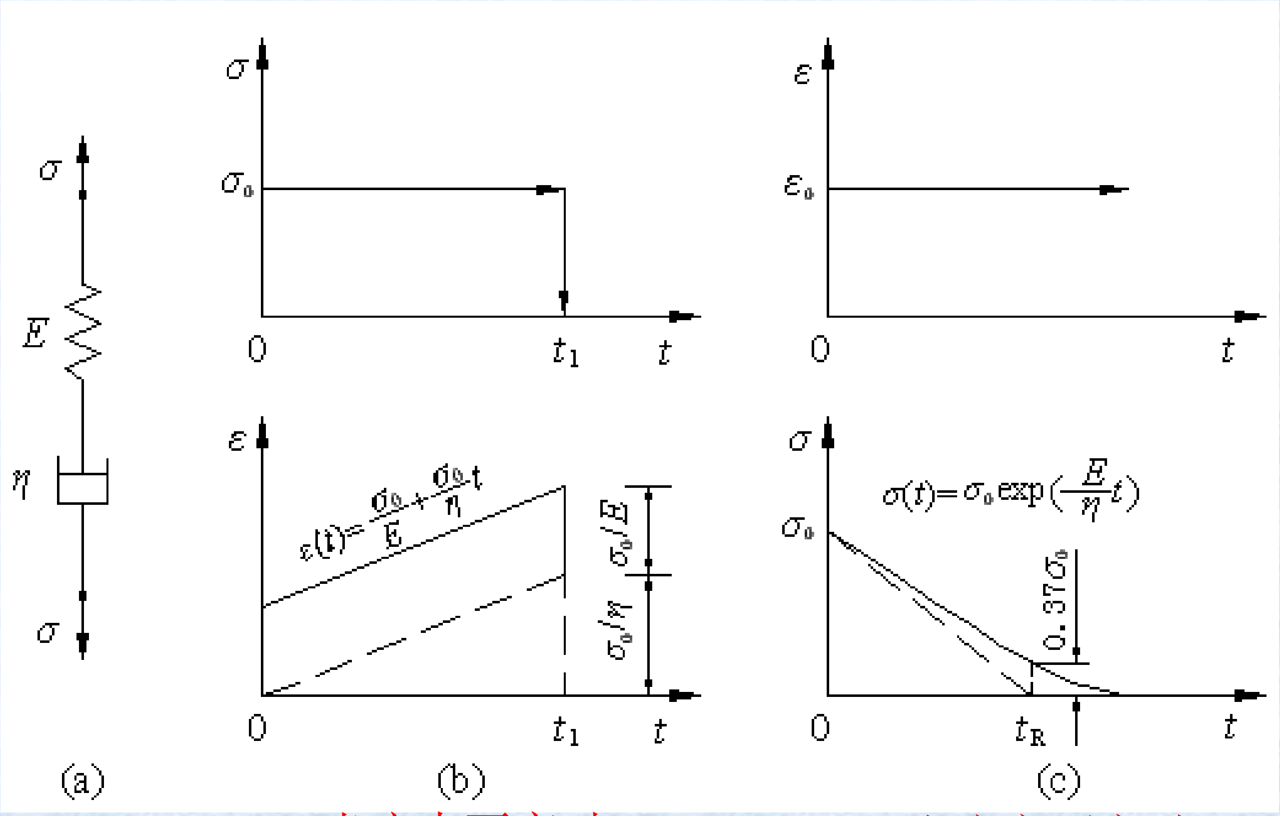
① 弹性固体(理想弹性体，又称固体）

阻尼器



② 粘滞液体(理想粘性体，又称NEWTON流体)

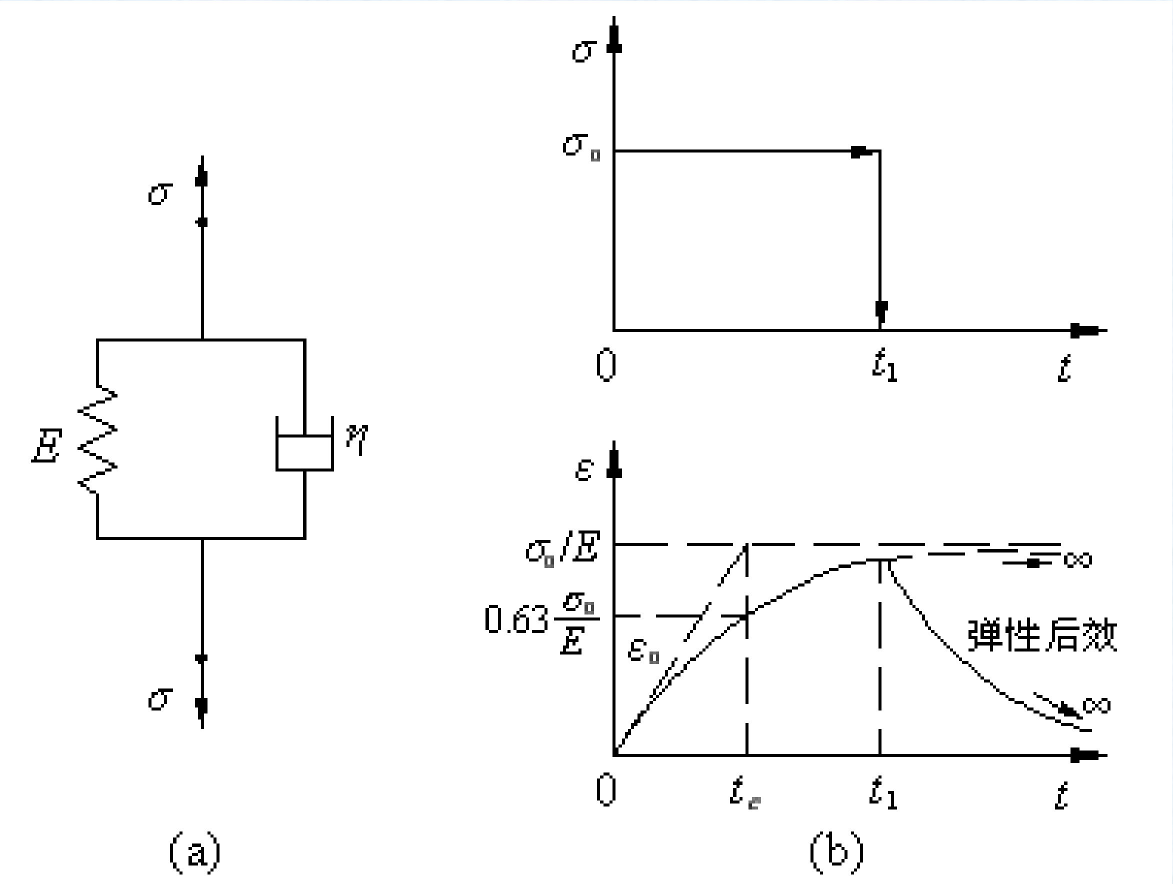
① Maxwell模型(弹粘性模型)



当应力不变时　　　　当应变不变时

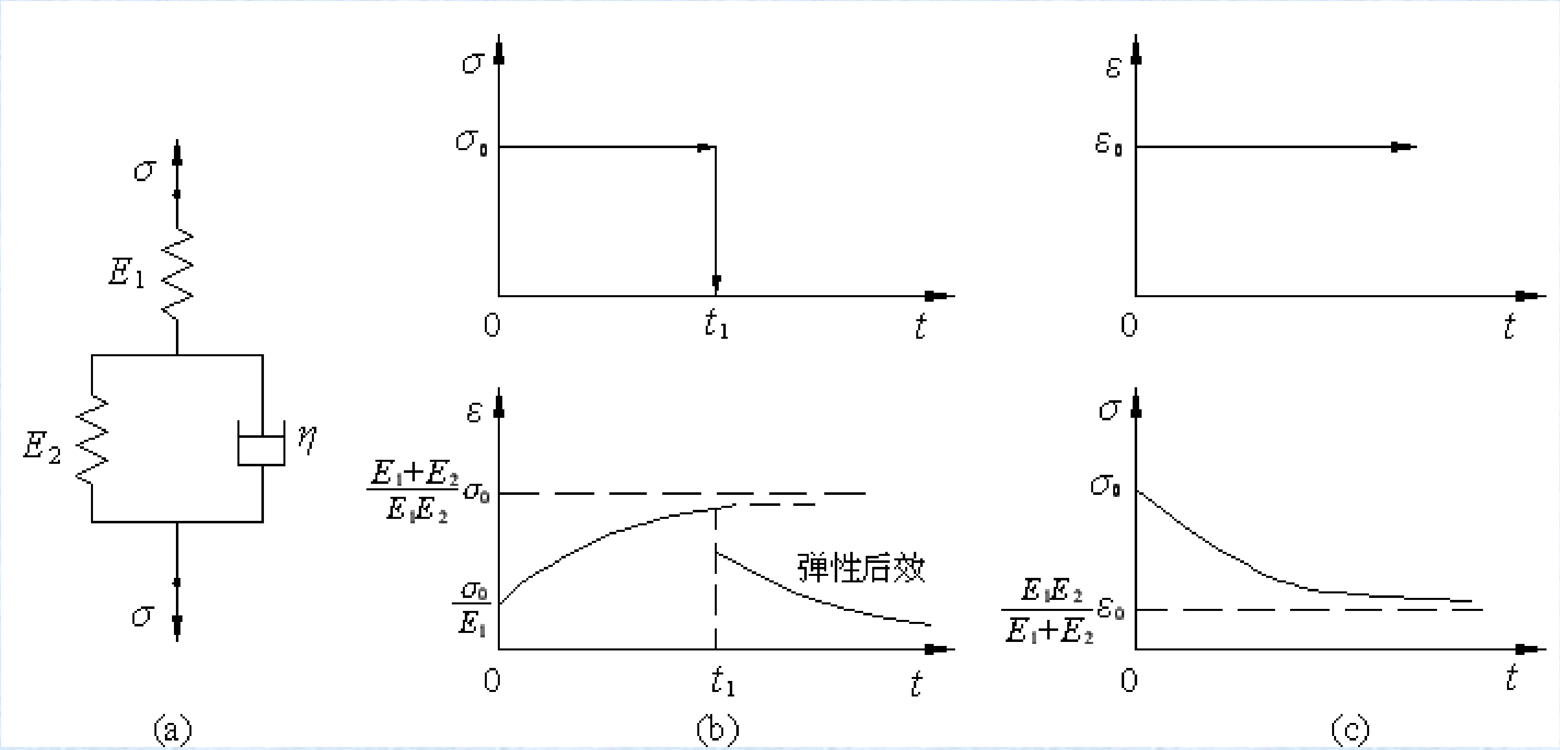
由一个弹簧和一个阻尼器相互**串联**组成

② Kelvin-Voigt模型(粘弹性模型)



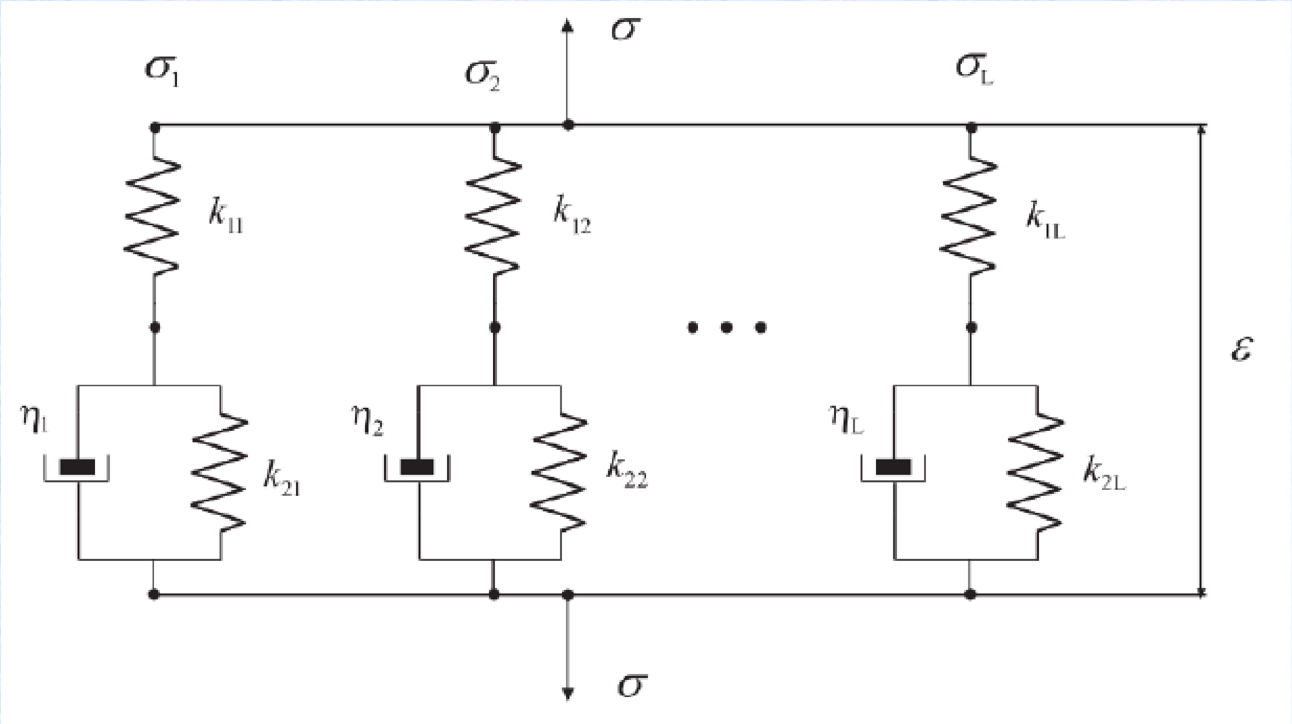
由一个弹簧和一个阻尼器相互**并联**组成

③ Zener力学模型（又称标准线性粘弹性模型）



由一个弹簧和一个Kelvin-voigt模型相互串联组成

④ 广义Zener体力学模型



由n个Zener元件并联组成

地下介质

粘弹性

各向异性

双相性

油气储层

地震波衰减特征

孔隙流体起到决定性作用

- 孔隙介质理论（双相介质）

同时考虑固体骨架和孔隙中的流体流动

对孔隙中的流体更加敏感

- 经过多年的研究，孔隙介质理论发展为一个系统理论

Gassmann理论

Biot理论

squirt喷流理论

BISQ理论

Pride双重孔隙介质理论（声电效应）

介观尺度理论 （大于微观尺度小于宏观尺度）

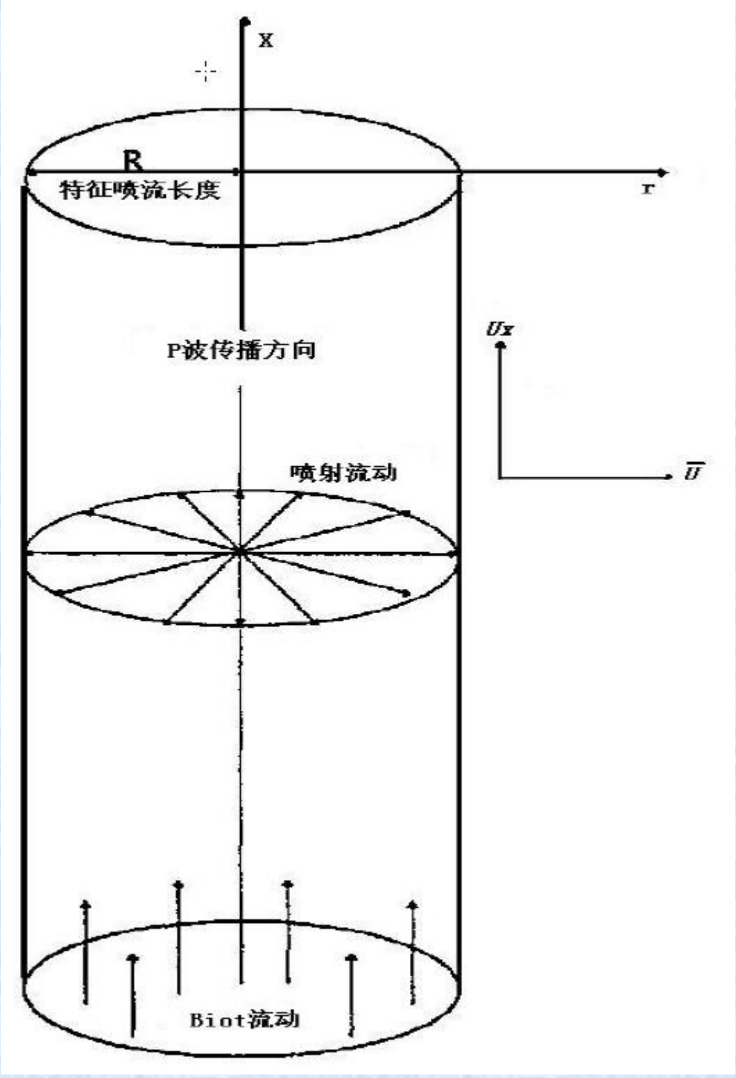
孔隙介质理论

双相介质流体流动模型

二、基于Biot流动和Squirt喷射流动模型的吸收机制

BISQ (Biot and Squirt)

有关地层对地震波的吸收机制，近期的研究成果认为主要是由于岩石中空隙的流体相对于固体骨架的流动（包括总体的流动【Biot流动】和喷流【Squirt喷流】，特别是喷流）而引起的。固体颗粒的内摩擦引起的吸收则很小



三、粘弹介质的本构方程（物理方程）

$$\sigma_x=\lambda\theta_t+2\mu\varepsilon_x+\boxed{\lambda'\frac{\partial\theta_t}{\partial t}+2\mu'\frac{\partial\varepsilon_x}{\partial t}}$$

$$\sigma_y=\lambda\theta_t+2\mu\varepsilon_y+\boxed{\lambda'\frac{\partial\theta_t}{\partial t}+2\mu'\frac{\partial\varepsilon_y}{\partial t}}$$

$$\sigma_z=\lambda\theta_t+2\mu\varepsilon_z+\boxed{\lambda'\frac{\partial\theta_t}{\partial t}+2\mu'\frac{\partial\varepsilon_z}{\partial t}}$$

$$\tau_{xy}=\mu\gamma_{xy}+\boxed{\mu'\frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial t}}$$

$$\tau_{yz}=\mu\gamma_{yz}+\boxed{\mu'\frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial t}}$$

$$\tau_{zx}=\mu\gamma_{zx}+\boxed{\mu'\frac{\partial\gamma_{zx}}{\partial t}}$$

(4-1)

$$\lambda'=-\frac{2}{3}\eta$$

$$\mu'=\eta$$

η: 粘滞系数

流体的粘滞系数又称为内摩擦系数或粘度。是描述流体内摩擦力性质的一个重要物理量。它表征流体反抗形变的能力，只有在流体内存在相对运动时才表现出来。

粘滞系数国际单位是Pa.S（帕秒）

上地壳的粘度为：$0.5 \times 10^{21} \sim 3 \times 10^{21}$ Pa.S

中国中地壳等效粘滞系数一般在：$10^{21} \sim 10^{24}$ Pa.S

中国下地壳等效粘滞系数一般在：$10^{21} \sim 10^{22}$ Pa.S

液体	温度/℃	η /pa. s
汽油	0	0. 001788
汽油	18	0. 00053
甲醇	0	0. 000817
甲醇	20	0. 000584
乙醇	-20	0. 00278
乙醇	0	0. 00178
乙醇	20	0. 00119
变压器油	20	0. 0198
蓖麻油	10	2. 42
葵花籽油	20	0. 05
乙醚	0	0. 000296
乙醚	20	0. 000243

液体	温度/℃	η /pa. s
甘油	-20	134
甘油	0	121
甘油	20	1. 499
甘油	100	0. 001245
蜂蜜	20	6. 5
蜂蜜	80	0. 1
鱼肝油	20	0. 0456
鱼肝油	80	0. 0046
水银	-20	0. 001855
水银	0	0. 001685
水银	20	0. 001544
水银	100	0. 001224

物理方程（本构方程）

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x &= \lambda\theta_t + 2u\varepsilon_x \quad ,\tau_{yz} = \mu\gamma_{yz}\\ \sigma_y &= \lambda\theta_t + 2u\varepsilon_y \,,\tau_{zx} = \mu\gamma_{zx}\\ \sigma_z &= \lambda\theta_t + 2u\varepsilon_z \quad ,\tau_{xy} = \mu\gamma_{xy}\end{aligned}\right\}$$ 弹性介质

几何方程

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \quad ,r_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \quad ,r_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \quad ,r_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\end{aligned}\right\}$$

运动微分方程——波动方程

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}+\rho X=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\\
\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}+\rho Y=\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\\
\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}+\rho Z=\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}
\end{aligned}\right\}$$

物理方程（本构方程）

粘弹介质

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_x &= \lambda\theta_t + 2u\varepsilon_x + \lambda'\frac{\partial\theta_t}{\partial t} + 2u'\frac{\partial\varepsilon_x}{\partial t},\\
\sigma_y &= \lambda\theta_t + 2u\varepsilon_y + \lambda'\frac{\partial\theta_t}{\partial t} + 2u'\frac{\partial\varepsilon_y}{\partial t},\\
\sigma_z &= \lambda\theta_t + 2u\varepsilon_z + \lambda'\frac{\partial\theta_t}{\partial t} + 2u'\frac{\partial\varepsilon_z}{\partial t},\\
\tau_{yz} &= \mu\gamma_{yz} + u'\frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial t}\\
\tau_{zx} &= \mu\gamma_{zx} + u'\frac{\partial\gamma_{zx}}{\partial t}\\
\tau_{xy} &= \mu\gamma_{xy} + u'\frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial t}\\
\lambda' &= -\frac{2}{3}\eta, u' = \eta\\
&\eta: \text{粘滞系数}
\end{aligned}\right\}$$

弹性介质

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \lambda\theta_t + 2u\varepsilon_x\\
\sigma_y &= \lambda\theta_t + 2u\varepsilon_y\\
\sigma_z &= \lambda\theta_t + 2u\varepsilon_z\\
\tau_{yz} &= \mu\gamma_{yz}\\
\tau_{zx} &= \mu\gamma_{zx}\\
\tau_{xy} &= \mu\gamma_{xy}
\end{aligned}$$

其中 $\lambda'=-\frac{2}{3}\eta;\quad \mu'=\eta;\quad \eta$为粘滞系数 。

四、粘弹介质中的波动方程

将上述应力与应变关系及几何方程代入应力微分方程，可以得到位移表示的波动方程

(4-2) $$(\lambda+\mu)\nabla\theta_t+\mu\nabla^2\vec{U}+\frac{1}{3}\eta\nabla\frac{\partial\theta_t}{\partial t}+\eta\nabla^2\frac{\partial\vec{U}}{\partial t}=\rho\frac{\partial^2\vec{U}}{\partial t^2}$$

$$\begin{cases}\nabla=\vec{i}\frac{\partial}{\partial x}+\vec{j}\frac{\partial}{\partial y}+\vec{k}\frac{\partial}{\partial z};\ \text{哈密顿算子} \\ \nabla^2=\nabla\bullet\nabla=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2};\ \text{拉普拉斯算子} \\ \theta_t=\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z;\ \text{体积应变}\end{cases}$$

那勃乐（Nabla）

实际中经常观测和研究纵波或横波，其相应的波动方程分别为：

对4-2求散度得： $\frac{\partial^2\theta_t}{\partial t^2} - V_p^2\nabla^2\theta_t - \frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho}\nabla^2\frac{\partial\theta_t}{\partial t} = 0$ 纵波 （4-3）

对4-2求旋度得： $\frac{\partial^2\vec{w}}{\partial t^2} - V_s^2\nabla^2\vec{w} - \frac{\eta}{\rho}\nabla^2\frac{\partial\vec{w}}{\partial t} = 0$ 横波（4-4）

$$V_p^2 = \frac{\lambda+2\mu}{\rho};\quad V_s^2 = \frac{\mu}{\rho};\quad \vec{w} = \nabla\times\vec{U}$$

4.2 地层吸收机制

在地层中传播的地震波满足上述波动方程的基础之上，通过波动方程求解，并对所得解的物理意义进行分析，使可知地震波在实际地层中传播过程中的吸收现象。

一、用吸收系数表示吸收特性

为使问题讨论方便，数学处理简化，以平面简谐纵波为例，不失一般性，设任一平面简谐波波函数为：（位移位）

$$\varphi(x,t)=\varphi_0 e^{i(\omega t-Kx)} \qquad (4\text{-}5)$$

沿**x**方向一维传播

$$\theta_t=\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=-K^2\varphi \qquad (4\text{-}6)$$

$$\left(u=\frac{\partial\varphi}{\partial x};\quad \theta_t=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial r}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

将4−6代入4−3式中：

$$\frac{\partial^2\theta_t}{\partial t^2} - V_p^2\nabla^2\theta_t - \frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho}\nabla^2\frac{\partial\theta_t}{\partial t} = 0;...........(4-3)$$

$$\begin{cases} \nabla^2\theta_t = K^4\varphi \\ \dfrac{\partial^2\theta_t}{\partial t^2} = \omega^2K^2\varphi \\ \nabla^2\dfrac{\partial\theta_t}{\partial t} = i\omega K^4\varphi \end{cases}$$

$$\varphi(x, t) = \varphi_0 e^{i(\omega t - Kx)}$$

$$\theta_t = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = -K^2\varphi$$

可以得： $$\rho\omega^2 = (\lambda + 2\mu)K^2 + i\frac{4}{3}\eta\omega K^2$$

即， $$K^2 = \frac{\rho\omega^2}{(\lambda + 2\mu) + i\frac{4}{3}\eta\omega} \qquad (4\text{-}7)$$

K为复波数，经整理K可以写成 $\mathrm{K} = k\text{-}i\alpha$

将K代入原波函数中有

$$\varphi(x,t) = \varphi_0 e^{-\alpha x} e^{i(\omega t - kx)} \quad （4\text{-}8）$$

$A = \varphi_0 e^{-\alpha x}$ 表示波的振幅，令：$\eta' = \frac{4}{3}\eta$

$$k = \left[\frac{\rho^2\omega^4}{(\lambda+2\mu)^2 + \eta'^2\omega^2}\right]^{1/4} \cdot \left[\cos\left(\frac{1}{2} tg^{-1}\frac{\eta'\omega}{\lambda+2\mu}\right)\right] \quad （4\text{-}9）$$

$$\alpha = \left[\frac{\rho^2\omega^4}{(\lambda+2\mu)^2 + \eta'^2\omega^2}\right]^{1/4} \cdot \left[\sin\left(\frac{1}{2} tg^{-1}\frac{\eta'\omega}{\lambda+2\mu}\right)\right] \quad （4\text{-}10）$$

$V = \lambda f$　　$k = \frac{2\pi}{\lambda}$(圆波数）　　$\omega = 2\pi f$(圆频率）

波的传播速度

$$V=\frac{\omega}{k}=\frac{1}{\left[\dfrac{\rho^2}{(\lambda+2\mu)^2+\eta'^2\omega^2}\right]^{1/4}\cos\left(\dfrac{1}{2}tg^{-1}\dfrac{\eta'\omega}{\lambda+2\mu}\right)} \quad (4\text{-}11)$$

当波的频率较低时 $\eta'\omega \ll \lambda+2\mu$ 则（如地震频谱）

$$\alpha\approx\frac{1}{2}\frac{\eta'\omega^2\rho^{\frac{1}{2}}}{(\lambda+2\mu)^{3/2}} \quad (4\text{-}12)$$

$$v\approx v_p=\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}} \quad (4\text{-}13)$$

当波的频率很高时 $\eta'\omega \gg \lambda+2\mu$ 得（如超声波）

$$\alpha\approx\left(\frac{\rho\omega}{2\eta'}\right)^{1/2} \qquad v\approx\left(\frac{2\eta'\omega}{\rho}\right)^{1/2}$$

物理意义：

1、在此介质模型下，地震波在实际介质中传播，振幅呈指数规律衰减，传播距离固定，衰减的大小取决于 α 值, α 称为吸收系数。

2、 α 与介质性质和频率有关，一定介质高频 α 大，衰减快，因此高频吸收快，低频吸收慢，大地呈现低通滤波作用（这种作用称为**大地滤波作用**）。

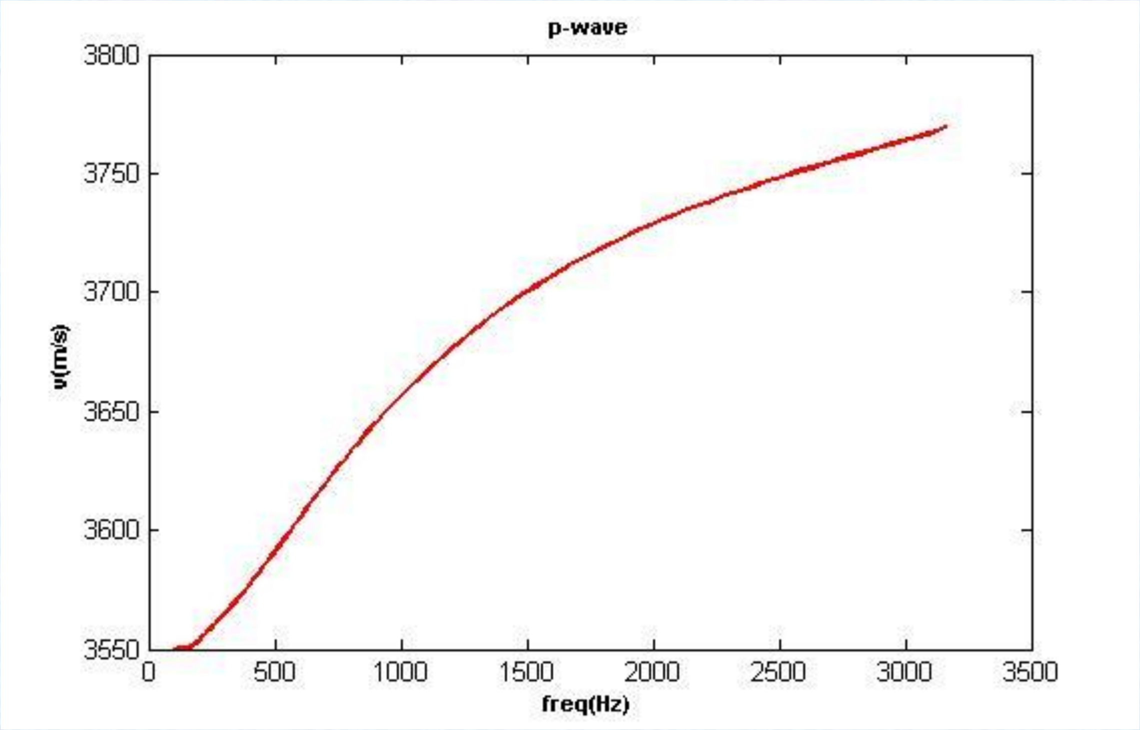
3、粘弹性介质中的波数是复波数，从实部 k 可以得到速度信息，从虚部 a 可得到地震波的衰减特征。

$$A = \varphi_0 e^{-\alpha x}$$

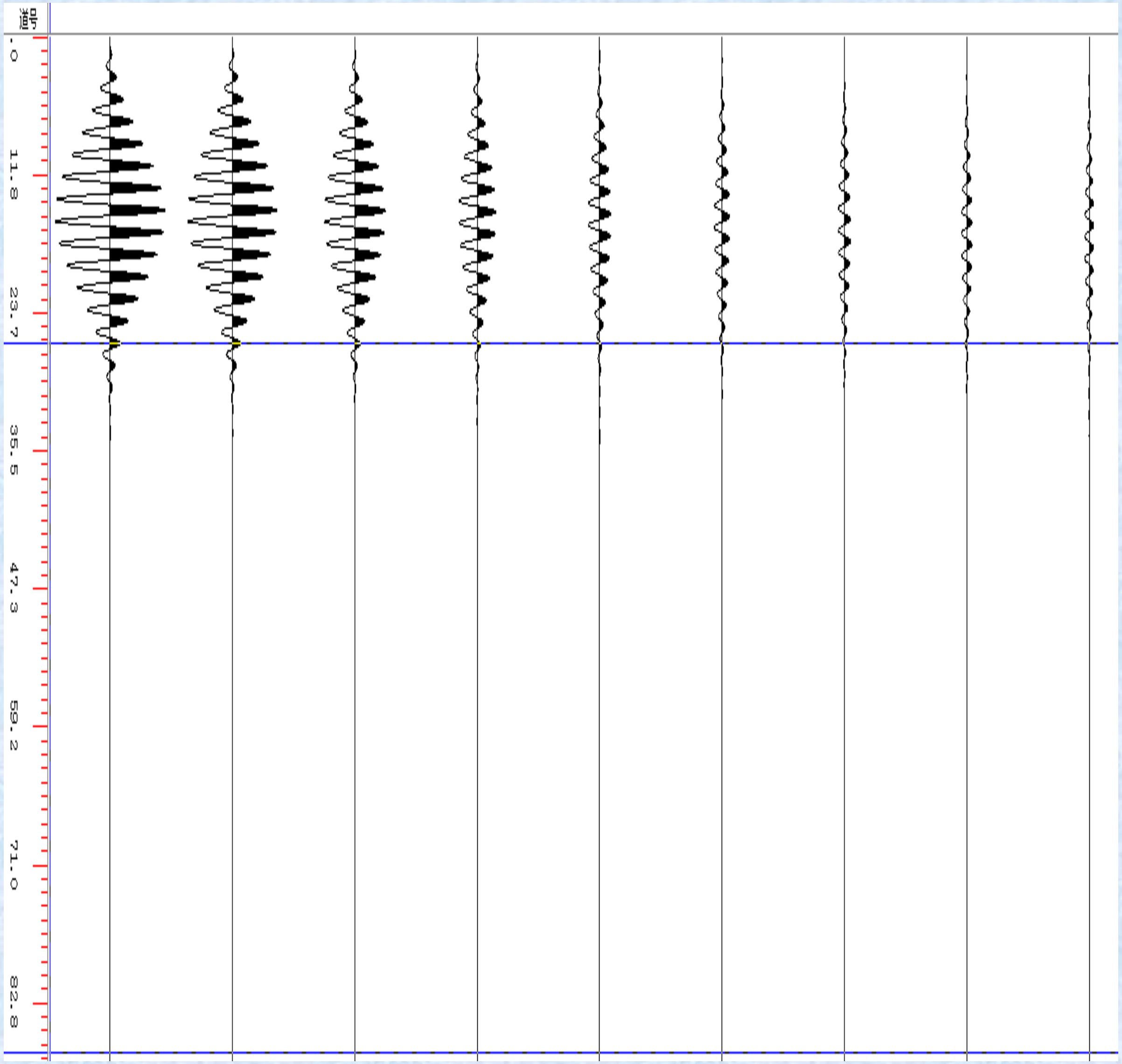
$$\alpha \approx \frac{1}{2}\frac{\eta'\omega^2\rho^{\frac{1}{2}}}{(\lambda+2\mu)^{3/2}}$$ 频率较低时

$$\alpha \approx \left(\frac{\rho\omega}{2\eta'}\right)^{1/2}$$ 频率较高时

地震波速度随频率的变化



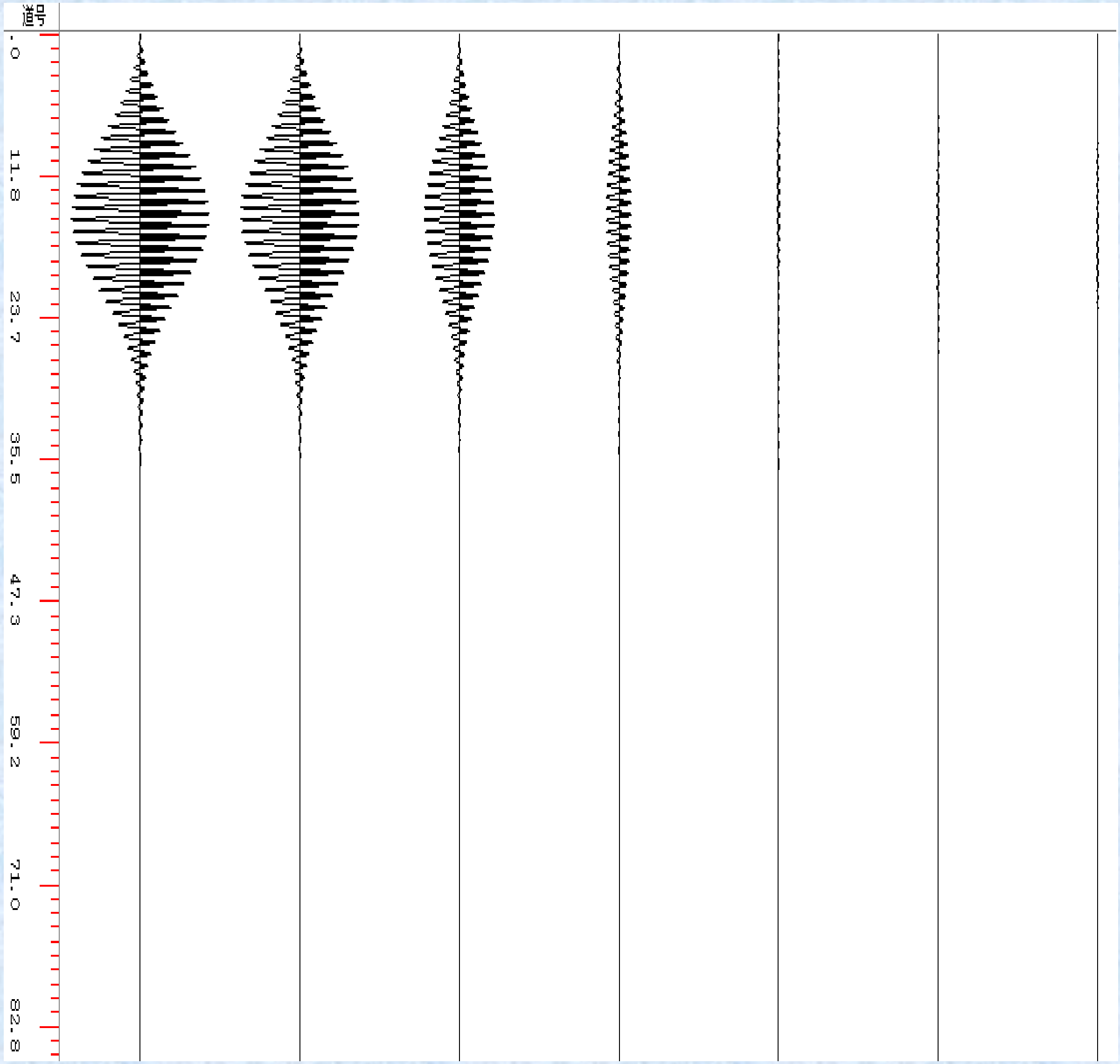
地震波传播衰减模拟



500Hz

道间距0.5m

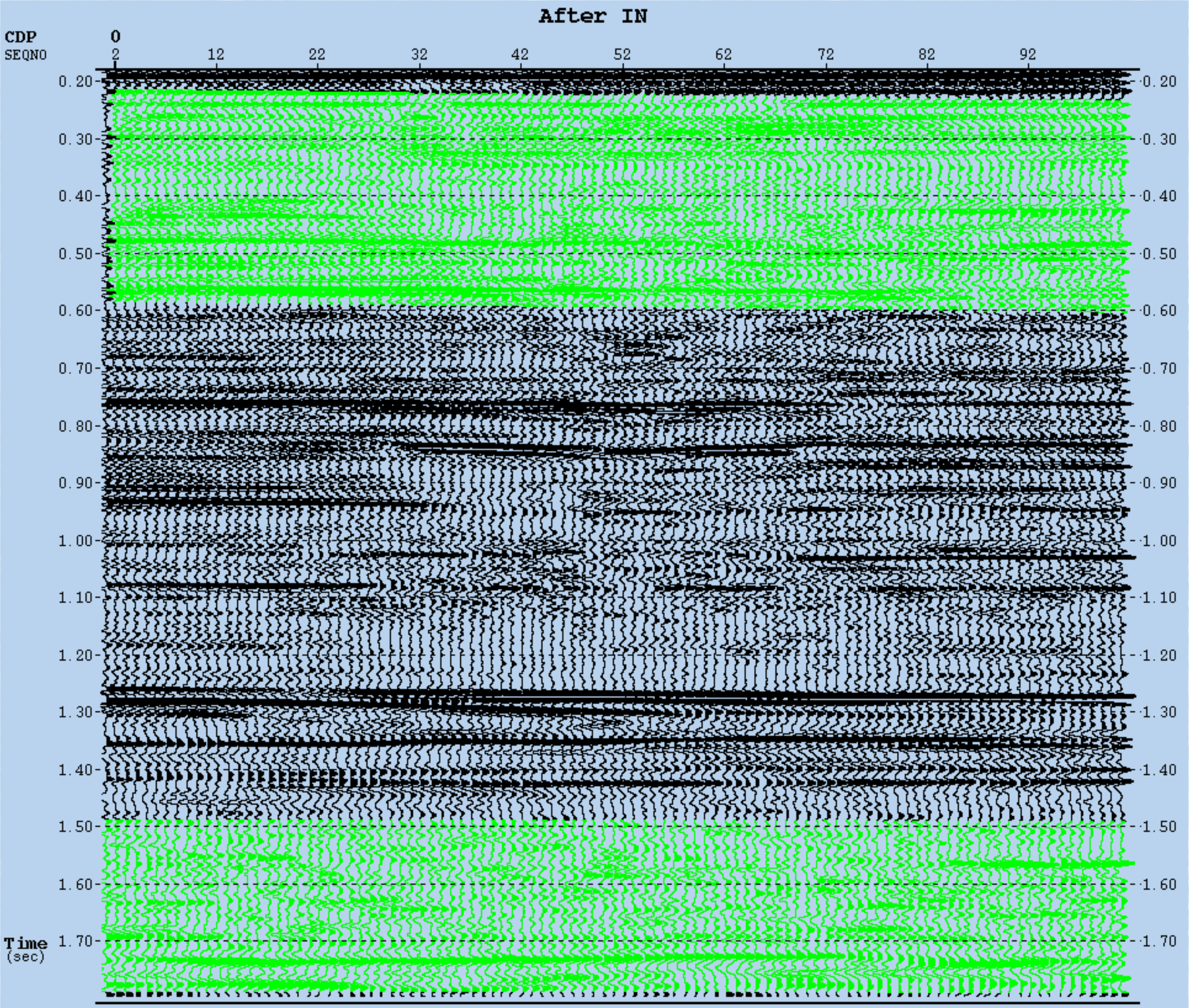
地震波传播衰减模拟



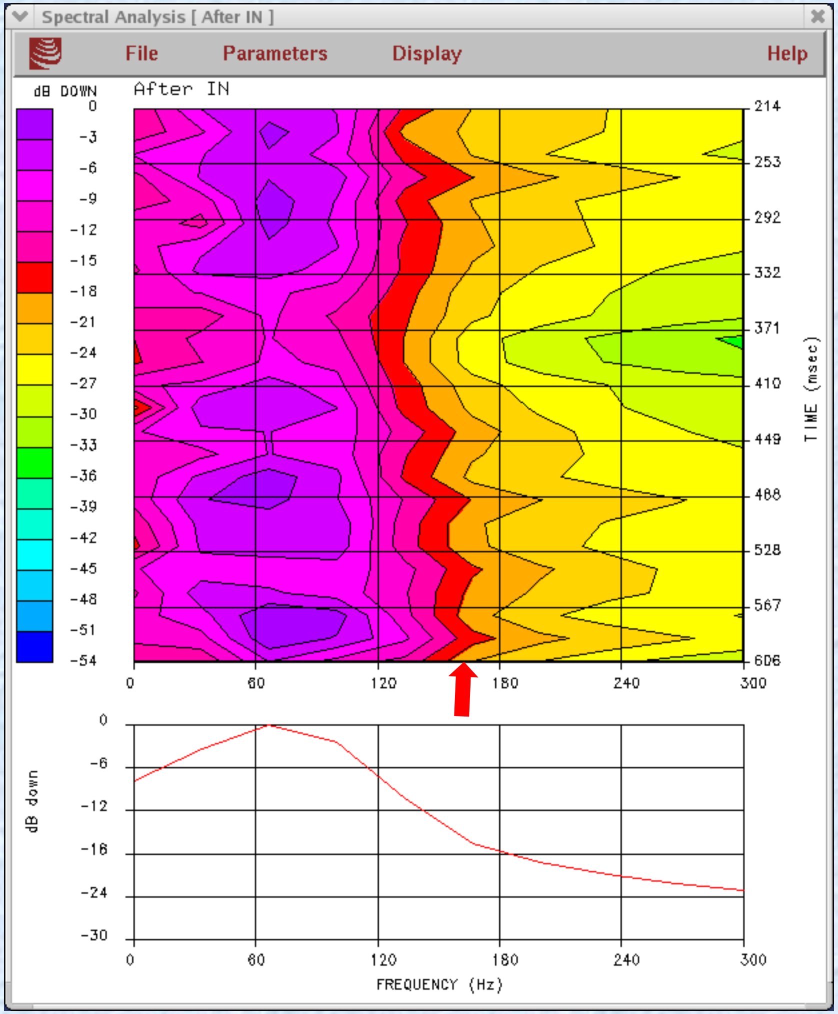
1000Hz

道间距0.5m

浅层反射波

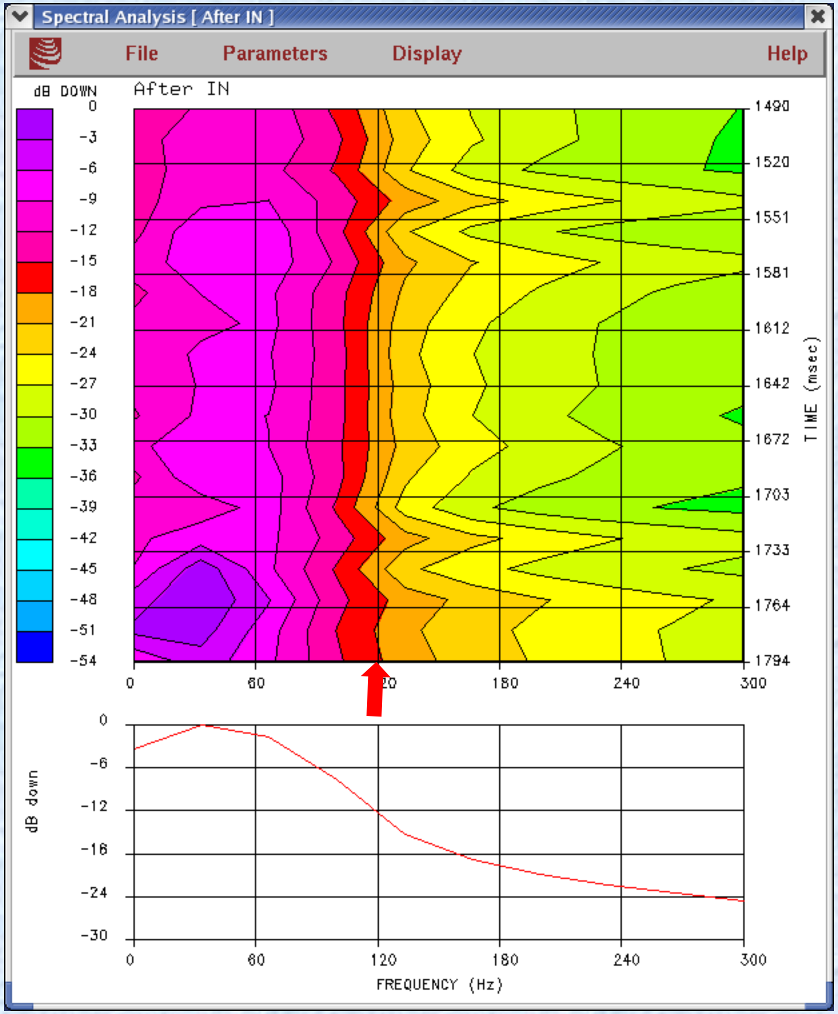

After IN
CDP
SEQNO
0
2
12
22
32
42
52
62
72
82
92
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
1.00
1.10
1.20
1.30
1.40
1.50
1.60
1.70
Time
(sec)

深层反射波


Spectral Analysis [After IN]
File
Parameters
Display
Help
dB DOWN
After IN
0
-3
-6
-9
-12
-15
-18
-21
-24
-27
-30
-33
-36
-39
-42
-45
-48
-51
-54
214
253
292
332
371
410
449
488
528
567
606
TIME (msec)
0
60
120
180
240
300
dB down
0
-6
-12
-18
-24
-30
FREQUENCY (Hz)

浅层反射波频谱

深层反射，
波传播的距离
更远，地层对
其吸收越严重



深层反射波频谱

二、用品质因子Q表示的吸收特性

介质的品质因子Q值也可用来描述地层的吸收特性，地震勘探中经常利用Q值的大小来区分岩性。

Q值定义为：在一个周期内（或一个波长距离内）振动所损耗的能量与总能量之比的倒数。

$$\frac{1}{Q}=\frac{\Delta E/E}{2\pi};\qquad \frac{2\pi}{Q}=\frac{\Delta E}{E}$$

E：波传播到某一距离r处的能量

△E：波又传播了一个波长后所损耗的能量

根据公式： $\varphi(x,t)=\varphi_0 e^{-\alpha x} e^{i(\omega t-kx)}$

$\because \quad A=A_0 e^{-\alpha x}$

$$\therefore \quad \frac{\triangle E}{E}=\frac{A_0^2-\left(A_0 e^{-\alpha\lambda}\right)^2}{A_0^2}=1-e^{-2\lambda\alpha} \qquad (\Delta x=\lambda)$$

$$\frac{\triangle E}{E}=\frac{2\pi}{Q}=1-e^{-2\lambda\alpha}$$

将 $e^{-2\lambda\alpha}$ 展成级数

$$e^{-2\lambda\alpha}=1-2\lambda\alpha-\frac{(2\lambda\alpha)^2}{2!}-\cdots$$

取第一项

$$e^{-2\lambda\alpha}=1-2\lambda\alpha$$

$$\therefore \frac{2\pi}{Q}=\frac{\vartriangle E}{E}=1-(1-2\lambda\alpha)=2\lambda\alpha$$

$$\therefore Q=\frac{\pi}{\lambda\alpha}$$

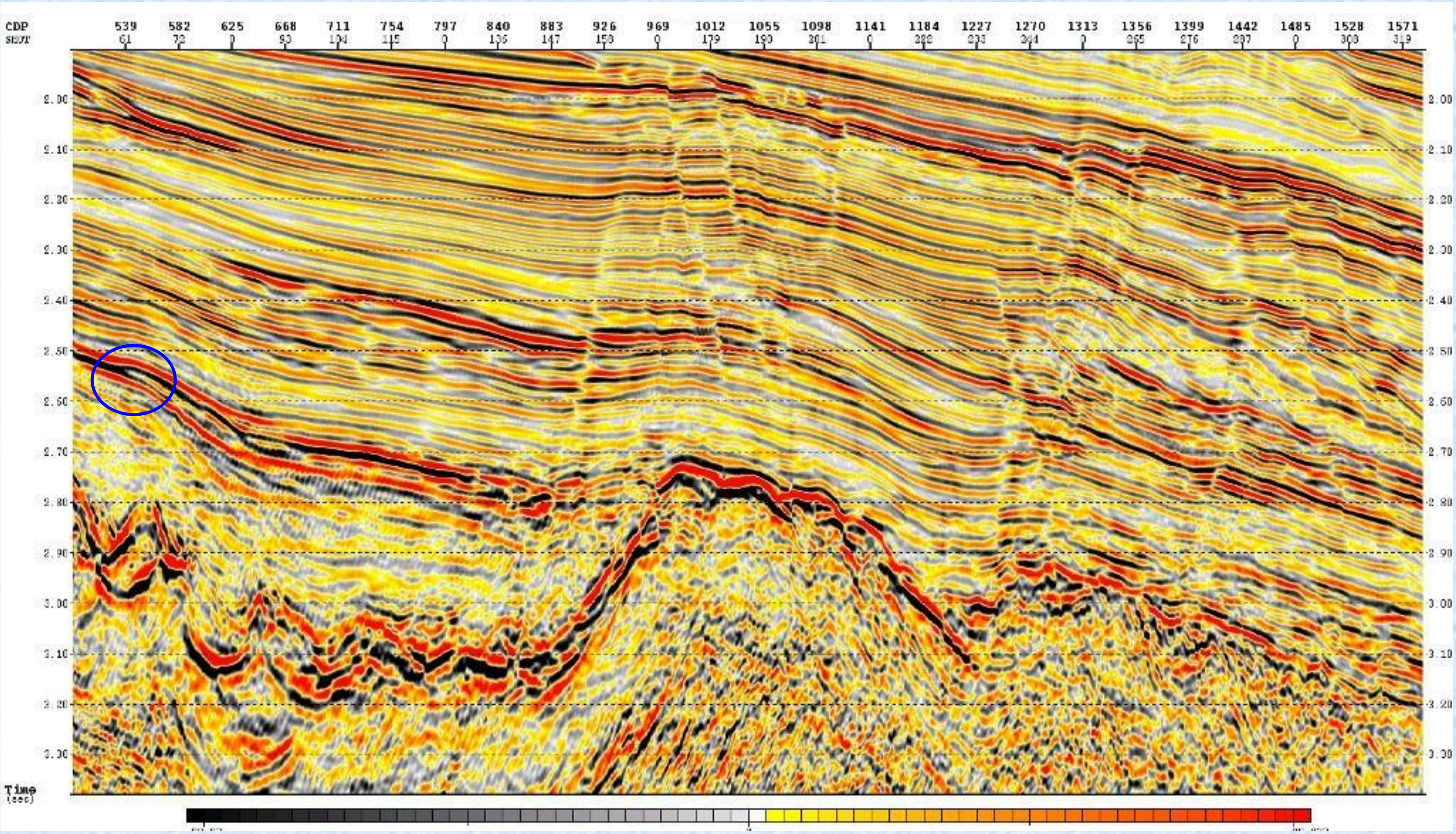
$$\because \lambda=TV=\frac{V}{f}$$

$$\therefore Q=\frac{\pi f}{V\alpha} \qquad \alpha=\frac{\pi f}{QV}$$

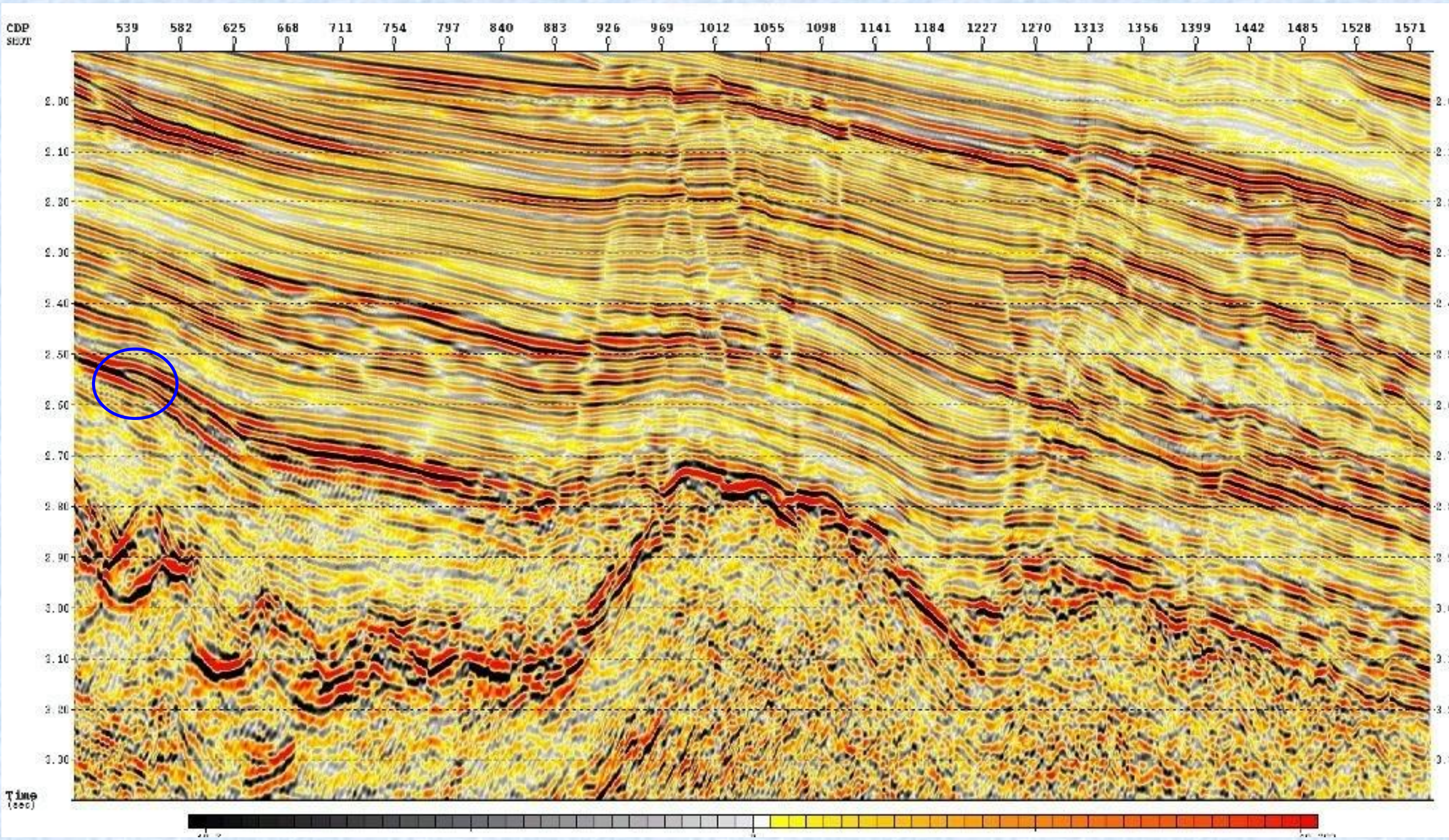
可见，品质因子Q值与地层的吸收系数成反比，Q值越小，表明地层对波的吸收越严重，Q值越大，吸收越小。

常见岩石的Q值范围

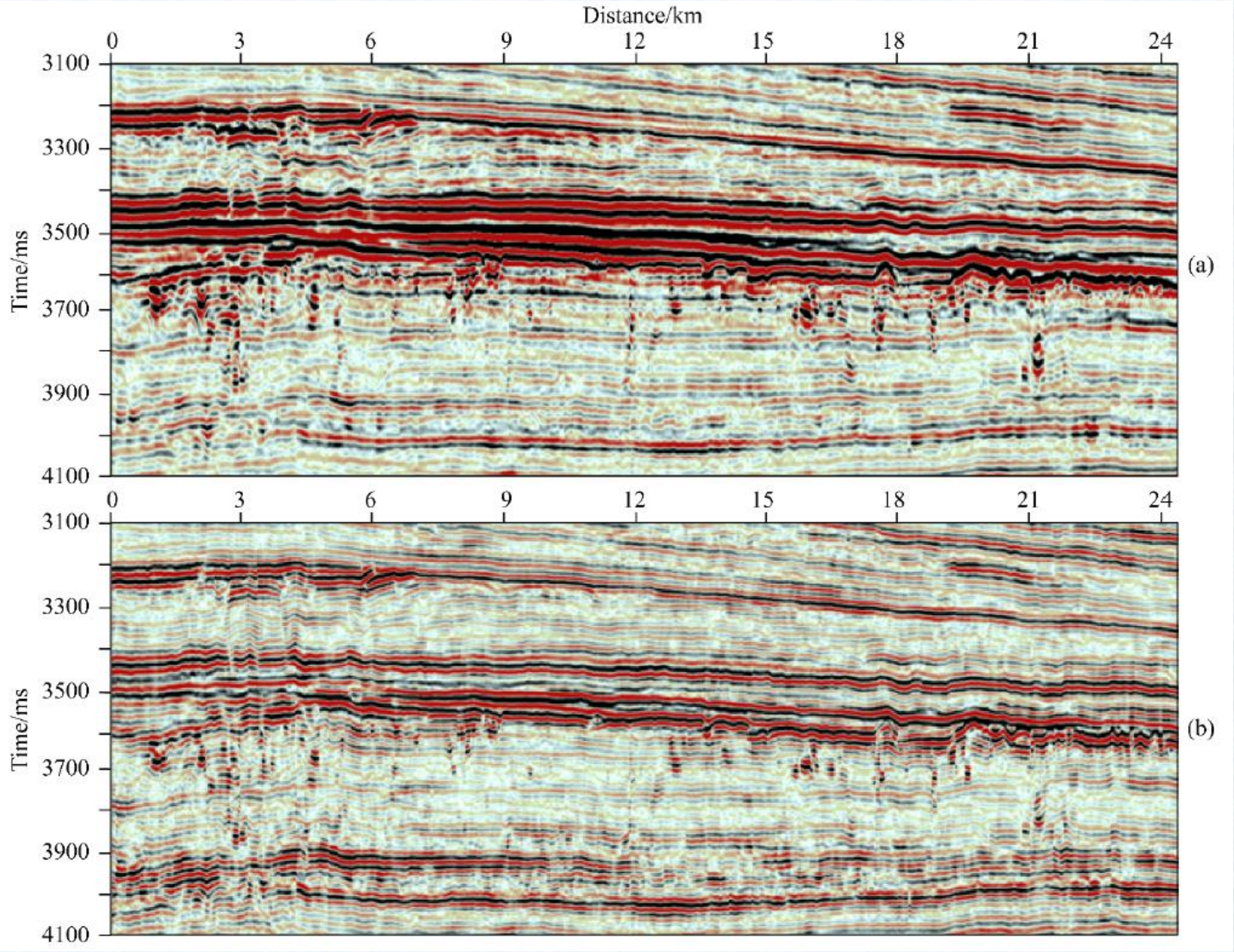
	Q	$\alpha\lambda$
火成岩：	$75\sim150$	$0.04\sim0.02$
沉积岩：	$20\sim150$	$0.16\sim0.02$
孔隙中充填气体的岩石：	$5\sim50$	$0.63\sim0.06$



地层吸收补偿前

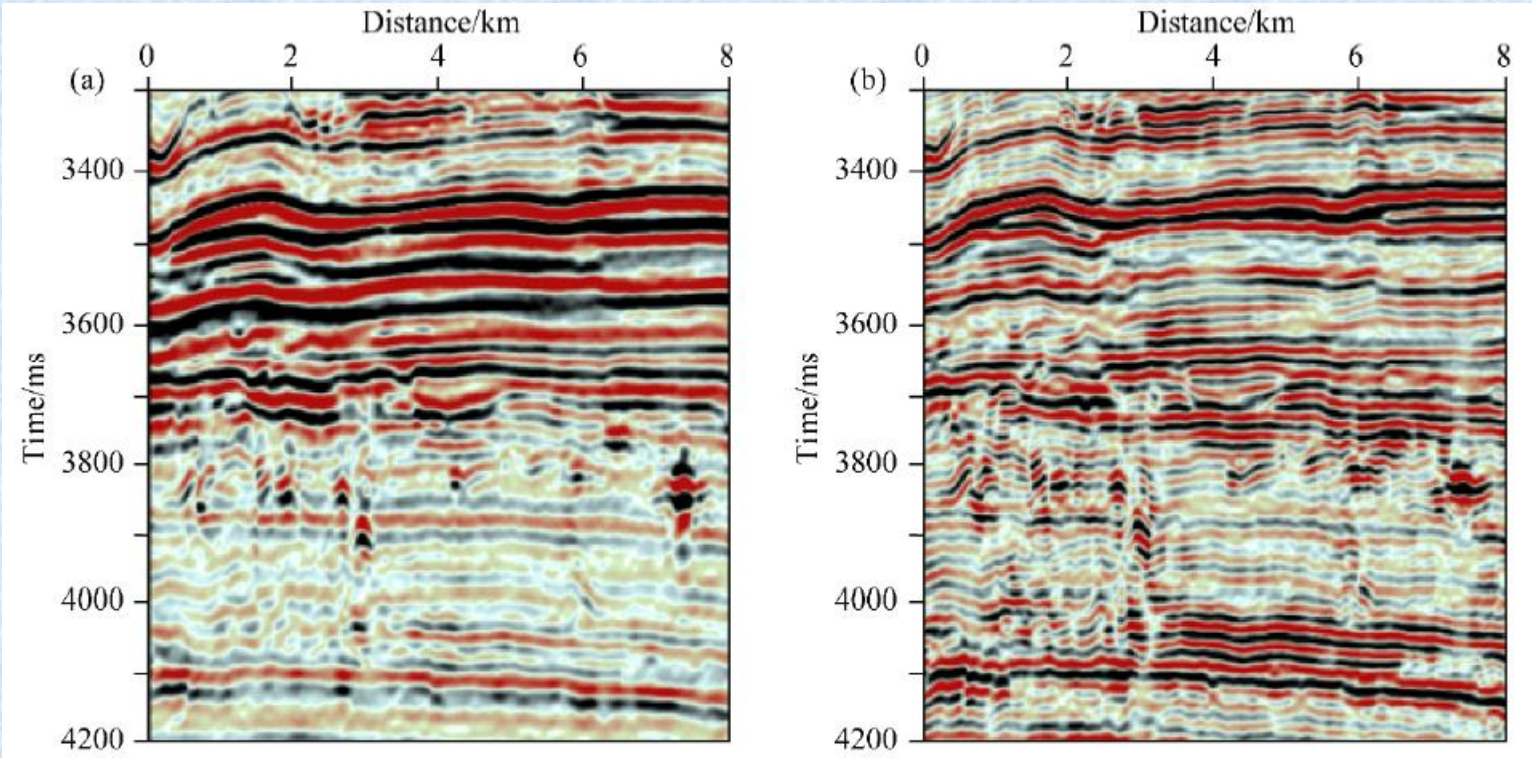


地层吸收补偿后（反Q滤波）



反Q滤波前（上），反Q滤波后（下）

Zhou Y(2018)

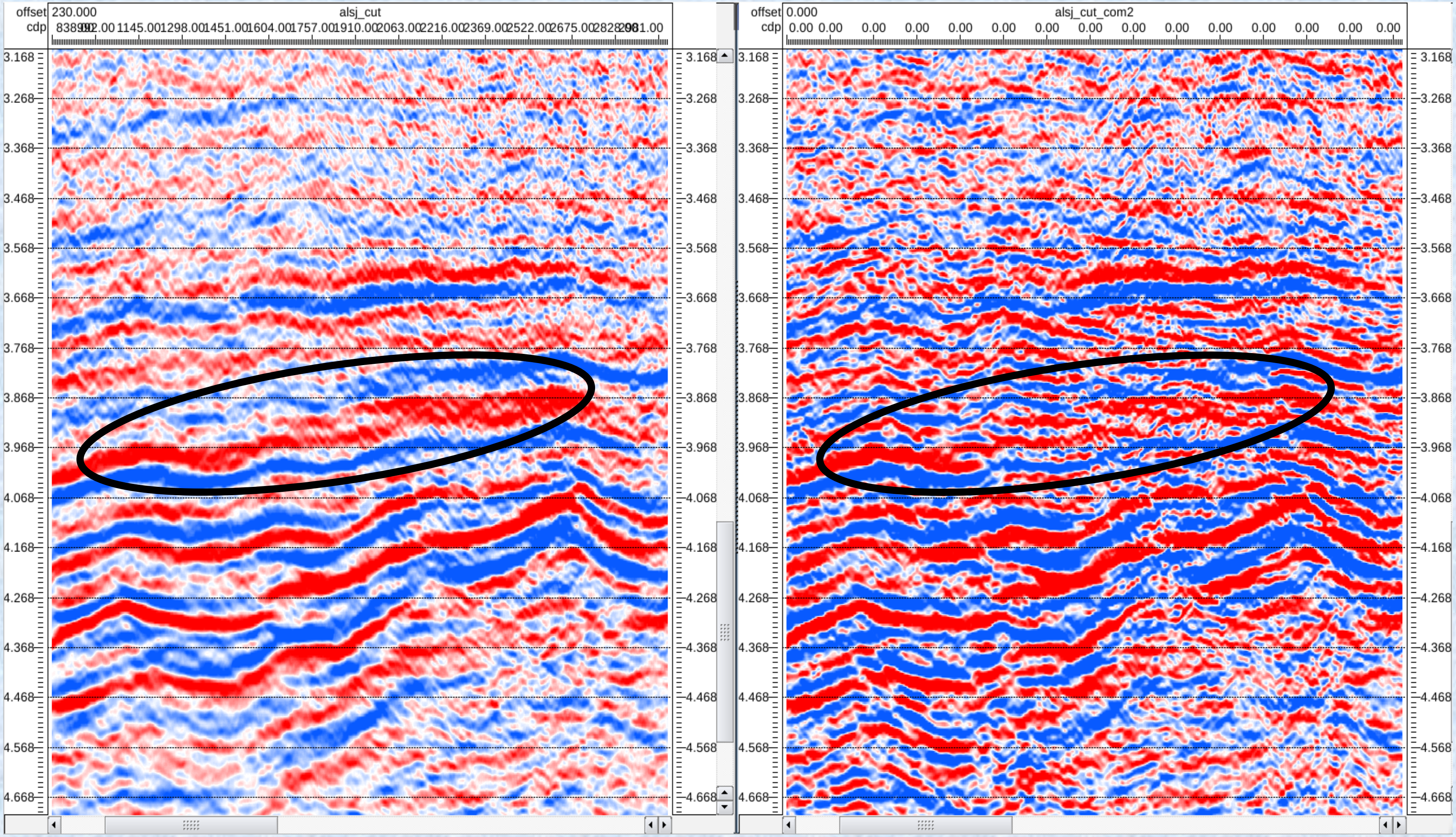


反Q滤波前

反Q滤波后

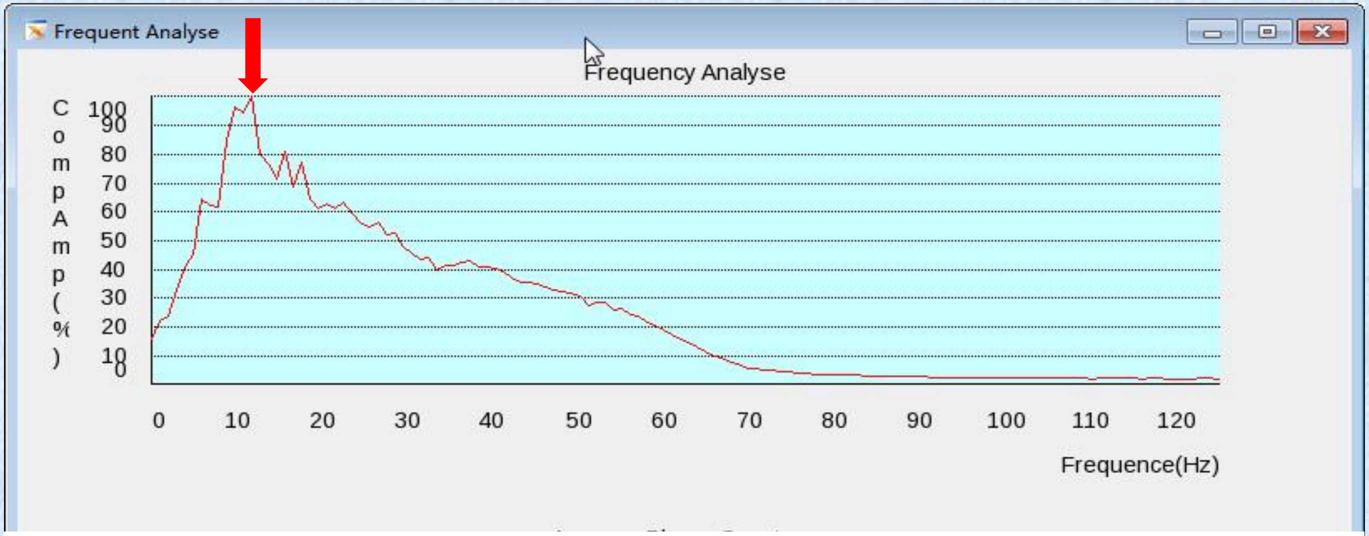
Zhou Y(2018)

稀疏变换多尺度域分频地层吸收补偿



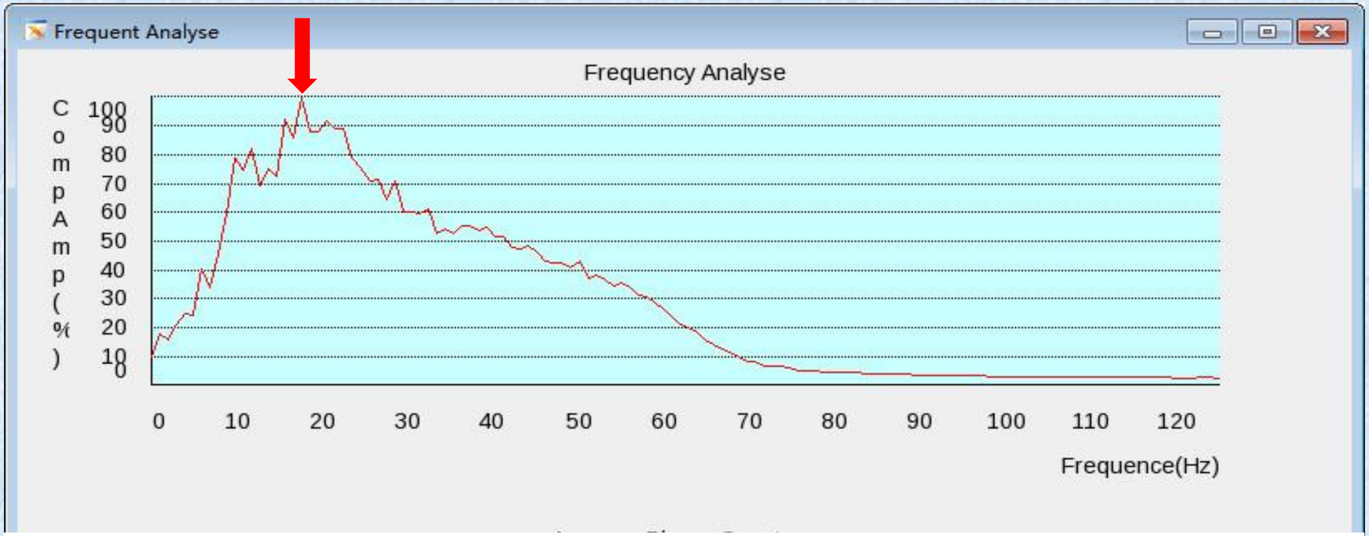
补偿前　　**基于频谱的补偿**　　补偿后

稀疏变换多尺度域分频地层吸收补偿



补偿前的频谱

稀疏变换多尺度域分频地层吸收补偿



补偿后的频谱