Exercícios – Capítulo 3

Transformada z

1. Determine a transformada z das seguintes seqüências:

   (a) x(n) = {1, 2, 0, 0, 0, 5, 4, 3}

   (b) $x(n) = \begin{cases} a^n, & 0 \le n \le 5 \\ 0, & \textit{caso contrário} \end{cases}$

   (c) $x(n) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n, & n \ge 5 \\ 0, & n < 5 \end{cases}$

2. Determine a transformada z das seqüências abaixo. Desenhe os respectivos diagrama de pólos e zeros e indique a região de convergência.

   (a) $x(n) = \delta(n-2)$

   (b) $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$

   (c) $x(n) = -\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1)$

   (d) $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n)$

   (e) $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left[u(n) - u(n-10)\right]$

   (f) $x(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n)$

   (g) $x(n) = (n+1)u(n)$

   (h) $x(n) = Ar^n \cos(w_0 n + \phi)u(n) \qquad : 0 < r < 1$

3. A seqüência de autocorrelação c(n) de uma seqüência x(n) real é definida como:

$$c(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x(n+k)$$

   Determine a transformada z de c(n) em termos de X(z).

4. Sendo X(z) a transformada z de x(n), mostre que:

   (a) $x(n+M) \quad \leftrightarrow \quad z^M X(z)$

   (b) $a^n x(n) \quad \leftrightarrow \quad X(a^{-1}z)$

   (c) $nx(n) \quad \leftrightarrow \quad -z\frac{dX(z)}{dz}$

5. Admitindo x(n) uma seqüência causal, mostre que:

$$\lim_{z\to\infty} X(z) = x(0)$$

6. Determine a transformada z das seguintes seqüências:

(a) $x() = a^{n-3}u(n-7)$

(b) $x(n) = a^{|n|} \qquad : |a| < 1$

7. Determine a transformada inversa de cada uma das transformadas z indicadas abaixo.

(a) $X(z) = \dfrac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} \qquad |z| > \dfrac{1}{2}$

(b) $X(z) = \dfrac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} \qquad |z| < \dfrac{1}{2}$

(c) $X(z) = \dfrac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1+\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}} \qquad |z| > \dfrac{1}{2}$

(d) $X(z) = \dfrac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-2}} \qquad |z| > \dfrac{1}{2}$

(e) $X(z) = \dfrac{1-a^{-1}z^{-1}}{1-az^{-1}} \qquad |z| > |a|$

8. Utilize o método da divisão longa para encontrar a transformada z inversa de:

$$X(z) = \frac{1-2z^{-1}}{1-2z^{-1}+z^{-2}}$$

Admita x(n) causal e depois anti-causal.

9. Determine a seqüência causal cuja transformada z é dada por:

(a) $X(z) = \dfrac{1}{1-1.5z^{-1}+0.5z^{-2}}$

(b) $X(z) = \dfrac{1}{1-0.5z^{-1}+0.25z^{-2}}$

10. Sendo x(n) um sinal autoregressivo AR(1) tal que:

$$X(z) = \frac{\sigma_0}{1-\alpha z^{-1}}$$

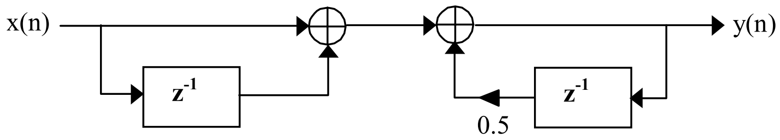
Mostre que a função de autocorrelação de x(n) é dada por: $c(k) = \dfrac{\sigma_0^2}{1-\alpha^2}\alpha^{|k|}$

11. Um sistema LDI causal apresenta a seguinte função de transferência:

$$H(z) = \frac{1+z^{-1}}{(1-0.5z^{-1})(1+0.25z^{-1})}$$

(a) Qual a região de convergência de H(z)?
(b) O sistema é estável? Explique.
(c) Encontre a resposta ao impulso do sistema.

12. Para o sistema mostrado na figura abaixo encontre: A equação de diferenças que rege os sinais de entrada e saída, a função de transferência e a resposta ao impulso. Este sistema é estável? Explique.



13. Considere um sistema LDI causal descrito pela seguinte equação de diferenças:

$$y(n) + \frac{1}{2}y(n-1) = x(n)$$

(a) Determine a resposta ao impulso do sistema.
(b) Encontre a resposta à função degrau unitário.

Em ambos os casos admita condições iniciais nulas.

14. Um sistema LDI é descrito pela seguinte equação de diferenças:

$$y(n) = \frac{1}{2}y(n-1) - \frac{1}{4}y(n-2) + x(n)$$

(a) Encontre a função do sistema. Desenhe o diagrama de pólos e zeros e indique a região de convergência.
(b) Determine a resposta ao impulso do sistema.
(c) Desenhe o módulo da função de transferência.

15. Um sistema LDI é descrito pela seguinte equação de diferenças:

$$y(n) = y(n-1) - y(n-2) + x(n-1)$$

(a) Encontre a função do sistema. Desenhe o diagrama de pólos e zeros.
(b) Determine a resposta ao impulso do sistema.

16. Sendo dados o par de transformada z abaixo. Pede-se:

$$\cos(w_0 n)u(n) \quad \leftrightarrow \quad \frac{1-\cos(w_0)z^{-1}}{1-2\cos(w_0)z^{-1}+z^{-2}} \qquad |z|>1$$

a) Desenhe o diagrama de pólos e zeros,
b) Determine a equação de diferenças do sistema,
c) Faça um programa, com saída gráfica, para gerar o sinal a partir da equação acima.

- considere um sinal senoidal com freqüência de 1 kHz e freqüência de amostragem adequada
- (utilize, por exemplo o matlab ou um outro software qualquer).