

Fama-French 三因子模型

汪小圈

2024-03-17

为什么要学习三因子模型?

- CAPM 模型的自然扩展
- 解释市场异象的有力工具
- 多因子资产定价的基础框架
- 投资组合构建的重要指导

从 CAPM 到多因子模型

- **CAPM 模型的局限性回顾**

- 只考虑市场风险一种系统性风险
- 无法解释规模效应、价值效应等市场异象
- 实证检验中经常出现 Alpha 显著不为零的情况

- **多因子模型的基本思想**

- 风险来源多元化
- 扩展风险溢价来源
- 提高对资产收益率横截面差异的解释能力

多因子模型的一般形式

- 数学表达式:

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_{i,1}F_1 + \beta_{i,2}F_2 + \dots + \beta_{i,K}F_K + \epsilon_i$$

- 参数解释:

- $R_i - R_f$: 资产 i 的超额收益率
- α_i : 截距项, 理论上应为零
- $\beta_{i,k}$: 资产 i 对风险因子 k 的敏感度
- F_k : 第 k 个风险因子的风险溢价
- ϵ_i : 资产特有的非系统性风险

多因子模型的类型

- 经济理论驱动的多因子模型

- 基于经济理论推导出的风险因子
- 例如：Ross (1976) 的 APT、Merton (1973) 的 ICAPM
- 优势：有坚实的理论基础
- 劣势：难以确定具体风险因子

- 异象驱动的多因子模型

- 基于市场中观察到的异象构建因子
- 例如：Fama-French 三因子模型、Carhart 四因子模型
- 优势：直接解决已知市场异象
- 劣势：可能存在过度拟合风险

三因子模型的提出背景

- 市场异象的挑战

- 20 世纪 80-90 年代，学者发现许多 CAPM 无法解释的市场异象
- 其中最显著的是规模效应和价值效应

- Fama 和 French 的贡献

- 1992 年,《The Cross-Section of Expected Stock Returns》
- 1993 年,《Common risk factors in the returns on stocks and bonds》
- 将规模和价值引入资产定价模型，构建了影响深远的三因子模型

三因子模型的数学表达式

- **Fama-French 三因子模型:**

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_m - R_f) + s_i \cdot SMB + h_i \cdot HML + \epsilon_i$$

- **参数解释:**

- $R_i - R_f$: 资产 i 的超额收益率
- $R_m - R_f$: 市场组合的超额收益率 (市场因子)
- SMB : 规模因子 (Small Minus Big)
- HML : 价值因子 (High Minus Low)
- β_i, s_i, h_i : 资产 i 对三个因子的敏感度
- α_i : 截距项, 理论上应为零
- ϵ_i : 残差项

SMB 因子构建方法

- 分组步骤:

- ① 规模划分: 按市值大小分为两组 (S/B)
- ② 账面市值比划分: 按 B/M 比值分为三组 (L/M/H)
- ③ 形成六个投资组合: S/L, S/M, S/H, B/L, B/M, B/H

- SMB 计算公式:

$$SMB = \frac{1}{3}[(S/L - B/L) + (S/M - B/M) + (S/H - B/H)]$$

即小市值组合的平均收益率减去大市值组合的平均收益率

HML 因子构建方法

- 使用相同的六个投资组合
- **HML** 计算公式:

$$HML = \frac{1}{2}[(S/H - S/L) + (B/H - B/L)]$$

即高 B/M 组合的平均收益率减去低 B/M 组合的平均收益率

美国市场三因子模型的解释力

5*5 市值-价值投资组合的三因子模型 R^2

Size quintile	Book-to-market equity				
	Low	2	3	4	High
R^2					
Small	0.94	0.96	0.97	0.97	0.96
2	0.95	0.96	0.95	0.95	0.96
3	0.95	0.94	0.93	0.93	0.93
4	0.94	0.93	0.91	0.90	0.89
Big	0.94	0.92	0.87	0.90	0.83

美国市场三因子模型 alpha

5*5 市值-价值投资组合的三因子模型的截距项 (即 alpha)

Book-to-market equity (BE/ME) quintiles										
Size quintile	<i>a</i>					<i>t(a)</i>				
	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
(iv) $R(t) - RF(t) = a + b[RM(t) - RF(t)] + sSMB(t) + hHML(t) + \epsilon(t)$										
Small	-0.34	-0.12	-0.05	0.01	0.00	-3.16	-1.47	-0.73	0.22	0.14
2	-0.11	-0.01	0.08	0.03	0.02	-1.24	-0.20	1.04	0.51	0.34
3	-0.11	0.04	-0.04	0.05	0.05	-1.42	0.47	-0.47	0.71	0.56
4	0.09	-0.22	-0.08	0.03	0.13	1.07	-2.65	-0.99	0.33	1.24
Big	0.21	-0.05	-0.13	-0.05	-0.16	3.27	-0.67	-1.46	-0.69	-1.41

因子构建的实际考量

- **重构频率:** 通常每年或每半年重新构建一次投资组合
- **财务数据时滞:** 使用上一财年末的账面价值数据
- **异常值处理:** 剔除账面价值为负的股票, 处理极端值
- **市值计算:** 通常使用流通市值而非总市值

市场因子的经济学解释

- 继承自 **CAPM**: 市场因子代表了整体市场风险
- 系统性风险补偿: 衡量了投资者承担整体市场风险所要求的风险溢价
- 不可分散性: 代表了通过分散化投资无法消除的系统性风险

规模因子 (SMB) 的经济学解释

- 经济脆弱性假说: 小市值公司更容易受到经济衰退的冲击
- 信息不对称假说: 小市值公司信息透明度较低
- 流动性风险假说: 小市值股票流动性较差
- 财务困境假说: 小市值公司更容易面临财务困境和破产风险

价值因子 (HML) 的经济学解释

- 财务困境风险假说: 高 B/M 公司通常财务状况较差, 面临更高的违约风险
- 成长机会假说: 高 B/M 公司通常缺乏成长机会, 在经济衰退时更容易受损
- 盈利持续性假说: 高 B/M 公司的盈利能力通常较弱或波动较大
- 投资者情绪假说: 投资者倾向于过度看好成长型公司, 导致价值型公司被低估

行为金融学视角的解释

- **过度反应假说:** 投资者对公司短期业绩过度反应
- **投资者情绪:** 投资者偏好成长型股票，愿意为成长预期支付额外溢价
- **彩票偏好:** 投资者偏好具有彩票特性的小市值成长股
- **注意力效应:** 大市值公司受到更多关注，定价可能更为有效

三因子模型的局限性

- 仍存在无法解释的异象:

- 动量效应
- 盈利能力效应
- 投资效应
- 波动率效应

- 模型拓展:

- Carhart 四因子模型 (加入动量因子)
- Fama-French 五因子模型 (加入盈利能力和投资因子)
- q-factor 模型 (投资和盈利能力因子)

- 三因子模型的贡献:
 - 扩展了 CAPM 模型，引入规模和价值因子
 - 显著提高了对股票收益横截面差异的解释能力
 - 为多因子资产定价奠定了基础框架
- 未来发展方向:
 - 多因子模型的进一步拓展
 - 结合行为金融学视角的解释
 - 针对不同市场特征的本地化调整