



COMPUTAÇÃO GRÁFICA

Prática 9 – Modelagem Geométrica e Curvas de Bézier

Ivan Nunes da Silva



Curvas de Bézier e Modelagem Geométrica

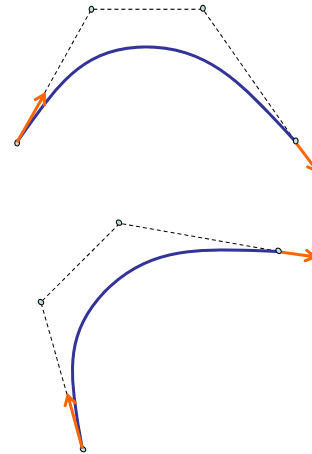
• Objetivos da Aula:

- ♦ Assimilar os conceitos de curvas de Bézier envolvidos com a modelagem geométrica.
- ♦ Apresentar os aspectos básicos relacionados com a implementação computacional das curvas de Bézier cúbicas no MATLAB.
- ♦ Realizar exercícios aplicativos envolvendo a visualização das curvas de Bézier.



Propriedades das Curvas de Bézier

- A curva de Bézier em *design* de formas é uma das técnicas que produz melhores resultados tanto dos pontos de vista estéticos quanto funcionais.
- O primeiro e o último ponto de controle pertencem à curva de Bézier.
- Os vetores tangentes no primeiro e último pontos têm a mesma direção que o primeiro e último segmentos do polígono de controle, respectivamente.
- A curva está contida no fecho convexo do polígono de controle.
- A curva é invariante sobre transformações afins.
- A curva não oscila com mais frequência em relação a qualquer reta que seu polígono de controle.



3



Representação Matricial de Curvas de Bézier Cúbicas

- Como verificado, a curva de Bézier cúbica é dada por:

$$\mathbf{p}_{03}(u) = (1-u)^3 \mathbf{p}_0 + 3u(1-u)^2 \mathbf{p}_1 + 3u^2(1-u) \mathbf{p}_2 + u^3 \mathbf{p}_3$$

- A equação acima pode ser escrita como:

$$\mathbf{p}_{03}(u) = \begin{bmatrix} (1-u)^3 & 3u(1-u)^2 & 3u^2(1-u) & u^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{p}_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p}_{03}(u) = \begin{bmatrix} 1 & u & u^2 & u^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{p}_3 \end{bmatrix}$$

- Portanto, tem-se a seguinte representação matricial:

$$\mathbf{p}(u) = \mathbf{p}_{03}(u) = \begin{bmatrix} 1 & u & u^2 & u^3 \end{bmatrix} \mathbf{M}_B \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{p}_3 \end{bmatrix} ; \quad \text{onde } \mathbf{M}_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

onde \mathbf{M}_B é a matriz de coeficientes da base Bézier.

4



Implementando Curvas de Bézier

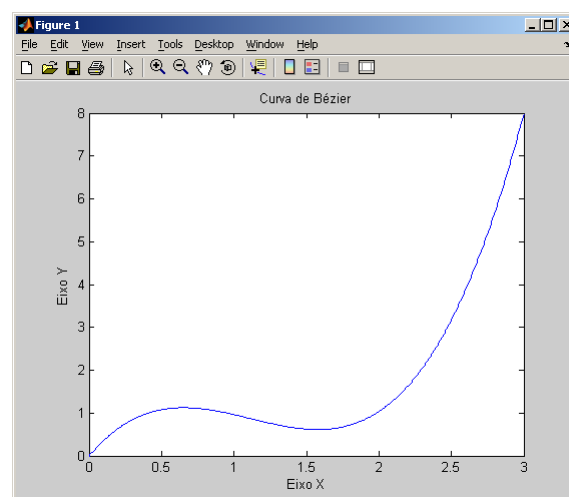
- **Exercício 1:**

- ♦ Sejam os seguintes pontos de controle:
 - Primeiro Ponto $\rightarrow [x_0, y_0] = [0, 0]$
 - Segundo Ponto $\rightarrow [x_1, y_1] = [1, 4]$
 - Terceiro Ponto $\rightarrow [x_2, y_2] = [2, -5]$
 - Quarto Ponto $\rightarrow [x_3, y_3] = [3, 8]$
- ♦ Implemente os procedimentos computacionais para traçar a curva de Bézier utilizando n discretizações para o parâmetro u , o qual variará no intervalo de 0 a 1.
- ♦ Trace a curva de Bézier em relação aos pontos de controle acima usando $n = 500$.

5



Implementando Curvas de Bézier

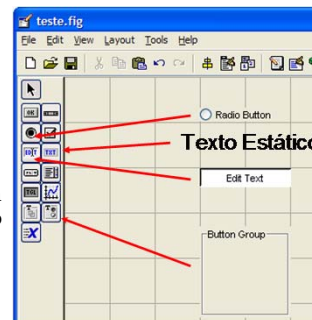
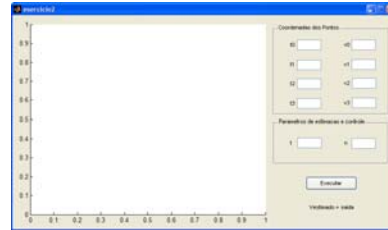


6



Utilizando a Interface Gráfica

- O **Texto Estático** do Matlab é bem útil para:
 - Adicionar labels à GUI.
 - Imprimir resultados de cálculos na tela:
 - `set(handles.tag_texto,'String',valor)`
- O **Edit Text** do Matlab já é útil para:
 - Entrada de dados a partir do teclado:
 - `get(handles.tag_editText,'String')`
 - Como retorna uma string, deve-se convertê-la para numérico para uso em operações matemáticas:
 - `x = str2num(get(handles.tag_editText,'String'))`
- Pode-se iniciar uma GUI sem mostrar o axes vazio. Para isso, altera-se a propriedade "Visible":
 - `set(handles.axes,'Visible','on' ou 'off')`
- Como os valores a serem inseridos nas caixas de texto deverão ser convertidos em valores numéricos, atribua o string '0' como valor inicial para as mesmas (atributo "string").



SelectionHighlight	on
SliderStep	[0.01 0.1]
String	0
Style	edit
Tag	edit1
TooltipString	

7

Interface Gráfica Para Curvas de Bézier



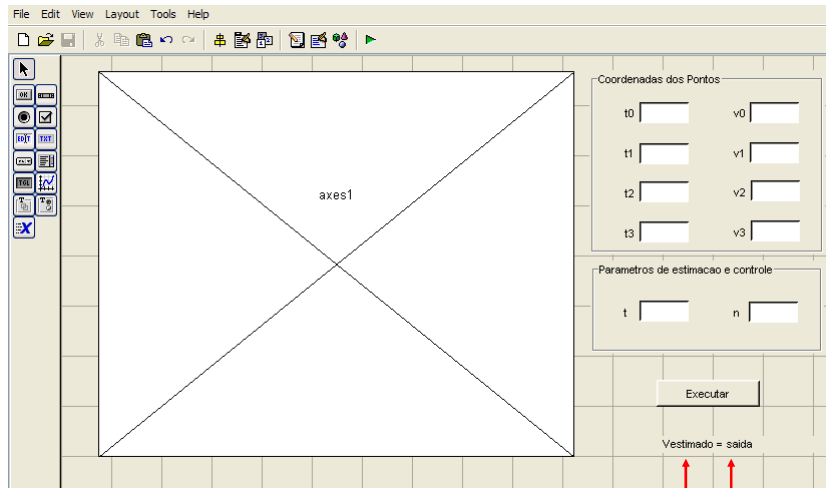
• Exercício 2:

- ♦ Um sistema de automação necessita de fazer a aproximação de quatro medidas de vazão em função do tempo, por meio de uma curva de Bézier, visando obter valores intermediários de medição.
- ♦ Requisitos de Entrada da interface gráfica:
 - Receber quatro medidas de vazão em função do tempo.
 - Receber o número de pontos para plotagem da curva de Bézier.
 - Receber a abscissa do ponto intermediário (tempo) que se deseja estimar.
- ♦ Requisitos de Saída da interface gráfica:
 - Definir um botão "Executar" para processar os itens abaixo.
 - Plotar o gráfico referente aos pontos de controle em cor vermelha e marcador em círculo (vermelho).
 - Plotar o gráfico referente à curva de Bézier em cor azul e espessura 2 (sem marcadores).
 - Identificar com marcador "estrela", em cor verde e tamanho 15, o referido ponto estimado no gráfico da curva de Bézier.
 - Exibir também o valor estimado da vazão em um texto estático.

8



Interface Gráfica Para Curvas de Bézier

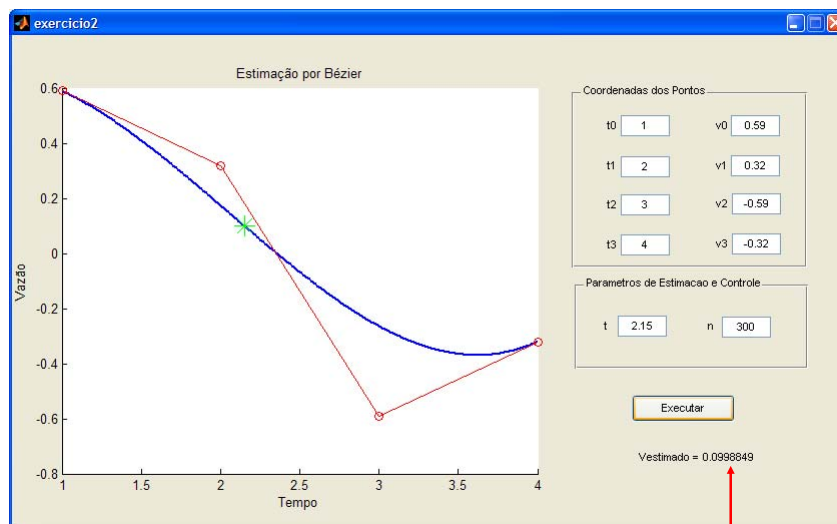


Dica: Utilize dois textos estáticos

9



Interface Gráfica Para Curvas de Bézier



Interface gráfica em operação normal

Valor Estimado

10