

§ 4.2 指数函数

一、教学内容分析

本节课是人教版《普通高中教科书·数学（A 版）必修第一册》第四章“指数函数与对数函数”第二节“指数函数”的第一课时，主要内容是生活中的指数函数模型与指数函数的概念。

《普通高中数学课程标准（2017 年版 2020 年修订）》中对本课时提出的标准是：“通过具体实例，了解指数函数的实际意义，理解指数函数的概念。”

函数是现代数学最基本的概念，是描述客观世界中变量关系和规律的最为基本的数学语言和工具，是贯穿整个高中数学的主线。指数函数与生活息息相关，是最基本的、应用最广泛的函数之一，是进一步学习函数，乃至建立数学概念体系的基础。

掌握指数函数的概念与基本性质，可以在很多领域发挥重要作用，例如细胞分裂、人口增长、放射性衰变等。通过学习指数函数，我们可以更好地理解和预测这些现象的趋势与发展。

指数函数的教学中应当把握数学本质，改进教学方法，运用启发性与探究性教学，培养学生数学抽象、数学运算与数学建模等数学学科核心素养。

二、学生学情分析

1. 学生已有的知识基础

本节课授课对象是高一学生，此前一章中他们已学习过函数的概念与基本性质，并详细地研究了幂函数的概念与性质；前一节中将幂运算由有理指数拓展到了实数指数，并掌握了幂的运算性质。通过类比思想与自主探究，学生具备理解指数函数概念的能力，并可以解决相关的实际问题。

2. 学生可能遇到的障碍

由于幂函数的自变量位于底数，而指数函数的自变量位于指数，学生存在一定的思维转换障碍，可能混淆指数函数与幂函数的概念。指数函数的定义涉及变量之间的非线性关系，这对于初学者来说可能难以直观理解。学生需要掌握幂和指数的基本知识，但这些概念本身也具有一定的复杂性。

三、教学目标

1. 通过一些现实中的事例，了解指数函数的实际背景。
2. 在引导下建立指数函数的概念，在理解概念之后了解指数函数一些简单的性质。
3. 能解决与指数函数的概念有关的简单问题。

四、教学重难点

重点：指数函数的概念。

难点：运用指数函数解决现实问题。

五、教学策略分析

本节课属于概念课的教学，采用启发激励式教学法。通过生活中常见情境的引入，并将传统黑板板书结合多媒体演示，具体地展示推导过程，激励学生自主探究、合作交流，解决课堂上抛出的问题，掌握指数函数的概念。

六、教学过程设计

（一）创设情境，揭示课题

情境 1：在考古现场，对于未知遗址中出土的文物，工作人员需要确定其年代以判断该遗址的归属。常用的方法之一是碳 14 测定法，即已知碳 14 半衰期 5730 年的情况下，根据文物中碳 14 残留量推测文物年代。由于碳 14 每年衰减的比率是固定的，因此可以在分析过程中使用指数函数，建立碳 14 残留量与时间之间的函数关系。

设计意图：将实际的考古工作与抽象的数学相结合，并且需要计算分析，可以同时培养学生的数学抽象与数学运算核心素养。涉及学科交融，有利于激发学生的学习兴趣，促进跨学科的学习，使学生认识到数学在其他学科研究中的重要性。

情境 2：银行储蓄是生活中很常见的场景，而银行储蓄中利息的计算同样也与指数函数相关，对于固定的资金，在期间没有存入取出的前提下，存储一段时间后的金额与存储的时间之间也是指数函数的关系。

设计意图：学科教学与生活实践相结合，有利于学生全面发展。进一步地，可以引导学生根据计算分析建立数学模型，系统地研究银行储蓄，得出最优的资金规划与最高收益方案，同时培养了学生的数学运算与数学建模核心素养。

（二）师生互动，探究新知

比较第一个环节中两个情境最后得出的 y 与 x 的关系，可以发现共同点： y 与 x 之间有函数关系， x 位于函数的指数位置，由此铺垫引入，可以直接抛出指数函数的概念。对于浅显易得的函数性质，如定义域值域，引导学生自主思考得出。并进一步地，对于概念表述上的细节之处，可以引导学生研究讨论，思考为什么需要这些细节，如果没有这些细节会对指数函数的概念产生什么影响？

设计意图：加深学生对指数函数概念的理解，通过细节之处的讨论，让学生彻底掌握概念，以处理后续的问题。

（三）课堂练习，夯实基础

例 1：下列函数中，哪些是指数函数？

- (1) $y = 2^x$ (2) $y = 2^{-x}$ (3) $y = -2^x$ (4) $y = (-2)^x$
(5) $y = x^2$ (6) $y = \pi^x$ (7) $y = 3 \times 2^x$ (8) $y = 2^x + 2$
(9) $y = 2^{2x}$ (10) $y = 2^{x+1}$ (11) $y = a^x$
(12) $y = (2a-1)^x, a > \frac{1}{2} \text{ 且 } a \neq 1$

分析与解：（1）（2）（6）（9）（12）是指数函数

设计意图：对指数函数概念的进一步巩固，对所给出 12 个函数观察分析，进一步加深学生的理解，排除对指数函数认识的误区所在。

例 2：已知函数 $y = (a-3)^x$ 是指数函数，求实数 a 的取值范围。

分析：根据指数函数的定义 $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ ，则 $a-3 > 0$ 且 $a-3 \neq 1$ ，解之可得。

解： $a > 3$ 且 $a \neq 4$

设计意图：运用指数函数概念的简单计算分析，进一步加深学生对概念的理解。

例 3：已知函数 $y = (a - \frac{2}{a}) \times 5^x$ 为指数函数，求 a 的值

分析：根据指数函数系数为 1，则 $a - \frac{2}{a} = 1$ ，解得 $a = -1$ 或 2

解: $a = -1$ 或 2

设计意图: 对指数函数概念细节之处的考察, 加深学生的记忆, 排除易错点。

例4: 已知函数 $y = (a^2 - 2|a|) \cdot a^{2x}$ 为指数函数, 求 a 的值.

分析: 根据之前两例, 有 $(a^2 - 2|a|) = 1, a > 0$ 且 $a \neq 1$, 解得 $a = 2$

解: $a = 2$

设计意图: 对例2和例3提到的细节点的拔高, 让学生掌握概念。

例5: $f(x) = 2^x, g(x) = (\frac{1}{2})^x, h(x) = 5^x,$

当 $x = -2, -1, 0, 1, 2$ 时, 分别计算 $f(x), g(x), h(x)$ 的值.

分析与解: 略

设计意图: 让学生着手计算具体的函数值, 为下一节即将讲述的指数函数的单调性和图象做铺垫, 引导学生主动探究预习。

(四) 总结归纳, 拓展提升

拓展拔高: 阅读课本 115 页阅读与思考《放射性物质的衰减》, 思考:

假设 1 单位放射性物质经过 x 年后, 其质量变为 $f(x)$, 那么再过 y 年后, 其质量变为 $f(x)f(y)$. 即经过 $x+y$ 年后, 该物质质量为 $f(x+y) = f(x)f(y)$.

根据本节课的学习, 我们已知 $f(x)$ 为指数函数, 即 $f(x)$ 是指数函数是 $f(x+y) = f(x)f(y)$ 的充分条件, 那么 $f(x+y) = f(x)f(y)$ 是否是 $f(x)$ 为指数函数的必要条件呢?

解析: 不是必要条件, 加上条件“ $f(x)$ 不为常数函数, 且为单调函数”后为必要条件。

设计意图: 引导学生对已学过的知识探究思考, 主动探索新的领域, 深化对概念的理解与掌握, 并推导出指数函数课本未直接给出的性质。