ใช้ความรู้ด้านการจัดกลุ่ม, ความน่าจะเป็น

นาย เศรษฐวุฒิ ศิษย์การรัฐนิรมิตร
61011433

(1) ในกลุ่มหนึ่งประกอบด้วย ชาย 6 คน และ เพศหญิงจำนวนหนึ่ง ความน่าจะเป็นที่จะเลือกกรรมการ 2 คนเป็นชายทั้ง 2 คนมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{8}$ ความน่าจะเป็นที่เลือกกรรมการ 5 คน เป็นชายไม่น้อยกว่า 3 เท่ากับเท่าใด?

→ เรารู้ความน่าจะเป็นที่เป็นจำนวนของการที่เลือกได้กรรมการ 2 คนเป็นชาย → ทำให้เราสามารถหาจำนวน หญิง ได้ เพื่อนำไปหาความน่าจะเป็นข้อนี้อีก

$n(E) \Rightarrow$ เลือกกรรมการ 2 คนเป็น ชาย หมด

$$n(E) = \binom{6}{2}$$

$n(S) \Rightarrow$ จำนวนเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จากการเลือกกรรมการ ทั้ง 2 คน

b คือ จำนวนหญิง

$$n(S) = \binom{6+b}{2}$$

นำมาดัดความที่โจทย์ให้

$$P(E) = \frac{1}{8}$$

$$\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{\binom{6}{2}}{\binom{6+b}{2}} = \frac{1}{8}$$

$$8\binom{6}{2} = \binom{6+b}{2}$$

$$8\left(\frac{6\times5}{\cancel{2}}\right) = \left(\frac{(6+b)(5+b)}{\cancel{2}}\right)$$

$$240 = (6+b)(5+b)$$

$$16\times15 = (6+b)(5+b)$$

$$b = 10$$

E คือเวลาหาเหตุการณ์ที่กรรมการเป็นชายไม่น้อยกว่า 3 คนจาก 5 คน

↳ possible = { ชชชญญ, ชชชชญ, ชชชชช }

E_1 คือเหตุการณ์ที่มีชาย 3 คน หญิง 2

$$n(E_1) = \underbrace{\binom{6}{3}}_{\text{ชาย}}\underbrace{\binom{10}{2}}_{\text{หญิง}} = 900$$

E_2 คือเหตุการณ์ที่มีชาย 4 คน หญิง 1

$$n(E_2) = \underbrace{\binom{6}{4}}_{\text{ชาย}}\underbrace{\binom{10}{1}}_{\text{หญิง}} = 150$$

E_3 คือเหตุการณ์ที่มีชาย 5 คน

$$n(E_3) = \underbrace{\binom{6}{5}}_{\text{ชาย}}\underbrace{\binom{10}{0}}_{\text{หญิง}} = 6$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{900+150+6}{\binom{16}{5}} = \frac{22}{91}$$ ✗✗

∴ ความน่าจะเป็นที่เลือกกรรมการ 5 คนเป็นชายไม่น้อยกว่า 3 คน มีค่าเท่ากับ $\frac{22}{91}$

ใช้ความรู้ การจับแยกกรณี ปัญหาเชาว์

นาย เศรษฐวุฒิ [illegible]
61011433

② ตู้นิรภัยมีรหัสเปิดตู้ 10 หลักคือ ABCDEFGHIJ โดยที่

1. $A,B,C,D,E,F,G,H,I,J \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ และแตกต่างกันทั้งหมด
2. A,B,C,D เป็นจำนวนคี่ที่เรียงติดกัน และ $A > B > C > D$
3. E,F,G เป็นจำนวนคู่ที่เรียงติดกัน และ $E > F > G$
4. $H > I > J$ และ $H+I+J = 15$

จงหารหัสชุดนี้

วิเคราะห์ : จากการใช้ความคิด การนำไปสู่คำตอบที่ง่ายที่สุดคือใช้ algorithm ข้อ ① → ② → pre ③ → ④ → post ③

ข้อ 1 เราสามารถรู้ว่าเลขไม่มีตัวซ้ำเลย

ข้อ 2 มี 2 กรณีที่เป็นไปได้ 9, 7, 5, 3 และ 7, 5, 3, 1

กรณี 9, 7, 5, 3

pre ③ เหลือเลขคู่ 5 ตัว 8, 6, 4, 2, 0 ใช้ไป 3

④ ตอนนี้เราเหลือ เลข 1 กับคู่อีก 2 ตัว

$H+I+J = 15$, $H > I > J$

* น้อยสุดมีโอกาสเป็น 0 หรือ 1 ไม่งั้นใส่แทนเลขไม่ได้

$\therefore 15 - 1 = 14$

คู่ + คู่ ได้คู่แน่นอน

มีกรณีเดียวคือ 8 + 6

$\therefore H, I, J = 8, 6, 1$ แน่นอน

③ เลขคู่ที่เหลือที่เรียงกัน $\cancel{8}, \cancel{6}, 4, 2, 0$

กรณี 7, 5, 3, 1

pre ③ เราเหลือเลขคู่ 5 ตัว 8, 6, 4, 2, 0 → ใช้คู่ไป 3

④ ตอนนี้เราเหลือ 9 , คู่อีก 2 ตัว

$H+I+J = 15$, $H > I > J$ แน่นอน

$H = 9 \xrightarrow{\text{ทำให้}} I+J = 6$

↳ เกิดขึ้นได้ 2 กรณี $6+0$, $4+2$

post ③ เลขคู่ที่เหลืออันอื่น $\left.\begin{matrix} 8, 4, 2 \\ 8, 6, 0 \end{matrix}\right\}$ เป็น EFG

ผิดกฎเพราะจาก EFG ไม่เรียงต่อกัน

$\therefore$ รหัส ABCDEFGHIJ คือ 9753420681

นาย เศรษฐวุฒิ ทิพย์กรรมศรมย์
61011433

③ ต้องการสร้างจำนวน 3 หลัก โดยมีเลข 5 อย่างน้อย 1 หลัก แต่ไม่มีเลข 7

วิเคราะห์ : มีเลข 5 อย่างน้อย 1 หลัก และห้ามมี 7

เหตุการณ์นี้คือ = (ไม่มีเลข 7) − (ไม่มีเลข 7 และเลข 5)

หาจำนวนเลข 3 หลักที่ไม่มีเลข 7

E = จำนวนเลข 3 หลักที่ไม่มีเลข 7

$n(E) = 8 \times 9 \times 9$

ยกเว้น 7,0 ยกเว้น 7,0

หา ไม่มีเลข 7 และเลข 5

E = จำนวนเลข 3 หลักที่ไม่มีเลข 7 และ 5

$n(E) = 7 \times 8 \times 8$

ไม่มี 0,7,5 ไม่มี 7,5 ไม่มี 7,5

เหตุการณ์ที่เราต้องการ ⇒ มีเลข 5 อย่างน้อย 1 ตัว และไม่มีเลข 7

= (สามหลักไม่มี 7) − (สามหลักไม่มี 7 และ 5)

$= 8 \times 9 \times 9 - 7 \times 8 \times 8$

$= 8(9 \times 9 - 7 \times 8)$

$= 8(81 - 56)$

$= 8(25)$

= 200 จำนวน

#

นาย เศรษฐวุฒิ ศักดิ์ธรรมธรรมงศ์
61011433

4) จำนวนเงินที่จ่ายให้กับพนักงาน (บาท) มีดังนี้

1260	1350	980	1140	1170	1680	1330
1400	1240	1720	1270	1430	1570	1240
1520	1040	1260	1550	920	1940	1150
920	1360	1480	1120	990	960	1460

1) จงสร้างแผนภาพต้นใบของเงินพนักงานได้รับ
2) พนักงานได้รับเงินในช่วงไหนมากที่สุด
3) จำนวนพนักงานที่ได้รับเงินต่ำสุด มีมากกว่าหรือน้อยกว่า จำนวนพนักงานที่ได้รับเงินสูงสุดเท่าใด

โจทย์: ไม่มีความซับซ้อนมาก วาดรูปแผนภาพต้นใบ แล้วจะได้คำตอบ

ต้องวิเคราะห์ว่ามีกี่หลัก จะรู้ว่า ต้นมีกี่หลัก ใบมีกี่หลัก

เลือกต้น-ใบ 3 : 1 → มีปัญหาเกิดขึ้น ① ต้นต่างกันแน่นอน
② ใบมีค่าเป็น 0 แน่นอน → ไม่สามารถแปรข้อมูล

ทำการสังเกตแล้วเลือก → ดูหลักหน่วย → 0 หมด
ใบห้ามเป็น 1 แน่นอน

แยกเป็น 2 : 2 แทน

1)

หลักพัน,ร้อย	หลักหน่วย,สิบ
09	20 20 60 80 90
10	40
11	20 40 50 70
12	40 40 60 60 70
13	30 50 60
14	00 30 60 80
15	20 50 70
16	80
17	20
19	40

2) พนักงานช่วงที่ได้รับเงินมากที่สุดคือ 900 – 990 และ 1200 – 1290

3) จำนวนพนักงานที่ได้รับเงินต่ำสุด = 5 คน สูงสุด = 1 คน → มีมากกว่า 4 คน

นาย เศรษฐวุฒิ ทัพชาญ มหาเรียง
61011433

5 กล่อง 2 ใบมีลูกบอลสีต่างๆ ของแต่ละกล่องดังตารางต่อไปนี้

	ใบที่ 1	ใบที่ 2	รวม
บอลสีแดง	4	5	9
บอลสีดำ	2	3	5
รวม	6	8	14

ใช้เรื่อง bayes' theorem

ก) ถ้าสุ่มลูกบอล 3 ลูกจากกล่องใดกล่องหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นที่ได้สีแดง 2 ลูก

ข) ถ้าสุ่มลูกบอล 3 ลูก จากกล่องใดกล่องหนึ่ง และได้สีแดง 2 จงหาความน่าจะเป็นที่กล่องนั้นเป็นกล่องที่ 2

กำหนดให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ได้ สีแดง 2 ลูก

B_1 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบจากกล่องที่ 1

B_2 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบจากกล่องที่ 2

ก) $P(A) = \underbrace{P(B_1)P(A|B_1)}_{\text{หยิบจากกล่อง 1}} + \underbrace{P(B_2)P(A|B_2)}_{\text{หยิบจากกล่อง 2}}$ ได้แดง 2 ; $P(B_1) = P(B_2) = \frac{1}{2}$ มี 2 กล่องให้เลือก

$= \frac{1}{2}\left(\frac{\binom{4}{2}\binom{2}{1}}{\binom{6}{3}}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1}}{\binom{8}{3}}\right)$; $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{15}{28}\right)$

$= \frac{159}{280}$

ข) $P(B_2|A) = \frac{P(B_2)(A|B_2)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)}$; ส่วนมาจากข้อ ก

$= \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1}}{\binom{8}{3}}\right)}{\frac{159}{280}}$

$= \frac{25}{53}$

ปล แก้ไขข้อ 5 ที่เคยส่งไปครั้งแรก เนื่องจากวันก่อนทำผิดหัวข้อ

นาย เศรษฐวุฒิ ทิพย์กรรณศิริมย์
61011433

(5) A batch of 50 parts contain 10 made by tool 1 and 40 made by tool 2. If 2 part are selected randumly

a) What is probability that the 2nd part came from tool 2, given that the 1st part came from tool 1

b) What is the probability that the 1'st part came from tool 1, and the 2nd part came from tool 2

solution กำหนดให้ E_1 คือ 1st part came from tool 2

E_2 คือ 2nd part came from tool 2

ก) $P(E_2 | E_1)$

ข้อมูลไม่เปลี่ยนแปลงทำให้ใช้สมการย่อยกับ conditional probability ได้

จากรวม $\underbrace{40}_{tool 2}$ กับ $\underbrace{10}_{tool 1}$ ชิ้น

↳ หยิบออก 1 ชิ้น → 9 รวมทั้งหมดเหลือ 49 ชิ้น

E_1

$$\therefore \quad P(E_2 | E_1) = \frac{\text{ของที่เป็นไปได้ว่าเกิดจาก } E_2}{\text{จำนวนชิ้นทั้งหมด}}$$

$$= \frac{40}{49}$$

ข) โจทย์ถามหา $P(E_1 \cap E_2) \rightarrow$

เหตุการณ์ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์แบบ independent

$$\therefore \quad P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$

$$= \left(\frac{10}{50}\right) \times \left(\frac{40}{49}\right)$$

$$= \frac{8}{49}$$

\#

$\left.\begin{matrix} P(A|B) = P(A) \\ P(B|A) = P(B) \end{matrix}\right\}$ independent

↓

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$