

Apostila de Eletrônica de Potência

José Roberto Boffino de Almeida Monteiro

10 de junho de 2011

Copyright

Este documento pode ser copiado e distribuído livremente, contanto que seja na sua forma integral, sem cortes e nem alterações, mantendo sua devida autoria, indicando título, autores, data da publicação e instituições associadas.

Partes do texto podem ser extraídas e incluídas em outros textos, contanto que seja devidamente referenciadas à presente obra original, indicando de forma clara título, autores e a data da publicação utilizada.

Não é permitida a realização de alterações nos trechos extraídos e apresentados exceto sob a indicação, de forma explícita, de quais foram as alterações realizadas.

Agradecimentos

Esse texto possui a inestimável contribuição do Prof. Dr. Azauri Albano de Oliveira Jr., com suas opiniões a cerca da organização, com anotações, equações e exercícios de alguns dos capítulos.

Prefacio

Este documento é baseado nas notas de aulas das disciplinas de Graduação , ministradas pelo autore no curso de Engenharia Elétrica, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo.

O objetivo principal desse documento é o de cobrir os principais aspectos de projeto de equipamentos baseados nas técnicas de eletrônica de potência, desde a eletrônica de sinal, as chaves utilizadas e respectivos circuitos auxiliares, até as características de funcionamento dos conversores empregados.

A disciplina Eletrônica de Potência trata dos conversores de potência e de seus circuitos auxiliares de uso exclusivo.

Este documento encontra-se em fase de elaboração, não corresponde a um texto completo.

Sumário

I	Introdução	1
1	Eletrônica de Potência	2
2	Chaves Semicondutoras de Potência	3
2.1	Problemas	3
3	Retificador Monofásico de Um Caminho	7
3.1	Carga R	7
3.1.1	Retificador Não-Controlado	7
3.1.2	Retificador Controlado	8
3.2	Carga RL	9
3.2.1	Retificador Não-Controlado	9
3.2.2	Retificador Controlado	10
3.3	Carga RLV	10
3.3.1	Retificador Não-Controlado	10
3.3.2	Retificador Controlado	10
II	Conversores CA/CA	14
III	Conversores CA/CC e CC/CA	15
4	Retificadores	16
4.1	Classificação	16
4.2	Retificadores de um caminho	17
4.3	Retificadores de dois caminhos	17
5	Inversores	19
6	Inversores Monofásicos com Fonte de Tensão	20
6.1	Inversor Monofásico em Semi-Ponte	20
6.2	Inversor Monofásico em Ponte Completa	20
6.3	Tipos de Cargas e Respostas de Corrente	21
6.3.1	Carga R	22
6.3.2	Carga RL série	22
6.3.3	Carga RC série	23
6.3.4	Carga RLC série	24
6.4	Tipos de Modulação em Largura de Pulso	25

6.4.1	Inversor em Semi-Ponte	25
6.4.2	Inversor em Ponte Completa	26
6.5	Problemas	31
7	Inversor Trifásico	34
7.1	Estratégias de Comutação	34
7.1.1	Modo de comutação seis-pulsos 180°	34
7.1.2	Modo de comutação seis-pulsos 120°	35
7.2	Modulação em Largura de Pulso	37
7.2.1	Modulação em Múltiplos Pulsos	37
7.2.2	Modulação Senoidal	37
7.2.3	Modulação Vetorial	37
7.3	Problemas	37
IV	Conversores CC/CC	40
8	Recortadores ou <i>Choppers</i>	41
8.1	O <i>chopper</i> de Primeiro Quadrante	41
8.1.1	Modo de Comutação	41
8.1.2	Modo de Condução Descontínua	42
8.1.3	Modo de Condução Contínua	43
8.1.4	Limiar entre os Modos de Condução	44
8.2	O <i>chopper</i> de Dois Quadrantes	45
8.3	O <i>chopper</i> de Quatro Quadrantes	46
8.4	Problemas	46
A	Definições Matemáticas	51
A.1	Função periódica	51
A.2	Valores médio e eficaz de uma onda periódica	51
A.3	Série de Fourier trigonométrica	51
A.4	Fatores de qualidade da onda periódica	52
B	Séries de Fourier	54
B.1	Definições	54
B.2	Formas de Onda	54
C	Potência em Circuitos com Formas de Onda Periódicas	56
C.1	Considerações para uma fonte de tensão senoidal	56

Parte I

Introdução

Capítulo 1

Eletrônica de Potência

Como disciplina, a “Eletrônica de Potência” trata dos conversores estáticos de potência e de seus circuitos auxiliares, como circuitos acionadores de base ou porta das chaves semicondutoras e circuitos de proteção, circuitos limitadores de dv/dt ou di/dt (*snubbers*), circuitos de comutação auxiliares, entre outros.

De uma maneira geral, os conversores podem ser divididos em quatro tipos, que são:

1. Conversores CA/CC (Retificadores) e CC/CA (Inversores);
2. Conversores CA/CA (Controladores CA e Ciclo-Conversores);
3. Conversores CC/CC (Recortadores);

Capítulo 2

Chaves Semicondutoras de Potência

2.1 Problemas

1. O gráfico da Figura 2.1 mostra a tensão entre porta e fonte de um MOSFET de potência (v_{GS}), usado para comutar uma carga ligada a uma fonte de 300V, durante o chaveamento do estado aberto para o fechado. Calcule qual é a capacitância aproximada de porta-fonte (C_{GS}) e de dreno-porta (C_{GD}), considerando-se que a capacidade de corrente do circuito de acionamento de porta é de 1A.

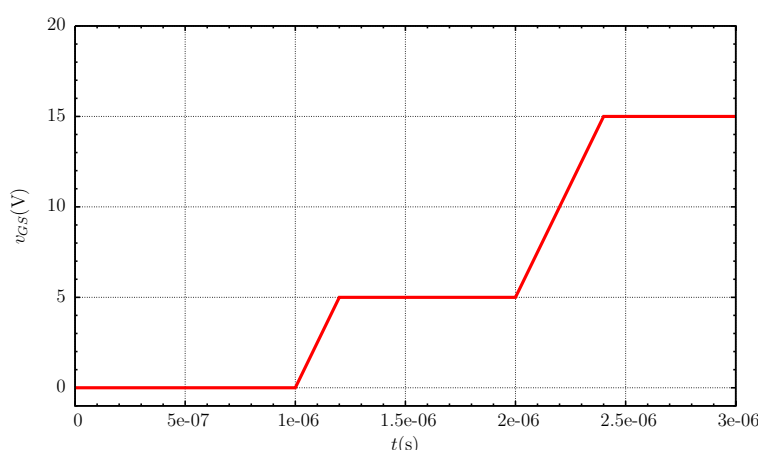


Figura 2.1: Tensão porta-fonte de um MOSFET de potência, utilizado para chaveamento.

2. Dois diodos foram associados em série para se obter uma tensão de bloqueio maior do que a de um único deles. A tensão de bloqueio garantida de cada diodo é de 500V. Sabendo-se que a corrente de fuga dos diodos está entre 100 e 200 μ A, qual o valor máximo de tensão que pode-se aplicar a essa associação, quando utiliza-se resistores de equalização de 1M Ω ?
3. Na Figura é mostrado o circuito de acionamento do transístor Q7. O ganho de corrente na região de trabalho, quando o transístor está ligado é 10. O ganho de corrente de Q6 é 20 nessa mesma região. O conjunto é utilizado para comutar uma carga de 150A em uma tensão de 450V. Considere uma queda de tensão de 0,7V em cada diodo quando polarizado diretamente, 1,2V na junção base-emissor de Q7 e Q6, 0,6 na junção base-emissor dos demais transístores e 0,1V quando saturados.
 - a) Qual é o tipo de transístor Q7?
 - b) Qual a função de D1, D2, D3 e D4?

c) Aplicando-se 5V e 0V no terminal IN, complete a tabela abaixo:

IN	I_{IN}	I_{CC} (+12V)	I_{CC} (-5V)	I_B (Q6)	I_B (Q7)	V_{CE} (Q7)	Q7 (ON/OFF)
0V							
5V							

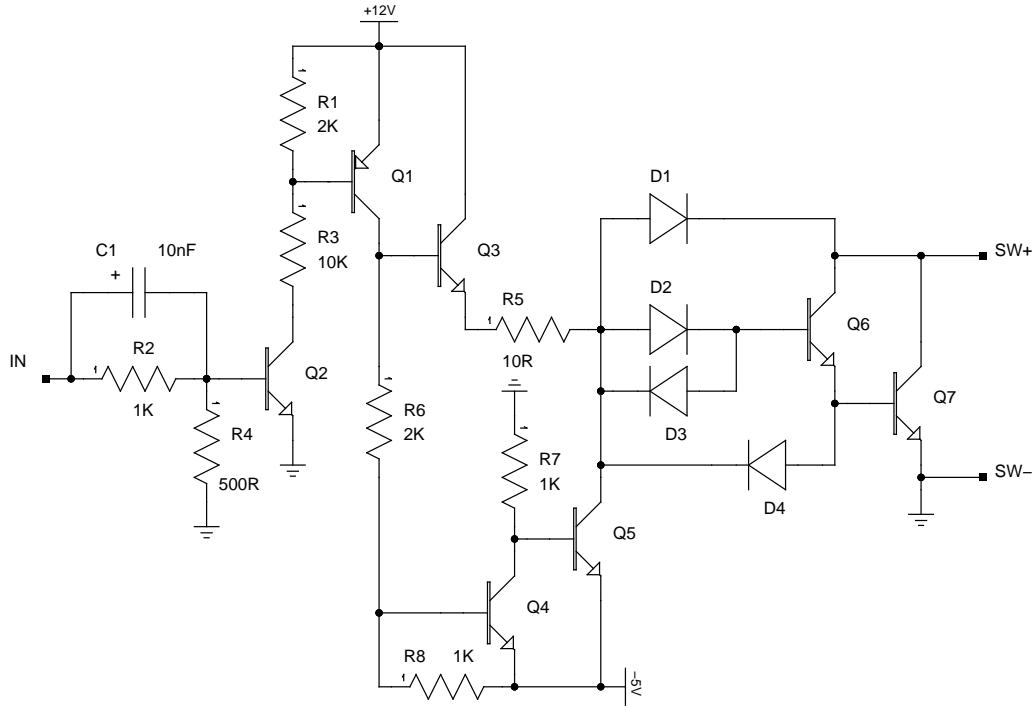


Figura 2.2: Acionamento de base para transistores bipolares.

4. Um MOSFET de potência trabalha como chave em um circuito PWM com uma frequência f de chaveamento e uma carga predominantemente indutiva com uma corrente de 20A. Os parâmetros do transistor são: $R_{DS(on)} = 0,05\Omega$, $E_{ON} = 5mJ$ e $E_{OFF} = 20mJ$. A resistência térmica da junção do transistor à base do encapsulamento é de $0,8^\circ C/W$, da base do encapsulamento ao dissipador é de $0,5^\circ C/W$ e do dissipador ao ambiente é de $0,7^\circ C/W$, com refrigeração forçada, e a temperatura máxima da junção é $150^\circ C$. Qual a frequência máxima de operação do PWM (f) para que o circuito possa trabalhar em uma temperatura ambiente de $60^\circ C$?
5. No circuito da Figura 2.3, $R1 = 10\Omega$; $R2 = 5\Omega$; $\beta_1 = 20$, $\beta_2 = 10$, $v_i = 10V$. Sabendo-se que quando $I_{SW} = 100A$, $v_{R2} = 1,2V$, $v_{D1} \cong v_{D2} \cong 0,8V$ e $v_{BE1} = 1V$, calcule:
 - a) a corrente nos diodos D1 e D2;
 - b) a corrente nas bases de Q1 e de Q2;
 - b) a potência em Q1 e Q2;
 - c) a corrente I_{SW} pode variar de 0 a 100A: calcule qual a corrente máxima em D2, devido a essa variação, supondo que as tensões de polarização nos transistores e diodos não variem.
6. No circuito da Figura 2.4, $\beta_1 = 20$, $\beta_2 = 10$. Sabendo-se que quando $I_{SW} = 100A$, $I_{IN} = 1A$, $v_{D1} \cong v_{D2} \cong 0,8V$ e $v_{BE1} = 1,2V$, $v_{BE2} = 1,4V$, calcule:

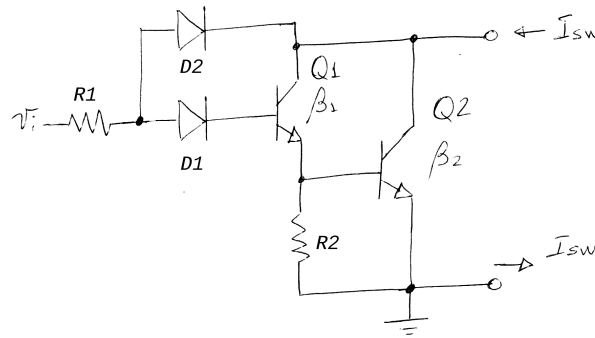


Figura 2.3: Configuração Darlington.

- a corrente no diodo D1;
- a corrente nas base de Q1;
- a potência em Q1;
- a potência em Q2;

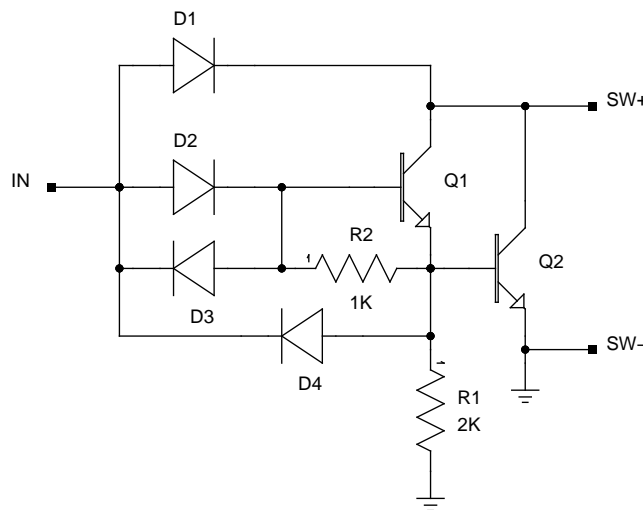


Figura 2.4: Configuração Darlington.

- No circuito da Figura 2.5, $\beta_1 = 50$, $\beta_2 = 25$, $v_{BE1} = 1,2V$, $v_{BE2} = 1,5V$, $I_{SW} = 50A$, calcule o valor de Rx para que Q1 fique no limiar de saturação, isto é, $v_{CB} = 0V$;
- No circuito da Figura 2.5, $\beta_1 = 25$, $\beta_2 = 20$, $v_{BE1} = 1,2V$, $v_{BE2} = 1,5V$, $I_{SW} = 50A$, calcule:
 - o valor de Rx para que Q1 fique no limiar de saturação, isto é, $v_{CB} = 0V$;
 - a potência dissipada em Q2.

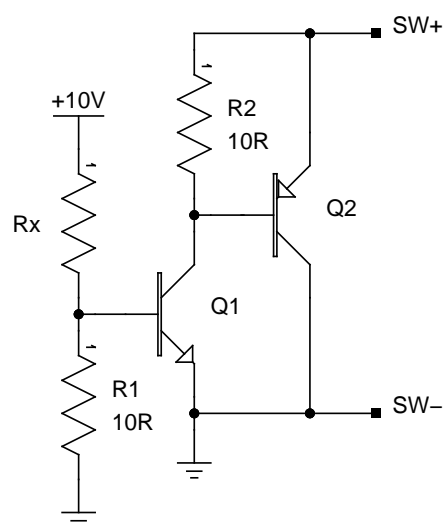


Figura 2.5: Chave com transístores bipolares.

Capítulo 3

Retificador Monofásico de Um Caminho

Serão estudados nesse capítulo, os retificadores monofásicos de um caminho que utilizam um diodo ou um SCR como chave. Os retificadores utilizando um diodo como chave são denominados por “Retificador Monofásico **Não-Controlado**” (Figura 3.1). Já os retificadores utilizando um SCR como chave são chamados de “Retificador Monofásico **Controlado**” (Figura 3.2).

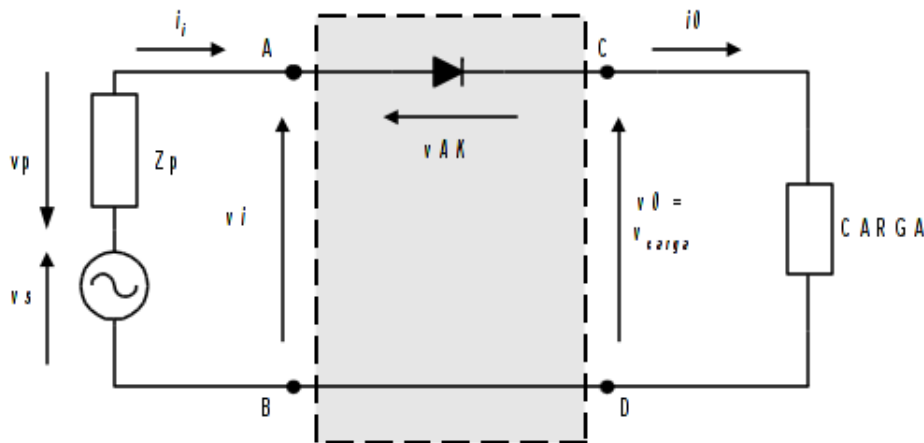


Figura 3.1: Diagrama esquemático básico de um retificador monofásico não-controlado.

O estudo dos retificadores monofásicos de um caminho controlados (ou não-controlados) é importante para a compreensão de várias topologias de conversores CA/CA (como o controlador CA) e CC/CA (alguns tipos de inversores comutados pela carga) e CA/CC (alguns tipos de retificadores polifásicos), que serão tratados nos capítulos adjacentes.

O estudo desse tipo de retificador é dependente do tipo de carga utilizada. Serão tratadas cargas puramente resistivas (carga R), cargas indutivas (cargas RL) e cargas indutivas com FEM (cargas RLV).

3.1 Carga R

3.1.1 Retificador Não-Controlado

Considerando o retificador não-controlado, a corrente de saída é dada por (3.1) para uma carga resistiva.

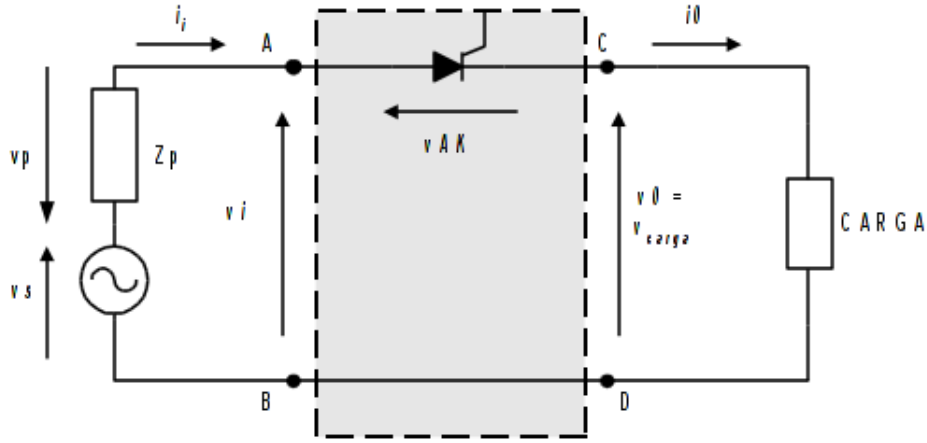


Figura 3.2: Diagrama esquemático básico de um retificador monofásico controlado.

$$i_O(\omega t) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}V}{R} \sin \omega t & \text{para } 0 \leq \omega t < \pi \\ 0 & \text{para } \pi \leq \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (3.1)$$

O ângulo de corte (β) é sempre 180° , o de disparo é sempre 0° e, portanto, o de condução (γ) é de 180° .

O valor da corrente média na carga é dado por (3.2) e da corrente eficaz na carga é dado por (3.3).

$$I_O = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} \quad (3.2)$$

$$I_R = \frac{\sqrt{2}V}{2R} \quad (3.3)$$

Como a corrente na fonte é a igual à corrente na carga, o fator de potência para esse retificador é dado por (3.4).

$$f_p = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3.4)$$

3.1.2 Retificador Controlado

Para o retificador controlado, a corrente de saída depende, além do valor do resistor de carga (R), do ângulo de disparo do SCR, conforme pode ser vista em (3.5).

$$i_O(\omega t) = \begin{cases} 0 & \text{para } 0 \leq \omega t < \alpha \\ \frac{\sqrt{2}V}{R} \sin \omega t & \text{para } \alpha \leq \omega t < \pi \\ 0 & \text{para } \pi \leq \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (3.5)$$

Onde:

α : ângulo de disparo do tiristor.

A corrente média na carga é dada por (3.6).

$$I_O = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} (1 + \cos \alpha) \quad (3.6)$$

3.2 Carga RL

A introdução de um elemento indutivo na carga vai causar um alisamento e também um atraso na corrente de saída. Dessa maneira, o ângulo de corte (β) não mais será igual a 180° , mas será maior que esse valor.

3.2.1 Retificador Não-Controlado

Para um retificador não-controlado, devido à introdução do elemento indutivo na carga, o ângulo de condução (γ) e o ângulo de corte (β) são maiores do que 180° e são uma função dos valores de resistência e indutância. A Figura 3.3 apresenta os valores para o ângulo de corte (β) em função do ângulo da carga, dado por (3.7), lembrando que $\gamma = \beta$ para o retificador não controlado com carga RL. A Figura também apresenta os valores das correntes média e eficaz normalizadas na carga, em função do ângulo da carga. A relação entre as correntes normalizadas e as correntes nominais do circuito são dadas por (3.8) e (3.9).

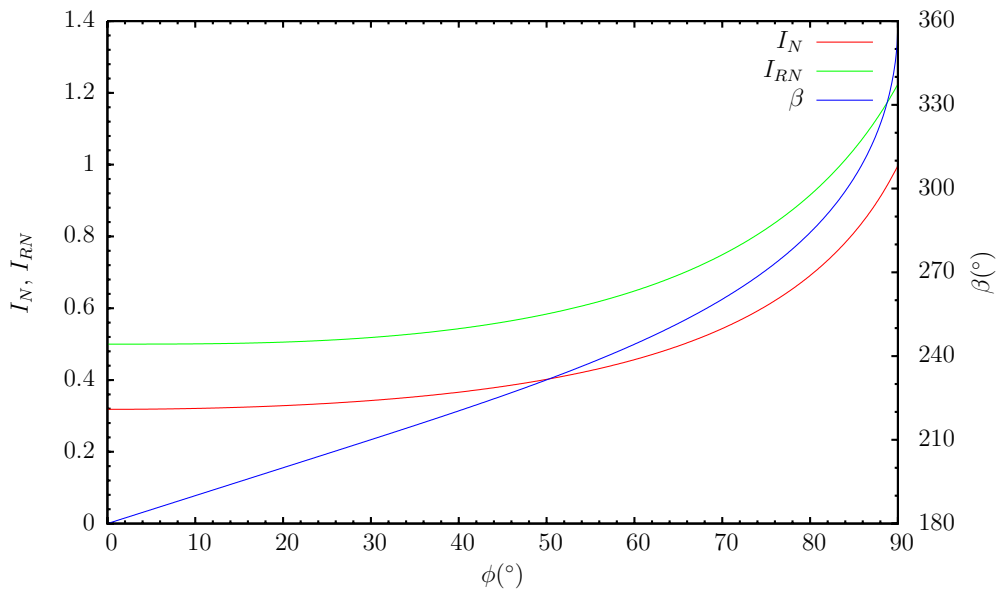


Figura 3.3: Ângulo de corte (β), correntes média (I_N) e eficaz (I_{RN}) normalizadas em função do ângulo de carga (ϕ).

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \quad (3.7)$$

$$I_O = I_{\text{BASE}} I_N \quad (3.8)$$

$$I_R = I_{\text{BASE}} I_{RN} \quad (3.9)$$

Onde:

$$I_{\text{BASE}} = \frac{\sqrt{2}V}{Z} \quad (3.10)$$

3.2.2 Retificador Controlado

A Figura 3.4 apresenta um exemplo de formas de onda normalizadas de um retificador monofásico controlado. No caso, o ângulo de disparo (α), o ângulo de corte (β) e o ângulo de condução (γ) estão mostrados na figura. Pode-se visualizar a tensão no resistor (v_R), a tensão no indutor (v_L), a tensão de saída (v_O), a tensão de entrada (v_s) e a corrente na carga (i_O) para uma impedância normalizada ($|Z| = 1$).

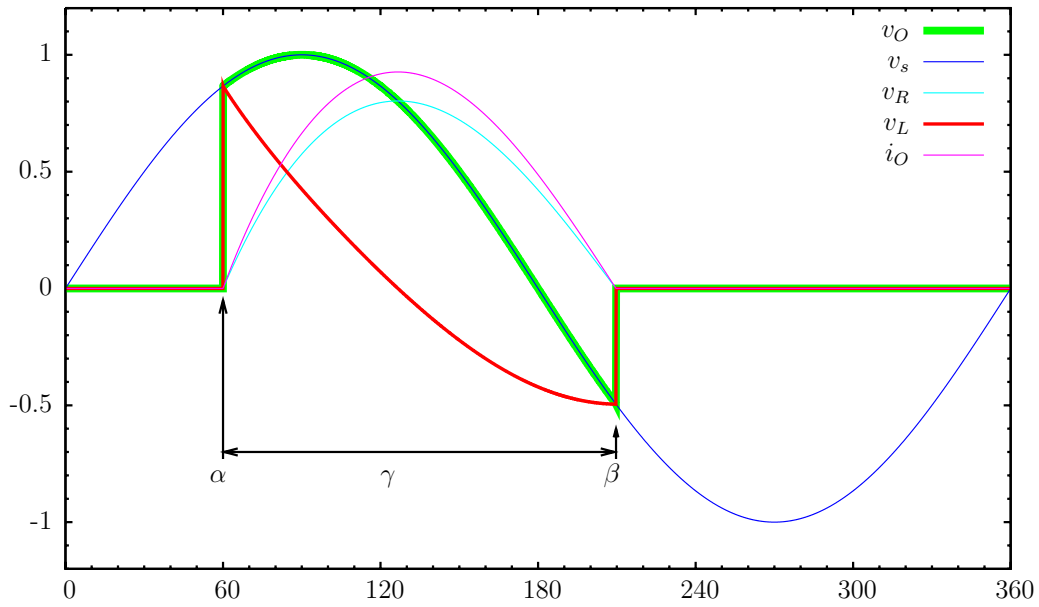


Figura 3.4: Formas de onda normalizadas em um retificador monofásico com carga RL ($\alpha = 60^\circ$, $\phi = 30^\circ$).

O ângulo de condução (γ) em função do ângulo de disparo dos tiristores para vários valores de ângulos de carga (ϕ) é mostrado no gráfico da Figura 3.5.

A corrente média normalizada na carga (I_N) é vista no gráfico da Figura 3.6 e no gráfico da Figura 3.7, é vista a corrente eficaz normalizada na carga (I_{RN}), ambas em função do ângulo de disparo (α), para vários valores de ângulos de carga (ϕ). Para os gráficos das figuras, valem as relações dadas por (3.8), (3.9) e (3.10).

3.3 Carga RLV

3.3.1 Retificador Não-Controlado

O ângulo de condução em função do parâmetro m é mostrado na Figura 3.8, para alguns valores do ângulo de carga (ϕ).

A corrente média normalizada em função de m e do ângulo da carga é vista na Figura 3.9 e a corrente eficaz normalizada é vista na Figura 3.10.

3.3.2 Retificador Controlado

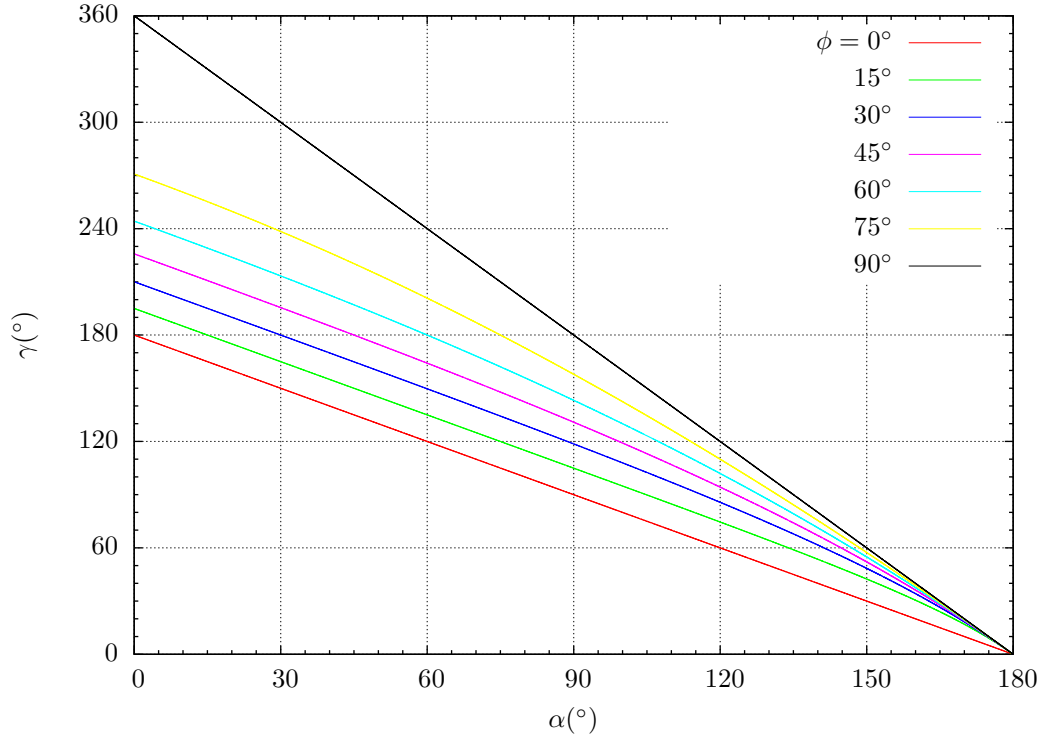


Figura 3.5: Ângulo de condução (γ) vs. ângulo de disparo (α) para vários valores de ângulo de carga (ϕ), para o retificador monofásico controlado de um caminho, com carga RL.

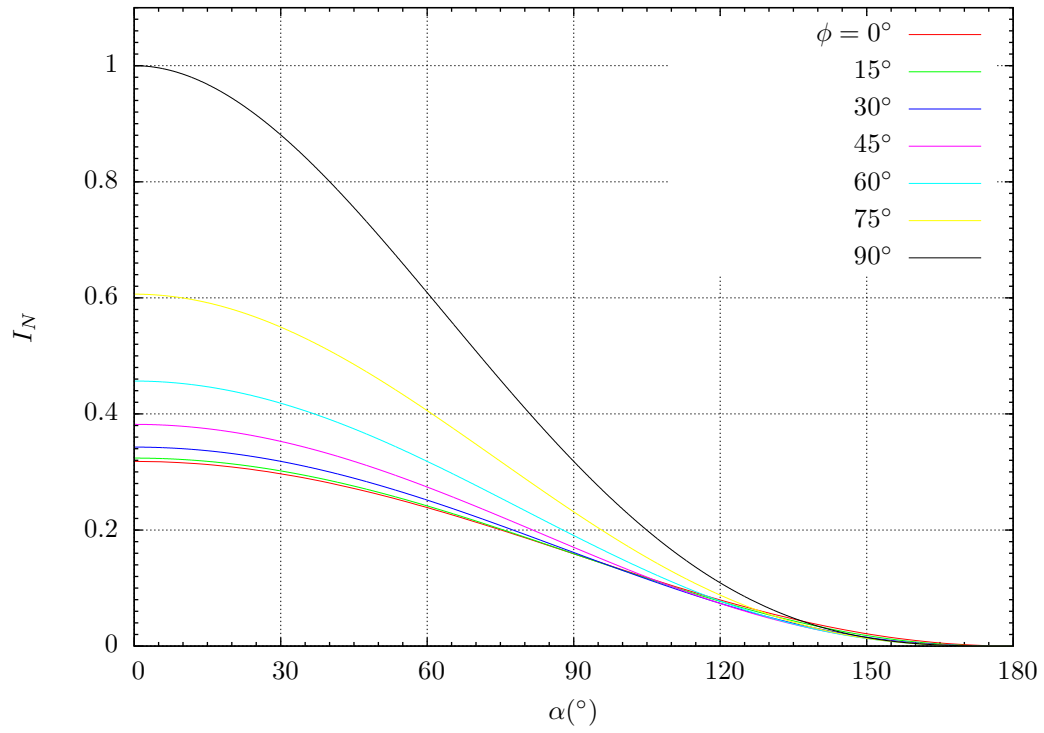


Figura 3.6: Corrente média normalizada na carga (I_N) vs. ângulo de disparo (α) para vários valores de ângulo de carga (ϕ), para o retificador monofásico controlado de um caminho, com carga RL.

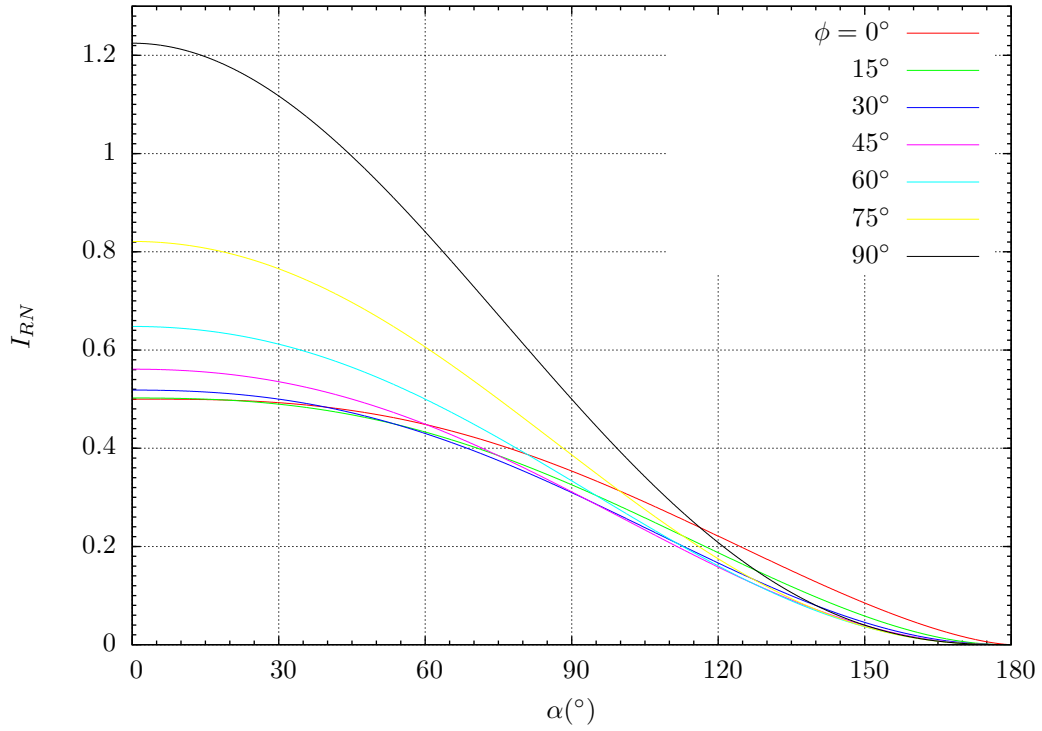


Figura 3.7: Corrente eficaz normalizada na carga (I_{RN}) vs. ângulo de disparo (α) para vários valores de ângulo de carga (ϕ), para o retificador monofásico controlado de um caminho, com carga RL.

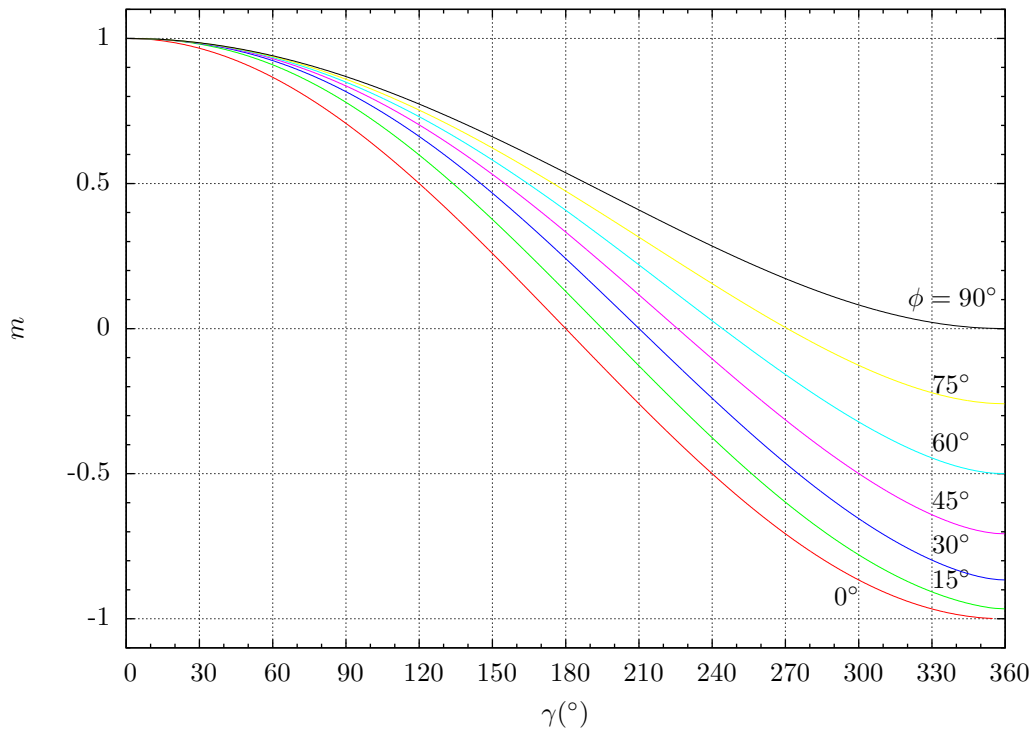


Figura 3.8: Relação entre o ângulo de condução (γ) e a razão da tensão de carga (m) para um retificador monofásico de um caminho não-controlado, com carga RLV, para vários ângulos de carga (ϕ).

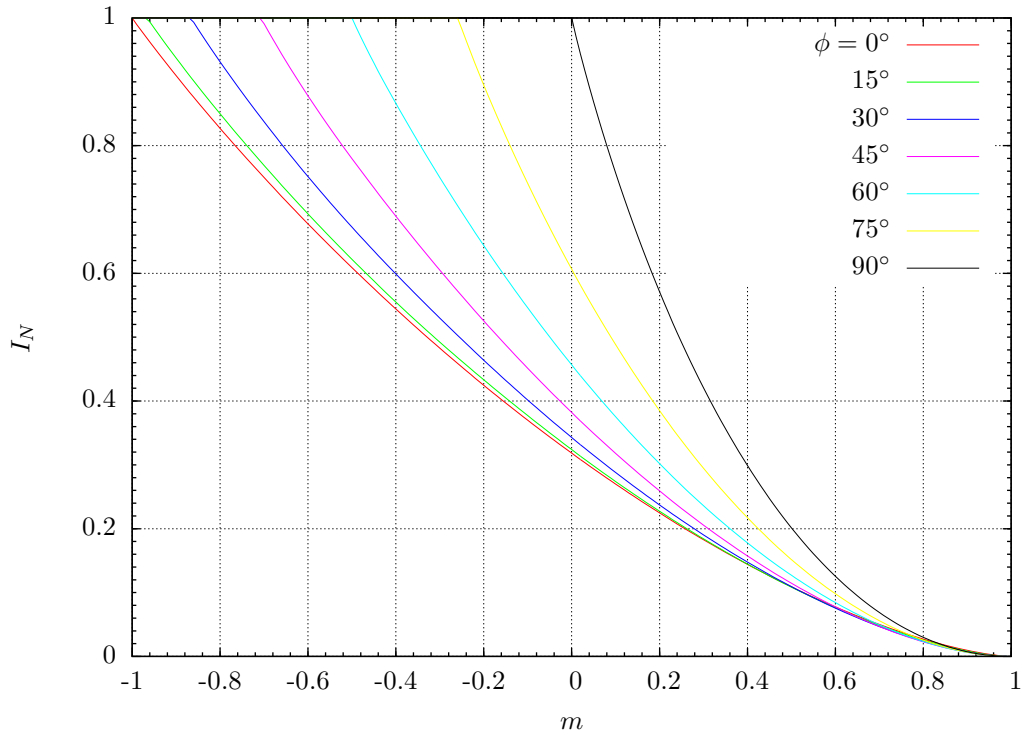


Figura 3.9: Corrente média normalizada de carga em função da razão da tensão de carga (m) para um retificador monofásico de um caminho não-controlado, com carga RLV, para vários ângulos de carga (ϕ).

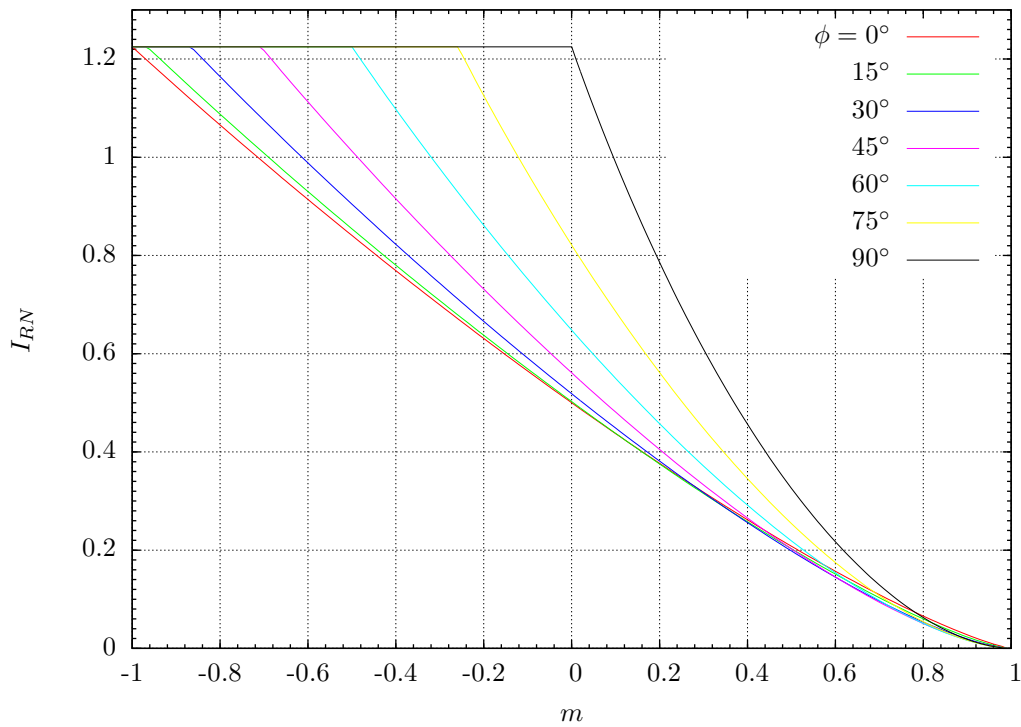


Figura 3.10: Corrente eficaz normalizada de carga em função da razão da tensão de carga (m) para um retificador monofásico de um caminho não-controlado, com carga RLV, para vários ângulos de carga (ϕ).

Parte II

Conversores CA/CA

Parte III

Conversores CA/CC e CC/CA

Capítulo 4

Retificadores

A função principal de um retificador é transformar a energia de uma fonte em corrente alternada para uma fonte ou carga em corrente contínua. O fluxo de energia pode ser tanto da fonte em CA para a carga em CC quanto, em alguns casos especiais, da carga/fonte em CC para a fonte em CA. Esse último tipo de fluxo de energia pode ser atribuído aos inversores, mas estruturalmente, e em algumas condições de operação, a estrutura de um retificador é a mesma de um inversor (Capítulo 5).

4.1 Classificação

Os retificadores podem ser classificados de acordo com cinco aspectos principais:

1. quanto ao número de caminhos;
2. quanto ao número de fases;
3. quanto ao controle;
4. do ponto de vista energético e
5. quanto ao número de ondulações por ciclo.

Quanto ao número de fases, pode-se ter retificadores monofásicos ou polifásicos (bifásicos, trifásicos, pentafásicos, hexafásicos, etc.).

Quanto ao número de caminhos, pode-se ter retificadores de um caminho ou de dois caminhos. De um caminho significa que a corrente em uma fase da fonte só tem uma polaridade, ou seja, ou ela é somente positiva ou negativa. Isso resulta então em um valor CC da corrente da fonte diferente de zero. No retificador de dois caminhos a corrente possui as duas polaridades em cada fase da fonte, ela é positiva e negativa, o que pode, mas não necessariamente, significar que o valor médio da corrente na fonte é igual a zero. Em alguns casos, pode-se dizer que os retificadores de um caminho são de “meia onda” e de dois caminhos, de “onda completa”.

Quanto ao tipo de controle, existem três possibilidades:

1. retificadores não controlados, quando todas as chaves de potência do retificador são compostas por diodos (semicondutores não-controlados);
2. retificadores totalmente controlados, quando todas as chaves semicondutoras de potência do retificador são compostas por chaves controladas (por exemplo SCRs, GTOs), e

3. retificadores híbridos, quando parte das chaves semicondutoras de potência são controladas e a outra parte não-controladas (diodos).

Do ponto de vista energético, o retificador pode ser de um quadrante, quando o fluxo energético é da fonte para a carga, e de dois quadrantes, quando o fluxo energético é feito da carga para a fonte.

Quanto ao número de ondulações (ou pulsos) por ciclo, os retificadores podem ser classificados em uma ou mais ondulações por ciclo. Por exemplo, um retificador monofásico de um caminho, controlado ou não-controlado, tem uma ondulação por ciclo, enquanto que um retificador trifásico de dois caminhos, controlado ou não controlado, possui seis ondulações por ciclo.

4.2 Retificadores de um caminho

No retificador de um caminho, todos os geradores (fases) devem ter um terminal comum, isto é, devem ser ligados em estrela, com neutro acessível, e cada fase contém uma única chave semicondutora (em geral diodo ou tiristor), e é percorrida por uma corrente unidirecional, daí o nome um caminho (Figura 4.1).

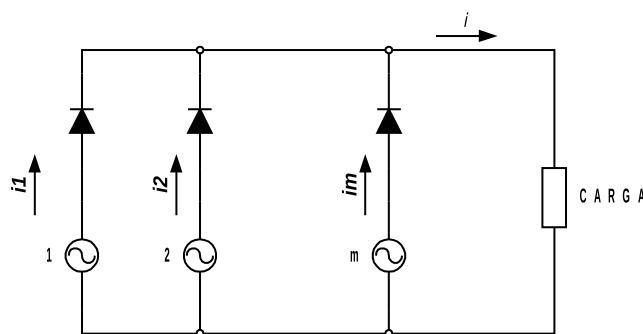


Figura 4.1: Retificador polifásico de um caminho.

4.3 Retificadores de dois caminhos

Nestes retificadores, não é obrigatório haver um ponto comum de ligação (ponto de neutro), isto é, a corrente circula sempre entre duas fases: da fase de potencial instantâneo mais alto para a fase de potencial instantâneo mais baixo (Figura 4.2).

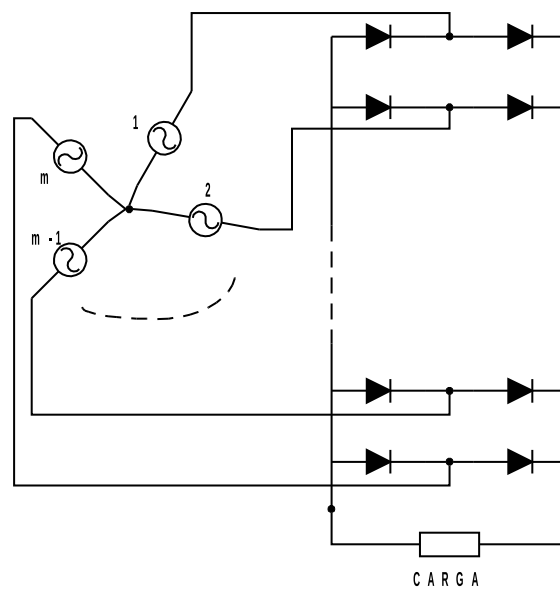


Figura 4.2: Retificador polifásico de dois caminhos.

Capítulo 5

Inversores

Os inversores podem ser classificados segundo os campos:

- quanto à fonte de energia;
- quanto ao número de fontes de energia;
- quanto ao número de fases.

Quanto ao tipo de fonte utilizada, pode-se ter dois tipos de inversor: CSI (*current-source inverter*) ou VSI (*voltage source inverter*). O tipo mais comum de fonte utilizada em inversores é a fonte de tensão, portanto o tipo de inversor mais comum de inversor é o VSI.

Quanto ao número de fontes de energia, podemos ter um com uma fonte de energia (ou com mais de uma, mas combinada em um único módulo) ou com várias fontes de energia. No caso de várias fontes de energia, pode-se combiná-las uma a uma de tal forma a obter-se vários níveis de tensão de alimentação. Os inversores que utilizam essa topologia são conhecidos como inversores multiníveis.

Quanto ao número de fases, pode-se ter desde inversores monofásicos até quantas fases forem necessárias em uma determinada aplicação, i. e., trifásicos, quadrifásicos, hexafásicos, etc.

Capítulo 6

Inversores Monofásicos com Fonte de Tensão

Nesse capítulo, serão analisados os inversores monofásicos com fonte de tensão. Para a comutação dos transístores apresentados no presente capítulo, supõe-se que as formas de onda de corrente mostradas nas figuras sejam suficientes para a correta operação dos transístores da ponte inversora como chaves. Ainda, os transístores são considerados aqui como chaves ideais.

6.1 Inversor Monofásico em Semi-Ponte

A estrutura típica de um inversor monofásico em semi-ponte é mostrada na Figura 6.1.

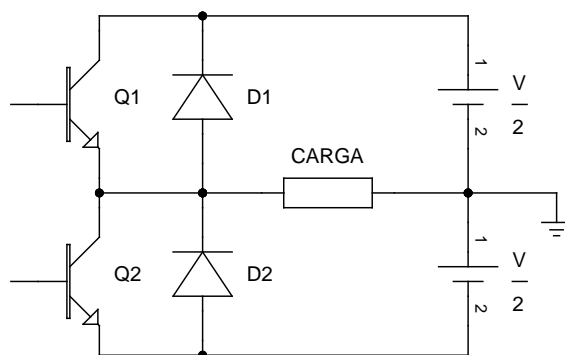


Figura 6.1: Estrutura básica de um inversor monofásico em semi-ponte.

A forma mais simples de operação da semi-ponte inversora monofásica é através da aplicação das formas de onda de corrente nas bases de Q1 e de Q2, conforme na Figura 6.2 (i_{B1} e i_{B2} , respectivamente), a forma de onda de tensão de saída (v_O) é também vista na mesma figura.

6.2 Inversor Monofásico em Ponte Completa

A estrutura típica de um inversor monofásico em ponte completa é mostrada na Figura 6.3.

A forma de operação mais básica da ponte inversora monofásica da Figura 6.3 é através da aplicação das formas de onda de corrente nas bases de Q1, Q2, Q3 e Q4 conforme na Figura 6.4 (i_{B1} , i_{B2} , i_{B3} e i_{B4} respectivamente), a forma de onda de tensão de saída (v_O) é também vista na mesma figura.

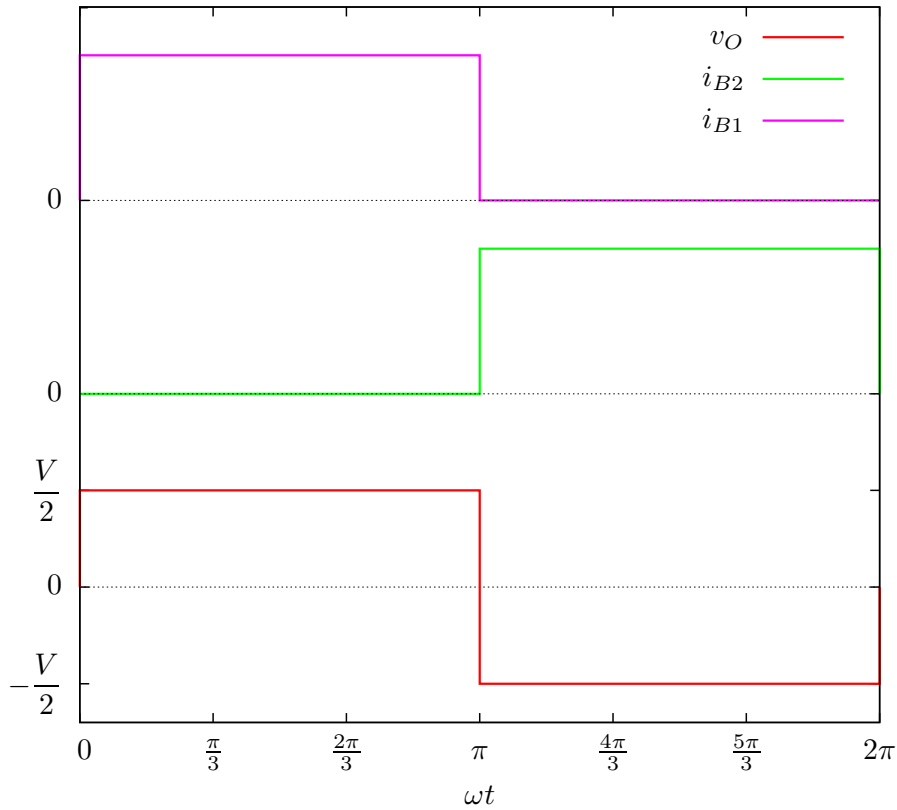


Figura 6.2: Forma de onda de tensão de saída do inversor monofásico em semi-ponte com as formas de onda das correntes de acionamento de base para os Transístores Q1 e Q2.

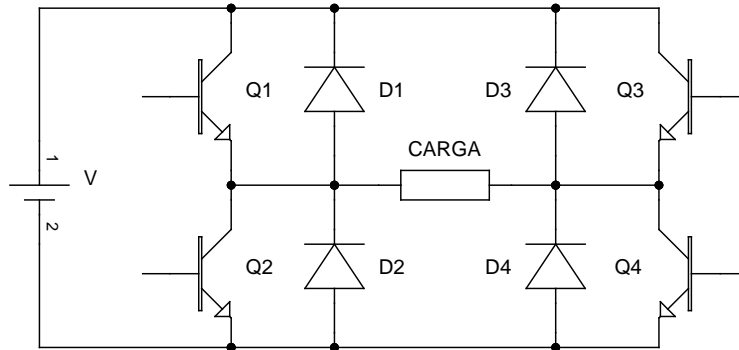


Figura 6.3: Estrutura básica de um inversor monofásico em ponte completa.

6.3 Tipos de Cargas e Respostas de Corrente

A tensão de saída do inversor monofásico é dada pela série em (6.1), considerando-se a forma de onda de tensão das Figuras 6.2 (onde $A = V/2$) e 6.4 (onde $A = V$).

$$v_O = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{n\pi} \sin n\omega t, \quad n = 2k + 1, \quad k \in \mathbb{N}_+ \quad (6.1)$$

Onde:

A é a amplitude da onda de tensão de saída; portanto, $A = V/2$ para o inversor em semi-ponte e $A = V$ para o inversor em ponte completa;

ω é a frequência angular da tensão de saída:

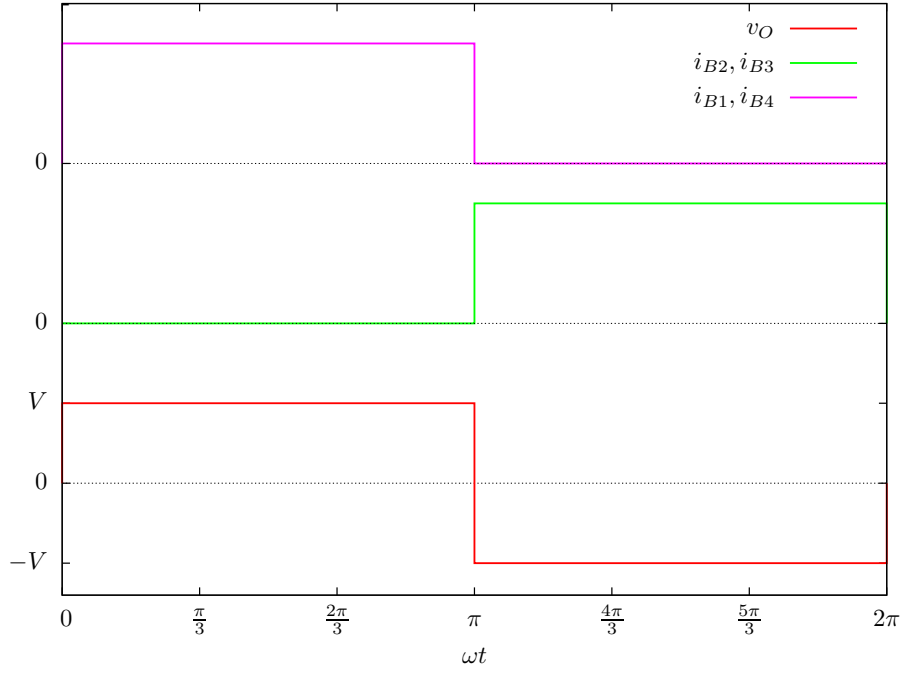


Figura 6.4: Forma de onda de tensão de saída do inversor monofásico em ponte completa com as formas de onda das correntes de acionamento de base para os Transístores Q1, Q2, Q3 e Q4.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (6.2)$$

e T é o período da tensão de saída, logo a tensão de saída é $f = 1/T$ e $\omega = 2\pi f$.

6.3.1 Carga R

Para uma carga puramente resistiva (R) a corrente de saída é proporcional à tensão de entrada; portanto:

$$i_O = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{n\pi R} \sin n\omega t, \quad n = 2k + 1, \quad k \in \mathbb{N}_+ \quad (6.3)$$

6.3.2 Carga RL série

No caso de uma carga RL, a corrente de saída é dada pela série (6.4) ou então, analiticamente por (6.8).

$$i_O = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{n\pi|Z_n|} \sin(n\omega t - \phi_n), \quad n = 2k + 1, \quad k \in \mathbb{N}_+ \quad (6.4)$$

Onde:

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (6.5)$$

$$|Z_n| = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2} \quad (6.6)$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{n\omega L}{R} \quad (6.7)$$

$$i_O = \begin{cases} \frac{A}{R} (1 - e^{-t/\tau}) - I_{MAX} e^{-t/\tau} & t \in [0; T/2[\\ -\frac{A}{R} (1 - e^{-(t-\frac{T}{2})/\tau}) + I_{MAX} e^{-(t-\frac{T}{2})/\tau} & t \in [T/2; T[\end{cases} \quad (6.8)$$

Onde:

$$I_{MAX} = \frac{A}{R} \frac{1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}} \quad (6.9)$$

A forma de onda da corrente de saída (i_O) é mostrada na Figura 6.5 e o valor eficaz da corrente de saída é dado por.

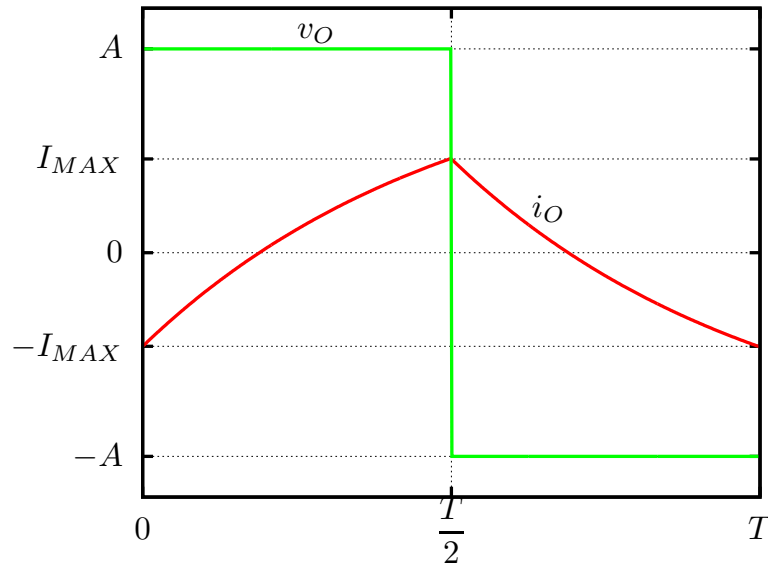


Figura 6.5: Corrente de saída (i_O) para o inversor monofásico com carga RL.

$$I_R = \frac{A}{R} \sqrt{1 + \frac{4\tau}{T} \frac{1 - e^{-T/\tau}}{(1 + e^{-T/(2\tau)})^2}} \quad (6.10)$$

6.3.3 Carga RC série

A corrente de saída (i_O), a tensão de saída (v_O) e a tensão no capacitor, para uma carga RC série, pode ser visualizada na Figura 6.6.

Na Figura:

$$i_O = \begin{cases} I_{MAX} e^{-t/\tau} & t \in [0; T/2[\\ -I_{MAX} e^{-(t-\frac{T}{2})/\tau} & t \in [T/2; T[\end{cases} \quad (6.11)$$

$$v_C = \begin{cases} A (1 - e^{-t/\tau}) - V_{C0} e^{-t/\tau} & t \in [0; T/2[\\ -A (1 - e^{-(t-\frac{T}{2})/\tau}) + V_{C0} e^{-(t-\frac{T}{2})/\tau} & t \in [T/2; T[\end{cases} \quad (6.12)$$

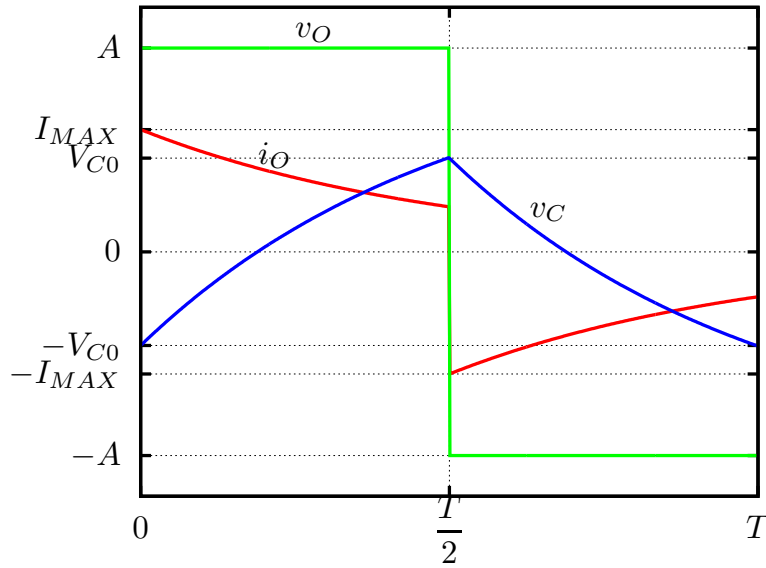


Figura 6.6: Corrente de saída (i_O), a tensão de saída (v_O) e a tensão no capacitor, para uma carga RC série.

Onde:

$$V_{C0} = A \frac{1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 + e^{-T/(2\tau)}} \quad (6.13)$$

$$I_{MAX} = \frac{A - V_{C0}}{R} \quad (6.14)$$

O valor eficaz da corrente de saída é dado por (6.15).

$$I_R = I_{MAX} \sqrt{\frac{\tau}{T}} \sqrt{(1 - e^{-T/\tau})} \quad (6.15)$$

6.3.4 Carga RLC série

Para uma carga RLC série, a corrente de saída é dada pela série em (6.3), mas $|Z_n|$ e ϕ_n são determinados por (6.16) e (6.17).

$$|Z_n| = \sqrt{R^2 + \left(n\omega L - \frac{1}{n\omega C}\right)^2} \quad (6.16)$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{n\omega L - \frac{1}{n\omega C}}{R} \quad (6.17)$$

No caso RLC, a resposta de corrente pode se apresentar de três formas diferentes. A resposta pode ser sub-amortecida, sobre-amortecida ou ressonante.

A resposta sub-amortecida ocorre a reatância indutiva (X_L) predomina sobre a reatância capacitiva (X_C), ou $\omega L > 1/(\omega C)$, na frequência fundamental. Nesse caso, a fase da corrente está em atraso em relação à tensão v_O .

Na ressonância, tem-se que $X_L = X_C$ e nesse caso a corrente está em fase com a tensão v_O . A amplitude do componente harmônico fundamental da corrente é $4A/(\pi R)$, ou seja, depende inteiramente da resistência do circuito RLC.

Finalmente, a resposta sobre-amortecida ocorre quando $X_L < X_C$. Nesse caso a reatância capacitiva predomina e a corrente está adiantada da tensão v_O .

Pode-se utilizar as expressões anteriores para o cálculo de uma carga RC série. Nesse caso, Z_n e ϕ_n são dados por (6.18) e (6.19).

$$Z_n = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{n\omega C}\right)^2} \quad (6.18)$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{1}{\frac{n\omega C}{R}} \quad (6.19)$$

6.4 Tipos de Modulação em Largura de Pulso

6.4.1 Inversor em Semi-Ponte

Os principais tipos de modulação em largura de pulso aplicáveis à semi-ponte são:

1. modulação de onda quadrada;
2. modulação senoidal.

Modulação de Onda Quadrada

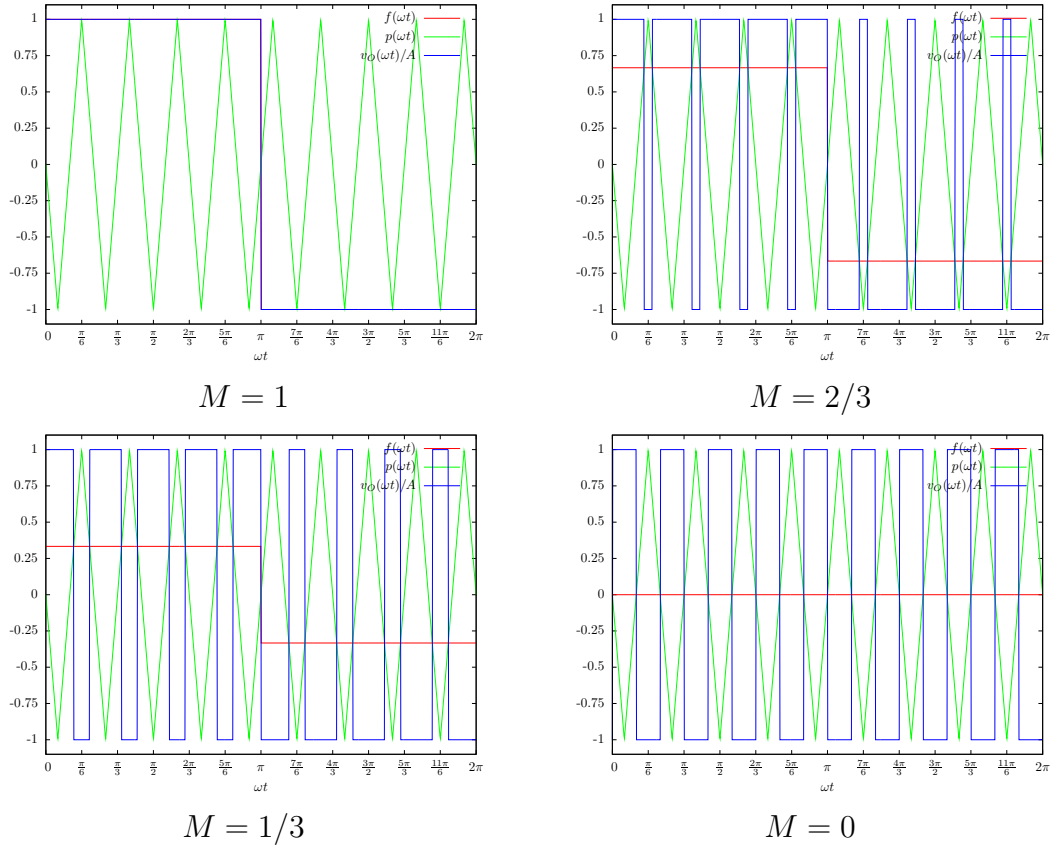
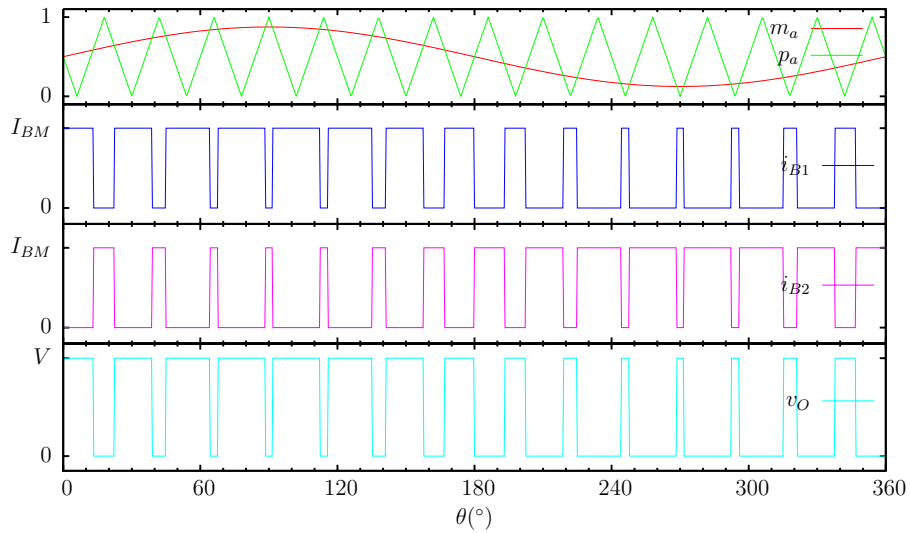
A modulação em de onda quadrada é utilizada para se controlar o valor eficaz da tensão aplicada à carga. A frequência utilizada na modulação (f_{PWM}) deve ser superior à frequência de corte da carga, caso contrário, os componentes harmônicos na corrente podem causar mal funcionamento do equipamento conectado à saída da semi-ponte. A Figura 6.12 mostra um exemplo de modulação quadrada para uma onda portadora triangular com 9 vezes a frequência da onda modulada, ou 9 vezes a frequência fundamental.

Modulação Senoidal

A modulação senoidal é utilizada para se reduzir o valor dos componentes harmônicos de baixa ordem da tensão. Não é possível eliminar os harmônicos da tensão, mas é possível deslocar esses harmônicos para ordens superiores, tornando sua eliminação possível com a utilização de filtros passivos. No caso de cargas com predominância indutiva, o emprego de filtros torna-se desnecessário, pois a própria carga atenua os harmônicos de alta ordem.

O esquema de modulação senoidal na semi-ponte inversora é mostrado na Figura 6.8. Na figura, o índice de modulação (M) utilizado, como exemplo, é de 0,8. A frequência da onda portadora (onda triangular – p) é igual a 15 vezes a frequência da modulada (f). Note que a corrente de comutação (ou sinal de comutação) dos transístores são sinais complementares, ou seja, quando um está ativo o outro está inativo.

$$N = \frac{f_{PWM}}{f} \quad (6.20)$$

Figura 6.7: Modulação de onda quadrada para o inversor semi-ponte ($N = 9$).Figura 6.8: Esquema de modulação em largura de pulso senoidal para o inversor em semi-ponte ($N=15$).

6.4.2 Inversor em Ponte Completa

Para o inversor em ponte completa, pode-se utilizar as seguintes formas de modulação em largura de pulso:

1. modulação em largura de pulso simples;

2. modulação de onda quadrada ou em múltiplos pulsos;
3. modulação em largura de pulso simples combinada à modulação em múltiplos pulsos;
4. e a modulação senoidal.

Modulação em Largura de Pulso Simples

A forma de onda de saída da ponte inversora para a modulação em largura de pulso simples pode ser vista na Figura 6.9. O seu conteúdo espectral pode ser visto na Figura 6.10 e a série de Fourier por (6.21).

$$v_O = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{n\pi} \sin \frac{n\delta}{2} \sin n\omega t, \quad n = 2k + 1, \quad k \in \mathbb{N}_+ \quad (6.21)$$

Onde A é a amplitude da tensão de saída, ou seja, $A = V$.

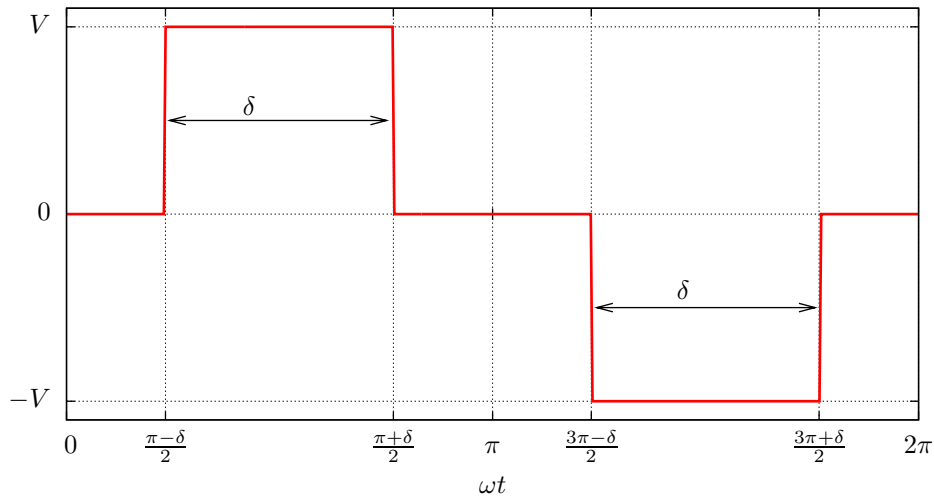


Figura 6.9: Forma de onda da tensão de saída da ponte inversora para a modulação em largura de pulso simples.

Modulação de Onda Quadrada ou em Múltiplos Pulsos

A modulação de onda quadrada ou em largura de múltiplos pulsos é utilizada para se controlar o valor eficaz da tensão de saída, em onda quadrada. A Figura 6.12 apresenta um exemplo de modulação de onda quadrada com 4 pulsos por semiciclo, ou com a frequência da portadora igual a 8 vezes a frequência da modulada.

A onda modulada para as fases a e b são dadas por (6.22) e (6.23), respectivamente.

$$f_A(\omega t) = \begin{cases} M & \text{para } 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & \text{para } \pi < \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (6.22)$$

$$f_B(\omega t) = f_A(\omega t - \pi) \quad (6.23)$$

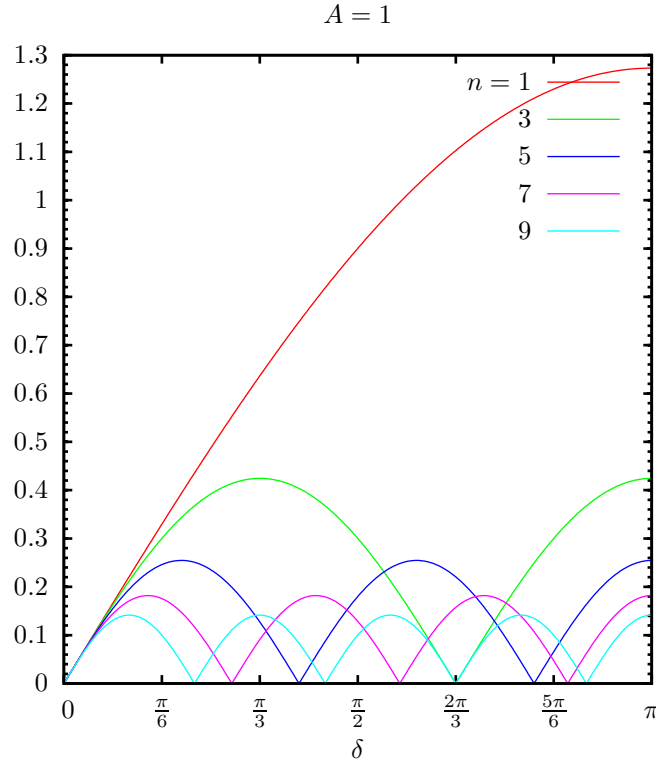


Figura 6.10: Componentes harmônicos da forma de onda de tensão da Figura 6.9.

Modulação em Largura de Pulso Simples Combinada à Modulação em Múltiplos Pulsos

Pode-se utilizar a modulação em largura de pulso simples (Seção 6.4.2) aliada à modulação largura de múltiplos pulsos (Seção 6.4.2). Nesse caso, o mais comum é se fazer uso da característica de eliminação de terceiro harmônico para o pulso simples e o controle do valor eficaz da tensão de saída através da modulação em múltiplos pulsos. A Figura 6.12 apresenta um exemplo com três pulsos por semiciclo em uma largura de 120° ($\delta = 2\pi/3\text{rd}$). Existem duas portadoras (onda triangular), uma para a fase a e outra para a fase b, ambas sincronizadas com o início do pulso simples, para cada fase. Para a fase a, ocorre em 30° , e para a fase b, em 210° .

A equação da onda modulada é dada por (6.24) para a fase a e por (6.25) para a fase b.

$$f_a(\omega t) = \begin{cases} 0 & \text{para } 0 \leq \omega t < \frac{\pi - \delta}{2} \\ M & \text{para } \frac{\pi - \delta}{2} \leq \omega t \leq \frac{\pi + \delta}{2} \\ 0 & \text{para } \omega t > \frac{\pi + \delta}{2} \end{cases} \quad (6.24)$$

$$f_b(\omega t) = \begin{cases} 0 & \text{para } 0 \leq \omega t < \frac{3\pi - \delta}{2} \\ M & \text{para } \frac{3\pi - \delta}{2} \leq \omega t \leq \frac{3\pi + \delta}{2} \\ 0 & \text{para } \omega t > \frac{3\pi + \delta}{2} \end{cases} \quad (6.25)$$

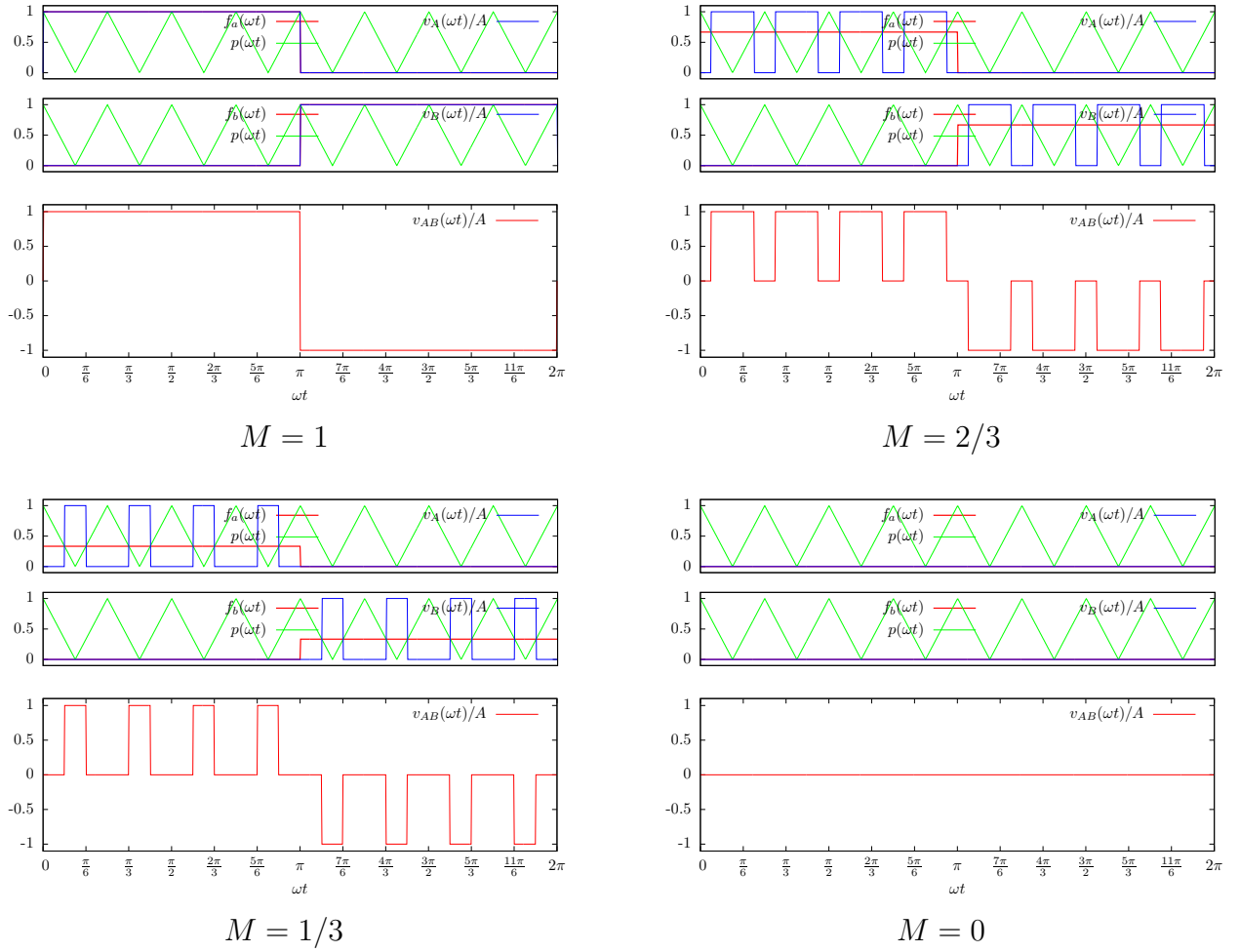


Figura 6.11: Modulação de onda quadrada para o inversor semi-ponte ($N = 8$).

Estratégias de modulação senoidal

A primeira estratégia de modulação senoidal que pode ser utilizada para o inversor em ponte completa é estendendo-se a corrente de base i_{B1} , da Figura 6.8, para o transistor Q4 (i_{B4}) e i_{B2} para o transistor Q3 (transistores Q3 e Q4 da Figura 6.3). Dessa forma, os sinais de corrente são como mostrados na Figura 6.8.

A estratégia análoga ao inversor em semi-ponte não faz uso de uma característica vantajosa da ponte completa, que é a possibilidade de se aplicar 0V na carga, diferentemente da semi-ponte. A estratégia de modulação em largura de pulso senoidal, exclusiva ao inversor monofásico em ponte completa, faz uso dessa característica, o que torna possível trabalhar somente com um único braço da ponte inversora em cada semiciclo. Essa estratégia é mostrada na Figura 6.14, onde existem dois sinais modulados, um para cada fase (m_a e m_b) e duas portadoras (p_a e p_b). O sinal modulado para cada fase (m_a e m_b) corresponde a “meio” seno:

$$m_a(\theta) = \begin{cases} M \sin \theta & 0 \leq \theta < \pi \\ 0 & \pi \leq \theta < 2\pi \end{cases} \quad (6.26)$$

$$m_b(\theta) = m_a(\theta - \pi) \quad (6.27)$$

A tensão de fase é o resultado da comparação de m_a com p_a :

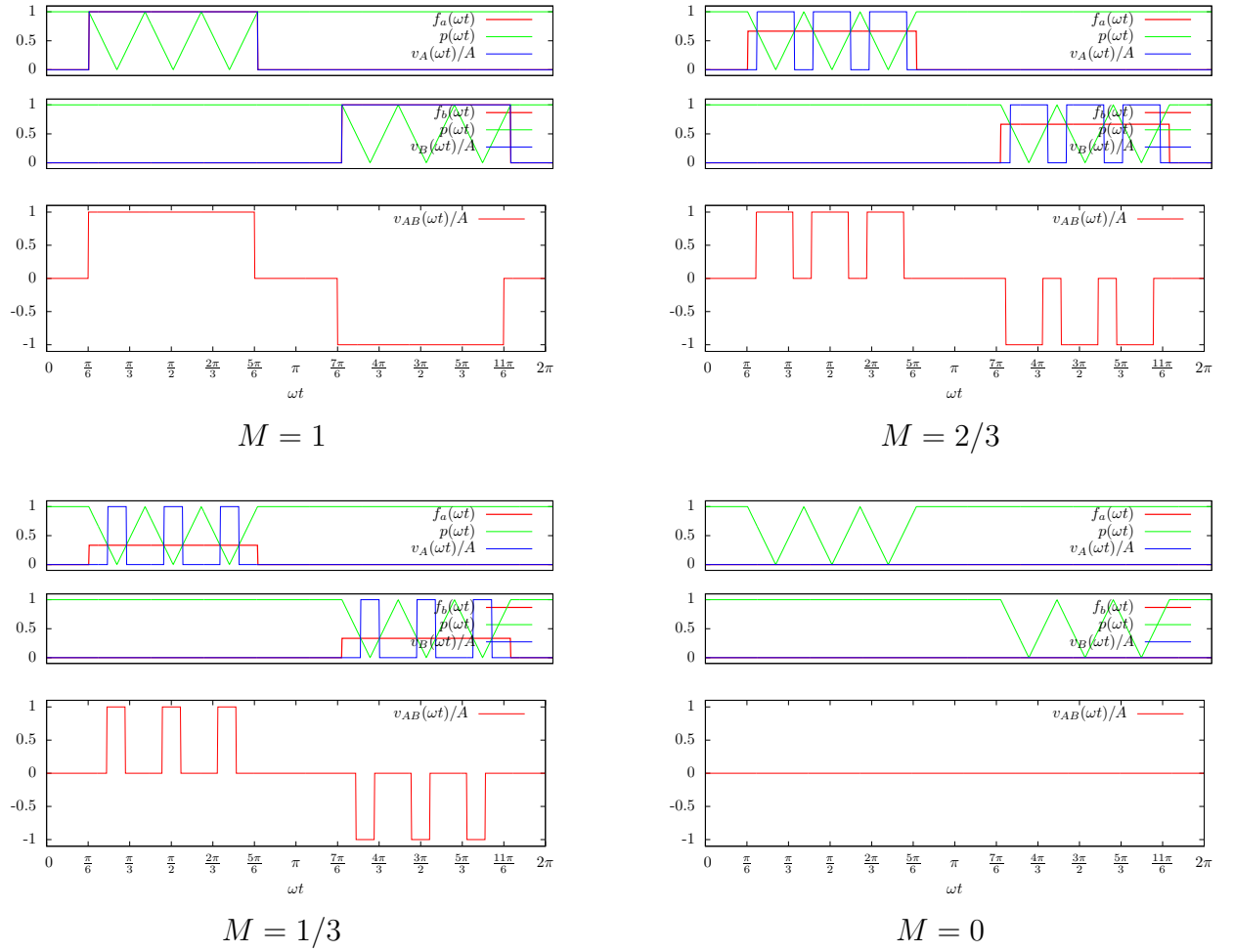


Figura 6.12: Modulação em largura de pulso simples combinada à modulação em múltiplos pulsos para o inversor ponte completa ($N = 6$ ou três pulsos por semiciclo, $\delta = 2\pi/3$).

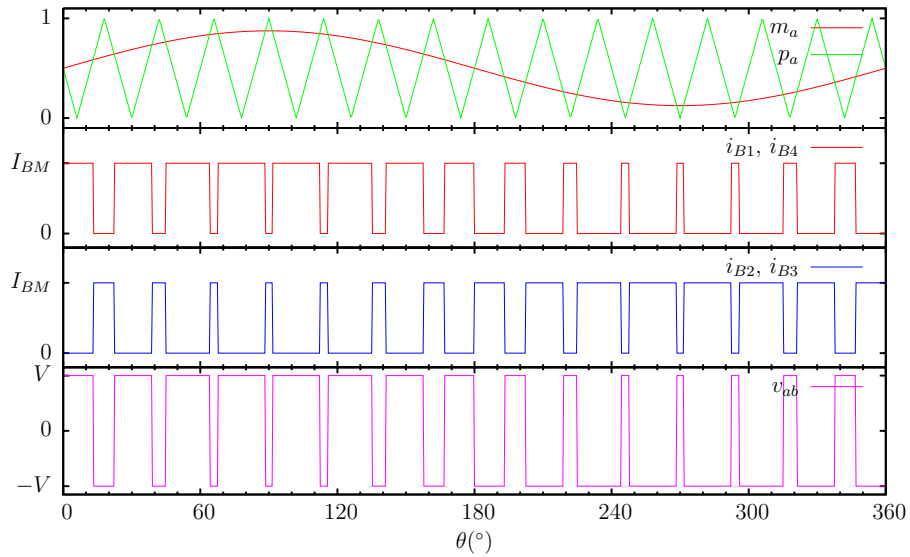


Figura 6.13: Estratégia de modulação em largura de pulso senoidal para o inversor em ponte completa, de forma análoga ao inversor semi-ponte.

$$v_a = \begin{cases} V & \text{p/ } m_a \geq p_a \\ -V & \text{p/ } m_a < p_a \end{cases} \quad (6.28)$$

A tensão v_b é determinada de forma análoga. O resultado para uma portadora com frequência 15 vezes a frequência da modulada e $M = 0.8$ é mostrado na Figura 6.14. A tensão de fase v_{ab} também pode ser vista na mesma figura.

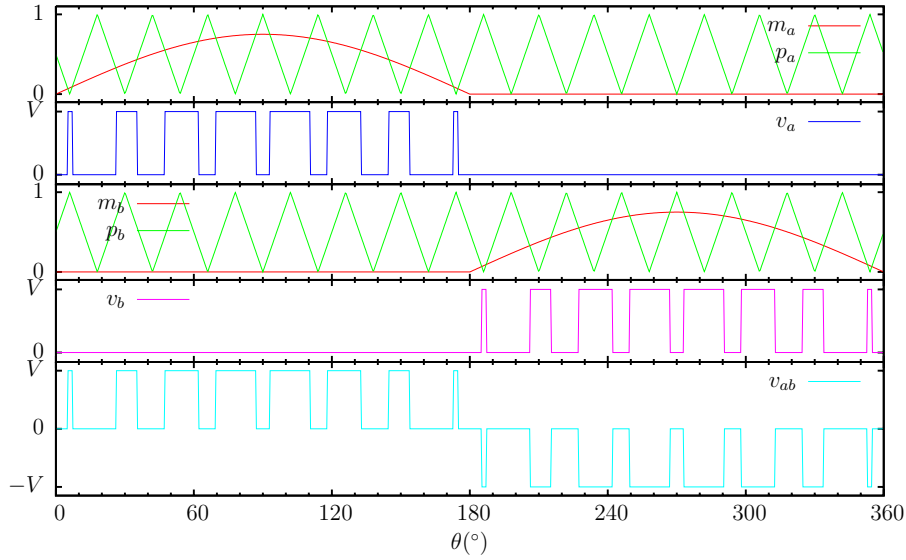


Figura 6.14: Modulação em largura de pulso senoidal para o inversor monofásico em ponte completa.

6.5 Problemas

- O inversor monofásico em meia-ponte da Figura 6.1 opera no modo de onda quadrada com um período de $2000 \mu\text{s}$. A tensão $V = 500\text{V}$ e a carga é um circuito RLC série com $R = 1,2\Omega$, $\omega L = 10\Omega$ e $1/(\omega C) = 10\Omega$.
 - Desenhe as formas de onda da tensão e da corrente de saída v_0 e i_0 , e das correntes e tensão no diodo D1 e transistor T1. Harmônicos de corrente maiores que a fundamental podem ser desprezados.
 - Calcule os valores médios e rms das correntes dos diodos e dos transistores.
- Repita o Problema 1 para $\omega L = 7,92\Omega$.
- Repita o Problema 1 para $1/(\omega C) = 7,92\Omega$.
- Repita os três problemas anteriores para o inversor em ponte da Figura 6.3.
- O inversor monofásico de meia-ponte (Figura 6.1) alimenta uma carga resistiva de 10Ω e possui a tensão $V = 220\text{V}$. Para operação do inversor no modo onda quadrada, determinar:
 - a tensão eficaz de saída na frequência da fundamental;
 - a potência média de saída;

- c) as correntes média, eficaz e máxima de cada transistor;
 - d) A tensão máxima de bloqueio de cada transistor;
 - e) A distorção harmônica total THD;
 - f) O fator harmônico de mais baixa ordem.
6. Repita o Problema anterior para o inversor em ponte completa (Figura 6.3).
7. Um inversor em ponte completa (Figura 6.3) alimenta uma carga RLC série com $R = 5\Omega$, $L = 10\text{mH}$ e $C = 26\mu\text{F}$. A frequência do inversor é $f = 400\text{Hz}$ e a tensão CC de entrada é $V = 220\text{V}$.
- a) Expresse a corrente instantânea de carga em uma série de Fourier.
 - b) Calcule a corrente eficaz de carga na frequência fundamental.
 - c) Determine o THD da corrente de carga.
 - d) Determine a corrente média da fonte de alimentação CC.
 - e) Calcule as correntes média, eficaz e máxima de cada transistor.
8. Repetir o Problema 7 para $f = 60\text{Hz}$, com $R = 4\Omega$, $L = 25\text{mH}$ e $C = 10\mu\text{F}$.
9. Repetir o Problema 7 para $f = 60\text{Hz}$, com $R = 5\Omega$, $L = 20\text{mH}$ e $C = 0$.
10. Um inversor monofásico em ponte completa é utilizado como um dos estágios de uma fonte ininterrupta de tensão. A entrada do inversor é conectada a uma fonte de tensão V , que varia de 22V a 32V. A saída da ponte inversora é conectada a um transformador elevador de tensão, e a ponte inversora utiliza modulação em largura de pulso simples. A saída da fonte ininterrupta de tensão deve apresentar sempre 60Hz e 127V (RMS total) mesmo que a tensão da bateria se altere. Sendo assim, calcule:
- a) A relação de espiras que seja suficiente para garantir 127V (RMS) na saída, com a menor amplitude na tensão de saída possível.
 - b) Os valores máximos e mínimos da largura do pulso utilizado (em graus), para manter 127V (RMS) na saída do transformador (tensão RMS total), dada a relação de espiras do item a.
 - c) Desenhe o circuito de potência (transistores, diodos, fonte, transformador, etc.), numere os transistores, diodos e demais componentes.
 - d) Apresente os sinais de comutação nas bases (ou portas) nos transistores da ponte inversora do item c, para o valor mínimo de largura de pulso calculada no item b.
11. A tensão de saída de um inversor monofásico em ponte (Figura 6.3) é contralada por modulação de pulso simples. Calcule os valores eficazes da fundamental, quinto e sétimo componentes harmônicos da tensão de saída para uma largura de pulso de 90° .
12. Um inversor monofásico em ponte (Figura 6.3) é alimentado por uma fonte de 300V. O inversor alimenta uma carga RLC série com $R = 1,2\Omega$, $\omega L = 1,2\Omega$ e $1/(\omega C) = 0,8\Omega$. O inversor é operado no modo de modulação em pulso simples com uma largura de pulso de 90° . Determine:
- a) a tensão eficaz de saída na frequência da fundamental;
 - b) a potência média de saída;

- c) as correntes média, eficaz e máxima de cada transistor. Despreze os harmônicos maiores que o fundamental, para a corrente de carga;
 - d) a tensão máxima de bloqueio de cada transistor;
 - e) a distorção harmônica total THD;
 - f) o fator harmônico de mais baixa ordem.
13. Um inversor monofásico em ponte (Figura 6.3) é alimentado por uma fonte de 300V. O inversor alimenta uma carga RLC série com $R = 1,2\Omega$, $\omega L = 1,2\Omega$ e $1/(\omega C) = 0,8\Omega$. O inversor é operado no modo de modulação em múltiplos pulsos com 10 pulsos por semi-ciclo. Se a tensão eficaz do primeiro harmônico de tensão for ajustada para ser 0,45V, determine os itens b a g do Problema anterior.
14. Ache as correntes RMS e média nos diodos e transístores do circuito da Figura 6.1, sabendo que: $V = 200V$, $R = 4\Omega$, $X_L = 10\Omega$, $X_C = 13\Omega$. Os sinais nas bases dos transístores é mostrado na Figura 6.2. (Considere apenas o 1º harmônico da corrente.)
15. Um inversor monofásico em ponte completa é utilizado como um dos estágios de uma fonte ininterrupta de tensão. A entrada do inversor é conectada a uma fonte de tensão V , que varia de 11V a 16V.
- a) Sabendo-se que a saída do inversor é conectada a um transformador de tensão com uma relação de 1:12 e que utiliza-se modulação em largura de pulso simples, calcule a faixa de variação da largura do pulso utilizado (em graus), para manter 127V (RMS) na saída do transformador.
 - b) Apresente um esquema de comutação para os transístores da ponte inversora. Desenhe o circuito de potência (transístores, diodos, fonte, transformador, etc.), numere os transístores e mostre os sinais de controle em suas bases, ou portas (utilize um período genérico T e normalize as tensões/correntes de porta/base).

Capítulo 7

Inversor Trifásico

A estrutura típica de um inversor trifásico é mostrada na Figura 7.1.

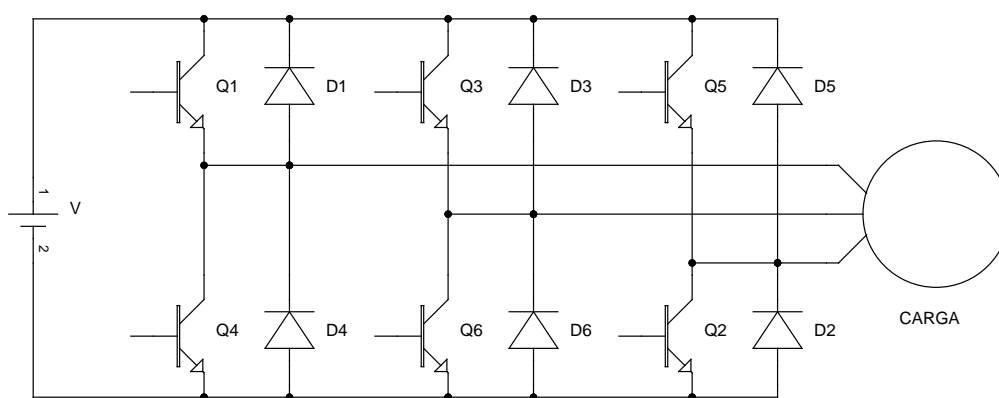


Figura 7.1: Estrutura básica de um inversor trifásico.

7.1 Estratégias de Comutação

Inicialmente, serão analisadas as duas estratégias mais básicas de comutação para os inversores trifásicos de tensão. A primeira delas é denominada por “Modo seis-pulsos 180°” ou “Modo seis-pulsos com três chaves em condução simultânea” e a segunda é denominada por “Modo seis-pulsos 120°” ou “Modo seis-pulsos com duas chaves em condução simultânea”. Essas consistem nas duas formas mais simples de comutação da ponte inversora trifásica.

7.1.1 Modo de comutação seis-pulsos 180°

No modo de comutação seis-pulsos 180°, cada transistor é acionado durante meio ciclo (180°). As formas de onda de corrente nas bases dos transistores da ponte inversora trifásica (Figura 7.1, de Q1 a Q6) podem ser vistas na Figura 7.2 (i_{B1} a i_{B6})¹.

As formas de onda de tensão de fase (v_a , v_b e v_c) podem ser vistas na Figura 7.3 e as tensões de linha, na Figura 7.4.

¹Os transistores são considerados ideais e as formas de onda de corrente apresentadas são suficientes para comutar os transistores de maneira ideal.

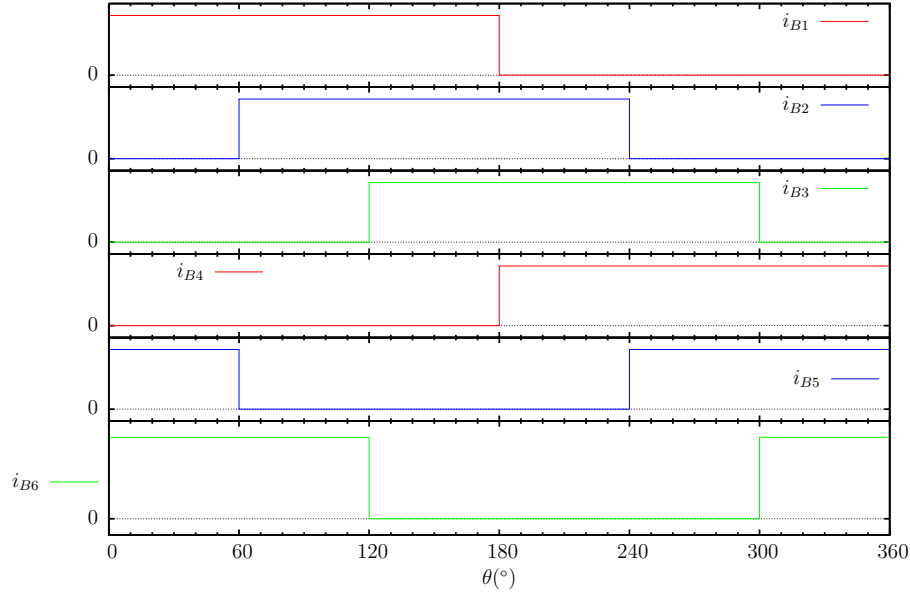


Figura 7.2: Formas de onda de corrente nas bases dos transístores Q1 a Q6 da ponte inversora trifásica da Figura 7.1 para o modo de operação seis-pulsos 180°.

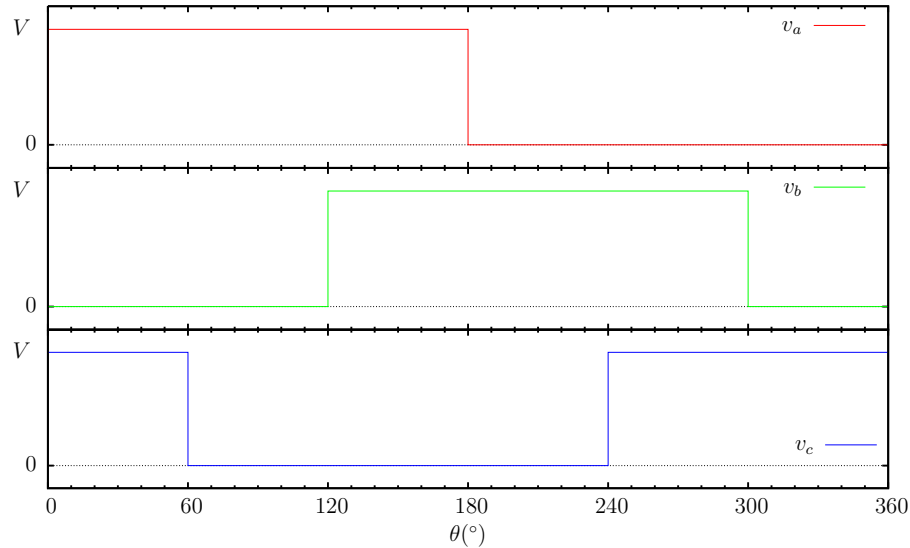


Figura 7.3: Formas de onda de tensão nas fases do inversor trifásico no modo seis-pulsos 180°.

7.1.2 Modo de comutação seis-pulsos 120°

No modo de comutação seis-pulsos 120°, cada transístor é acionado durante 120° do ciclo de operação. As formas de onda de corrente aplicada às bases dos transístores da ponte inversora (Q1 a Q6) estão mostradas na Figura 7.5.

Nesse modo de comutação, a tensão de fase não é totalmente definida pelo inversor, isto é, existem intervalos onde a tensão de fase de saída depende da carga. Para a fase a, por exemplo, de 120° a 180° e de 300° a 360°, a tensão de saída pode assumir qualquer valor entre 0 e V . Isso ocorre porque nesses dois intervalos, os transístores Q1 e Q4 estão abertos, portanto o terminal de saída da fase a apresenta alta impedância. As tensões nas três fases estão apresentadas na Figura 7.6, sendo que as áreas sólidas indicam os intervalos onde a respectiva fase está em alta impedância.

As tensões de fase estão mostradas na Figura, onde as regiões representadas pela área sólida

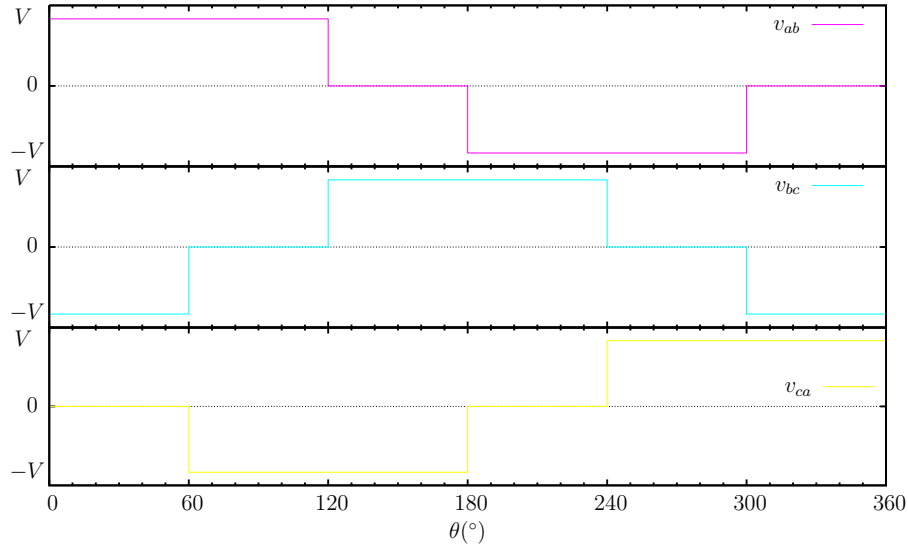


Figura 7.4: Formas de onda de tensão de linha no inversor trifásico no modo seis-pulsos 180°.

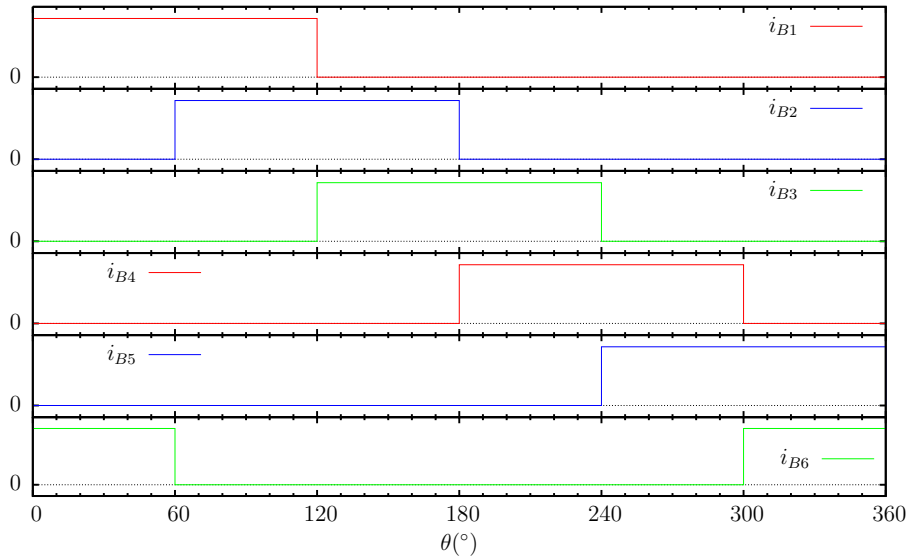


Figura 7.5: Formas de onda de corrente para comutação dos transístores da ponte inversora trifásica, no modo seis-pulsos 120°.

significam um valor de tensão não definido pela ponte inversora, mas sim dependente da carga.

Pode-se analisar as formas de onda de tensão de fase e de linha nesse modo de operação para uma carga puramente resistiva². Nesse caso as tensões de fase podem ser vistas na Figura e as tensões de linha, na Figura.

²Carga trifásica simétrica puramente resistiva.

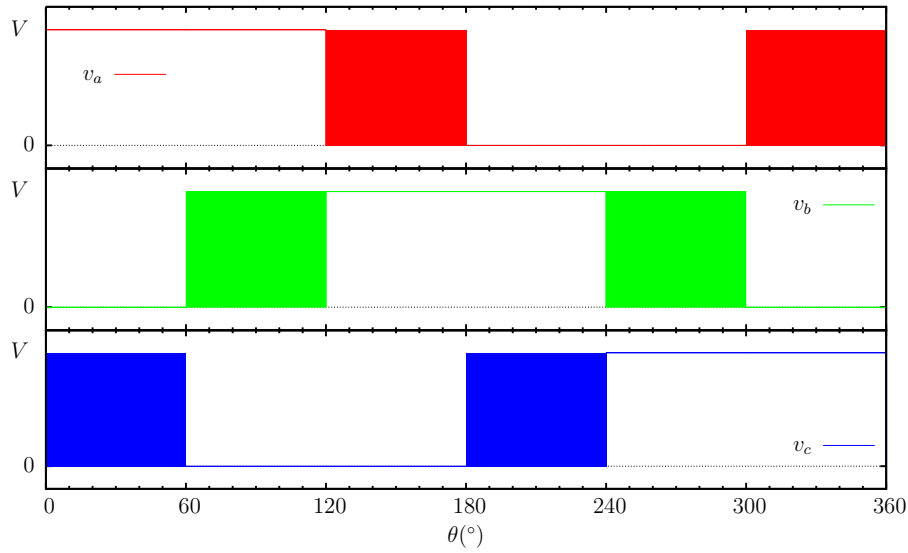


Figura 7.6: Tensões de fase para o inversor trifásico no modo 120° (As regiões sólidas indicam um valor não determinado de tensão pela ponte inversora).

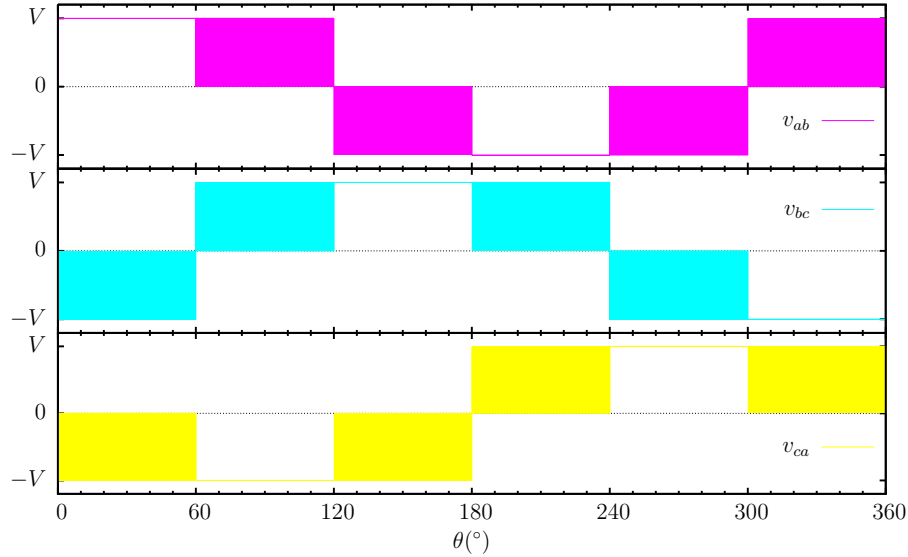


Figura 7.7: Tensões de linha para o inversor trifásico no modo seis-pulsos 120° (As regiões sólidas indicam um valor não determinado de tensão pela ponte inversora).

7.2 Modulação em Largura de Pulso

7.2.1 Modulação em Múltiplos Pulsos

7.2.2 Modulação Senoidal

7.2.3 Modulação Vetorial

7.3 Problemas

1. O inversor trifásico em ponte completa (Figura 7.1) alimenta uma carga resistiva conectada em estrela com $R = 5\Omega$ (por fase). A frequência do inversor é $f = 400\text{Hz}$ e a tensão CC de entrada é de 220V . O inversor opera no modo seis pulsos com três transistores em

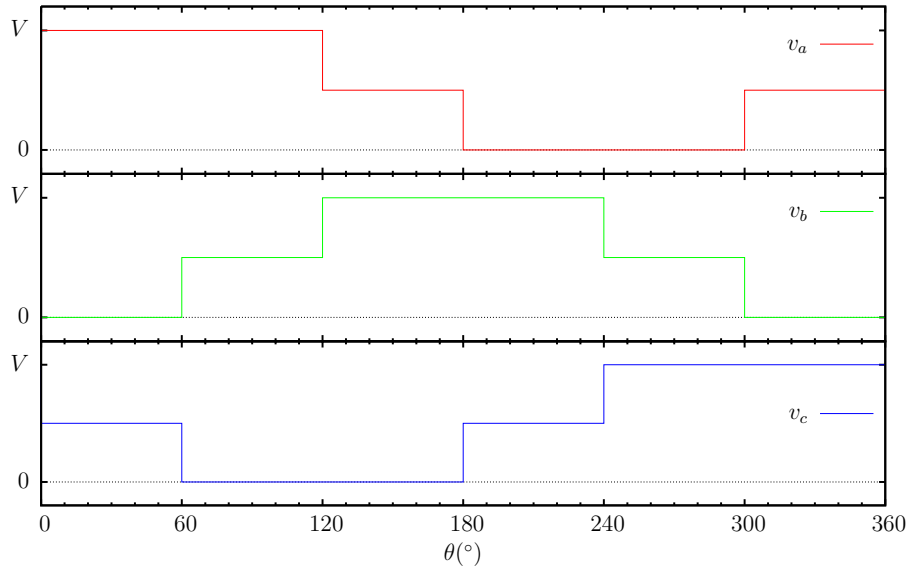


Figura 7.8: Tensões de fase para o inversor no modo de operação seis-pulsos 120° com uma carga puramente resistiva.

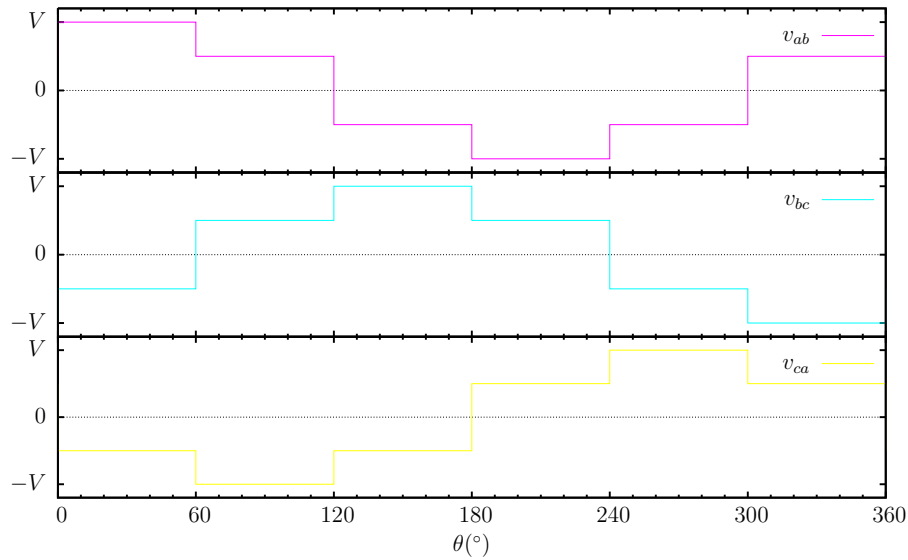


Figura 7.9: Tensões de linha para o inversor no modo de operação seis-pulsos 120° com uma carga puramente resistiva.

condução simultânea (modo 180°). Expresse as tensões e correntes instantâneas de fase e de linha em uma série de Fourier.

2. Repetir o Problema anterior para a carga conectada em triângulo.
3. Repita os Problemas 1 e 2 para o inversor operando no modo de seis pulsos com dois transistores em condução simultânea (modo 120°).
4. Um inversor trifásico em ponte (Figura 7.1) alimenta uma carga RLC conectada em estrela com $R = 5\Omega$, $L = 10\text{mH}$ e $C = 25\mu\text{F}$ (por fase). A frequência do inversor é de 60Hz e a tensão CC de entrada é de 220V. O inversor opera no modo seis pulsos com três transistores em condução simultânea (modo 180°). Determinar as correntes média, eficaz

e máxima dos transistores (considerar apenas o harmônico fundamental de corrente de carga).

5. Um inversor trifásico operando no modo seis pulsos alimenta uma carga RL em DELTA (Δ), com uma frequência de operação de 100Hz. A tensão no barramento CC é de 400V, $R = 10\Omega$, $L = 10\text{mH}$.
 - a) Desenhe a ponte inversora trifásica, a fonte de tensão CC do barramento, os transistores, diodos e a carga RL em delta.
 - b) Mostre as formas de onda nas bases (ou portas) dos transistores da ponte inversora no modo seis-pulsos 120° (com dois transistores conduzindo simultaneamente).
 - c) Mostre as formas de onda de tensão de fase na carga para a operação no item acima.
 - d) Mostre as formas de onda nas bases (ou portas) dos transistores da ponte inversora no modo seis-pulsos 180° (com três transistores conduzindo simultaneamente).
 - e) Mostre as formas de onda de tensão de fase na carga para a operação no item acima.
 - f) Calcule a potência ativa na carga para o modo seis-pulsos 180° .
6. Repita o Problema 5 para $R = 20\Omega$ e $L = 50\text{mH}$.

Parte IV

Conversores CC/CC

Capítulo 8

Recortadores ou *Choppers*

Os *choppers*, também chamados de recortadores, são conversores do tipo CC/CC.

Pode-se classificar os *choppers* pelo número de quadrantes, ou mesmo pelo quadrante, em que operam. Nesse caso, os tipos mais comuns são:

1. *chopper* de um quadrante
 - operando no primeiro quadrante,
 - operando no segundo quadrante;
2. *chopper* de dois quadrantes;
3. *chopper* de quatro quadrantes.

8.1 O *chopper* de Primeiro Quadrante

A configuração típica de um *chopper* de primeiro quadrante por ser vista na Figura 8.1. Na figura, V é a fonte de tensão CC do *chopper* e os elementos R , L e V_C compõem a carga do circuito. A tensão na carga é indicada por v_O e a corrente por i_O . A chave controlada é representada por um transistor bipolar (Q1), mas qualquer outro tipo de chave controlada pode ser utilizada, como MOSFET, IGBT, GTO ou mesmo um SCR com comutação forçada. Ainda, existe a chave não-controlada ou auto-comutada, representada pelo diodo D1.

Para que o circuito opere corretamente, deve-se impor algumas restrições aos valores de tensão dos Elementos V e v_C :

$$V > V_C \geq 0 \quad (8.1)$$

8.1.1 Modo de Comutação

Nessa seção, será considerado somente o modo de comutação por modulação em largura de pulso (MLP)¹ com frequência fixa. Isso significa que a chave formada por Q1 é ativada a intervalos regulares, mas a relação entre o tempo em que a mesma está ligada e desligada varia.

Dessa maneira, pode-se definir alguns parâmetros importantes:

¹Ou na língua inglesa: PWM – *pulse width modulation*.

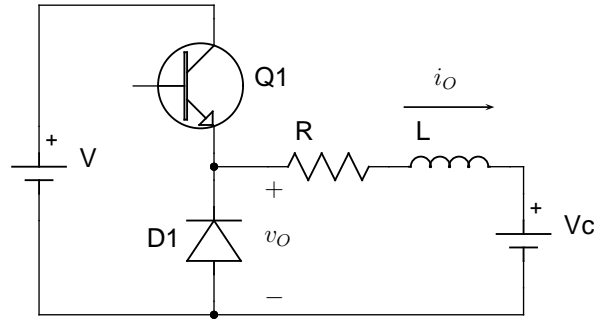


Figura 8.1: Configuração típica de um *chopper* de primeiro quadrante.

f : frequência de chaveamento da chave, ou a frequência de operação da modulação em largura de pulso;

T : período da modulação em largura de pulso;

t_{ON} : tempo em que a chave Q1 é mantida ligada, ou ativa;

t_{OFF} : tempo em que a chave Q1 é mantida desligada, ou inativa;

Dessa forma, conclui-se que o transistor é ativado de 0 a t_{ON} e mantido desligado de t_{ON} a T .

Com os parâmetros supra citados, podemos definir algumas relações:

$$T = \frac{1}{f} = t_{ON} + t_{OFF} \quad (8.2)$$

O ciclo de trabalho:

$$\delta = \frac{t_{ON}}{T} = \frac{t_{ON}}{t_{ON} + t_{OFF}} \quad (8.3)$$

$$t_{ON} = \delta T \quad t_{OFF} = (1 - \delta)T \quad (8.4)$$

Com base nessas definições, pode-se analisar o comportamento da corrente i_O na carga, em função de t_{ON} (ou de δ), para determinados valores de R , L e V_c .

O *chopper* de um quadrante pode operar em dois modos distintos, dependendo do valor de t_{ON} em relação aos seus demais parâmetros como R , L , etc., são eles:

- modo de condução descontínua;
- modo de condução contínua.

8.1.2 Modo de Condução Descontínua

O modo de condução descontínua se caracteriza por existir um intervalo de tempo ($\Delta t > 0$) onde nenhuma das chaves (Q1 e D1) esteja conduzindo. Considerando-se que o transistor conduz de 0 a t_{ON} e o diodo conduz de t_{ON} a t_x , então esse intervalo de tempo será de t_x a T . Portanto, para os intervalos $t \in [0; t_{ON}]$, $t \in [t_{ON}; t_x]$, i_O e $t \in [t_x; T]$, i_O a corrente de carga (i_O) é dada por (8.5); t_x é dado por (8.6).

$$\begin{aligned}
i_O &= \frac{V - V_C}{R}(1 - e^{-t/\tau}) & t \in [0; t_{ON}[\\
i_O &= \frac{-V_C}{R}(1 - e^{-(t-t_{ON})/\tau}) + \frac{V - V_C}{R}(1 - e^{-t_{ON}/\tau})e^{-(t-t_{ON})/\tau} & t \in [t_{ON}; t_x[\\
i_O &= 0 & t \in [t_x; T[
\end{aligned} \tag{8.5}$$

$$t_x = \tau \ln \left(e^{t_{ON}/\tau} \left(1 + \frac{V - V_C}{V_C} (1 - e^{-t_{ON}/\tau}) \right) \right) \tag{8.6}$$

A corrente na chave Q1 é igual a i_O , para o intervalo $t \in [0; t_{ON}[$, e igual a zero para $t \in [t_{ON}; T[$. E a corrente em D1 é igual a zero para os intervalos $t \in [0; t_{ON}[$ e $t \in [t_x; T[$ e igual a i_O para o intervalo $t \in [t_{ON}; t_x[$.

A Figura 8.2 mostra um exemplo da forma de onda de corrente e tensão na carga para o *chopper* no modo de condução descontínua. A corrente máxima na carga (I_{MAX}):

$$I_{MAX} = \frac{V - V_C}{R} (1 - e^{-t_{ON}/\tau}) \tag{8.7}$$

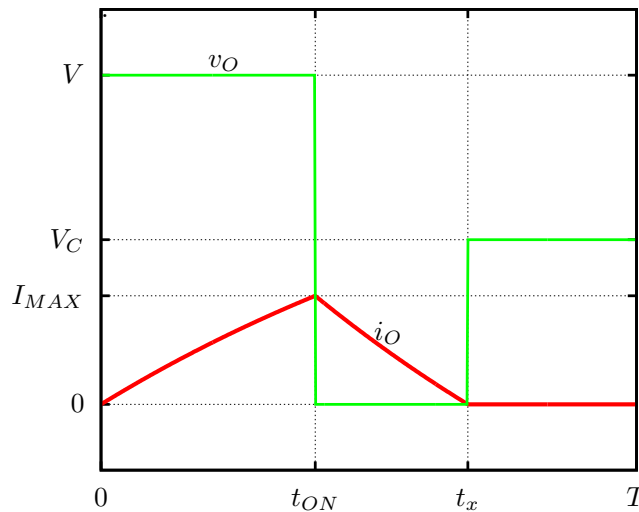


Figura 8.2: Forma de onda de tensão e de corrente na carga para o modo de condução descontínua.

8.1.3 Modo de Condução Contínua

No modo de condução contínua, não existe nenhum intervalo de tempo onde as chaves não estejam conduzindo, isto é, ou o transistor, ou o diodo está em condução em todo o período de funcionamento. A Figura 8.3 apresenta as formas de onda típicas para a corrente e a tensão na carga do *chopper* operando no modo de condução contínua.

A corrente na carga, portanto, não permanece em zero, mas pode “tocar” a origem, no caso da operação no limiar entre os modos de condução². A equação da corrente da carga para o intervalo $t \in [0, t_{ON}[$, e $t \in [t_{ON}, T[$ é dada por (8.8).

²Veja Seção 8.1.4, nesse caso o “toque” com a origem acontece em $t = T$.

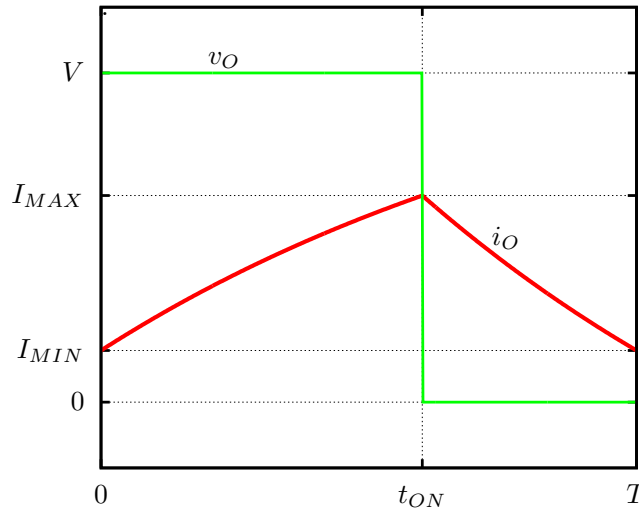


Figura 8.3: Formas de onda de corrente e tensão na carga para o modo de condução contínua.

$$\begin{aligned}
 i_O &= \frac{V - V_C}{R} (1 - e^{-t/\tau}) + I_{MIN} e^{-t/\tau} & t \in [0, t_{ON}[\\
 i_O &= \frac{-V_C}{R} (1 - e^{-(t-t_{ON})/\tau}) + I_{MAX} e^{-(t-t_{ON})/\tau} & t \in [t_{ON}, T]
 \end{aligned} \tag{8.8}$$

Onde:

$$I_{MAX} = \frac{V}{R} \frac{1 - e^{-t_{ON}/\tau}}{1 - e^{-T/\tau}} - \frac{V_C}{R} \tag{8.9}$$

$$I_{MIN} = \frac{V}{R} \frac{1 - e^{t_{ON}/\tau}}{1 - e^{T/\tau}} - \frac{V_C}{R} \tag{8.10}$$

A tensão média aplicada à carga é dada por (8.11).

$$V_O = \delta V \tag{8.11}$$

8.1.4 Limiar entre os Modos de Condução

O modo de condução (se condução contínua ou descontínua) de um *chopper* é o resultado da interação entre todos os parâmetros do circuito. Variando-se cada parâmetro individualmente, existe uma tendência do *chopper* passar de um modo de condução a outro.

Por exemplo, se um determinado circuito está operando do modo de condução descontínua, ao aumentarmos o valor do ciclo de trabalho (δ), ou t_{ON} , vai existir um valor em que o circuito vai passar da condução descontínua para a condução contínua. A esse valor de t_{ON} , dá-se o nome de tempo de ativação crítico, ou t_{ON} crítico, ou t_{ON}^x (8.12). Portanto, se $t_{ON} < t_{ON}^x$, o *chopper* opera no modo de condução descontínua; se $t_{ON} > t_{ON}^x$, o *chopper* opera no modo de condução contínua. A Figura mostra um caso onde o *chopper* opera no limiar entre os modos de condução.

$$t_{ON}^x = \tau \ln (m(e^{T/\tau} - 1) + 1) \tag{8.12}$$

Onde:

$$m = \frac{V_C}{V} \tag{8.13}$$

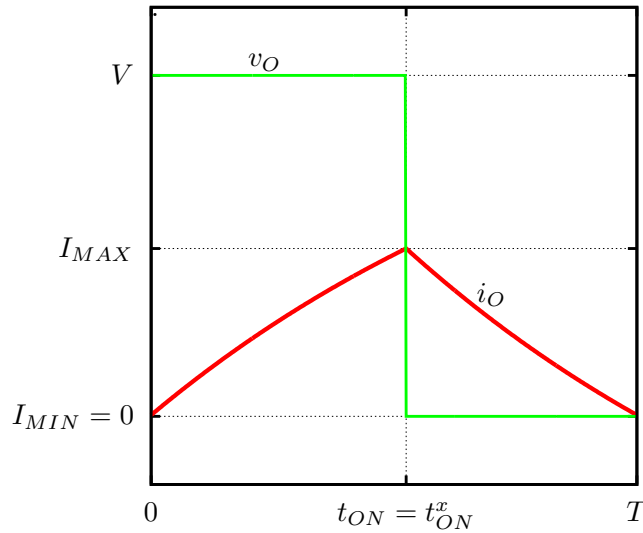


Figura 8.4: Formas de onda de corrente e tensão na carga para um *chopper* de um quadrante operando no limiar entre os modos de condução contínua e descontínua.

8.2 O *chopper* de Dois Quadrantes

A configuração típica de um *chopper* de 2 quadrantes é vista na Figura 8.5. A fonte de tensão do circuito é composta pelo elemento V e os elementos R , L e V_c compõem a carga do circuito. A tensão na carga é indicada por v_O e a corrente por i_O .

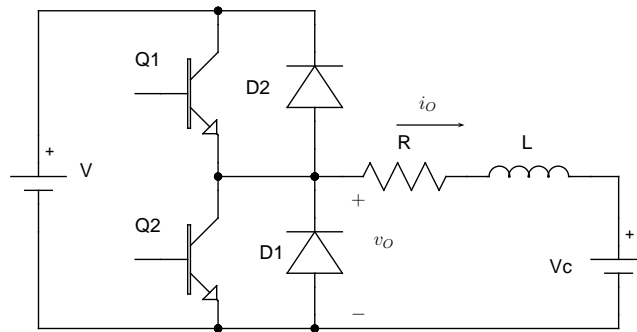


Figura 8.5: Configuração típica de um *chopper* de dois quadrantes.

Como no *chopper* de um quadrante, a chave $Q1$ é ativada no intervalo de 0 a t_{ON} , mas no intervalo de t_{ON} a T , a chave $Q2$ é ativada, como mostra a Tabela.

Tabela 8.1: Esquema de comutação das chaves controladas ($Q1$ e $Q2$) do *chopper* de dois quadrantes.

	Intervalo	
	0 a t_{ON}	t_{ON} a T
$Q1$	ON	OFF
$Q2$	OFF	ON

Dessa maneira, o *chopper* sempre opera no modo de condução contínua, nunca no modo de condução descontínua.

Assim, a corrente na carga é descrita como no *chopper* de um quadrante no modo de condução contínua (8.8), bem como suas correntes máxima (8.9), mínima (8.10) e tensão média (8.11).

8.3 O *chopper* de Quatro Quadrantes

A configuração típica de um *chopper* de quatro quadrantes pode ser vista na Figura 8.6. Como nos demais, a fonte de tensão do circuito é composta pelo elemento V e os elementos R , L e V_C compõem a carga do circuito. A tensão na carga é indicada por v_O e a corrente por i_O . A restrição para os valores de V e V_C , para que o circuito opere como um *chopper* é:

$$V > |V_C| \quad (8.14)$$

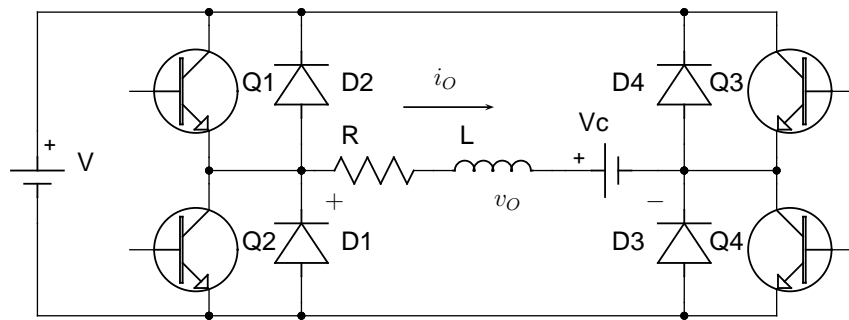


Figura 8.6: Configuração típica para um *chopper* de quatro quadrantes.

Esse tipo de *chopper* possui quatro chaves controladas (representadas por transistores bipolares na Figura 8.6), cada uma em anti-paralelo com um diodo (chave auto-comutada). Essa configuração possui várias possibilidades de operação (esquemas de comutação das chaves). Os esquemas de comutação mais usuais das chaves estão apresentadas nas Tabelas 8.2 e 8.3. Os demais possíveis esquemas de comutação, ainda que não incluindo todos, estão mostrados, a título de curiosidade, nas Tabelas 8.4, 8.5, 8.6 e 8.7. Para as tabelas: OFF – chave sempre desligada; ON – chave sempre ligada; δ – chave ligada de 0 a t_{ON} ; $\bar{\delta}$ – chave ligada de t_{ON} a T ; C.C. – condução contínua; C.D. – condução descontínua;

Tabela 8.2: Esquemas mais usuais de comutação do *chopper* de quatro quadrantes, com uma chave sempre ligada.

Esquema	Q1	Q2	Q3	Q4	Quadrantes	Modo	Condição
1	δ	$\bar{\delta}$	OFF	ON	I, II	C.C.	$V_C \geq 0$
2	$\bar{\delta}$	δ	ON	OFF	III, IV	C.C.	$V_C \leq 0$
3	OFF	ON	δ	$\bar{\delta}$	III, IV	C.C.	$V_C \leq 0$
4	ON	OFF	$\bar{\delta}$	δ	I, II	C.C.	$V_C \geq 0$

8.4 Problemas

1. No *chopper* de um quadrante da Figura 8.1, $V = 600V$, $V_C = 200V$, $L = 4mH$ e $R = 1,5\Omega$. O período de chaveamento do transistor é $T = 4000\mu s$ e o tempo que o mesmo fica ligado

Tabela 8.3: Esquemas comutação do *chopper* de quatro quadrantes com modulação nas quatro chaves.

Esquema	Q1	Q2	Q3	Q4	Quadrantes	Modo	Condição
5	δ	$\bar{\delta}$	δ	$\bar{\delta}$	I, II, III, IV	C.C.	$\forall V_C$

Tabela 8.4: Outros esquemas de comutação do *chopper* de quatro quadrantes, com uma chave sempre ligada.

Esquema	Q1	Q2	Q3	Q4	Quadrantes	Modo	Condição
6	δ	OFF	OFF	ON	I	C.C. ou C.D.	$V_C \geq 0$
7	OFF	$\bar{\delta}$	OFF	ON	II	C.C.	$\forall V_C$
8	OFF	δ	ON	OFF	III	C.C. ou C.D.	$V_C \leq 0$
9	$\bar{\delta}$	OFF	ON	OFF	IV	C.C.	$V_C \leq 0$
10	OFF	ON	δ	OFF	III	C.C. ou C.D.	$V_C \leq 0$
11	OFF	ON	OFF	$\bar{\delta}$	IV	C.C. ou C.D.	$V_C \leq 0$
12	ON	OFF	OFF	δ	I	C.C. ou C.D.	$V_C \geq 0$
13	ON	OFF	$\bar{\delta}$	OFF	II	C.C. ou C.D.	$V_C \geq 0$

é $2500\mu s$. Determine:

- As tensão e corrente média de saída;
 - Os valores máximo e mínimo da corrente de saída;
 - Os valores rms do primeiro harmônico da tensão e corrente de saída.
- Repita o Problema 1 para $L = 1mH$.
 - No chopper de um quadrante da Figura 8.1, $V = 600V$, $V_C = 350V$, $R = 0,1\Omega$, $T = 1800\mu s$, e L é grande o suficiente para que a corrente de saída possa ser considerada constante e livre de ondulações. Se a corrente de saída média é $100A$:
 - Calcule o valor de t_{ON} .
 - Desenhe, em escala, as formas de onda de v_O , i_O , i_{D1} e i_{Q1} .
 - Repita o Problema 1 para o chopper de dois quadrantes da Figura 8.5.
 - Repita o Problema 2 para o chopper de dois quadrantes da Figura 8.5.
 - No chopper da Figura 8.6, desenhe todas as possibilidades para os sinais das bases dos quatro transistores para que se obtenha as seguintes tensões médias na carga:
 - $0,5V$
 - $0,25V$
 - $-0,5V$
 - $-0,25V$

Tabela 8.5: Esquemas de comutação do *chopper* de quatro quadrantes, com modulação em apenas uma chave sem nenhuma outra permanentemente ligada.

Esquema	Q1	Q2	Q3	Q4	Quadrantes	Modo	Condição
14	δ	OFF	OFF	OFF	IV	C.C. ou C.D.	$V_C \leq 0$
15	OFF	δ	OFF	OFF	II	C.C. ou C.D.	$V_C \geq 0$
16	OFF	OFF	δ	OFF	II	C.C. ou C.D.	$V_C \geq 0$
17	OFF	OFF	OFF	δ	IV	C.C. ou C.D.	$V_C \leq 0$

Tabela 8.6: Esquemas de comutação do *chopper* de quatro quadrantes, com modulação complementar ($\delta + \bar{\delta}$) em duas chaves sem nenhuma outra permanentemente ligada.

Esquema	Q1	Q2	Q3	Q4	Quadrantes	Modo	Condição
18	δ	$\bar{\delta}$	OFF	OFF	II	C.C. ou C.D.	$V_C \leq 0$
19	δ	$\bar{\delta}$	OFF	OFF	IV	C.C. ou C.D.	$V_C \geq 0$
20	OFF	OFF	δ	$\bar{\delta}$	II	C.C. ou C.D.	$V_C \geq 0$
21	OFF	OFF	δ	$\bar{\delta}$	IV	C.C. ou C.D.	$V_C \leq 0$

7. Um *chopper* de um quadrante (Figura 8.1) trabalha com uma frequência de PWM de 10kHz e é utilizado para controlar o fluxo de energia da fonte V para a fonte V_C . Se $V = 400V$, $V_C = 100V$, $R = 10\Omega$ e $L = 100mH$, calcule:
 - a) (1,0) o ciclo de trabalho para se transferir 200W;
 - b) (1,0) o rendimento da conversão do item anterior.
8. O *chopper* da Figura 8.1 possui os seguintes parâmetros: $V = 10V$, $V_C = 5V$, $R = 2\Omega$, $T = 100\mu s$, $t_{ON} = 50\mu s$, $L = 100\mu H$.
 - a) (1,0) Qual a corrente máxima nesse ponto de operação?
 - b) (1,0) Qual a corrente mínima?
 - c) (1,0) E a corrente média?
9. O *chopper* da Figura 8.1 possui os seguintes parâmetros: $V = 100V$, $V_C = 50V$, $R = 5\Omega$, $T = 100\mu s$, $t_{ON} = 50\mu s$, $L = 100\mu H$.
 - a) (1,0) Calcule a corrente média.
 - b) (1,0) Esboce as formas de onda de tensão de saída v_O e corrente de saída i_O , colocando os principais pontos do gráfico (máximos e mínimos).
10. O *chopper* da Figura 8.1 possui os seguintes parâmetros: $V = 100V$, $V_C = 50V$, $R = 20\Omega$, $T = 100\mu s$, $t_{ON} = 50\mu s$, $L = 1mH$.
 - a) (2,0) Mostre um gráfico da corrente e da tensão na carga, nos dois primeiros ciclos após o *chopper* ser energizado, isto é, quando $i_O(0) = 0$, indicando todos os pontos importantes³.

³pontos de máximo e mínimos da corrente e da tensão, em cada ciclo.

Tabela 8.7: Esquemas de comutação do *chopper* de quatro quadrantes, com modulação em duas chaves (δ) sem nenhuma outra permanentemente ligada.

Esquema	Q1	Q2	Q3	Q4	Quadrantes	Modo	Condição
22	δ	OFF	OFF	δ	I, IV	C.C. ou C.D.	$\forall V_C$
23	OFF	δ	δ	OFF	II, III	C.C. ou C.D.	$\forall V_C$

- b) (1,0) Mostre um gráfico da corrente e da tensão na carga, quando o *chopper* estiver em regime, indicando todos os pontos importantes.
11. (2,0) Determine um modo de operação para o *chopper* de quatro quadrantes da Figura 8.6 para que a potência média entregue a V_C seja igual 200W. Determine os tempos de operação de Q1, Q2, Q3 e Q4. Considere: $V = 200V$, $V_C = -100V$, $L = 10mH$, $R = 10\Omega$. A frequência de operação é de 10kHz.
12. No *chopper* de um quadrante da figura 8.1, $V = 400V$, $V_C = 200V$, $L = 1mH$ e $R = 1,5\Omega$. O período de comutação do transistor é $T = 1ms$ e o tempo que o mesmo fica ligado é $t_{ON} = 250\mu s$. Determine:
- (1,0) A corrente média de saída I_O ;
 - (1,0) Os valores máximo e mínimo da corrente de saída;
 - (1,0) Esboce a forma de onda de tensão e de corrente na carga, mostrando os valores mais importantes.
13. Para o *chopper* de dois quadrantes da figura 8.5, considere os mesmos dados da questão 12, incluindo o período de comutação dos transistores e o tempo em que Q1 fica ligado (Q2 fica ligado de t_{ON} a T). Determine:
- (1,0) As correntes máximas e mínimas do circuito;
 - (1,0) O quadrante em que o *chopper* está operando.
14. No *chopper* de 4 quadrantes da figura 8.6, o período do ciclo de comutação dos transistores é $T = 800\mu s$. Os transistores Q1 e Q4 são ligados do início do ciclo até $200\mu s$ e, desse tempo até o final do ciclo, os transistores Q2 e Q3 são ligados. Considere $V = 500V$, $V_C = -250V$, $R = 10\Omega$, $L = 5mH$. Determine:
- (1,0) As correntes máximas e mínimas na carga;
 - (1,0) O quadrante em que o *chopper* está operando.
15. Para o *chopper* de dois quadrantes da figura 8.5, considere o ciclo de trabalho igual a 0,5. Esboce os gráficos dos sinais nas bases dos transistores, da tensão aplicada à carga e da corrente de carga. Considere uma carga com $R = 0$, $L > 0$ e $V_C = V/2$. Mostre também o gráfico das correntes nos transistores e nos diodos.
16. No *chopper* de 4 quadrantes da figura 8.6, o período do ciclo de comutação dos transistores é $T = 1200\mu s$. Os transistores Q1 e Q4 são ligados do início do ciclo até $1000\mu s$ e, desse tempo até o final do ciclo, os transistores Q2 e Q3 são ligados. Considere $V = 500V$, $V_C = 250V$, $R = 10\Omega$, $L = 5mH$. Determine:
- (1,0) As correntes máximas e mínimas na carga;

- (b) (1,0) O quadrante em que o *chopper* está operando;
- (c) (2,0) Mostre as formas de onda de corrente e tensão na carga (apresente os principais valores no gráfico).
17. Um *chopper* de um quadrante deve alimentar uma carga *RLV* com os seguintes parâmetros: $R = 10\Omega$, $V_C = 10V$ e $L = 100mH$. A tensão de entrada é de 25V.
- a) Determine o valor de t_{ON} para que o *chopper* opere no limiar dos modos de condução contínuo e descontínuo, considerando um período de $100\mu s$.
- b) Calcule o fator de potência na fonte V desse *chopper* para um fator de trabalho de 0,25 (δ) e um ciclo de MLP de $200\mu s$.
18. Um *chopper* de dois quadrantes alimenta uma carga com as mesmas características da carga usada no exercício 17.
- a) Calcule o fator de trabalho (δ) para que a potência em V_C seja de 5W.
- b) Qual o fator de ondulação da corrente para um fator de trabalho de 0,45 e um período de $150\mu s$?
19. Um conversor DC/DC empregando a topologia *buck* é empregado para gerar uma tensão regulada em 5V e com um fator de 5%. Além disso, esse conversor deve trabalhar com uma tensão de 10V na entrada e fornecer 1A contínuo à carga. Considere que as chaves empregadas sejam ideais, que a frequência de trabalho seja 50kHz, calcule:
- a) O indutor empregado, supondo que apresente uma resistência de 1Ω , e que a máxima corrente na chave deva ser de 1,25A.
- b) O capacitor de saída para o fator de ondulação dado, contanto que a tensão não exceda 20% em transitório da carga.
20. No *chopper* de um quadrante da figura 8.1, $V=600V$, $V_c=200V$, $L=1,2mH$ e $R=2,5\Omega$. O período de chaveamento do transistor é de $5000\mu s$ e o tempo que o mesmo fica ligado é de $2500\mu s$. Determine:
- a) As tensão e corrente média de saída V_o e I_o ;
- b) Os valores máximo e mínimo da corrente de saída;
- c) Os valores RMS do primeiro harmônico da tensão e corrente de saída.
21. Repita o problema 20 para $V_c=150V$ e $L=2,2mH$.

Apêndice A

Definições Matemáticas

Esse apêndice apresenta de forma resumida as definições matemáticas mais utilizadas durante o decorrer desta obra. A bibliografia a respeito das definições aqui tratadas é bastante ampla, assim o leitor interessado possui muitas opções de leitura para o seu aprofundamento.

A.1 Função periódica

A definição de uma função periódica é dada a seguir:

$$f(t) = f(t + T) \quad (\text{A.1})$$

Dadas as seguintes condições: $t \in \mathfrak{R}$, $-\infty < t < \infty$ e $T \in \mathfrak{R}^*$

A.2 Valores médio e eficaz de uma onda periódica

O valor médio de uma função f periódica é:

$$F = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (\text{A.2})$$

O valor eficaz (ou RMS – *root mean square*) é dado por:

$$F_R = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt} \quad (\text{A.3})$$

A.3 Série de Fourier trigonométrica

Uma função periódica qualquer, pode ser escrita como a somatória de uma série de senos e cossenos, e seu valor médio:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \quad (\text{A.4})$$

Onde:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{A.5})$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega t dt \quad (\text{A.6})$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\omega t dt \quad (\text{A.7})$$

$$n \in \mathbb{N}_+ \quad (\text{A.8})$$

Na série escrita em (A.4), o termo $a_0/2$ corresponde ao valor médio da função periódica $f(t)$ dado por (A.2).

A série escrita em (A.4) pode ser escrita exclusivamente como uma série de senos ou uma série de cossenos.

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega t + \theta_n) \quad (\text{A.9})$$

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(n\omega t + \phi_n) \quad (\text{A.10})$$

Onde:

$$c_0 = \frac{a_0}{2} \quad (\text{A.11})$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} ; \quad n \neq 0 \quad (\text{A.12})$$

$$\theta_n = \tan^{-1} \frac{b_n}{a_n} \quad (\text{A.13})$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{a_n}{b_n} \quad (\text{A.14})$$

O valor médio da função periódica é dado por:

$$F = c_0 = \frac{a_0}{2} \quad (\text{A.15})$$

O valor RMS é dado por:

$$F_R = \sqrt{c_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{c_n}{\sqrt{2}} \right)^2} \quad (\text{A.16})$$

A.4 Fatores de qualidade da onda periódica

O fator de ondulação de uma onda dada por uma função $f(t)$ é dado por:

$$r_f = \frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{c_n}{\sqrt{2}} \right)^2}}{c_0} = \frac{\sqrt{F_R^2 - F^2}}{F} \quad (\text{A.17})$$

O Fator de Distorção Harmônica, para um tensão periódica com **valor médio nulo**, é dado por:

$$\text{FDH} = \frac{F_{1R}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} F_{nR}^2}} \quad (\text{A.18})$$

Onde F_{nR} é o valor RMS do harmônico de ordem n .

A distorção harmônica total (THD), para um tensão periódica com **valor médio nulo**, é dada por:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} F_{nR}^2}}{F_{1R}} = \frac{\sqrt{V_R^2 - V_{1R}^2}}{V_{1R}} \quad (\text{A.19})$$

Apêndice B

Séries de Fourier

Esse Capítulo apresenta os coeficientes da série de Fourier para algumas formas ondas mais usuais, lembrando que todas as formas de onda apresentadas são periódicas (A.1).

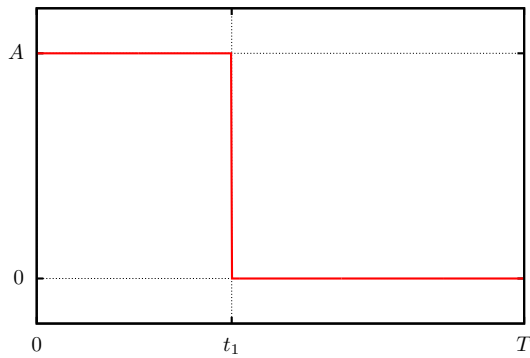
B.1 Definições

Para os valores dos coeficientes da série de Fourier apresentados aqui, faz-se necessário algumas definições:

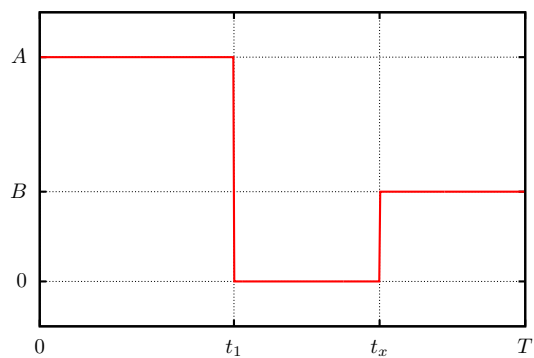
$$x(t) = X_0 + \sum_{n=2}^{\infty} a_n \sin n\omega t + \sum_{n=2}^{\infty} b_n \sin n\omega t \quad (\text{B.1})$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad ; \quad \theta_n = \arctan \frac{b_n}{a_n} \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (\text{B.2})$$

B.2 Formas de Onda



$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{t_1}{T} A \\ a_n &= \frac{A}{n\pi} (1 - \cos n\omega t_1) \\ b_n &= \frac{A}{n\pi} \sin n\omega t_1 \\ c_n &= \frac{\sqrt{2}A}{n\pi} \sqrt{1 - \cos n\omega t_1} \end{aligned}$$



$$X_0 = \frac{t_1}{T} A + \left(1 - \frac{t_x}{T}\right) B$$

$$a_n = \frac{A}{n\pi} (1 - \cos n\omega t_1) - \frac{B}{n\pi} (1 - \cos n\omega t_x)$$

$$b_n = \frac{A}{n\pi} \sin n\omega t_1 - \frac{B}{n\pi} (1 - \sin n\omega t_x)$$

Apêndice C

Potência em Circuitos com Formas de Onda Periódicas

Dada a função potência instantânea ($p(t)$), o valor médio da potência (P) é dado por (C.1), aplicando-se da definição do valor médio de uma função (A.2).

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t)i(t) dt \quad (C.1)$$

Desenvolvendo-se a expressão acima, utilizando a série de Fourier da tensão e da corrente, chega-se a

$$P = V_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_{nR} I_{nR} \cos \Phi_n \quad (C.2)$$

$$\Phi_n = \phi_{vn} - \phi_{in} \quad (C.3)$$

Seguindo, a potência aparente é dada por:

$$S = V_R I_R = \sqrt{V_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} V_{nR}^2} \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nR}^2} \quad (C.4)$$

C.1 Considerações para uma fonte de tensão senoidal

A potência média, para o caso de um circuito alimentado por uma fonte puramente senoidal de tensão, é dada por:

$$P = V_R I_{1R} \cos \Phi_1 \quad (C.5)$$

Isso significa que somente o primeiro harmônico da corrente é que interage com a fonte para a produção de potência real.

A potência aparente, passa ser dada por:

$$S = V_R \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nR}^2} \quad (C.6)$$

Uma situação especial para o fator de potência, quando a fonte de tensão é senoidal:

$$fp = \delta \cos \phi_1 \quad (\text{C.7})$$

Onde:

$$\delta = \frac{I_{1R}}{\sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nR}^2}} \quad (\text{C.8})$$

Se o circuito alimentado pela fonte de tensão senoidal é um circuito puramente linear, então $\delta = 1$. Caso contrário, se o circuito alimentado pela tensão senoidal possui elementos não lineares, que provocam o aparecimento de componentes harmônicos na corrente, então $\delta < 1$.

No caso da corrente apresentar **valor médio nulo**, o fator de potência pode ser escrito por:

$$fp = \text{FDH} \cos \Phi_1 \quad (\text{C.9})$$

Onde FDH é dado por (A.18).

Pode-se escrever a potência aparente total como a soma vetorial da potência aparente do primeiro harmônico (S_1) e da potência aparente dos demais harmônicos (D), lembrando-se que, os demais harmônicos são introduzidos pelos elementos não-lineares do circuito.

$$S^2 = V_R I_{1R} + V_R \sum_{n=1}^{\infty} I_{nR}^2 = S_1^2 + D^2 \quad (\text{C.10})$$

Por sua vez, a potência aparente do primeiro harmônico é a soma vetorial da potência ativa e da potência reativa:

$$S_1^2 = P^2 + Q^2 \quad (\text{C.11})$$

Portanto a potência aparente total é dada pela soma vetorial da potência ativa, da potência reativa de primeiro harmônico e da potência aparente dos demais harmônicos, que pode ser chamada de potência de distorção harmônica, uma vez que ela se deve ao efeito dos circuitos não lineares na corrente.

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad (\text{C.12})$$

Pode-se visualizar a soma vetorial acima na Figura C.1.

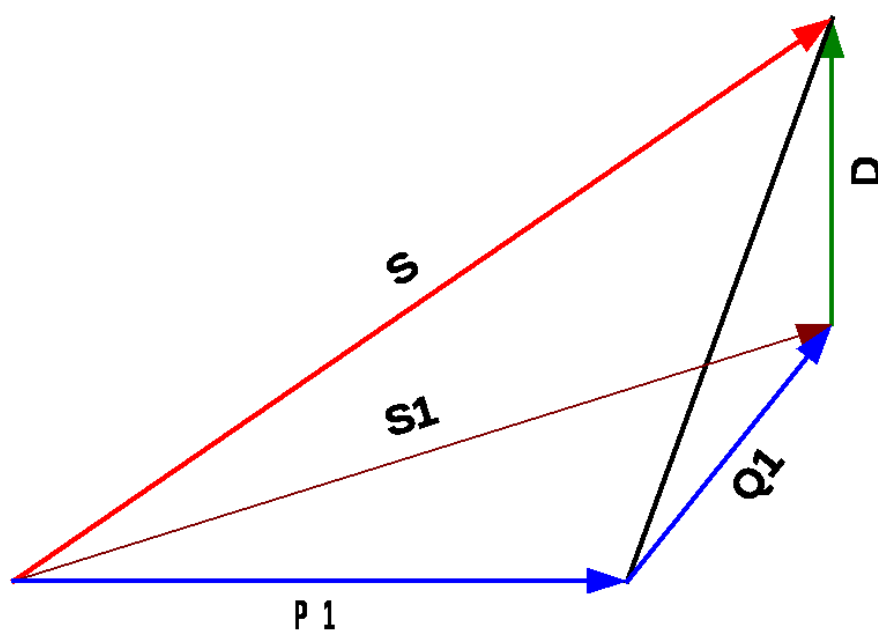


Figura C.1: O tetraedro de potências permite a representação espacial da soma vetorial das potências que resulta na potência aparente total de um circuito não linear.

Índice Remissivo

- ângulo
 - de condução, 6
 - de corte, 5
 - de disparo, 5
- chopper, 29
- chopper
 - de dois quadrantes, 33
 - de primeiro quadrante, 29
 - de quatro quadrantes, 34
 - de um quadrante, 29
- csi, 11
- inversor monofásico
 - carga R , 15
 - carga RC série, 16
 - carga RL série , 15
 - carga RLC série , 17
- inversores
 - classificação , 11
- MLP, 29
- modo de condução
 - condução contínua, 31
 - condução descontínua, 30
 - limiar, 32
- modo seis pulsos
 - 120 graus, 20
 - 180 graus, 20
 - duas chaves, 20
 - três chaves, 20
- modulação em largura de pulso, 29
- pulse width modulation, 29
- PWM, 29
- recortador, 29
- retificador monofásico de um caminho
 - controlado, 5
 - não controlado, 5
- snubber, 3
- vsi, 11, 13