MASTER 2 - Semestre 1 - 2008

# *Fonctionnalité et description de système - Projet*

MALEVILLE Nicolas
MESSI Louis
SELLIER Xavier

Enseignant : E. Fleury

# 1 Question 1

$\exists$ p, q $\in$ P, ( G(p) = G(q) $\wedge$ q $\neq$ p )
Montrons que si ( G(p) = G(q) $\wedge$ q $\neq$ p ) $\Rightarrow$ q $\neg \sim_l$ p par l'absurde.

- On suppose que q $\sim_l$ p :
  - p = $(i_p\ ;\ j_p)$ et q = $(i_q\ ;\ j_q)$
    D'après $\sim_l$ on a :
    - G(p) = G(q)
    - $\underbrace{(i_p; j_p) \sim_l (i_q; j_q) \Rightarrow i_p = i_q}$
      $j_p = j_q$ d'après l'énoncé.
      On en déduit que q = p, ce qui contredit nos hypothèses.
      Donc p ne peut pas etre en relation $\sim_l$ avec q.

Montrons que si ( G(p) = G(q) $\wedge$ q $\neq$ p ) $\Rightarrow$ q $\neg \sim_c$ p par l'absurde.

- On suppose que q $\sim_c$ p :
  - p = $(i_p\ ;\ j_p)$ et q = $(i_q\ ;\ j_q)$
    D'après $\sim_c$ on a :
    - G(p) = G(q)
    - $\underbrace{(i_p; j_p) \sim_l (i_q; j_q) \Rightarrow j_p = j_q}$
      $i_p = i_q$ d'après l'énoncé.
      On en déduit que q = p, ce qui contredit nos hypothèses.
      Donc p ne peut pas etre en relation $\sim_c$ avec q.

Montrons que si ( G(p) = G(q) $\wedge$ q $\neq$ p ) $\Rightarrow$ q $\neg \sim_b$ p par l'absurde.
D'après les règles précédentes on a $i_p \neq i_q$ et $j_p \neq j_q$. Mais vu que p et q se trouvent dans le même carré on a :
0 $\leq$ | $i_q$ - $i_p$ | < d et
0 $\leq$ | $j_q$ - $j_p$ | < d

$\exists$ r, s $\in$ [0, d-1] tels que :

$$\begin{cases} r \times d \leq i_p, i_q < (r+1) \times d \\ s \times d \leq j_p, j_q < (r+1) \times d \end{cases}$$

donc

$$\begin{cases} r \times d \leq i_p < d^2, 0 \leq< i_q < (r+1) \times d \\ s \times d \leq j_p < d^2, 0 \leq j_q < (s+1) \times d \\ 0 \leq |i_q - i_p| < d \\ 0 \leq |j_q - j_p| < d \end{cases}$$

D'apès les règles de mathématiques vues en seconde on obtient :

$$\begin{cases} r \times d \leq i_p < d^2, 0 \leq i_q < (r+1) \times d \\ s \times d \leq j_p < d^2, 0 \leq j_q < (s+1) \times d \\ 0 \leq |i_q - i_p| \leq 0\ (car\ d^2 - (r+1) \times d \leq 0) \\ 0 \leq |j_q - j_p| \leq 0\ (car\ d^2 - (s+1) \times d \leq 0) \end{cases}$$

On en déduit que $i_p = i_q$ et que $j_p = j_q$ ce qui implique que p = q.
Ce qui contredit nos hypothèses. Donc p ne peut pas etre en relation $\sim_b$ avec q.

## 2 Question 2

Preuve par l'absurde :
Hypothèse : Soit $\pi_G$ solution de G.
Donc notre solution respecte D = (p, q) $\in$ P $\times$ P | p $\neq$ q $\wedge$ ( $\sim_l \vee \sim_c \vee \sim_b$ )

Si $\pi_G$ ne remplissait pas $\mathcal{C}(\pi_I)$ alors cela impliquerait par construction que $\pi_G$ ne respecterait pas D. D'après la question 1, pour que $\pi_G$ soit solution de G, $\pi_G$ doit respecter D. Si $\pi_G$ ne respecte pas D alors $\pi_G$ n'est pas solution. Ce qui contredit nos hypothèses.
On en déduit que $\pi_G$ respecte $\mathcal{C}(\pi_I)$.