

# SEL 329 – CONVERSÃO ELETROMECAÂNICA DE ENERGIA

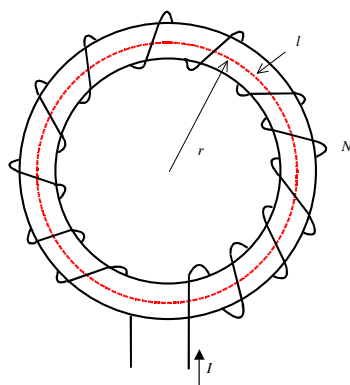
## Aula 02

### Circuitos Magnéticos

### Revisão II

#### Revisão Aula Passada

- Aplicação da Lei Circuital de Ampère – Exemplo 1

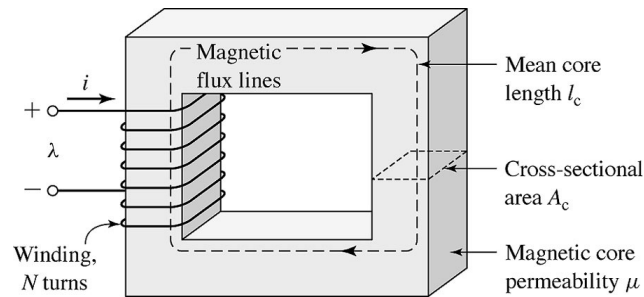


núcleo toroidal de material ferromagnético

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI \quad H = \frac{NI}{l_n} = \frac{NI}{2\pi r} \quad [\text{A.esp/m}] \quad \longrightarrow \quad B = \mu H \quad [\text{Wb/m}^2]$$

### Revisão Aula Passada

- Aplicação da Lei Circuital de Ampère – Exemplo 2



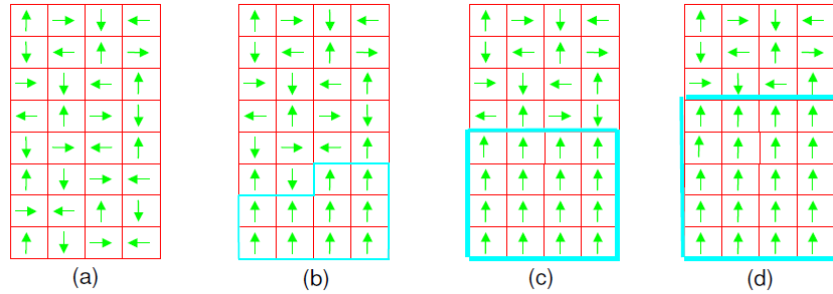
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = Ni \longrightarrow H = \frac{Ni}{l_c} \quad [\text{A.esp/m}]$$

$$B = \mu H \quad [\text{Wb/m}^2]$$

### Tópicos da Aula de Hoje

- Curva de magnetização
- Curva de permeabilidade
- Laço de histerese
- Susceptibilidade e permeabilidade magnética
- Força magnetomotriz
- Relutância
- Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos
- Circuitos magnéticos com entreferro
- Espraçamento

### Impacto de um campo magnético nos domínios magnéticos

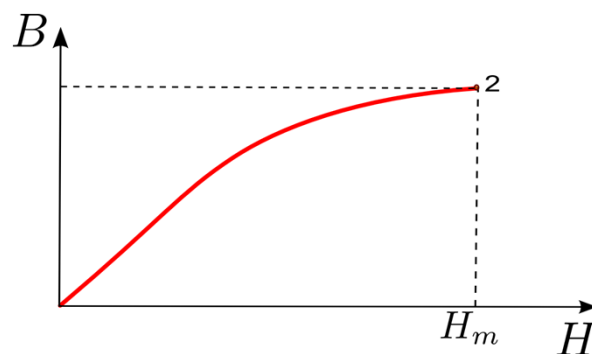


- (a)  $H = 0$   
 (b)  $H = \text{fraco}$   
 (c)  $H = \text{moderado}$   
 (d)  $H = \text{elevado}$

### Curva de Magnetização

$$B = \mu H$$

- Ao aumentar-se a corrente, a intensidade de campo  $H$  aumenta.
- E a densidade de fluxo magnético  $B$ ?



### Curva de Magnetização

**Ponto 2:** a magnetização aproxima-se de seu valor de saturação (todos os dipolos atômicos estão alinhados). De fato, a densidade de campo magnético pode ser decomposta em dois componentes como segue:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}$$

$\mu_0 \mathbf{H} \rightarrow$  influência externa.

$\mu_0 \mathbf{M} \rightarrow$  influência interna.

$\mathbf{M} \rightarrow$  definido como vetor de magnetização

Para  $H > H_m$ ,  $B$  aumenta somente devido a contribuição de  $\mu_0 H$  (como se fosse um núcleo de ar), portanto o aumento é bastante reduzido (ocorre a saturação).

### Curva de Magnetização

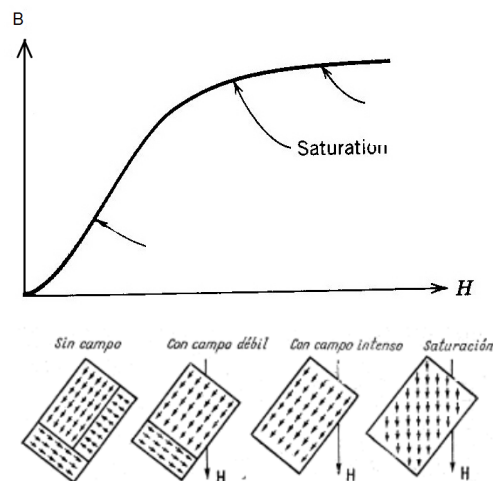


Fig. 2.3 - Esquema de orientação dos spins nos domínios.

**A curva de magnetização satura pois todos os domínios magnéticos já estão alinhados**

### Curva de Magnetização

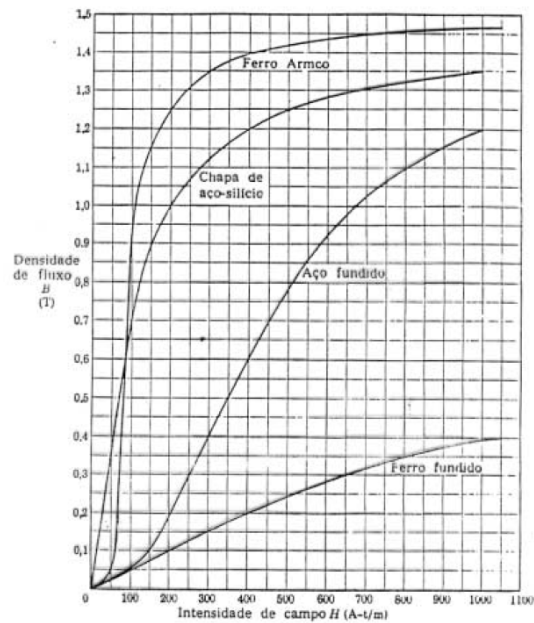
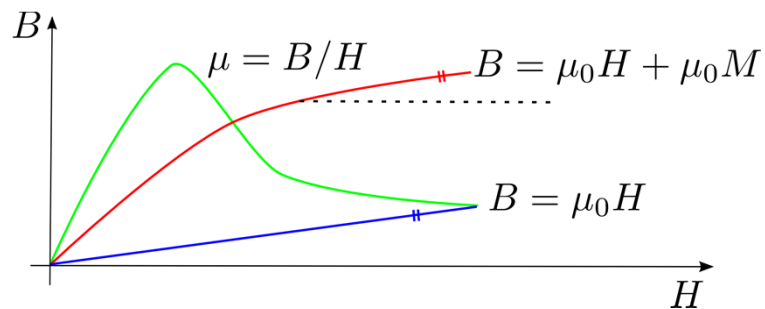


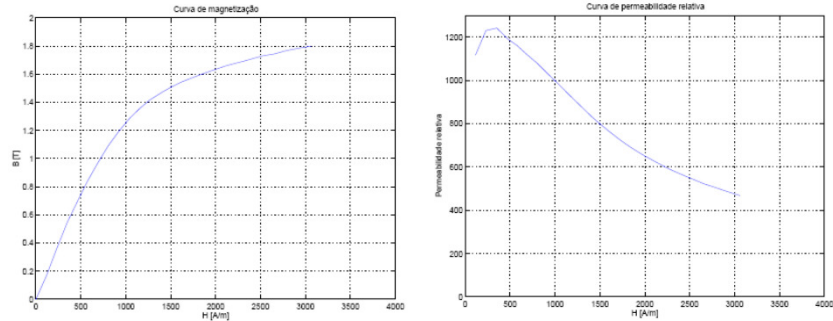
Figura 19 – Curvas típicas de magnetização

### Curva de Magnetização e Curva de Permeabilidade



- Inicialmente, a contribuição do núcleo ( $\mu_0 M$ ) para o campo ( $B$ ) é bem maior que a contribuição  $\mu_0 H$ .
- A partir de certo valor de  $H$ , a curva de magnetização tende a ficar quase horizontal, mostrando que os momentos magnéticos já estão todos orientados e a partir deste ponto, a contribuição  $\mu_0 M$  fica constante.
- A permeabilidade do material é a razão  $B/H$ , a qual diminui bastante após a saturação.
- A permeabilidade é diferente para cada ponto da curva de magnetização e mostra um comportamento não linear.

### Curva de Magnetização e Curva de Permeabilidade



Curvas de magnetização e de permeabilidade obtidas em laboratório

### Vetor de magnetização ou de polarização magnética

Como mencionado, a indução magnética total no centro do solenóide é a soma vetorial dos campos associados à corrente macroscópica ( $\mu_0 \mathbf{H}$ ) e à corrente microscópica em nível atômico ( $\mu_0 \mathbf{M}$ ):

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}$$

$\mu_0 \mathbf{M}$  é a contribuição adicional devido à magnetização do material

$\mathbf{M}$  é o vetor de magnetização ou vetor de polarização magnética (momento magnético/unidade de volume)

### Susceptibilidade magnética

Na maioria das substâncias o vetor de magnetização  $\mathbf{M}$  é proporcional ao campo magnético externo  $\mathbf{H}$ . Em materiais ferromagnéticos, experimentalmente provou-se que a relação entre  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{H}$  é não linear. De forma geral:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

$\chi_m \rightarrow$  fator de proporcionalidade denominado **susceptibilidade magnética**

**Obs:** para materiais ferromagnéticos pode-se considerar que  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{H}$  têm a mesma direção, portanto:

$$\chi_m = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{H}} = \frac{M}{H}$$

$\chi_m \rightarrow$  é um escalar e como  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{H}$  têm as mesmas dimensões,  $\chi_m$  é adimensional.

- Quanto maior for  $\chi_m$  maior será a magnetização do material sob a ação de um campo externo

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(\mathbf{H} + \chi_m \mathbf{H}) = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H}$$

### Permeabilidade magnética

Ou ainda:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

Sendo  $\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$  a permeabilidade magnética.

Assim, define-se:

$$\mu_r = 1 + \chi_m = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$\mu_r$  é a permeabilidade relativa do material

Para o vácuo  $\mu = \mu_0$

	$\chi_m$	$\mu_r$
Alumínio	$2,30 \times 10^{-5}$	1,00002
Bismuto	$-1,66 \times 10^{-5}$	0,99983
Cobre	$-0,988 \times 10^{-5}$	0,999991

Para esses materiais  $\mu_r = 1$

### Permeabilidade magnética

Nos materiais ferromagnéticos,  $\mu$  é diversas milhares de vezes maior do que  $\mu_0$

	$\mu_r$
Ferro	5000
Ferro-silício	7000
Permalloy (70-90% Ni)	10000

### Classificação de Materiais Magnéticos

**Materiais diamagnéticos:** permeabilidade relativa  $< 1$  (Exemplos: cobre, água, mercúrio, ouro, prata)

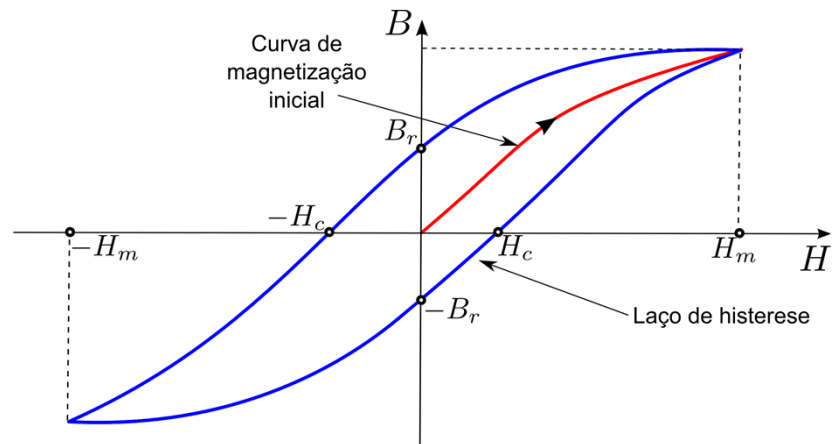


**Materiais paramagnéticos:** permeabilidade relativa  $\approx 1$  (Exemplos: alumínio, manganês, estanho, cromo, platina, paládio, oxigênio líquido)

**Materiais ferromagnéticos:** permeabilidade relativa  $\gg 1$  (Exemplos: ferro, aços especiais, cobalto, níquel, ligas como Alnico)

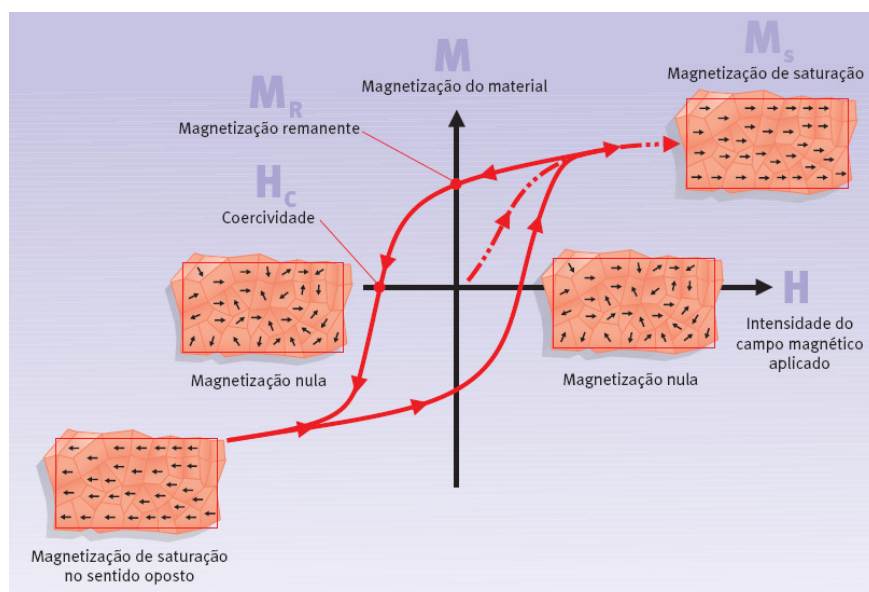


## Ciclo ou Laço de Histerese



- $B_r$ : campo remanente ( $B$  para  $H=0$ )
- $H_c$ : força coercitiva ( $H$  necessário para desmagnetizar o material)
- $H_m$ : é o valor máximo de  $H$  analisado

## Ciclo ou Laço de Histerese

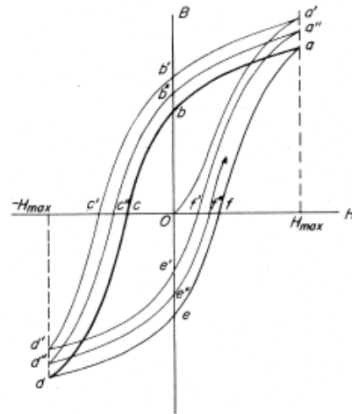


Obs: Substituir M por B segundo a notação utilizada no curso

### Ciclo ou Laço de Histerese

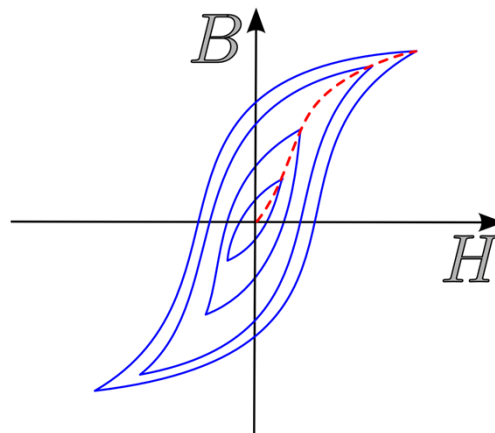
Obs:

- Se o processo é repetido mais uma vez, os vértices e os pontos de cruzamento com os eixos  $x$  e  $y$  são ligeiramente diferentes nos primeiros ciclos de repetição.
- Após alguns ciclos tais pontos convergem para um valor fixo



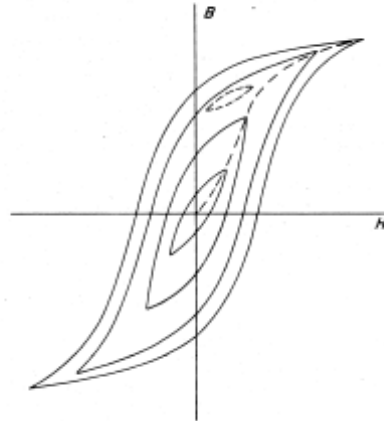
### Ciclo ou Laço de Histerese

- Para vários ciclos de histerese, obtidos aumentando-se gradualmente  $H_m$  tem-se a curva de magnetização (também conhecida como **curva de magnetização cc** ou **curva normal de magnetização**). Ou seja, a curva de magnetização é um conjunto de vértices de vários ciclos de histerese.

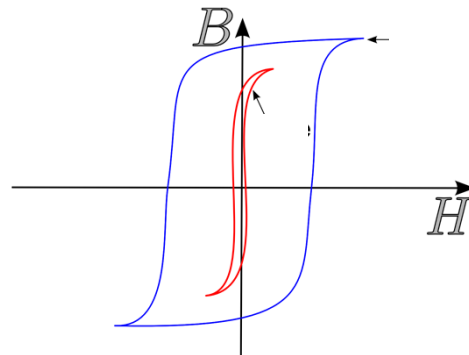


### Ciclo ou Laço de Histerese

- É possível obter “pequenos ciclos de histerese” não simétricos em relação ao eixo ao se variar a intensidade de campo (corrente) dentro de uma determinada faixa.



### Materiais Magnéticos Duros e Moles

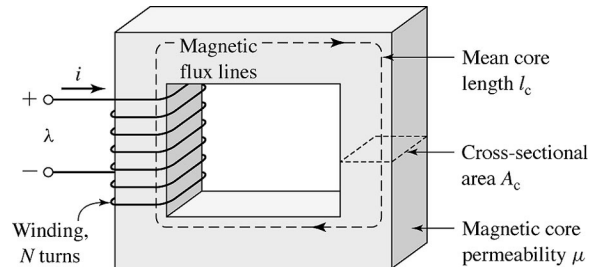


**Material magnético mole:** este termo é utilizado para definir materiais que são facilmente magnetizados e desmagnetizados na presença de baixos campos (alta permeabilidade). No laço de histerese, o campo remanente  $B_r$  e a força coercitiva  $H_c$  são pequenos. Exemplo: aço doce.

**Material magnético duro:** materiais mais resistentes à magnetização e desmagnetização (baixa permeabilidade). No laço de histerese, o campo remanente  $B_r$  e a força coercitiva  $H_c$  são elevados. Exemplo: ligas de níquel-ferro ou aço-carbono.

### Força Magnetomotriz

Seja um circuito magnético abaixo:



Aplicando-se a lei circuital de Ampère, obtemos a seguinte relação

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = Ni \longrightarrow H = \frac{Ni}{l_c} \quad [\text{A.esp/m}]$$

### Força Magnetomotriz

A quantidade responsável pela intensidade de campo magnético é  $NI$ , a qual é denominada **força magnetomotriz**

$$F = NI \quad (\text{A.esp})$$

Podemos também derivar as seguintes expressões para o circuito magnético

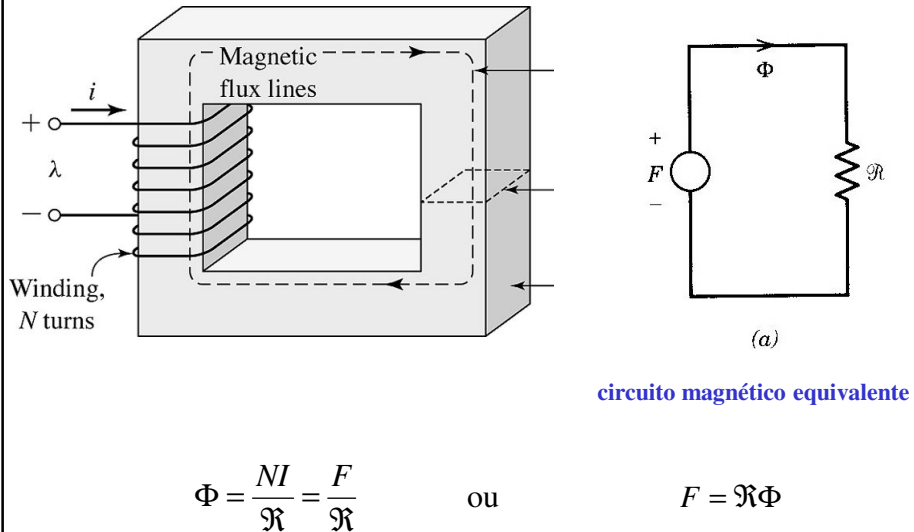
$$H = \frac{NI}{l_c} \longrightarrow \Phi = BA = \mu HA = \frac{\mu NI}{l} A = \frac{NI}{l / \mu A}$$

Lembrando que em circuitos elétricos  $R = l / \sigma A$ , podemos definir **relutância magnética** por:

$$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A} \quad (\text{A.esp/Wb})$$

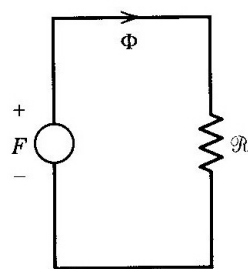
Portanto, temos:  $\Phi = \frac{NI}{\mathfrak{R}}$

### Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos



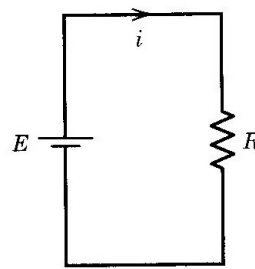
### Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos

	circuito elétrico	circuito magnético
causa	força eletromotriz ( $E$ )	força magnetomotriz ( $F$ )
efeito	corrente ( $i = E/R$ )	fluxo ( $\Phi = F/\mathfrak{R}$ )
limitador	Resistência ( $R = l/\sigma A$ )	Relutância ( $\mathfrak{R} = l/\mu A$ )



(a)

(a) circuito magnético



(b)

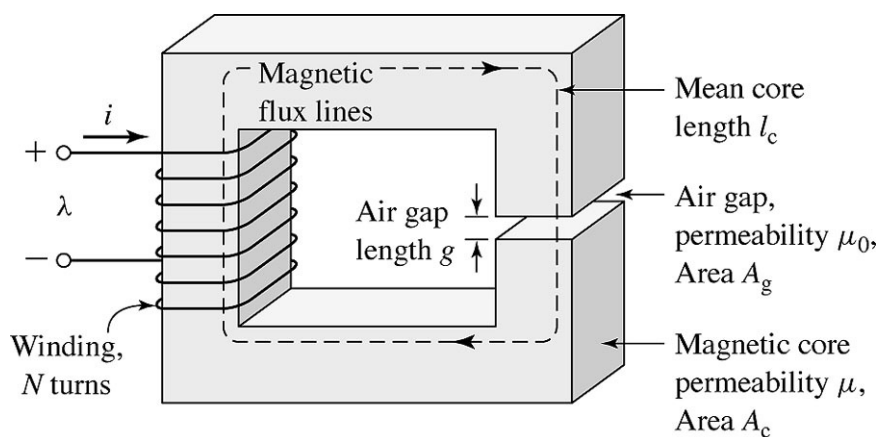
(b) circuito elétrico

### Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos

Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos

ELÉTRICO	MAGNÉTICO
Densidade de corrente: $\mathbf{J}(\text{A/m}^2)$	Densidade de fluxo magnético: $\mathbf{B}(\text{Wb/m}^2)$
Corrente: $\mathbf{I}(\text{A})$	Fluxo magnético: $\Phi(\text{Wb})$
Intensidade de campo elétrico: $\mathbf{E}(\text{V/m})$	Intensidade de campo magnético: $\mathbf{H}(\text{A/m})$
Tensão ou <i>fem</i> : $\mathbf{E}(\text{V})$	Força magnetomotriz ou <i>fmm</i> : $\mathcal{F}(\text{A.e})$
Condutividade: $\sigma(\text{A/Vm})$	Permeabilidade: $\mu(\text{Wb/Am})$
Resistência: $\mathbf{R}(\Omega)$	Relutância: $\mathcal{R}(\text{A.e/Wb})$
Resistividade: $\rho = \frac{1}{\sigma}$	Relutividade: $= \frac{1}{\mu}$
Condutância: $\mathbf{G}(\text{S})$	Permeância: $\mathbf{P}(\text{Wb/A.e})$
$E = R.I$	$\mathcal{F} = N.I = \mathcal{R}\Phi$
$R = \frac{l}{\sigma \cdot A}$	$\mathcal{R} = \frac{l_m}{\mu \cdot A}$

### Circuitos magnéticos com entreferro



### Circuitos magnéticos com entreferro

O fluxo magnético no núcleo magnético e o entreferro é o mesmo (despreza-se qualquer **dispersão**).

Considerando que as linhas de campo não se espalham (**espraíam**) no entreferro, a densidade de campo magnético  $B$  não varia visto que a área é a mesma:

$$B_n = B_{ar} = B = \Phi/A$$

A intensidade de campo magnético  $H$  é diferente nos dois materiais pois as permeabilidades são diferentes:  $H_n = B/\mu_n$  e  $H_{ar} = B/\mu_0$ .

Aplicando-se a lei de Ampère ao longo do circuito magnético total ( $l_n + g$ ), tem-se:

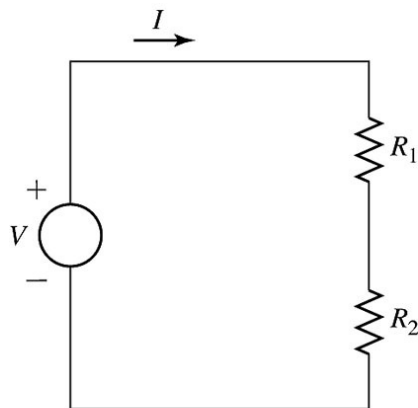
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_n l_n + H_{ar} g = Ni$$

$$\frac{B}{\mu_n} l_n + \frac{B}{\mu_0} g = Ni$$

$$\frac{\Phi}{\mu_n A} l_n + \frac{\Phi}{\mu_0 A} g = Ni$$

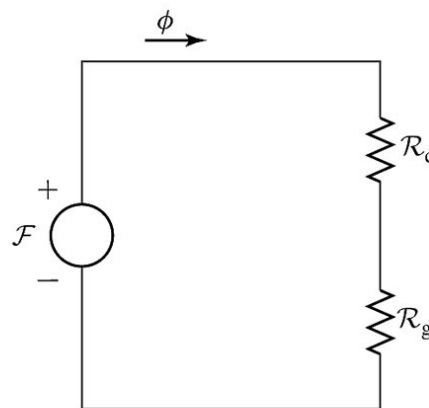
$$\Phi = \frac{Ni}{\frac{l_n}{\mu_n A} + \frac{g}{\mu_0 A}} = \frac{Ni}{\mathfrak{R}_n + \mathfrak{R}_g}$$

### Circuitos magnéticos com entreferro



$$I = \frac{V}{(R_1 + R_2)}$$

(a) circuito elétrico

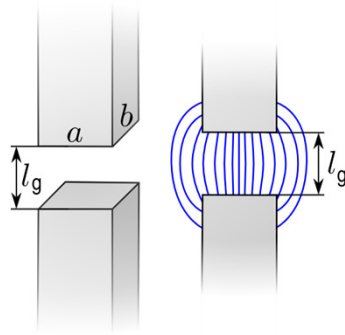


$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)}$$

(b) circuito magnético

### Circuitos magnéticos com entreferro: Espraimento (Espalhamento)

No entreferro, na realidade, a área que contém as linhas de campo é maior que a do núcleo devido ao fenômeno do **espraimento ou espalhamento**.



$$B_g = \frac{\Phi}{A_g} \neq B_c = \frac{\Phi}{A_c}$$

$$A_g > A_c$$

Esse efeito pode ser empiricamente considerado utilizando-se o seguinte fator de correção para a área do entreferro.

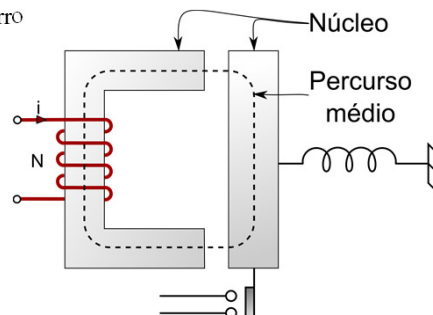
$$A_g = (a + l_g) (b + l_g)$$

### Exemplo E1.1: Livro P. C. Sen

Para o relé apresentado na figura abaixo, tem-se:  
 o número de espiras da bobina é 500;  
 o comprimento do caminho médio do núcleo é 360 mm;  
 o comprimento do entreferro é 1,5 mm;  
 a densidade de campo requerida para atuar o relé é 0,8 T;  
 o núcleo é feito de aço fundido.  
 A dimensão da área transversal do núcleo é 2 cm por 3 cm.

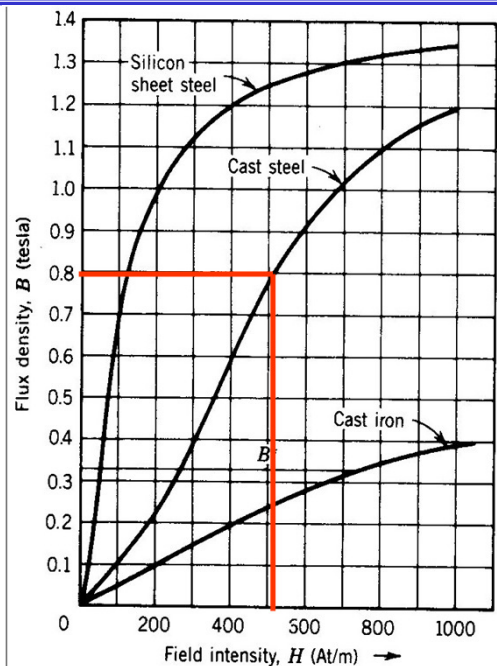
Determine:

- A corrente necessária para o relé atuar;
- Os valores de permeabilidade e de permeabilidade relativa do núcleo;
- A corrente necessária para produzir a mesma densidade de fluxo para o caso sem entreferro;
- O valor da relutância do núcleo e do entreferro





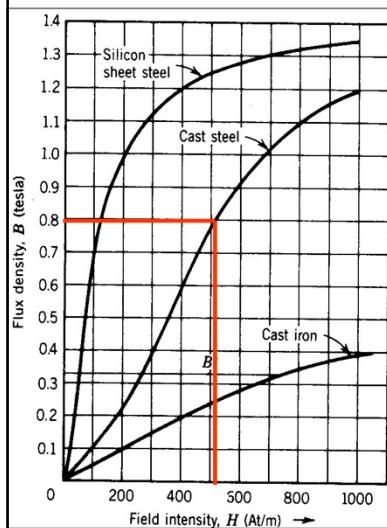
### Exemplo E1.1: Livro P. C. Sen



### Exemplo E1.1: Livro P. C. Sen

(a) Visto que o entreferro é pequeno, podemos desprezar o efeito de espraçamento, assim a densidade de campo é a mesma no núcleo ( $B_c$ ) e no entreferro ( $B_g$ ). Da curva B-H para o aço fundido, temos:

$$B_c = 0,8 \text{ T} \quad \rightarrow \quad H_c = 510 \text{ A.esp/m}$$



No núcleo:

$$F_c = H_c l_c = 510 \times 0,36 = 184 \text{ A.esp}$$

No entreferro:

$$F_g = H_g 2l_g = (B_g / \mu_0) 2l_g = (0,8 / 4\pi \cdot 10^{-7}) \times 2 \times 1,5 \cdot 10^{-3}$$

$$F_g = 1910 \text{ A.esp}$$

A força magnetomotriz total é:

$$F_T = F_c + F_g = 184 + 1910 = 2094 \text{ A.esp}$$

Portanto, a corrente necessária para atuar o relé é:

$$i = F_T / N = 2094 / 500 = 4,19 \text{ A}$$

**Exemplo E1.1: Livro P. C. Sen**

(b) Permeabilidade do núcleo:

$$\mu_c = B_c / H_c = 0,8 / 510 = 1,57 \times 10^{-3} \text{ Wb/Am}$$

Permeabilidade relativa:

$$\mu_r = \mu_c / \mu_0 = 1,57 \cdot 10^{-3} / 4\pi \cdot 10^{-7} = 1250$$

(c) Corrente requerida sem entreferro:

$$F = H_c l_c = 510 \times 0,36 = 184 \text{ A.esp}$$

$$I = F / N = 184 / 500 = 0,368 \text{ A}$$

Obs:

Para obter 0,8 T:    com entreferro:    4,19 A  
    sem entreferro:    0,368 A

(d) relutância:

$$\mathfrak{R}_c = l_c / \mu_c A_c = 0,36 / (1,57 \cdot 10^{-3} \times (0,02 \times 0,03)) = 0,38 \times 10^6 \text{ A.esp/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_g = l_g / \mu_0 A_g = 1,5 \cdot 10^{-3} / (4\pi \cdot 10^{-7} \times (0,02 \times 0,03)) = 1,99 \times 10^6 \text{ A.esp/Wb}$$

**Exemplo: Efeito do espraçamento**

Calcule a relutância do entreferro do exemplo anterior, considerando o efeito do espraçamento:

$$\mathfrak{R}_g = l_g / \mu_0 A_g = 1,5 \cdot 10^{-3} / (4\pi \cdot 10^{-7} \times (0,02+0,0015) \times (0,03+0,0015)) = 1,76 \times 10^6 \text{ A.esp/Wb}$$

Comparação:

Considerando o espraçamento:  $\mathfrak{R}_g = 1,76 \times 10^6 \text{ A.esp/Wb}$ Desprezando os espraçamento:  $\mathfrak{R}_g = 1,99 \times 10^6 \text{ A.esp/Wb}$

### **Próxima Aula**

- Dispersão de fluxo magnético
- Circuitos magnéticos com junções
- Lei de Faraday (lei de indução de Faraday)
- Lei de Lenz