

# Guia docent (versió completa) 300018 - ALA - Àlgebra Lineal i Aplicacions

Última modificació: 27/05/2019

Unitat responsable: Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i Aeroespacial de Castelldefels

**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

Titulació: GRAU EN ENGINYERIA DE SISTEMES DE TELECOMUNICACIÓ (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

GRAU EN ENGINYERIA TELEMÀTICA (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2019 Crèdits ECTS: 6.0 Idiomes: Castellà, Català

### **PROFESSORAT**

**Professorat responsable:** Definit a la infoweb de l'assignatura.

**Altres:** Definit a la infoweb de l'assignatura.

### **CAPACITATS PRÈVIES**

Destresa en càlculs aritmètics i simplificacions en expressions algèbriques. Coneixement dels conceptes de funció i de representació gràfica d'una funció. Saber utilitzar el càlcul diferencial i integral d'una i vàries variables. Conèixer la transformació de Laplace. Capacitat d'abstracció.

# COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

## Específiques:

1. CE 1 TELECOM. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización. (CIN/352/2009, BOE 20.2.2009)

### **Transversals:**

- 2. APRENENTATGE AUTÒNOM Nivell 1: Dur a terme les tasques encomanades en el temps previst, tot treballant amb les fonts d'informació indicades, d'acord amb les pautes marcades pel professorat.
- 3. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA Nivell 1: Planificar la comunicació oral, respondre de manera adequada les qüestions formulades i redactar textos de nivell bàsic amb correcció ortogràfica i gramatical.
- 4. TREBALL EN EQUIP Nivell 1: Participar en el treball en equip i col·laborar-hi, un cop identificats els objectius i les responsabilitats col·lectives i individuals, i decidir conjuntament l'estratègia que s'ha de seguir.

**Data:** 09/06/2020 **Pàgina:** 1 / 10



## **METODOLOGIES DOCENTS**

Dues sessión setmanals de 1.5 hores on es tracten els conceptes teòrics del tema i es resolen problemes il·lustratius. Aquestes sessions combinen el model expositiu amb el participatiu (aprenentatge cooperatiu).

Una hora setmanal de classe dedicada a resoldre problemes d'una llista disponible a Atenea i on es prioritza la resolució dels problemes per part dels estudiants, amb una atenció més personalitzada de les dificultats per part del professorat.

Una hora setmanal d'activitats dirigides on l'estudiant planteja, analitza i resol aplicacions pràctiques de forma analítica i numèrica (amb el programari esmentat). En aquestes activitats dirigides es fan servir principlament mètodes d'aprenentatge basat en problemes/projectes. Les sessions d'activitats dirigides són de dos tipus. En les del primer tipus l'estudiant treballa individualment un guió que ha descarregat d'Atenea i que conté un estudi previ necessari per al treball que realitzarà posteriorment i contesta un questionari que haurà d'entregar abans de la realització del treball de laboratori. El segon tipus d'activitat dirigida, continuació de l'anterior, es fa necessariament al laboratori, on plantejarà i resoldrà, mitjançant el programari matemàtic, una aplicació concreta de l'àlgebra lineal, seguint unes pautes generals escrites. Aquestes activitats dirigides compten amb l'assessorament del professorat que orienta convenientment els alumnes per al seu desenvolupament efectiu. Un nombre reduït d'estudiants per grup en facilita la detecció de mancances en la formació prèvia i la comprensió de les matèries del curs i el professorat pot ajudar individualment. Aquesta individualització afavoreix també els alumnes amb més formació i capacitat. La proximitat del professor assegura l'avaluació continuada.

Les hores d'aprenentatge autònom s'han de dedicar a l'estudi de l'assignatura i a la resolució dels exercicis proposats pel professorat.

## **OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA**

En acabar l'assignatura d'Àlgebra Lineal i Aplicacions, l'estudiant/a ha de ser capaç de:

- Conèixer les estructures algèbriques bàsiques, l'àlgebra de Boole i l'aritmètica modular.
- Solucionar sistemes d'equacions lineals.
- Operar amb matrius.
- Conèixer les propietats dels espais vectorials.
- Conèixer les aplicacions lineals, els canvis de base i la diagonalització de matrius.
- Saber operar amb el producte escalar i manipular bases. Ortonormalitzar.
- Explicar el significat geomètric i resoldre les equacions diferencials de primer ordre més usuals, les equacions diferencials lineals d'ordre n i els sistemes d'equacions diferencials lineals de primer ordre amb coeficients constants. Saber trobar solucions particulars.
- Utilitzar una eina informàtica (Wiris, Matlab o equivalent) per resoldre problemes reals relacionats amb l'àlgebra lineal.

## HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	39,0	26.00
Hores grup petit	13,0	8.67
Hores aprenentatge autònom	84,0	56.00
Hores activitats dirigides	14,0	9.33

Dedicació total: 150 h

**Data:** 09/06/2020 **Pàgina:** 2 / 10



## **CONTINGUTS**

## Estructures algèbriques

### Descripció:

- 1.1 Operacions binàries i propietats. Estructures algèbriques (semigrup, grup, anell, cos).
- 1.2 Els enters: operacions i ordre. Divisibilitat: teorema fonamental de l'aritmètica. Congruència; tests de divisibilitat.
- 1.3 Reticles i àlgebra de Boole. Circuits lògics.
- 1.4 Polinomis.

#### **Activitats vinculades:**

Control 1; Activitats dirigides 1,2,3,4

**Dedicació:** 36h Grup gran/Teoria: 9h Grup petit/Laboratori: 3h Activitats dirigides: 4h Aprenentatge autònom: 20h

## Sistemes d'equacions lineals, matrius i determinants.

## Descripció:

- 2.1 Matrius. Operacions amb matrius. Matriu inversa. Rang. Mètode de Gauss.
- 2.2 Determinants.
- 2.3 Sistemes d'equacions lineals. Discussió i resolució de sistemes. Mètode de Cramer. Principi de superposició.

### **Activitats vinculades:**

Activitats dirigides 5,6

**Dedicació:** 23h Grup gran/Teoria: 6h Grup petit/Laboratori: 2h Activitats dirigides: 2h Aprenentatge autònom: 13h

# **Espais vectorials**

## Descripció:

- 3.1 Espais i subespais vectorials. Subespai generat per un conjunt: combinació lineal. Dependència i independència lineal. Sistemes de generadors.
- 3.2 Bases. Dimensió. Coordenades d'un vector en una base. Canvi de base.
- 3.3 Operacions amb subespais: suma directa.

### **Activitats vinculades:**

Activitats dirigides 7,8

**Dedicació:** 23h Grup gran/Teoria: 6h Grup petit/Laboratori: 2h Activitats dirigides: 2h Aprenentatge autònom: 13h

**Data:** 09/06/2020 **Pàgina:** 3 / 10



### Operadors lineals. Diagonalització.

## Descripció:

- 4.1 Definicions i propietats. Nucli i imatge. Matriu associada a una aplicació lineal. Canvi de base en aplicacions lineals.
- 4.2 Endomorfismes i matrius diagonalitzables. Vectors i valors propis. Polinomi característic.
- 4.3 Diagonalització. Teorema de Cayley-Hamilton. Primer teorema de descomposició.
- 4.4 Producte escalar. Bases ortogonals i ortonormals. Projecció ortogonal.

### **Activitats vinculades:**

Control 2; Activitats dirigides 9,10,11,12

**Dedicació:** 34h Grup gran/Teoria: 9h Grup petit/Laboratori: 3h Activitats dirigides: 3h Aprenentatge autònom: 19h

## **Equacions diferencials**

### Descripció:

- 5.1 Equacions diferencials de primer ordre. Definició. Resolució d'equacions de variables separables, lineals i homogènies. Equacions diferencials exactes.
- 5.2 Equacions diferencials lineals d'ordre superior a coeficients constants. Mètode d'assaig per obtenir una solució particular per al cas no homogeni.
- 5.3 Sistemes d'equacions diferencials lineals amb coeficients constants. Resolució per substitució. Sistemes homogenis i no homogenis. Aplicació de la Transformada de Laplace.

## **Activitats vinculades:**

Control 3; Activitats dirigides 13,14

**Dedicació:** 34h Grup gran/Teoria: 9h Grup petit/Laboratori: 3h Activitats dirigides: 3h Aprenentatge autònom: 19h

## **ACTIVITATS**

# CONTROL 1

## Descripció:

Control individual. Resolució d'un o dos exercicis similars als que inclouen les llistes de problemes treballades en classe.

### Objectius específics:

Operacions binàries i les seves propietats. Algorisme Euclides. Aritmètica modular. Operacions booleanes.

### Material:

Apunts de l'assignatura i llistes de problemes disponibles al Campus Digital

## Lliurament:

Control resolt.

Vincle amb l'avaluació: Apartat controls.

**Dedicació:** 10h 45m Grup gran/Teoria: 0h 45m Aprenentatge autònom: 10h

**Data:** 09/06/2020 **Pàgina:** 4 / 10



## **CONTROL 2**

## Descripció:

Control individual. Resolució d'un o dos exercicis similars als que inclouen les llistes de problemes treballades a classe.

## **Objectius específics:**

Reconèixer espais vectorials. Realitzar canvis de base. Treballar amb operadors lineals. Diagonalitzar. Calcular autovalors i autovectors.

#### Material:

Apunts de l'assignatura i llistes de problemes disponibles al Campus Digital

# Lliurament:

Control resolt

Vincle amb l'avaluació: Apartat controls.

**Dedicació:** 10h 45m Grup gran/Teoria: 0h 45m Aprenentatge autònom: 10h

## **CONTROL 3**

## Descripció:

Control individual. Resolució d'un o dos exercicis similars als que inclouen les llistes de problemes treballades a classe.

## **Objectius específics:**

Resoldre equacions diferencials de primer ordre de variables separades, equacions homogènies, lineals i exactes. Resolució d'equacions diferencials lineals d'ordre n amb coeficients constants.

## Material:

Apunts de l'assignatura i llistes de problemes disponibles al Campus Digital

## Lliurament:

Control resolt

Vincle amb l'avaluació: Apartat controls.

**Dedicació:** 10h 45m Grup gran/Teoria: 0h 45m Aprenentatge autònom: 10h

**Data:** 09/06/2020 **Pàgina:** 5 / 10



## ACTIVITATS DIRIGIDES 1,2 (INTRODUCCIÓ AL PROGRAMARI MATEMÀTIC)

## Descripció:

Introducció al programari lliure o amb llicència UPC i la seva aplicació en l'assignatura. El programari ha de permetre operar amb matrius, solucionar sistemes d'equacions lineals, etc. (p.e. Wiris, Maple o equivalent).

A partir d'un guió que cal estudiar i treballar autònomament (estudi previ) es contesta un qüestionari que s'entrega en començar la 2a. activitat dirigida, la qual es realitza al laboratori amb l'assessorament del professor. Es tracta d'introduir el programari resolent un cas pràctic. Cal considerar el problema proposat, els conceptes i els mètodes explicats d'una guia disponible a Atenea per poder dissenyar un programa o esquema de resolució i aplicar-lo al cas considerat.

### **Objectius específics:**

Conèixer les instruccions bàsiques del programari dins del context de l'Àlgebra Lineal.

#### Material

Material AD1, AD2 (disponible a Atenea)

#### Lliurament:

Lliurament 1: Qüestionari resolt.

Lliurament 2: Disseny metodològic i resolució del treball proposat.

Vincle amb l'avaluació: A l'apartat de lliuraments en grup.

**Dedicació:** 4h Activitats dirigides: 2h Aprenentatge autònom: 2h

## CONÈIXER LES INSTRUCCIONS BÀSIQUES DEL PROGRAMARI DINS DEL CONTEXT DE L'ÀLGEBRA LINEAL.

## Descripció:

A l'estudi previ es descriuen les matemàtiques de l'encriptat RSA i cal contestar un qüestionari que s'entrega en començar la 2a. activitat dirigida, la qual es realitza al laboratori amb l'assessorament del professor i on es dissenya la metodologia i es resol un exemple pràctic d'encriptat RSA amb clau pública, aplicant els conceptes i els mètodes de l'estudi previ.

## **Objectius específics:**

Aplicar l'aritmètica modular a l'encriptat RSA.

### Material:

Material AD3, AD4 (disponible a Atenea)

### Lliurament:

Lliurament 3: Qüestionari resolt.

Lliurament 4: Disseny metodològic i resolució del treball proposat.

Vincle amb l'avaluació: Apartat lliuraments en grup

**Dedicació:** 4h Activitats dirigides: 2h Aprenentatge autònom: 2h

**Data:** 09/06/2020 **Pàgina:** 6 / 10



## **ACTIVITAT DIRIGIDA 13,14 (EQUACIONS DIFERENCIALS)**

## Descripció:

A l'estudi previ s'introdueix un mètode numèric (mètode d'Euler) de resolució d'equacions diferencials de primer ordre. Cal contestar un qüestionari que l'estudiant/a entregarà per a la seva correcció en començar la 2a. activitat dirigida que es realitza al laboratori amb l'assessorament del professor i on dissenya la metodologia i resol exemples, com un cas adaptat a la carrera de presa-depredador. (seccions 11.20 o 11.21 d'AR 2005)

### **Objectius específics:**

Aplicar mètodes numèrics de resolució d'equacions diferencials per resoldre models tipus presa-depredador (p.e propagació d'agents en xarxes, etc).

#### Material:

Material AD13,AD14 (disponible a Atenea)

#### Lliurament:

Lliurament 13: Qüestionari resolt.

Lliurament 14: Disseny metodològic i resolució del treball proposat.

Vincle amb l'avaluació: Apartat lliuraments en grup

**Dedicació:** 4h Activitats dirigides: 2h Aprenentatge autònom: 2h

## **ACTIVITATS DIRIGIDES 5,6 (MATRIUS. XARXES)**

#### Descripció:

A l'estudi previ es descriu la relació entre matrius i xarxes (matriu d'adjacència) i cal contestar un qüestionari que l'estudiant/a entrega en començar la 2a. activitat dirigida que es realitza al laboratori amb l'assessorament del professor i on, considerant dades de xarxes reals i simulades, es dissenyen mètodes per resoldre exemples pràctics de càlculs de propietats de les xarxes a partir de la matriu associada, com la presència de hubs, la determinació de distàncies, etc. i es consideren operacions com el producte de matrius, suma de columnes, etc.

## **Objectius específics:**

Aplicar operacions matricials a l'estudi de xarxes.

## Material:

Material AD5, AD6 (disponible a Atenea)

## Lliurament:

Lliurament 5: Qüestionari resolt.

Lliurament 6: Disseny metodològic i resolució del treball proposat.

Vincle amb l'avaluació: Apartat lliuraments en grup

**Dedicació:** 4h Activitats dirigides: 2h Aprenentatge autònom: 2h

**Data:** 09/06/2020 **Pàgina:** 7 / 10



## **ACTIVITATS DIRIGIDES 7,8 (ESPAIS VECTORIALS. CODIS CORRECTORS)**

### Descripció:

A l'estudi previ es descriu la relació entre espais vectorials i matrius i els codis lineals correctors d'errors. Cal contestar un qüestionari que l'estudiant/a entrega per a la seva correcció en començar la 2a. activitat dirigida que es realitza al laboratori amb l'assessorament del professor i on es dissenya la metodologia i es resolen casos pràctics de codificació-descodificació.

### **Objectius específics:**

Aplicar conceptes d'espais vectorials i operacions matricials a l'estudi de codis lineals correctors d'errors.

#### Material:

Material AD7, AD8 (disponible a Atenea)

### Lliurament:

Lliurament 7: Qüestionari resolt.

Lliurament 8: Disseny metodològic i resolució del treball proposat.

Vincle amb l'avaluació: Apartat lliuraments en grup

**Dedicació:** 4h Activitats dirigides: 2h Aprenentatge autònom: 2h

## **ACTIVITAT DIRIGIDA 9,10 (DIAGONALITZACIÓ)**

#### Descripció:

A l'estudi previ es descriuen mètodes per trobar autovalors i autovectors. Cal contestar un qüestionari que l'estudiant/a entrega per a la seva correcció en començar la 2a. activitat dirigida que es realitza al laboratori amb l'assessorament del professor i on dissenya la metodologia i resol exemples de càlcul d'autovalors i autovectors en casos pràctics (p.e. seccions 11.15 i 11.17 d'AR 2005, algorisme PageRank de Google).

## **Objectius específics:**

Diagonalització. Mètode de la potència. Relació amb potències de matrius. Aplicacions (p.e. PageRank, evolució d'agents, etc.)

### Material:

Material AD9, AD10 (disponible a Atenea)

## Lliurament:

Lliurament 9: Qüestionari resolt.

Lliurament 10: Disseny metodològic i resolució del treball proposat.

Vincle amb l'avaluació: Apartat lliuraments en grup

**Dedicació:** 4h Activitats dirigides: 2h Aprenentatge autònom: 2h

**Data:** 09/06/2020 **Pàgina:** 8 / 10



## **ACTIVITATS DIRIGIDES 11,12 (OPERADORS LINEALS)**

### Descripció:

A l'estudi previ es veu com les transformacions afins (operador lineals al pla) poden servir per a aconseguir la compressió fractal d'imatges (emprada abastament). Cal contestar un qüestionari que l'estudiant/a entrega per a la seva correcció en començar la 2a. activitat dirigida que es realitza al laboratori amb la presència del professor i on resolen casos concrets de compressió fractal (secció 11.14 d'AR 2005)

## **Objectius específics:**

Aplicar transformacions afins per a la compressió fractal d'imatges.

#### Material:

Material AD11,AD12 (disponible a Atenea)

#### Lliurament:

Lliurament 11: Qüestionari resolt.

Lliurament 12: Disseny metodològic i resolució del treball proposat.

Vincle amb l'avaluació: Apartat lliuraments en grup

**Dedicació:** 4h Activitats dirigides: 2h Aprenentatge autònom: 2h

# SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

S'aplicaran els criteris d'avaluació definits a la infoweb de l'assignatura.

## NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Els controls es fan en hores de classe de teoria i tenen una durada aproximada de 45'.

El primer examen es fa a la meitat del quadrimestre (setmana sense classes assignada per l'Escola).

El segon examen es fa la setmana següent després de finalitzar les classes del quadrimestre.

La durada dels exàmens és de 90'. Es fa el mateix examen en tots els grups.

Es realitzen (de forma individual) tres tests de nivell a través d'Atenea.

En relació a les activitats dirigides, del conjunt d'entregables se n'avaluen quatre.

## **BIBLIOGRAFIA**

## Bàsica:

- Lay, David C.; Murrieta Murrieta, Jesús Elmer; Alfaro Pastor, Javier. Álgebra lineal y sus aplicaciones. 3a. México [etc.]: Pearson Educación, 2007. ISBN 9789702609063.
- Braun, Martin. Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica, 1990. ISBN 9687270586.

### Complementària:

- Williams, Gareth; Hano Roa, Ma. del Carmen. Álgebra lineal con aplicaciones. 4a. México [etc.]: McGraw-Hill, 2002. ISBN 970103838X.
- Marcellán, Francisco; Casasus, Luis; Zarzo, Alejandro. Ecuaciones diferenciales : problemas lineales y aplicaciones. Madrid, [etc.]: McGraw-Hill, 1990. ISBN 8476155115.
- Anton, Howard; Rorres, Chris. Elementary linear algebra: applications version. New York: John Wiley & Sons, 2005. ISBN 9780471669593.

## **RECURSOS**

### **Altres recursos:**

Material disponible al Campus Digital (Atenea):

**Data:** 09/06/2020 **Pàgina:** 9 / 10



- 1) Material específic per a les sessions d'aprenentatge cooperatiu.
- 2) Apunts de l'assignatura.
- 3) Llistes de problemes.
- 4) Estudi previ i qüestionari per a les activitats dirigides tipus u, guió i qüestionari per a les de tipus dos.

**Data:** 09/06/2020 **Pàgina:** 10 / 10