

# 收益模型与组合优化

汪小圈

2025-05-13

- **Part 1: 收益率预测模型——寻找阿尔法**
  - 引言与基本概念
  - 预测变量的来源与实例
  - 预测变量的筛选标准详解
  - 收益率预测的具体流程与方法
- **Part 2: 风险模型——以 Barra 为例**
  - 风险模型的基本概念
  - Barra 多因子模型结构
  - 模型求解与纯因子投资组合
  - 协方差矩阵的求解与调整
- **Part 3: 投资组合优化与实践考量**
  - 收益与风险模型错位问题
  - 常见的组合优化目标函数
  - 优化中的常见约束条件
  - 交易成本的考量
  - 策略回测与评估要点

# 收益率预测模型——寻找阿尔法

- 量化投资追求**系统性、纪律性**地获取超越市场基准的收益（阿尔法）
- 需要复杂模型的原因：市场有效性假说下，无风险超额收益难以持续存在
- 通过严谨的**数据分析和模型构建**，发掘市场中的**定价偏差或风险补偿机会**
- 投资组合优化帮助我们在预期收益、风险暴露、交易成本和约束间权衡
- 本讲遵循 **预测 → 优化**的逻辑链条

- **预测变量 (Return Predictors):**
  - 用于**预测**未来收益率的指标、特征或信号
  - 例：市净率、动量、分析师盈利预测修正等
  - 构建收益模型的基础
- **因子 (Factors):**
  - 解释资产收益**共同变动**的系统性风险来源
  - 或用于捕捉风险溢价的**投资组合**
  - 例：Fama-French 三因子中的 SMB, HML
- **阿尔法 (Alpha):**
  - 资产定价模型**无法解释**的超额收益
  - 衡量投资经理技巧或策略有效性的指标（定价误差）

# 关键区别与联系

- 预测变量有效性可能源于：
  - 捕捉到未被主流风险因子定价的**阿尔法**（错误定价）
  - 对某种风险因子暴露的衡量（风险补偿）
- 例：低市净率可能有效是因为：
  - 代表了价值因子暴露（获取风险溢价）
  - 捕捉到市场对价值股的暂时性错误定价
- 本讲使用：
  - “预测变量”：指代用于预测收益的指标
  - “因子”：指代风险因子或因子组合
  - “阿尔法”：指代定价模型残差或超额收益目标

# 寻找预测变量

- 最经典、最常用的领域
- 价值类：低市净率 (P/B)、低市盈率 (P/E)、低市销率 (P/S)、高股息率
  - 逻辑：买入被低估的公司
- 动量类：过去 6-12 个月收益率高 (Momentum)
  - 逻辑：赢者恒赢的趋势持续
- 反转类：过去 1 个月收益率低 (Short-term Reversal)
  - 逻辑：对短期过度反应的修正
- 质量类：高净资产收益率 (ROE)、高毛利率 (Gross Profitability)、低财务杠杆、稳健的盈利增长
  - 逻辑：优质公司长期表现更优
- 低风险/低波动类：低历史波动率、低 Beta
  - 逻辑：“低风险异象”，低风险股票有更高的风险调整后收益
- 其他：小市值、流动性、机构持股变化、分析师预期修正等

# 改进已有变量

随着市场演变和研究深入，需要不断改进现有变量

- **考虑无形资产的价值因子：**
  - 传统 P/B 可能低估技术、医药等行业公司价值
  - 加入研发投入、品牌价值等调整 Book Value
- **经行业调整的因子：**
  - 某些指标在行业间不可比（如金融业 P/B）
  - 进行行业中性化处理或计算行业内相对值
- **动态调整因子：**
  - 因子有效性可能具有周期性（如动量在市场剧烈反转时失效）
  - 结合市场状态进行调整或切换

# 挑选预测变量的标准（1）

理想的预测变量应满足六大核心标准：

## ① 逻辑性 (Intuitiveness)

- **要求：**变量背后应有合理的经济学或行为金融学解释
- **重要性：**避免数据挖掘，防止偶然发现的伪相关
- **检验：**文献回顾，思考经济学含义，构建合理故事

## ② 持续性 (Persistence)

- **要求：**预测能力在样本内外都能持续存在
- **检验方法：**信息系数 (IC)、分层回测、因子衰减分析



## 挑选预测变量的标准 (2)

### ③ 信息增量性 (Information Increasement)

- 要求：提供相对于已有变量的额外、独立预测信息
- 检验方法：变量相关性分析、条件排序法、Fama-MacBeth 回归

### ④ 稳健性 (Robustness)

- 要求：有效性不应过度依赖特定参数设定、算法、样本区间或市场环境
- 检验方法：参数敏感性、算法敏感性、样本区间检验、不同市场检验

## 挑选预测变量的标准 (3)

### ⑤ 可投资性 (Investability)

- **要求：**策略能在现实中以合理成本和规模进行投资
- **考量：**信息衰减速度、换手率、交易成本、流动性、策略容量

### ⑥ 普适性 (Pervasiveness)

- **要求：**在不同市场、资产类别、时间段内均有效
- **意义：**增强因子逻辑性和稳健性信心，降低数据挖掘可能性
- **实例：**价值、规模、动量效应在多个市场普遍存在

# 信息系数 (IC) 详解

- 定义：预测变量与未来收益率的截面相关系数  $IC_t = corr(z_{it}, R_{it+1})$
- 评估指标：
  - IC 均值  $\overline{IC}$ ：衡量平均预测能力
    - 通常月频  $|IC| > 2\%$  或日频  $|IC| > 1\%$  有潜力
  - IC 标准差  $\sigma_{IC}$ ：衡量预测能力稳定性
  - 信息比率  $IR = \frac{\overline{IC}}{\sigma_{IC}}$ ：预测能力的”夏普比率”
    - $IR > 0.5$  通常较好
  - IC 的 t 统计量  $t(IC) = \frac{\overline{IC}}{\sigma_{IC}/\sqrt{T}}$ 
    - $|t| > 2$  通常认为显著

# 分层回测 (Portfolio Sort)

基本步骤:

- ① 每期期末, 根据预测变量  $z_{it}$  对股票进行排序
- ② 将股票分成  $N$  组 (如 5 组或 10 组)
- ③ 构建多空组合: 做多预期最好的一组, 做空预期最差的一组
- ④ 计算该多空组合在下一期的收益率
- ⑤ 重复以上步骤, 得到多空组合的净值曲线

评估: 观察净值曲线趋势, 计算年化收益、夏普比率、最大回撤等指标

# 收益率预测流程（1）

## ① 确定投资范围 (Universe Selection)

- 原始股票池：如全部 A 股、沪深 300、中证 500、特定行业
- 优化股票池（剔除黑名单）：
  - 流动性过低：日均交易额过小、长期停牌
  - 风险过高：ST、\*ST、即将退市、净资产为负
  - 上市时间过短：次新股
  - 某些负面特征：极高换手率、异常波动等

## ② 剔除预测变量异常值 (Outlier Treatment)

- 常用方法：
  - 缩尾法 (Winsorization)
  - 截尾法 (Trimming)
  - 标准差法
  - 中位数绝对偏差法 (MAD) (推荐)

## ③ 预测收益率 (Return Forecasting)

### • 非参数化预测:

- 条件选股法: 根据指标阈值筛选股票
- 排序打分法 (Ranking and Scoring):

- ① 计算因子值  $z_{kit}$
- ② 因子标准化: Z-Score 计算
- ③ 多因子合成: 等权、IC 加权、分层合成
- ④ 最终排序: 预期得分越高的股票未来收益越高

- 优点: 选股数量可控, 相对简单
- 缺点: 未完全利用因子与收益间的定量关系, 权重设定主观

# 收益率预测流程 (3)

- 参数化预测 (线性回归):

- 方法一: 基于历史系数的预测

- ① 每期截面回归:  $R_{it} = c_t + b_t z_{it-1} + \epsilon_{it}$
- ② 得到系数时间序列  $c_t, b_t$
- ③ 计算历史系数均值  $\bar{c}, \bar{b}$
- ④ 预测:  $\hat{R}_{i,T+1} = \bar{c} + \bar{b} z_{iT}$

- 方法二: 基于面板回归的预测

- ① 面板回归:  $R_{it} = c + b z_{it-1} + \alpha_i + \eta_t + \epsilon_{it}$
- ② 得到估计系数  $\hat{c}, \hat{b}$
- ③ 预测:  $\hat{R}_{i,T+1} = \hat{c} + \hat{b} z_{iT}$

组合优化不仅是最大化预期收益，更是在收益和风险间进行权衡。风险模型（协方差矩阵  $\Sigma$ ）与收益模型同等重要。

- 为何需要风险模型？

- 风险衡量：量化组合整体风险（波动率、VaR）
- 风险分解：理解风险来源（市场？行业？风格？）
- 风险控制：在优化中限制特定风险暴露
- 优化输入：协方差矩阵是大多数优化目标函数的关键输入



- 因子模型 (Factor Models):
  - 假设股票收益波动主要由共同因子暴露驱动
  - $R_i = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \beta_{ik} f_k + \epsilon_i$
  - 优点: 降维、结构清晰、易解释
  - 代表: Barra 模型 (包含国家、行业、风格因子)
- 其他类型:
  - 统计模型: 通过 PCA 等从历史收益提取主成分
  - 直接历史协方差矩阵: 简单但噪声大, 维度灾难
  - 压缩估计 (Shrinkage): 如 Ledoit-Wolf 压缩
  - 指数加权移动平均 (EWMA): 强调近期数据

Barra 模型是由 MSCI 开发的一系列风险模型，广泛应用于投资组合风险管理。

- 基本结构：Barra CNE5 模型（中国市场第五代风险模型）包含三类因子：
  - 国家因子：单一因子，代表整体市场风险
  - 行业因子：多个行业因子，代表不同行业特有风险
  - 风格因子：包括规模、价值、动量、波动率、流动性等
- 模型表示：
$$R_{it}^e = \beta_i^C \lambda_{C,t} + \sum_{p=1}^P \beta_i^{I_p} \lambda_{I_p,t} + \sum_{q=1}^Q \beta_i^{S_q} \lambda_{S_q,t} + u_{it}$$

# 因子暴露的确定

Barra 模型的特点是风格因子暴露的确定方法:

## ① 直接使用公司特征:

- 使用市值对数作为规模因子暴露
- 使用账面市值比作为价值因子暴露

## ② 标准化处理:

- 市值加权去均值: 确保市场组合在任何风格因子上暴露为零
- 除以标准差: 使不同因子的暴露具有可比性

## ③ 行业因子特殊处理:

- 为避免共线性问题, 对行业因子收益率施加约束:
- $s_{I_1}\lambda_{I_1,t} + s_{I_2}\lambda_{I_2,t} + \dots + s_{I_P}\lambda_{I_P,t} = 0$
- 其中  $s_{I_p}$  是行业  $I_p$  的市值权重

# 纯因子投资组合

Barra 模型求解过程中得到的权重矩阵  $\Omega$  的每一行代表一个”纯因子投资组合”：

① 国家因子的纯因子投资组合：

- 近似等于市场组合
- 在国家因子上暴露为 1
- 在所有风格因子上暴露为 0

② 行业因子的纯因子投资组合：

- 资金中性（权重和为 0）
- 100% 做多该行业，100% 做空国家因子投资组合
- 在所有风格因子上暴露为 0

③ 风格因子的纯因子投资组合：

- 资金中性
- 仅在该风格因子上有 1 个单位的暴露
- 在其他所有因子上暴露为 0

# 协方差矩阵的求解与调整

风险模型的核心目标是估计股票的协方差矩阵  $\Sigma$ :

- 协方差矩阵分解:  $\Sigma = \beta \Sigma_{\lambda} \beta' + \Sigma_{\epsilon}$ 
  - $\Sigma_{\lambda}$  是因子协方差矩阵
  - $\Sigma_{\epsilon}$  是特质性收益率的协方差矩阵（对角矩阵）
- 直接估计的挑战:
  - 噪声大: 历史样本协方差矩阵包含大量噪声
  - 非平稳性: 市场结构和波动性是时变的
  - 维度灾难: 股票数量  $N$  很大时, 计算困难
- 调整方法:
  - 特征因子调整法: 对因子协方差矩阵进行特征分解和调整
  - 贝叶斯收缩法: 利用先验信息稳定特质风险估计

## Part 3: 投资组合优化与实践考量

- 前两部分：我们探讨了预测收益的方法和风险模型
- 现在面临的问题：如何利用这些预测信息和风险估计，结合现实约束，构建**最优投资组合**？
- 这就是**投资组合优化 (Portfolio Optimization)** 要解决的核心问题

# 收益与风险模型错位 (Misalignment)

一个实践中重要但常被忽视的问题：**Alpha 模型与 Risk 模型可能不一致**

- 问题根源：

- Alpha 模型关注预测变量  $z_\alpha$
- Risk 模型关注风险因子  $f_R$
- 当  $z_\alpha$  不能被  $f_R$  完全解释时，就发生了错位

- 影响：

- 预期收益分解： $\mu = \mu_{\parallel} + \mu_{\perp}$
- $\mu_{\parallel}$ ：能被风险模型解释的部分
- $\mu_{\perp}$ ：不能被风险模型解释的部分（在风险模型看来是特质风险）
- 优化器会低估  $\mu_{\perp}$  真实风险，过度配置这部分”伪阿尔法”

# 解决模型错位问题

- 调整风险模型（理论上可行，实践中困难）：
  - 将 Alpha 模型中的预测变量纳入风险模型作为风险因子
  - 可能需要构建自己的风险模型，在使用第三方模型时不可行
- 改进优化过程（更常用）：
  - 在目标函数中加入对”无法解释的阿尔法” $\mu_{\perp}$  的额外惩罚
  - $\max_{\omega} \omega' \mu - \frac{\xi}{2} \omega' \Sigma \omega - \frac{\theta}{2} \omega' (\mu_{\perp} \mu'_{\perp}) \omega$
  - 这实质上是增加了对  $\mu_{\perp}$  方向风险的惩罚
  - $\mu_{\perp}$  可通过将  $\mu$  对风险因子  $\beta_R$  回归取残差得到



# 常见目标函数 (1)

给定预期收益  $\mu$  和协方差矩阵  $\Sigma$ ，投资组合优化的目标是在收益和风险间找到最佳平衡点。

## ① 均值-方差优化 (MVO)

- 目标：最大化预期收益，同时惩罚组合风险  $\max_{\omega} \quad \omega' \mu - \frac{\zeta}{2} \omega' \Sigma \omega$
- 无约束解：  $\omega_{mvo} = (\zeta \Sigma)^{-1} \mu$
- 直观理解：在所有预期收益相同的组合中选择最小风险的；反之亦然
- 优点：理论基础坚实（基于效用最大化），明确权衡风险和收益
- 缺点：参数敏感性高、易产生极端权重、被称为”误差最大化器”

## 常见目标函数 (2)

### ② 最小方差 (Minimum Variance)

- 目标：找到最低风险的投资组合，不考虑预期收益  $\min_{\omega} \omega' \Sigma \omega$  (通常  $\omega' \mathbf{1} = 1$ )
- 最优解：  $\omega_{mv} = \frac{\Sigma^{-1} \mathbf{1}}{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mathbf{1}}$
- 优点：不依赖难以准确预测的  $\mu$ ，结果更稳健
- 缺点：完全忽略收益目标，可能选出预期收益很低的组合
- 适用场景：对收益预测极度不自信时，或首要目标是风险最小化

# 常见目标函数 (3)

## ③ 最大多样化 (Maximum Diversification)

- 目标：最大化多样化比率（各资产加权平均波动率/组合波动率） $\max_{\omega} \frac{\omega' \sigma}{\sqrt{\omega' \Sigma \omega}}$
- 最优解： $\omega_{md} \propto \Sigma^{-1} \sigma$
- 直观理解：通过资产间低相关性分散风险
- 优点：关注风险分散化，不直接依赖  $\mu$

## ④ 风险平价 (Risk Parity)

- 目标：使每个资产对组合总风险的贡献相等
- 风险贡献： $\omega_i \times \frac{\partial \sigma_p}{\partial \omega_i} = \frac{\omega_i (\Sigma \omega)_i}{\sigma_p}$
- 特殊条件下解： $\omega_{rp,i} \propto 1/\sigma_i$
- 优点：实现风险均衡分配，不依赖  $\mu$ ，在多资产配置中流行

# 不同目标函数的比较与等价条件

这些优化目标函数在特定条件下是等价的：

- **MVO 是最一般化框架**，其他几种是 MVO 在特定假设下的特例：
  - 最小方差：假设所有资产预期超额收益相等
  - 最大多样化：假设所有资产预期夏普比率相等
  - 风险平价：假设资产夏普比率相等且相关系数相等
  - 等权重：假设夏普比率、相关系数、波动率都相等
- **核心启示：**
  - 选择哪种优化方法反映了你对输入参数（尤其是  $\mu$ ）的信心
  - $\mu$  预测有信心  $\rightarrow$  MVO；无信心  $\rightarrow$  最小方差/风险平价
  - 实践中需在 MVO 理论最优和其他方法稳健性间权衡

# 常见约束条件 (1)

理论最优解往往不符合现实限制，优化中必须加入各种约束条件：

## ① 预算约束 (Budget Constraint)

- 全投资:  $\sum_i \omega_i = 1$
- 允许现金:  $\sum_i \omega_i \leq 1$
- 美元中性:  $\sum_i \omega_i = 0$  (多空策略)

## ② 卖空约束 (Short-Selling Constraint)

- 禁止卖空:  $\omega_i \geq 0$
- 限制卖空:  $\omega_i \geq -L_{short}$
- 原因: 监管限制、券源限制、风险控制

## 常见约束条件 (2)

### ③ 头寸上下限约束 (Position Limits)

- 个股层面:  $L_i \leq \omega_i \leq U_i$  (如单只股票不超过 5%)
- 组合层面:  $L_p \leq \sum_{i \in \text{Group } p} \omega_i \leq U_p$  (如单一行业不超过 20%)
- 原因: 分散化要求、流动性考虑、监管要求

### ④ 换手率约束 (Turnover Constraint)

- 目标: 限制相对于上期组合  $\omega^-$  的调整幅度, 控制交易成本
- 个股换手:  $|\omega_i - \omega_i^-| \leq \phi_i$
- 组合总换手:  $\sum_i |\omega_i - \omega_i^-| \leq \Phi$
- 原因: 交易成本侵蚀收益, 过频交易可能是噪音

## 常见约束条件 (3)

### 5 持仓数量约束 (Cardinality Constraint)

- 目标: 控制持股数量范围
- 形式:  $N_L \leq \sum_i \delta_i \leq N_U$  ( $\delta_i$  是 0/1 变量)
- 影响: 引入整数变量使问题变为混合整数规划, 计算复杂度增加

### 6 因子暴露约束 (Factor Exposure Constraint)

- 绝对暴露:  $L_k \leq \sum_i \omega_i \beta_{ik} \leq U_k$
- 主动暴露:  $L_k \leq \sum_i (\omega_i - \omega_{Bi}) \beta_{ik} \leq U_k$
- 风格中性/行业中性: 使特定因子暴露为零或等于基准暴露
- 原因: 主动管理风险, 确保组合特征符合预期

# 常见约束条件 (4)

## ⑦ 跟踪误差约束 (Tracking Error Constraint)

- 目标: 控制相对于基准组合  $B$  的波动性
- 形式:  $(\omega - \omega_B)' \Sigma (\omega - \omega_B) \leq \sigma_{TE, max}^2$
- 原因: 适用于指数增强或相对收益策略

## ⑧ 约束的影响

- 降低理论最优性: 加入约束通常使目标函数表现下降
- 提高实际可行性: 使组合满足现实要求, 更易管理执行
- 改变组合结构: 直接影响最终权重分配
- 计算复杂度: 某些约束 (如整数约束) 显著增加求解难度
- 可能无解: 过于严格或冲突的约束可能导致无可行解



# 交易成本模型（1）

交易成本直接侵蚀策略收益，应在优化阶段就纳入考量：

$$\max_{\omega} \underbrace{\left( \omega' \mu - \frac{\xi}{2} \omega' \Sigma \omega \right)}_{\text{原始目标函数}} - \underbrace{\gamma_{TC} TC(\omega, \omega^-)}_{\text{交易成本惩罚项}}$$

## ① 交易成本构成

### • 显性成本：

- 佣金：券商收取的费用
- 印花税：政府收取的税费
- 交易所规费等

### • 隐性成本：

- 价差成本：买入价-卖出价的差额
- 冲击成本：交易对市场价格的不利影响（机构投资者最大成本来源）
- 机会成本：未能及时完成交易错失的价格变动

## 交易成本模型 (2)

### ② 常用成本模型

- **线性成本函数**:  $TC(\omega) = \sum_i c_i |\omega_i - \omega_i^-|$ 
  - 假设单位交易成本固定, 适用小额交易
- **二次成本函数** (考虑冲击成本):  $TC(\omega) = \sum_i c_i |\omega_i - \omega_i^-| + \sum_i d_i (\omega_i - \omega_i^-)^2$ 
  - 增加交易量平方项模拟冲击成本
  - 交易量越大, 单位冲击成本越高
- **更复杂模型**: 分段线性函数、幂函数等

# 回测与评估 (1)

绝不能直接投入实盘，必须通过严格回测评估策略表现

## ① 回测的重要性

- 绩效评估：检验策略在过去市场中的表现
- 模型验证：验证模型假设有效性
- 参数调优：调整模型参数（警惕过拟合）
- 风险识别：发现可能的极端风险
- 可行性检验：考虑交易成本、流动性后策略是否仍有利可图

## ② 关键回测指标

- 收益类：年化收益率、累计收益率
- 风险类：年化波动率、最大回撤、VaR、条件 VaR
- 风险调整收益：夏普比率、索提诺比率、信息比率
- 交易类：年化换手率、平均持仓周期

# 回测与评估 (2)

## ③ 回测中的常见陷阱

- **前视偏差**：使用当时尚未发生的未来信息
  - 如用当天收盘价做当天开盘决策
  - 用发布日晚于决策日的财务数据
  - 对全样本标准化后用于历史决策
- **幸存者偏差**：只用当前存在的股票数据，忽略已退市公司
  - 高估策略表现
  - 必须使用包含已退市股票的数据库
- **数据挖掘/过拟合偏差**：过度拟合历史，找到噪音而非规律
  - 解决：坚持经济逻辑、严格区分样本内外、交叉验证、正则化

# 回测与评估 (3)

## ④ 更多回测陷阱

- 未充分考虑交易成本和冲击：假设理想价格成交
  - 应加入合理交易成本模型
- 忽略流动性约束：假设可无限量交易任何股票
  - 小盘或低流动性股票难以承载大资金

## ⑤ 好的回测实践

- 使用高质量、干净、包含退市股票的数据
- 严格模拟实际交易流程，避免前视偏差
- 包含合理的交易成本和滑点假设
- 进行严格的样本外测试
- 分析极端事件和风险暴露
- 进行多维度归因分析，理解收益和风险来源

# 总结

本次课深入探讨了量化投资策略构建的三个核心支柱：

- **收益预测方面：**

- 寻找预测变量（传统数据、另类数据）
- 筛选标准（逻辑性、持续性、增量性、稳健性、可投资性、普适性）
- 转化为具体预测的方法（打分法、回归法等）
- **核心：**找到真正有效、稳健且具逻辑支撑的阿尔法来源

- **风险模型方面：**

- Barra 风险模型的结构和应用
- 因子暴露的确定方法
- 协方差矩阵的估计与调整
- **核心：**准确评估风险，理解风险来源，为优化提供关键输入

- **组合优化方面：**

- 收益与风险模型错位问题
- 不同优化目标函数（MVO、最小方差、最大多样化、风险平价）
- 各类约束条件和交易成本模型
- **核心：**转化为风险可控、成本有效、满足现实约束的最优组合

- **量化投资是不断迭代、持续优化的过程**