Hypothesis Testing for Means (Large Sample) n>30 ใช้ normal distribution

↳ ทำเหมือนหลักการเดิม แต่ต่างกันแค่ตัว test statistic (t)

↳ ในนี้เราใช้ $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right)}$ → เหมือน t เลยสิ shape ไม่เปลี่ยนตาม n เหมือน t-dist → ง่ายกว่า

↳ ตารางควรรู้

ถ้าเป็น t จะเกิดตัวเลขตามดู table เรื่อยๆ

c	α	one-tail test (ทางขวา)	two-tail test
0.90	0.10	1.28	± 1.645
0.95	0.05	1.645	± 1.96
0.98	0.02	2.05	± 2.33
0.99	0.01	2.33	± 2.575

ของ t ไปดูตารางเอา

ของ z มาจากซ้ายนะ

α เลขนี้เท่าเดิมเสมอ

↳ **ex** records show that students on average score less than or equal to 850 on a test. A extra school said who take their course will score on higher than this. take 1000 students get average 856 with standard deviation of 98 after taking course. At $\alpha = 0.05$

↳ $H_0 : \mu \le 850$ $\quad n = 1000 \quad \bar{x} = 856$

$H_1 : \mu > 850 \quad \alpha = 0.05 \quad s = 98$

↳ ทำแบบเขียน $t_\alpha = t_{0.05} = 1.645$

และ $z = \dfrac{856 - 850}{\left(\frac{98}{\sqrt{1000}}\right)} = 1.94$

right tail test

$z > t_\alpha$ ∴ reject

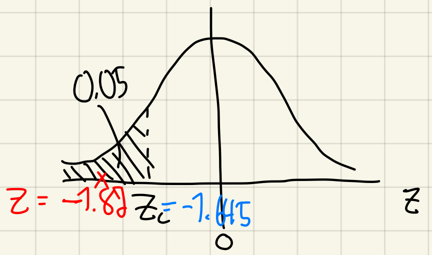
∴ reject H_0 at $\alpha = 0.05$

↳ **ex** given: $H_0 : \mu \ge 405 \quad \alpha = 0.05$

$H_a : \mu < 405 \quad z_{\text{ของ sample}} = -1.87$

| reject or fail to reject

↳ left tail test



z ที่ area = 0.05

∴ $z_c = -1.645$

∴ reject H_0 at $\alpha = 0.05$

P-Value in Hypothesis Testing

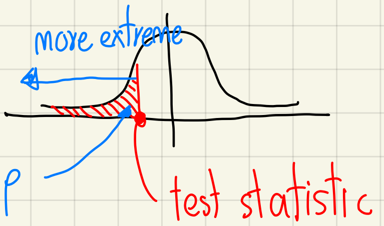
↳ another trigger to decide when we should reject that null hypothesis

↳ p-value : Probability of obtaining a sample "more extreme" than the ones obsered in your data assuming Ha is true

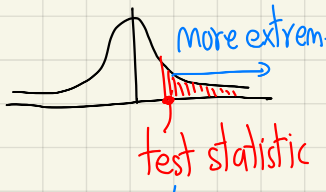
↳ ขึ้นอยู่กับปัญหา

↳ ขึ้นอยู่กับปัญหา

↳ left tail test



↳ right tail test

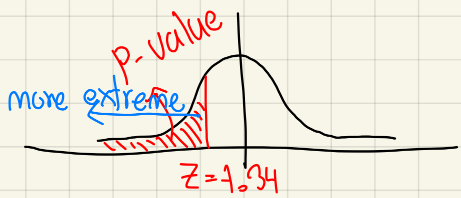


ไม่เกี่ยวกับค่า level of significance

↳ แค่เอา data มาคำนวณ แล้วดูว่ามากกว่าหรือน้อยกว่า ตรงนี้คือ p-value หรือ area under curve

↳ ex $H_0 : u \geq 0.15$ From data : $z = -1.34$; value represent data you have

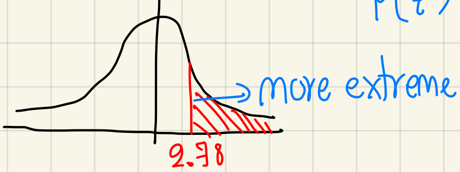
$H_a : u < 0.15$



เปิดตารางหา $P(z < -1.34) = 0.0901$ = p-value

↳ ex $H_0 : u \leq 0.43$ $z = 2.78$

$H_a : u > 0.43$



$P(z > 2.78) = P(z < -2.78)$

$= 0.0027$ = p-value

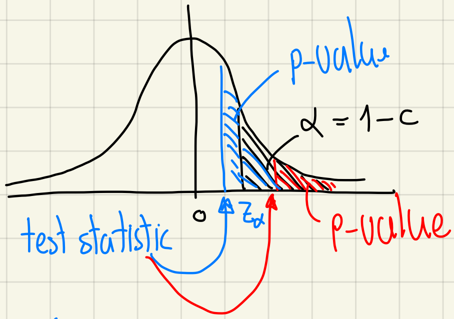
Using P-Value to make Decision

↳ conclusion of p-test : if $p \le \alpha \rightarrow$ reject H_0

if $p > \alpha \rightarrow$ fail to reject H_0

↳ why? → เหมือนตอนหาค่า rejection region

↳ right tail test

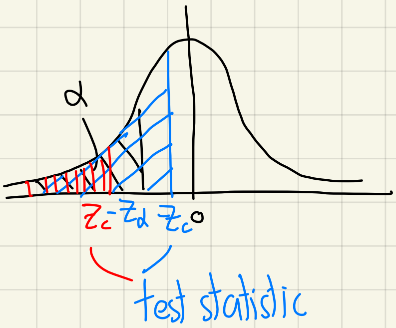


พื้นที่ p > พื้นที่ α ⇒ fail to reject H_0 at $\alpha = \alpha$

พื้นที่ p ≤ พื้นที่ α ⇒ reject H_0 at $\alpha = \alpha$

เหมือนของเก่าแต่ใช้พื้นที่
แทนอันเก่า
อันเก่าใช้ค่าสถๆ

↳ left tail test



พื้นที่ p > พื้นที่ α ⇒ fail to reject H_0 at $\alpha = \alpha$

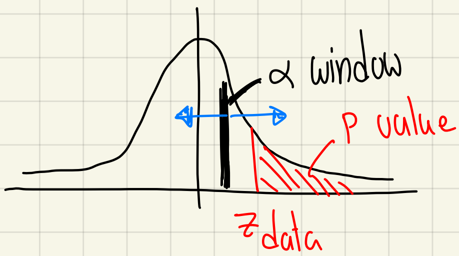
พื้นที่ p ≤ พื้นที่ α ⇒ reject H_0 at $\alpha = \alpha$

↳ ทำไมต้องเรียน p-value ? ทั้งๆที่แบบเก่าก็ใช้ได้นี่

↳ มันให้เราสามารถเลือก α ที่จะ reject null hypo.

↳ เลือกเอง   เพื่อให้ reject หรือ fail to reject

↳ การ move threshold point c↑ α↓ , c↓ α↑ ปฏิเสธยากขึ้น



ถ้าอยาก reject ก็ให้ α มีพื้นที่ ≥ pvalue

$\alpha \ge p$

เมื่อรู้ p ก็เลือก α → จะให้เป็นแบบไหนตามต้องการ

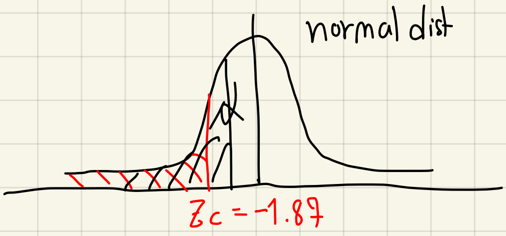
↳ people try to disprove something or to reject the null hypothesis

↳ เก็บ data, calculate test statistic และ p-value → ค่อยเลือก α

Hypothesis Testing For Means Using P-Value (Large Samples)

↳ **ex** $H_0: \mu \geq 409$ $\alpha = 0.05$ reject or fail to reject

$H_a: \mu < 409$ $z_c = -1.87$



p-value → prob "more extreme"

p-value = $P(Z < -1.87)$

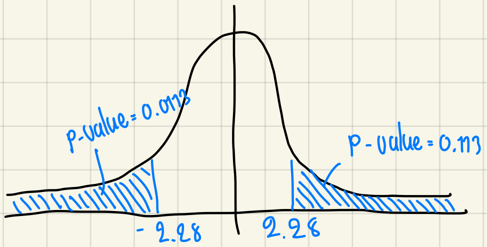
$= -0.0307 < \alpha = 0.05$

∴ reject null hypo with $\alpha = 0.05$

↳ **ex** $H_0: \mu = 2$ $\alpha = 0.02$ reject or fail to reject

$H_a: \mu \neq 2$ $z = -2.28$

↳ 2 tail test (use p-value)



$P(Z < -2.28) = 0.0113$

p-value $= 2 \times 0.113$ ← ทั้ง 2 ฝั่ง

$= 0.0226 > \alpha = 0.02$ ∴ fail to reject H_0 at $\alpha = 0.02$

↳ อันนี้ทดสอบ 2 ข้าง

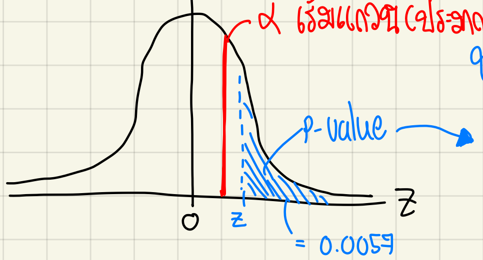
↳ ถ้ามองข้างเดียวผลลัพธ์เหมือนกัน

↳ $0.113 > 0.01$

↳ **ex** A newspaper reports that the average age a woman gest married is 25 years old or younger. A reseacher think the average is older. He sample 213 women and gets an average age of 25.4 years with standard deviation of 2.3 years. With 95% level of confidence, test the researcher's claim.

↳ $H_0: \mu \leq 25$ year $n = 213$ $s = 2.3$

$H_a: \mu > 25$ year $\bar{x} = 25.4$ $c = 0.95$ → one tail $\alpha = 0.05$



หาค่า test statistic

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{25.4 - 25}{\frac{2.3}{\sqrt{213}}} = 2.58$$

เอาไปหาพื้นที่

$= P(Z > 2.58)$

$= P(Z < -2.58)$

$= 0.0057$

p-value $< \alpha$

∴ reject H_0 with $\alpha = 0.05$

↳ **ex** A study showed that on average women in a city had 1.48 kids. A researcher believes this number is wrong. He survey 128 women in this city and finds that on average these women had 1.39 kids with standard deviation of 0.84 kids. At 90% LOC test the claim using p-value.

↳ $H_0: \mu = 1.48$ $\quad n = 128 \quad s = 0.84$

$H_1: \mu \neq 1.48$ $\quad \bar{x} = 1.39 \quad c = 0.90 \quad \alpha = 0.10$

หา p-value $\quad z_c = \dfrac{1.39 - 1.48}{\frac{0.84}{\sqrt{128}}}$

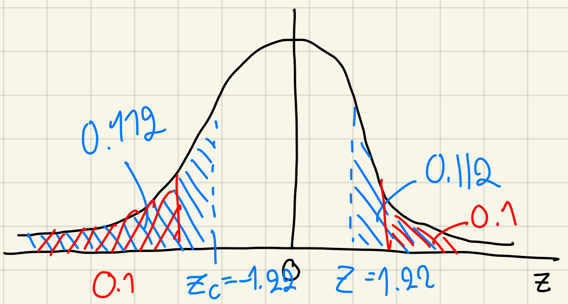
$= -1.22$

$P(Z < -1.22) =$ เปิดตาราง

$= 0.112$

ลองวาดรูป

ค่านั้นก่อนค่อยดู



แต่เดี๋ยวนะมีแล้ว 2 ฝั่งที่เราต้องรวมกัน

p-value = p-value x 2 ;

$= 0.224 > \alpha = 0.10$

∴ fail to reject null hypothesis with $\alpha = 0.10$

Hypothesis Testing for Population Proportions

- What is propotion → is fraction of something
- the concept is the same
- We can approximate with a normal distribution when: → follow this constraint
  - $np \geq 5$ and $n(1-p) \geq 5$
    - เป็นไปตามความจริงคือเลขยอมที่จะเพิ่ม n ; p ไม่สามารถเพิ่มได้ขึ้นเป็นสิ่งที่เอาไป random มา
      - เพิ่ม n จนคูณ x กับ p แล้วได้มากกว่า 5 ; อีกสมการก็เช่นเดียวกัน
  - test statistic → อันเก่าแค่ t-test , z-test

if true

  - $z = \dfrac{\hat{p} - p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}}$ just remember → สมการเดียวตลอดของเรื่อง

- **ex** a local fire dept has been advertising that 65% of staff like their assigned gear. A new hire believes that less than 65% like their gear, so he asked 50 firefighters and 27 said they did like the gear. Test the claim at 95% level of confidence

$H_0 : p \geq 0.65 \quad \alpha = 0.05$

$H_1 : p < 0.65$

① constraint

เช็ค constraint ก่อน

$np \geq 5$ and $n(1-p) \geq 5$

$50(0.65) \geq 5 \qquad 50(1-0.65) \geq 5$

$32.5 \geq 5 \qquad 17.5 \geq 5$

both true
- represent: n is high enough where I'm allowed to use normal distribution

$\hat{p}$ → propotion of sample that like the gear

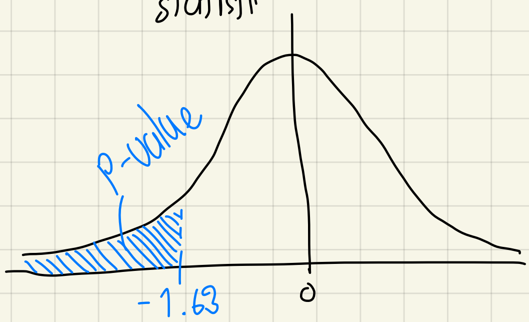
p → come from null

หา test statistic $z = \dfrac{\hat{p} - p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} = \dfrac{\frac{27}{50} - 0.65}{\sqrt{\dfrac{0.65(1-0.65)}{50}}} = -1.63$

$\frac{27}{50}$ → ประมาณ 0.54 น้อยกว่า 0.65 แน่นอน

แต่!? เราถือไม่สามารถสรุปได้ว่า alternative hypo เป็นจริง

② find test statistic



③ compare

$p\text{-value} = P(z < -1.63)$

$= 0.0516 > \alpha = 0.05$

$\therefore$ fail to reject H_0 with $\alpha = 0.05$

↳ ex A report states that at least 75% of women like red roses. Angie thinks this figure is too high. She asks 125 women and find that 92 do like res roses. At a 0.10 level of significant, test the claim.

↳ $H_0: p \geq 0.75$ ใช้ p ที่อ้างผลิตกร | $n = 125$ $\alpha = 0.10$ | left tail test

$H_1: p < 0.75$ | $\hat{p} = \frac{92}{125}$

$np \geq 5$ and $n(1-p) \geq 5$

$125(0.75) \geq 5$ $\quad$ $125(1-0.75) \geq 5$ ✓

$93.75 \geq 5$ $\quad$ $31.25 \geq 5$

sample size is large enough to use normal distribution

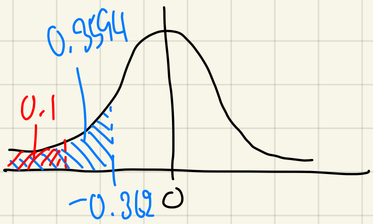
$$z = \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = \frac{\frac{92}{125} - 0.75}{\sqrt{\frac{0.75(1-0.75)}{125}}} = -0.362$$

p-value $= P(Z < -0.362)$

$= 0.3594 > \alpha = 0.10$

$\therefore$ fail to reject H_0 with $\alpha = 0.10$

วาดรูป



↳ ex A report state that 1% of college degree are in mathematics. A researcher doesn't believe this is correct. He sample 12,317 graduates and finds that 148 have math degrees. Test the claim at 0.1 level of significance

$H_0: p = 0.01$ | $\alpha = \underline{0.1}$ $\quad$ $n = 12,317$ $\quad$ $\hat{p} = \frac{148}{12317}$

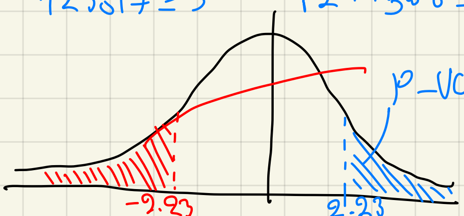
$H_1: p \neq 0.01 \rightarrow$ 2 tail $\quad$ $p = 1$

$np \geq 5$ and $n(1-p) \geq 5$

$12317(0.01) \geq 5$ $\quad$ $12317(1-0.01) \geq 5$

$123.17 \geq 5$ $\quad$ $12193.8 \geq 5$ ✓

$$z = \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = \frac{\frac{148}{12317} - 0.01}{\sqrt{\frac{0.01(1-0.01)}{12317}}} = 2.23$$



p_value แบบ 2 tail

p-value $= 2 \times P(Z < -2.23)$

$= 2 \times 0.0129$

fail to reject H_0 at $\alpha = 0.1$ $= 0.0258 > 0.1$

Types of Errors in Hypothesis Testing

↳ we look at the small group of people and try to study from them to extrapolate what the entire population is doing

↳ I can draw conclusion for instance, reject null hypothesis with 95% level of confidence

↳ but then I turn out that this was the wrong decision and maybe I shouldn't have rejected it.

↳ may be you lucky, may be I just happen to ask wrong people → incorrect concludsion

↳ วันศุกร์ (pay day) ไปถามคนตอนว่าจ่ายเงินเท่าไหร่

; decison

	H_0 is true	H_0 is false
H_0 is rejected	Type I Error	correct decision
H_0 is not rejected	correct decision	Type II Error

; เหตุการณ์หลังจากที่เราคาดไว้ หรือ ความจริง เหตุการณ์ขึ้น

↳ ลองแปลความหมายจากตารางข้างบน

↳ type I Error : ผลลัพธ์ที่ได้จากการ sample เป็น reject H_0 แต่พบว่าจริงๆแล้ว H_0 เนี่ยเป็นจริง

↳ โชคร้าย, ไม่ random, ผิดพลาด

↳ ex $H_0 : p \geq 0.95$, $H_1 : p < 0.95$ } เรา sample คนกลุ่มหนึ่งมา → fail to reject H_0 with $\alpha = x$

ทำแบบขั้นตอนเดิม

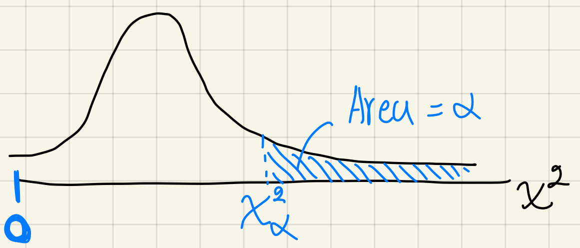
แต่หลังจากนั้น 3 ปี เราพบว่าจริงๆแล้ว 97% ต่ำจากที่เป็นความจริง

what type of error that I meet?

↳ ∴ type II error เพราะว่า เรา fail to reject แล้วความจริงที่ว่า $p \geq 0.95$ นั้นเป็นเท็จ

Hypothesis Testing for Population Variance

↳ ตอน confidence interval เราใช้ chi-square distribution (อยู่ vol4 ไปดูเอา)



ไม่สมมาตร เปลี่ยนรูปร่างตาม degree of freedom

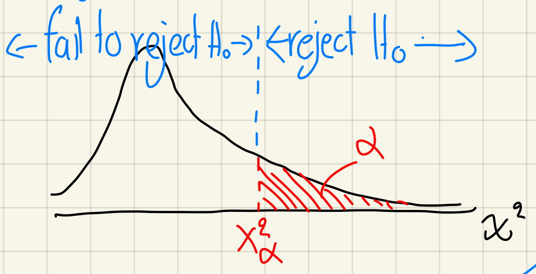
start with '0'

test statistic → $\boxed{\chi^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma^2}}$

🔍 แล้วตอนนี้ใช้ p-value ได้ไหม?

↳ p-value ใช้กับ normal distribution จ้า

↳ right-tail test

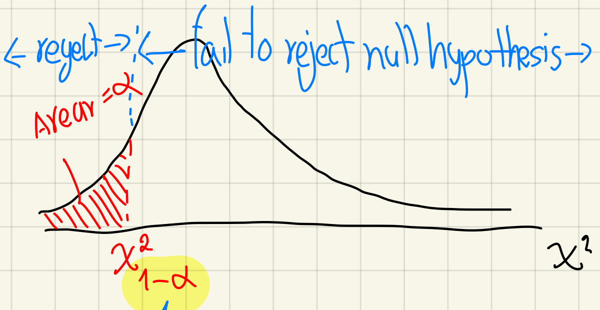


เราจะดูว่าค่าของ test statistic ว่าไปตกอยู่ส่วนไหน

ใช้ concept เหมือนเดิม

reject when $\chi^2 > \chi^2_\alpha$

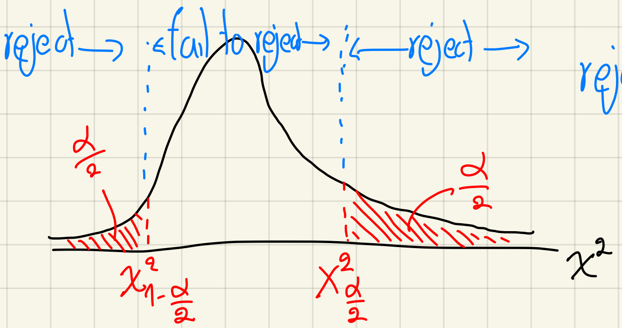
↳ left-tail test



reject when $\chi^2 \le \chi^2_{1-\alpha}$

chi-square ไม่ตรงสองฝั่ง

↳ two-tail test

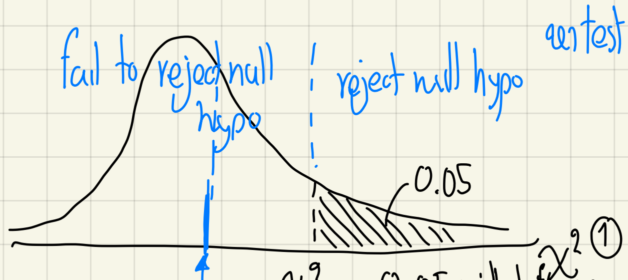


reject when: $\chi^2 \le \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}$ or $\chi^2 \ge \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}$

พื้นที่เท่ากัน แต่รูปร่างแตกต่าง

↳ ex A pencil manufacturer required that the mass of their pencil have standard deviation that won't exceed 0.08 gram. An inspector think that the standard deviation is larger. He sample 30 pencils and find they have a mean of 1.62 g and std 0.0804 g. Test the claim at 0.05 level of significant.

↳ $H_0: \sigma \leq 0.08$ gram | $s = 0.0804$ $n = 30$ | one-tail (right) test
$H_1: \sigma > 0.08$ gram | $\bar{x} = 1.62$ $\alpha = 0.05$ |
dof = 29



① หาตรงนี้

$\chi^2_\alpha = 0.05$ with dof = 29

$= 42.557$

② หาtest

หาtest statistic $\chi = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$

$= \frac{(30-1)(0.0804)^2}{(0.08)^2}$

$= 29.27$

③ เปรียบเทียบ

$\therefore \chi^2 < \chi^2_\alpha$

fail to reject Ho with $\alpha = 0.05$

อยู่ไม่ถึงเขต rejection region

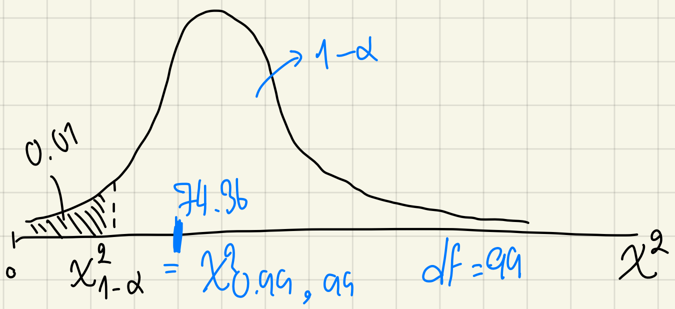
↳ ex Drug A is known to have variance of 0.0009 in its active ingredient. Drug B claim to be better because it has a smaller variance. Company B test this by sampling 100 of Drug B pills. The active ingredient has a mean of 2.47 mg and std dev of 0.026 mg. At 0.01 level of significance, test company B's claim

↳ $H_0: \sigma^2 \geq 0.0009$ | $n = 100$ | left-tail test
$H_1: \sigma^2 < 0.0009$ | $\bar{x} = 2.47$ mg
$s = 0.026$ mg
$\alpha = 0.01$

$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$

$= \frac{(100-1)(0.026)^2}{0.0009}$ ระวังเรื่องสัญลักษณ์

$= 74.36$



$\chi^2_{1-\alpha} = \chi^2_{0.99,\,99}$ df = 99

$= 70.065$

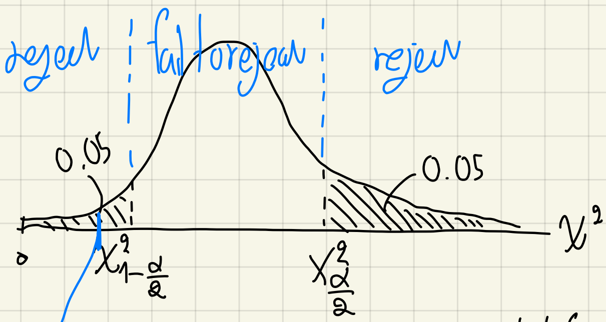
$\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha}$

fail to reject Ho when $\alpha = 0.01$

↳ ex A pizza manufacturer says his pizzas have a variance in the diameter of 16 cm. He install new equipment and now no longer thinks this is the case. He select 40 pizza off the line and finds they have a standard deviation of 3.2 cm. Test the claim at 90% level of confidence.

↳ $H_0 : \sigma^2 = 16$ cm | $n = 40$ $\quad \alpha = \frac{0.1}{2} = 0.05$

$H_1 : \sigma^2 \neq 16$ cm | $s = 3.2$ cm



$= \chi^2_{0.95} \qquad = \chi^2_{0.05} \qquad$ at d.f = 35

$= 26.509 \qquad = 55.758$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{(40-1)(3.2)^2}{16} = 24.96$$

∴ reject H_0 with $\alpha = 0.10$