MOwNiT – laboratorium
Rozwiązywanie równań i układów równań nieliniowych

1. Stosując metodę Newtona oraz metodę siecznych wyznacz pierwiastki równania $\boldsymbol{f(x)}=0$ w zadanym przedziale [a, b]. Dla metody Newtona wybierz punkty startowe rozpoczynając od wartości końców przedziału, zmniejszając je o 0.1 w kolejnych eksperymentach numerycznych. Odpowiednio dla metody siecznej jeden z końców przedziału stanowić powinna wartość punktu startowego dla metody Newtona, a drugi – początek, a następnie koniec przedziału [a, b].
Porównaj liczbę iteracji dla obu tych metod (dla różnych dokładności ρ), stosując jako kryterium stopu:

- $\left|x^{(i+1)} - x^{(i)}\right| < \rho$
- $\left|f(x^{i})\right| < \rho$

Funkcje f do zadania w zadanym przedziale [a,b]:

a) $f(x) = x^n - (1-x)^m$

b) $f(x) = (x-1)e^{-mx} + x^n$

c) $f(x) = x^2 - m(\sin x)^n$

d) $f(x) = x^n + x^m$

e) $f(x) = mxe^{-n} - me^{-nx} + 1/m$

2. (*Nieobowiązkowe*) Rozwiąż jeden z poniższych układów równań metodą Newtona:

a) $$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3 = 1 \\ 2x_1^2 - x_2^2 - 4x_3^2 = -3 \\ x_1^2 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

b) $$\begin{cases} x_1^2 - 4x_2^2 + x_3^3 = 1 \\ 2x_1^2 + 4x_2^2 - 3x_3 = 0 \\ x_1^2 - 2x_2 + x_3^2 = 1 \end{cases}$$

c) $$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 1 \\ x_1 - 2x_2^3 + 2x_3^2 = -1 \\ 2x_1^2 + x_2 - 2x_3^2 = 1 \end{cases}$$

d) $$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3 = 1 \\ 2x_1^2 + x_2^2 + x_3^3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2^3 - 2x_3^2 = 3 \end{cases}$$

Przeprowadź eksperymenty dla różnych wektorów początkowych. Sprawdź, ile rozwiązań ma układ. Przy jakich wektorach początkowych metoda nie zbiega do rozwiązania? Jakie wektory początkowe doprowadzają do jakiego rozwiązania?
Należy także zastosować dwa różne kryteria stopu.