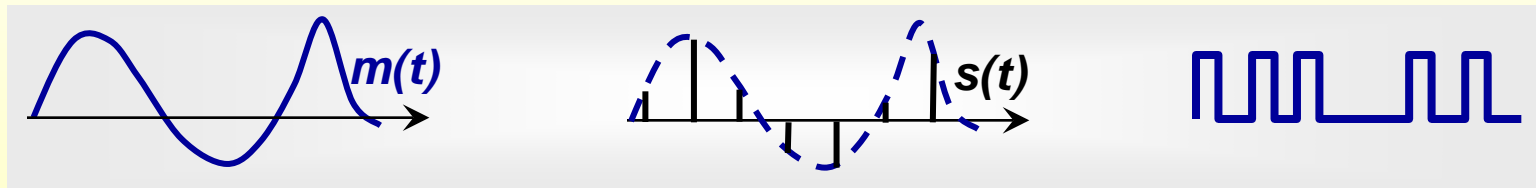
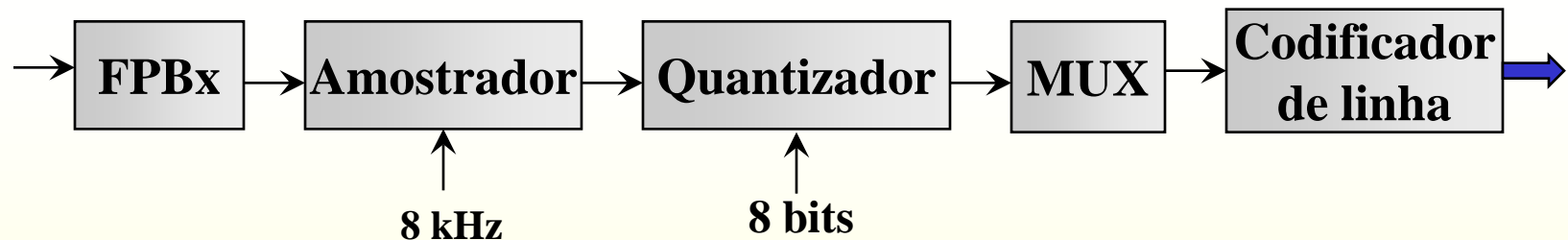


Modulação por Código de Pulsos - PCM

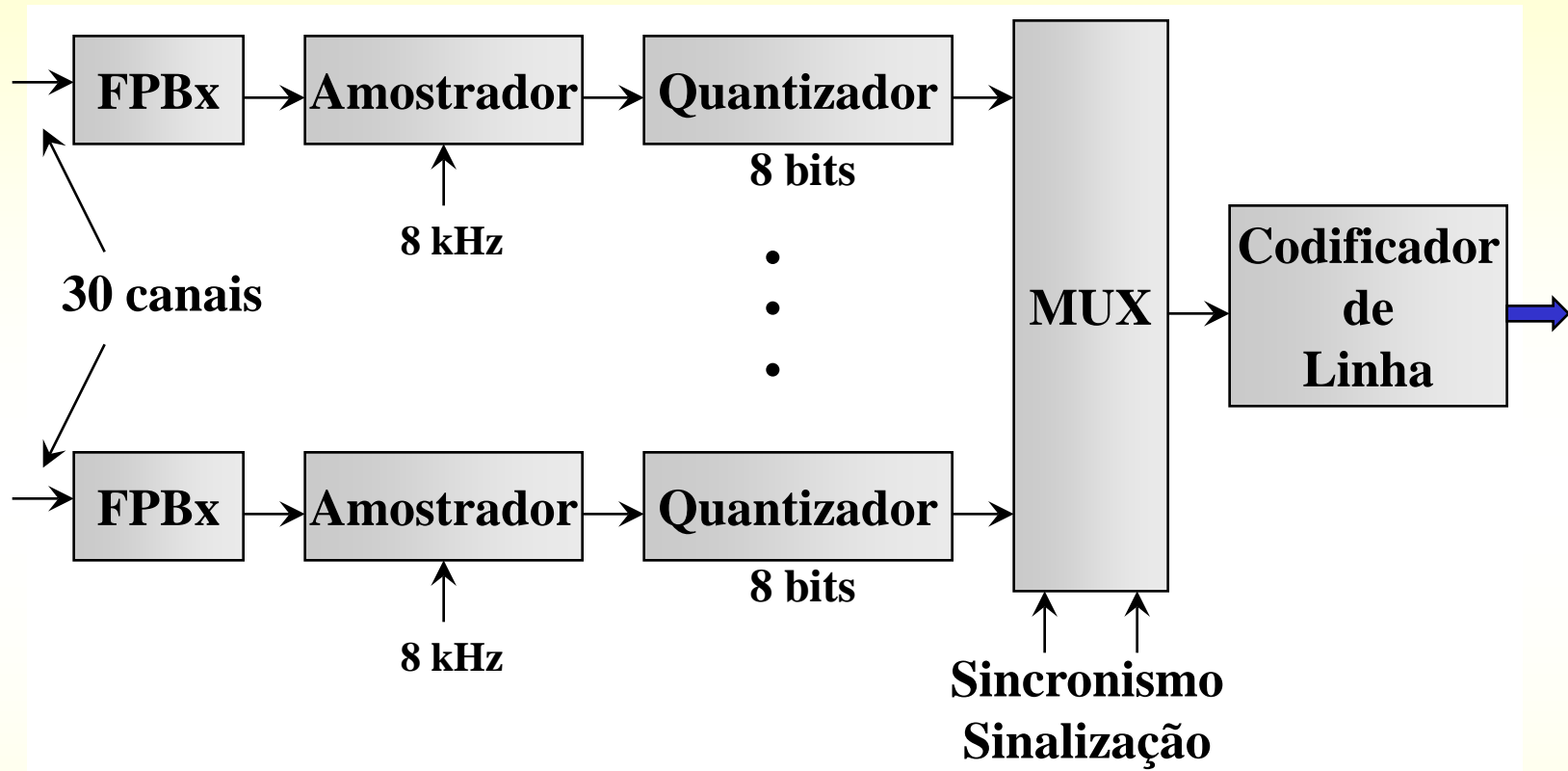
Na Modulação por Código de Pulsos (PCM) as amostras do sinal mensagem são representadas por uma seqüência de pulsos codificados digitalmente e transmitidas através de um canal.

As operações básicas realizadas por um sistema PCM são:

↙ Filtragem - Amostragem - Quantização e Codificação - Multiplexação - Codificação de linha.



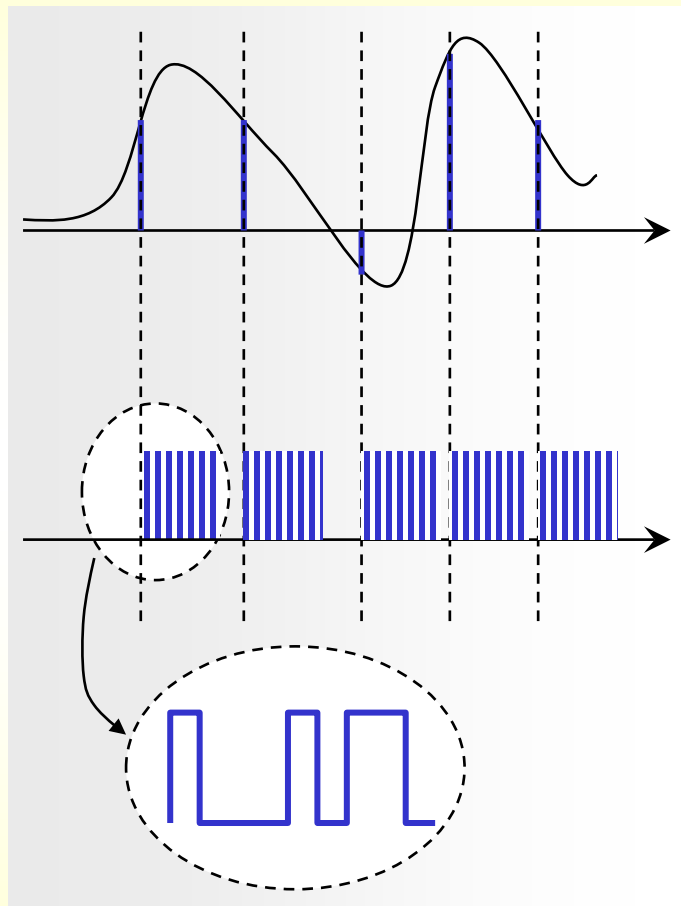
O transmissor PCM para 30 canais de Voz



32 canais: Brasil - Europa

24 canais: USA - Canada - Japão





Filtragem:

↙ Filtro passa-baixas para evitar 'aliasing'.

Amostragem: canais telefônicos.

↙ Sinais de voz: são limitados em 3.4 kHz

↙ banda de guarda (1.2 kHz)

↙ Frequência de amostragem:
 $(2 \times 3.4 + 1.2) \text{ kHz} = 8 \text{ kHz}$

Quantização:

↙ Realizada por um Conversor AD (CODEC)

Taxa de bits (R_b ou f_b):

↙ $8(\text{bits}) \times 1(\text{canal}) \times 8(\text{kHz})$ ☑ 64 kbps.

↙ $8(\text{bits}) \times 32(\text{canais}) \times 8(\text{kHz})$ ☑ 2.048 Mbps. (BR)

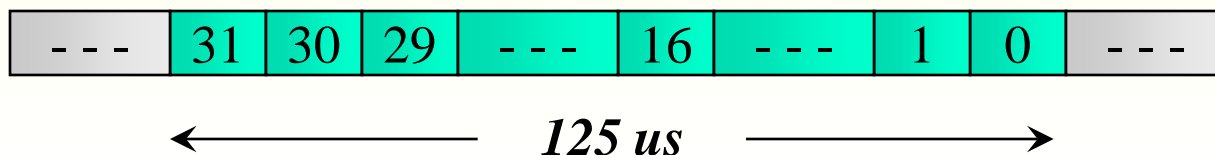
↙ $[8(\text{bits}) \times 24(\text{canais}) + (1 \text{ bit})] \times 8(\text{kHz})$ ☑ 1.544 Mbps. (USA)





Multiplexagem:

- ✓ **Cada canal:** é transmitido a cada 125 us (1/fa)
- ✓ **N - canais:** são transmitidos sucessivamente no intervalo de um período de amostragem. (quadro).
- ✓ **32 - canais:** Os canais “0” e “16” são utilizados para sincronismo.



- ✓ **Canal ‘ 0 ’:** “ x0011011 ” (transmitida a cada 2 quadros) quadros ímpares: alarmes
- ✓ **Canal ‘ 16 ’:** Sincronismo de multiquadro (16 quadros)



Largura de faixa mínima para transmissão:

$$B_{MIN} = \frac{f_b}{2} = vN \frac{f_a}{2} = vNW$$

f_b : taxa de bits.

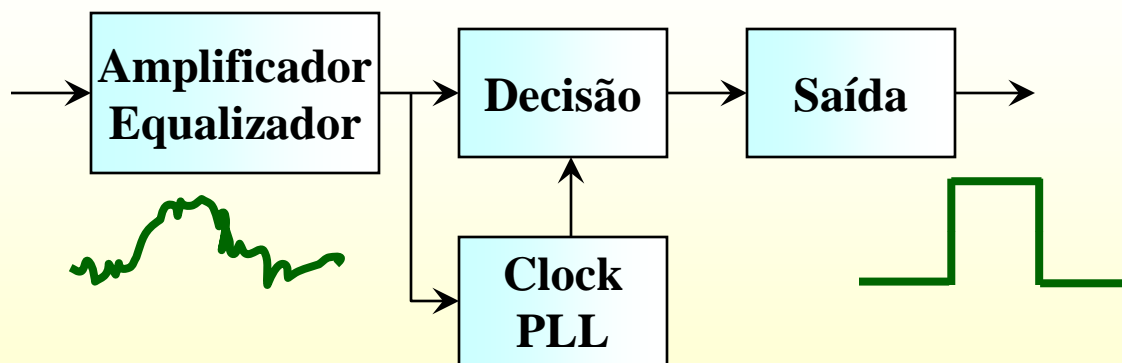
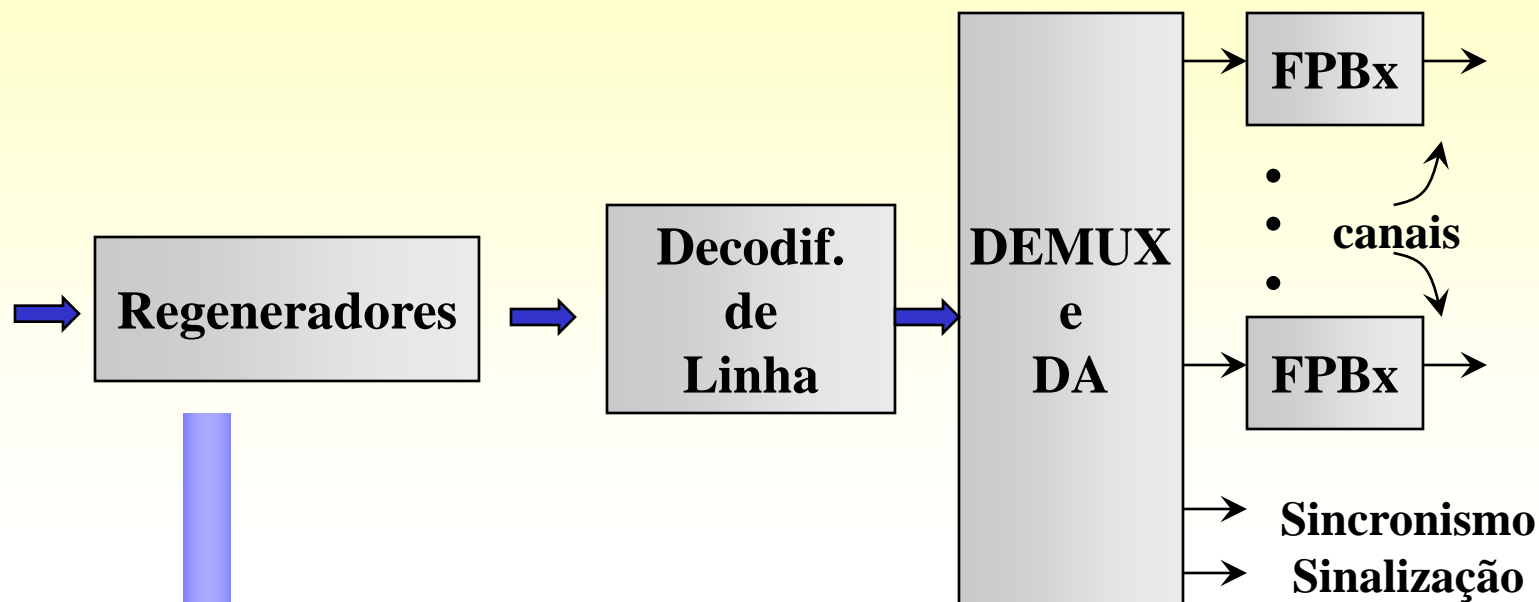
v: número de dígitos da palavra.

N: número de canais.

W: largura de faixa absoluta do sinal



← Transmissão e Recepção



- ⌚ Colocados a cada 2 km.
- ⌚ Controla as distorções.
- ⌚ Se a decisão for correta as distorções são eliminadas.



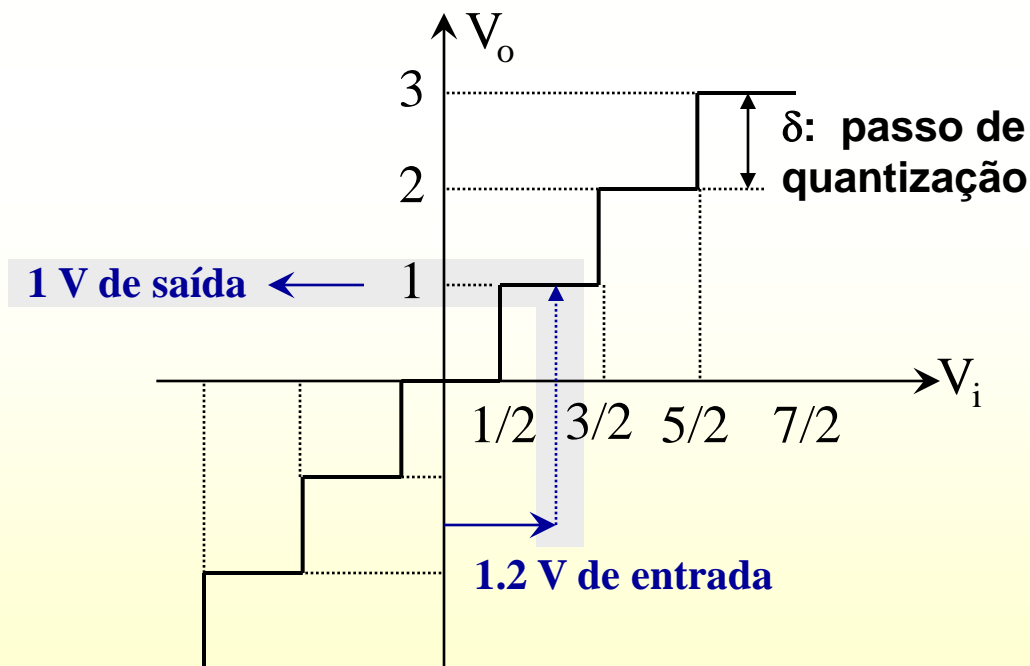
← Quantização

É o processo de transformação da amplitude de uma amostra (dentro de uma faixa contínua de valores) em uma amplitude discreta tomada de um conjunto finito valores.

$$m_k < v_i \leq m_{k+1} \Rightarrow v_o = m_{k+1}$$

$$\text{Passo de quantização} \Rightarrow m_{k+1} - m_k$$

← Quantização Linear:



Quantizador de 3 bits

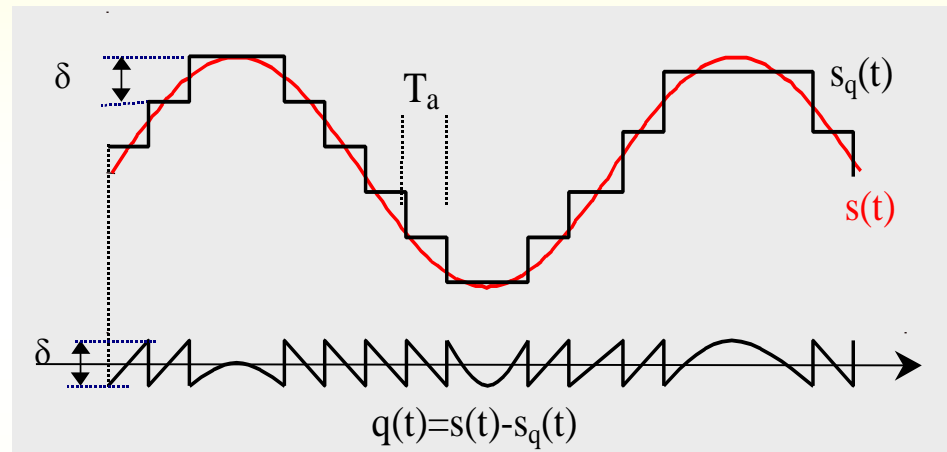
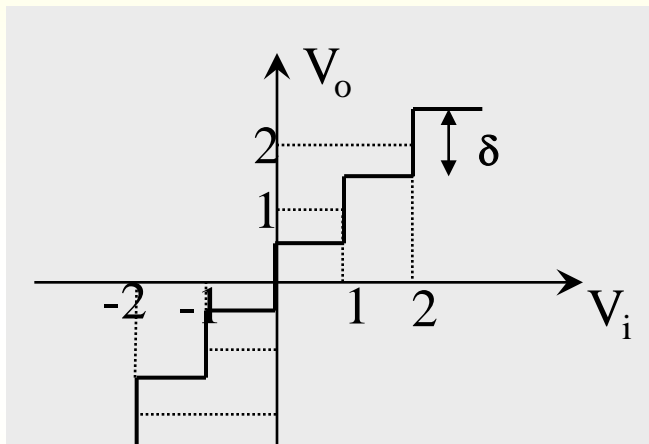
No. de níveis: $Q = 2^N = 8$

0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

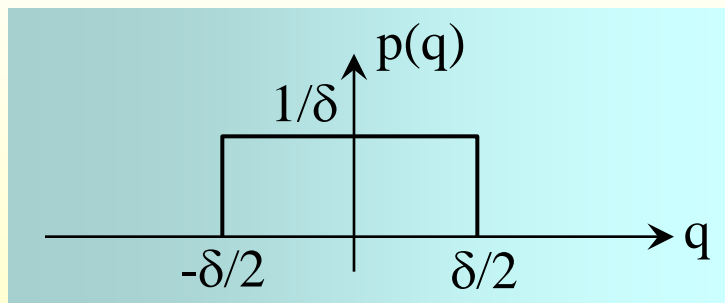


← Ruído de quantização:

- ✓ A quantização introduz um erro nas amplitudes do sinal.
- ✓ Este erro é definido como a diferença entre o sinal de entrada e o sinal de saída.
- ✓ Ele é chamado de **ruído de quantização**.



- ✓ $q(t)$: variável aleatória uniformemente distribuída entre $\pm \delta/2$



$$p(q) = \begin{cases} 1/\delta, & -\delta/2 \leq q \leq \delta/2 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

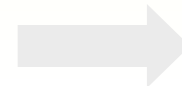


← Variância do ruído de quantização

$$E[q^2] = \int_{-\infty}^{\infty} q^2 p(q) dq \quad \longrightarrow \quad E[q^2] = \sigma_q^2 = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} q^2 \frac{1}{\delta} dq = \frac{\delta^2}{12}$$

☑ Admitindo um conversor de N bits e excursão entre $\pm V_q$ tem-se:

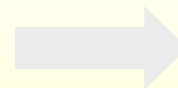
$$\begin{aligned} \text{Níveis de quantização: } Q &= 2^N \\ \delta &= 2V_q / 2^N \end{aligned}$$



$$\sigma_q^2 = \frac{1}{3} V_q^2 2^{-2N}$$

☑ Relação Sinal - Ruído (SNR) :

$$SNR = \frac{\langle m^2(t) \rangle}{\sigma_q^2} = \frac{E[m^2(t)]}{\sigma_q^2}$$



$$SNR_{dB} = 10 \log(SNR)$$



← Exemplo: Admitindo $m(t)$ um sinal senoidal

✓ Potência do sinal: $m(t) = A \sin(\omega_0 t) \Rightarrow \langle m^2(t) \rangle = \frac{A^2}{2}$

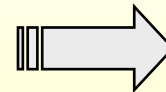
✓ Potência do ruído: $\sigma_q^2 = \frac{1}{3} V_q^2 2^{-2N}$

$$SNR = \frac{\langle m^2(t) \rangle}{\sigma_q^2} = \frac{\frac{1}{2} A^2}{\frac{1}{3} V_q^2 2^{-2N}} = \frac{3}{2} 2^{2N} \left(\frac{A}{V_q} \right)^2$$

$$SNR_{dB} = 1.76 + 6N + 20 \log \left(\frac{A}{V_q} \right)$$

Admitindo : $N = 8 \Rightarrow Q = 256$

$$\begin{cases} A = V_Q \rightarrow SNR_{dB} = 50dB \\ A = V_Q / 100 \rightarrow SNR_{dB} = 10dB \end{cases}$$



Compressão



← Compressão

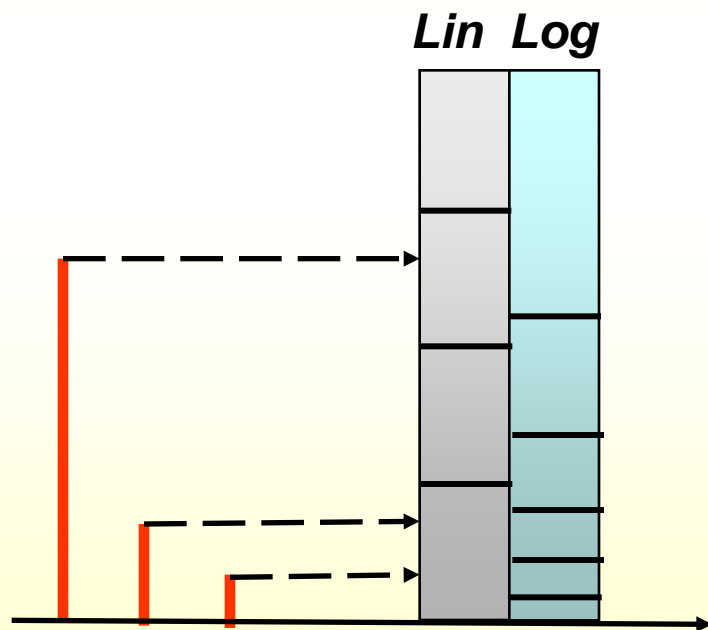
📖 Sinais de Voz ☑ Faixa dinâmica grande [1 : 1000 ou 60 dB]

⚡ **Causas:** Diferentes pontos emissão - Pessoas diferentes

📖 Amplitudes grandes ☑ a maior parte dos 128 níveis de quantização

📖 Amplitudes pequenas ☑ poucos níveis de quantização

📖 Solução: Compressão Logarítmica para manter a SNR constante.



$$SNR_{dB} = 1.76 + 20 \log \left(\frac{QA}{V_q} \right) \approx cte$$

13 bits - linear
=
8 bits logarítmica



☑ Lei u: PCM de 24 canais

$$v_o = \frac{\log(1 + uv_i)}{\log(1 + u)}, \quad 0 \leq v_i < 1 \quad u = 255$$

Aproximada por 15
segmentos de reta
(8 positivos)

☑ Lei A: PCM de 32 canais

$$\begin{cases} v_o = \frac{Av_i}{1 + \log(A)}, & 0 \leq v_i < 1/A \\ v_o = \frac{1 + \log(Av_i)}{1 + \log(A)}, & 1/A \leq v_i < 1 \end{cases} \quad A = 87.6$$

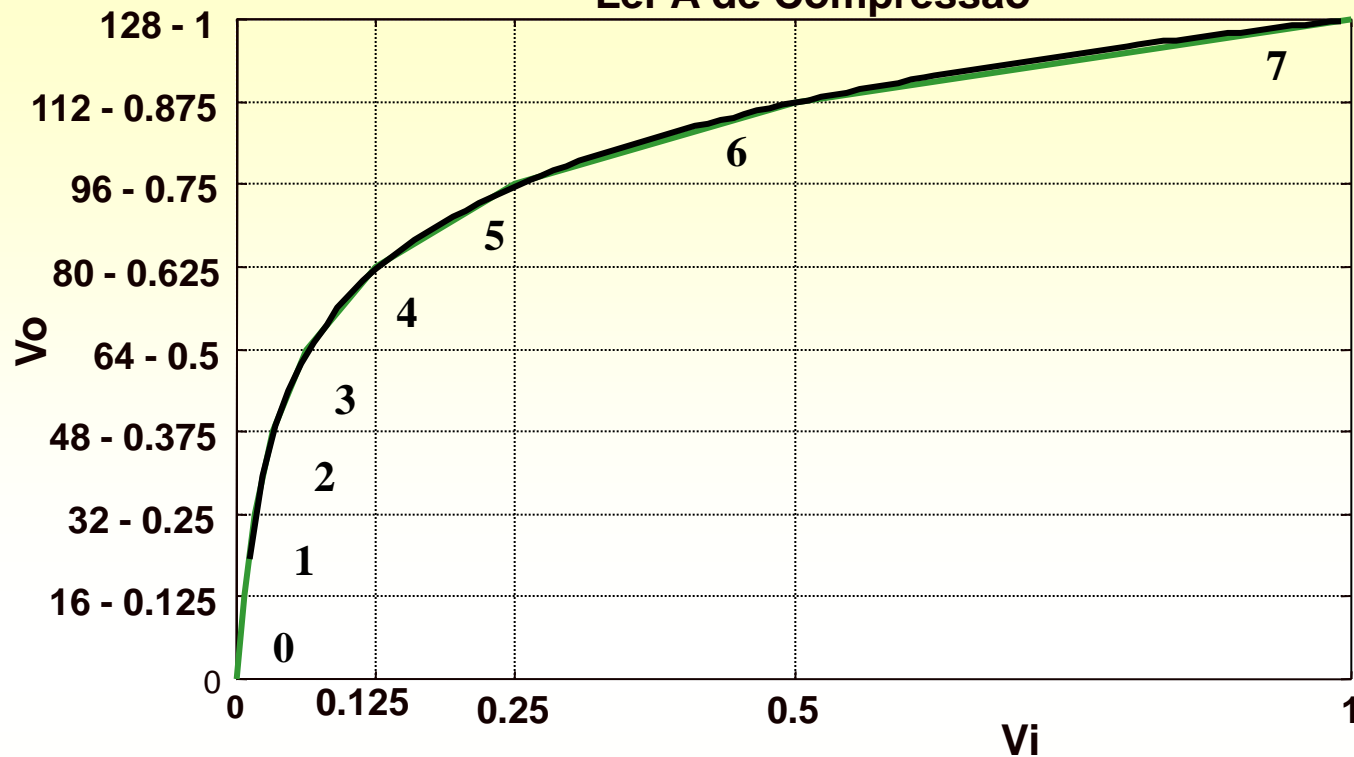
Aproximada por 13
segmentos de reta
(7 positivos)

Lei A: 32 canais: Brasil - Europa

Lei u: 24 canais: USA - Canada - Japão

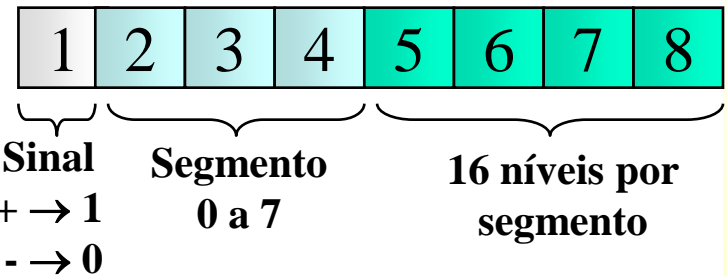


Lei-A de Compressão

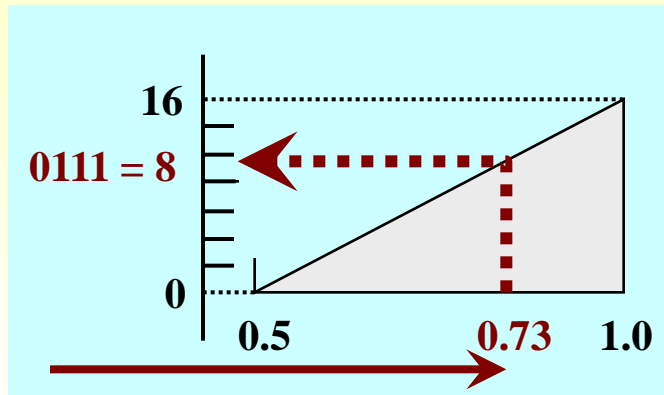


$$\begin{cases} v_o = \frac{A v_i}{1 + \log(A)}, & 0 \leq v_i < 1/A \\ v_o = \frac{1 + \log(A v_i)}{1 + \log(A)}, & 1/A \leq v_i < 1 \end{cases}$$

Palavra Código



← **Exemplo:** Sinal com amplitude igual 0.73



- ✓ Sinal + ✓ “1”
- ✓ Trecho ✓ “111”
- ✓ Equação do Segmento: $V_o = 32v_i - 16$
 $V_o = 7.36$ ✓ 8 ✓ “0111”

Palavra Código ✓ 1 111 0111

✓ Sinal com amplitude igual a : - 0.73

Palavra Código ✓ 0 111 0111

OBS: Aproxima-se para o nível de quantização mais alto.



← *Vantagens e Desvantagens PCM*

- 📁 Robustez contra ruído do canal e distorções.
- 📁 Regeneração eficiente do sinal codificado ao longo do canal.
- 📁 Formato uniforme para diferentes classes de sinais.
- 📁 Comunicação segura (criptografia).
- 📁 Outros tipos: DPCM - ADPCM (taxa de bits mais baixa).
- 📁 Aumento na largura de faixa é compensado pela melhora na relação sinal-ruído.
- 📁 Possibilidade de se adequar a diferentes tipos de sinais mensagens (voz, vídeo, dados).
- 📁 Aumento da complexidade.
- 📁 Aumento da largura faixa do canal (para telefonia passa de 4 kHz para 64 kHz).



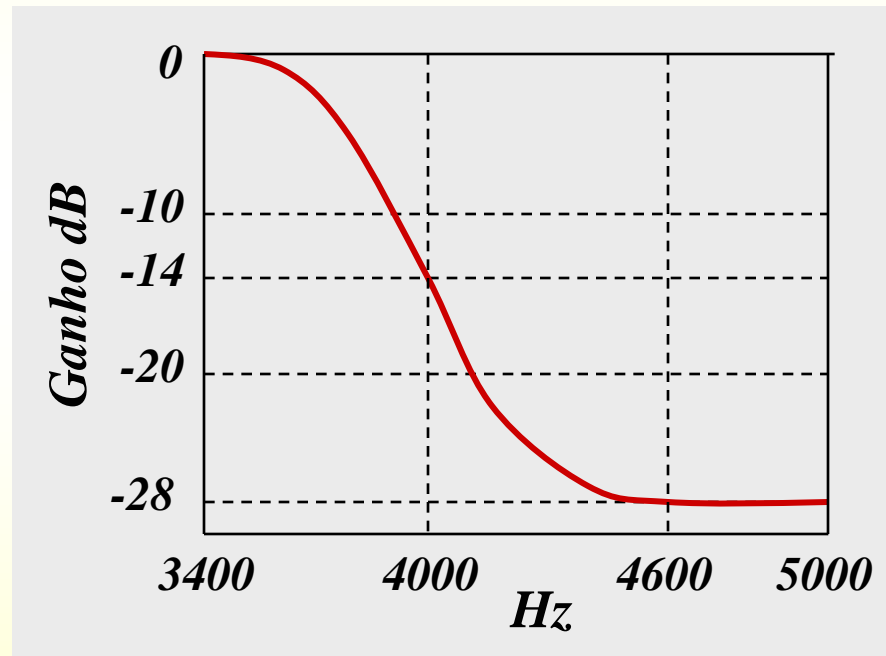
Equações dos Segmentos de Reta

Segmento	Sinal de Entrada	Equação do Segmento
↓	↓	↓
0	$0 < x < \frac{1}{128}$	$\Rightarrow y = 2048x$
1	$\frac{1}{128} < x < \frac{1}{64}$	$\Rightarrow y = 2048x - 16$
2	$\frac{1}{64} < x < \frac{1}{32}$	$\Rightarrow y = 1024x - 16$
3	$\frac{1}{32} < x < \frac{1}{16}$	$\Rightarrow y = 512x - 16$
4	$\frac{1}{16} < x < \frac{1}{8}$	$\Rightarrow y = 256x - 16$
5	$\frac{1}{8} < x < \frac{1}{4}$	$\Rightarrow y = 126x - 16$
6	$\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$	$\Rightarrow y = 64x - 16$
7	$\frac{1}{2} < x < 1$	$\Rightarrow y = 32x - 16$



Apêndice 2

- ← **Filtro para limitar faixa em codificadores PCM,**
- ← **Recomendação do CCITT,**
- ← **Note a atenuação de 14 dB em 4kHz.**



segmento último nível código

7	128	1	111	XXXX
6	112	1	110	XXXX
5	96	1	101	XXXX
4	80	1	100	XXXX
3	64	1	011	XXXX
2	48	1	010	XXXX
1	32	1	001	XXXX
0	16	1	000	XXXX

(+)

(-)

0'	16	0	000	XXXX
1'	32	0	001	XXXX

•
•
•

segmento
4

nível	código
16	11001111
15	11001110
14	11001101
13	11001100
12	11001011
11	11001010
10	11001001
09	11001000
08	11000111
07	11000110
06	11000101
05	11000100
04	11000011
03	11000010
02	11000001
01	11000000

