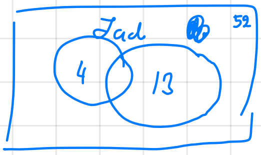
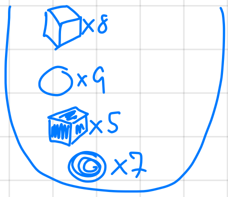
Probability explained

↳ $P(E) = \dfrac{\text{เหตุการณ์ที่สนใจ}}{\text{เหตุการณ์ทั้งหมด}}$ → การหยิบไพ่ 52 ใบ ถ้า P(J or ♥) =



$= \dfrac{P(Jack) + P(♥) - P(Jack \cap ♥)}{52}$

$= \dfrac{16}{52}$



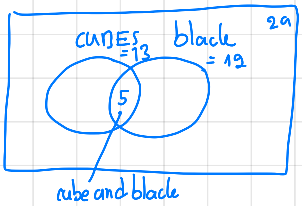
$n(S) = 29$

$P(◻) = \frac{8}{29}$

$P(○) = \frac{9}{29}$

$P(▦) = \frac{5}{29}$

$P(◎) = \frac{7}{29}$



P(เหลี่ยมหรือสีดำ) $= \dfrac{12+13-5}{29}$

$= \dfrac{20}{29}$

$= \dfrac{12}{29} + \dfrac{13}{29} - \dfrac{5}{29}$

P(b) + P(◻) − P(b and ◻)

↳ mutally exclusive → ไม่เกี่ยวข้องกันเลยก็ได้ P(A) + P(B)

Compound probability of independent events

↳ การโยนเหรียญ → H, T $= \frac{1}{2}$

↳ ถ้าโยน 2 รอบและแล้ว P ของ P(HH) = ? มีวิธีคิด 2 แบบ ① หาจากความเป็นไปได้

P(HH) จะเกิดหนึ่ง
ทั้งหมด 2x2 รูปแบบ

$n(S) = \{HH, HT, TT, TH\}$

$= \frac{1}{4}$ ✓

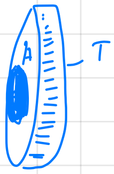
② $P(HH) = P(H_1) \cdot P(H_2)$ → independent event #

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4}$

Probability without equally likely event

$$P(A) = \frac{\#\text{number of events satisfy } A}{\#\text{number of all events}}$$



$P(H) = 60\% = \frac{6}{10}$

$P(T) = 40\% = \frac{4}{10}$

} there are not 2 equally likely events → ไม่สามารถทำการ couting number of satisfy A ได้อีกต่อไป

in order to visualize prob

↓

เราต้องใช้วิธีการ frequentist approach

↓

think in term frequency probability

ย้อนกลับมาหาการโยนเหรียญไปเรื่อยๆเป็น 10MMMMMMMM รอบ → probably จะ $P(H) \approx 60\%$

ถ้า $P(H_1, H_2) = ?$

$= P(H_1) \cdot P(H_2)$

$= 0.6 \times 0.6$

$= 0.36$

independent #

Random variable

↳ use capital letter : is function that map you from the world of random process to an actual number

$$X = \begin{cases} 1 \; ; \text{ if head} \\ 0 \; ; \text{ if tail} \end{cases}$$

number   experient

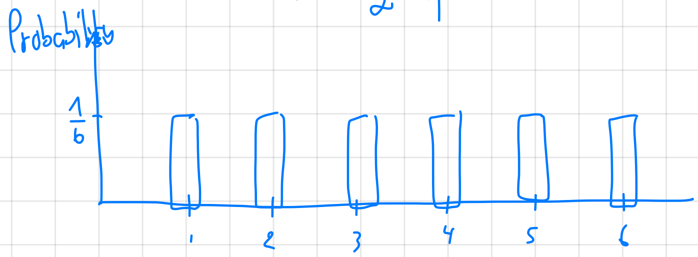
↳ there are 2 types of random variable

↳ discrete , continious

↳ infinite out come ex X = ปริมาณฝนที่ตกวันพรุ่งนี้ → what ever → infinite

↳ finite number value

X = number of facing up on a fair dice



→ probability distribution

↳ แบบนี้เรียก uniform distribution

ไม่ว่าจะเป็น discrete หรือ continious

$$\int_0^n f(x)\,dx = 1$$

Binomial

↳ fair coint → ถ้าโยนเหรียญ 5 ครั้ง มี H=1 $\binom{5}{1} = 5$

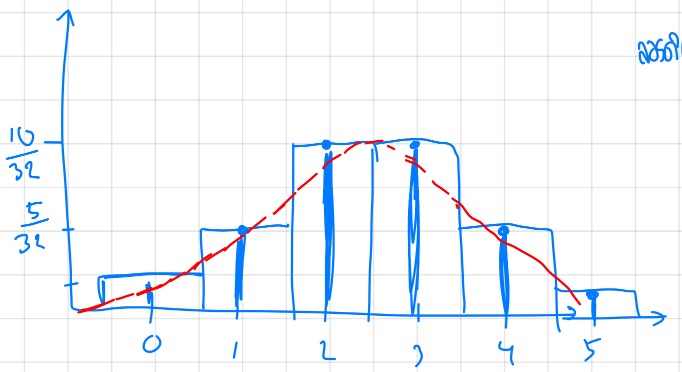
H=2 $\binom{5}{2} = \frac{5\times4}{2} = 10$

H=3 $\binom{5}{3} = \frac{5\times4\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times2\times1} = 10$

H=4 $\left(\frac{5\times4\times3\times2}{4\times3\times2}\right) = 5$

H=5 $\left(\frac{5\times4\times3\times2\times1}{5\times\cdots}\right) = 1$

จะได้เป็น probability distribution



X : {number of head}

ลองคิดแบบ bino ⇒ $\underset{H}{0.5}$ 0.5 0.5 0.5 0.5 $\binom{5}{1}$

$5\times\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5}{32}$ (คูณ)กัน

เมื่อ $n=6$, $p=30\%$ ที่ยิงเข้า 1 ลูก

$$P(X=0) = 0.7\times0.7\times0.7\times0.7\times0.7\times0.7 = 0.7^6$$

$$P(X=1) = \underbrace{0.3}_{\text{อยู่ได้ 6 ที่}}\times0.7\times0.7\times0.7\times0.7\times0.7 = 6\times0.3\times0.7^5$$

เราเลือกแค่ 1 ใน 6 ที่ยิงเข้า $\binom{6}{1}$

$$P(X=2) = \underbrace{0.3\times0.3}_{\text{เลือกได้ 2 ที่}}\times0.7\times0.7\times0.7\times0.7 = \binom{6}{2}(0.3)^2(0.7)^4$$

$$P(X=3) = \underbrace{0.3\times0.3\times0.3}_{\text{3 ที่}}\times0.7\times0.7\times0.7 = \binom{6}{3}(0.3)^3(0.7)^3$$

Expect value: E(X)

- about the mean.
  - ถ้ามีข้อมูลประชากร 3, 3, 3, 5, 4

$$\text{mean} = \frac{3+3+3+5+4}{5}$$

ลูกเล่นทางคณิตศาสตร์

$$= \frac{1}{5}\left(3(3) + 1(4) + 1(5)\right)$$

number x ข้อมูล

$\frac{n}{N}$

mean = relative frequen x outcome

$$= \frac{3}{5}(3) + \frac{1}{5}(4) + \frac{1}{5}(5)$$

20% of pop are 4

$$= (0.6)(3) + (0.2)(4) + (0.2)(5) = 1.8 + 0.8 + 1 = 3.6$$

60% of pop are 3

$$\frac{\text{จำนวนข้อมูลชั้น}}{\text{ข้อมูลทั้งหมด}}$$

- ส่วนนี้จะเป็นข้อมูลที่ finite แล้วถ้าเป็น infinite หล่ะ หาไร?
- expect value of binomial value

$$E(X) = np$$

$$P(X=k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$; in binomial นี่คือ k ครั้งที่เราทำสำเร็จ

$$E(X) = \sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$; เราชัวร์ตั้งแต่ 0 ลูกจนถึง n ลูก

term แรก $k=0$ ทั้งก้อนเป็น 0

$$0 + 1\binom{n}{1}p^1(1-p)^{n-1} + \dots + n\binom{n}{n}p^n(1-p)^{n-n}$$

$$\therefore E(X) = \sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} p^{k}(1-p)^{n-k}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} p^{k} (1-p)^{n-k}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{n!}{((k-1)!(n-k)!} p^{k} (1-p)^{n-k}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{n(n-1)!}{((k-1)!(n-k)!} p \cdot p^{k-1} (1-p)^{n-k}$$

$$= np \sum_{k=1}^{n} \frac{(n-1)!}{((k-1)!(n-k)!} p^{k-1} (1-p)^{n-k}$$

$a = k-1 \quad b = n-1$

$a+1 = k \quad b+1 = n$

$n-k = b+1-a-1$

$= b-a$

$$= np \sum_{a=0}^{b} \frac{b!}{a!(b-a)!} p^{a} (1-p)^{b-a}$$

$$= np \underbrace{\sum_{a=0}^{b} \binom{b}{a} p^{a} (1-p)^{b-a}}$$

→ probabity รวมกันได้ $\Sigma = 1$

$= np$ # true only binomial distribution

Possion process1

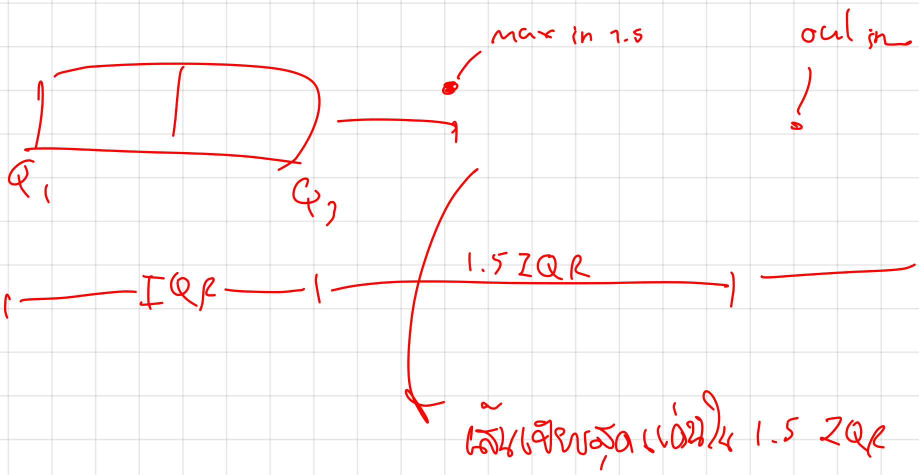
↳ อารมณ์แบบเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่ง

↳ ตอนแรกกำหนด random variable → X = number of car pass in an hour

$E(X) = \underset{\sim}{\lambda}$ $= np$ ของ binomial

$\frac{\text{something}}{\text{time}}$ → number of car pass in an hour

↳ something success in the time interval



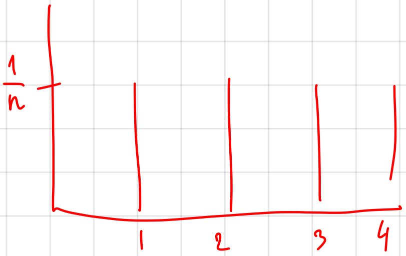
ปกติ $E(X) = \mu = \sum_x \underbrace{x}_{\text{outcome}} \underbrace{f(x)}_{\text{pop}}$; จาก basic math and stat

$$\sigma^2 = E(X-\mu^2) = E(X^2) - \mu^2$$

---

uniform ทุกตัวมีโอกาสน่าจะเป็นเท่ากัน

$p = \frac{1}{n}$



$\mu = \frac{max+min}{2}$

$\sigma^2 = \frac{(max-min+1)^2-1}{12}$

---

binomial สนใจ n ครั้งในหนึ่ง

$p = \binom{n}{x} p^x q^{(n-x)}$

$E(x) = np$

$\sigma^2 = npq$

---

geomatric สนใจที่เกิดขึ้นครั้งแรก

$p = pq^{n-1}$

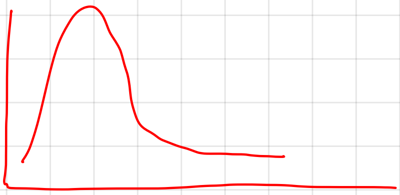
$E(X) = \frac{1}{p}$

$\sigma^2 = \frac{q}{p^2}$

---

neg-binomial จนกว่าจะเจอครั้งที่ n

$p = \binom{x+(r-1)}{(r-1)} p^r q^x$



$E(X) = \frac{r}{p}$

$\sigma^2 = \frac{rq}{p^2}$

---

hyper-geo

$p = \frac{(\text{เลือกสำเร็จ})(\text{เลือกไม่สำเร็จ})}{(\text{รูปแบบทั้งหมด})}$

$E(X) = np$; $p = \frac{m}{N}$

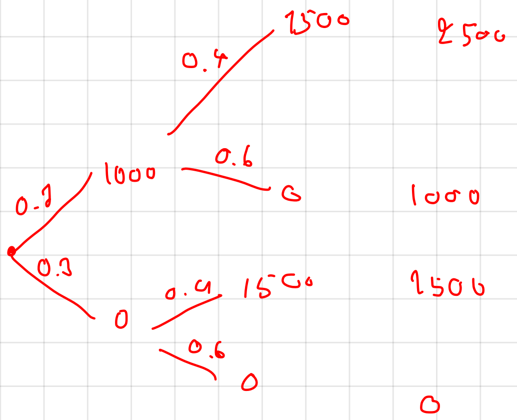
$\sigma^2 = npq \rightarrow \left(\frac{N-n}{N-1}\right) pq$

Possion → เกิดขึ้นตามช่วงเวลา

$p = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ $\quad V(X) = \lambda$

$E(X) = np = \lambda$

โจทย์เก่า



$(0.7)(0.4) = 0.28$

$(0.7)(0.6) = 0.42$

$(0.3)(0.4) = 0.12$

$(0.3)(0.8) = 0.24$

$E(X) = 0.28(2500) + \dots$

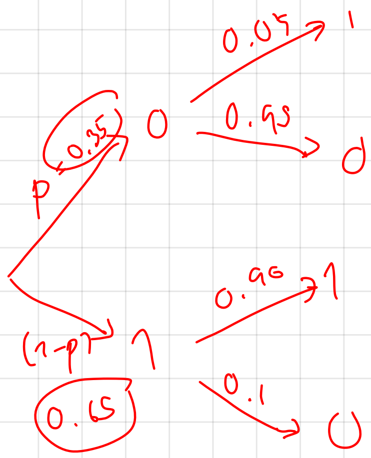
$\sum_x X p$

$P(X=x) = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 7 \times 3 = 21$

1, 21

$P(X \geq 1) = 1 - (P(X=0))$

Q



$p(0.05) + (1-p)(0.9) = 0.6$

$0.9 - 0.9p = 0.6$

$0.3 = 0.85p$

$\frac{0.3}{0.85} = p$

$p = 0.35$

$= 0.35(0.05) + 0.65(0.9)$

$0.0175 + 0.585$

ก) 0.6025

ข) $(1, ส1) = \frac{0.65(0.9)}{0.65}$

$= 0.9$

ข) $P(\text{รีบา} \mid \text{สาย}) = \dfrac{P(\text{สาย} \mid \text{รีบา})P(\text{รีบา})}{P(\text{สาย})}$

$$= \frac{(0.9)(0.602)}{0.65}$$

$$= 0.83$$

ต้องการรถรับ 3 $\longrightarrow$ N คน $\longrightarrow$ $p(0.6)$

$n = 3 \longrightarrow N = 6$

2

$\frac{12}{20}$ เลขคู่

$\frac{8}{20}$ คี่

$\rightarrow$ 5 ใบ เลขคู่ 2

$$\frac{\binom{12}{2}\binom{8}{3}}{\binom{20}{5}} = \frac{3696}{15504} = 0.238$$

$\frac{\cancel{12}\times 11}{\cancel{2}}$ $\frac{8\times 7\times \cancel{6}}{\cancel{3\times 2}}$

4

0.3 ซ่อม

0.7 ไม่ซ่อม

$n=15$

$X = 2, 3, 4$

$$\binom{15}{2}(0.7)^2(0.3)^{13} = \frac{15\times\cancel{14}}{\cancel{2}}(0.49)(0.\ldots) = 0.0000008$$

$$\binom{15}{3}(0.7)^3(0.3)^{12} = \frac{\cancel{15}\times\cancel{14}\times 13}{\cancel{3\times 2}} = 0.0000082$$

$$\binom{15}{4}(0.7)^4(0.3)^{11} = \frac{15\times 14\times 13\times 12}{4\times 3\times 2\times 1} = 0.0005$$

≈ 0.0005

5

$\lambda = 10$ คัน/นาที

$60 \rightarrow 10$

$30 \rightarrow 5$

30 วินาที ยอมรอบ ...

5 คัน/น

$$P(x=7) = \frac{e^{-10}10^7}{7!}$$

$p =$

6

แบบ ⇒ แดง (1-3), อ่อน (4-7)

สีอง ⇒ ,, ,,

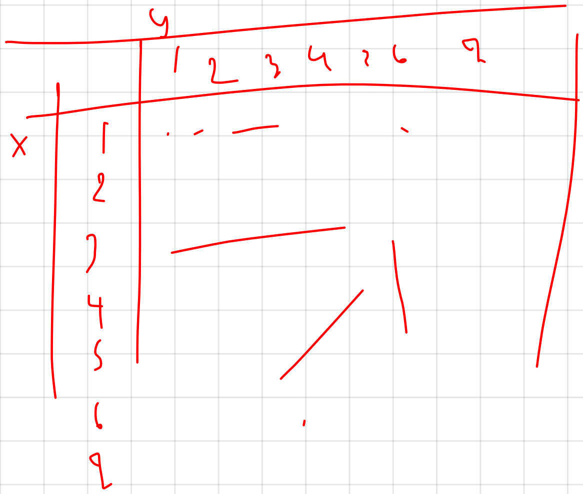
สุ่มมา 2

ออกมา ในรูป (x, y)

และ ... $\longrightarrow$ $\dfrac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{\cancel{6}\times 5}{\cancel{2}}$ $\frac{15}{\frac{14\times 13}{\cancel{2}}}$ $= \frac{15}{91} = 0.333$



ok = 0.99 fail = 0.1

$P(A \cup B)$

$P(1)$ $P(2)$

$(0.1)^1 + (0.1)^1 (0.99)^1$

$0.1 + 0.099$

$\underline{\underline{0.199}}$

$(0.99)^{50}$ ✓

$P(on) = 0.75$

$X = 1/$ รอบที่

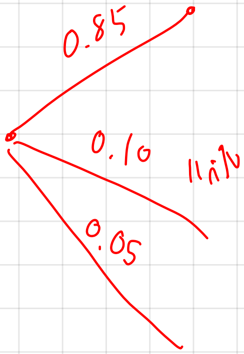
$(0.25)^2 (0.75)$

$= \frac{1}{p} = \frac{1}{0.75}$

4.33

$= \frac{q}{p^2}$

f f ✓



18 แบบรอบ 2 แก้ไขได้

$\binom{20}{18} (0.85)^{18} (0.10)^2$

$\frac{\cancel{20} \times 19}{\cancel{2}}$ 10

~~0.01~~

1.9 (0.0536)

1.1019

$\longrightarrow$ ได้ของรางวัล

$p = 0.0005$

$p = (0.0005)^1 (1 - 0.0005)^n$

$\bar{X} = \frac{30000}{\cancel{0.0005}} = 12000$

โจทย์ข้อ 2 → 1 วาด stem leaf, histogram

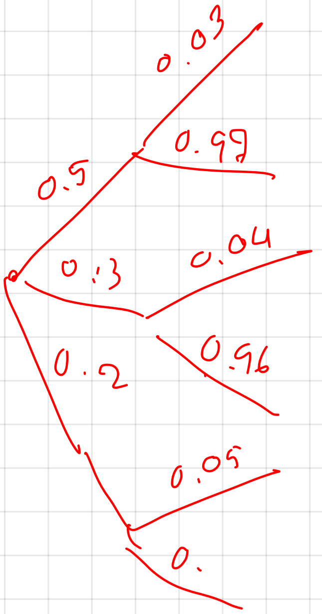
ข้อ 3 $\square\square\square\square$, โอกาสเสีย/request = 0.0005

ค่าเฉลี่ยที่ server ล่ม $E(x) = \frac{r}{p} = 8000$

จำนวน request ที่ไม่เกิน 6 = $P(X=4)$ $P(X=5)$ $P(X=6)$

แล้วรวม = ______

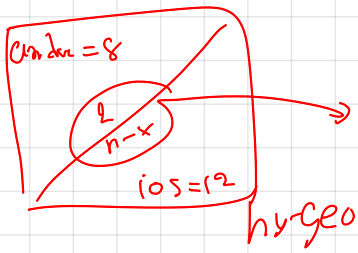
ข้อ 4



$P(D) = 0.0390$

$P(M_1 \mid D) = 0.405$

ข้อ 5



ก็เลย ดีแอนดรอยด์ = 2 $p = 0.193$

50

ข้อ 6 $\lambda = 10$

$\lambda = 5$

$$p = \frac{e^{-5}\,5^{0}}{0!}$$

0.993621