练习题

1 设$z = xyf\left(\frac{y}{x}\right)$, 其中$f(u)$可导, 求$xz'_x + yz'_y$.

2 设$z=f(2x-y, y\sin x)$, 其中函数$f(u, v)$具有连续的二阶偏导数, 求z''_{xy}.

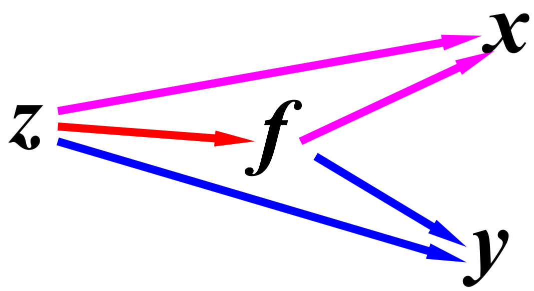
3 求平面$\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=1$和柱面$x^2+y^2=1$的交线上与$xoy$平面距离最短的点.

4 计算二重积分 $I=\iint\limits_D e^{-\sqrt{x^2+y^2}}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,

其中区域是 $D=\{(x, y)\mid x^2+y^2\le 1\}$.

5 求曲面$z=1+x+y$, $z=0$, $x+y=1$, $x=0$, $y=0$所围成的立体的体积.

练习题1 设 $z = xyf(\frac{y}{x})$,其中 $f(u)$ 可导, 求 $xz'_x + yz'_y$.



解

$$\frac{\partial z}{\partial x} = yf(\frac{y}{x}) + xyf'(\frac{y}{x}) \cdot (-\frac{y}{x^2})$$

$$= yf(\frac{y}{x}) - \frac{y^2}{x} f'(\frac{y}{x})$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = xf(\frac{y}{x}) + xyf'(\frac{y}{x}) \cdot \frac{1}{x}$$

$$= xf(\frac{y}{x}) + yf'(\frac{y}{x})$$

故

$$xz'_x + yz'_y = xyf(\frac{y}{x}) - y^2 f'(\frac{y}{x}) + xyf(\frac{y}{x}) + y^2 f'(\frac{y}{x})$$

$$= 2xyf(\frac{y}{x})$$

练习题2 设$z=f(2x-y, y\sin x)$，其中函数$f(u,v)$具有连续的二阶偏导数，求z''_{xy}.

解 $z'_x=f'_u\cdot 2+f'_v\cdot y\cos x$，

$$z''_{xy}=2(f'_u)'_y+\cos x\,(y\cdot f'_v)'_y$$

$$=2\,[f''_{uu}\cdot(-1)+f''_{uv}\cdot\sin x\,]+\cos x\cdot f'_v$$

$$+y\cos x[\,f''_{vu}\cdot(-1)+f''_{vv}\cdot\sin x\,]$$

$$=-2f''_{uu}+(2\sin x-y\cos x)f''_{uv}+y\sin x\cos x\,f''_{vv}$$

$$+\cos x\cdot f'_v$$

练习题3 求平面 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{5}=1$ 和柱面 $x^2+y^2=1$ 的交线上与 xoy 平面距离最短的点.

解 设 (x, y, z) 为交线上任意一点, 则

则点 (x, y, z) 到平面 xoy 的距离为 $|z|$,

令 $F(x, y, z)= z^2+\alpha\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{5}-1\right)+\beta(x^2+y^2-1)$,

解联立方程组:

$$\left.\begin{aligned} F'_x(x,y,z) &= \frac{\alpha}{3}+2\beta x=0 \\ F'_y(x,y,z) &= \frac{\alpha}{4}+2\beta y=0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow y=\frac{3x}{4}, \qquad y_1=\frac{3}{5},\quad y_2=-\frac{3}{5},$$

$$F'_z(x,y,z)= 2z+\frac{\alpha}{5}=0$$

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=1 \qquad \Rightarrow z_1=\frac{35}{12},\quad z_2=\frac{85}{12}.$$

$$x^2+y^2-1=0 \qquad \Rightarrow x_1=\frac{4}{5},\quad x_2=-\frac{4}{5},$$

练习题3 求平面 $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=1$ 和柱面$x^2+y^2=1$的交线上与xoy平面距离最短的点.

解

$$x_1=\frac{4}{5},\qquad y_1=\frac{3}{5},\qquad z_1=\frac{35}{12},$$

$$x_2=-\frac{4}{5},\qquad y_2=-\frac{3}{5},\qquad z_2=\frac{85}{12}.$$

由几何意义知交线上与xoy平面距离最短的点一定存在，故所求点为: $(\frac{4}{5},\frac{3}{5},\frac{35}{12})$.

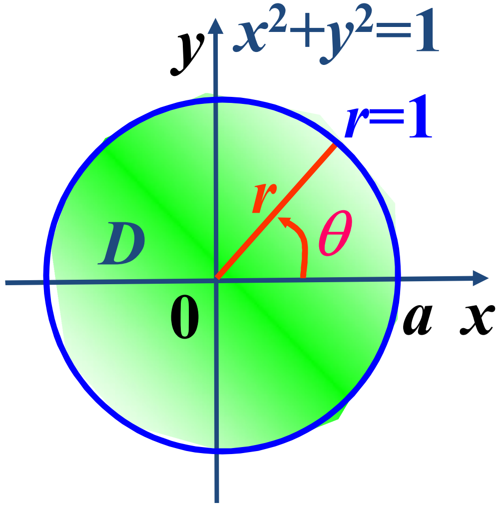
注: 交线上与xoy平面距离最长的点为:

$$(-\frac{4}{5},-\frac{3}{5},\frac{85}{12}).$$

练习题4 计算二重积分

$$I=\iint_D e^{-\sqrt{x^2+y^2}}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

其中区域是$D=\{(x,y)|\ x^2+y^2\le 1\}$.



解

$$I=\iint_D e^{-\sqrt{x^2+y^2}}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1 e^{-r}\cdot r\mathrm{d}r$$

$$=-2\pi\int_0^1 r\,\mathrm{d}(e^{-r})$$

$$=-2\pi[re^{-r}\big|_0^1-\int_0^1 e^{-r}\mathrm{d}r]$$

$$=-2\pi[e^{-1}+e^{-r}\big|_0^1]$$

$$=-2\pi(2e^{-1}+1).$$

练习题5 求曲面$z=1+x+y$, $z=0$, $x+y=1$, $x=0$, $y=0$所围成的立体的体积.

P_{368} 习题八(A) 31-- (1)

解 所围立体为以$z=1+x+y$ 为顶,

以区域 $D=\{(x,y)|x\ge 0, y\ge 0, x+y\le 1\}$为底的曲顶柱体.

$$V=\iint\limits_D (1+x+y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

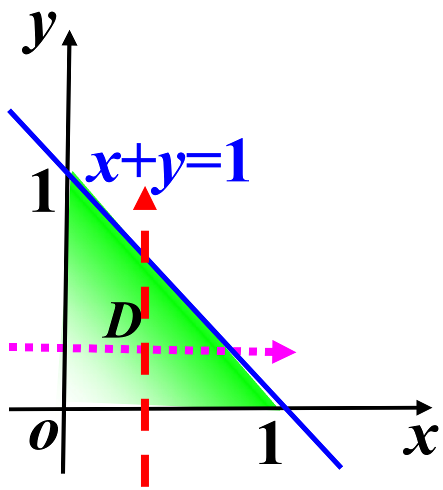
$$=\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^{1-x}(1+x+y)\,\mathrm{d}y$$

$$=\int_0^1 \left[(1+x)(1-x)+\frac{y^2}{2}\Big|_{y=0}^{1-x}\right]\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^1\left(\frac{3}{2}-x-\frac{x^2}{2}\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{3}{2}-\left(\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}\right)\Big|_0^1$$

$$=\frac{5}{6}.$$



习题八 (B)

1. 在球 $x^2+y^2+z^2-2z=0$ 内部的点是【 C 】

(A) $(0, 0, 2)$ (B) $(0, 0, -2)$

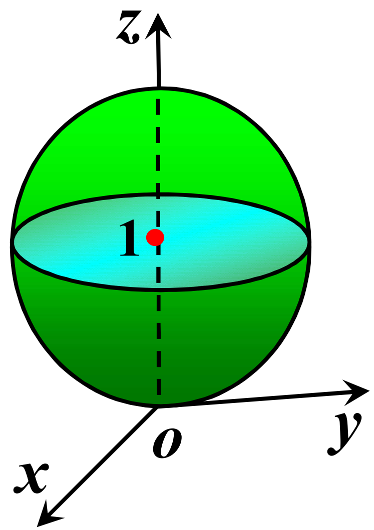
(C) $(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ (D) $(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$

解 原球面方程可化为 $x^2+y^2+(z-1)^2=1$，

是以$(0,0,1)$为球心, 以1为半径 的球面,

只有点$(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$在球的内部.

故选(C).



2. 点(1,–1,1)在下面的某个曲面上, 该曲面是【 **A** 】

(A) $x^2+y^2-2z=0$　　(B) $x^2-y^2=z$

(C) $x^2+y^2+2z=0$　　(D) $z=\ln(x^2+y^2)$

3. 点(1, 1, 1)关于xy平面对称的点是 【 **B** 】

(A) (–1, 1, 1)　　(B) (1, 1, –1)

(C) (–1, –1, –1)　　(D) (1, –1, 1)

4. 设函数 $z=f(x,y)=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$，则下列结论中不正确的是

【 D 】

(A) $f(1,\dfrac{y}{x})=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$　(B) $f(1,\dfrac{x}{y})=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$

(C) $f(\dfrac{1}{x},\dfrac{1}{y})=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$　(D) $f(x+y,x-y)=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$

解

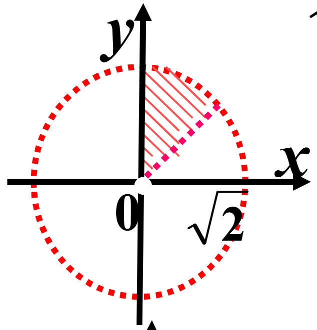
$$f(1,\frac{y}{x})=\frac{1\cdot\frac{y}{x}}{1^2+(\frac{y}{x})^2}=\frac{xy}{x^2+y^2}=f(1,\frac{x}{y})$$

$$f(\frac{1}{x},\frac{1}{y})=\frac{\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{y}}{(\frac{1}{x})^2+(\frac{1}{y})^2}=\frac{xy}{x^2+y^2}$$

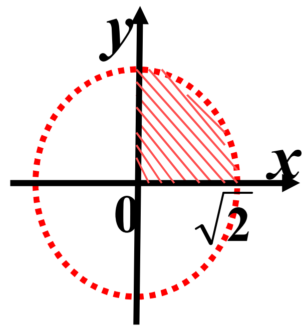
故选(D).

5. 函数 $z=\ln(y-x)+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{2-x^2-y^2}}$ 的定义域D的图形是【 **A** 】

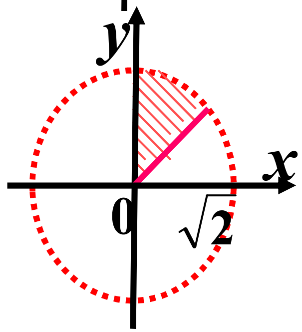
(A)



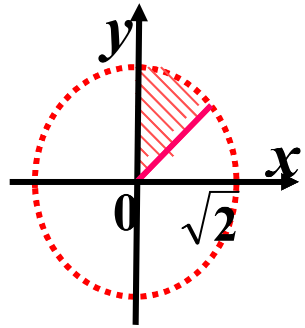
(B)



(C)



(D)



解 由题意知 $\begin{cases} y-x>0 \\ x\geq 0 \\ 2-x^2-y^2>0 \end{cases}$

所求定义域为 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2<2,\ x\geq 0,\ y>x\}$.

故选(A).

6. 设函数 $z=f(x,y)$在点(x_0,y_0) 处存在对x,y的偏导数，则 $f'_x(x_0,y_0)=$【 **B** 】

(A) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0-2\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$

(B) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0,y_0)-f(x_0-\Delta x,y_0)}{\Delta x}$

(C) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x,y_0+\Delta y)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$

(D) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x,y)-f(x_0,y_0)}{x-x_0}$

7. 二元函数 $z=f(x, y)$的两个偏导数存在,且$z'_x>0$, $z'_y<0$, 则【 **D** 】

(A)当y保持不变时, $f(x, y)$是随x的减少而单调增加的

(B)当x保持不变时, $f(x, y)$是随y的增加而单调增加的

(C)当y保持不变时, $f(x, y)$是随x的增加而单调减少的

(D)当x保持不变时, $f(x, y)$是随y的增加而单调减少的

解 $z=f(x,y)$的两个偏导数 $z'_x>0$, $z'_y<0$,

因此, y保持不变时, $f(x, y)$是x的单调增加函数,

x 保持不变时, $f(x, y)$是y的单调减少函数,

故选(D).

8. 函数 $z=f(x,y)$在点(x_0,y_0) 处可微的充分条件是

(A) $f(x,y)$在点(x_0,y_0)处连续 【 **D** 】

(B) $f(x,y)$在点(x_0,y_0) 处存在偏导数

(C) $\lim\limits_{\rho\to 0}[\Delta z - f'_x(x_0,y_0)\Delta x - f'_y(x_0,y_0)\Delta y] = 0$

(D) $\lim\limits_{\rho\to 0}\dfrac{\Delta z - f'_x(x_0,y_0)\Delta x - f'_y(x_0,y_0)\Delta y}{\rho} = 0$

其中, $\rho = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

解 由可微的定义知, 当$f'_x(x_0,y_0)$, $f'_y(x_0,y_0)$都存在时, $f(x,y)$在点(x_0,y_0) 处可微 $\Leftrightarrow$

$$\Delta z = f'_x(x_0,y_0)\Delta x + f'_y(x_0,y_0)\Delta y + o(\rho),$$

所以, 当(D)成立时, $f(x,y)$在点(x_0,y_0) 处可微.

因此, 应选(D).

9. 函数 $z=f(x-y,x+y)=x^2-y^2$, 则 $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}+\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}=$

【 **B** 】

(A) $2x-2y=0$ (B) $x+y$ (C) $2x+2y$ (D) $x-y$

解 由 $f(x-y,x+y)=x^2-y^2$

$$=(x-y)(x+y),$$

知 $f(x,y)=xy$,

于是,

$$f'_x(x,y)+f'_y(x,y)=1\cdot y+x\cdot 1$$

$$=x+y.$$

故选(B).

北京工商大學
BEIJING TECHNOLOGY AND BUSINESS UNIVERSITY

10. 函数 $z=f(xy, x+y)=x^2+y^2+xy$, 则 $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}, \dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ 分别为 【 A 】

(A) $-1, 2y$ (B) $2y, -1$ (C) $2x+2y, 2y+x$ (D) $2y, 2x$

解 由

$$f(xy, x+y) = x^2+y^2+xy$$
$$= (x+y)^2 - xy,$$

知

$$f(x, y) = y^2 - x,$$

因此,

$$f'_x(x, y) = -1,$$
$$f'_y(x, y) = 2y.$$

故应选(A).

11. 已 $z=f(ax+by)$, f 可微, 则 【 C 】

(A) $a\dfrac{\partial z}{\partial x}=b\dfrac{\partial z}{\partial y}$ (B) $\dfrac{\partial z}{\partial x}=\dfrac{\partial z}{\partial y}$

(C) $b\dfrac{\partial z}{\partial x}=a\dfrac{\partial z}{\partial y}$ (D) $\dfrac{\partial z}{\partial x}=-\dfrac{\partial z}{\partial y}$

解 $z'_x=f'(ax+by)\cdot a$,

$z'_y=f'(ax+by)\cdot b$,

由上可知,

$$bf'_x(x,y)=af'_y(x,y),$$

故 选(C).

12. 设方程 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$ 确定了函数$z=z(x, y)$, 则$z=z(x, y)$在点(1, 0, –1)处的全微分dz=【 **D** 】

(A) $dx+\sqrt{2}dy$　　(B) $-dx+\sqrt{2}dy$

(C) $-dx-\sqrt{2}dy$　　(D) $dx-\sqrt{2}dy$

解　令 $F(x,y,z)=xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}-\sqrt{2}$, 则

$$F'_x(x,y,z)=yz+\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\quad F'_x(1,0,-1)=\frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$F'_y(x,y,z)=xz+\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\quad F'_y(1,0,-1)=-1,$$

$$F'_z(x,y,z)=xy+\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\quad F'_z(1,0,-1)=-\frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$\frac{\partial z}{\partial x}\Big|_{(1,0,-1)}=-\frac{F'_x(1,0,-1)}{F'_z(1,0,-1)}=1,\quad \frac{\partial z}{\partial y}\Big|_{(1,0,-1)}=-\frac{F'_y(1,0,-1)}{F'_z(1,0,-1)}=-\sqrt{2},$$

因此　$dz=dx-\sqrt{2}dy$. 所以选(D).

北京工商大学 BEIJING TECHNOLOGY AND BUSINESS UNIVERSITY

12. 设方程 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$ 确定了函数 $z=z(x, y)$，则 $z=z(x, y)$ 在点 $(1, 0, -1)$ 处的全微分 $dz=$【 D 】

(A) $dx+\sqrt{2}dy$　　(B) $-dx+\sqrt{2}dy$

(C) $-dx-\sqrt{2}dy$　　(D) $dx-\sqrt{2}dy$

解2 在方程两边求全微分，得

$$yzdx+xzdy+xydz+\frac{1}{2\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\cdot d(x^2+y^2+z^2)=0$$

$$yzdx+xzdy+xydz+\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\cdot(xdx+ydy+zdz)=0$$

将 $x=1, y=0, z=-1$ 代入上式得

$$dz=dx-\sqrt{2}dy.$$

故 选(D).

13. 设方程 $F(x-z,\ y-z)=0$ 确定了函数$z=z(x,y)$, $F(u,v)$ 具有连续导数, 且 $F'_u+F'_v\neq 0$, 则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=$【 B 】

(A) 0　　(B) 1　　(C) -1　　(D) z

解

$$F'_x=F'_u\cdot 1$$

$$F'_y=F'_v\cdot 1$$

$$F'_z=F'_u\cdot(-1)+F'_v\cdot(-1)$$

$$=-(F'_u+F'_v)$$

由 $F'_u+F'_v\neq 0$, 有

$$\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F'_x}{F'_z}-\frac{F'_y}{F'_z}=1,$$

故选(B).

14. 二元函数 $z=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x$ 的极小值点是

(A) (1,0)　(B) (1,2)　(C) (–3,0)　(D) (–3,2)【　　】

定理2(充分条件) 如果函数 $z=f(x, y)$在点(x_0, y_0)的某邻域内有连续的二阶偏导数, 且(x_0, y_0)是它的驻点, 设

$$P(x, y)=[f''_{xy}(x, y)]^2-f''_{xx}(x, y)\cdot f''_{yy}(x, y)$$

(1) 如果$P(x_0, y_0)<0$, 且$f''_{xx}(x_0, y_0)<0$, 则$f(x_0, y_0)$是极大值.

(2) 如果$P(x_0, y_0)<0$, 且$f''_{xx}(x_0, y_0)>0$, 则$f(x_0, y_0)$是极小值.

(3) 如果$P(x_0, y_0)>0$, 则$f(x_0, y_0)$不是极值.

(4) 如果$P(x_0, y_0)=0$, $f(x_0, y_0)$是否为极值需另外判别.

14. 二元函数 $z=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x$ 的极小值点是

(A) (1,0)   (B) (1,2)   (C) (–3,0)   (D) (–3,2)【 A 】

解 $z'_x=3x^2+6x-9$, $z'_y=-3y^2+6y$,

令 $$\begin{cases} 3x^2+6x-9=0 \\ -3y^2+6y=0 \end{cases}$$

得驻点(1,0), (1,2), (–3,0),(–3,2),

又 $z''_{xx}=6x+6$, $z''_{xy}=0$, $z''_{yy}=-6y+6$,

$P(1, 0)=0^2-12\cdot6=-72<0$,

且 $z''_{xx}(1, 0)=12>0$,

所以(1, 0)是极小值点. 故选(A).

15. 设 $f(x,y)=xy+\dfrac{a^3}{x}+\dfrac{b^3}{y}$ $(a>0, b>0)$, 则【 C 】

(A) $(\dfrac{a^2}{b},\dfrac{b^2}{a})$ 是 $f(x,y)$ 的驻点, 但非极值点

(B) $(\dfrac{a^2}{b},\dfrac{b^2}{a})$ 是 $f(x,y)$ 的极大值点

(C) $(\dfrac{a^2}{b},\dfrac{b^2}{a})$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点

(D) $f(x,y)$ 无驻点

解 令 $f'_x(x,y)=y-\dfrac{a^3}{x^2}=0$

$f'_y(x,y)=x-\dfrac{b^3}{y^2}=0$ 解得驻点 $(\dfrac{a^2}{b},\dfrac{b^2}{a})$,

又 $f''_{xx}(x,y)=\dfrac{2a^3}{x^3}$, $f''_{xy}(x,y)=1$, $f''_{yy}(x,y)=\dfrac{2b^3}{y^3}$,

$P(\dfrac{a^2}{b},\dfrac{b^2}{a})=1^2-\dfrac{2b^3}{a^3}\cdot\dfrac{2a^3}{b^3}=-3<0$, $f''_{xx}(\dfrac{a^2}{b},\dfrac{b^2}{a})=\dfrac{2b^3}{a^3}>0$,

所以, $(\dfrac{a^2}{b},\dfrac{b^2}{a})$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点. 故选(C).

16. 点(x_0, y_0) 使得$f'_x(x_0, y_0)=0, f'_y(x_0, y_0)=0$成立, 则

(A) (x_0, y_0)是$f(x, y)$的极值点

(B) (x_0, y_0)是$f(x, y)$的最小值点

(C) (x_0, y_0)是$f(x, y)$的最大值点

(D) (x_0, y_0)可能$f(x, y)$的极值点 【 **D** 】

解 $f'_x(x_0, y_0) = 0,\ f'_y(x_0, y_0) = 0$是$f(x, y)$在驻点$(x_0, y_0)$处有极值的必要条件, 而非充分成立,

即(x_0, y_0)只是可能$f(x, y)$的极值点,

故选(D).

17 设区域是D 单位圆$x^2+y^2\le 1$ 在第一象限的部分.

则二重积分 $\iint\limits_D xy\,\mathrm{d}\sigma =$【 C 】

(A) $\int_0^{\sqrt{1-y^2}}\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{1-x^2}} xy\,\mathrm{d}y$　　(B) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{1-y^2}} xy\,\mathrm{d}y$

(C) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{1-y^2}} xy\,\mathrm{d}x$　　(D) $\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^1 r^2\sin 2\theta\,\mathrm{d}r$

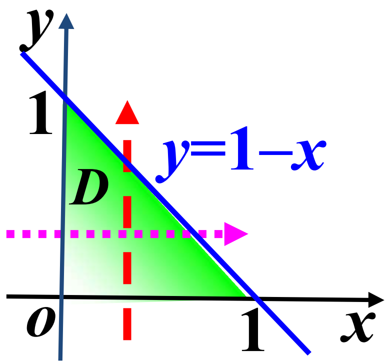
18. $\int_0^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y)dy =$【 D 】

(A) $\int_0^{1-x} dx\int_0^1 f(x,y)dy$ (B) $\int_0^1 dy\int_0^{1-x} f(x,y)dx$

(C) $\int_0^1 dy\int_0^1 f(x,y)dx$ (D) $\int_0^1 dy\int_0^{1-y} f(x,y)dx$

解 $\int_0^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y)dy$

$$= \int_0^1 dy\int_0^{1-y} f(x,y)dx$$



故选(D)

19. 设$D=\{(x,y)|\ x^2+y^2\le a^2\}$，若$\iint\limits_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\pi$，则 $a=$【 B 】

(A) 1　　(B) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$　　(C) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{4}}$　　(D) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$

解 由二重积分的几何意义知，

$$\iint\limits_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{2}{3}\pi a^3=\pi,$$

得 $a=\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$，故选(B)

$\iint\limits_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 等于以$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le a^2\}$为底，以 $z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 为顶的柱体的体积，即球体$x^2+y^2+z^2\le a^2$ 体积的一半.

20. 若 $\iint\limits_D \mathrm{d}x\mathrm{d}y = 1$, 则积分区域$D$可以是【 C 】

(A)由 x轴, y轴及直线$x+y-2=0$所围成的区域

(B)由 $x=1, x=2$及$y=2, y=4$所围成的区域

(C)由 $|x| = \dfrac{1}{2}, |y| = \dfrac{1}{2}$ 所围成的区域

(D)由 $|x+y|=1$, $|x-y|=1$所围成的区域

解 由 $\iint\limits_D \mathrm{d}x\mathrm{d}y = 1$ 知积分区域 D的面积为1,

显然, (C)中积分区域 D的面积为1,

所以选 (C).

21. 设$f(x, y)$连续, 且 $f(x,y) = xy + \iint\limits_D f(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v$, 其中$D$是由曲线 $y=0$, $y=x^2$, $x=1$所围成区域, 则$f(x, y)=$【 C 】

(A) xy . (B) $2xy$. (C) $xy+1/8$. (D) $xy+1$.

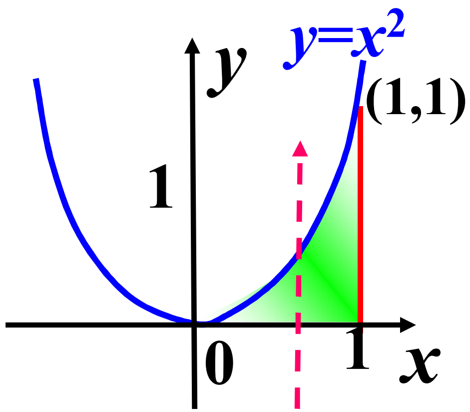
解 令$\iint\limits_D f(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v = A$, 则 $f(x, y) = xy+A$, 两边积分得

$$A=\iint\limits_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iint\limits_D xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y + A\iint\limits_D \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

$$= \int_0^1 x\mathrm{d}x\int_0^{x^2} y\mathrm{d}y + A\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^{x^2} \mathrm{d}y$$

$$= \int_0^1 \frac{x^5}{2}\mathrm{d}x + A\int_0^1 x^2\mathrm{d}x$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{A}{3}$$



于是 $A = \frac{1}{8}$. 故选 (C).