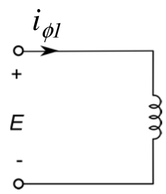
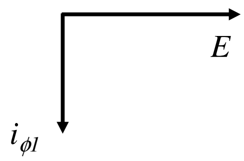
SEL 329 – CONVERSÃO ELETROMECÂNICA DE ENERGIA

Aula 07

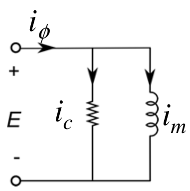
Revisão

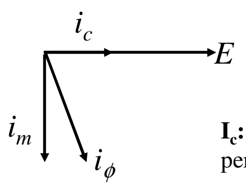
- **Corrente de excitação:** circuito elétrico equivalente do eletroímã, desprezando a histerese





- **Corrente de excitação:** circuito elétrico equivalente do eletroímã, considerando a histerese



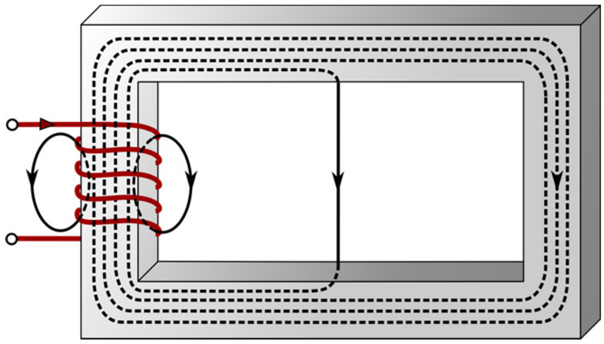


I_c: corrente relacionada às perdas no núcleo

I_m : corrente de magnetização

Revisão

- **Dispersão do fluxo magnético**



Tópicos da Aula de Hoje

- Transformadores
  - ✓ Princípio de operação do transformador
  - ✓ Transformador ideal
  - ✓ Transformador real
  - ✓ Circuito equivalente

Transformadores

Transformadores são utilizados para transferir energia elétrica entre diferentes circuitos elétricos por meio de um campo magnético, usualmente com diferentes níveis de tensão.

As principais aplicações dos transformadores são:

- Adequar os níveis de tensão em sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica.
- Isolar eletricamente sistemas de controle e eletrônicos do circuito de potência principal (toda a energia é transferida somente através do campo magnético).
- Realizar casamento de impedância de forma a maximizar a transferência de potência.
- Evitar que a corrente contínua de um circuito elétrico seja transferida para o outro circuito elétrico.
- Realizar medidas de tensão e corrente.
- Etc

Transformadores

Transformadores

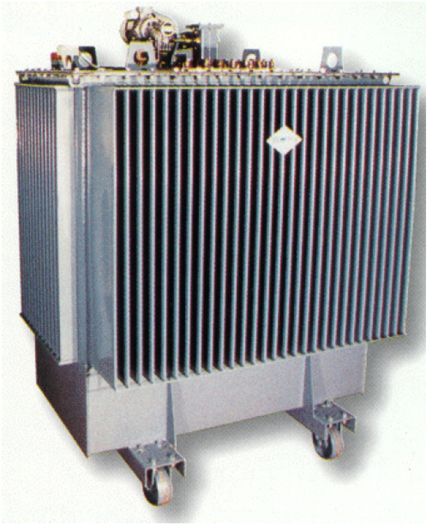


Fig. 22a/b: three-phase transformer 100 kVA (Ortea)

Transformadores

transformador utilizado em sistemas de distribuição

Transformadores

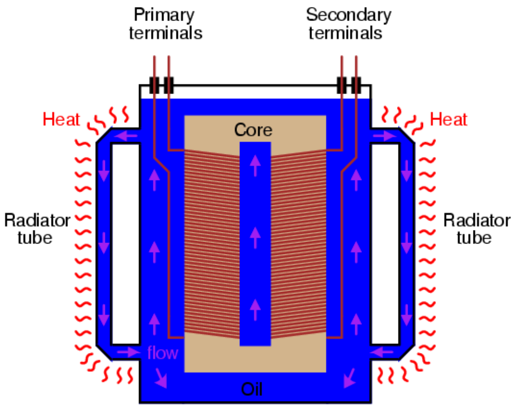
transformador utilizado em subestação de sistemas industriais

Transformadores

transformador utilizado em subestação de sistemas de distribuição (cerca de 3,5 metros de altura)

Transformadores

Corte em um transformador (bobinas, buchas, radiador)



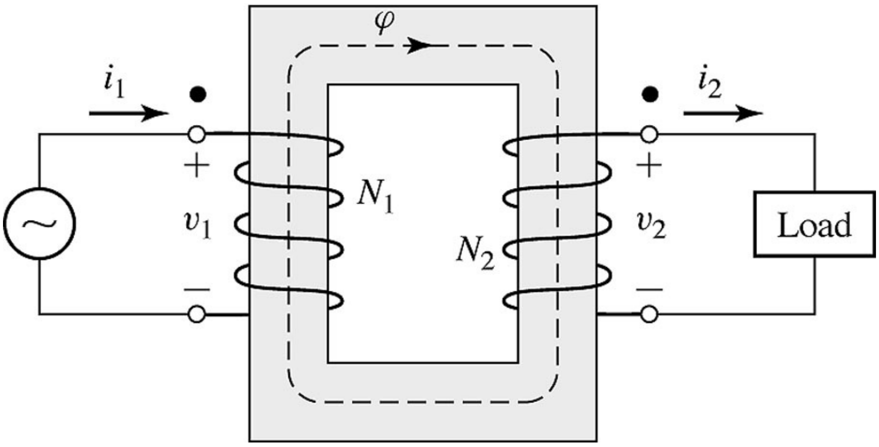
Transformadores

Transformadores

Transformador utilizado para realizar casamento de impedância em circuito impresso.

Transformadores

Diagrama equivalente:



Transformadores

Tipos de núcleo:

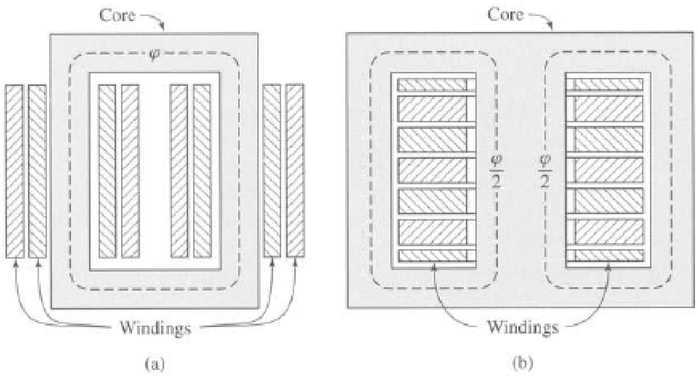


Figure 2.1 Schematic views of (a) core-type and (b) shell-type transformers.

(a) núcleo envolvido (b) núcleo envolvente

Custo

(1) $$C = (19.800)S^{0,75} + (1,55)NBI^{1,75}$$

C = custo em U$

S = potência nominal em MVA

NBI = Nível Básico de Isolamento em kV

Exemplo:

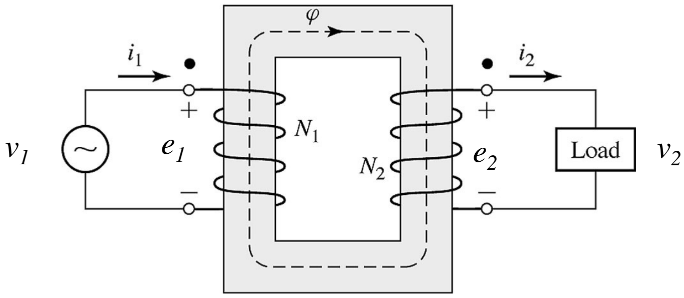
S = 15 MVA; RT = 138/13,8; NBI = 550 kV

C $\approx$ U$ 250,000.00

O custo de um transformador pode chegar a 60% do custo total de subestações de distribuição, industriais ou de conexão. (pode custar Milhões U$)

Cuidado!!!

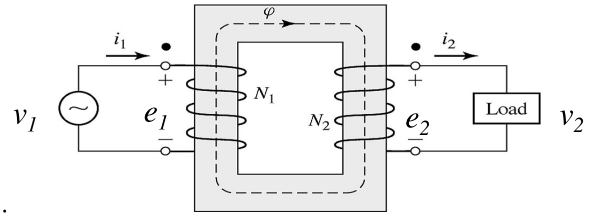
Transformador Ideal



Transformador ideal (sem perdas):

- As resistências dos enrolamentos são desprezíveis
- A permeabilidade do núcleo é infinita (portanto a corrente de magnetização é nula)
- Não há dispersão do fluxo magnético
- Não há perdas no núcleo

Transformador Ideal em Vazio ($i_2 = 0$)



Desta forma, temos:

$$\begin{cases} v_1 = e_1 = \dfrac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \dfrac{d\phi}{dt} \\ v_2 = e_2 = \dfrac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \dfrac{d\phi}{dt} \end{cases} \qquad \frac{v_1}{v_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1 \dfrac{d\phi}{dt}}{N_2 \dfrac{d\phi}{dt}} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

sendo $a = N_1/N_2$ a relação de espiras do transformador. Tal relação é denominada relação de transformação.

Para tensões senoidais, em termos de fasores, temos:

$$\frac{\overline{V}_1}{\overline{V}_2} = \frac{\overline{E}_1}{\overline{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

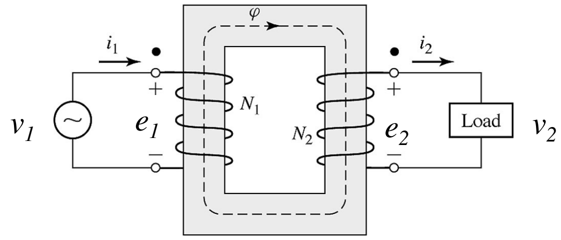
Transformador Ideal em Vazio ($i_2 = 0$)

$$\overline{V}_1 = a\overline{V}_2$$

$a < 1$	$\Rightarrow$	$V_2 > V_1$	$\Rightarrow$	transformador elevador
$a > 1$	$\Rightarrow$	$V_2 < V_1$	$\Rightarrow$	transformador abaixador

Transformador Ideal com Carga ($i_2 \neq 0$)

Com carga no secundário, existe uma corrente i_2 no mesmo que cria uma *fmm* $N_2 i_2$ que tende a alterar o fluxo no núcleo (desmagnetizando o núcleo). Portanto, o equilíbrio entre as forças magnetomotrizes será perturbado.



A equação do circuito magnético de um transformador é dada por:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \Re\phi$$

Onde $\Re$ é a relutância do núcleo, como consideramos que o núcleo tem permeabilidade infinita, temo $\Re = l/(\mu A) = 0$. Assim, temos:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

ou:

$$N_1 i_1 = N_2 i_2$$

Transformador Ideal com Carga ($i_2 \neq 0$)

Visto que $N_1 i_1 = N_2 i_2$, a única maneira do balanço se manter, é a corrente i_1 variar com o aumento de i_2. Pode-se dizer que uma *fmm* adicional é exigida do primário. Assim, temos:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

ou, tem termos fasoriais:

$$\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{I}_2}{a}$$

Obs: na análise acima, desprezamos a corrente de magnetização (permeabilidade infinita), mas na prática é necessário uma pequena corrente de magnetização i_m no enrolamento primário para estabelecer o fluxo no núcleo. Assim, temos

em vazio: $i_1 = i_\varphi$

com carga: $i_1 = i_\varphi + i'_2$

onde i'_2 é a corrente necessária para se opor ao efeito desmagnetizante provocado pela corrente i_2 na carga. Na prática, $i_\varphi << i'_2$ (1-5%).

Transformador Ideal: potência

A potência instantânea no primário é dada por:

$$p_1(t) = v_1\, i_1$$

A potência instantânea no secundário é dada por:

$$p_2(t) = v_2\, i_2$$

Contudo, temos $v_1 = a\, v_2$ e $i_1 = i_2/a$, portanto, temos:

$$p_1(t) = v_1\, i_1 = a\, v_2\, i_2/a = v_2\, i_2 = p_2(t)$$

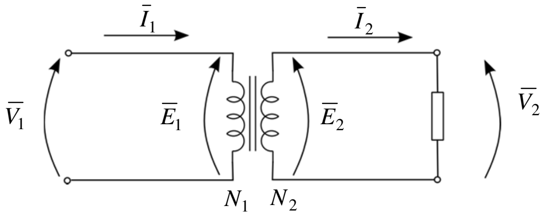
O que era esperado, visto que as todas as perdas foram desprezadas. Em termos da potência complexa, temos

$$S_1 = \bar{V}_1 \bar{I}_1^* = a\bar{V}_2\left(\frac{\bar{I}_2^*}{a}\right) = \bar{V}_2 \bar{I}_2^* = S_2$$

S = potência complexa (VA)

Transformador Ideal: impedância refletida

Ao se conectar uma impedância no secundário, qual a impedância vista pelo primário?



Com base no circuito acima, temos que a impedância nos terminais do secundário é dada por:

$$Z_2 = \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2}$$

Analogamente, a impedância equivalente vista dos terminais do primário (vista pela fonte) é:

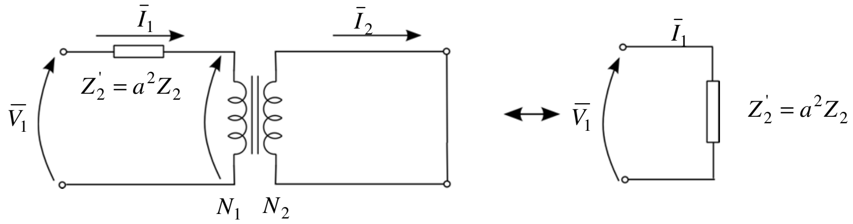
$$Z_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1}$$

Assim, temos:

$$Z_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \frac{a\bar{V}_2}{\frac{\bar{I}_2}{a}} = a^2 \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} = a^2 Z_2$$

Transformador Ideal: impedância refletida

Isto significa que a impedância conectada ao terminal do secundário produz no primário o mesmo efeito que o produzido por uma impedância equivalente Z'_2 conectada aos terminais do primário cujo valor é igual a a^2Z_2 = $(N_1/N_2)^2Z_2$. Z'_2 é chamada de impedância do secundário refletida ao primário



De maneira similar, as correntes e tensões podem ser refletidas de uma lado para o outro através da relação de espiras:

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = \dfrac{N_2}{N_1}\bar{I}_2 = \dfrac{\bar{I}_2}{a} \\ \bar{V}_1 = \dfrac{N_1}{N_2}\bar{V}_2 = a\bar{V}_2 \end{cases}$$

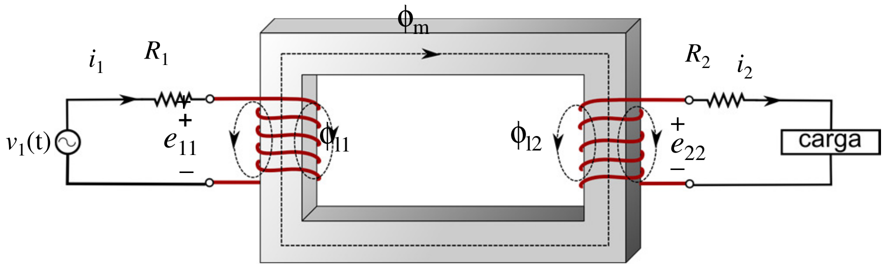
Transformador Real

Um transformador ideal não apresenta perdas; toda potência aplicada ao primário é entregue à carga. Contudo, transformadores reais desviam do modelo ideal devido aos seguintes fatores:

- As resistências dos enrolamentos não são desprezíveis
- A permeabilidade do núcleo é finita (portanto é necessário haver um corrente de magnetização não nula e a relutância do núcleo é diferente de zero)
- Há dispersão do fluxo magnético
- Há perdas no núcleo (por correntes parasitas e histerese)

A eficiência de um transformador real é medida através da razão entre a potência entregue à carga e a potência entregue ao primário do transformador.

Transformador Real



$\phi_m \rightarrow$ fluxo mútuo produzido pelo efeito combinado das correntes do primário e do secundário

$\phi_{l1} \rightarrow$ fluxo de dispersão do primário

$\phi_{l2} \rightarrow$ fluxo de dispersão do secundário

$R_1 \rightarrow$ resistência do enrolamento do primário

$R_2 \rightarrow$ resistência do enrolamento do secundário

Transformador Real

Como a permeabilidade é finita ($\Re \neq 0$) agora temos:

$$fmm_{\text{líquida}} = \Re_c \phi_m = N_1 i_1 - N_2 i_2$$
$$\phi_m = \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{\Re_c}$$

O fluxo total concatenado pelo primário e secundário são respectivamente:

$$\phi_1 = \phi_{l1} + \phi_m$$
$$\phi_2 = -\phi_{l2} + \phi_m$$

Sendo os fluxos concatenados com os enrolamentos do primário e secundário dados por

$$\lambda_1 = N_1 \phi_1$$
$$\lambda_2 = N_2 \phi_2$$

Portanto, temos:

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + e_{11} = R_1 i_1 + \dfrac{d\lambda_1}{dt} \\ v_2 = -R_2 i_2 + e_{22} = -R_2 i_2 + \dfrac{d\lambda_2}{dt} \end{cases} \qquad (1)$$

Transformador Real

Onde:

$$\begin{cases} e_{11} = \dfrac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \dfrac{d(\phi_{l1} + \phi_m)}{dt} = N_1 \dfrac{d\phi_{l1}}{dt} + N_1 \dfrac{d\phi_m}{dt} \\ e_{22} = \dfrac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \dfrac{d(-\phi_{l2} + \phi_m)}{dt} = -N_2 \dfrac{d\phi_{l2}}{dt} + N_2 \dfrac{d\phi_m}{dt} \end{cases} \quad (2)$$

Podemos definir as indutâncias de dispersão dos enrolamentos (L=λ/i):

$$L_{l1} = \frac{N_1 \phi_{l1}}{i_1} \qquad L_{l2} = \frac{N_2 \phi_{l2}}{i_2} \qquad (3)$$

Portanto, temos:

$$\phi_{l1} = \frac{L_{l1}}{N_1} i_1 \qquad \phi_{l2} = \frac{L_{l2}}{N_2} i_2$$

E as fem induzidas pelo fluxo mútuo ϕ_m como

$$e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \qquad e_2 = N_2 \frac{d\phi_m}{dt} \qquad (4)$$

Transformador Real

Substituindo-se (2), (3) e (4) em (1), temos

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + N_1 \dfrac{d\phi_{l1}}{dt} + N_1 \dfrac{d\phi_m}{dt} \\ v_2 = -R_2 i_2 - N_2 \dfrac{d\phi_{l2}}{dt} + N_2 \dfrac{d\phi_m}{dt} \end{cases}$$

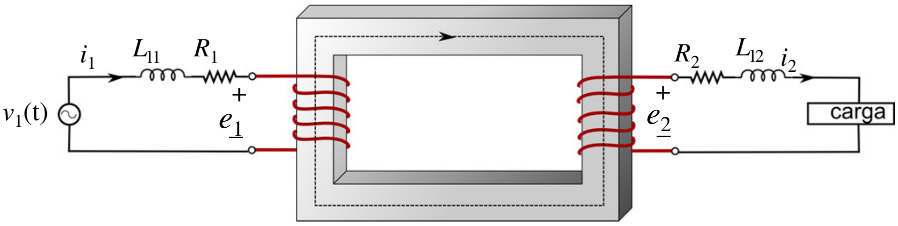
Portanto:

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + N_1 \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{L_{l1} i_1}{N_1}\right) + e_1 \\ v_2 = -R_2 i_2 - N_2 \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{L_{l2} i_2}{N_2}\right) + e_2 \end{cases}$$

ou:

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + L_{l1} \dfrac{d}{dt} i_1 + e_1 \\ v_2 = -R_2 i_2 - L_{l2} \dfrac{d}{dt} i_2 + e_2 \end{cases}$$

Transformador Real



Em fasores, temos:

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = R_1\bar{I}_1 + j\omega L_{l1}\bar{I}_1 + \bar{E}_1 \\ \bar{V}_2 = -R_2\bar{I}_2 - j\omega L_{l2}\bar{I}_2 + \bar{E}_2 \end{cases}$$

ou:

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = R_1\bar{I}_1 + jX_{l1}\bar{I}_1 + \bar{E}_1 \\ \bar{V}_2 = -R_2\bar{I}_2 - jX_{l2}\bar{I}_2 + \bar{E}_2 \end{cases}$$

Definindo-se:

$Z_1 = R_1 + j\,X_{l1} =$ impedância interna do primário

$Z_2 = R_2 + j\,X_{l2} =$ impedância interna do secundário

Transformador Real

Tem-se

$$\begin{cases} \bar{E}_1 = \bar{V}_1 - Z_1\bar{I}_1 \\ \bar{E}_2 = \bar{V}_2 + Z_2\bar{I}_2 \end{cases}$$

Onde:

$E_1 = 4{,}44\ f\ N_1\ \phi_m$ e $E_2 = 4{,}44\ f\ N_2\ \phi_m$

Portanto:

$E_1/\ E_2 = N_1/N_2 = a$

A relação de espiras é igual à relação entre as tensões induzidas pelo fluxo mútuo nos enrolamentos primário e secundário.

Transformador Real

Corrente de excitação:

É conveniente decompor a corrente do primário em duas componentes:

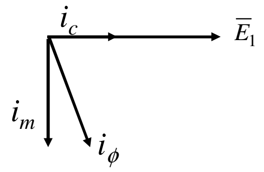
$$\bar{I}_1 = \bar{I}_\phi + \bar{I}'_2$$

Onde:

$\bar{I}'_2$ - componente de corrente da carga do primário (I_2 refletida ao primário)

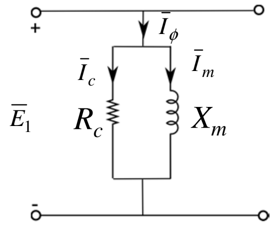
$\bar{I}_\phi$ - componente de corrente de excitação que produz o fluxo mútuo

Como visto anteriormente, a corrente de excitação pode ser decomposta como segue:



Transformador Real

Assim, a corrente de excitação pode ser representada por:



Onde:

$R_c \rightarrow$ representa as perdas no núcleo

$X_m \rightarrow$ reatância de magnetização (produz o fluxo)

Sendo:

$$R_c = \frac{\bar{E}_1^2}{P_c} \qquad X_m = \frac{\bar{E}_1^2}{Q_m}$$

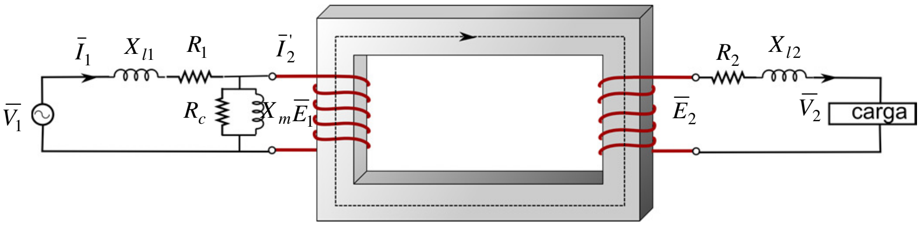
Onde:

$P_c \rightarrow$ perdas no núcleo (ferro) em W

$Q_m \rightarrow$ potência reativa necessária para produzir o fluxo mútuo em Var

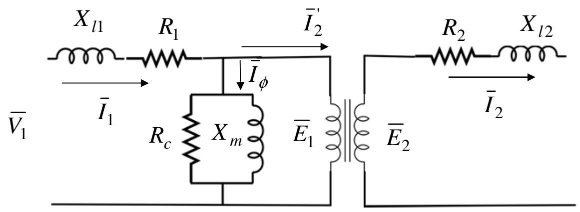
Transformador Real

Assim, temos:



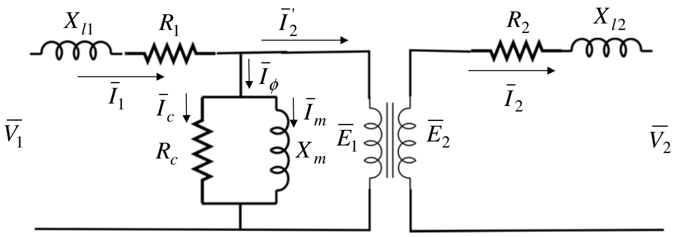
O modelo final é igual ao transformador ideal mais as impedâncias externas representando as perdas. Assim, o circuito elétrico equivalente é dado por:

Transformador Real

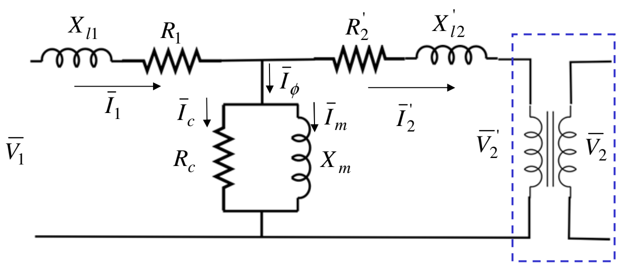


Circuito equivalente de um transformador de dois enrolamentos

Transformador Real



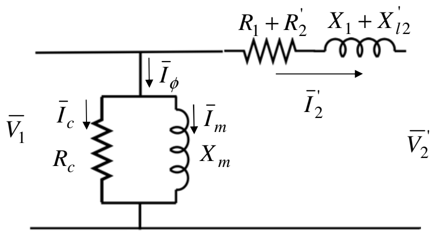
Refletindo as quantidades do secundário para o primário, temos:



$$\begin{cases} \bar{V}_2' = a\bar{V}_2 \\ \bar{I}_2' = \dfrac{\bar{I}_2}{a} \\ R_2' = a^2 R_2 \\ X_{l2}' = a^2 X_{l2} \end{cases}$$

Transformador Real: circuitos equivalentes simplificados

Como a queda de tensão na resistência e na reatância do primário provocada pela componente de excitação do primário é pequena, o ramo de excitação (ramo em derivação) pode ser deslocado para a **esquerda** levando ao circuito aproximado da figura abaixo.



$$R_{eq} = R_1 + R_2'$$

$$X_{eq} = X_1 + X_{l2}'$$

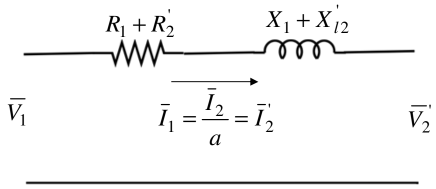
O ramo de excitação também pode ser deslocado para a **direita**.

O erro introduzido devido à ausência da queda de tensão causada pela corrente de excitação é desprezível para transformadores de alta potência visto que a corrente de excitação é menor que 5% da corrente nominal (plena carga)

Esta simplificação é frequentemente utilizada na análise de desempenho do transformadores

Transformador Real: circuitos equivalentes simplificados

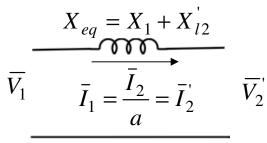
Uma simplificação ainda maior é obtida desprezando-se a corrente de excitação



Para transformadores de várias centenas de kVA ou mais, temos:

$$R_{eq} << X_{eq}$$

Assim, equivalente é dado por:



Estas simplificações são utilizadas na análise de sistemas de potência com transformadores

Próxima Aula

- Transformadores
  - ✓ Obtenção dos parâmetros do circuito equivalente
  - ✓ Regulação
  - ✓ Rendimento