

Aproksymacja średniokwadratowa trygonometryczna

Jakub Kędra

Gr. nr 4

Spis treści

Informacje techniczne	3
Zadanie	3
Funkcja	3
Węzły równoodległe.....	3
Oznaczenia	3
Aproksymacja	4
Aproksymacja średniokwadratowa	4
Funkcje ortogonalne.....	4
Ortogonalność ciągów.....	5
Aproksymacja średniokwadratowa wielomianami ortogonalnymi	5
Aproksymacja średniokwadratowa wielomianami trygonometrycznymi.....	6
Założenia w przeprowadzonych aproksymacjach	7
Wykresy aproksymacji średniokwadratowej wielomianami algebraicznymi.....	8
Błędy.....	0
Błąd maksymalny punktów	1
Błąd sumy kwadratów punktów.....	0
Efekt Rungego	0
Wnioski.....	0
Bibliografia.....	0

Spis tabel

Tabela 1. Informacje techniczne	3
Tabela 2. Znaczenie symboli w sprawozdaniu	3
Tabela 3. Błąd maksymalny punktów.....	1
Tabela 4. Błąd sumy kwadratów punktów	0

Spis wykresów

Wykres 1. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n=14$, $m=6$	8
Wykres 2. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n=25$, $m=6$	8
Wykres 3. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n = 35$, $m = 16$	0
Wykres 4. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n = 40$, $m = 18$	0
Wykres 5. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n = 100$, $m = 16$	0
Wykres 6. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n = 100$, $m = 40$	0
Wykres 7. Aproksymacja wielomianami algebraicznymi z najmniejszym błędem maksymalnym punktów ($n = 100$, $m = 50$)	1

Wykres 8. Aproksymacja wielomianami algebraicznymi z największym błędem maksymalnym punktów ($n = 12$, $m = 6$)	1
---	---

Spis równań

Równanie 1. Podstawowa interpolowana funkcja	3
Równanie 2. Miejsca zerowe interpolowanej funkcji	3
Równanie 3. Wzór ogólny na aproksymację średniokwadratową	4
Równanie 4. Warunek współczynników a_j	4
Równanie 5. Definicja ortogonalności funkcji	4
Równanie 6. Definicja ortogonalności ciągów	5
Równanie 7. Początkowy układ równań aproksymacji średniokwadratowej w. ortogonalnymi.....	5
Równanie 8. Układ równań aproksymacji średniokwadratowej w. ortogonalnymi po przeniesieniu sumy na drugą stronę równania.....	5
Równanie 9. Układ równań aproksymacji średniokwadratowej w. ortogonalnymi po przesunięciu znaku sumy z ind. j na początek wyrażenia.....	5
Równanie 10. Wartość sumy ciągu ortogonalnego dla $j \neq k$	5
Równanie 11. Układ równań aproksymacji średniokwadratowej w. ortogonalnymi	5
Równanie 12. Wzór na interpolację średniokwadratową wielomianami trygonometrycznymi.....	6
Równanie 13. Wzory na współczynniki a_i oraz b_i	6
Równanie 14. Przyjmowane wartości przez n oraz m	7
Równanie 15. Definicje zbiorów N oraz M	7
Równanie 16. Funkcja wagi	7

Informacje techniczne

Poniższa tabela zawiera informacje sprzętowe

System operacyjny	Windows 10 Home (64bit, kompilacja 19045)
Procesor	i7 9750h
Język programowania	Python
Kompilator	Python 3.8.10

Tabela 1. Informacje techniczne

Zadanie

Celem zadania było wyznaczenie, przeprowadzenie oraz przeanalizowanie zagadnienia aproksymacji średniokwadratowej z wykorzystaniem wielomianów trygonometrycznych.

Funkcja

Aproksymowana funkcja prezentuje się następująco:

$$F(x) = e^{-\sin(2x)} + \sin(2x) - 1$$

Równanie 1. Podstawowa interpolowana funkcja

Z miejscami zerowymi dla

$$x = \left\{ \pi n, \pi n + \frac{\pi}{2} \right\}, n \in \mathbb{Z}$$

Równanie 2. Miejsca zerowe interpolowanej funkcji

Węzły równoodległe

Aproksymacje zostały przeprowadzone dla węzłów równoodległych – rozmieszczonych równolegle na całej dziedzinie interpolowanej funkcji.

Oznaczenia

Na potrzeby sprawozdania, przyjmujemy następujące oznaczenia:

Symbol	Znaczenie
n	Liczba węzłów aproksymacyjnych
m	Stopień wielomianu trygonometrycznego
$F(x)$	Funkcja aproksymowana
$f(x)$	Funkcja aproksymująca

Tabela 2. Znaczenie symboli w sprawozdaniu

Aproksymacja

Aproksymacją nazywamy przybliżanie funkcji zwanej aproksymowaną inną funkcją zwaną funkcją aproksymującą.

Aproksymacja jest wykorzystywana, gdy:

- gdy funkcja aproksymowana jest przedstawiona w postaci tablicy wartości i poszukujemy dla niej odpowiedniej funkcji ciągłej
- gdy funkcję o dosyć skomplikowanym zapisie analitycznym chcemy przedstawić w prostszej postaci.

Aproksymacja średniokwadratowa

Do aproksymacji średniokwadratowej będziemy potrzebowali następujących danych:

- $n+1$ węzłów w postaci: $(x_i, y_i = F(x_i))$, $i = 0, 1, \dots, n$
- układ funkcji bazowych: $\varphi_j(x)$, $j = 0, 1, \dots, m$

wykorzystywać następujący wzór:

$$f(x) = \sum_{j=0}^m a_j \varphi_j(x)$$

Równanie 3. Wzór ogólny na aproksymację średniokwadratową

Gdzie $\{a_j\}_{j=0}^m$ oznacza współczynniki, dla których:

$$\min |F(x) - f(x)| = \min \sum_{i=0}^n w(x_i) \left[F(x_i) - \sum_{j=0}^m a_j \varphi_j(x_i) \right]^2$$

Równanie 4. Warunek współczynników a_j

Dla $w(x_i)$ oznaczającego wagę danego węzła.

Funkcje ortogonalne

Funkcje $f(x)$ oraz $g(x)$ nazywamy ortogonalnymi na dyskretnym zbiorze punktów $P = \{x_i: i = 0, 1, 2, \dots, n\}$, jeżeli spełniają poniższe równania:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n f(x_i) \cdot g(x_i) &= 0 \\ \sum_{i=0}^n [f(x_i)]^2 &> 0 \\ \sum_{i=0}^n [g(x_i)]^2 &> 0 \end{aligned}$$

Równanie 5. Definicja ortogonalności funkcji

Oznacza to, że suma iloczynów obu funkcji na dyskretnym zbiorze punktów P jest zawsze równa 0, jednocześnie żadna z tych funkcji nie zeruje się w każdym punkcie dyskretnego zbioru P .

Ortogonalność ciągów

Ciągi funkcyjne $\{\varphi_k(x)\}$ nazywamy ortogonalnymi na dyskretnym zbiorze punktów $\{x_i\}$, jeżeli:

$$\sum_{i=0}^n \varphi_j(x_i) \varphi_k(x_i) = \begin{cases} 0 & j \neq k \\ > 0 & j = k \end{cases} (*)$$

Równanie 6. Definicja ortogonalności ciągów

(*) - nie wszystkie x_i to miejsca zerowe

Aproksymacja średniokwadratowa wielomianami ortogonalnymi

Dla wielomianów ortogonalnych układ normalny prezentuje się następująco:

$$\sum_{i=0}^n w(x_i) \left[F(x_i) - \sum_{j=0}^m a_j \cdot \varphi_j(x_i) \right] \varphi_k(x_i) = 0, \quad k = 0, 1, \dots, m$$

Równanie 7. Początkowy układ równań aproksymacji średniokwadratowej w. ortogonalnymi

Rozbijmy nawias na dwie sumy i przenieśmy jedną z sum na drugą stronę równania:

$$\sum_{i=0}^n w(x_i) F(x_i) \varphi_k(x_i) = \sum_{i=0}^n w(x_i) \varphi_k(x_i) \sum_{j=0}^m a_j \cdot \varphi_j(x_i)$$

Równanie 8. Układ równań aproksymacji średniokwadratowej w. ortogonalnymi po przeniesieniu sumy na drugą stronę równania

Przesuńmy sumę z indeksem j na początek wyrażenia:

$$\sum_{i=0}^n w(x_i) F(x_i) \varphi_k(x_i) = \sum_{j=0}^m a_j \sum_{i=0}^n w(x_i) \varphi_k(x_i) \varphi_j(x_i)$$

Równanie 9. Układ równań aproksymacji średniokwadratowej w. ortogonalnymi po przesunięciu znaku sumy z ind. j na początek wyrażenia

Z definicji ortogonalności ciągu dla $j \neq k$ wiemy, że

$$\sum_{i=0}^n \varphi_j(x_i) \varphi_k(x_i) = 0$$

Równanie 10. Wartość sumy ciągu ortogonalnego dla $j \neq k$

Stąd otrzymujemy następujące równanie:

$$\sum_{i=0}^n w(x_i) F(x_i) \varphi_k(x_i) = a_k \sum_{i=0}^n w(x_i) \varphi_k^2(x_i) \varphi_j(x_i)$$

Równanie 11. Układ równań aproksymacji średniokwadratowej w. ortogonalnymi

Jak możemy zauważyć, z powyższego równania otrzymujemy układ równań, posiadający macierz diagonalną. Z tego wynika, że znika nam:

- Złe uwarunkowanie

- Konieczność ponownego rozwiązania układu normalnego przy zmianie stopnia wielomianu aproksymującego

Aproksymacja średniokwadratowa wielomianami trygonometrycznymi

W przypadku aproksymacji wielomianami trygonometrycznymi, będziemy wykorzystywali następujący wzór:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^m (a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx))$$

Równanie 12. Wzór na interpolację średniokwadratową wielomianami trygonometrycznymi

Aby móc skorzystać z tego wzoru, potrzebujemy wyznaczyć poszczególne współczynniki a_j oraz b_j . W tym celu skorzystamy ze wzorów:

$$a_j = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^n f(x_i) \cos(jx_i)$$

$$b_j = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^n f(x_i) \sin(jx_i)$$

Równanie 13. Wzory na współczynniki a_i oraz b_i

Powyższe współczynniki noszą nazwę *współczynników Fouriera*. Wielomian trygonometryczny ze współczynnikami Fouriera nazywa się *wielomianem Fouriera*. Ponieważ wykorzystywane wielomiany trygonometryczne są funkcjami ortogonalnymi, do obliczenia aproksymacji możemy wykorzystać wzór nr 11 (*Układ równań aproksymacji średniokwadratowej w. ortogonalnymi*), z którego wynika wzór nr 12.

Dodatkowo, ze względu na to, że dziedziną aproksymowanej funkcji nie jest $D = [-\pi, \pi]$, musimy przeskalować każdy i -tego argumentu. W tym celu skorzystamy z następującego wzoru:

$$s(x) = 2\pi \frac{x - p}{k - p} - \pi$$

Równanie 14. Wzór na funkcję skalującą

Gdzie:

- p – początek przedziału (w naszym przypadku $p = 0$)
- k – koniec przedziału (w naszym przypadku $k = \pi$)

Z powyższego wzoru będziemy również korzystać za każdym razem, gdy będziemy chcieli skorzystać z wzoru nr 12. na przedziale innym niż $D = [-\pi, \pi]$

Założenia w przeprowadzonych aproksymacjach

Aproksymację przeprowadziliśmy dla takich wartości n oraz m , że:

$$D = \{(n, m) \in N \times M : n > 2m - 1\}$$

Równanie 15. Przyjmowane wartości przez n oraz m

Gdzie:

$$N = \{8, 10, 12, 14, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 100\}$$

$$M = \{3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 20, 25\}$$

Równanie 16. Definicje zbiorów N oraz M

Dodatkowo, jako funkcję wagi $w(x)$ przyjmujemy:

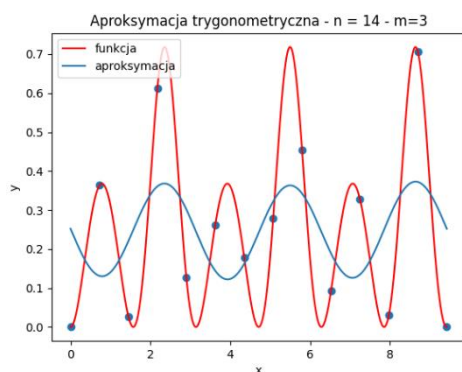
$$\forall_{i=0,1,\dots,n} w(x_i) = 1$$

Równanie 17. Funkcja wagi

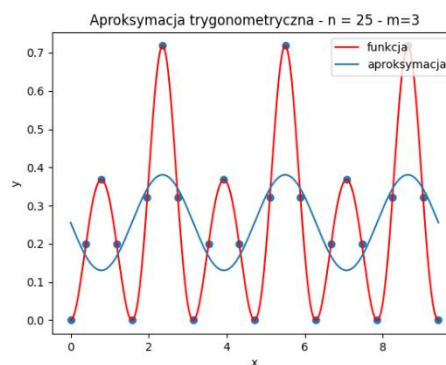
Wykresy aproksymacji średniokwadratowej wielomianami algebraicznymi

Poniżej znajdują się przykładowe wykresy aproksymacji średniokwadratowej wielomianami algebraicznymi. Wartości na 5 poniższych wykresach zostały dobrane tak, aby z każdym kolejnym wykresem różnica pomiędzy liczbą węzłów n , a liczbą funkcji aproksymujących m zwiększała się.

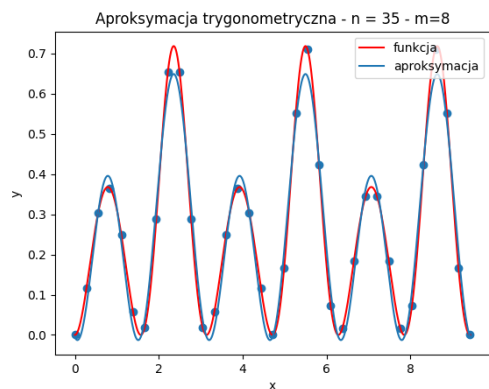
Wykres 1. oraz 2. przedstawiają wynik aproksymacji dla mniejszych wartości n (odpowiednio 14 oraz 25), dla $m = 3$. Możemy zauważyć, że obie aproksymacje niewiele się od siebie różnią. Większą różnicę możemy dostrzec pomiędzy wykresem 2. a 3. Na wykresie 3. możemy zauważyć, że funkcja aproksymująca przypomina już naszą funkcję aproksymowaną. Porównując wykres 3. z wykresem 4. Możemy zauważyć, że wraz z wzrostem parametru m , będącego stopniem wielomianu aproksymującego, rośnie również dokładność samej aproksymacji. Wykres 5. oraz 6. przedstawia natomiast wynik aproksymacji dla $n = 100$. Dodatkowo, wykres 5. posiada dokładnie taką samą wartość parametru m , co wykres 3. Porównując oba wykresy możemy dostrzec niewielką różnicę na korzyść dokładności aproksymacji wykresu 5., wykorzystującego większą liczbę węzłów n . Ostatni wykres (nr 6.) pokazuje nam natomiast wpływ dużej liczby węzłów n oraz dużego stopnia wielomianu aproksymującego m na dokładność aproksymacji. W tym przypadku funkcja aproksymowana oraz funkcja aproksymująca są niemalże identyczne.



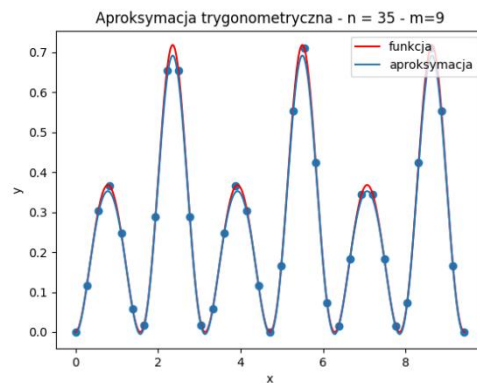
Wykres 1. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n=14$, $m=6$



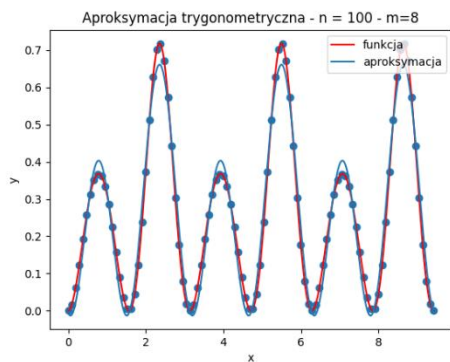
Wykres 2. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n=25$, $m=3$



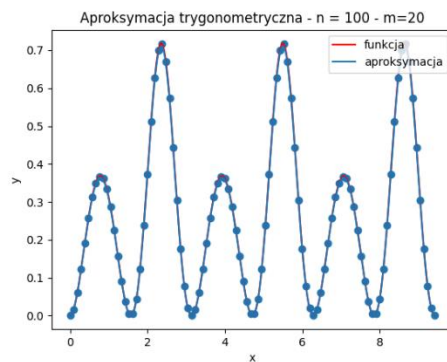
Wykres 3. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n = 35$, $m = 8$



Wykres 4. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n = 35$, $m = 9$



Wykres 5. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n = 100$, $m = 8$



Wykres 6. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi dla $n = 100$, $m = 20$

Błędy

Do wyliczenia stosownych błędów skorzystałem z poniższych wzorów:

- Wzór na błąd maksymalny punktów:

$$\max_{i=0,\dots,p} |f(x_i) - F(x_i)|$$

- Wzór na błąd sumy kwadratów punktów:

$$\frac{1}{p} \sqrt{\sum_{i=0}^p (f(x_i) - F(x_i))^2}$$

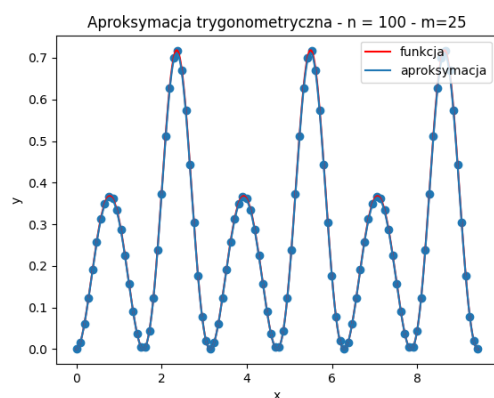
Gdzie p oznacza liczbę węzłów, w naszym przypadku $p = 500$

Błąd maksymalny punktów

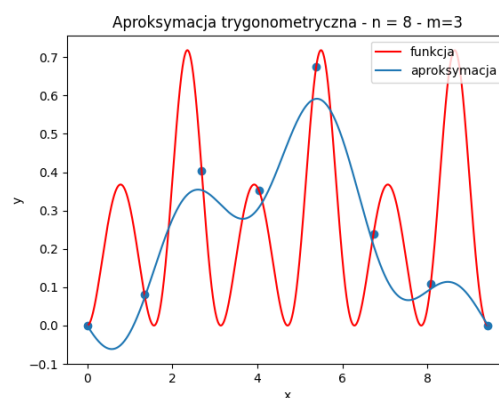
Tabela 3. Błąd maksymalny punktów

n\m	3	4	5	8	9	10	11	12	15	20	25
8	6,08229E-01	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
10	4,84198E-01	4,84198E-01	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
12	3,94503E-01	3,94909E-01	6,21133E-01	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
14	3,54915E-01	3,90886E-01	3,90920E-01	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
25	3,37750E-01	3,37750E-01	3,37750E-01	7,70711E-02	3,39865E-02	3,39865E-02	3,39865E-02	2,35523E-02	-----	-----	-----
30	3,35111E-01	3,35111E-01	3,35111E-01	7,26651E-02	2,98061E-02	2,98061E-02	2,98352E-02	2,45502E-02	-----	-----	-----
35	3,33223E-01	3,33223E-01	3,33223E-01	6,94847E-02	2,64146E-02	2,64148E-02	2,64148E-02	2,10970E-02	2,05727E-02	-----	-----
40	3,31807E-01	3,31807E-01	3,31807E-01	6,70994E-02	2,38710E-02	2,38710E-02	2,38710E-02	1,85336E-02	1,80042E-02	-----	-----
45	3,30706E-01	3,30706E-01	3,30706E-01	6,52442E-02	2,18926E-02	2,18926E-02	2,18926E-02	1,65400E-02	1,60091E-02	1,59650E-02	-----
50	3,29825E-01	3,29825E-01	3,29825E-01	6,37600E-02	2,03099E-02	2,03099E-02	2,03099E-02	1,49451E-02	1,44131E-02	1,43690E-02	-----
55	3,29105E-01	3,29105E-01	3,29105E-01	6,25457E-02	1,90149E-02	1,90149E-02	1,90149E-02	1,36402E-02	1,31072E-02	1,30630E-02	1,30597E-02
60	3,28504E-01	3,28504E-01	3,28504E-01	6,15337E-02	1,79358E-02	1,79358E-02	1,79358E-02	1,25528E-02	1,20189E-02	1,19747E-02	1,19714E-02
65	3,27996E-01	3,27996E-01	3,27996E-01	6,06775E-02	1,70227E-02	1,70227E-02	1,70227E-02	1,16327E-02	1,10981E-02	1,10539E-02	1,10505E-02
70	3,27560E-01	3,27560E-01	3,27560E-01	5,99435E-02	1,62401E-02	1,62401E-02	1,62401E-02	1,08440E-02	1,03089E-02	1,02645E-02	1,02612E-02
75	3,27183E-01	3,27183E-01	3,27183E-01	5,93075E-02	1,55618E-02	1,55618E-02	1,55618E-02	1,01605E-02	9,62483E-03	9,58046E-03	9,57710E-03
80	3,26853E-01	3,26853E-01	3,26853E-01	5,87509E-02	1,49683E-02	1,49683E-02	1,49683E-02	9,56244E-03	9,02631E-03	8,98189E-03	8,97853E-03
85	3,26561E-01	3,26561E-01	3,26561E-01	5,82598E-02	1,44446E-02	1,44446E-02	1,44446E-02	9,03473E-03	8,49819E-03	8,45374E-03	8,45039E-03
100	3,25862E-01	3,25862E-01	3,25862E-01	5,70812E-02	1,31877E-02	1,31877E-02	1,31877E-02	7,76822E-03	7,23072E-03	7,18619E-03	7,18283E-03

Z powyższych danych wynika, że na dokładność aproksymacji ma wpływ zarówno liczba węzłów n , jak i stopień wielomianu aproksymującego m . Gdy rośnie którykolwiek z tych parametrów, zwiększa się dokładność aproksymacji. Wpływ liczby węzłów n jest najbardziej widoczny począwszy od stopnia wielomianu aproksymującego $m=8$. Natomiast większą istotność na wynik aproksymacji posiada jednak wartość m . Jak możemy zauważyć, różnice w dokładności pomiędzy wierszami są o wiele mniejsze od różnic w dokładności pomiędzy kolumnami. Wraz z wzrostem stopnia wielomianu aproksymującego m , rośnie także dokładność aproksymacji. Zależność tą możemy również zauważyć pomiędzy wspomnianymi wcześniej wykresami 5. oraz 6. Poniżej prezentują się wyniki aproksymacji z najmniejszym oraz z największym błędem maksymalnym punktów:



Wykres 7. Aproksymacja wielomianami algebraicznymi z najmniejszym błędem maksymalnym punktów ($n = 100$, $m = 25$)



Wykres 8. Aproksymacja wielomianami algebraicznymi z największym błędem maksymalnym punktów ($n = 8$, $m = 3$)

Błąd sumy kwadratów punktów

Tabela 4. Błąd sumy kwadratów punktów

$n \backslash m$	3	4	5	8	9	10	11	12	15	20	25
8	1,16681E-02	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
10	1,16030E-02	1,16030E-02	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
12	8,87309E-03	8,87310E-03	1,18499E-02	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
14	8,76328E-03	8,85946E-03	8,85946E-03	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
25	8,73043E-03	8,73043E-03	8,73043E-03	1,53844E-03	6,34512E-04	6,34512E-04	6,34512E-04	6,30875E-04	-----	-----	-----
30	8,72620E-03	8,72620E-03	8,72620E-03	1,50140E-03	5,39112E-04	5,39112E-04	5,39112E-04	5,10489E-04	-----	-----	-----
35	8,72367E-03	8,72367E-03	8,72367E-03	1,47843E-03	4,70736E-04	4,70736E-04	4,70736E-04	4,37651E-04	4,37314E-04	-----	-----
40	8,72204E-03	8,72204E-03	8,72204E-03	1,46332E-03	4,20448E-04	4,20448E-04	4,20448E-04	3,83035E-04	3,82650E-04	-----	-----
45	8,72094E-03	8,72094E-03	8,72094E-03	1,45287E-03	3,82166E-04	3,82166E-04	3,82166E-04	3,40567E-04	3,40134E-04	3,40131E-04	-----
50	8,72016E-03	8,72016E-03	8,72016E-03	1,44535E-03	3,52241E-04	3,52241E-04	3,52241E-04	3,06602E-04	3,06121E-04	3,06118E-04	-----
55	8,71958E-03	8,71958E-03	8,71958E-03	1,43976E-03	3,28348E-04	3,28348E-04	3,28348E-04	2,78822E-04	2,78293E-04	2,78289E-04	2,78289E-04
60	8,71915E-03	8,71915E-03	8,71915E-03	1,43550E-03	3,08942E-04	3,08942E-04	3,08942E-04	2,55679E-04	2,55102E-04	2,55098E-04	2,55098E-04
65	8,71882E-03	8,71882E-03	8,71882E-03	1,43217E-03	2,92950E-04	2,92950E-04	2,92950E-04	2,36105E-04	2,35480E-04	2,35476E-04	2,35475E-04
70	8,71856E-03	8,71856E-03	8,71856E-03	1,42952E-03	2,79612E-04	2,79612E-04	2,79612E-04	2,19333E-04	2,18660E-04	2,18656E-04	2,18656E-04
75	8,71835E-03	8,71835E-03	8,71835E-03	1,42739E-03	2,68369E-04	2,68369E-04	2,68369E-04	2,04805E-04	2,04084E-04	2,04079E-04	2,04079E-04
80	8,71818E-03	8,71818E-03	8,71818E-03	1,42563E-03	2,58803E-04	2,58803E-04	2,58803E-04	1,92098E-04	1,91329E-04	1,91324E-04	1,91324E-04
85	8,71804E-03	8,71804E-03	8,71804E-03	1,42418E-03	2,50600E-04	2,50600E-04	2,50600E-04	1,80892E-04	1,80075E-04	1,80070E-04	1,80070E-04
100	8,71775E-03	8,71775E-03	8,71775E-03	1,42104E-03	2,31956E-04	2,31956E-04	2,31956E-04	1,54026E-04	1,53066E-04	1,53059E-04	1,53059E-04

Podobnie i w tym przypadku, na dokładność aproksymacji miała wpływ liczba węzłów n oraz stopień wielomianu aproksymującego m , z szczególnym wpływem drugiej zmiennej. W przypadku błędu sumy kwadratów, wpływ parametru n na dokładność widać najbardziej od $m = 9$. Jednakże i w tym przypadku możemy zauważyć, że różnice pomiędzy poszczególnymi kolumnami są większe od różnic pomiędzy poszczególnymi wierszami (pomijając kilka początkowych wartości w lewym górnym rogu tabeli do $m = 5$). Aproksymacjom z wykresu 7. oraz 8. udało się podtrzymać tytuł odpowiednio najbardziej oraz najmniej dokładnej z aproksymacji.

Efekt Rungego

Efekt Rungego polega na występowaniu zmniejszenia dokładności wraz ze zwiększaniem liczby węzłów. Dodatkowo, zachodzi on tylko w przypadku gdy równocześnie interpolujemy lub aproksymujemy wielomianami algebraicznymi oraz gdy węzły interpolacyjne są równoodległe. W przypadku aproksymacji średniokwadratowej wielomianami trygonometrycznymi, efekt ten nie zachodzi.

Wnioski

Aproksymacja średniokwadratowa wielomianami trygonometrycznymi dała nam o wiele lepsze wyniki od wcześniejszej aproksymacji średniokwadratowej wielomianami algebraicznymi. Wraz z wzrostem któregośkolwiek z parametrów (liczby węzłów n lub stopnia wielomianu aproksymującego m), wzrastała również dokładność samej aproksymacji – z szczególnym znaczeniem stopnia wielomianu aproksymującego m . Dodatkowo, w przypadku tej aproksymacji nie występuje efekt Rungego. Aproksymacja ta posiada również o wiele lepsze uwarunkowanie, za sprawą braku konieczności ponownego rozwiązywania układu równań, przy zmianie liczby węzłów n .

Bibliografia

- Metody obliczeniowe w nauce i technice – wykłady AGH 2022/23
- Aproksymacja wielomianowa – Wikipedia –
[https://pl.wikipedia.org/wiki/Aproksymacja_wielomianowa]
- Polynomial regression – Wikipedia – [https://en.wikipedia.org/wiki/Polynomial_regression]
- 4. Aproksymacja – Politechnika Gdańska – Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki
– [https://eti.pg.edu.pl/documents/176593/26763380/Wykl_AlgorOblicz_3.pdf]