

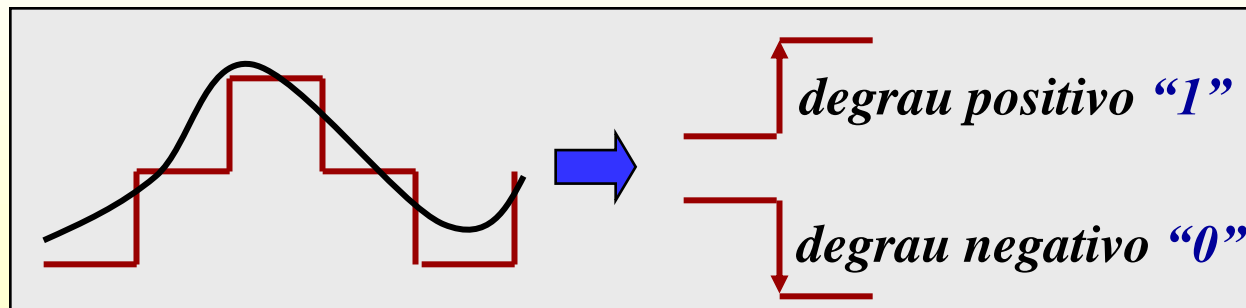
# Modulação Delta

**Tipos:** *Modulação Delta Linear - Delta Adaptativa - Sigma Delta*

📖 É o método mais simples de conversão AD que se conhece.

📖 Na sua forma básica, o sinal contínuo é aproximado por uma função em degraus.

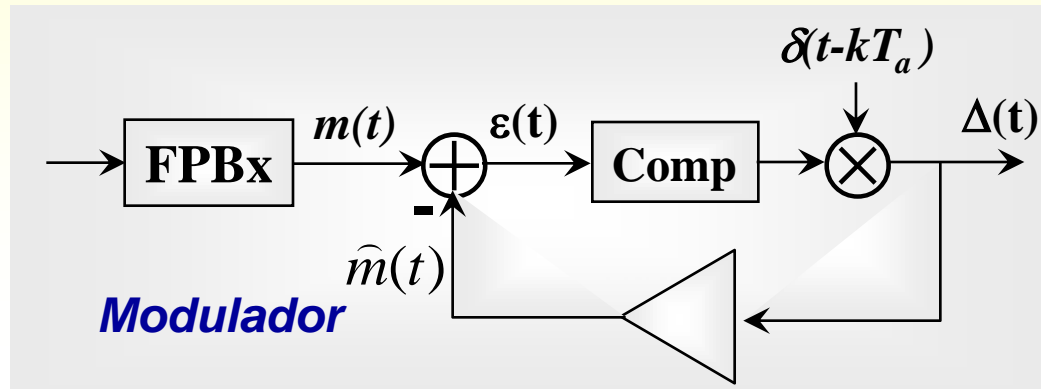
- ↙ Codifica-se um sinal diferença  $\varepsilon(t)$ , entre o sinal original e a aproximação em degraus.
- ↙ A taxa de amostragem utilizada é bem maior do que a de Nyquist, de modo que obtém-se uma correlação muito alta entre duas amostras adjacentes.
- ↙ Como consequência pode-se empregar somente dois níveis de quantização (1 bit) na codificação.



# 1. Modulação Delta Linear ( DM )

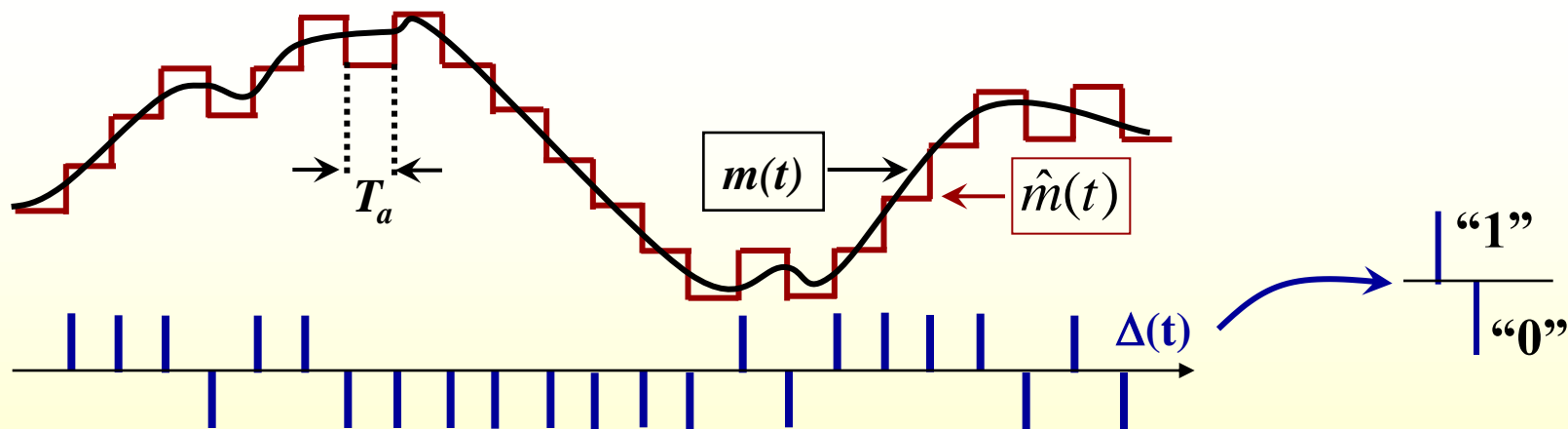
📖 O sinal diferença  $\varepsilon(t)$  é comparado e codificado em dois níveis:  $\pm \Delta$ .

📖 Um pulso positivo “1” ou negativo “0” é associado à saída do amostrador a cada instante de amostragem  $T_a$ , formando o sinal  $\Delta(t)$



$$\varepsilon(t) = m(t) - \hat{m}(t)$$

$$\begin{cases} \varepsilon(t) > 0 & \Rightarrow \Delta & \Rightarrow 1 \\ \varepsilon(t) < 0 & \Rightarrow -\Delta & \Rightarrow 0 \end{cases}$$

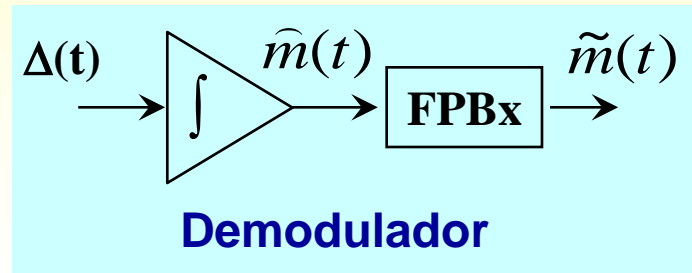


Operações Básicas: Filtragem - Comparação - Integração



## ← Demodulação

- 📖 Tem-se que recuperar a aproximação em degraus.
- 📖 O demodulador consiste de um integrador seguido de um filtro passa baixas.

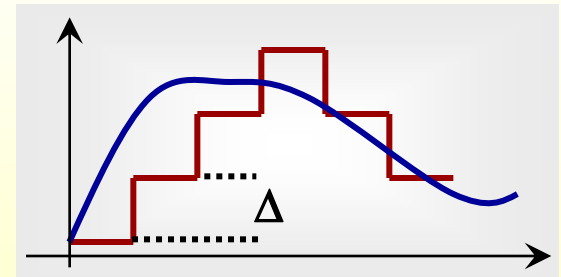


### 1.1. Problemas na Modulação Delta

← Erros no início e de sobrecarga de inclinação

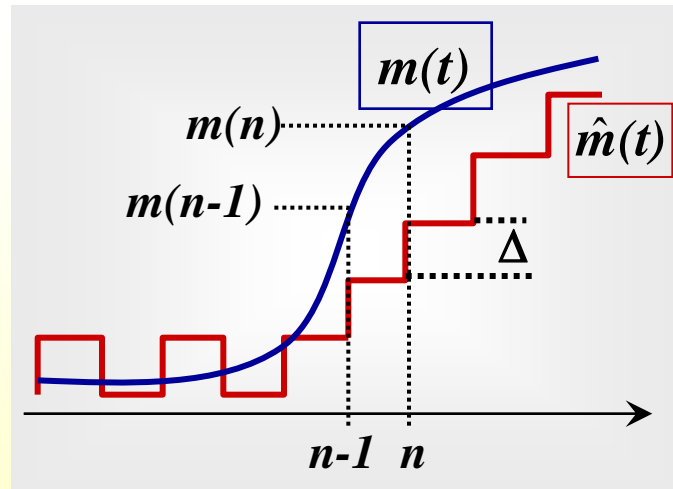
#### ☑ **No início**

No início a aproximação em degraus pode diferir do sinal de entrada, devido ao problema de seguimento entre eles.



## ☑ **Sobrecarga de Inclinação (Slope overloading)**

- ☑ É um erro que se origina devido às variações rápidas do sinal.
- ☑ Se  $m(t)$  varia lentamente a aproximação em degraus segue as suas variações.
- ☑ Quando a diferença entre duas amostras sucessivas for maior que  $\Delta$  a aproximação não acompanha o sinal de entrada.
- ☑ Observe na figura que o valor de  $\Delta$  é muito pequeno não conseguindo acompanhar as variações de  $m(t)$

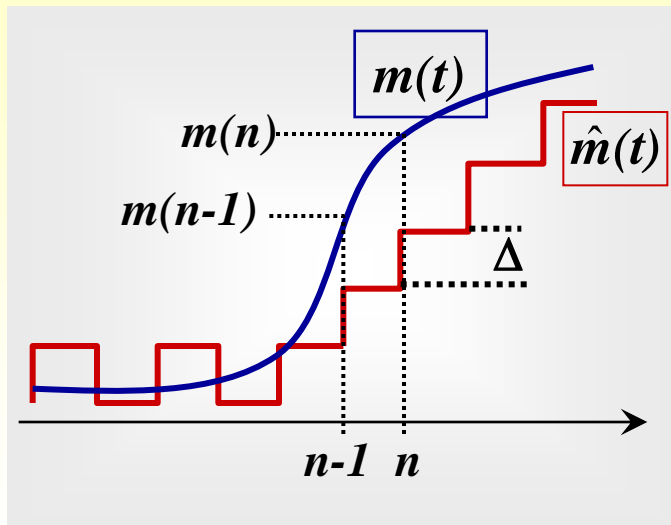


Para que não ocorrer  
'slope overloading'

$$m(n) - m(n-1) \leq \Delta$$



## ✓ Cálculo do valor mínimo de $\Delta$



$$\Delta \geq m(n) - m(n-1)$$

$$\frac{\Delta}{T_a} \geq \frac{m(n) - m(n-1)}{T_a}$$



$$\frac{\Delta}{T_a} \geq \max \left| \frac{dm(t)}{dt} \right|$$

✓ **Exemplo:** Considere um sinal senoidal ✓  $m(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$

$$\frac{d}{dt} A \cos 2\pi f_0 t = A 2\pi f_0 \sin(2\pi f_0 t)$$



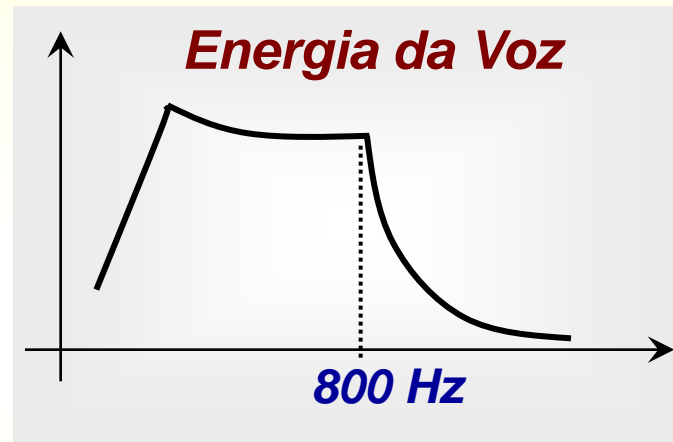
$$\max \left| \frac{dm(t)}{dt} \right| = A 2\pi f_0$$

$$A \leq \frac{\Delta f_a}{2\pi f_0}$$



## ✓ **Cálculo de $\Delta$ para sinais de voz:**

- ✓ A equação anterior continua sendo válida, admitindo uma frequência  $f_0$  onde espectro de frequências decai com  $1 / f^2$ .
- ✓ Pode ser determinado experimentalmente que  $f_0 \approx 800$  Hz.



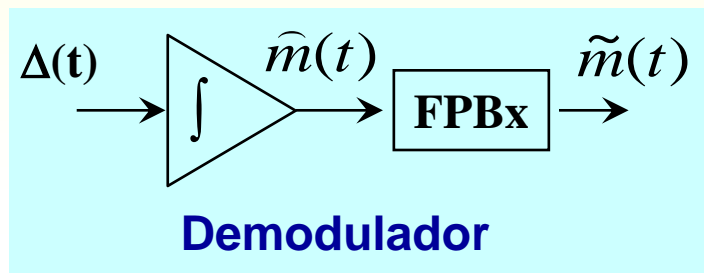
## ✓ **Solução Prática para se evitar o erro de “sobre carga de inclinação”**

- ✓ Detectar o sobre carregamento.
- ✓ Aumentar o passo de quantização  $\Delta$ .
- ✓ Modulação Delta Adaptativa.



## 1.2. Ruído na Modulação delta

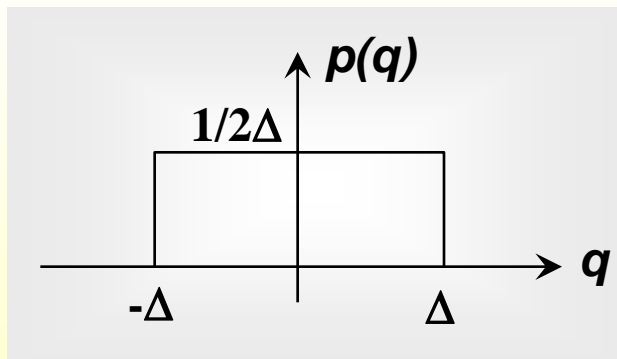
- ✓ Neste caso o ruído é calculado na saída do demodulador.
- ✓ Admitindo uma transmissão livre de ruído:
  - ✓ Na saída do demodulador o sinal recebido difere do original por causa do erro de quantização. Assim:



$$\tilde{m}(t) = m(t) + n(t)$$

$$\text{SNR} = \frac{E[|m(t)|^2]}{E[|n(t)|^2]}$$

### ✓ Ruído de quantização



$$q(t) = m(t) - \hat{m}(t) \Rightarrow |q(t)| \leq \Delta$$

$$E[q^2] = \sigma_q^2 = \int_{-\Delta}^{\Delta} q^2 \frac{1}{2\Delta} dq = \frac{\Delta^2}{3}$$



## ✓ Ruído na saída do filtro passa baixas:

- ✓ Admitindo um ruído com Espectro Densidade de Potência Uniforme.

$$G_q(f) = \begin{cases} \frac{\Delta^2}{3} \frac{1}{2f_a}, & |f| < f_a \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

$$m(t) + q(t) \longrightarrow \boxed{\mathbf{H(f)}} \longrightarrow m(t) + n(t)$$

$$E[n^2] = \int_{-B}^B G_q(f) |H_B(f)|^2 df = \int_{-B}^B \frac{\Delta^2}{6f_a} df = \frac{\Delta^2}{3} \frac{B}{f_a}$$

## ✓ Relação Sinal-Ruído:

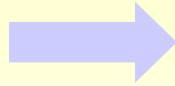
$$SNR = \frac{3f_a}{\Delta^2 B} E[|m(t)|^2]$$





✓ **Exemplo:** Sinal senoidal ✓  $m(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$

$$\langle m^2(t) \rangle = \frac{A^2}{2}$$



$$SNR = \frac{3f_a}{\Delta^2 B} \frac{A^2}{2}$$

✓ Para evitar o sobrecarregamento:

$$A = \frac{\Delta f_a}{2\pi f_0}$$

✓ Admitindo  $f_0 = B$  tem-se:

$$SNR = \frac{3}{8\pi^2} \left( \frac{f_a}{B} \right)^3$$

✓ Admitindo  $f_a = 64$  kHz e  $B = 4$  kHz (sistema equivalente ao PCM ) tem-se:

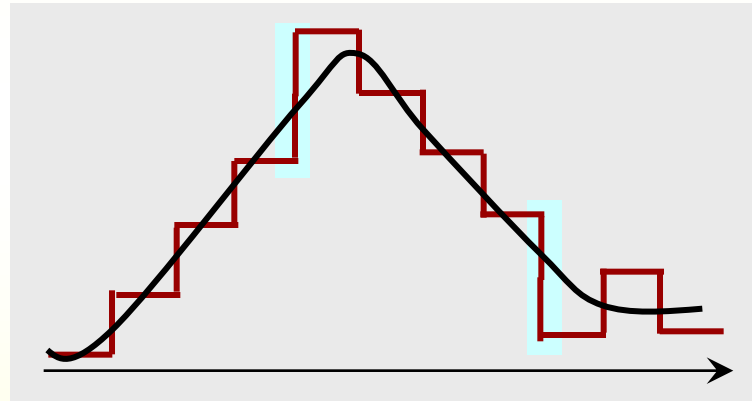
$$SNR = 155.63$$

$$SNR_{dB} = 21.92 \text{ dB}$$



## 2. Modulação Delta Adaptativa - ADM

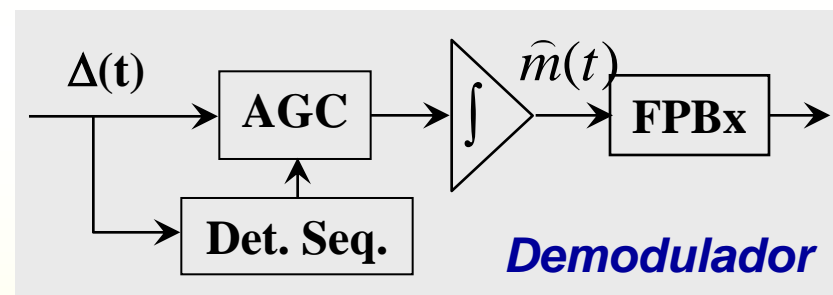
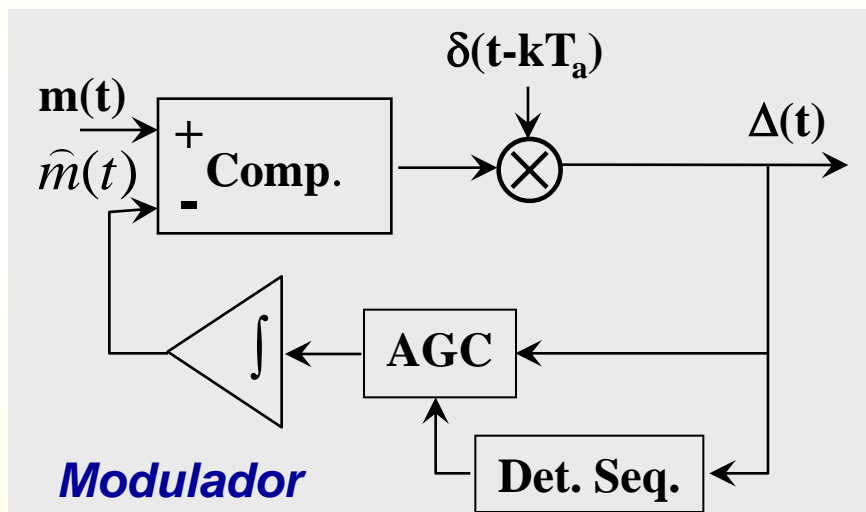
- ✓ O desempenho do modulador Delta é melhorado fazendo o degrau  $\Delta$  variar com as variações do sinal.
- ✓ Quando o modulador não consegue acompanhar as variações do sinal, o passo  $\Delta$  é ajustado automaticamente.
- ✓ Evita-se, assim o erro de “sobre carga de inclinação”.
- ✓ Se as variações do sinal forem pequenas o passo  $\Delta$  é reduzido ao valor original.



- ✓ Como resultado deste procedimento obtém-se um aumento de 5 a 10 dB na relação sinal - ruído.
- ✓ Possibilidade de se trabalhar com taxa de bits de 16 a 32 kbps.



- ✓ A modulação adaptativa é muito semelhante à modulação delta linear.
- ✓ No esquema abaixo são acrescentados um detector de seqüências e um amplificador com ganho controlado.
- ✓ Os pulsos são aplicados em um detector de seqüências.
- ✓ Quando ocorrer uma seqüências com mais que N ( 3 ou 4 ) pulsos, o valor do passo  $\Delta$  é aumentado pela ação do AGC.
- ✓ Tem-se uma aproximação de  $m(t)$  com degraus variáveis

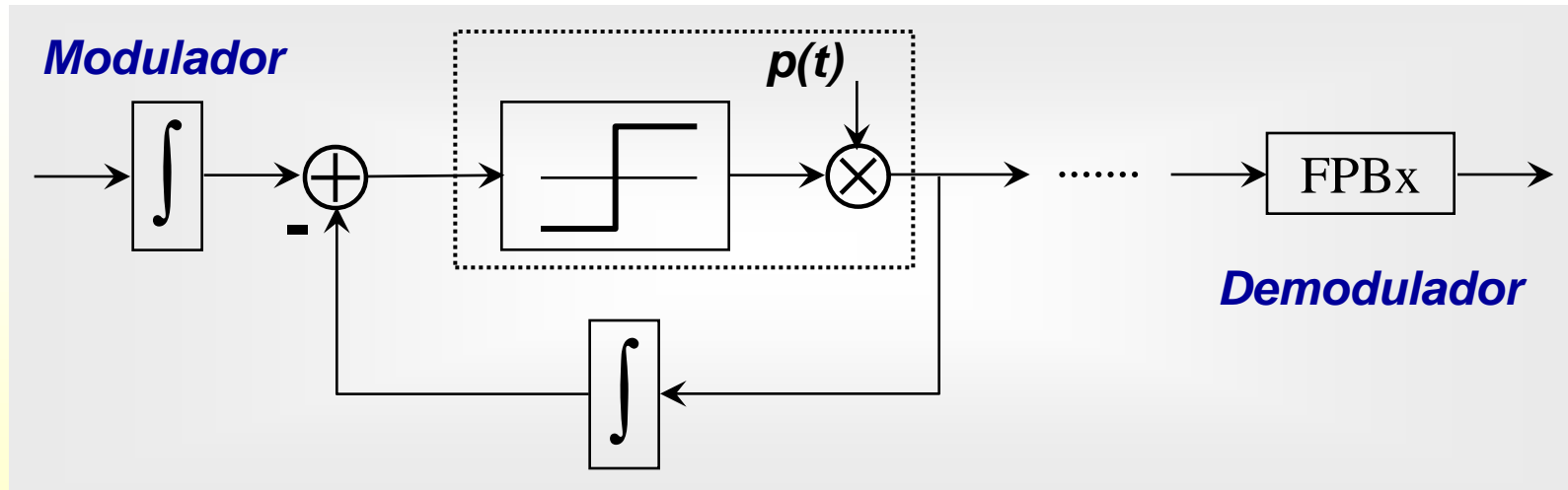


- ✓ O demodulador segue o mesmo princípio.

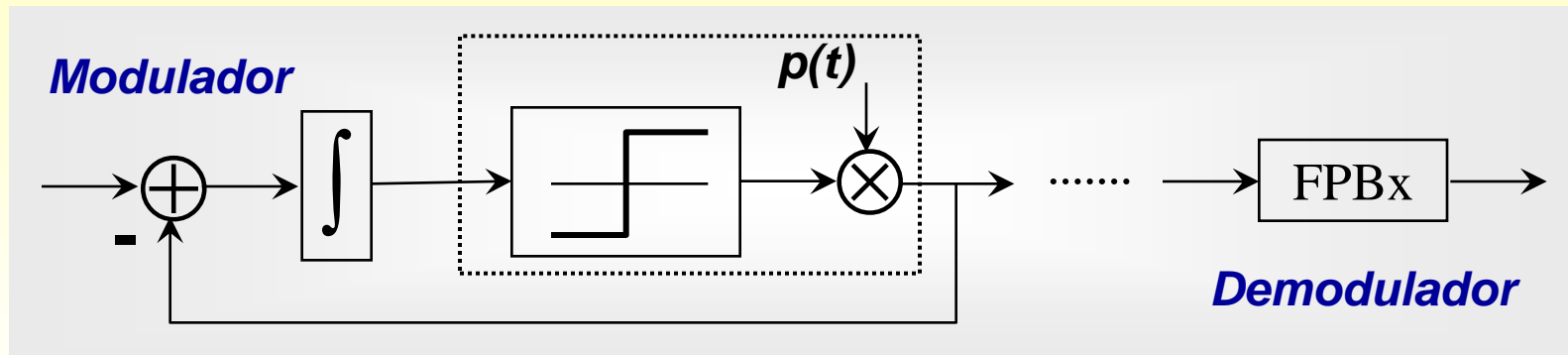


### 3. Modulação Sigma - Delta

- ✓ Realiza-se uma integração no sinal de entrada para melhorar o desempenho.
- ✓ **Apresenta os seguintes benefícios:**
  - ✓ O conteúdo de frequências baixas é enfatizado, diminuindo as variações do sinal.
  - ✓ A correlação entre amostras adjacentes é aumentada o que tende a aumentar o desempenho do sistema pela redução da variância do sinal de erro.
  - ✓ O receptor é simplificado: Ele consiste somente de um filtro passa - baixas.



## ✓ Esquema alternativo: ( economia de um integrador )



### 📖 Algumas vantagens da Modulação Delta:

- ↙ Simplicidade.
- ↙ Redução na taxa de bits.
- ↙ Não há necessidade de sincronismo de palavra (pois tem-se um conversor de 1 bit).

