

Временные ряды 3

модель ARIMA

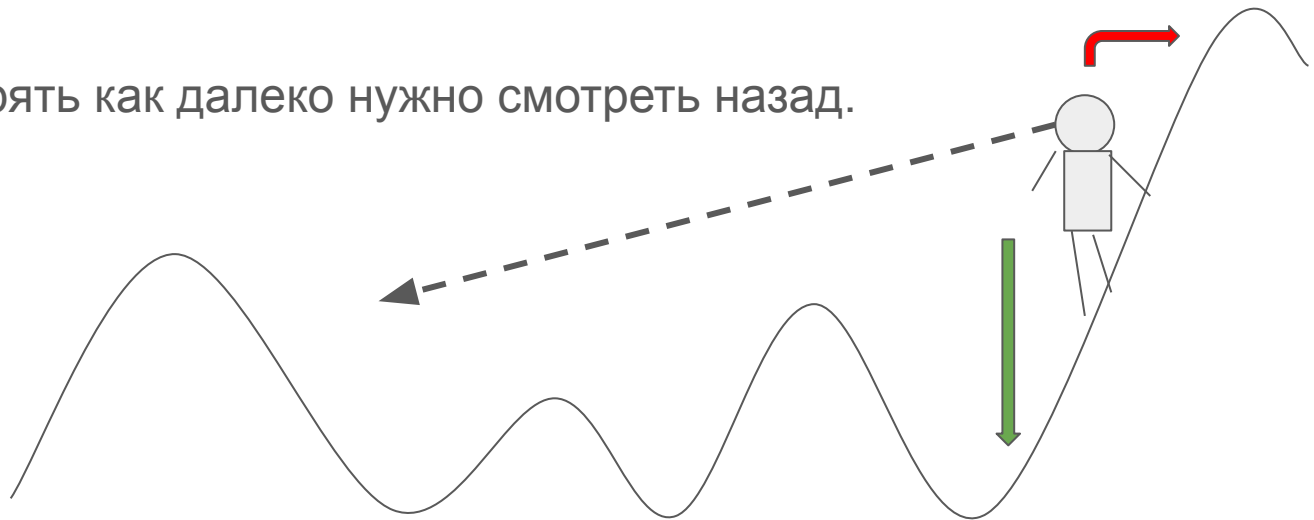
План

1. Домашнее задание 2
2. ARIMA
 - a. Модель AR
 - b. Модель MA
 - c. модель I
3. SARIMA
 - a. модель S
4. Практика применения моделей

Вывод ДЗ 2.

Чем дальше смотрим - хуже видим

Будем проверять как далеко нужно смотреть назад.



Модель ARIMA

$$\Delta^d X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta^d X_{t-i} + \sum_{j=1}^q b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

ε_t — стационарный временной ряд;

c, a_i, b_i - параметры модели.

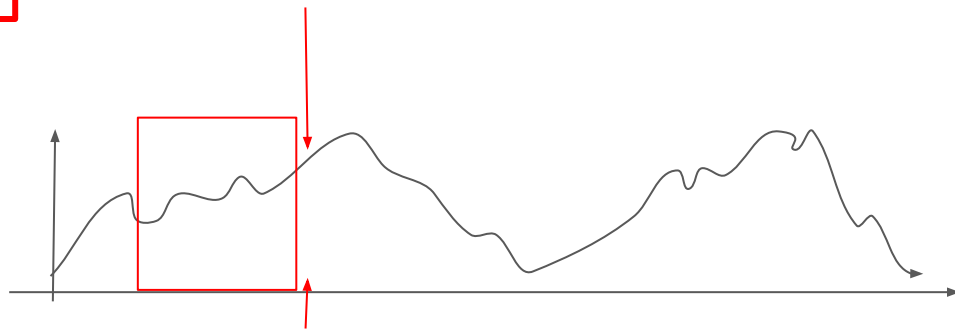
Δ^d — оператор разности временного ряда порядка d

AR

Модель авторегрессии, autoregressive, AR(p)

p - глубина регрессии

$$\Delta^d X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta^d X_{t-i} + \sum_{j=1}^q b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$



AR

Регрессия ряда на самого себя в прошлом

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t,$$

y_t - стационарный ряд

ε_t - шум

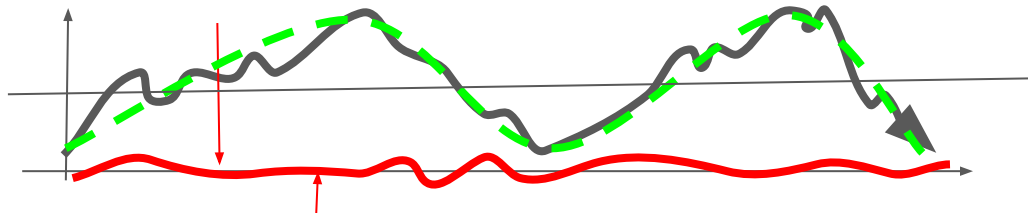
y_t - линейная комбинация p предыдущих значений ряда и шума

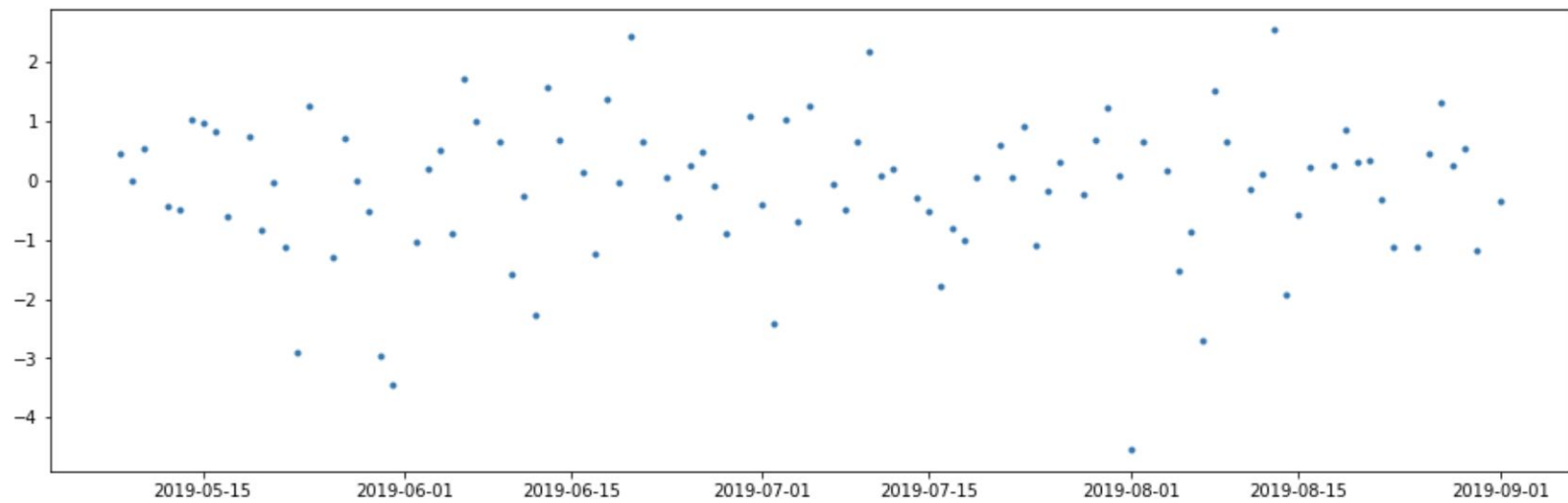
МА

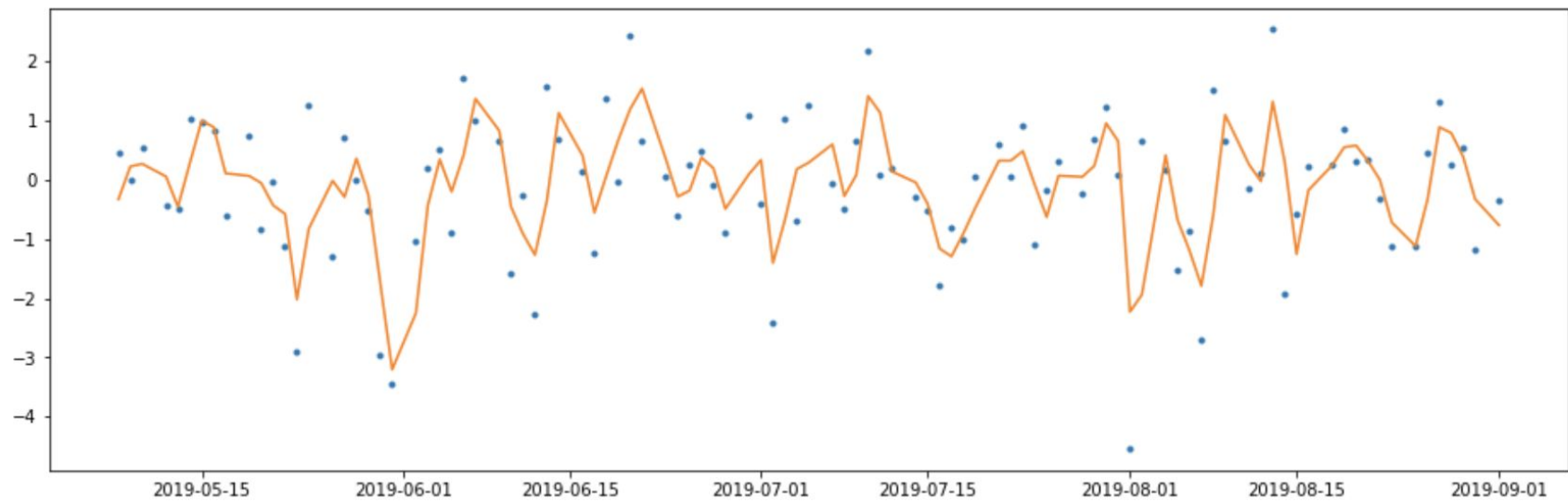
модель скользящего среднего (moving average, MA)

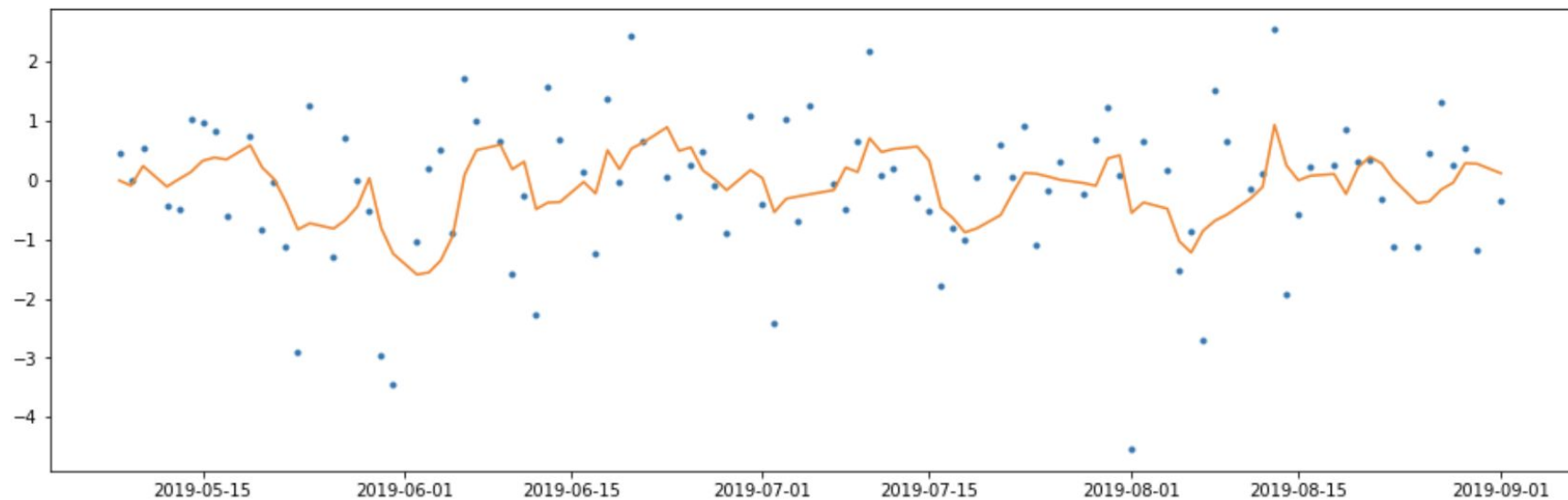
длина скользящего среднего - q .

$$\Delta^d X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta^d X_{t-i} + \sum_{j=1}^q b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$









MA

Регрессия шумов в q предыдущие моменты времени

$$y_t = \alpha + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

y_t - стационарный ряд

ε_t - шум

y_t - линейная комбинация q предыдущих значений шума
(Авторегрессия на шум?)

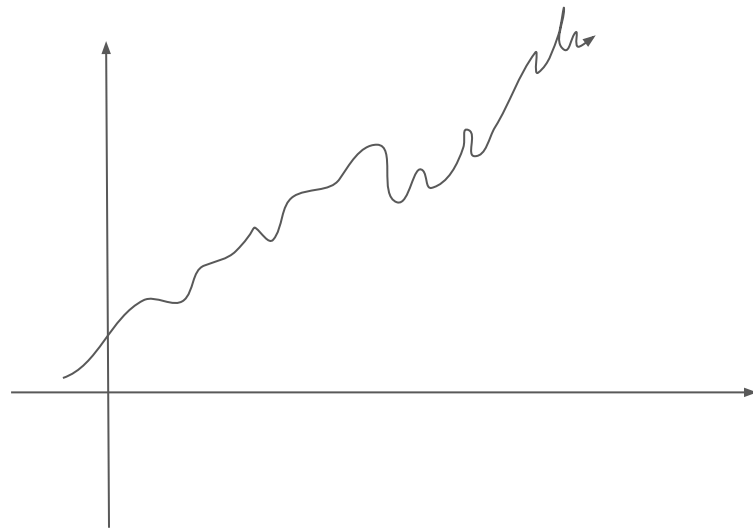
Получили $ARMA(p,q)$

Теорема Волда: любой стационарный временной ряд можно описать модель $ARMA(p,q)$

Теперь понятно для чего нужна была стационарность

I

Порядок интегрирования



$$\Delta^d X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta^d X_{t-i} + \sum_{j=1}^q b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$



ARIMA(p,d,q)

Ряд можно описать моделью ARIMA(p,d,q), если ряд его разностей порядка d можно описать моделью ARMA(p,q)

Модель ARIMA

$$\Delta^d X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta^d X_{t-i} + \sum_{j=1}^q b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

ε_t — стационарный временной ряд;

c, a_i, b_i - параметры модели.

Δ^d — оператор разности временного ряда порядка d

$d=0$: $X(t) = c + \sum a_i X(t-i) + \sum b_j e(t-j) + e_t$

$q=0$: $X(t) = c + \sum a_i X(t-i) + e_t$

$p=0$: $X(t) = c + e_t$

порядок обработки

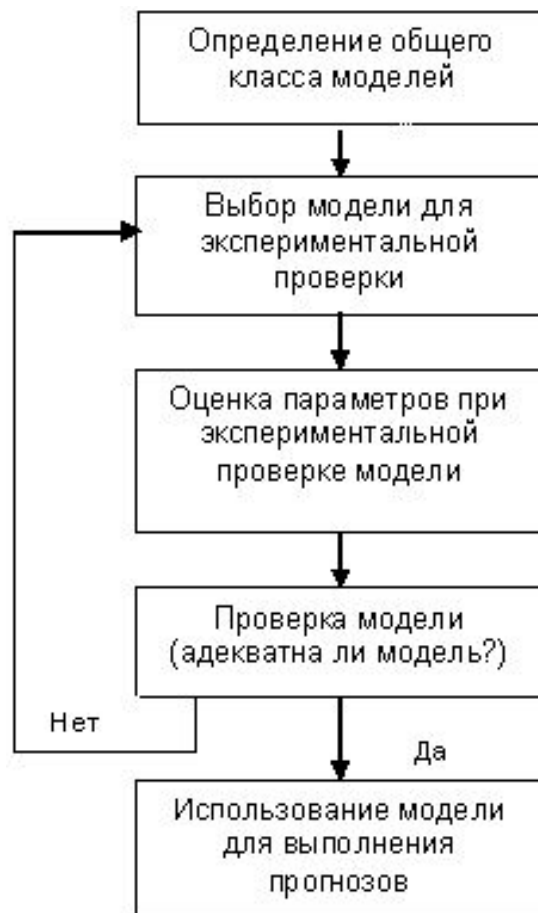
оценивается стационарность ряда

оценивается автокорреляция

оценивается автокорреляция разностей

выбираем параметры

проводим оценку



P $MA(q)$ $AR(p)$ $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$

SARIMA

Добавим модель сезона : PDQ

SARIMA (p,d,q)(P,D,Q)