Rozwiązywanie równań nieliniowych

Jakub Kędra

Gr. nr 4

Spis treści

Informacje techniczne ... 3
Zadanie ... 3
Funkcja ... 3
Oznaczenia ... 3
Wykresy funkcji ... 4
Wykorzystywane wartości ... 4
Metoda Newtona-Rhapsona ... 1
Metoda siecznych ... 1
Warunki zatrzymania ... 2
Warunek odcinkowy ... 2
Warunek rezydualny ... 2
Warunek maksymalnej liczby iteracji ... 3
Wyniki ... 3
Newton-Rhapson ... 3
Warunek odległościowy ... 3
Warunek rezydualny ... 4
Metoda siecznych – od początku ... 6
Warunek odległościowy ... 6
Warunek rezydualny ... 7
Metoda siecznych – od końca ... 8
Warunek odległościowy ... 8
Warunek rezydualny ... 9
Wnioski ... 10
Bibliografia ... 10

Spis tabel

Tabela 1. Informacje techniczne ... 3
Tabela 2. Znaczenie symboli w sprawozdaniu ... 3
Tabela 3. Wyniki Newtona-Rhapsona dla warunku odległościowego ... 3
Tabela 4. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników Newtona-Rhapsona dla warunku odległościowego ... 4
Tabela 5. Wyniki Newtona-Rhapsona dla warunku rezydualnego ... 5
Tabela 6. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników Newtona-Rhapsona dla warunku rezydualnego 5
Tabela 3. Wyniki metody siecznych od początku dla warunku odległościowego ... 6
Tabela 4. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników metody siecznych od początku dla warunku odległościowego ... 6

Tabela 5. Wyniki metody siecznych od początku dla warunku rezydualnego 7
Tabela 6. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników metody siecznych od początku dla warunku rezydualnego 7
Tabela 3. Wyniki metody siecznych od końca dla warunku odległościowego 8
Tabela 4. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników Newtona-Rhapsona dla warunku odległościowego 8
Tabela 5. Wyniki Newtona-Rhapsona dla warunku rezydualnego 9
Tabela 6. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników Newtona-Rhapsona dla warunku rezydualnego 9

Spis wykresów

Wykres 1. Wykres funkcji 4
Wykres 2. Wykres pochodnej funkcji 4
Wykres 3. Wykres funkcji wraz z jej pochodną 4

Spis równań

Równanie 1. Zadana funkcja 3
Równanie 2. Przedział zadanej funkcji 3
Równanie 3. Przybliżenia miejsc zerowych zadanej funkcji 3
Równanie 4. Przybliżone miejsce zerowe zadanej funkcji w przedziale D 3
Równanie 5. Wartości przyjmowane przez $e = \rho$ 4
Równanie 6. Wartości przyjmowane przez testowy argument x 4
Równanie 7. Założenia metody Newtona-Rhapsona 1
Równanie 8. Przybliżenie α 1
Równanie 9. Przekształcenie funkcji f(x) 1
Równanie 10. Poprzednie przekształcenie po uproszczeniu 1
Równanie 11. Wzór na h 1
Równanie 12. Wzór na i-te przybliżenie metodą Newtona-Rhapsona 1
Równanie 13. Wnioski z twierdzenia Darboux 2
Równanie 14. Wzór na i-te przybliżenie metody siecznych 2
Równanie 15. Punkty początkowe metody siecznych dla badania od początku 2
Równanie 16. Punkty początkowe metody siecznych dla badania od końca 2
Równanie 17. Warunek odcinkowy 2
Równanie 18. Warunek rezydualny 2

Informacje techniczne

Poniższa tabela zawiera informacje sprzętowe

System operacyjny	Windows 10 Home (64bit, kompilacja 19045)
Procesor	i7 9750h
Język programowania	Python
Kompilator	Python 3.8.10

Tabela 1. Informacje techniczne

Zadanie

Celem zadania było wyznaczenie miejsc zerowych zadanej funkcji oraz przeanalizowanie otrzymanych wyników z wykorzystaniem metody Newtona-Rhapsona oraz metody siecznych.

Funkcja

Aproksymowana funkcja prezentuje się następująco:

$$f(x) = x^2 - 20sin^{12}(x)$$

Równanie 1. Zadana funkcja

W przedziale:

$$x \in [0{,}1; 1{,}9] = D$$

Równanie 2. Przedział zadanej funkcji

Z miejscami zerowymi dla

$$x \in \{-2{,}06717; -0{,}863761; 0; 0{,}863761; 2{,}06717\}$$

Równanie 3. Przybliżenia miejsc zerowych zadanej funkcji

W tym z miejscem zerowym w przedziale D dla:

$$x = 0{,}863761$$

Równanie 4. Przybliżone miejsce zerowe zadanej funkcji w przedziale D

Oznaczenia

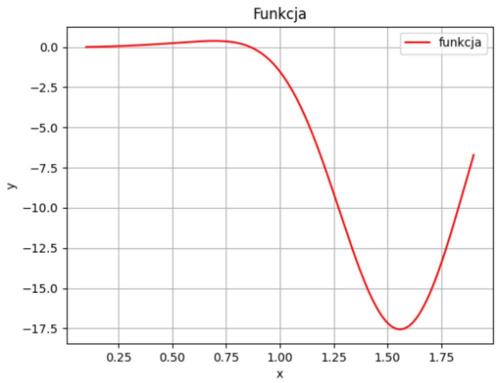
Na potrzeby sprawozdania, przyjmujemy następujące oznaczenia:

Symbol	Znaczenie
$f(x)$	Funkcja nieliniowa
x_i	Wartość argumentu x po i-tej iteracji
$\rho = e$	Dokładność przybliżenia
nan	Brak danych/przekroczono maksymalną liczbę iteracji

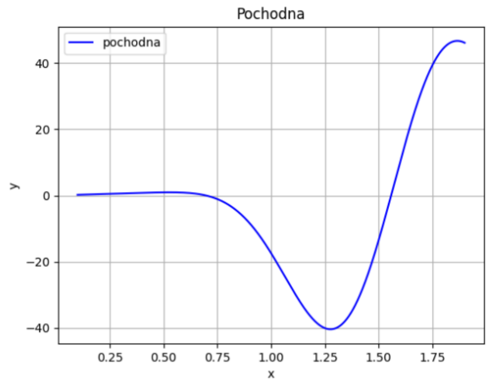
Tabela 2. Znaczenie symboli w sprawozdaniu

Wykresy funkcji

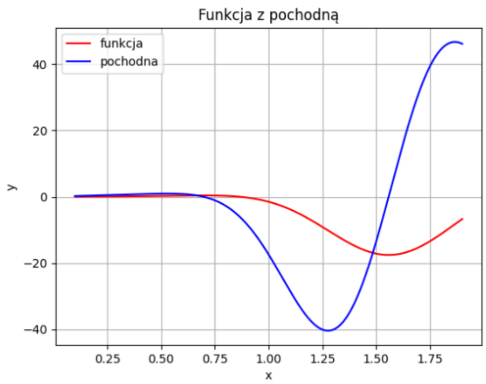
W celu zilustrowania problemu poniżej prezentują się wykresy funkcji oraz jej pochodnej.



Wykres 1. Wykres funkcji



Wykres 2. Wykres pochodnej funkcji



Wykres 3. Wykres funkcji wraz z jej pochodną

Wykorzystywane wartości

Na potrzeby sprawozdania wykorzystaliśmy następujące dane:

Dla dokładności ρ przyjmujemy wartości:

$$e = \rho \in \left\{10^{-k}: k \in \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13\}\right\}$$

Równanie 5. Wartości przyjmowane przez $e = \rho$

Natomiast za testowane argumenty x będziemy przyjmować wartości

$$x \in \left\{\frac{k}{10} \mid k \in [1; 19] \cap N\right\}$$

Równanie 6. Wartości przyjmowane przez testowy argument x

Metoda Newtona-Rhapsona

Metodą Newtona-Raphsona (zwaną również metodą Newtona czy metodą stycznych) nazywamy algorytm iteracyjny, którego zadaniem jest wyznaczenie pierwiastka kwadratowego z liczby rzeczywistej w zadanym przedziale $[a, b]$.

Mamy funkcję $f(x)$. Zakładamy, że w zadanym przedziale $[a, b]$ istnieje takie α, że:

$$f(\alpha) = 0$$

Równanie 7. Założenia metody Newtona-Rhapsona

Jako x_{i-1} przyjmujemy przybliżenie α. Niech:

$$\alpha = x_{i-1} - h$$

Równanie 8. Przybliżenie α

Gdzie h otrzymujemy z poniższego przekształcenia:

$$f(\alpha) = 0 = f(x_{i-1} + h) = f(x_{i-1}) + h \cdot f'(x_{i-1}) + \underbrace{\dots}_{pomijamy}$$

Równanie 9. Przekształcenie funkcji f(x)

Uprośćmy równanie:

$$0 = f(x_{i-1}) + h \cdot f'(x_{i-1})$$

Równanie 10. Poprzednie przekształcenie po uproszczeniu

A następnie przekształcamy powyższe równanie tak, aby otrzymać po jednej ze stron samo h

$$h = -\frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$$

Równanie 11. Wzór na h

Podstawiając h do wzoru z równania 8. otrzymujemy rekurencyjny wzór:

$$x_i = \alpha = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$$

Równanie 12. Wzór na i-te przybliżenie metodą Newtona-Rhapsona

Metoda siecznych

Metoda siecznych, inaczej zwana też w polskiej literaturze metodą cięciw – kolejna metoda numeryczna, służąca do rozwiązywania równania nieliniowego z jedną niewiadomą.

W tym przypadku mamy daną funkcję $f(x)$ wraz z dwoma punktami startowymi x_1, x_2 oraz przedział poszukiwań pierwiastka $[a, b]$. W przedziale poszukiwań pierwiastka dana funkcja $f(x)$ musi spełniać następujące warunki:

- Funkcja jest określona – dla każdej wartości argumentu x z przedziału $[a, b]$ funkcja przyjmuje wartość
- Funkcja jest ciągła
- Funkcja na krańcach przedziałów [a,b] przyjmuje różne znaki (pomijając punkty x_1 oraz x_2)

Biorąc pod uwagę powyższe założenia, zgodnie z twierdzeniem Darboux dochodzimy do wniosku, że na zadanym przedziale istnieje takie c, że

$$f(\mathrm{c}) = 0$$

Równanie 13. Wnioski z twierdzenia Darboux

Dlatego też do wyznaczenia i-tego przybliżenia funkcji wykorzystamy następujący wzór:

$$x_i = x_{i-1} - f(x_{i-1}) \cdot \frac{x_{i-1} - x_{i-2}}{f(x_{i-1}) - f(x_{i-2})}$$

Równanie 14. Wzór na i-te przybliżenie metody siecznych

Na potrzeby sprawozdania przeprowadzimy badania tej metody na dwa sposoby:

a) Od początku, czyli jeden z punktów startowych będzie początkiem przedziału $[a, b]$, tj w naszym przypadku:

$$x_1 = a, x_2 = x$$

Równanie 15. Punkty początkowe metody siecznych dla badania od początku

b) Od końca, czyli jeden z punktów startowych będzie końcem przedziału $[a, b]$, tj. w naszym przypadku

$$x_1 = x, x_2 = b$$

Równanie 16. Punkty początkowe metody siecznych dla badania od końca

Warunki zatrzymania

Aby ocenić w którym momencie zaprzestać iteracji, potrzebujemy zdefiniować tzw. warunek zatrzymania. W naszym przypadku będzie interesowała nas przede wszystkich dokładność przybliżenia. Dlatego też będziemy wykorzystywać dwa poniższe warunki – warunek odcinkowy oraz warunek rezydualny.

Warunek odcinkowy

Warunek odcinkowy definiujemy jako:

$$|x_{i+1} - x_i| < \rho$$

Równanie 17. Warunek odcinkowy

Warunek ten sprawdza jak daleko przemieściło się rozwiązanie przy ostatniej iteracji. Wraz kolejną iteracją odległości pomiędzy poszczególnymi sąsiednimi rozwiązaniami stają się coraz mniejsze. Na tej podstawie możemy wysnuć wniosek, że dla odpowiednio małego ρ jesteśmy w stanie stwierdzić, że rozwiązanie jest wystarczające.

Warunek rezydualny

Warunek rezydualny definiujemy jako:

$$|f(x_i)| < \rho$$

Równanie 18. Warunek rezydualny

Warunek ten sprawdza, czy wartość dla obecnie wyznaczonego rozwiązania jest bliska 0. Dla coraz mniejszego ρ, rozwiązanie będzie dawało wynik coraz bliższy 0.

Warunek maksymalnej liczby iteracji

Aby mieć pewność, że otrzymamy wynik, wykorzystamy następujący warunek:

$$i \leq i_{max}$$

Gdzie i_{max} oznacza maksymalną liczbę iteracji. Na potrzeby sprawozdania przyjmujemy że:

$$i_{max} = 1000$$

Algorytm zwraca *nan*, gdy liczba iteracji $i = i_{max}$ i nie uda mu się zaspokoić warunku odcinkowego bądź rezydualnego. Ten warunek jako jedyny jest sprawdzany równocześnie z innymi warunkami.

Wyniki

Newton-Rhapson

Warunek odległościowy

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	1,56250E-03	1,95313E-04	1,22070E-05	1,52588E-06	1,90735E-07	1,19209E-08	1,49012E-09	1,86265E-10	1,16415E-11	1,45519E-12	1,81899E-13
0,2	1,56249E-03	1,95311E-04	1,22069E-05	1,52587E-06	1,90733E-07	1,19208E-08	1,49010E-09	1,86263E-10	1,16414E-11	1,45518E-12	1,81897E-13
0,3	1,17132E-03	1,46415E-04	1,83018E-05	1,14387E-06	1,42983E-07	1,78729E-08	1,11706E-09	1,39632E-10	1,74540E-11	1,09087E-12	1,36359E-13
0,4	1,55128E-03	1,93910E-04	1,21194E-05	1,51492E-06	1,89365E-07	1,18353E-08	1,47942E-09	1,84927E-10	1,15580E-11	1,44474E-12	1,80593E-13
0,5	1,84239E-03	1,15149E-04	1,43937E-05	1,79921E-06	1,12451E-07	1,40563E-08	1,75704E-09	1,09815E-10	1,37269E-11	1,71586E-12	1,07241E-13
0,6	1,50268E-03	1,87835E-04	1,17397E-05	1,46746E-06	1,83433E-07	1,14646E-08	1,43307E-09	1,79134E-10	1,11959E-11	1,39948E-12	1,74935E-13
0,7	2,06640E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
0,8	8,63888E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
0,9	8,63909E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1	8,64183E-01	8,63762E-01	8,63762E-01	8,63762E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,1	8,63853E-01	8,63853E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,2	8,64361E-01	8,63763E-01	8,63763E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,3	8,64637E-01	8,63765E-01	8,63765E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,4	8,63772E-01	8,63772E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,5	1,80083E-03	1,12552E-04	1,40690E-05	1,75863E-06	1,09914E-07	1,37393E-08	1,71741E-09	1,07338E-10	1,34173E-11	1,67716E-12	1,04822E-13
1,6	8,64057E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,7	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,8	2,06693E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,9	2,06641E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00

Tabela 3. Wyniki Newtona-Rhapsona dla warunku odległościowego

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	7	10	14	17	20	24	27	30	34	37	40
0,2	8	11	15	18	21	25	28	31	35	38	41
0,3	9	12	15	19	22	25	29	32	35	39	42
0,4	9	12	16	19	22	26	29	32	36	39	42
0,5	9	13	16	19	23	26	29	33	36	39	43
0,6	9	12	16	19	22	26	29	32	36	39	42
0,7	15	16	16	17	17	17	17	17	17	18	18
0,8	4	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
0,9	3	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
1	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7
1,1	5	5	6	6	6	7	7	7	7	7	7
1,2	5	6	6	7	7	7	7	7	8	8	8
1,3	5	6	6	7	7	7	7	7	8	8	8
1,4	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7
1,5	9	13	16	19	23	26	29	33	36	39	43
1,6	11	12	12	12	13	13	13	13	13	14	14
1,7	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7
1,8	3	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
1,9	3	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6

Tabela 4. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników Newtona-Rhapsona dla warunku odległościowego

Jak możemy zauważyć, dla 8 przypadków ($x \in [0{,}8; 1{,}4] \cup \{1{,}6\}$) udało się w miarę dokładnie oszacować miejsce zerowe naszej funkcji w zadanym przedziale $[a, b] = [0{,}9;\ 1{,}9]$. Maksymalna liczba operacji w tym przypadku wyniosła 8. W pozostałych przypadkach metoda ta wychodziła po za nasz przedział, jednocześnie w miarę prawidłowo szacując pozostałe, pobliskie miejsca zerowe. Dla ($x \in [0{,}1; 0{,}6] \cup \{1{,}5\}$) udało się przybliżyć miejsce zerowe dla $x = 0$, nie będące w przedziale $[a, b]$. Natomiast, jak możemy zauważyć w tabeli 4. wymagało to od algorytmu wykonania większej liczby iteracji, dochodzącej aż do 43. Dla ($x \in [1{,}7; 1{,}9] \cup \{0{,}7\}$) program starał się przybliżyć wartości dla ostatniego z miejsc zerowych w $x \approx 2{,}06717$. W tym przypadku liczba iteracji nie przekroczyła 18.

Warunek rezydualny

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	2,50000E-02	6,25000E-03	3,12500E-03	7,81250E-04	1,95313E-04	9,76563E-05	2,44141E-05	6,10352E-06	3,05176E-06	7,62939E-07	1,90735E-07
0,2	2,49998E-02	6,24994E-03	3,12497E-03	7,81243E-04	1,95311E-04	9,76553E-05	2,44138E-05	6,10346E-06	3,05173E-06	7,62932E-07	1,90733E-07
0,3	1,87411E-02	9,37054E-03	2,34264E-03	5,85659E-04	2,92829E-04	7,32073E-05	1,83018E-05	9,15092E-06	2,28773E-06	5,71932E-07	2,85966E-07
0,4	2,48205E-02	6,20513E-03	3,10256E-03	7,75641E-04	1,93910E-04	9,69551E-05	2,42388E-05	6,05969E-06	3,02985E-06	7,57462E-07	1,89365E-07
0,5	2,94782E-02	7,36956E-03	1,84239E-03	9,21195E-04	2,30299E-04	5,75747E-05	2,87874E-05	7,19684E-06	1,79921E-06	8,99605E-07	2,24901E-07
0,6	2,40429E-02	6,01073E-03	3,00536E-03	7,51341E-04	1,87835E-04	9,39176E-05	2,34794E-05	5,86985E-06	2,93493E-06	7,33732E-07	1,83433E-07
0,7	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
0,8	8,63888E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
0,9	8,63909E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1	8,63762E-01	8,63762E-01	8,63762E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,1	8,63853E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,2	8,63763E-01	8,63763E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,3	8,63765E-01	8,63765E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,4	8,63772E-01	8,63772E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,5	2,88134E-02	7,20334E-03	1,80083E-03	9,00417E-04	2,25104E-04	5,62761E-05	2,81380E-05	7,03451E-06	1,75863E-06	8,79314E-07	2,19828E-07
1,6	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,7	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,8	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,9	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00

Tabela 5. Wyniki Newtona-Rhapsona dla warunku rezydualnego

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	3	5	6	8	10	11	13	15	16	18	20
0,2	4	6	7	9	11	12	14	16	17	19	21
0,3	5	6	8	10	11	13	15	16	18	20	21
0,4	5	7	8	10	12	13	15	17	18	20	22
0,5	5	7	9	10	12	14	15	17	19	20	22
0,6	5	7	8	10	12	13	15	17	18	20	22
0,7	16	16	17	17	17	17	17	17	18	18	18
0,8	4	5	5	5	6	6	6	6	6	6	7
0,9	3	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6
1	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7
1,1	5	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7
1,2	6	6	7	7	7	7	7	8	8	8	8
1,3	6	6	7	7	7	7	7	8	8	8	8
1,4	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	7
1,5	5	7	9	10	12	14	15	17	19	20	22
1,6	12	12	12	13	13	13	13	13	13	14	14
1,7	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7
1,8	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	6
1,9	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6	6

Tabela 6. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników Newtona-Rhapsona dla warunku rezydualnego

W przypadku warunku rezydualnego, podobnie jak w przypadku warunku odległościowego, metoda ta również po za miejscem zerowym wewnątrz przedziału $[a, b]$, znalazła nam miejsca po za nim. Możemy dostrzec, że w dzieje się tak dokładnie dla takich samych x jak w przypadku warunku odcinkowego. Natomiast możemy również zauważyć, że w przypadku tego warunku potrzebowaliśmy w większości mniejszej liczby iteracji niż w przypadku warunku odcinkowego.

Metoda siecznych – od początku

Warunek odległościowy

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan
0,2	1,00502E-03	1,46627E-04	1,32214E-05	1,19217E-06	1,07498E-07	1,56837E-08	1,41420E-09	1,27519E-10	1,14983E-11	1,03680E-12	1,51268E-13
0,3	1,18104E-03	1,06491E-04	1,55368E-05	1,40096E-06	1,26324E-07	1,13906E-08	1,02709E-09	1,49851E-10	1,35120E-11	1,21838E-12	1,09861E-13
0,4	1,29376E-03	1,16654E-04	1,05187E-05	1,53465E-06	1,38379E-07	1,24777E-08	1,12511E-09	1,01451E-10	1,48015E-11	1,33465E-12	1,20345E-13
0,5	1,36870E-03	1,23410E-04	1,11279E-05	1,00340E-06	1,46394E-07	1,32003E-08	1,19027E-09	1,07327E-10	1,56588E-11	1,41195E-12	1,27316E-13
0,6	1,40971E-03	1,27108E-04	1,14613E-05	1,03346E-06	1,50780E-07	1,35959E-08	1,22594E-09	1,10543E-10	1,61280E-11	1,45426E-12	1,31130E-13
0,7	1,39373E-03	1,25667E-04	1,13314E-05	1,02175E-06	1,49071E-07	1,34418E-08	1,21204E-09	1,09290E-10	1,59452E-11	1,43778E-12	1,29644E-13
0,8	1,14716E-03	1,03436E-04	1,50911E-05	1,36077E-06	1,22700E-07	1,10639E-08	1,61420E-09	1,45552E-10	1,31244E-11	1,18343E-12	1,06710E-13
0,9	1,08066E-03	1,57663E-04	1,42165E-05	1,28190E-06	1,15589E-07	1,04226E-08	1,52064E-09	1,37116E-10	1,23637E-11	1,11484E-12	1,00525E-13
1	1,23405E-03	1,11278E-04	1,00339E-05	1,46393E-06	1,32002E-07	1,19026E-08	1,07326E-09	1,56587E-10	1,41194E-11	1,27315E-12	1,14799E-13
1,1	1,17189E-03	1,05672E-04	1,54174E-05	1,39019E-06	1,25353E-07	1,13031E-08	1,01920E-09	1,48699E-10	1,34082E-11	1,20901E-12	1,09017E-13
1,2	1,15176E-03	1,03856E-04	1,51525E-05	1,36630E-06	1,23199E-07	1,11088E-08	1,00168E-09	1,46143E-10	1,31778E-11	1,18824E-12	1,07143E-13
1,3	1,14332E-03	1,03096E-04	1,50415E-05	1,35629E-06	1,22296E-07	1,10275E-08	1,60888E-09	1,45073E-10	1,30812E-11	1,17953E-12	1,06358E-13
1,4	1,01769E-01	1,02762E-04	1,49928E-05	1,35190E-06	1,21901E-07	1,09918E-08	1,60368E-09	1,44604E-10	1,30389E-11	1,17572E-12	1,06014E-13
1,5	1,01644E-01	1,02661E-04	1,49780E-05	1,35056E-06	1,21780E-07	1,09809E-08	1,60209E-09	1,44461E-10	1,30260E-11	1,17455E-12	1,05909E-13
1,6	1,01744E-01	1,02742E-04	1,49898E-05	1,35163E-06	1,21877E-07	1,09896E-08	1,60336E-09	1,44575E-10	1,30363E-11	1,17549E-12	1,05993E-13
1,7	1,14284E-03	1,03053E-04	1,50352E-05	1,35572E-06	1,22245E-07	1,10228E-08	1,60821E-09	1,45012E-10	1,30757E-11	1,17904E-12	1,06314E-13
1,8	1,15114E-03	1,03801E-04	1,51443E-05	1,36556E-06	1,23133E-07	1,11029E-08	1,00114E-09	1,46065E-10	1,31707E-11	1,18760E-12	1,07086E-13
1,9	1,17312E-03	1,05783E-04	1,54335E-05	1,39164E-06	1,25484E-07	1,13149E-08	1,02026E-09	1,48855E-10	1,34222E-11	1,21028E-12	1,09131E-13

Tabela 7. Wyniki metody siecznych od początku dla warunku odległościowego

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
0,2	12	16	21	26	31	35	40	45	50	55	59
0,3	12	17	21	26	31	36	41	45	50	55	60
0,4	12	17	22	26	31	36	41	46	50	55	60
0,5	12	17	22	27	31	36	41	46	50	55	60
0,6	12	17	22	27	31	36	41	46	50	55	60
0,7	12	17	22	27	31	36	41	46	50	55	60
0,8	12	17	21	26	31	36	40	45	50	55	60
0,9	14	18	23	28	33	38	42	47	52	57	62
1	13	18	23	27	32	37	42	46	51	56	61
1,1	13	18	22	27	32	37	42	46	51	56	61
1,2	13	18	22	27	32	37	42	46	51	56	61
1,3	13	18	22	27	32	37	41	46	51	56	61
1,4	4	18	22	27	32	37	41	46	51	56	61
1,5	4	18	22	27	32	37	41	46	51	56	61
1,6	4	18	22	27	32	37	41	46	51	56	61
1,7	13	18	22	27	32	37	41	46	51	56	61
1,8	13	18	22	27	32	37	42	46	51	56	61
1,9	13	18	22	27	32	37	42	46	51	56	61

Tabela 8. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników metody siecznych od początku dla warunku odległościowego

W przypadku metody siecznych możemy zauważyć przede wszystkim dużo większą liczbę iteracji, a także ponowne znalezienie pierwiastka po za przedziałem (w tym przypadku każdy uzyskany wynik dążył do 0). Dodatkowo, dla $x = 0{,}1$ nie udało się znaleźć żadnego miejsca zerowego, przez co doszliśmy do granicy końcowej iteracji.

Warunek rezydualny

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan
0,2	1,81818E-02	4,25531E-03	1,62601E-03	3,83877E-04	1,46627E-04	5,60066E-05	1,32214E-05	5,05012E-06	1,92897E-06	4,55369E-07	1,73935E-07
0,3	1,30428E-02	4,99975E-03	1,91073E-03	4,51105E-04	1,72306E-04	4,06760E-05	1,55368E-05	5,93454E-06	1,40096E-06	5,35117E-07	1,26324E-07
0,4	1,42776E-02	5,47633E-03	1,29376E-03	4,94155E-04	1,88750E-04	4,45577E-05	1,70195E-05	4,01777E-06	1,53465E-06	5,86184E-07	1,38379E-07
0,5	1,50976E-02	5,79311E-03	1,36870E-03	5,22776E-04	1,23410E-04	4,71384E-05	1,80053E-05	4,25047E-06	1,62353E-06	3,83264E-07	1,46394E-07
0,6	1,55460E-02	5,96647E-03	1,40971E-03	5,38440E-04	1,27108E-04	4,85508E-05	1,85448E-05	4,37782E-06	1,67218E-06	3,94748E-07	1,50780E-07
0,7	1,53712E-02	5,89892E-03	1,39373E-03	5,32337E-04	1,25667E-04	4,80005E-05	1,83346E-05	4,32820E-06	1,65323E-06	3,90274E-07	1,49071E-07
0,8	1,26690E-02	4,85634E-03	1,85592E-03	4,38164E-04	1,67363E-04	3,95090E-05	1,50911E-05	5,76429E-06	1,36077E-06	5,19766E-07	1,22700E-07
0,9	1,94951E-02	4,57630E-03	1,74843E-03	4,12768E-04	1,57663E-04	6,02219E-05	1,42165E-05	5,43020E-06	1,28190E-06	4,89641E-07	1,87026E-07
1	1,37347E-02	5,23037E-03	1,23405E-03	4,71378E-04	1,80051E-04	4,25043E-05	1,62352E-05	3,83261E-06	1,46393E-06	5,59170E-07	1,32002E-07
1,1	1,30397E-02	4,96674E-03	1,89635E-03	4,47634E-04	1,70981E-04	4,03633E-05	1,54174E-05	5,88892E-06	1,39019E-06	5,31004E-07	1,25353E-07
1,2	1,28147E-02	4,88133E-03	1,86376E-03	4,39941E-04	1,68043E-04	3,96696E-05	1,51525E-05	5,78772E-06	1,36630E-06	5,21878E-07	1,23199E-07
1,3	1,27204E-02	4,84555E-03	1,85010E-03	4,36719E-04	1,66812E-04	3,93790E-05	1,50415E-05	5,74532E-06	1,35629E-06	5,18056E-07	1,22296E-07
1,4	1,26791E-02	4,82986E-03	1,84412E-03	4,35306E-04	1,66273E-04	3,92516E-05	1,49928E-05	5,72674E-06	1,35190E-06	5,16380E-07	1,21901E-07
1,5	1,26665E-02	4,82508E-03	1,84229E-03	4,34875E-04	1,66108E-04	3,92128E-05	1,49780E-05	5,72107E-06	1,35056E-06	5,15869E-07	1,21780E-07
1,6	1,26765E-02	4,82891E-03	1,84375E-03	4,35220E-04	1,66240E-04	3,92439E-05	1,49898E-05	5,72561E-06	1,35163E-06	5,16278E-07	1,21877E-07
1,7	1,27150E-02	4,84352E-03	1,84933E-03	4,36536E-04	1,66742E-04	3,93626E-05	1,50352E-05	5,74292E-06	1,35572E-06	5,17839E-07	1,22245E-07
1,8	1,28078E-02	4,87870E-03	1,86275E-03	4,39705E-04	1,67953E-04	3,96483E-05	1,51443E-05	5,78461E-06	1,36556E-06	5,21598E-07	1,23133E-07
1,9	1,30535E-02	4,97194E-03	1,89833E-03	4,48102E-04	1,71160E-04	4,04055E-05	1,54335E-05	5,89509E-06	1,39164E-06	5,31560E-07	1,25484E-07

Tabela 9. Wyniki metody siecznych od początku dla warunku rezydualnego

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
0,2	6	9	11	14	16	18	21	23	25	28	30
0,3	7	9	11	14	16	19	21	23	26	28	31
0,4	7	9	12	14	16	19	21	24	26	28	31
0,5	7	9	12	14	17	19	21	24	26	29	31
0,6	7	9	12	14	17	19	21	24	26	29	31
0,7	7	9	12	14	17	19	21	24	26	29	31
0,8	7	9	11	14	16	19	21	23	26	28	31
0,9	8	11	13	16	18	20	23	25	28	30	32
1	8	10	13	15	17	20	22	25	27	29	32
1,1	8	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32
1,2	8	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32
1,3	8	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32
1,4	8	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32
1,5	8	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32
1,6	8	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32
1,7	8	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32
1,8	8	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32
1,9	8	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32

Tabela 10. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników metody siecznych od początku dla warunku rezydualnego

Podobnie jak w przypadku warunku odcinkowego, i tutaj algorytm dążył do miejsca zerowego po za przedziałem, dla $x = 0$. Natomiast, możemy również zauważyć, że podobnie jak w przypadku metody Newtona-Rhapsona, warunek rezydualny potrzebował mniejszej liczby iteracji od warunku odcinkowego (w tym przypadku aż dwa razy mniej).

Metoda siecznych – od końca

Warunek odległościowy

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	1,17312E-03	1,05783E-04	1,54335E-05	1,39164E-06	1,25484E-07	1,13149E-08	1,02026E-09	1,48855E-10	1,34222E-11	1,21028E-12	1,09131E-13
0,2	1,50541E-03	1,35741E-04	1,22398E-05	1,10366E-06	1,61022E-07	1,45193E-08	1,30921E-09	1,18051E-10	1,06447E-11	1,55304E-12	1,40037E-13
0,3	1,43855E-03	1,29714E-04	1,16963E-05	1,05466E-06	1,53873E-07	1,38747E-08	1,25108E-09	1,12810E-10	1,01721E-11	1,48408E-12	1,33820E-13
0,4	1,19069E-03	1,07364E-04	1,56642E-05	1,41244E-06	1,27360E-07	1,14840E-08	1,03551E-09	1,51079E-10	1,36228E-11	1,22837E-12	1,10762E-13
0,5	1,21672E-03	1,09711E-04	1,60066E-05	1,44331E-06	1,30144E-07	1,17350E-08	1,05815E-09	1,54382E-10	1,39206E-11	1,25522E-12	1,13183E-13
0,6	8,63765E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
0,7	8,63760E-01	8,63760E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
0,8	8,63752E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
0,9	8,63768E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1	8,63759E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01	8,63761E-01
1,1	4,64004E-02	1,22485E-04	1,10445E-05	1,61137E-06	1,45297E-07	1,31014E-08	1,18135E-09	1,06523E-10	1,55414E-11	1,40137E-12	1,26361E-13
1,2	2,06718E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,3	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,4	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,5	2,06718E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,6	2,06718E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,7	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,8	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00	2,06717E+00
1,9	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan

Tabela 11. Wyniki metody siecznych od końca dla warunku odległościowego

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	13	18	22	27	32	37	42	46	51	56	61
0,2	14	19	24	29	33	38	43	48	53	57	62
0,3	15	20	25	30	34	39	44	49	54	58	63
0,4	16	21	25	30	35	40	45	49	54	59	64
0,5	16	21	25	30	35	40	45	49	54	59	64
0,6	23	24	24	25	25	25	26	26	26	26	26
0,7	9	9	10	10	11	11	11	12	12	12	12
0,8	6	7	7	8	8	9	9	9	9	9	10
0,9	5	6	6	7	7	8	8	8	8	8	9
1	10	11	11	12	12	12	13	13	13	13	13
1,1	4	16	21	25	30	35	40	45	49	54	59
1,2	9	10	10	11	11	11	12	12	12	12	12
1,3	10	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13
1,4	8	9	9	10	10	10	11	11	11	11	11
1,5	7	8	8	9	9	9	9	10	10	10	10
1,6	6	7	7	8	8	8	8	9	9	9	9
1,7	6	6	7	7	7	8	8	8	8	9	9
1,8	6	7	7	8	8	8	8	9	9	9	9
1,9	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000

Tabela 12. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników Newtona-Rhapsona dla warunku odległościowego

Metoda siecznych od końca okazała się być w przypadku zadanej funkcji dokładniejsza. Dla $x \in [0{,}6; 1{,}0]$ udało się wyznaczyć poszukiwane miejsce zerowe wewnątrz przedziału $[a, b]$. Natomiast metoda ta potrzebowała nieco więcej iteracji od metody Newtona-Rhapsona. Dla $x \in [0{,}1; 0{,}5] \cup \{1{,}1\}$ algorytm dążył do miejsca zerowego przed początkiem przedziału, równego $x = 0$. Natomiast dla $x \in [1{,}2; 1{,}8]$ algorytm dążył do miejsca zerowego za końcem przedziału (dla $x = 2{,}06717$). Dodatkowo dla $x = 1{,}9$ algorytmowi nie udało się znaleźć żadnego miejsca zerowego.

Warunek rezydualny

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	1,305346E-02	4,971940E-03	1,898332E-03	4,481023E-04	1,711604E-04	4,040552E-05	1,543353E-05	5,895086E-06	1,391641E-06	5,315595E-07	1,254842E-07
0,2	1,667300E-02	3,941459E-03	1,505409E-03	5,750097E-04	1,357411E-04	5,184851E-05	1,223977E-05	4,675177E-06	1,785759E-06	4,215605E-07	1,610218E-07
0,3	1,596224E-02	6,094287E-03	1,438549E-03	5,494788E-04	1,297144E-04	4,954651E-05	1,892508E-05	4,467606E-06	1,706474E-06	4,028437E-07	1,538726E-07
0,4	1,320204E-02	5,043659E-03	1,926558E-03	4,548008E-04	1,737184E-04	4,100935E-05	1,566418E-05	5,983184E-06	1,412438E-06	5,395034E-07	1,273595E-07
0,5	1,348902E-02	5,153821E-03	1,216715E-03	4,647426E-04	1,775158E-04	4,190580E-05	1,600659E-05	6,113974E-06	1,443313E-06	5,512967E-07	1,301435E-07
0,6	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01
0,7	8,637601E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01
0,8	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01
0,9	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01
1	8,637589E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01	8,637607E-01
1,1	1,540175E-02	5,772622E-03	1,358138E-03	5,188414E-04	1,224852E-04	4,678512E-05	1,787032E-05	4,218611E-06	1,611366E-06	6,154871E-07	1,452968E-07
1,2	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00
1,3	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00
1,4	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00
1,5	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00
1,6	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00
1,7	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00
1,8	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00	2,067174E+00
1,9	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan

Tabela 13. Wyniki Newtona-Rhapsona dla warunku rezydualnego

x\e	1E-02	1E-03	1E-04	1E-05	1E-06	1E-07	1E-08	1E-09	1E-10	1E-11	1E-12
0,1	8	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32
0,2	9	12	14	16	19	21	24	26	28	31	33
0,3	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32	34
0,4	11	13	15	18	20	23	25	27	30	32	35
0,5	11	13	16	18	20	23	25	27	30	32	35
0,6	24	24	25	25	25	26	26	26	26	26	27
0,7	9	10	10	11	11	11	12	12	12	12	12
0,8	7	7	8	8	9	9	9	9	9	10	10
0,9	6	6	7	7	7	8	8	8	8	9	9
1	10	11	12	12	12	12	13	13	13	13	13
1,1	6	8	11	13	16	18	20	23	25	27	30
1,2	10	11	11	11	12	12	12	12	12	13	13
1,3	10	11	11	12	12	12	12	12	13	13	13
1,4	9	10	10	10	11	11	11	11	11	12	12
1,5	8	8	9	9	9	10	10	10	10	10	10
1,6	7	7	8	8	8	9	9	9	9	9	9
1,7	6	7	7	8	8	8	8	9	9	9	9
1,8	7	7	8	8	8	8	9	9	9	9	9
1,9	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000

Tabela 14. Liczby iteracji dla poszczególnych wyników Newtona-Rhapsona dla warunku rezydualnego

W przypadku warunku rezydualnego, podobnie jak w metodzie Newtona-Rhapsona oraz metodzie siecznych, wybierając jako jeden z punktów początkowych początek przedziału, możemy zauważyć zmniejszoną liczbę iteracji (również nawet dwukrotnie zmniejszoną). Zmiana w warunku końcowym zmieniła tylko liczbę iteracji (a co za tym idzie i dokładność przybliżenia), przez co nie dla $x \in [0{,}6; 1{,}0]$ udało się wyznaczyć poszukiwane miejsce zerowe wewnątrz przedziału $[a, b]$. Dla $x \in [0{,}1; 0{,}5] \cup \{1{,}1\}$ algorytm dążył do miejsca zerowego przed początkiem przedziału, równego $x = 0$. Natomiast dla

$x \in [1{,}2; 1{,}8]$ algorytm dążył do miejsca zerowego za końcem przedziału (dla $x = 2{,}06717$). Dodatkowo dla $x = 1{,}9$ algorytmowi nie udało się znaleźć żadnego miejsca zerowego.

Wnioski

Najdokładniejszą metodą okazała się być metoda Newtona-Rhapsona. Z jej pomocą udało się znaleźć najwięcej razy miejsce zerowe w zadanym przedziale $[a, b]$. Zaraz po niej znajduje się metoda siecznych, z końcem przedziału jako jednym z punktów początkowych. Natomiast najgorzej wypadła metoda siecznych z początkiem przedziału jako jednym z punktów początkowych. Wszystkim algorytmom udało znaleźć się poprawne miejsca zerowe zadanej funkcji, lecz nie każde było wewnątrz szukanego przedziału.

Wybór punktu początkowego x miał znaczenie na rezultat naszego algorytmu. Dodatkowo wybór odpowiedniego warunku również miał znaczenie. Warunek rezydualny potrzebował nawet 2 razy mniejszej liczby iteracji.

Dodatkowo, niektóre funkcje potrafią sprawić kłopot każdej z prezentowanych dzisiaj metod, powodując zapętlenie się nieskończenie wiele razy danego algorytmu

Bibliografia

- Metody obliczeniowe w nauce i technice – wykłady AGH 2022/23
- Metoda siecznych – eduinf.waw.pl – [https://eduinf.waw.pl/inf/alg/005_root/0012.php]
- Metoda siecznych– Wikipedia – [https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_siecznych]
- Metoda Newtona-Rhapsona– Wikipedia – [https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_Newtona]
- Metoda Newtona-Rhapsona – binarnie.pl – [https://binarnie.pl/metoda-newtona-raphsona/#:~:text=Metod%C4%85%20Newtona%2DRaphsona%20nazywamy%20algorytm,innymi%20ograniczenia%20typ%C3%B3w%20w%20kompilatorze]