

8.5 空间直线、平面的平行

8.5.1 直线与直线平行

教学目标：

1. 掌握基本事实 4 即平行公理.
2. 掌握等角定理.
3. 培养学生的空间想象能力与逻辑推理表达能力.

教学重、难点：

重点：基本事实 4，等角定理.

难点：等角定理的证明.

教学过程：

一、创设情境，揭示课题

问题 1：空间中的两条直线的位置关系如何？

问题 2：我们知道，在同一平面内，不相交的两条直线是平行直线，并且当两条直线都与第三条直线平行时，这两条直线互相平行. 在空间中，是否也有类似的结论？

二、师生互动，探究新知

1. 平行公理：

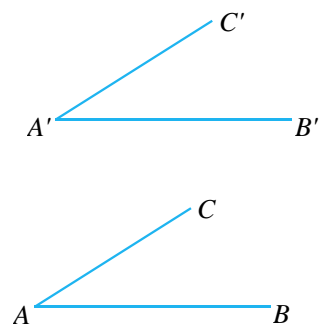
基本事实 4：平行于同一条直线的两条直线平行.（平行线的传递性）

例 1 如图，空间四边形 $ABCD$ 中， E, F 分别是 AB, CD 的中点. 求证：四边形 $EFAC$ 是平行四边形.

- 【思考】**（1）若 $EF \parallel AC$ ，那么 $EFAC$ 是什么图形？
（2）类似的平行四边形有几个？
（3）是否只有 E, F 为中点时才能构成平行四边形？

2. 等角定理：

例 2 如图， $\angle A' = \angle A$ ，且 $A'B' \parallel AB$ ， $A'C' \parallel AC$ ，求证： $\angle B' = \angle B$.



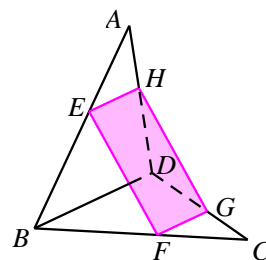
定理：空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角相等或互补.

四、课堂练习，熟练方法

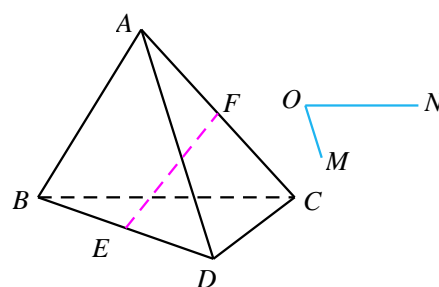
1. 课本 P135, 练习.

2. 不共面的四个定点到平面 α 的距离都相等, 这样的平面 α 共有 7 个.

3. 如图, 空间四边形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 上的点, 且 $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG} = \lambda \overrightarrow{BD}$. 当 λ 为何值时, 四边形 $EFGH$ 的面积最大?



4. 如图, 四面体 $ABCD$ 中, E, F 分别是 BD, AC 的中点, $AD \parallel OM$, $BC \parallel ON$. 若 $AD = BC = a$ 且 $\angle MON = 60^\circ$, 求 EF 的长度.



五、课堂小结，升华思想

通过这节课, 你学到哪些知识, 你还有什么新的启发与思考吗?

六、作业:

教学反思:

8.5.2 直线与平面平行

教学目标：

1. 理解直线与平面平行的判定定理、直线与平面平行的性质定理.
2. 让学生从实例出发, 观察、发现、比较, 总结出相关的性质、定理, 提升认识.
3. 初步理解“定义-判定-性质”这样的几何研究思路.

教学重、难点：

重点：线面、面面平行的判定定理.

难点：线面、面面平行判定定理的理解与应用.

教学过程：

一、创设情境，揭示课题

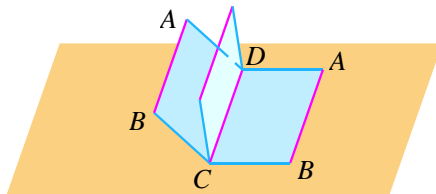
问题：空间中直线与平面有哪些位置关系？如何判定直线与平面平行？

（几何研究的三部曲：“定义——判定定理——性质定理”）

二、师生互动，探究新知

【探究】（1）门扇的两边是平行的，当门扇绕着一边转动时，另一边与墙面有公共点吗？此时门扇转动的一边与墙面平行吗？

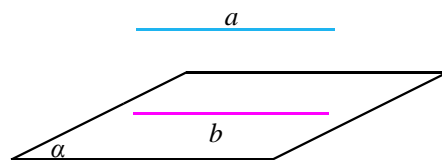
（2）如图，将一块矩形硬纸板 $ABCD$ 平放在桌面上，把这块纸板绕边 DC 转动，在转动过程中（ AB 离开桌面）， DC 的对边 AB 与桌面有公共点吗？边 AB 与桌面平行吗？



1. 直线与平面平行的判定定理：

定理：平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，那么该直线与此平面平行.

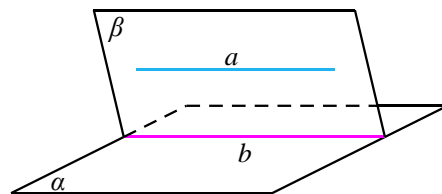
符号语言：
$$\left. \begin{array}{l} a \not\subset \alpha \\ b \subset \alpha \\ a // b \end{array} \right\} \Rightarrow a // \alpha .$$



2. 直线与平面平行的性质定理：

定理：一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行.

线面平行性质定理的证明：

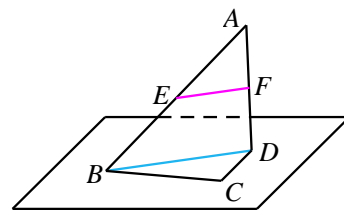


三、应用示例，巩固思想

例 1 求证：空间四边形相邻两边中点的连线平行于经过另外两边所在的平面。

已知：如图，空间四边形 $ABCD$ 中， E, F 分别是 AB, AD 的中点。

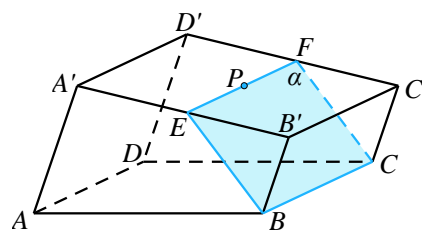
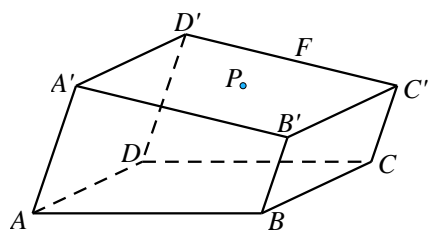
求证： $EF \parallel$ 平面 BCD 。



例 2 如图所示的一块木料中，棱 BC 平行于面 $A'C'$ 。

(1) 要经过面 $A'C'$ 内的一点 P 和棱 BC 将木料锯开，在木料表面应怎样画线？

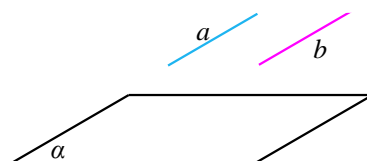
(2) 所画的线与平面 AC 是什么位置关系？



例 3 已知平面外的两条平行直线中的一条平行于这个平面，求证：另一条也平行于该平面。

已知：

求证：

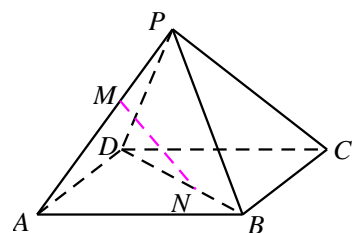


四、课堂练习，熟练方法

1. 课本 P138~139，练习。

2. 如图，已知 P 是正方形 $ABCD$ 平面外一点， M, N 分别是 PA, BD 上的点，且 $PM : MA = BN : ND$ 。

求证：直线 $MN \parallel$ 平面 PBC 。



五、课堂小结，升华思想

通过这节课，你学到哪些知识？你还有什么新的启发与思考吗？

六、作业：

教学反思：

8.5.3 平面与平面平行

教学目标：

1. 理解平面与平面平行的判定定理、平面与平面平行的性质定理.
2. 会用面面平行判定、性质定理解决一些简单的平行问题.
3. 培养学生的逻辑推理能力与空间想象能力.

教学重、难点：

重点：面面平行判定、性质定理.

难点：面面平行判定、性质定理的理解与应用.

教学过程：

一、创设情境，揭示课题

问题：空间中平面与平面有哪些位置关系？如何判定平面与平面平行？

二、师生互动，探究新知

【探究】根据基本事实的推论 2,3，过两条平行直线或两条相交直线，有且只有一个平面. 由此可以想到，如果一个平面内有两条平行或相交的直线都与另一个平面平行，是否就能使这两个平面平行？

我们可以借助以下两个实例进行观察. 如左图， a 和 b 分别是矩形硬纸片的两条对边所在直线，它们都和桌面平行，那么硬纸片和桌面平行吗？如右图， c 和 d 分别是三角尺相邻两边所在直线，它们都和桌面平行，那么三角尺和桌面平行吗？

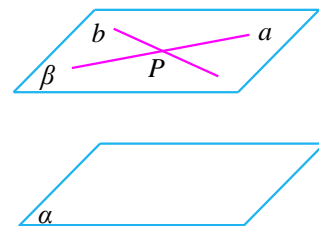


1. 平面与平面平行的判定定理

定理：一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行.

推论：一个平面内的两条相交直线分别平行于另一个平面内的两条直线，则这两个平面平行.

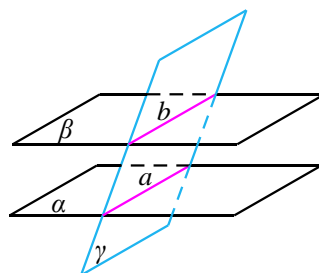
符号语言：
$$\left. \begin{array}{l} a, b \subset \beta \\ a \cap b = P \\ a // \alpha \\ b // \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha // \beta .$$



2. 平面与平面平行的性质定理：

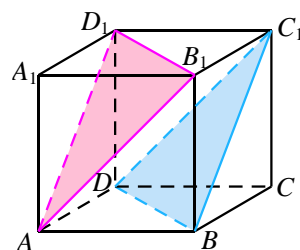
定理：如果两个平行平面同时和第三个平面相交，那么它们的交线平行.

面面平行性质定理的证明：



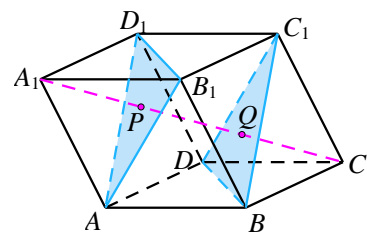
三、应用示例，巩固思想

例 1 如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ，求证：平面 $AB_1D_1 \parallel$ 平面 BDC_1 。



【思考】(1) 将正方体改为平行六面体，结论是否成立？

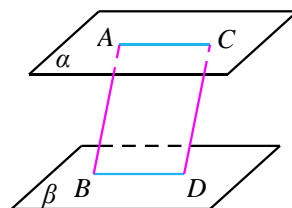
(2) 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，设对角线 A_1C 与平面 AB_1D_1 及平面 BDC_1 的交点分别为 P, Q ，则 P, Q 分别为 $\triangle AB_1D_1$ 与 $\triangle BDC_1$ 的什么心？



例 2 求证：夹在两个平行平面间的平行线段相等。

已知：

求证：



四、课堂练习，熟练方法

1. 课本 P142，练习。
2. 证明：平行于同一平面的两个平面平行。
3. 证明：经过平面外一点只有一个平面和已知平面平行。

五、课堂小结，升华思想

通过这节课，你学到哪些知识？通过这节课，你还有什么新的启发与思考吗？

六、作业：

教学反思：

习题课 直线、平面的平行关系

教学目标：

通过相关的例题讲解与练习，熟悉线面、面面平行的判定定理与性质定理，掌握一些常见的证题技巧，培养学生的逻辑推理表达能力与空间想象能力。

教学重、难点：

直线、平面平行的判定及其性质。

教学过程：

一、温故知新

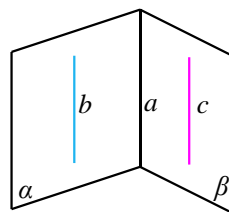
1. 回顾直线与平面平行的定义、判定定理、性质定理；
2. 回顾平面与平面平行的定义、判定定理、性质定理。

二、师生互动，应用示例

例 1 求证：如果两个相交平面分别经过两条平行直线中的一条，那么它们的交线和这条直线平行。

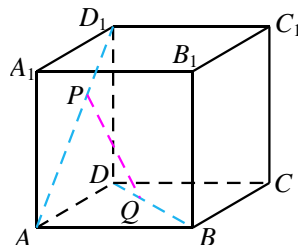
已知：

求证：



例 2 如图，正方体 AC_1 中， P, Q 分别是 AD_1, BD 上的点，且 $AP = BQ$ 。

证明： $PQ \parallel$ 平面 AA_1B_1B 。

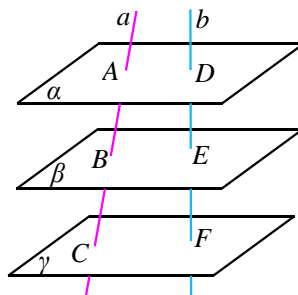


【小结】证明线面平行的一般方法：

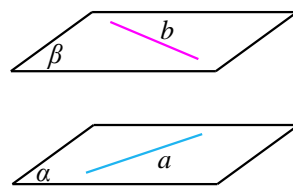
(1) 判定定理：找平行直线， \triangle \square 两种模型；(2) 构造面面平行。

例 3 如图，平面 $\alpha \parallel \beta \parallel \gamma$ ，直线 a, b 与 α, β, γ 分别交于点 A, B, C 与点 D, E, F 。

求证： $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ 。



例 4 已知: a, b 是异面直线, $a \subset \text{平面 } \alpha$, $b \subset \text{平面 } \beta$, $a // \beta$, $b // \alpha$.
求证: $\alpha // \beta$.



【思考】(1) 在过空间一点 P 的平面中, 是否存在与两条异面直线 a, b 都平行的平面? 如果存在, 存在几个?

(2) 在过空间一点 P 的直线中, 是否存在与两条异面直线 a, b 都相交的直线? 如果存在, 存在几条?

四、课堂练习, 熟练方法

课本 P143, 习题 8.5.

五、课堂小结, 升华思想

通过这节课, 你学到哪些知识? 通过这节课, 你还有什么新的启发与思考吗?

六、作业:

教学反思: