SEL 0360

Exercícios resolvidos

Marcelo bj

Sinal Periódico

① Sejam $x_1(t)$ e $x_2(t)$ dois sinais periódicos com períodos T_1 e T_2, respectivamente.

Pergunta-se $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ é periódico??

$\Rightarrow$ Se $x(t)$ é periódico então $x(t) = x(t+T_0)$

$$\text{logo } x(t+T_0) = x_1(t+T_0) + x_2(t+T_0)$$
$$= x_1(t+kT_1) + x_2(t+\ell T_2)$$

$$\therefore T_0 = kT_1 = \ell T_2$$

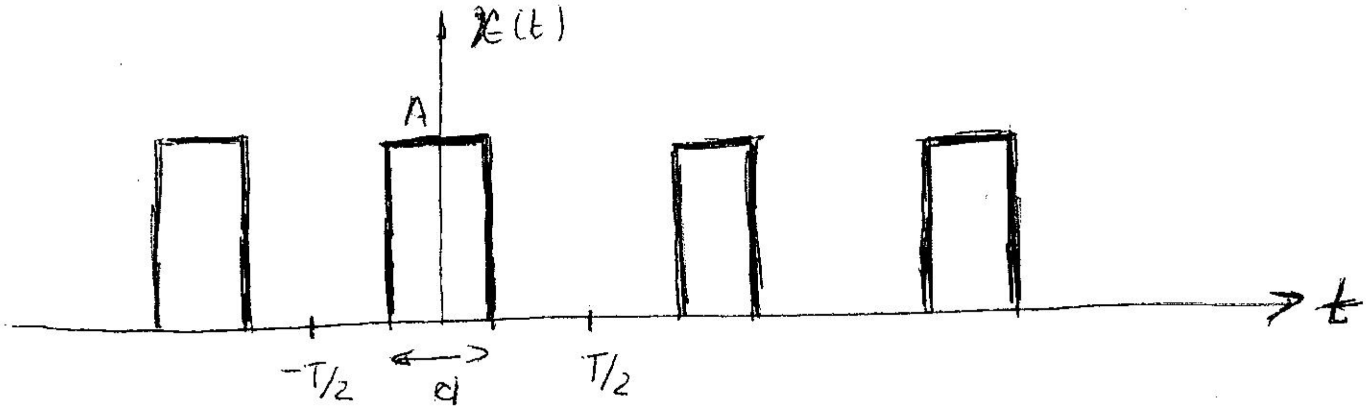
$$\therefore \frac{k}{\ell} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \text{número racional}$$

$\Rightarrow$ Exemplo: $f_1 = 100\,Hz \rightarrow T_1 = 1/100\,s$
$f_2 = 150\,Hz \rightarrow T_2 = 1/150\,s$ $\Rightarrow T_0$?? f_0??

$$\frac{k}{\ell} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{1/150}{1/100} = \frac{100}{150} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} = \frac{k}{\ell} \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ \ell = 3 \end{cases}$$

$$\therefore T_0 = kT_1 = 2/100 = \frac{1}{50}\,s \Rightarrow \boxed{f_0 = 50\,Hz}$$

Exemplo: Série exponencial de Fourier da onda quadrada.



$$A_n = \frac{1}{T}\int_{-d/2}^{d/2} A\, e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt \qquad \text{onde } f_0 = 1/T$$

como $\int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a} e^{ax}$ então

$$A_n = \frac{-A}{j2\pi n f_0 T}\left\{ e^{-j2\pi n f_0 t} \right\}_{-d/2}^{d/2} =$$

$$= \frac{+A}{j2\pi n}\left\{ e^{j\pi n f_0 d} - e^{-j\pi n f_0 d} \right\}$$

relações importantes

Euler $e^{j\theta} = \cos\theta + j\,\text{sen}\,\theta$

$$\cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

$$\text{sen}\,\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

$$A_n = \frac{A}{\pi n} \cdot \operatorname{sen} \pi n f_o d$$

outra forma

$$A_n = A f_o d \cdot \frac{\operatorname{sen} \pi n f_o d}{\pi n f_o d}$$

$$A_n = A f_o d \cdot \operatorname{sinc} n f_o d$$

$\Rightarrow$ Para $d = T/2 = \frac{1}{2f_o}$

$$A_n = \frac{A}{2} \operatorname{sinc} n/2$$

$\Rightarrow$ Para $d = T/5 = 1/5f_o$

$$A_n = \frac{A}{5} \operatorname{sinc} n/5$$

$$A_n = \frac{A}{5} \, \text{sen}\left(\frac{\pi n}{5}\right) \Big/ \pi n/5 = A \, \frac{\text{sen}\, \pi n/5}{\pi n}$$

$A_0 = A/5 = 0.2\,A$

$A_1 = 0.187\,A$

$A_2 = 0.1514\,A$

$A_3 = 0.1009\,A$

$A_4 = 0.0468\,A$

$A_5 = 0$

$A_6 = -0.0312\,A$

$A_7 = -0.0432\,A$

$A_8 = -0.0378\,A$

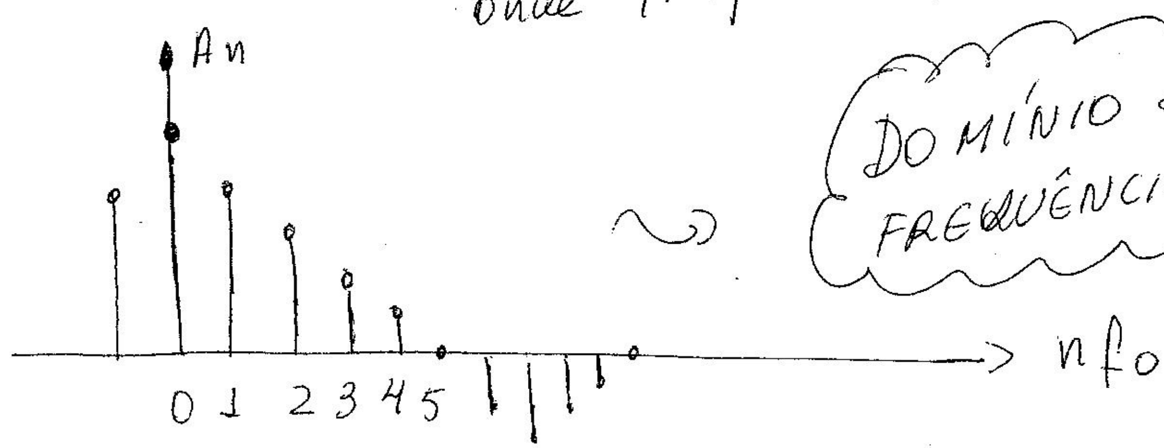
$A_9 = -0.0208\,A$

$A_{10} = 0$

$\vdots$

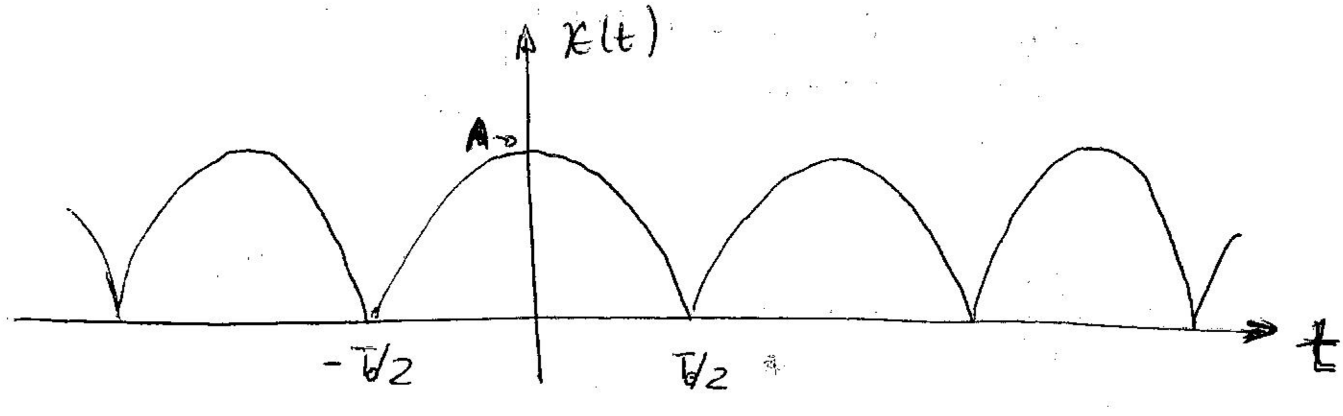
onde $|A_n| = |A_{-n}|$

DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA



Exemplo: Série de Fourier de uma onda senoidal Retificada

$$x(t) = \left| A \cos 2\pi f_a t \right|$$

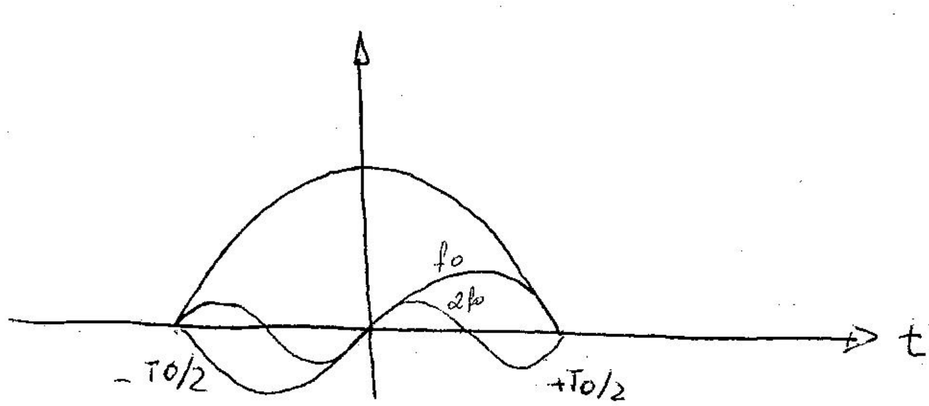


$$T_0 = \frac{1}{2 f_a}$$

⇒ Cálculo dos coeficientes b_n

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} A \cos 2\pi f_a t \; sen(2\pi n f_0 t)\, dt \Rightarrow \text{onde } f_0 = 2 f_a = \frac{1}{T_0}$$

$$= \frac{2A}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \cos 2\pi f_a t \; sen(2\pi\, 2n f_0 t)\, dt = 0$$



⇒ cálculo dos coeficientes a_n

$$a_0 = \frac{2A}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} \cos 2\pi f_a t \, dt \qquad \text{onde} \quad T_0 = 1/2f_a$$

$$\Downarrow$$

$$f_a = \frac{f_0}{2}$$

$$= \frac{2A}{\frac{1}{2f_a}} \cdot \frac{1}{2\pi f_a} \operatorname{sen} 2\pi f_a t \Big|_{-1/4f_a}^{1/4f_a} =$$

$$= \frac{2A}{\pi}\left\{ \operatorname{sen}\frac{\pi}{2} - \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right\} = \frac{4A}{\pi}$$

$$\frac{a_0}{2} = \frac{2A}{\pi}$$ ⇐ valor médio valor DC

$n \geq 1$

$$a_n = \frac{2A}{T_0}\int_{-T/2}^{T_0/2} \cos 2\pi f_a t \cdot \cos 2\pi n f_0 t \, dt$$

~~como co~~

$$a_n = \frac{2A}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} \cos(\pi f_0 t) \cdot \cos(2\pi n f_0 t)\, dt =$$

como $\cos A \cos B = \frac{1}{2}\cos(A-B) + \frac{1}{2}\cos(A+B)$

$$a_n = \frac{A}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} \left\{ \cos \pi(2n-1) f_0 t + \cos \pi(2n+1) f_0 t \right\} dt$$

ou $(1-2n)$

$$a_n = \frac{A}{T_0}\left\{ \frac{1}{\pi(2n-1)f_0} \operatorname{sen} \pi(2n-1)f_0 t \Bigg|_{-T_0/2}^{T_0/2} + \frac{1}{\pi(2n+1)f_0} \operatorname{sen} \pi(2n+1) f_0 t \Bigg|_{-T_0/2}^{T_0/2} \right\}$$

$$= \frac{A}{\pi}\left\{ \frac{1}{2n-1} \underbrace{\left[\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}(2n-1) - \operatorname{sen} -\frac{\pi}{2}(2n-1)\right]}_{2 \operatorname{sen}\frac{\pi}{2}(2n-1)} + \frac{1}{2n+1} \underbrace{\left[\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}(2n+1) + \operatorname{sen}\frac{-\pi}{2}(2n+1)\right.}_{2 \operatorname{sen}\frac{\pi}{2}(2n+1)} \right.$$

$$= \frac{2A}{\pi}\left\{ \frac{1}{2n-1} \operatorname{sen}\frac{\pi}{2}(2n-1) + \frac{1}{2n+1} \operatorname{sen}\frac{\pi}{2}(2n+1) \right\}$$

$$a_1 = \frac{2A}{\pi}\left[1 - \frac{1}{3}\right] = \frac{2A}{\pi} \cdot \frac{2}{3}$$

$$a_2 = \frac{2A}{\pi}\left[-\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right] = -\frac{2A}{\pi} \cdot \frac{2}{15}$$

$$a_3 = \frac{2A}{\pi}\left[\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right] = \frac{2A}{\pi} \cdot \frac{2}{35}$$

$$\vdots$$

$$a_n = (-1)^{n+1} \frac{2}{4n^2-1} \cdot \frac{2A}{\pi}$$

$$n = 0, 1, 2, \ldots$$

Transformada de Fourier

① Pulso Exponencial

$$x(t) = e^{-at}\,\mu(t)$$

$$X(f) = \int_0^{\infty} e^{-at}\, e^{-j2\pi f t}\, dt$$

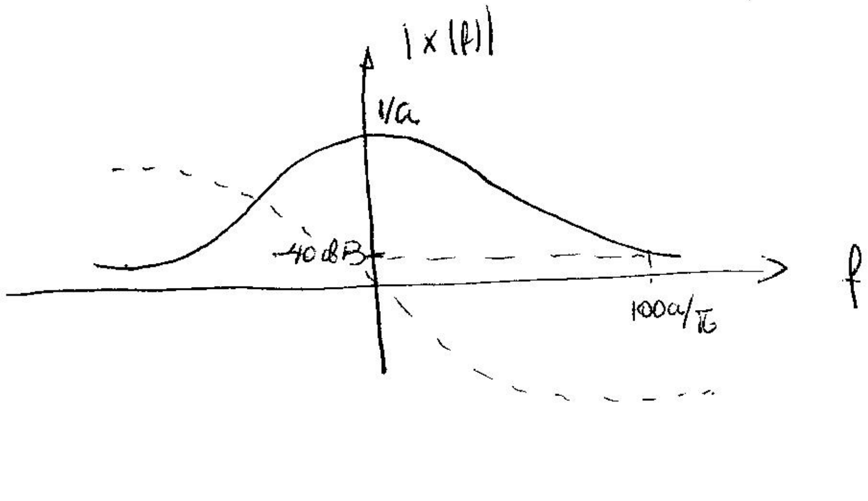
$$= \int_0^{\infty} e^{-(a+j2\pi f)t}\, dt$$

$$= \frac{-1}{a+j2\pi f}\, e^{-(a+j2\pi f t)} \Big|_0^{\infty}$$

$$= \frac{1}{a+j2\pi f}$$

$$|X(f)| = \sqrt{\frac{1}{a^2+(2\pi f)^2}}$$

$$\phi = -\operatorname{arctg}\frac{2\pi f}{a}$$



Circuito RC

Solução exemplo pg 71

I $\quad H(f) = \dfrac{1}{1+j2\pi f} \Longleftrightarrow h(t) = e^{-t}\mu(t)$

II $\quad p(t) = \mathrm{ret}\left(\dfrac{t-2}{4}\right) \Longleftrightarrow P(f) = e^{-j2\pi f t_0} \cdot T\,\mathrm{sinc}(fT)$

$$= e^{-j2\pi f \cdot 2} \cdot 4\,\mathrm{sinc}(4f)$$

III $\quad$ Calculo de $Y(f)$

$$Y(f) = P(f) \cdot H(f) = \cancel{4}\, e^{-j4\pi f} \cdot \frac{e^{j4\pi f} - e^{-j4\pi f}}{2j \cdot \cancel{4}\pi f} H(f)$$

$$= \frac{1 - e^{-j8\pi f}}{j2\pi f} \cdot H(f)$$

$$= \frac{1}{j2\pi f} H(f) - \frac{e^{-j2\pi f 4}}{j2\pi f} H(f)$$

III $\quad$ Calculo de $y(t)$

$$\frac{1}{j2\pi f} \cdot H(f) \Longleftrightarrow \int_{-\infty}^{t} h(t)\,dt - \frac{1}{2}H(0) = \left(1 - e^{-t}\right)\mu(t) - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{j2\pi f} H(f)\, e^{-j2\pi f \cdot 4} \Longleftrightarrow \left[1 - e^{-(t-4)}\right]\mu(t-4) - \frac{1}{2}$$

$$y(t) = (1-e^{-t})\,\mu(t) - \frac{1}{2} - \left[1 - e^{-(t-4)}\right]\mu(t-4) + \frac{1}{2}$$

$$= (1-e^{-t})\,\mu(t) - \left[1 - e^{-(t-4)}\right]\mu(t-4)$$

Para $0 \leq t < 4$ tem-se $y(t) = (1-e^{-t})$

Para $t \geqslant 4$

$$y(t) = (1-e^{-t}) - (1-e^{-(t-4)})$$

$$= (1-e^{-(t-4)}\cdot e^{-4}) - (1-e^{-(t-4)})$$

$$= -e^{-4}e^{-(t-4)} + e^{-(t-4)}$$

$$= (1-e^{-4})\,e^{-(t-4)}$$

Portanto

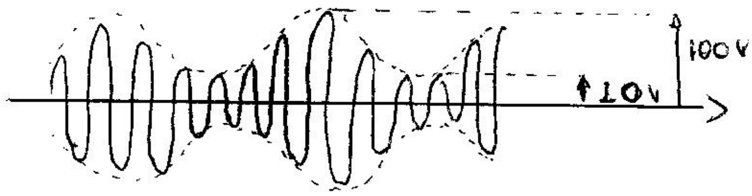
$$y(t) = \begin{cases} 0 & , \ t < 0 \\ 1-e^{-t} & , \ 0 \leq t < 4 \\ (1-e^{-4})\,e^{-(t-4)} & , \ t \geqslant 4 \end{cases}$$

Exercício 1:

Considerando a figura abaixo de um sinal AMDSB modulado por um tom senoidal pede-se:

a) índice de modulação

b) tensão da portadora



a) $m = \frac{V_{MAX} - V_{MIN}}{V_{MAX} + V_{MIN}} = \frac{100-10}{100+10} = \frac{90}{110} = \frac{9}{11} = 0.82 \Rightarrow 82\%$

b) $E_C = \frac{V_{MAX} + V_{MIN}}{2} = \frac{100+10}{2} = 55V$ (pico)

c) Se mais de um tom senoidal modula a portadora então:

$$m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_M^2}$$

Exercício 2:

Determine a potência total, a potência da portadora e a potência de cada banda lateral ~~exemplo acima~~ relativa a um resistor de 1Ω, no exemplo acima.

a) Portadora:

$$P_C = \frac{E_C^2}{2} = \frac{55^2}{2} = 1512.5\,W$$

b) cada banda lateral

$$P_{BLS} = P_{BLI} = \frac{m^2}{4} P_C = \frac{0.818^2}{4} \times 1512{,}5 = 253\,W$$

c) Potência total

$$P_T = P_C + 2P_{BLS} = 1512.5 + 2 \cdot 253 = 2018\,W$$

A potência de entrada em um receptor de 50 Ω é 200 pW. Determine o ganho do receptor para que na entrada do circuito detector tenhamos uma potência de 3 dBm.

Pentrada $P_e = 10\log\frac{200\,10^{-12}}{10^{-3}} = -67\,dBm$

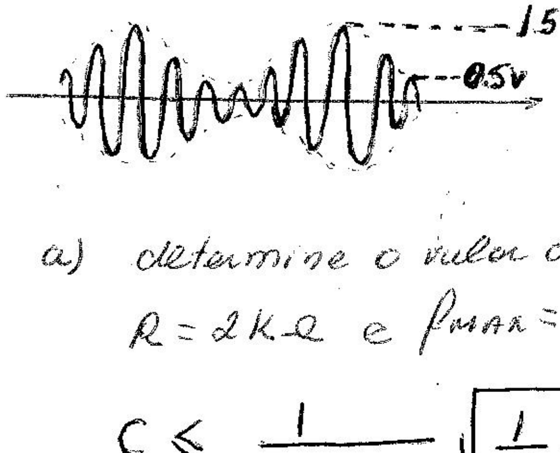
Psaída $P_S = 3\,dBm = G_{dB} - 67\,dBm$

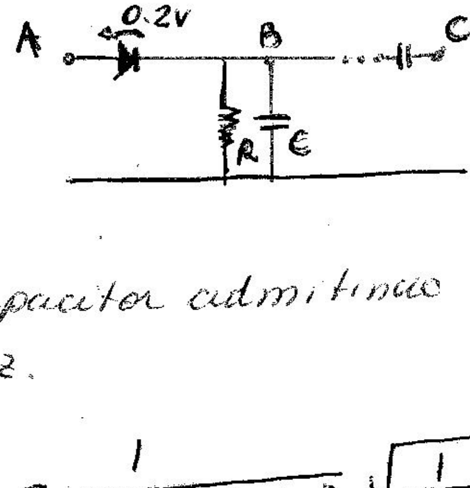
$\therefore \quad G_{dB} = 70\,dB$

ou

$$G = \frac{\overset{3\,dBm}{2\times10^{-3}}}{200\times10^{-12}} = 10^{7} \Rightarrow G = 70\,dB$$

Considere o detector de envoltória mostrado na figura abaixo:





a) determine o valor do capacitor admitindo m=0.9, R = 2kΩ e f_{MAX} = 5kHz.

$$C \leqslant \frac{1}{2\pi R f_{MAX}}\sqrt{\frac{1}{m^2}-1} = \frac{1}{2\pi\,2\cdot10^3\cdot5\cdot10^3}\sqrt{\frac{1}{0.9^2}-1}$$

$C \leq 7.8\,nF$

b) Corrente média no diodo

Como o diodo apresenta uma queda de 0.2 V

$$I_{MED} = \frac{1}{R}V_{MED} = \frac{1}{R}\frac{[(1.5-0.2)+(0.5-0.2)]}{2} = \frac{0.8}{2000}$$

$I_{MED} = 400\mu A$

EXERCÍCIO 8

Uma portadora não modulada apresenta 300Vpp. Calcule o índice de modulação quando seu valor máximo pico a pico alcança 400 Vpp, 500V e 600V.

$$m = \frac{V_{MAX} - V_{MIN}}{V_{MAX} + V_{MIN}} = V_{PP}$$

a) $V_{MAX} = 400 \Rightarrow V_{MIN} = 300 - 100 = 200$

$$m = \frac{400-200}{400+200} = \frac{200}{600} = \frac{1}{3} \Rightarrow 33,3\%$$

b) $V_{MAX} = 500 = 300 + 200 \Rightarrow V_{MIN} = 300 - 200 = 100$

$$m = \frac{500-100}{500+100} = \frac{400}{600} = \frac{2}{3} = 66,6\%$$

c) $V_{MAX} = 600 = 300 + 300 \Rightarrow V_{MIN} = 300 - 300 = 0$

$$m = \frac{600-0}{600+0} = 1 \Rightarrow 100\%$$

// //

EXERCÍCIO 9

Um transmissor com uma portadora de 10KW transmite 11.2KW quando modulado por um tom senoidal.

a) Calcule o índice de modulação.

$$P_t = \left(1 + \frac{m^2}{2}\right) P_C \Rightarrow 11.2K = \left(1 + \frac{m^2}{2}\right) 10K \Rightarrow m = 0.49$$

b) Se a portadora é modulada por um outro tom senoidal com 50% de índice de modulação, calcule a potência total transmitida

OBS $m_{ef} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$

$$m_{ef} = \sqrt{0.49^2 + 0.5^2} = 0.7$$

$$P_T = P_C\left(1 + m^2/2\right) = 10K\left(1 + 0.7^2/2\right) = 12.45KW$$

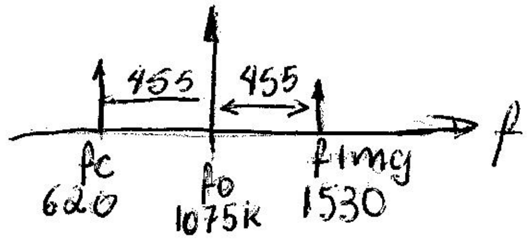
O Determine a freq. imagem para um receptor AM usando uma FI de 455KHz e uma estação sintonizada em 620KHz.

⇒ freq. do oscilador local

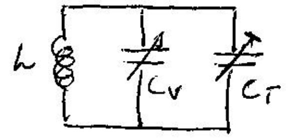
$$f_o = 620 + 455 = 1075\,KHz$$

⇒ freq imagem

$$f_{img} = f_o + FI = 1075 + 455 = \underline{1530\,KHz}$$



• Exercício: Cálculo do trimmer



• Capacitor variável $C_{V_{MIN}} = 10pF$ aberto
$C_{V_{MAX}} = 256pF$ fechado

• Faixa OM 525 a 1620 KHz

• $\underline{C_{MIN}}$: ?

$$f_{MIN} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L C_{MAX}}} \Rightarrow 525\,10^3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.256.10^{-12}}} \Rightarrow \underline{L = 359\mu H}$$

$$f_{MAX} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L C_{MIN}}} \Rightarrow 1620\,10^3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{359\,10^{-6}\,C_{MIN}}} \Rightarrow \underline{C_{MIN} = 26.9pF}$$

Como $C_{V_{MIN}} = 10pF \Rightarrow$ há necessidade de uma capacitância adicional de 16.9pF. Assim, utiliza-se um trimmer (C_T) em paralelo com C_V (capacitor variável)

• Cálculo do trimer

$$\Delta f = \frac{f_{MIN}}{f_{MAX}} = \frac{525K}{1620K} = 0.324$$

$$\Delta C = \frac{C_{MIN}}{C_{MAX}} = \frac{1/4\pi^2 L f^2_{MAX}}{1/4\pi L f^2_{MIN}} = \Delta f^2 = 0.105$$

$$\text{mas } \Delta C = \frac{C_{MIN}}{C_{MAX}} = \frac{C_{V_{MIN}} + C_T}{C_{V_{MAX}} + C_T} = \frac{10 + C_T}{256 + C_T} = 0.105$$

$$\therefore C_T = \underline{18.86pF}$$

• Como foi colocado um trimmer em paralelo com C_V, então o valor da indutância deve ser calculado novamente

$$C_{MAX} = C_{VMAX} + C_T = 256 + 18.86 \simeq \underline{\underline{275\,pF}}$$

$$\therefore L = \frac{1}{4\pi^2 \underbrace{(525 \cdot 10^3)^2}_{f_{MIN}} \cdot 275 \cdot 10^{-12}} = 334\,\mu H$$

$\therefore \quad L = 334\,\mu H$

$C_V \rightarrow 10\,pF - 256\,pF$

$C_T = 18.86\,pF$

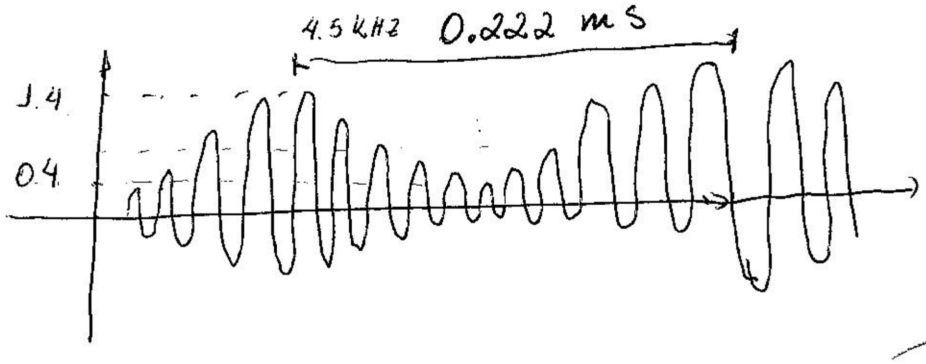
AMDSB

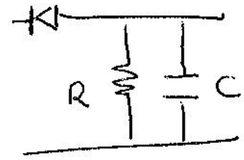
1. Para o sinal AM da figura abaixo pede-se:

a) índice de modulação.

b) o valor médio da tensão na saída do detector admitindo uma queda de 0.2 V no diodo.

c) calcule o valor apropriado do capacitor par $R = 1k\Omega$.





0.

a) $m = \dfrac{V_{MAX} - V_{MIN}}{V_{MAX} + V_{MIN}} = \dfrac{1.4 - 0.4}{1.4 + 0.4} = 0.55 \Rightarrow 55\%$

53.7 nF

b) $V_{MÉDIO} = \dfrac{V_{MAX} + V_{MIN}}{2} - 0.2 = 0.7\,V$ 700 mV

c) $C \leq \dfrac{\sqrt{1/m^2 - 1}}{2\pi R f_m} = \dfrac{\sqrt{1/0.55^2 - 1}}{2 \times \pi \times 10^3 \times 4.5\,10^3} = 53.7\,nF$