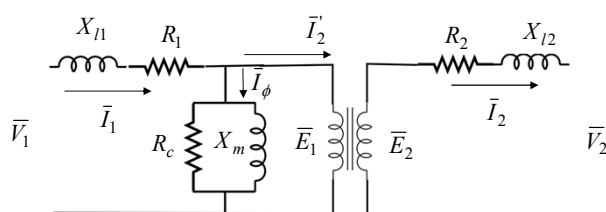


SEL 329 – CONVERSÃO ELETROMECAÂNICA DE ENERGIA

Aula 08

Revisão

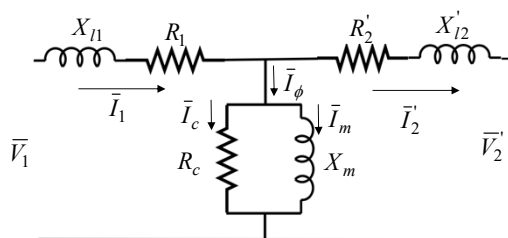


Circuito equivalente de um transformador de dois enrolamentos

Tópicos da Aula de Hoje

- Transformadores
 - ✓ Obtenção dos parâmetros do circuito equivalente
 - ✓ Regulação
 - ✓ Rendimento

Determinação dos parâmetros do circuito equivalente

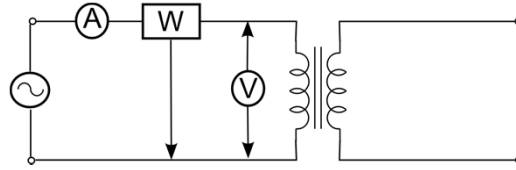


Os parâmetros do circuito equivalente podem ser determinados por meio de dois testes:

- Teste em vazio ou em circuito aberto
- Teste em curto-circuito.

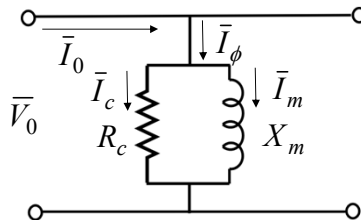
Determinação dos parâmetros do circuito equivalente

Teste em vazio ou circuito aberto:



- No teste em vazio, o secundário do transformador é deixado em aberto e tensão nominal a frequência nominal é aplicada no primário.
- Usualmente, o lado de baixa tensão é utilizado como primário no teste em vazio (menor valor de tensão nominal).
- Então, mede-se a tensão, a corrente e a potência ativa nos terminais do primário.
- Neste caso, a corrente do primário é composta somente pela corrente de excitação, cujo valor é pequeno, portanto, a queda de tensão na impedância série do primário pode ser desprezada, levando ao seguinte circuito equivalente:

Determinação dos parâmetros do circuito equivalente

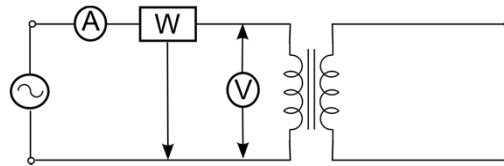


Portanto, temos:

$$\begin{cases} R_c = \frac{V_0^2}{P_0} \\ I_c = \frac{V_0}{R_c} \\ I_m = \sqrt{I_0^2 - I_c^2} \\ X_m = \frac{V_0}{I_m} \end{cases}$$

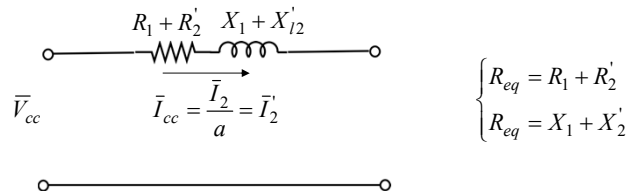
Determinação dos parâmetros do circuito equivalente

Teste de curto-circuito:



- No teste de curto-circuito, o secundário é curto-circuitado e a tensão aplicada ao primário é gradualmente aumentada até se obter corrente nominal no primário.
- Usualmente, o lado de baixa tensão é curto-circuitado neste teste (menor valor de corrente nominal).
- Então, mede-se a tensão, a corrente e a potência ativa nos terminais do primário.
- Visto que a tensão aplicada ao primário é bastante reduzida, a corrente de magnetização é também bem reduzida quando comparada com a corrente de carga e, por conseguinte, o ramo de excitação pode ser desprezado, levando ao seguinte circuito equivalente:

Determinação dos parâmetros do circuito equivalente



Portanto, temos:

$$\begin{cases} R_{eq} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2} \\ Z_{eq} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \\ X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2} \end{cases}$$

Caso seja necessário determinar R_1 , R_2 , X_1 e X_2 , o seguinte procedimento é utilizado. Considera-se que em um transformador bem projetado as perdas ôhmicas e a dispersão sejam iguais nos enrolamentos do primário e do secundário. Assim, temos:

Determinação dos parâmetros do circuito equivalente

$$\begin{cases} X_1 = \frac{X_{eq}}{2} \\ X_2 = \frac{X_{eq}}{2a^2} \\ R_1 = \frac{R_{eq}}{2} \\ R_2 = \frac{R_{eq}}{2a^2} \end{cases}$$

Exemplo

A partir de testes realizados em um transformador monofásico de 10 kVA, 2200/220 V, 60 Hz, os seguintes resultados são obtidos:

	teste em vazio	teste de curto-circuito
Voltímetro:	220 V	150 V
Amperímetro:	2,5 A	4,55 A
Wattímetro:	100 W	215 W

(a) calcule os parâmetros dos circuito equivalente referidos ao lado de baixa e alta tensão.

(b) expresse a corrente de excitação em termos da corrente nominal.

Exemplo

(a) O **teste em vazio** foi realizado aplicando-se tensão nominal ao lado de baixa tensão. Assim, temos:

- Perdas no núcleo:

$$P_0 = \frac{V_0^2}{R_c} \Rightarrow R_c = \frac{V_0^2}{P_0} = \frac{220^2}{100} = 484 \, \Omega$$

- Corrente de perdas:

$$I_c = \frac{V_0}{R_c} = \frac{220}{484} = 0,45 \, \text{A}$$

- Corrente de magnetização:

$$I_\phi = I_0 = 2,5 \, \text{A}$$

$$I_m = \sqrt{I_\phi^2 - I_c^2} = \sqrt{2,5^2 - 0,45^2} = 2,46 \, \text{A}$$

- Reatância de magnetização:

$$X_m = \frac{V_0}{I_m} = \frac{220}{2,46} = 89,4 \, \Omega$$

Exemplo

Referido ao lado de baixa:

$$R_c = 484 \, \Omega \text{ e } X_m = 89,4 \, \Omega$$

Referido ao lado de alta ($a = V_H/V_L = 2200/220 = 10$):

$$R_c = 48.400 \, \Omega \text{ e } X_m = 8.940 \, \Omega$$

O **teste de curto-circuito** foi realizado aplicando-se tensão no lado de alta tensão até obter corrente nominal ($10 \, \text{kVA}/2,2 \, \text{kV} = 4,55 \, \text{A}$). Assim, temos:

$$P_{cc} = R_{eq} I_{cc}^2 \Rightarrow R_{eq} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2} = \frac{215}{4,55^2} = 10,4 \, \Omega$$

$$Z_{eq} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} = \frac{150}{4,55} = 32,97 \, \Omega$$

$$X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2} = \sqrt{32,97^2 - 10,4^2} = 31,3 \, \Omega$$

Referido ao lado de alta:

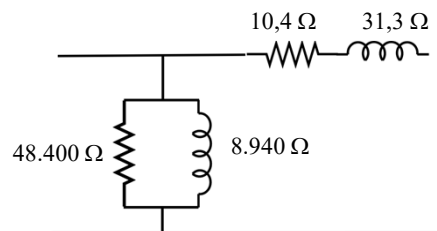
$$R_{eq} = 10,4 \, \Omega \text{ e } X_{eq} = 31,3 \, \Omega$$

Referido ao lado de baixa ($a = V_L/V_H = 220/2200 = 0,1$):

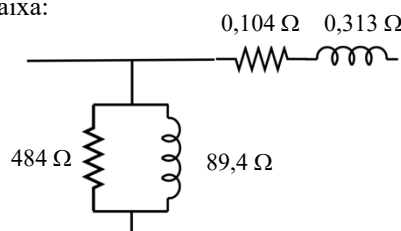
$$R_{eq} = 0,104 \, \Omega \text{ e } X_{eq} = 0,313 \, \Omega$$

Exemplo

Referido ao lado de alta:



Referido ao lado de baixa:

**Exemplo**

(b) expresse a corrente de excitação em termos da corrente nominal

No teste em vazio, a corrente medida é igual à corrente de excitação. Além disso, o teste é realizado do lado de baixa, assim, temos:

$$\frac{I_{\phi}}{I_n} = \frac{2,5}{(10.000 \text{ VA} / 220 \text{ V})} \times 100 = \frac{2,5}{45,5} \times 100 = 5,5\%$$

Regulação de Tensão

Um dos critérios de desempenho de um transformador projetado para suprir potência com tensão aproximadamente constante para uma carga é o de regulação de tensão. Tal critério indica o grau de constância da tensão de saída quando a carga é variada.

A regulação de tensão do transformador é definida como sendo a **variação da tensão do secundário** em condições de **plena carga** e **em vazio**, tomada como porcentagem da tensão a plena carga, com tensão do primário mantida constante, ou seja:

$$\text{Regulação em \%} = \frac{V_{2,\text{vazio}} - V_{2,\text{plena carga}}}{V_{2,\text{plena carga}}} \times 100$$

A tensão do secundário quando o transformador está em vazio é:

$$V_{2,\text{vazio}} = \frac{V_1}{a}$$

Quando uma carga é conectada ao secundário, a tensão terminal é dada por:

$$V_{2,\text{plena carga}} = V_{2,\text{vazio}} \pm \Delta V_2$$

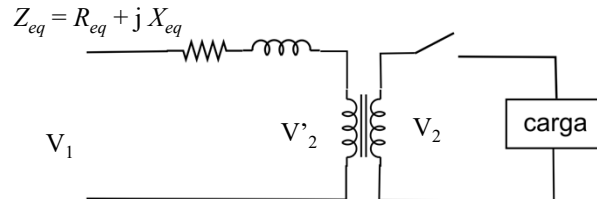
Regulação de Tensão

- A tensão no secundário pode aumentar ou diminuir, dependendo da característica da carga.
- A variação da tensão ocorre devido à queda de tensão ($\Delta V = IZ_{eq}$) associada à impedância interna do transformador.
- Para muitos tipos de carga, grandes variações de tensões são indesejáveis. Portanto, os transformadores são projetados de forma a apresentarem pequenos valores de Z_{eq} .
- O termo regulação de tensão é usado para caracterizar a variação de tensão do transformador com o carregamento.

Regulação de Tensão

A regulação de tensão pode também ser calculada para o circuito refletido ao primário, ou seja:

$$\text{Regulação em \%} = \frac{V'_{2,\text{vazio}} - V'_{2,\text{plena carga}}}{V'_{2,\text{plena carga}}} \times 100$$



Além disso, para efeitos de análise e projeto, considera-se que a tensão a plena carga $V'_{2,\text{plena carga}}$ é igual à tensão nominal de placa do transformador (carga).

$$V'_{2,\text{plena carga}} = V'_{2,\text{nominal}}$$

Portanto, temos:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}'_2 + \bar{I}_2 R_{eq} + j\bar{I}_2 X_{eq} = \bar{V}'_2 + \bar{I}_2 Z_{eq}$$

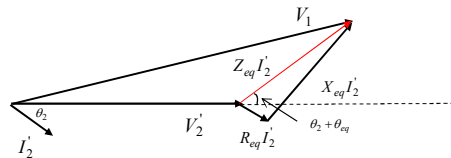
Regulação de Tensão

Em vazio, $I'_2 = 0 \Rightarrow V'_{2,\text{vazio}} = V_1$

$$\text{Regulação em \%} = \frac{V_1 - V'_{2,\text{plena carga}}}{V'_{2,\text{plena carga}}} \times 100$$

Diagrama fasorial:

Seja uma carga dada por $Z_{\text{carga}} \angle \theta_2$, um transformador cuja impedância equivalente é dada por $Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = Z_{eq} \angle \theta_{eq}$ e considerando V'_2 como referência, temos



Obs: V_1 deve ser ajustada em função da carga para que V_2 a plena carga opere no valor nominal (ou que V_2 seja constante).

Regulação de Tensão

A magnitude de V_1 será máxima quando ΔV estiver em fase com V'_2 , ou seja:

$$\theta_2 + \theta_{eq} = 0 \Rightarrow \theta_2 = -\theta_{eq}$$

Portanto, a regulação máxima ocorre quando o ângulo do fator de potência da carga é o mesmo da impedância equivalente do transformador e com corrente atrasada em relação à tensão.

Regulação de tensão alta significa maiores variações de tensão quando o carregamento do transformador aumenta.

Conhecendo-se a carga a ser atendida ($Z_{carga} \angle \theta_2$), o transformador pode ser projetado ($Z_{eq} \angle \theta_{eq}$) de forma a respeitar um critério de regulação máxima de, por exemplo, 5%.

Regulação de Tensão

Observações:

- A regulação de tensão de um transformador depende de sua impedância interna e das características da carga.

- Regulação de tensão **positiva** significa que se tensão nominal for aplicada ao primário a tensão efetiva na carga será **menor** que a nominal (carga indutiva).

- Regulação de tensão **negativa** significa que se tensão nominal for aplicada ao primário a tensão efetiva na carga será **maior** que a nominal (carga capacitiva).


- A tensão primária deve ser ajustada de acordo com a carga para que se tenha tensão nominal no secundário.

Rendimento

- Os transformadores são projetados para operarem com alto rendimento.
- Os seguintes aspectos contribuem para que os transformadores apresentem valores baixos de perdas:
 - ✓ O transformador é uma máquina estática, ou seja, não tem partes rotativas, não apresentando, portanto, perdas por atrito no eixo e por resistência do ar no entreferro.
 - ✓ O núcleo é constituído por placas laminadas e dopadas de materiais de alta resistência elétrica, as quais têm o objetivo de minimizar as perdas por correntes parasitas.
 - ✓ Materiais com alta permeabilidade magnética são utilizados para diminuir as perdas por histerese.
 - ✓ Transformadores de alta potência apresentam rendimento maior que 99 %.

Rendimento

O rendimento de um transformador pode ser definido por:

$$\eta = \frac{P_{SAIDA}}{P_{ENTRADA}} = \frac{P_{SAIDA}}{P_{SAIDA} + P_{PERDAS}}$$


$$P_{PERDAS} = P_{ENTRADA} - P_{SAIDA}$$

As perdas no transformador incluem:

- ✓ Perdas no núcleo (ferro): P_C (perdas por correntes parasitas e perdas por histerese)
- ✓ Perdas no cobre: P_{Cu} (perdas ôhmicas)

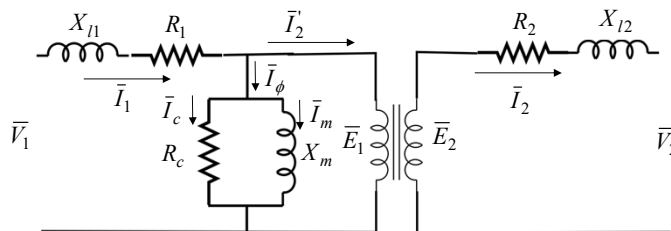
Portanto:

$$\eta = \frac{P_{SAIDA}}{P_{ENTRADA}} = \frac{P_{SAIDA}}{P_{SAIDA} + P_C + P_{Cu}}$$

Como determinar essas perdas?

Rendimento – Perdas no Cobre

As perdas no cobre podem ser determinadas se os parâmetros do transformador forem conhecidos (corrente nos enrolamentos e resistência dos enrolamentos).



$$P_{Cu} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = I_1^2 R_{eq,1} = I_2^2 R_{eq,2}$$

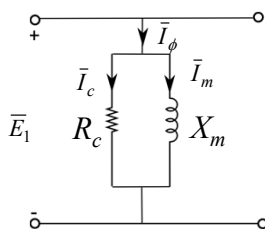
$R_{eq,1}$ = resistência equivalente dos enrolamentos referida ao primário

$R_{eq,2}$ = resistência equivalente dos enrolamentos referida ao secundário

As perdas no cobre são, portanto, proporcionais ao quadrado da corrente de carga.

Rendimento – Perdas no Ferro (Núcleo)

As perdas no núcleo podem ser determinadas pelo teste em vazio, ou a partir dos parâmetros do circuito equivalente.



$$P_C = R_C I_C^2 = R_C \left(\frac{E_1}{R_C} \right)^2 = \frac{E_1^2}{R_C}$$

As perdas no núcleo são, portanto, proporcionais ao quadrado da tensão aplicada.

Rendimento – Potência de Saída

A potência de saída do transformador pode ser obtida por:

$$P_{SAIDA} = V_2 I_2 \cos \theta_2$$

onde, V_2 e I_2 representam a tensão e corrente na saída (carga) do transformador, respectivamente. E o ângulo θ_2 representa a defasagem angular entre os fasores V_2 e I_2 , ou seja θ_2 é o ângulo da carga.

Finalmente, a partir da obtenção dos valores de perdas no núcleo e no cobre, o rendimento do transformador em estudo pode ser obtido, para qualquer condição de operação por:

$$\eta = \frac{P_{SAIDA}}{P_{ENTRADA}} = \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + \frac{E_1^2}{R_C} + I_2^2 R_{eq,2}}$$

➤ Considerando que a tensão na carga é mantida constante e que as perdas no núcleo praticamente não variam com o carregamento, pode-se concluir que o rendimento depende da corrente exigida pela carga (I_2) e do fator de potência da carga ($\cos \theta_2$)

$$\eta = \frac{P_{SAIDA}}{P_{ENTRADA}} = \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_C + I_2^2 R_{eq,2}}$$

Condições para Rendimento Máximo

Considerando a tensão na carga (V_2) e o fator de potência ($\cos \theta_2$) constantes, e avaliando somente a variação da corrente de carga (I_2), tem-se que o rendimento máximo ocorre para:

$$\frac{d\eta}{dI_2} = 0$$

Lembrando que:

$$\left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$$

Temos que:

$$\frac{d\eta}{dI_2} = \frac{V_2 \cos \theta_2 (V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_C + I_2^2 R_{eq,2}) - V_2 I_2 \cos \theta_2 (V_2 \cos \theta_2 + 2I_2 R_{eq,2})}{(V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_C + I_2^2 R_{eq,2})^2} = 0$$

Condições para Rendimento Máximo

Logo, temos que:

$$V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_C + I_2^2 R_{eq,2} = V_2 I_2 \cos \theta_2 + 2 I_2^2 R_{eq,2}$$

E, finalmente, isolando P_C :

$$P_C = I_2^2 R_{eq,2} = P_{Cu}$$

Do resultado acima, pode-se concluir que o rendimento máximo ocorre quando as **perdas no núcleo se igualam às perdas no cobre**.

Condições para Rendimento Máximo

Considerando agora somente a variação do ângulo θ_2 , tem-se que o rendimento máximo ocorre para:

$$\frac{d\eta}{d\theta_2} = 0$$

Temos que:

$$\frac{d\eta}{d\theta_2} = \frac{-V_2 I_2 \sin \theta_2 (V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_C + I_2^2 R_{eq,2}) - V_2 I_2 \cos \theta_2 (-V_2 I_2 \sin \theta_2)}{(V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_C + I_2^2 R_{eq,2})^2} = 0$$

Simplificando a expressão acima, obtém-se:

$$V_2 I_2 (P_C + I_2^2 R_{eq,2}) \sin \theta_2 = 0$$

Para que a equação acima seja válida:

$$\sin \theta_2 = 0$$

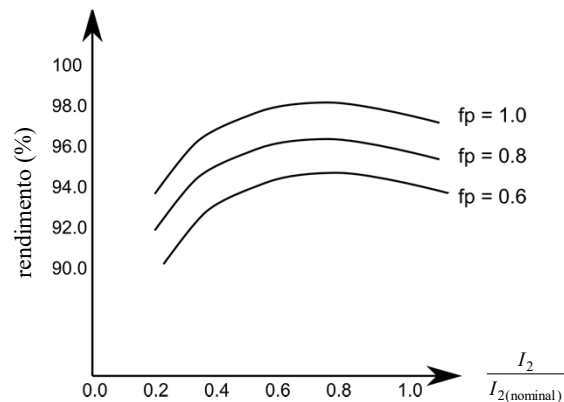
ou

$$\theta_2 = 0 \Rightarrow \cos \theta_2 = 1 \text{ (fator de potência unitário)}$$

Portanto, o rendimento máximo ocorre para quando o **fator de potência da carga ($\cos \theta_2$) é unitário**.

Rendimento

Usualmente, emprega-se um gráfico que representa a variação do rendimento com a corrente de carga e o fator de potência da carga.



O transformador pode ser projetado para apresentar rendimento máximo para corrente no secundário (I_2) próxima da nominal.

Rendimento Diário

Transformadores utilizados para atender as cargas do secundário em sistemas de distribuição usualmente atendem uma carga bastante variável. Neste caso, uma figura de mérito importante é o rendimento diário (ou rendimento energético). O qual pode ser calculado por:

$$\eta_D = \frac{\text{energia de saída em 24 horas}}{\text{energia de entrada em 24 horas}} = \frac{\text{energia de saída em 24 horas}}{\text{energia de saída em 24 horas} + \text{perdas em 24 horas}}$$

Exemplo

Para o transformador analisado anteriormente, determine:

- (a) o rendimento para carregamento de 75% da carga nominal e $\text{fp} = 0,6$.
 (b) A potência de saída para que o rendimento seja máximo e o valor do rendimento máximo. Para qual valor de porcentagem da carga nominal, o rendimento máximo ocorre?
 (c) Qual o rendimento com carga nominal?

	teste em vazio	teste de curto-circuito
Voltímetro:	220 V	150 V
Amperímetro:	2,5 A	4,55 A
Wattímetro:	100 W	215 W

Referido ao lado de alta:

Referido ao lado de baixa:

Exemplo

(a)

$$\eta = \frac{P_{SAIDA}}{P_{ENTRADA}} = \frac{P_{SAIDA}}{P_{SAIDA} + P_C + P_{Cu}}$$

- (1) $S_N = 10000 \text{ VA}$ (potência nominal do transformador)
 $\cos \theta = 0,6$ (fator de potência da carga)
 $P_{SAIDA} = 0,75 S_N \cos \theta = 0,75 \times 10000 \times 0,6 = 4500 \text{ W}$

- (2) $P_C = 100 \text{ W}$ (perdas no núcleo do teste a vazio)

- (3) $P_{Cu} = I_H^2 R_{eq} = (0,75 \times 4,55)^2 \times 10,4 = 121 \text{ W}$ (calculado com parâmetros do lado de alta)

Portanto:

$$\eta = \frac{P_{SAIDA}}{P_{ENTRADA}} = \frac{4500}{4500 + 100 + 121} \times 100\% = 95,32\%$$

Exemplo

(b) Sabemos que para rendimento máximo:

$$P_C = P_{Cu} = 100 \text{ W} \quad \text{e} \quad \text{fp} = 1,0$$

A partir da condição acima, a corrente de carga I_2 pode ser determinada:

$$P_{Cu} = I_2^2 R_{eq} = 100 \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{100}{0,104}} = 31 \text{ A}$$

Obs 1: $I_{\text{Nominal, Baixa}} = 45,5 \text{ A}$

Obs 2: Resistência Req do lado de baixa

Logo, a potência de saída pode ser obtida por:

$$P_{SAIDA}^{\eta \max} = V_2 I_2 \cos \theta_2 = 220 \times 31 \times 1 = 6820 \text{ W}$$

E o valor do rendimento máximo é :

$$\eta = \frac{P_{SAIDA}}{P_{ENTRADA} + P_C + P_{Cu}} = \frac{6820}{6820 + 100 + 100} \times 100\% = 97,15\%$$

Saída em kVA = 6,82

kVA nominal = 10

Portanto, o rendimento máximo η_{\max} ocorre para 68,2% do carregamento nominal

Exemplo

(c) Rendimento η para carga nominal:

$$I_H = 4,55 \text{ A}, R_{eq,H} = 10,4 \Omega \Rightarrow P_{Cu} = I_H^2 R_{eq,H} = 215,7 \text{ W}$$

para $\text{fp} = 1,0 \Rightarrow$ melhor caso

$$P_{SAIDA} = V_2 I_2 \cos \theta_2 = 220 \times 45,5 = 10000 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{SAIDA}}{P_{ENTRADA} + P_C + P_{Cu}} = \frac{10000}{10000 + 100 + 215,7} \times 100\% = 96,94\%$$

para $\text{fp} = 0,8$

$$P_{SAIDA} = V_2 I_2 \cos \theta_2 = 220 \times 45,5 \times 0,8 = 8008 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{SAIDA}}{P_{ENTRADA} + P_C + P_{Cu}} = \frac{8008}{8008 + 100 + 215,7} \times 100\% = 96,21\%$$

Obs: Transformadores devem ser dimensionados para atender carga próxima da nominal

Próxima Aula

- Polaridade de transformadores
- Autotransformadores
- Transformadores Trifásicos