资本资产定价模型 (CAPM)

汪小圈

2024-03-03

为什么要学习 CAPM 模型?

- 现代金融理论基石
- 风险与收益定价模型
- 投资决策重要工具
- 学术研究和实践应用广泛

CAPM 模型的核心假设

- **投资者是风险厌恶的，追求效用最大化**
  - 给定收益偏好低风险，给定风险偏好高收益
  - 目标是最大化期望效用
- **市场是完美的**
  - 无交易成本
  - 信息对称
  - 完全可分
  - 无卖空限制

CAPM 模型的核心假设 (续)

- **存在无风险利率，可以无限制借贷**
  - 存在无风险利率 R_f
  - 可以 R_f 无限制借入或贷出资金
- **所有投资者持有相同的投资期限**
  - 投资期限相同，简化分析
- **资产收益率服从正态分布**
  - 收益率服从正态分布
  - 均值和方差描述收益率分布

核心假设的解读

- **理想化假设 vs. 现实**: 现实市场中假设很难完全成立
- **模型简化与权衡**: 简化现实，构建简洁模型，理解资产定价基本框架
- **后续模型的拓展**: 后续模型在放松 CAPM 模型某些假设的基础上发展起来的

投资组合理论回顾：均值-方差分析框架

- **期望收益率**: $E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)$
- **组合方差**: $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}$
- **有效前沿**: 给定风险最高收益，给定收益最低风险的投资组合集合

引入无风险资产：资本市场线 (CML)

- **无风险资产的特性:**
  - 期望收益率：$E(R_f) = R_f$
  - 标准差：$\sigma_f = 0$
  - 与风险资产协方差：$\sigma_{if} = 0$
- **资本市场线（CML）的推导:**
  - 投资者可以配置无风险资产和**市场组合** M 的线性组合
  - **市场组合** M 是所有风险资产的组合，权重与市值成比例
  - **资本市场线（CML)**: $E(R_p) = R_f + \frac{E(R_m)-R_f}{\sigma_m}\sigma_p$

CML 的经济含义

- CML 表示有效市场中，配置无风险资产和市场组合获得最优风险收益组合
- CML 斜率 $\frac{E(R_m)-R_f}{\sigma_m}$ 称为**市场风险溢价的风险价格**，每单位风险的超额收益

证券市场线 (SML) 的推导：CAPM 模型的核心

- **证券市场线 (SML)**: 单个资产的期望收益率与风险之间的关系
- **系统性风险与非系统性风险**:
  - **系统性风险**: 市场风险、不可分散风险，影响所有资产的共同因素
  - **非系统性风险**: 特异风险、可分散风险，影响个别资产的因素

Beta 系数：系统性风险的度量

- **Beta 系数** (β_i) 衡量资产 i 的系统性风险
- $\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$
- 衡量资产 i 收益率对市场组合收益率变化的敏感程度
- $\beta_i > 1$: 波动性比市场大，系统性风险高
- $\beta_i = 1$: 波动性与市场同步
- $\beta_i < 1$: 波动性比市场小，系统性风险低
- $\beta_i < 0$: 与市场变动方向相反，对冲市场风险

证券市场线 (SML) 的公式

- CAPM 模型核心公式: $E(R_i) = R_f + \beta_i[E(R_m) - R_f]$
- 其中:
  - $E(R_i)$: 资产 i 的期望收益率
  - R_f: 无风险利率
  - β_i: 资产 i 的 Beta 系数
  - $E(R_m)$: 市场组合的期望收益率
  - $[E(R_m) - R_f]$: **市场风险溢价**

SML 的经济含义

- **只有系统性风险才会被定价**，非系统性风险可分散
- 资产期望收益率只与系统性风险（β_i）有关，β_i 越高，期望收益率越高
- SML 为资产定价提供基准，评估资产价值是否高估或低估

Beta 系数的计算方法

- **定义法**: $\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$
- **回归方法**: 市场模型 (Market Model)
  - $R_{i,t} = \alpha_i + \beta_i R_{m,t} + \epsilon_{i,t}$
  - 超额收益率形式: $R_{i,t} - R_{f,t} = \alpha_i + \beta_i (R_{m,t} - R_{f,t}) + \epsilon_{i,t}$

Beta 值的经济学解释

- β_i 反映资产 i 对市场整体风险的敏感程度，衡量系统性风险
- 不同 Beta 值的股票风险特征：
  - **高 Beta 股票** ($\beta_i > 1$): 波动大，风险高，潜在收益高 (科技股、成长股)
  - **市场同步股票** ($\beta_i = 1$): 波动与市场一致 (指数基金)
  - **低 Beta 股票** ($\beta_i < 1$): 波动小，风险低，收益稳定 (公用事业股、消费必需品股)
  - **负 Beta 股票** ($\beta_i < 0$): 与市场反向变动，对冲工具 (黄金等避险资产)

Beta 与风险溢价

- Beta 系数越高，要求的风险溢价越高
- 风险溢价 $[E(R_m) - R_f]$ 对所有资产共同，β_i 个别资产风险承担量
- 通过选择不同 Beta 值的资产调整投资组合风险和收益

CAPM 实证检验方法：横截面回归

- 第一步：时间序列回归估计 Beta 值 $\hat{\beta}_i$
- 第二步：横截面回归 $R_{i,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t}\hat{\beta}_i + \eta_{i,t}$
- 检验 $\gamma_{0,t}$ 是否为零，$\gamma_{1,t}$ 是否等于市场风险溢价且显著为正

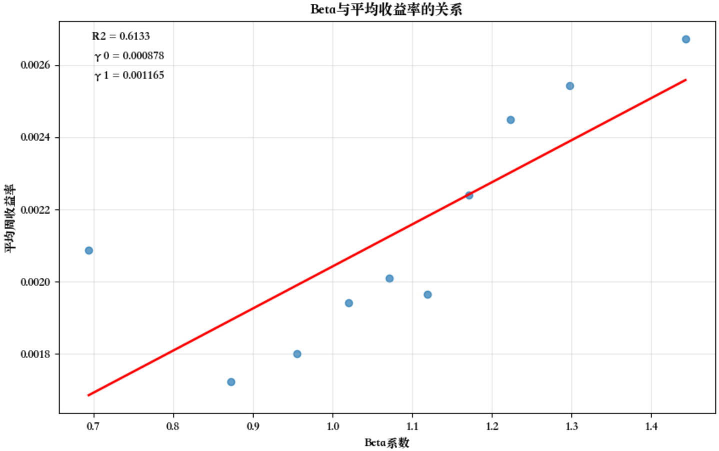
CAPM 实证检验方法：Fama-MacBeth 回归

- 更稳健的横截面回归方法，处理 Beta 估计误差
- 步骤：
  1. 滚动窗口估计 Beta 时间序列：$\hat{\beta}_{i,t-1}$
  2. 每期横截面回归：$R_{i,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t}\hat{\beta}_{i,t-1} + \eta_{i,t}$
  3. 计算平均风险溢价：$\bar{\gamma}_0 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\gamma_{0,t}$ 和 $\bar{\gamma}_1 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\gamma_{1,t}$
  4. 检验 $\bar{\gamma}_0$ 和 $\bar{\gamma}_1$ 显著性

CAPM 实证检验方法：投资组合分组法

- 解决个股 Beta 估计误差大的问题
- 步骤：
  1. 估计个股 Beta 值
  2. 按 Beta 大小分组（通常 10 个或 20 个组合）
  3. 计算组合平均 Beta 和平均收益率
  4. 组合级别回归：$\overline{R}_p = \gamma_0 + \gamma_1 \overline{\beta}_p + \eta_p$
- 由 Black, Jensen, and Scholes (1972) 提出，减少 Beta 估计误差影响

中国市场 CAPM 实证研究的发现



中国市场 SML 线实证结果解读

- **截距高于无风险利率**: $\gamma_0 > R_f$
  - 可能原因：低 Beta 股票提供了额外风险溢价
  - 违背了 CAPM 模型预测，表明存在其他风险因素
- **斜率高于理论预期**: $\gamma_1 > E(R_m) - R_f$
  - 市场风险被过度定价
  - 投资者可能对系统性风险过度敏感
- **实证结果与 Black 的零 Beta CAPM 模型一致**：放松无风险借贷假设后的模型预测

实证检验的挑战

- **市场组合难以定义**: 理论市场组合包含所有资产，实际用股票指数替代，导致偏差
- **模型假设难以验证**: 假设 (投资者同质性、收益率正态分布) 难以直接验证
- **数据和方法的影响**: 数据频率、时间窗口、检验方法等影响结果

无法解释市场异象

- **市场异象（Anomalies）**：CAPM 模型无法解释的超额收益现象
  - 规模效应 (Size Effect)
  - 价值效应 (Value Effect)
  - 动量效应 (Momentum Effect)
- 市场异象表明 CAPM 模型对现实市场描述不完善，需引入更多因子或行为金融学因素

总结

- CAPM 模型是资产定价理论的重要基石
- CAPM 模型假设投资者理性，市场有效
- CAPM 模型在实际应用中存在诸多局限性，需合理使用，并认识到后续模型发展的必要性