ที่เกิดไว

NPDAs Accept Context-Free Languages

Theorem:

เรียนรู้จนวันตาย

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Context-Free}\\ \text{Languages}\\ \text{(Grammars)}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\text{Languages}\\ \text{Accepted by}\\ \text{NPDAs}\end{array}\right\}$$

Proof - Step 1:

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Context-Free}\\ \text{Languages}\\ \text{(Grammars)}\end{array}\right\} \subseteq \left\{\begin{array}{c}\text{Languages}\\ \text{Accepted by}\\ \text{NPDAs}\end{array}\right\}$$

Convert any context-free grammar G to a NPDA M with: $L(G) = L(M)$

Proof - Step 2:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Context-Free} \\ \text{Languages} \\ \text{(Grammars)} \end{array} \right\} \supseteq \left\{ \begin{array}{c} \text{Languages} \\ \text{Accepted by} \\ \text{NPDAs} \end{array} \right\}$$

Convert any NPDA M to a context-free grammar G with: $L(G) = L(M)$

อยู่ใน text book เรียบร้อย ไปหาดู 555

Deterministic PDA

DPDA

Deterministic PDA: DPDA

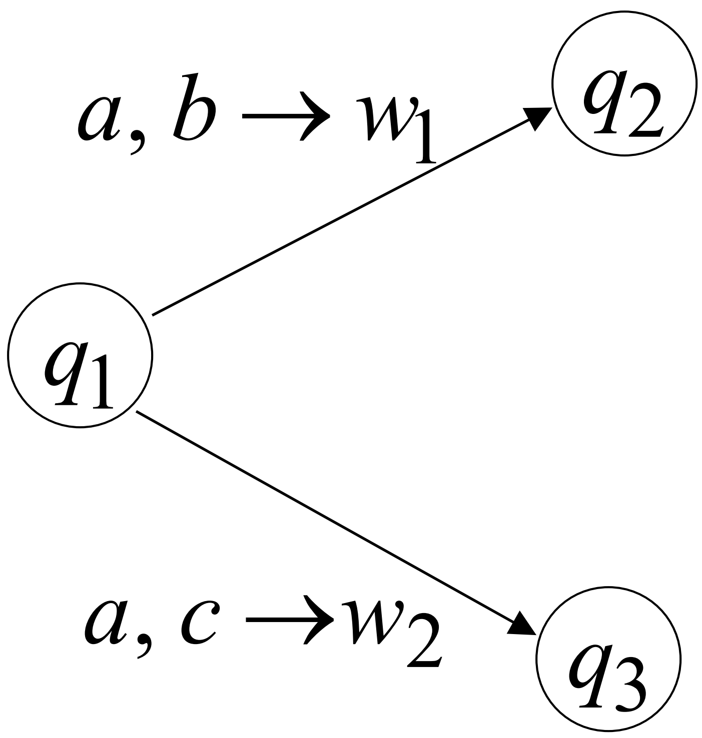
Allowed transitions: → การทำงานของระบบมันคาดเดาได้ เหมือน DFA

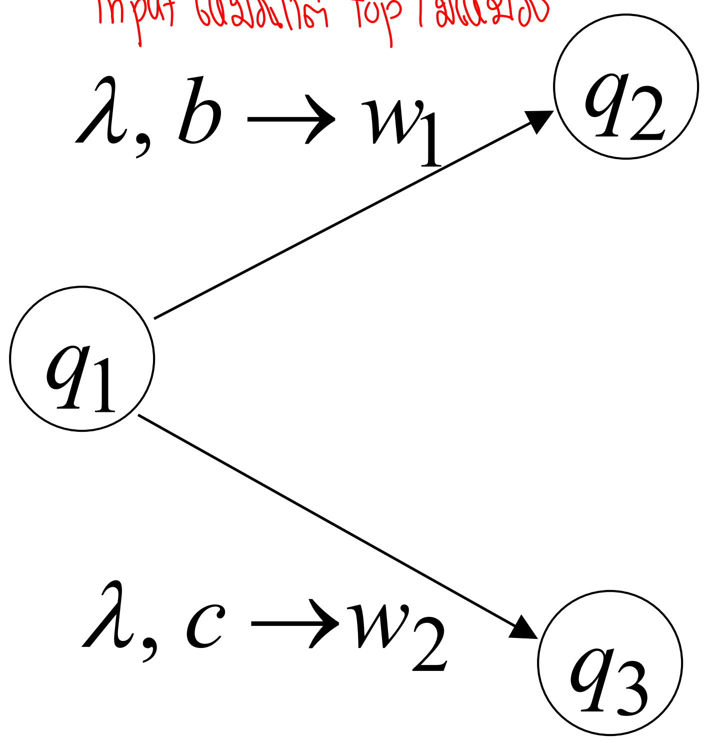
$$q_1 \xrightarrow{a,\, b \to w} q_2$$

$$q_1 \xrightarrow{\lambda,\, b \to w} q_2$$

(deterministic choices)

Allowed transitions:

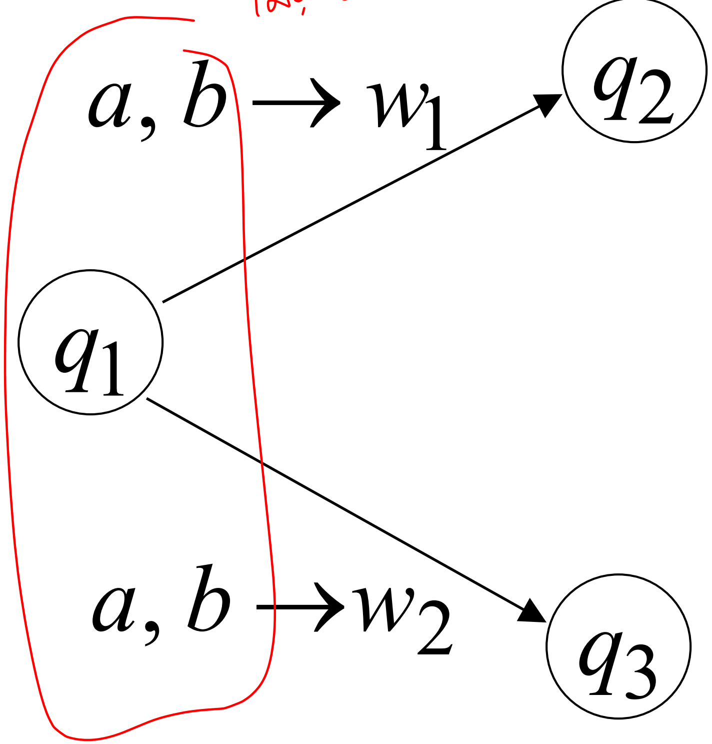




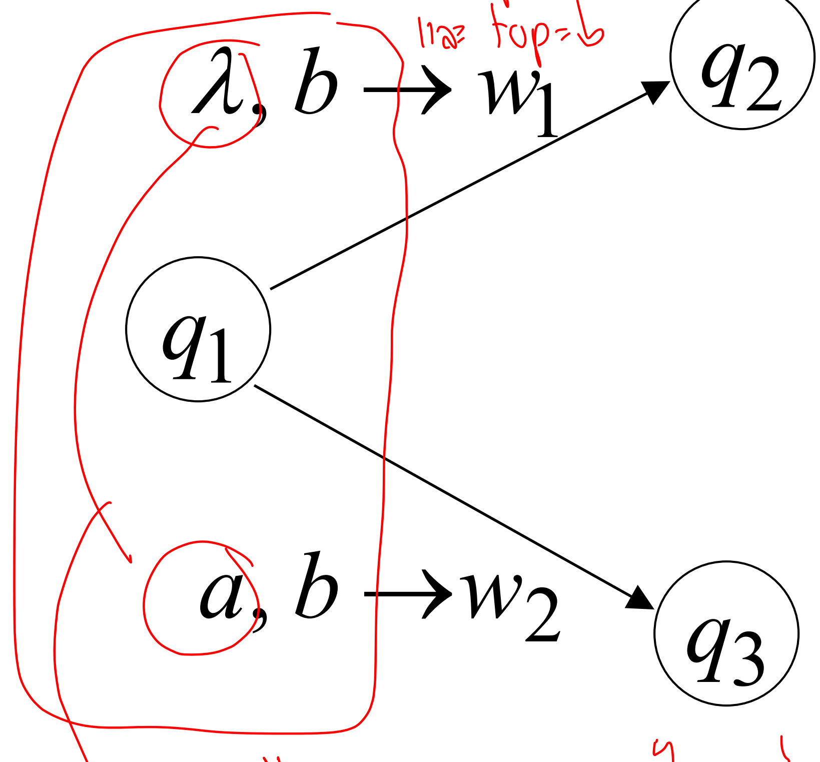
(deterministic choices)

Not allowed:

ไม่รู้ไปอันไหน



เป็นแค่ว่าเมื่อ input ที่อ่านเป็น a
และ top=b



เครื่องเลือกว่าจะอ่าน a เลยหรือไม่อ่านก็ได้

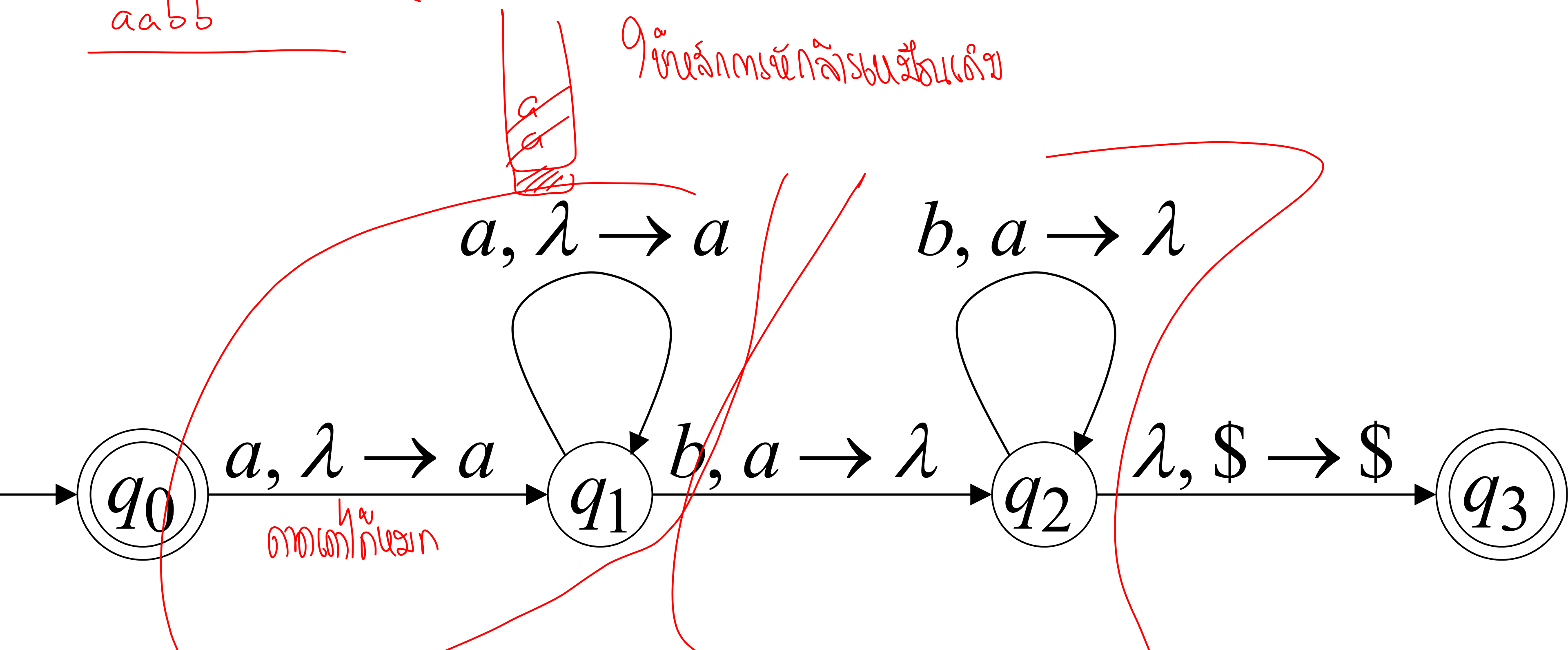
(non-deterministic choices)

DPDA example

$$L(M) = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

aabb

ใช้หลักการหักล้างเหมือนเดิม



The language $L(M) = \{a^n b^n : n \geq 0\}$

is **deterministic context-free**

Definition: ถ้า L จะเป็น determ cont fr จะต้องมี DPDA รองรับ

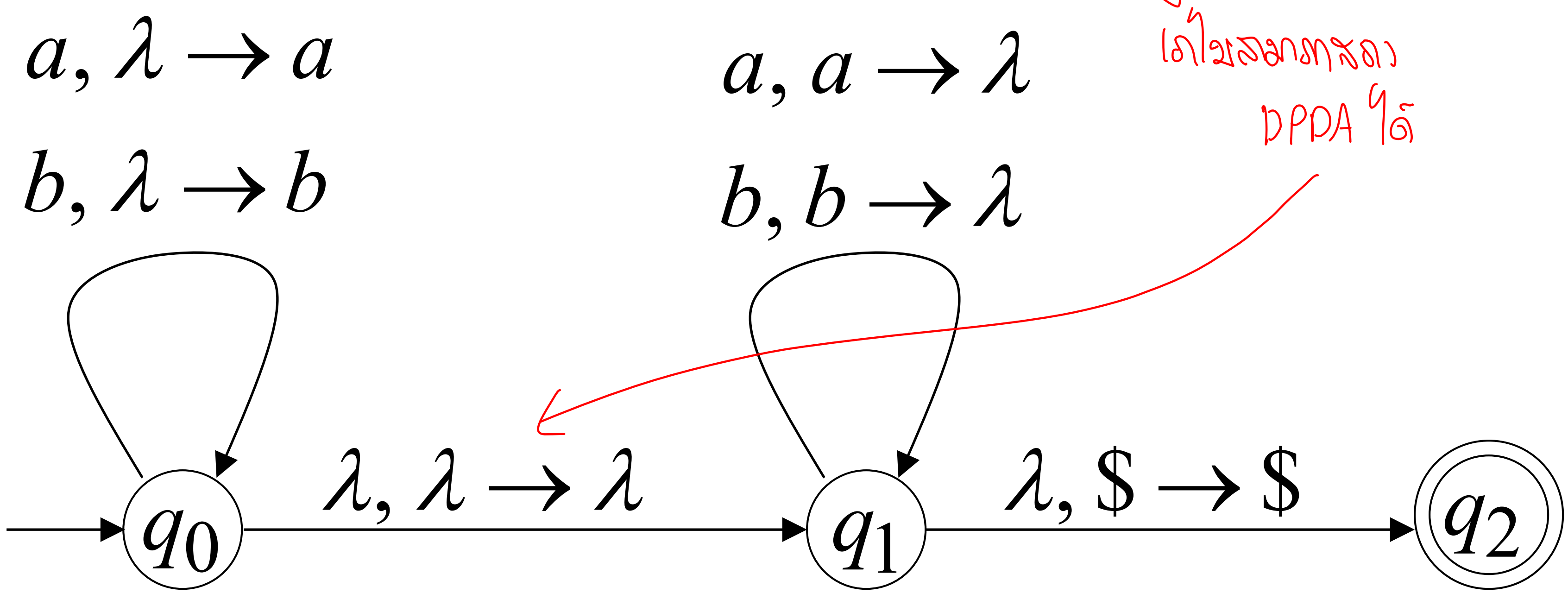
A language L is **deterministic context-free** if there exists some DPDA that accepts it

Example of Non-DPDA (NPDA)

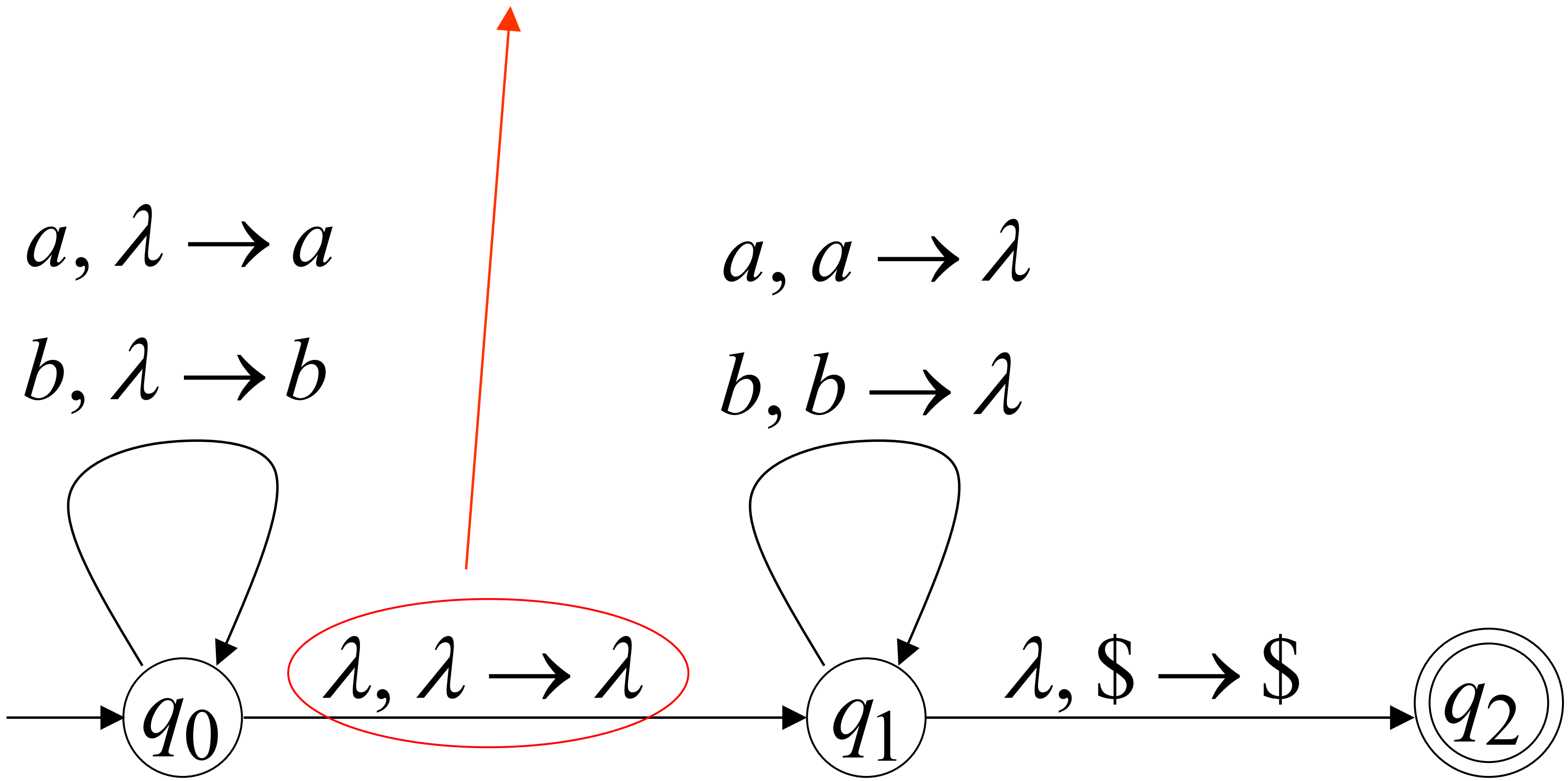
$$L(M) = \{ww^R\}$$

ตัวอย่างเดิม → NPDA

ไม่สามารถลด
DPDA ได้



Not allowed in DPDAs



NPDAs

Have More Power than

DPDAs

It holds that:

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Deterministic}\\ \text{Context-Free}\\ \text{Languages}\\ \text{(DPDA)}\end{array}\right\} \subseteq \left\{\begin{array}{c}\text{Context-Free}\\ \text{Languages}\\ \text{NPDAs}\end{array}\right\}$$

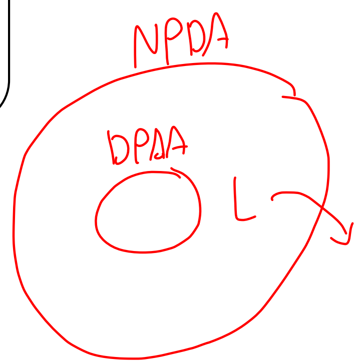
Since every DPDA is also a NPDA

We will actually show:

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Deterministic}\\ \text{Context-Free}\\ \text{Languages}\\ \text{(DPDA)}\end{array}\right\} \subset \left\{\begin{array}{c}\text{Context-Free}\\ \text{Languages}\\ \text{(NPDA)}\end{array}\right\}$$

ไม่ใช่กรณีที่เท่ากัน

$L \notin$ $\qquad$ $L \in$



ภาษาเหล่านี้อยู่ใน NPDA แต่ไม่อยู่ใน DPDA

We will show that there exists a context-free language L which is not accepted by any DPDA

The language is:

$$L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\} \qquad n \geq 0$$

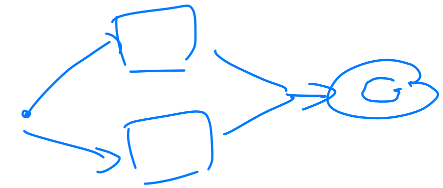
We will show:

1 • L is context-free

2 • L is **not** deterministic context-free

L not in DPDA

$$L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$$



Language L is context-free

Context-free grammar for L :

แยกเป็นได้ก็ได้

$$S \to S_1 \mid S_2 \qquad \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$$

$a^n b^n$

$$S_1 \to a S_1 b \mid \lambda \qquad \{a^n b^n\}$$

$a^n b^{2n}$

$$S_2 \to a S_2 bb \mid \lambda \qquad \{a^n b^{2n}\}$$

Theorem:

The language $L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$

is **not** deterministic context-free

ฮิบอข้างนอก DPDA

(there is **no** DPDA that accepts L)

Proof: Assume for contradiction that

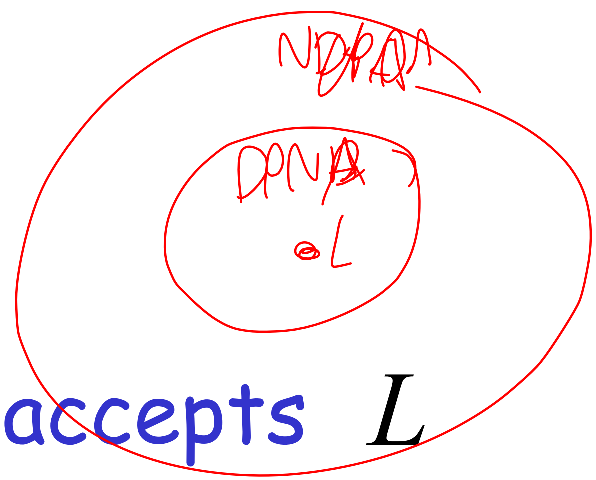
$$L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$$

is deterministic context free

assumeให้ L อยู่ใน DPDA

↓

หาข้อขัดแย้ง



Therefore:

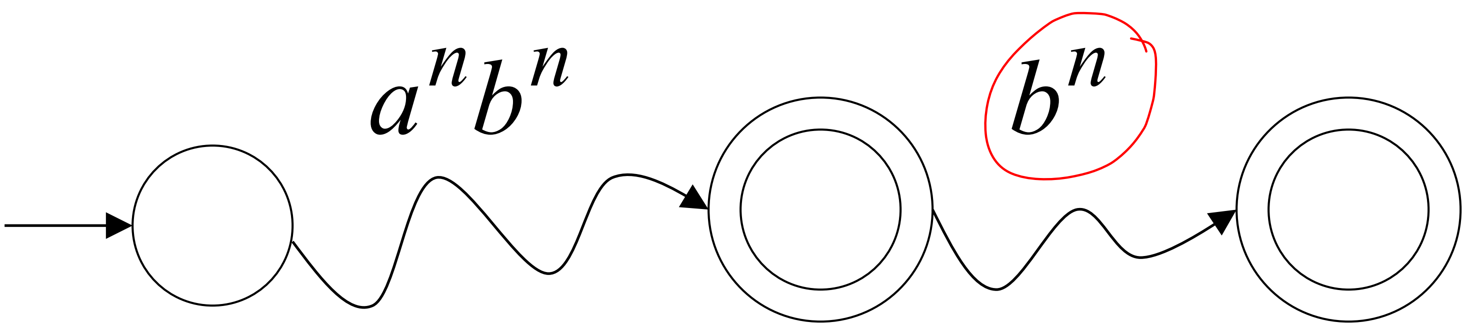
there is a DPDA M that accepts L

DPDA M with $L(M) = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$

แสดงว่าต้องสร้าง DPDA ไม่มีขึ้นได้ → พิสูจน์ได้โดยการสมมุติขึ้นมา ว่ามันเป็น DPDA

accepts $a^n b^n$

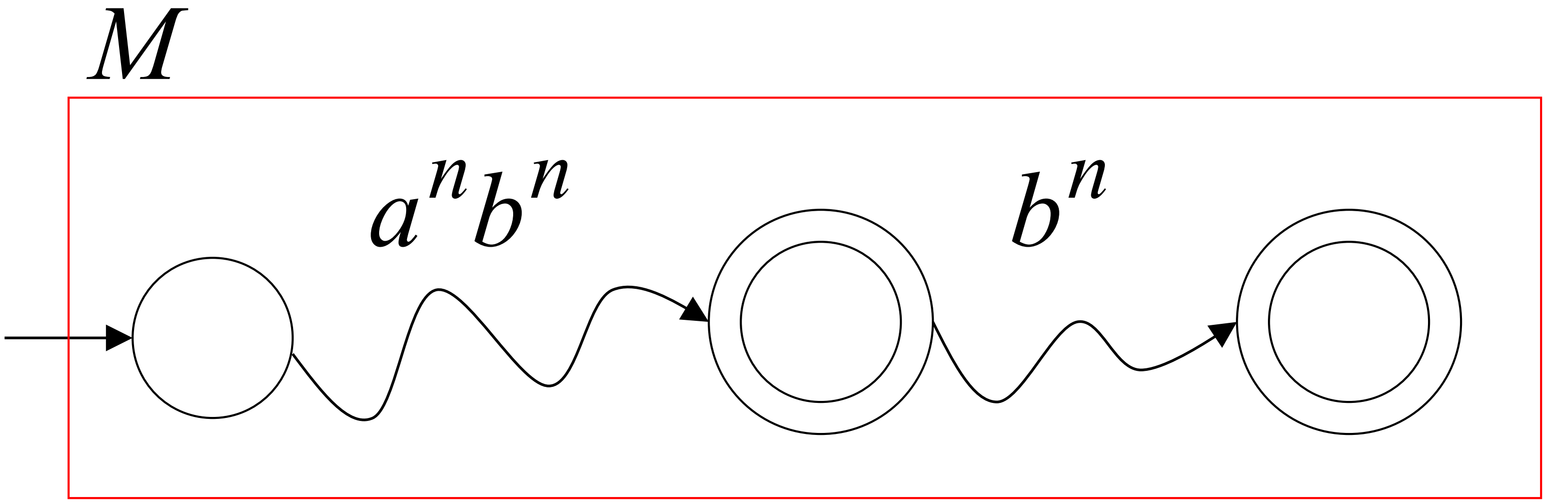
$b^{n+n} \rightarrow b^{2n}$



accepts $a^n b^{2n}$

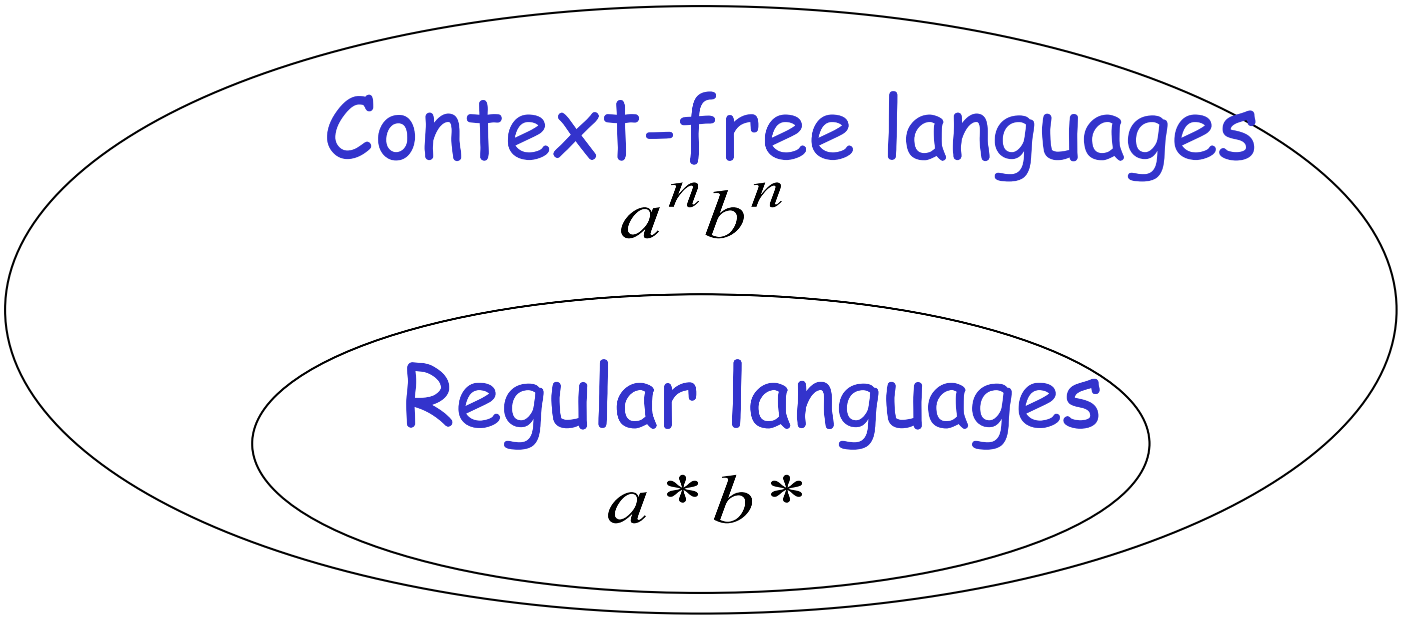
DPDA M with $L(M) = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$

Such a path exists because of the determinism



ยอมรับไปก่อน → เดี๋ยว prove

Fact 1: The language $\{a^n b^n c^n\}$ is **not** context-free



(we will prove this at a later class using pumping lemma for context-free languages)

Fact 2: The language $L \cup \{a^n b^n c^n\}$

is **not** context-free

NPDA

not cf

ถ้าเอาภาษาใดๆ ก็ตามที่ไม่ใช่ context free
เอามา ∪ กับอะไรก็ตามมันก็จะ
ไม่ใช่ context free

$$(L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\})$$

(we can prove this using pumping lemma for context-free languages)

We will construct a NPDA that accepts:

เราจะทำให้มันเซตแข็ง

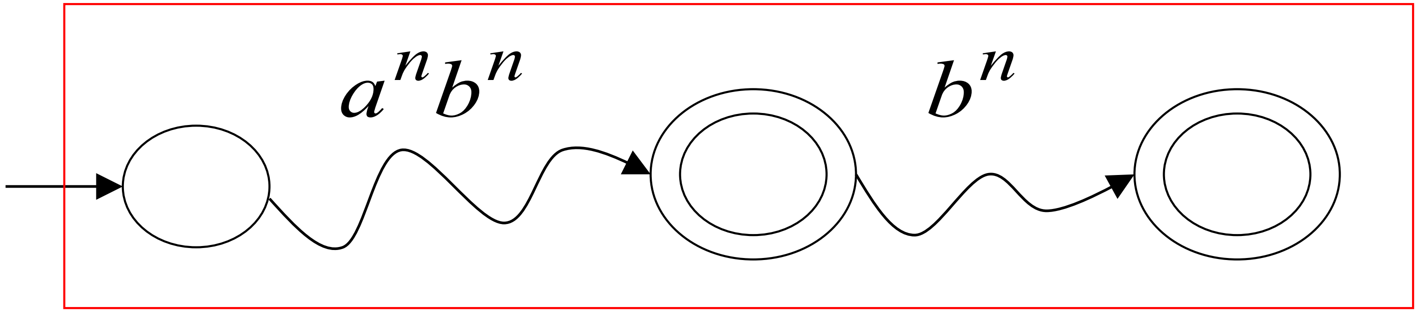
$$L \cup \{a^n b^n c^n\}$$ not CFL

$$(L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\})$$

which is a contradiction!

M

$$L(M) = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$$



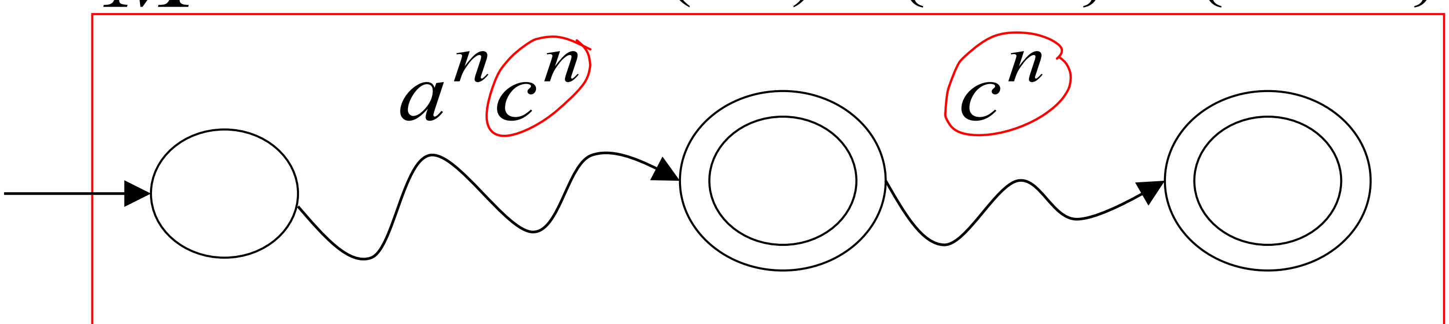
DPDA

Modify M

Replace b with c

M'

$$L(M') = \{a^n c^n\} \cup \{a^n c^{2n}\}$$



The NPDA that accepts $L \cup \{a^n b^n c^n\}$

Connect final states of M'

with final states of M

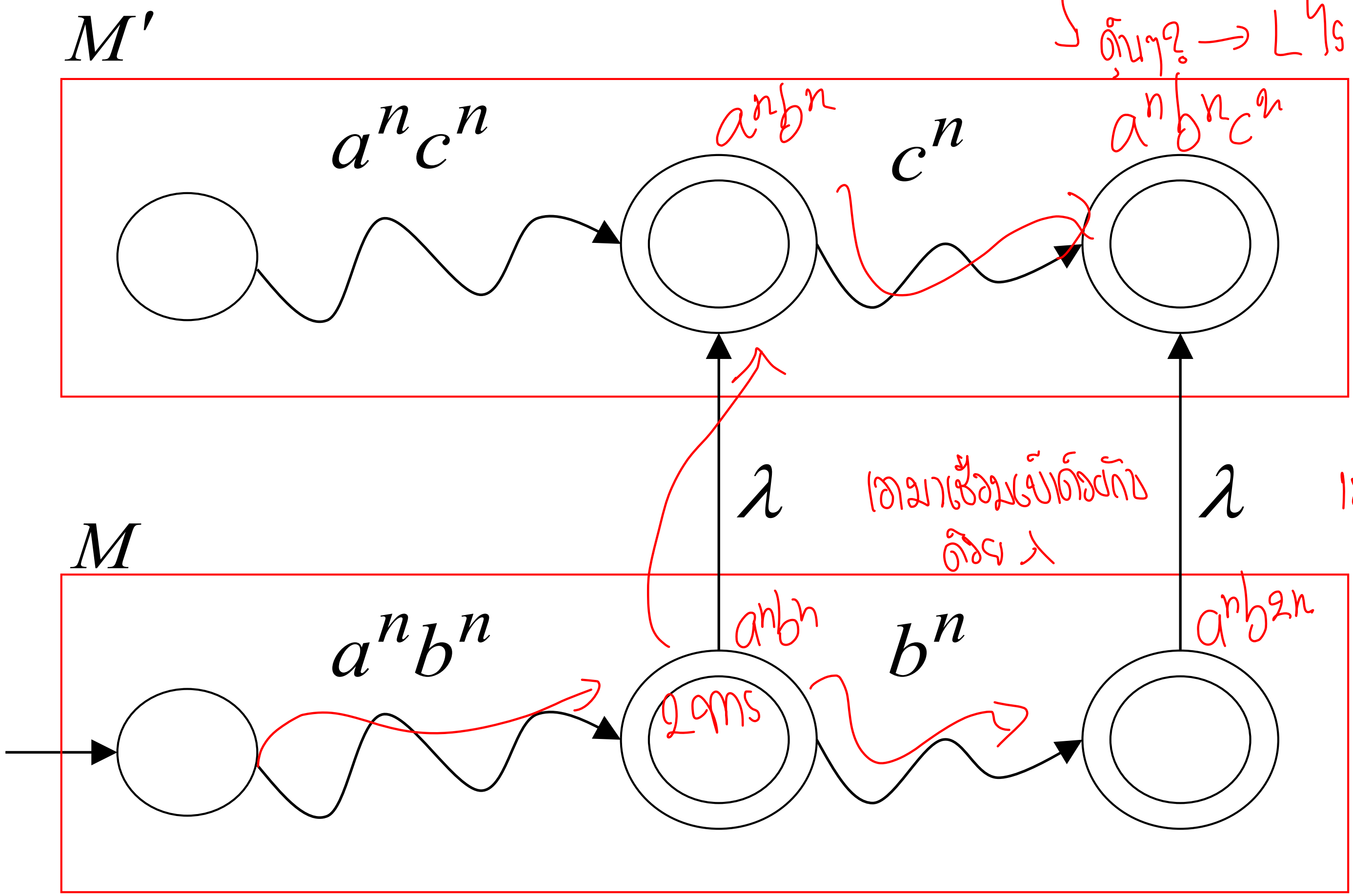
$\{a^n b^n \cup a^n b^{2n}\} \cup a^n b^n c^n$

ตัวนี้ๆ → L ไร

not cfl

L ∪ not-cfl

= not-cfl



ไม่สามารถสร้าง npda ขึ้นมา ออกแบบได้

แสดงว่ามัน L อยู่นอก DPDA

Since $L \cup \{a^n b^n c^n\}$ is accepted by a NPDA

L(DPDA) ⊂ L(NPDA)

it is context-free

Contradiction!

(since $L \cup \{a^n b^n c^n\}$ is not context-free)

Therefore:

Not deterministic context free

$$L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$$

There is **no** DPDA that accepts

สรุปไว้แล้ว

End of Proof

Supplementary proof : https://goo.gl/zoPKmY