

Theory of Computation

Exercise 6: (Pumping Lemma)

ทฤษฎี pumping lemma → ใช้ตรวจสอบว่าภาษาเป็นหรือไม่เป็น regular

Prove by Pumping Lemma that the following languages are not regular.

1. $L1 = \{ 0^i 1^j : j \text{ is a multiple of } i \}$

ตัวอย่างภาษา

01 011 001111 00011111

① สมมติว่า L เป็น regular , มี m state

② เลือก string w ใดๆ โดย $|w| \geq m$ กำหนด

$$w = 0^m 1^m$$

ตัวอย่าง string ที่ตรงกับ m state
↓
เลือก string ดัง
↓
จะได้ string
↓
ให้ $y = 0^k$

③ แยก $w \Rightarrow xyz$ with $|xy| \leq m$, $|y| \geq 1$

000...01111...1
|-----|
x+y
↓
เลือก $y = 0^k$

④ เลือก $xy^i z$ เลือก $i=0$

$$xy^0 z = 0^{m-k} 1^m$$

$$m-k \neq m$$

non regular language
↑
impossible → prove ว่าเป็น regular

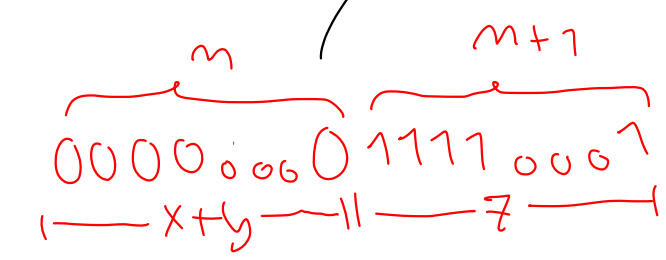
ดูว่า \rightarrow เสร็จแล้ว i, j ส่วนนี้ไปวิเคราะห์

2. $L2 = \{ 0^i 1^j : i < j \}$ prove $L2$ is regular

เลือก string $w = 0^m 1^{m+1}$

ต้องการ split string

$w \Rightarrow xyz \Rightarrow$



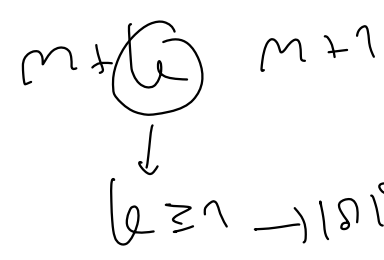
$$\left| \begin{array}{c} \overbrace{0 \dots 0}^{m-k} \quad \overbrace{0 \dots 0}^k \\ 0 \dots 0 \quad 0 \dots 0 \end{array} \right| 1^{m+1}$$

\downarrow เมื่อ $i=2 \Rightarrow 2k$
 x^{m-k+2k}
 ฝั่งนี้เกิน

$y = 0^k$ โดยที่ $k \geq 1$

เลือก $i=2$

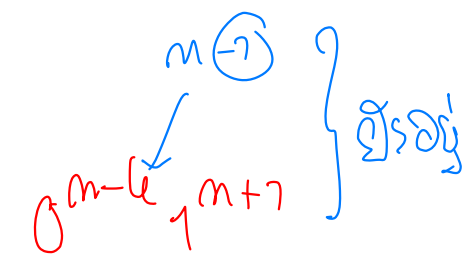
$$xy^2z = 0^{m+k} z^{m+1}$$



หลุดออกจาก $L2$

$L2$ is not regular

เลือก i เป็น 0



เพราะเลือก i ที่ทำให้มันหลุด

*3. $L_3 = \{ 0^i 1^j : i \geq j \}$

(Submit 5)

① Assume L_3 is regular

② pick $w = 0^m 1^m$

③ derive $w \Rightarrow xyz$

$\overbrace{00\dots0}^m \mid \overbrace{11\dots1}^m$
 $\mid \text{---} x+y \text{---} \mid$

$y = 0^k$ for $k \geq 1$

③ When $i=0$ $0^0 1^m$

$0^{m-k} 1^m$

$\notin L_3$

\rightarrow

$|0^{m-k}| \cancel{0^k} |1^m|$

\hookrightarrow prove $0^i 1^j \notin L_3 \rightarrow L_3$ is not regular language