



# COMPUTAÇÃO GRÁFICA

## Prática 6 – Transformações Geométricas (3D) e Manipulação de Superfícies

Ivan Nunes da Silva



## Transformações Geométricas (3D) e Manipulação de Superfícies

- Objetivos da Aula:
  - ♦ Entender as principais rotinas para manipulação de gráficos e superfícies em 3D no MatLab.
  - ♦ Implementar em MatLab aplicações envolvendo a manipulação de superfícies.
  - ♦ Entender os conceitos de transformações geométricas em três dimensões.
  - ♦ Implementar as rotinas básicas de transformações de escala, translação e rotação.
  - ♦ Aplicar as rotinas básicas em aplicações envolvendo transformações geométricas.



## Criação de Gráficos de Linha (I)

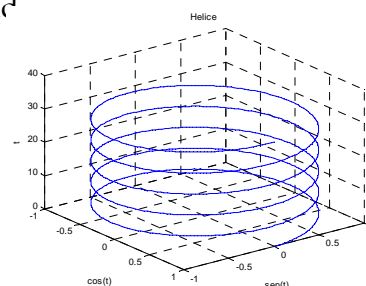
- O comando **plot** dos gráficos bidimensionais foi estendido para os tridimensionais com o **plot3**.
- O formato é o mesmo utilizado para os gráficos bidimensionais, exceto pelo fato de os dados estarem em conjuntos de três, em vez de aos pares.
- O formato generalizado de plot3d é o seguinte:
  - ♦ **plot3(x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>,z<sub>1</sub>,s<sub>1</sub>,x<sub>2</sub>,y<sub>2</sub>,z<sub>2</sub>,s<sub>2</sub>,x<sub>3</sub>,y<sub>3</sub>,z<sub>3</sub>,s<sub>3</sub>, ...)**
    - (x<sub>n</sub>,y<sub>n</sub>,z<sub>n</sub>) são conjuntos de dados e s<sub>n</sub> são strings de caracteres opcionais especificando cor, símbolos marcadores e/ou estilos de linha.

3



## Criação de Gráficos de Linha (II)

- **Exemplo 1:**
  - ♦ Faça um gráfico de linha em 3D assumindo as seguintes funções em cada um dos eixos:
    - $(x, y, z) = (\sin(t), \cos(t), t)$
    - Gere 1000 pontos com t variando entre 0 e 10pi.
    - Com eixos matriciais e grid<sup>1</sup>
    - Com os seguintes rótulos:
      - xlabel = 'sin(t)'
      - ylabel = 'cos(t)'
      - zlabel = 't'
      - title = 'Hélice'



4



## Criação de Gráficos de Rede (I)

- O Matlab define um **gráfico de rede** (estrutura de arame) por meio das coordenadas  $z$  dos pontos correspondentes a uma grade retangular no plano  $xy$ .
- Ele forma o gráfico unindo pontos adjacentes com linhas retas.
- O resultado parece-se com uma rede de pesca com os nós nos pontos correspondentes de dados.
- Gráficos em rede são muito úteis nos seguintes aspectos:
  - ♦ Manipulações diversas de superfícies e sólidos.
  - ♦ Representação gráfica de funções de duas variáveis.
  - ♦ Visualização de matrizes grandes.

5



## Criação de Gráficos de Rede (II)

- **1º Passo:** Geração do grid de pontos  $xy$ .
  - ♦ Para gerar o gráfico de rede de uma função de duas variáveis,  $z=f(x,y)$ , torna-se necessário gerar as matrizes  $X$  e  $Y$ , contendo linhas e colunas repetidas. O Matlab possui a função “meshgrid” para este propósito:
    - $[X,Y] = \text{meshgrid}(x,y)$
    - Cria uma matriz  $X$  cujas linhas são cópias do vetor  $x$  e uma matriz  $Y$  cujas colunas são cópias do vetor  $y$ .
    - Esse par de matrizes pode então ser usado para calcular funções de duas variáveis usando recursos de matemática vetorial.

6



## Criação de Gráficos de Rede (III)

- **Exemplo 2:**

- ♦ Usar a função **meshgrid** para gerar pontos de dados uniformemente espaçados no plano xy entre -3 e 3, com espaçamento de 1 unidade.
  - $x = -3:1:3;$
  - $y = x;$
  - $[X,Y] = \text{meshgrid}(x,y);$
  - {Verificar o conteúdo das matrizes  $[X,Y];$
- ♦ X e Y são um par de matrizes representando uma grade retangular de pontos no plano xy.
- ♦ Qualquer função  $z=f(x,y)$  pode ser gerada usando esses pontos.

7



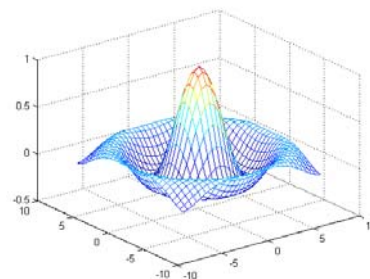
## Criação de Gráficos de Rede (IV)

- **2º Passo:** Geração da função  $Z = f(X,Y)$ .

- ♦ A função **mesh(X,Y,Z)** cria um gráfico tridimensional na forma de uma rede.

- **Exemplo 3:**

- ♦ Criar o gráfico em rede da função  $Z = \sin(R)/R$
- ♦ R contém a distância de cada ponto (x,y) ao centro da matriz (origem).
- ♦ O grid é definido entre -7.5 e 7.5, tendo espaçamento de 0.5 unidade.
- ♦ Utilize a constante 'eps' para evitar a divisão por zero.



8



## Criação de Gráficos de Superfície (I)

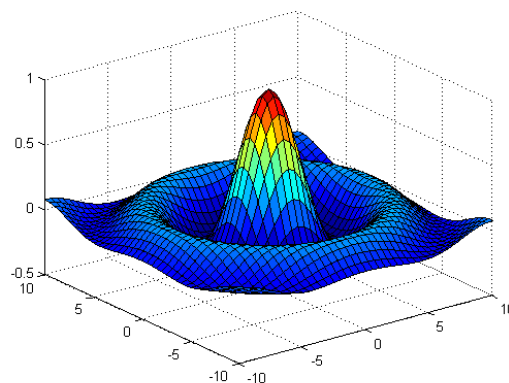
- Um **gráfico de superfície** tridimensional da mesma matriz Z parece-se com o gráfico em rede gerado anteriormente.
- No **gráfico de superfície** os espaços (polígonos) formados pela estrutura de rede, denominados de retalhos, serão preenchidos.
- No Matlab, os gráficos de superfície são gerados de forma semelhante ao gráfico de rede, sendo que a função a ser aplicada é a seguinte:
  - ♦ `surf(X, Y, Z)`

9



## Criação de Gráficos de Superfície (II)

- **Exemplo 4:**
  - ♦ Criar o gráfico de superfície da função  $Z = \sin(R)/R$
  - ♦ R contém a distância de cada ponto (x,y) ao centro da matriz (origem).
  - ♦ O grid é definido entre -10 e 10, tendo espaçamento de 0.5 unidade.



10



## Transformações Geométricas (3D)

- **Transformação de Rotação em Torno de Eixos:**

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Matriz 3D de} \\ \text{Transformação} \\ \text{Homogênea} \\ (R) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ R_y = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ R_z = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

11



## Transformações Geométricas (3D)

- **Exercício 5:**

- ♦ Implemente uma função que receba a matriz coluna  $M$  e retorne todos os seus pontos rotacionados de um ângulo  $\theta$  em relação ao eixo X.

$$M = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

12



## Transformações Geométricas (3D)

### • Exemplo 6:

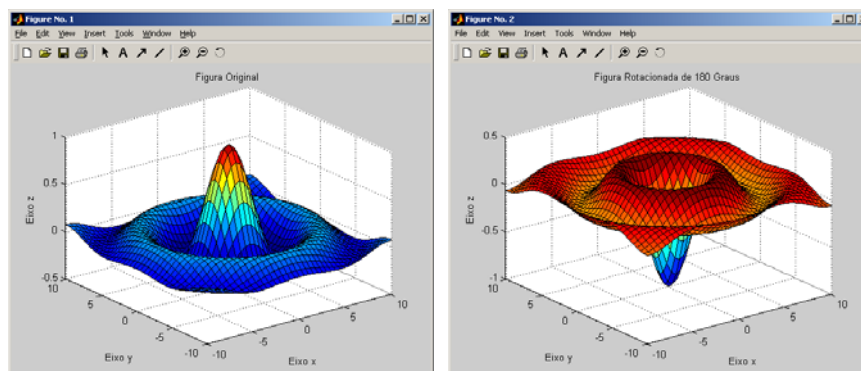
- ♦ Rotacione o gráfico da função  $Z = \sin(R)/R$  plotada no Exemplo 3, em torno do eixo X, por um ângulo de  $180^\circ$ .
  - Mostre cada uma das figuras em uma janela gráfica.
  - Rotule todos os eixos com os seus respectivos nomes { X ; Y ; Z }.
  - Coloque os seguintes títulos nos gráficos:
    - Janela 1 → 'Figura Original'
    - Janela 2 → 'Figura Rotacionada de 180 Graus'

13



## Transformações Geométricas (3D)

### • Exemplo 6 (Ilustração):



14