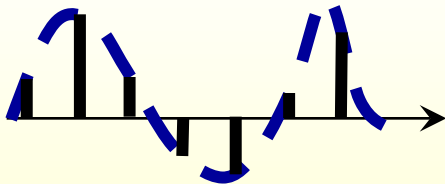


Comunicação Digital



- *Amostragem*
 - Ideal
 - Natural (PAM)
 - Prática (PAM)
 - É a base para o estudo da Comunicação Digital.
- *Multiplexação por Divisão do Tempo - TDM.*



1. O Processo de Amostragem

- A amostragem é uma operação básica em Processamento Digital de Sinais e em Comunicação Digital.
- Converte um sinal contínuo no tempo em amostras regularmente espaçadas (sinal discreto no tempo).
- A quantização das amplitudes do sinal discreto no tempo fornece o sinal digital

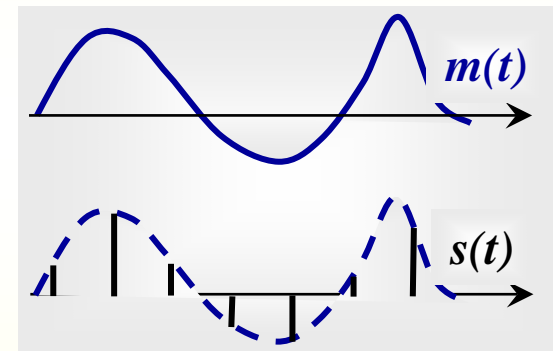
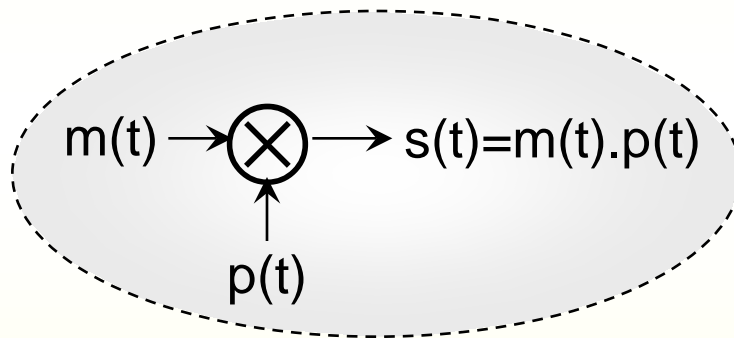


- Para que este procedimento tenha utilidade prática é importante a escolha adequada da *Taxa de Amostragem*.
 - A taxa (ou freqüência) de amostragem é escolhida baseando-se na freqüência máxima do espectro do sinal.
- Tipos de amostragem: Ideal - Natural e prática (sample-hold)



1.1. Amostragem Ideal

- Admitindo $m(t)$:
 - Sinal de energia finita.
 - Frequência máxima do seu espectro: W Hz.
- A amostragem é obtida multiplicando $m(t)$ por um trem de impulsos regularmente espaçados por T_a segundos, como mostra a figura abaixo.



$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_a) \times m(t)$$



$$s(t) = m(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_a)$$



➤ No domínio da frequência:

Fourier de $p(t)$:

$$\mathfrak{F}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_a)\right\}=f_a\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(f-kf_a)$$

Fourier de $s(t)$:

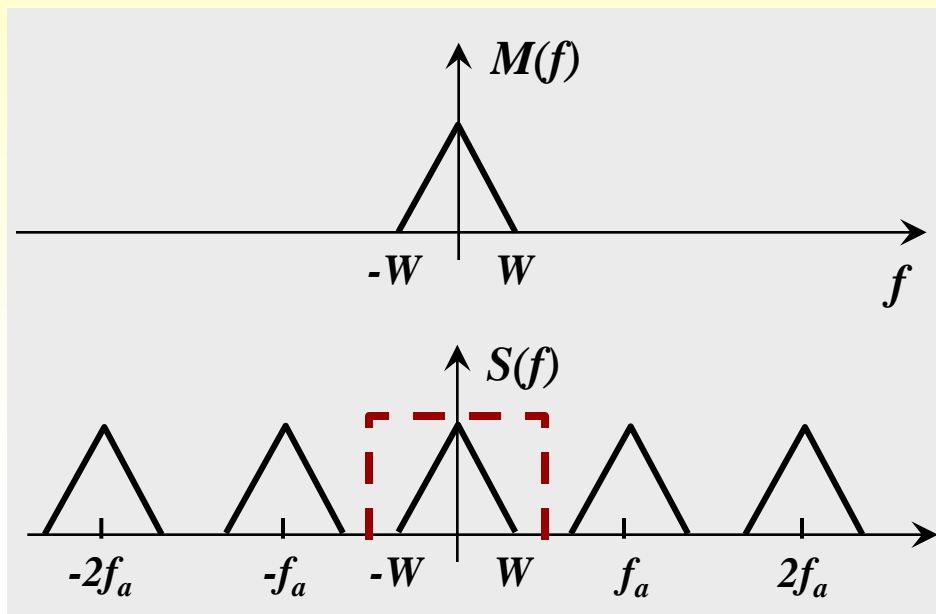
$$\begin{aligned}S(f) &= M(f) * f_a \sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(f-kf_a) \\&= f_a \sum_{k=-\infty}^{\infty}M(f) * \delta(f-kf_a)\end{aligned}$$

$$S(f) = f_a \sum_{k=-\infty}^{\infty}M(f-kf_a)$$

- O processo de amostragem de um sinal de energia finita e contínuo no tempo resulta em um espectro periódico com período igual à taxa de amostragem.
- $S(f)$ consiste de cópias regularmente espaçadas de f_a de $M(f)$.



➤ No domínio da frequência:



- $S(f)$ consiste de cópias igualmente espaçadas de $M(f)$.
- Para não ocorrer superposição de Espectros deve-se ter:

$$W \leq f_a - W \Rightarrow f_a \geq 2W$$

- Um filtro passa-baixas com corte em $f_c = W$ recupera o sinal original.

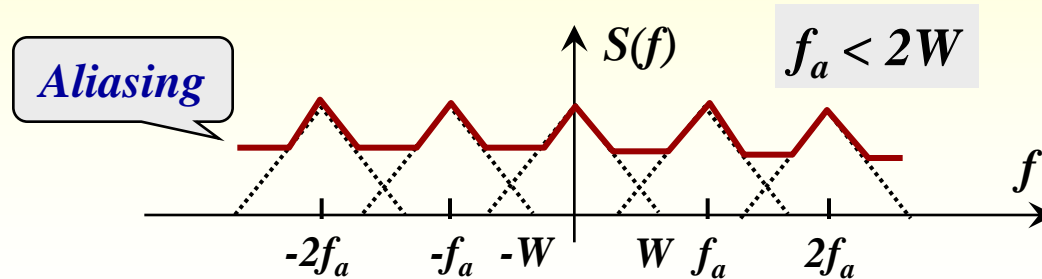
Teorema da Amostragem - (Nyquist)

“Um sinal limitado em banda, que não tem componentes de frequência acima de W Hz, pode ser reconstruído ou recuperado a partir de suas amostras tomadas a uma taxa maior ou igual a $2W$ amostras por segundo [Hz].”

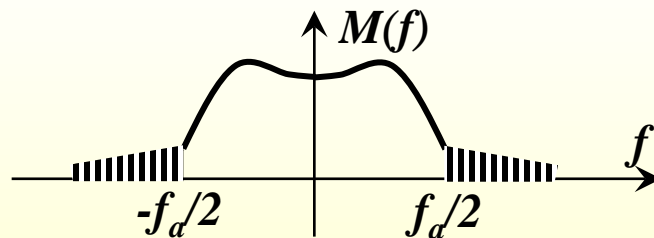


➤ Superposição Espectral : “Aliasing”

- Ocorre quando a desigualdade anterior não é satisfeita, isto é: $f_a < 2W$.
- Neste caso as cópias de $M(f)$ se superpõem.
- O sinal não pode mais ser recuperado sem distorção



- Na prática o espectro dos sinais não são estritamente limitados.
- No entanto eles decrescem com a frequência
- Assim uma superposição espectral sempre irá ocorrer.
- O erro entre os sinais original e reconstruído é dado por:



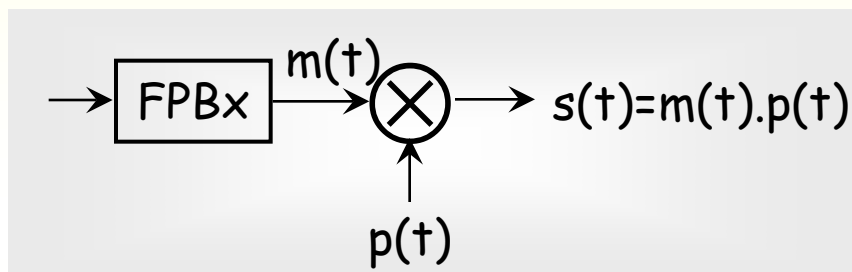
$$\varepsilon = 2 \int_{-f_a/2}^{\infty} |M(f)| df, \quad \varepsilon = |m(t) - m_R(t)|$$

- Limita-se o sinal em banda antes da amostragem através de um FPBx.

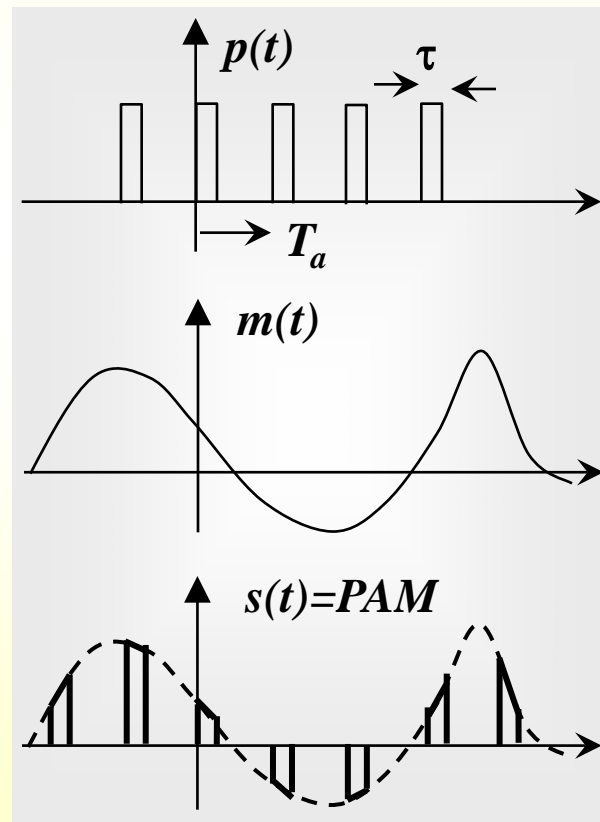


1.2. Amostragem Natural (Modulação por Amplitude dos Pulsos)

- A amostragem é obtida multiplicando o sinal por um trem de pulsos de largura τ e regularmente espaçados.
- As amplitudes dos trem de pulsos são variadas de acordo com o sinal $m(t)$ (PAM).
- Este processo é conhecido como amostragem natural..



**Modulação por
Amplitude dos Pulsos
(PAM)**



➤ **p(t) em série de Fourier**

$$p(t) = a_0 + a_1 \cos(2\pi f_a t) + a_2 \cos(4\pi f_a t) + a_3 \cos(6\pi f_a t) + \dots$$

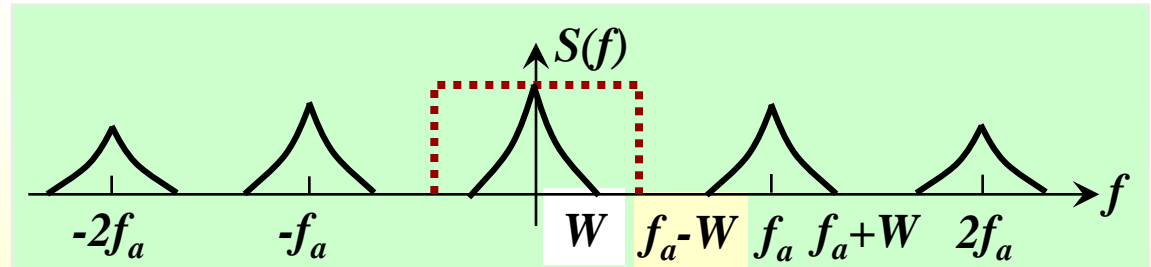
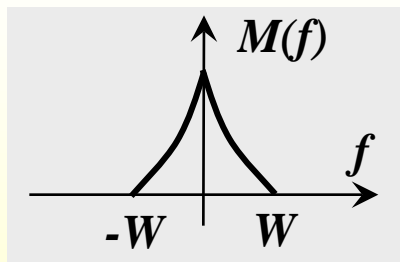
onde : $a_0 = f_a \tau$ e $a_k = 2 f_a \tau \text{sinc}(k f_a \tau)$

➤ **Portanto s(t) pode ser escrito como:**

$$\begin{aligned} s(t) &= m(t)p(t) = m(t)\{a_0 + a_1 \cos(2\pi f_a t) + a_2 \cos(4\pi f_a t) + \dots\} \\ &= a_0 m(t) + a_1 m(t) \cos(2\pi f_a t) + a_2 m(t) \cos(4\pi f_a t) + \dots \end{aligned}$$

➤ **Calculando a Transformada de Fourier**

$$S(f) = a_0 M(f) + \frac{1}{2} a_1 M(f \pm f_a) + \frac{1}{2} a_2 M(f \pm 2f_a) + \dots$$

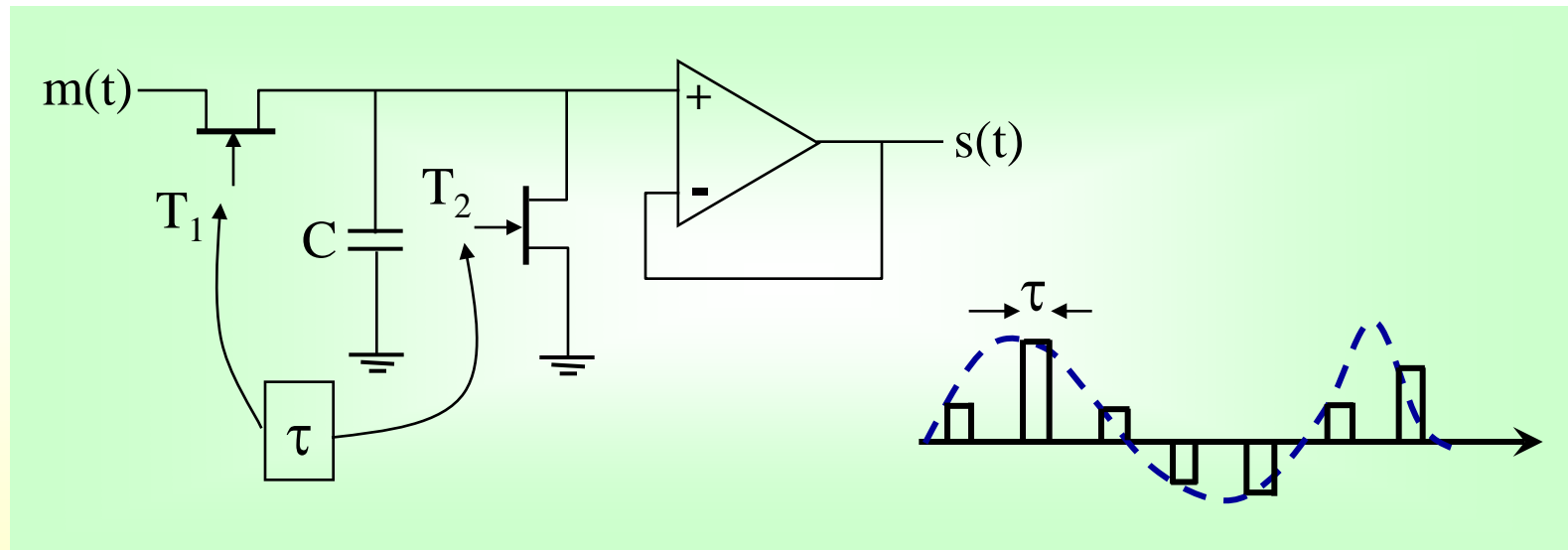


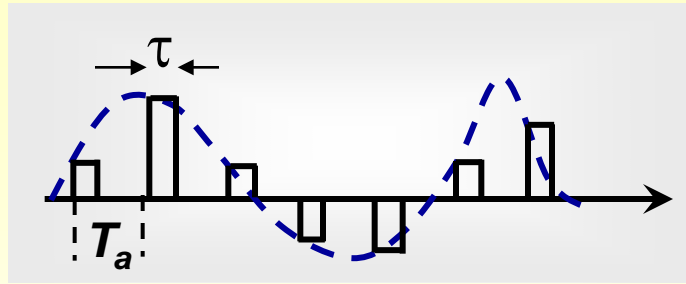
$$W \leq f_a - W \Rightarrow f_a \geq 2W$$



1.3. Amostrador - Segurador

- É a amostragem prática utilizada nos conversores AD.
- T_1 e T_2 ☒ duas chaves eletrônicas.
- Um pulso é aplicado em $T_1 \rightarrow$ O transistor conduz...
 - Carrega o capacitor com $m(t)$.
 - mantém a tensão durante a conversão AD.
- Após τ segundos aplica-se um pulso em $T_2 \rightarrow$ O transistor conduz...
 - descarrega o capacitor.
- Após T_a segundos aplica-se novamente um pulso em T_1 .





➤ Neste caso:

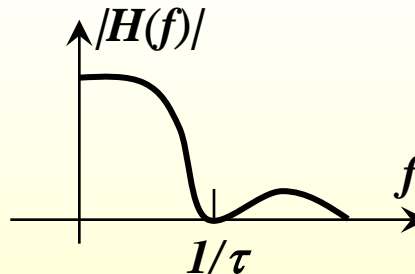
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} m(kT_a) p(t - kT_a)$$

➤ Espectro:

$$S(f) = \frac{\text{sen}(\pi f \tau)}{\pi f \tau} \frac{\tau}{T_a} \sum_{k=-\infty}^{\infty} M(f - kf_a)$$

➤ Observe que as amplitudes são atenuadas pela seguinte função:

$$H(f) = \frac{\text{sen}(\pi f \tau)}{\pi f \tau}$$



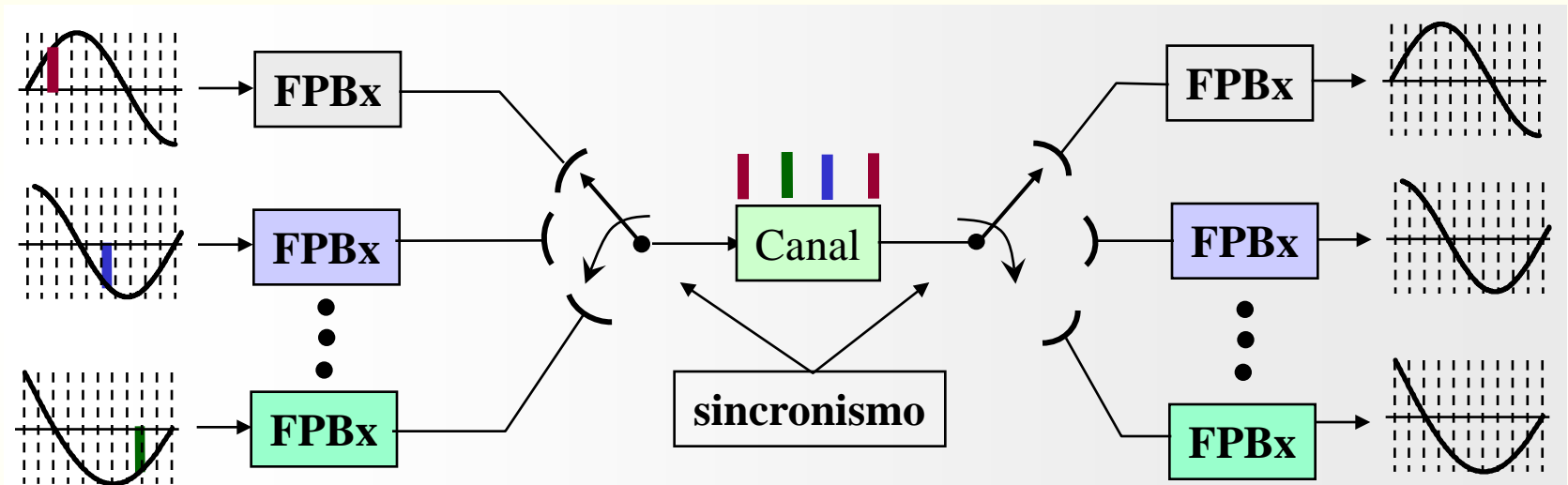
$$1/\tau \gg W$$

➤ Na recepção há a necessidade de se fazer uma equalização.



2. Multiplexação por Divisão do Tempo - TDM

- As amostras ocupam somente uma fração do tempo.
- O intervalo ocioso entre duas amostras consecutivas pode ser ocupado por amostras de outros sinais.
- Este conceito de partilha é o princípio básico do TDM.

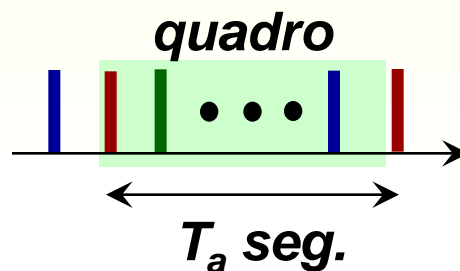


- O filtro passa baixas elimina as freqüências indesejáveis do sinal.
 - Atenuação de 30 a 40 dB na freqüência W .
 - Elimina as freqüências que não são importantes.
 - Limita o espectro na freqüência W Hz.



➤ A chave comutadora amostra os sinais:

- Frequência levemente superior à frequência de Nyquist ($2W$ Hz)
- Coloca, em cada revolução, uma amostra de cada canal em sua saída.
- Este conjunto de amostras é denominado de quadro.
- Em cada quadro tem-se uma amostra de cada canal.



➤ Largura de faixa mínima do canal de transmissão:

$$B_{WMIN} = Nf_a/2 = NW,$$

➤ No receptor tem-se as operações inversas:

- separação dos sinais e filtragem.

➤ Dois tipos de sincronização são necessárias para a recepção correta:

- sincronismo de quadro: (estabelece o início de um grupo de amostras)
- sincronismo de palavra: (separação correta dos canais)



➤ Problemas da transmissão PAM:

- Distorções provocadas pela resposta de amplitude e fase do canal.
- Ruídos e interferências durante a transmissão.
- Este tipo de transmissão não é utilizado a não ser para pequenas distâncias.

➤ Solução:

- Codificar digitalmente as amostras antes da transmissão.
- Modulação por Código de Pulsos (PCM)
- Modulação Delta (MD)
- Outros tipos

