

# Introduction to this vol

↳ probability ( $p$ )  $[0,1]$  also  $[0,1] \times 100\%$

↳ the most probability distribution called "normal distribution"

↳ in probability subject may be more like binomial, poisson distribution

↳ in statistics 90% like normal distribution

# Random Variables and Discrete Probability Distributions

- ↳ Random variable ( $X$ ) :  $\rightarrow$  Variable whose value is determined by a random experiment.
  - ↳ easy : outcome of the experiment
- ↳ Discrete Probability Distributions : table or formula that list the probability for each outcome of the random variable ( $X$ )

↳ **ex** 1. 3 coins are tossed simultaneously. Find the probability of getting  $X$  heads where  $X$  is a random variable.


H H H  
H H T  
H T H  
H T T  
T H H  
T H T  
T T H  
T T T

all possible outcomes

$X$	$P(X=x)$
0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{3}{8}$
2	$\frac{3}{8}$
3	$\frac{1}{8}$

discrete probability distribution  
↳ discrete : something that finite

↳ the probability of getting  $X$  heads is  $P(X=x)$

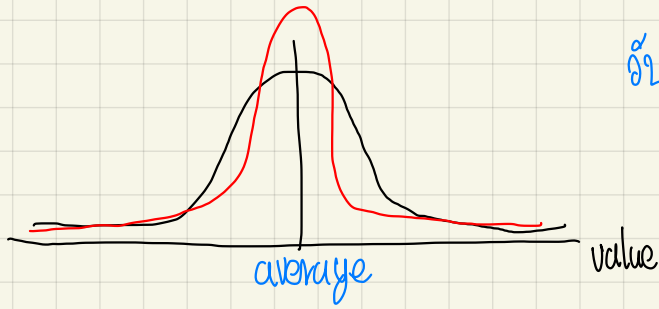
↳  the probability of getting  $X$  heads is  $P(X=x)$

# The Normal Probability Distribution

↳ normal distribution กระจายแบบปกติ

↳

อันนี้คือ continuous distribution  $\rightarrow$  infinite value



↳ normal distribution completely defined by the mean and the standard deviation

↳ กระจายแบบปกติ

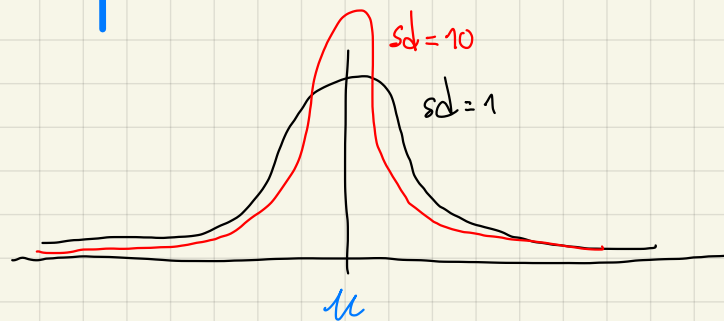
total area under curve = 1

↳ สูตรการกระจายแบบปกติคือ

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \rightarrow \text{สูตรการกระจายแบบปกติ}$$

↳ ถ้าให้  $z$  ก็ให้ integrate ธรรมดา

# Properties of the Normal Distribution

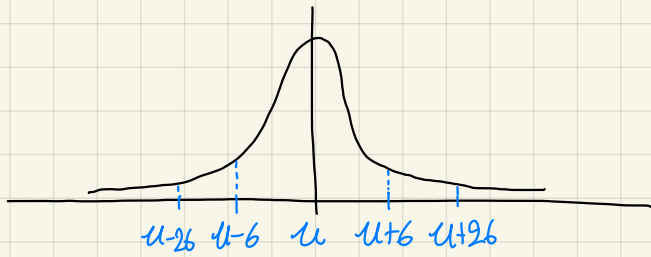


รูปร่างขึ้นกับ  $\sigma$ ,  $\mu$

↳ ยิ่ง standard deviation หนาแน่นยิ่งแคบ (จางๆ)

↳ ค่าเฉลี่ยเหมือนกัน

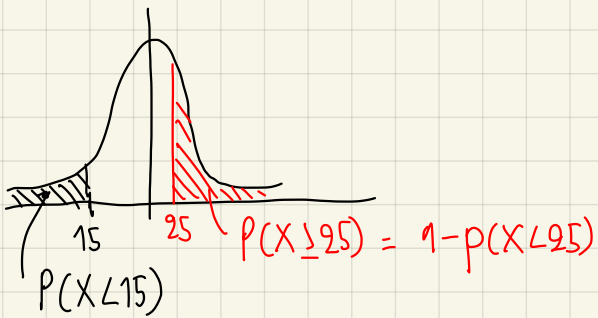
# The Area Under the Normal Distribution



↳ จงจำไว้ว่านี่ empirical rule

↳ ถ้าจำ probability distribution ได้  $\rightarrow$  probability ที่เรากำลังหาคือ area under the curve นี่ละ

↳ ข้อควรระวังกันนะ \* ถ้าหา  $p(X=x)$  จะหาไม่ได้เพราะเป็นค่าที่ต่อเนื่อง



# The Standard Normal Distribution

↳ area under curve = 1, total probability = 1

↳ normal distribution's shape is depend on the mean and the standard deviation

↳ how can we calculate area under the curve using the same table with the different shape

↳ we create something called "the standard normal distribution"

↳ เราต้องเปลี่ยนรูปร่างของเส้นโค้งให้เป็น standard normal distribution → เพื่อให้ใช้ตารางเดียวกัน

↳ what is standard normal distribution

↳ 1) same bell shape

2) mean = 0

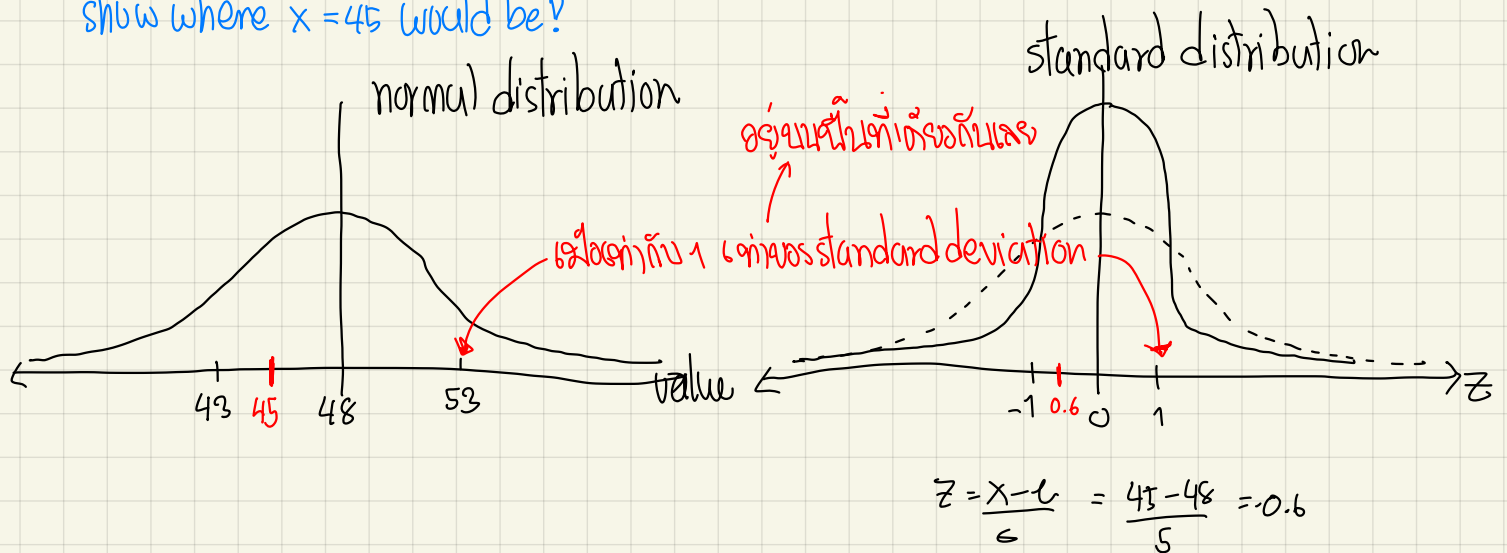
3) standard deviation = 1

↳ the way we convert normal distribution → standard forms using z-score

$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$  : how far that  $x$  from the mean in term of standard deviation

←  $\sigma$  → ถ้า  $\sigma$  เป็นลบ ก็ให้ใช้ค่า  $x - \mu$  แล้วหารด้วย normal กับ standard normal

↳ ex. normal curve has  $\mu = 48, \sigma = 5$  convert to standard normal distribution and show where  $x = 45$  would be?

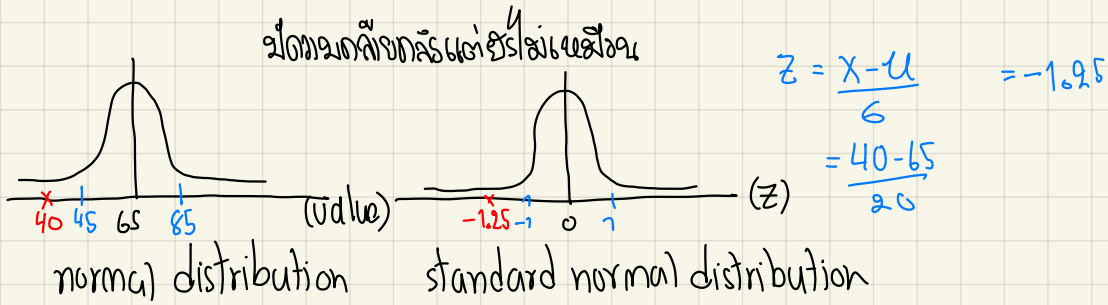


↳ มองหาพื้นที่ area left → point

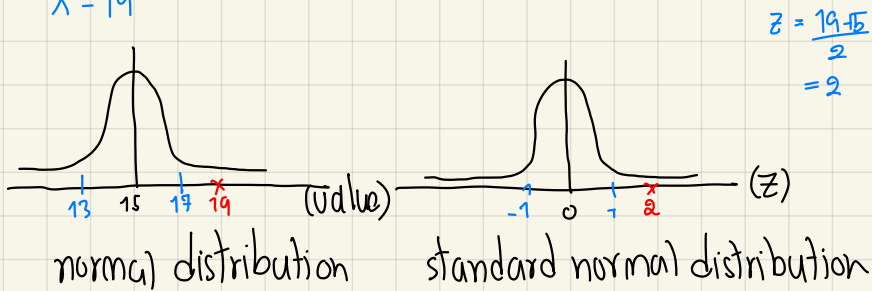
↳ เราสามารถแปลงค่าได้ → ใช้ตารางตรงกันแล้วได้ค่า

# Practice with the Standard Normal Distribution

$\hookrightarrow$  ex  $\left. \begin{array}{l} \mu = 65 \\ \sigma = 20 \\ x = 40 \end{array} \right\} \text{ค่าเฉลี่ยปกติ}$



$\hookrightarrow$  ex  $\left. \begin{array}{l} \mu = 15 \\ \sigma = 2 \\ x = 19 \end{array} \right\}$

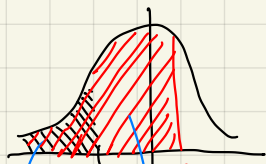


# Using a Z-Chart Table

↳ เราจะได้  $z$ -score จากตารางตามเช่น a.bcd ก็เอาไปเปิดตารางจะได้พื้นที่ใต้กราฟ

↳ ตารางนั้นอยู่ในไปก็จะได้

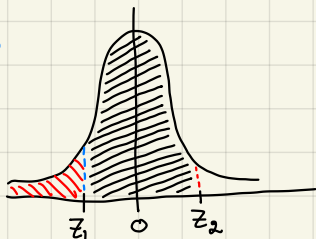
↳  $\int$  หาเลขทศนิยม



กำหนดหาพื้นที่  $-z$  ไป

↳ หา  $\sim$  area ของพื้นที่ในกราฟ area ที่ต้องการ

↳



area between  $z_1$  and  $z_2$  is  $z_2 - z_1$

หา -  $z$  ของตาราง

↳ พื้นที่ที่ต้องการหาตัวที่  $z$  ให้แทน  $x$  ที่เราจะได้  $\rightarrow$  probability ที่

↳  $P(Z < z_1)$

$$P(Z > z_2) = P(Z < -z_2)$$

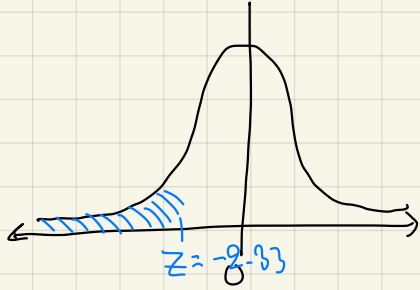
หาพื้นที่ที่  $z$  ให้แทน  $x$  ที่เราจะได้



# Finding Probability using Normal Distribution

↳ การหาค่าความน่าจะเป็นของสิ่งที่ไม่เกิดขึ้น

↳ **ex** body temp are normal distributed with a mean of 98.6°F and a standard deviation of 0.73°F. What is the probability of having normal body temp less than 96.9°F?



$$z = \frac{96.9 - 98.6}{0.73} = -2.33$$

$$P(z < -2.33) = 0.0099$$

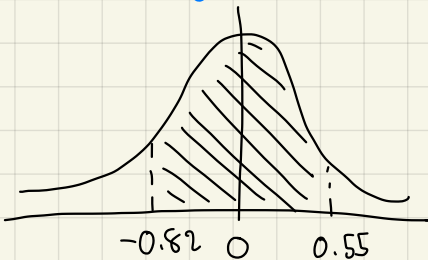
empirical rule 21.3% ของข้อมูล

การหาค่าความน่าจะเป็น normal กับ standard normal ได้

↳ What is the probability of having a normal temp body between 98°F and 99°F

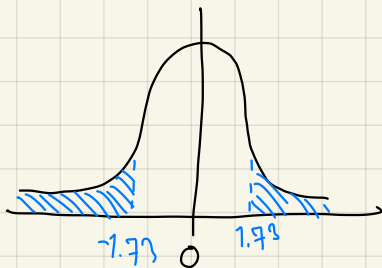
$$z_1 = \frac{98 - 98.6}{0.73} = -0.82$$

$$z_2 = \frac{99 - 98.6}{0.73} = 0.55$$



$$\begin{aligned} \text{Prob} &= P(-0.82 < z < 0.55) \\ &= P(z < 0.55) - P(z < -0.82) \\ &= 0.5027 \end{aligned}$$

↳ What is prob of body temp less than 97.6°F or greater than 99.6°F?



$$z_{97.6} = \frac{97.6 - 98.6}{0.73} = -1.37$$

$$z_{99.6} = \frac{99.6 - 98.6}{0.73} = 1.37$$

ถ้า 1.37 เป็นค่าลบ  
จะคูณด้วย 2 ได้

$$\begin{aligned} P(x < 97.6 \text{ or } x > 99.6) &= P(z < -1.37) \times 2 \\ &= 0.0853(2) \\ &= 0.1706 \end{aligned}$$

random variable

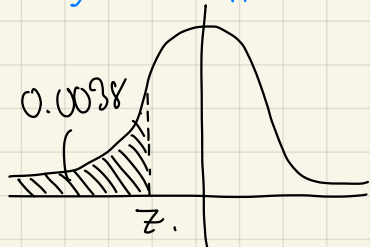
# Finding Z-value with a Normal Distribution

↳ we are going to learn how to find z-value when we're given an area

↳ สลับกับเขื่อนกั้น

↳ ex what z-value has area of 0.0038 to its left

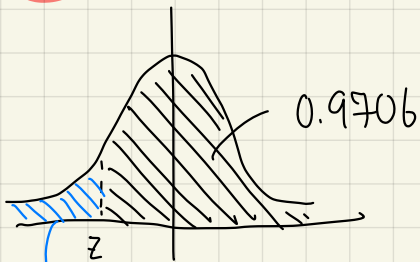
↳ จินตนาการแบบปกติ



หาว่าพื้นที่ทางซ้ายของ  $z$  มีค่าเท่ากับ 0.0038

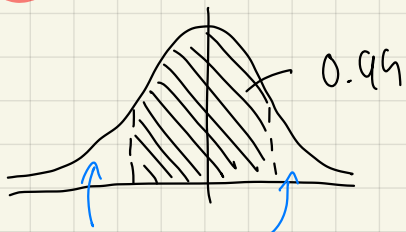
$$z = -2.67$$

↳ ex what z-value has area of 0.9706 to its right?



แปลตรงตัว  $1 - 0.9706 = 0.0294 \rightarrow$  ได้  $z = -1.89$

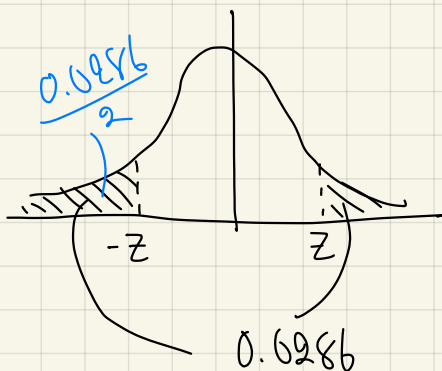
↳ ex find z-value such that area between  $-z$  and  $z$  is 0.99



$1 - 0.99 = 0.01 \rightarrow$  แบ่งครึ่งค่านี้  $\rightarrow$  หาค่า: 0.005  $\rightarrow$  แปลตรงตัว

↑ ค่าเฉลี่ย  
↑ ค่าที่ตัดพื้นที่ 2 ด้าน  
↑ ไม่เอาค่าพื้นที่ที่ตัดออก

↳ ex find the z-value such that data to left of  $-z$  plus rights of  $z$  is 0.0286



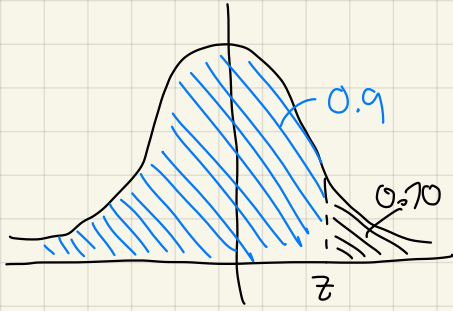
$$\text{หาค่า} = 0.0143$$

$$-z = -2.19$$



$$z = 2.19$$

b) ex Salaries for teachers have a mean of 27000\$ with standard deviation of 6000\$. What is the salary cut off for teachers in the top 10%.



top 10% ធានាថា ការងារដែលទុកស្រាប់ ឡើយ ៨០%

$$z_{0.9} = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$x = z_{0,1} \phi + u$$

$$= 1.28(6000) + 27000$$

$$= 34,680 \$$$