

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Севастопольский государственный университет»  
Институт информационных технологий и управления в технических системах  
Кафедра Информационные системы

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

для лабораторных занятий по дисциплине  
**«Основы системного анализа»**  
для студентов дневной и заочной формы обучения  
по направлениям подготовки  
09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника»  
09.03.02 – «Информационные системы и технологии»  
09.03.03 – «Прикладная информатика»  
27.03.04 – «Управление в технических системах»

**Основы системного анализа.** Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Основы системного анализа». Сост. Рябовая В.О., Гончаренко Д.Г., Токарев А.И. – Севастополь: Изд-во СевГУ, 2017. – 24 с.

Основная цель методических указаний – формирование у будущих специалистов системных понятий и навыков, необходимых при решении сложных междисциплинарных научно-технических, социально-экономических и других задач на базе современных компьютерных информационных систем.

Методические указания предназначены для студентов направлений подготовки 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника», 09.03.02 – «Информационные системы и технологии», 09.03.03 – «Прикладная информатика», 27.03.04 – «Управление в технических системах» дневной и заочной форм обучения.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры Информационные системы (протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 2017 г.)

Допущено учебно-методическим центром СевГУ в качестве методических указаний.

Рецензент: Скатков А.В., д.т.н., проф., зав. каф. Кибернетики и вычислительной техники СевГУ.

# СОДЕРЖАНИЕ

## **1. ЛР№1. Критерии эффективности системотехнических комплексов. Количественные оценки**

- 1.1 Метод ранжировки
- 1.2 Метод последовательных предпочтений
- 1.3 Контрольные вопросы
- 1.4 Контрольные задания

## **2. ЛР№№2. Анализ систем по структурно-топологическим характеристикам**

- 2.1 Контрольные вопросы
- 2.2 Контрольные задания

## **3. ЛР№3-ЛР№4. Анализ замкнутых информационно-управляющих систем**

- 3.1 ЛР№3. Анализ линейных систем. Устойчивость
- 3.2 ЛР№4. Анализ линейных систем. Точность
- 3.3 Контрольные вопросы
- 3.4 Контрольные задания
  - 3.4.1 Контрольные задания к ЛР№3
  - 3.4.2 Контрольные задания к ЛР№4

## **Библиографический список**

# 1 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

## КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СТК. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Построение обобщенного (интегрального) критерия эффективности системотехнических комплексов (СТК) производится в соответствии с теорией полезности на основе аддитивного преобразования:

$$E = \varphi(q_1, \dots, q_n) = \sum_{i=1}^n b_i q_i, \quad (1.1)$$

где  $q_1, \dots, q_n$  – частные критерии эффективности,  $b_i$  – коэффициенты, отражающие полезность (ценность) критерия.

Определение значений  $b_i$  производится группой из  $m$  экспертов. В начале каждый  $j$ -й эксперт выставляет оценку  $i$ -му критерию, затем они масштабируются:

$$b_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{i=1}^n c_{ij}} \quad (1.2)$$

затем вычисляются коэффициенты  $b_i$ :

$$b_i = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m b_{ij}, \quad (1.3)$$

где  $m$  – количество экспертов.

Существуют два основных метода получения экспертных оценок  $c_{ij}$ .

### 1.1 Метод ранжировки

В этом случае эксперт размещает частные критерии по убыванию ценности слева направо (на одном месте могут стоять несколько критериев), затем проводят новую нумерацию слева направо и определяют ранг  $r_{ij}$ , **который равен новому номеру критерия** (если он на позиции один) или среднеарифметическому новых номеров (если на одной позиции несколько критериев).

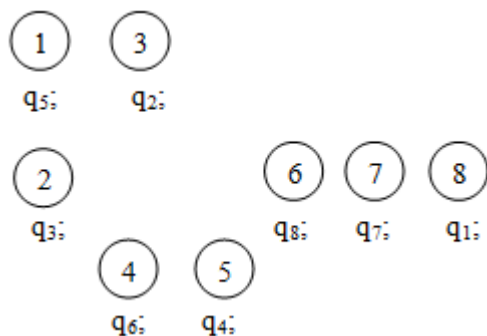
Затем вычисляют оценку  $c_{ij}$ , по формулам:

$$c_{ij} = 1 - \frac{r_{ij} - 1}{n}, \quad (1.4)$$

где  $n$  – количество частных критериев.

#### Пример 1:

Найти интегральный критерий эффективности, пользуясь методом ранжировки, если дано 8 частных критериев, которые эксперт разместил (по столбцам) следующим образом:



В кружках отмечены новые номера критериев. В таблице 1 приведены значения ранга  $r_{ij}$ , оценки критериев  $c_{ij}$  и весового коэффициента  $b_{ij}$ .

Таблица 1 – Значения  $r_{ij}$ ,  $c_{ij}$  и  $b_{ij}$

<b>I</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
$r_{ij}$	8.0	3.5	1.5	5.0	1.5	3.5	7.0	6.0
$c_{ij}$	0,125	0,688	0,94	0,5	0,94	0,688	0,25	0,375
$b_{ij}$	0,03	0,15	0,21	0,11	0,21	0,15	0,06	0,08

$$E = 0,03q_1 + 0,15q_2 + 0,21q_3 + 0,11q_4 + 0,21q_5 + 0,15q_6 + 0,06q_7 + 0,08q_8$$

Согласованность экспертов определяется коэффициентом конкордации

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}, \quad 0 < W \leq 1, \quad (1.5)$$

где  $m$  – количество экспертов,  $n$  – количество критериев, коэффициент  $S$  определяется по формуле:

$$S = \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{j=1}^m k_{ij} - 0.5m(n+1) \right]^2. \quad (1.6)$$

$k_{ij}$  – новые номера критериев.

Если  $W > 0,7$  – эксперты согласованы, при  $W < 0,7$  – не согласованы.  
Для примера 1:  $W = 1$ .

## 1.2 Метод последовательных предпочтений

Этот алгоритм предполагает предварительное выставление экспертом оценок  $c_{ij}$ , а затем проведение  $(n - 2)$  сравнений типа

$$C_{ij} R \cdot \sum_{k=i+1}^n C_{kj}, \text{ где } R \in [>, <, =] \quad (1.7)$$

Условия проверяются от последнего к первому, при этом оценки располагаются изначально так, чтобы ряд слева направо был не возрастающим и начинался с 1. Если какое-либо сравнение не выполняется, изменяется текущая оценка, но при этом должен остаться не возрастающий справа налево ряд.

### Пример 2:

Вычислить интегральный критерий, если эксперт выставил следующие оценки восьми частным критериям (Таблица 2).

Таблица 2 – Оценки эксперта

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$C_{ij}$	0.6	1	0.9	0.7	0.8	0.5	0.3	0.2

Система сравнения:  $R[>, <, >, <, ==, ==]$ .

1. Строится невозрастающий ряд.
2. Выставленные экспертом оценки проверяются знаками  $(n-2)$  отношения  $R$  (знаки считаются справа налево).
3. Строится таблица уточнения оценок (таблица 3).
4. Если знак отношения не выполняется, то меняются не уточненные оценки эксперта, при этом ряд должен оставаться невозрастающим.

Таблица 3 – Уточненные оценки эксперта

i	2	3	5	4	1	6	7	8	R
C	1	0.9	0.8	0.7	0.6	<b>0.5</b>	<u>0.3</u>	<u>0.2</u>	=(0.5=0.5)
$C'$	1	0.9	0.8	0.7	<b>0.6</b>	<u>0.5</u>	<u>0.3</u>	<u>0.2</u>	=(0.6≠1)
$C''$	2	1.9	1.8	<b>1.8</b>	<u>1.7</u>	<u>0.5</u>	<u>0.3</u>	<u>0.2</u>	<(1.8<2.7)
$C'''$	2	1.9	<b>1.8</b>	<u>1.8</u>	<u>1.7</u>	<u>0.5</u>	<u>0.3</u>	<u>0.2</u>	>(1.8<4.5)
$C^{IV}$	2.5	<b>2.3</b>	<u>2</u>	<u>1.8</u>	<u>1.7</u>	<u>0.5</u>	<u>0.3</u>	<u>0.2</u>	<(2.3<6.5)
$C^V$	<b>2.5</b>	<u>2.3</u>	<u>2</u>	<u>1.8</u>	<u>1.7</u>	<u>0.5</u>	<u>0.3</u>	<u>0.2</u>	>(2.5<8.8)
$C^{VI}$	10.1	2.3	2	1.8	1.7	0.5	0.3	0.2	$\sum_{i=1}^n C_{ij} = 18,9$
$b_{ij}$	0.53	0.12	0.11	0.09	0.09	0.03	0.02	0.01	

$$E = 0,09q_1 + 0,53q_2 + 0,12q_3 + 0,09q_4 + 0,11q_5 + 0,03q_6 + 0,02q_7 + 0,01q_8$$

### 1.3 Контрольные вопросы

1. Назовите основные критерии эффективности системотехнических комплексов.
2. Назовите методы построения обобщенных критериев эффективности.
3. Как определяется согласованность экспертов, имеющих разные квалификации?
4. Дайте определение ранга, оценки критериев и весового коэффициента.

### 1.4 Контрольные задания

**1.4.1** Записать интегральный критерий эффективности СТК для  $m=3$  и  $n=8$ , если оценки получены методом ранжировки (Таблица 4). Определить согласованность экспертов.

Таблица 4 – Варианты заданий

Критерий	1 Эксперт				2 Эксперт				3 Эксперт		
места	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3
1	1,78	4,6	2,5	3	3,5	6,8	1,4	2,7	1,6,8	4,7	2,3,5
2	3,4	1,5	2,8	6,7	4,5	1,6,8	2,7	3	2,3,7	1,5,6	4,8
3	3,6	4,5,8	1,2	7	1,3	2,5,6	8	4,7	1,4,7	2,5,8	3,6
4	1,5	2,6	3,7	4,8	1,5	3,7	4,8	2,6	1,2,3	4,8	5,6,7
5	1,8	4,5,6	2,7	3	3,5	1,2,7	8	4,6	4,5	1,2,8	3,6,7
6	3,7	2,5	1,6	4,8	4,8	1,2,3	5,7	6	1,2,5	6,7,8	3,4
7	1,2,3	6,8	4,7	5	1,5,6	3,7,8	2	4	1,4,5,6	2,8	3,7
8	2,5	1,4,7,8	3	6	1,3	2,6	4,7	8	3,5	4,6	1,2,7,8
9	2,3	5,8	2,6	4,7	1,5,6	8	2,3,4	7	3,4	1,2,5,6	7,8
10	4,5	1,2	3,7,8	6	6,7	1,2,4	8	3,5	1,3	5,6,7,8	2,4
11	1,2,3,4	7	5,6	8	1,4,5	8	2,6	3,7	1,4,5	6,7	2,3,8
12	4,8	3,7	2,6	1,5	3,6,7	1,4	5	2,8	2,5	3,4,6,8	1,7
13	2,4,6	1,8	5	3,7	6	4,7,8	2,3	1,5	4,7	2,8	1,3,5,6
14	3	6,8	1,2,5	4,7	5	2,3,6	1,7,8	4	2,3,5,7	1,8	4,6
15	1	4,6,7	3,5,8	2	1,3	4,8	2,6,7	5	2,4,6,8	1	3,5,7
16	2,4,5	1,6	3,7,8	----	1	4,5,7	6	2,3,8	2	3,4,5	1,6,7,8
17	3,7	1,2,4	6,8	5	4,6,7	1,3,8	2,5	----	1,2,3,4	5,6,7	8
18	1,2,5	6,7	3,8	4	3,7,8	1	2	4,5,6	3,5,6,8	1,2,4,7	
19	4,5	1,6,7	2,3,8	----	1,2,8	5,6,7	3	4	5,6	3,4,7	1,2,8
20	5,6	2,4,8	1,3	7	2,6	1,3,4	5,7,8		2,5,7	1,3,4	6,8
21	2,3,4	1,5	6,7	8	1,7	2,3	4,5,6	8	3,4,6,7	1,2,5,8	----
22	4,5	1,2,3	6,7,8	----	4,8	6,7	1,2,3	5	3,7,8	1,2	4,5,6

<b>23</b>	1,5	2,6	3,7	4,8	2,3,8	1,6,7	4,5		2,3,4	1,5	6,7,8
<b>24</b>	1,2,3,4	5	8	6,7	2	1,8	3,4,6, 7	5	4,5,6,7,	1,2,3,8	----
<b>25</b>	6,7	4,5	8	1,2,3,4	1,2	3,4	5,6	7,8	4,5	1,2,3	6,7,8

**1.4.2** Решить задачу получения экспертных оценок методом последовательных приближений. Число частных критериев  $n=8$ ,  $m=1$ . Придумать первичный ряд оценок самостоятельно (наивысшая оценка – 1, наименьшая – 0) и уточнить их с помощью системы решений, заданной вариантом (Таблица 5).

Таблица 5 – Варианты заданий

№ вар.	Отношения					
	1	2	3	4	5	6
<b>1</b>	<	>	>	<	<	=
<b>2</b>	<	<	>	>	=	>
<b>3</b>	<	<	<	>	>	>
<b>4</b>	<	<	>	>	<	<
<b>5</b>	>	<	>	<	>	=
<b>6</b>	>	>	<	<	<	<
<b>7</b>	=	=	<	>	>	=
<b>8</b>	<	<	>	>	<	<
<b>9</b>	<	=	>	>	=	>
<b>10</b>	<	<	=	=	<	>
<b>11</b>	<	>	<	>	<	>
<b>12</b>	>	=	=	<	<	>
<b>13</b>	<	<	<	=	>	=
<b>14</b>	<	<	=	=	>	>
<b>15</b>	>	<	<	<	<	=
<b>16</b>	>	>	<	<	=	<
<b>17</b>	<	<	=	=	>	=
<b>18</b>	<	<	<	>	>	>
<b>19</b>	<	=	>	=	<	>
<b>20</b>	<	>	>	>	<	<
<b>21</b>	>	=	<	=	=	<
<b>22</b>	<	<	>	>	>	=
<b>23</b>	<	<	=	=	<	>
<b>24</b>	<	>	>	<	<	<
<b>25</b>	<	<	>	>	=	=



## 2 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

### АНАЛИЗ СИСТЕМ ПО СТРУКТУРНО-ТОПОЛОГИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

Если структурная схема системы представлена в виде графа (ориентированного или неориентированного), то существует ряд количественных оценок для сравнения различных вариантов построения систем.

а) Связность структуры  $R$  - характеризует силу (мощность) связей в системе.

$$R \Rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \geq n-1, \text{ -- ориентированный граф} \quad (2.1)$$

$$R \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \geq n-1, \text{ -- неориентированный граф} \quad (2.2)$$

где  $n$  – число элементов в системе,  $a_{ij}$  – элемент матрицы смежности  $A$ .

б) Структурная избыточность  $\alpha$  - параметр, оценивающий превышение числа связей системы над минимально необходимым:

$$\alpha = \frac{R - R_{\min}}{R_{\min}} = \frac{R}{n-1} \quad (2.3)$$

$\alpha=0$  – минимальная избыточность,  
 $\alpha>0$  – максимальная избыточность,  
 $\alpha<0$  – несвязная система.

в) Структурная компактность  $Q$  – характеризует инерционность информационных процессов в системе.

$$Q \Rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}, (i \neq j), \quad (2.4)$$

$d_{ij}$  – элемент матрицы расстояний  $D$ , характеризующий меру близости элементов  $i$  и  $j$ .

г) Степень централизации  $\delta$  – характеризуется индексом центральности. Для структуры типа неориентированный граф:

$$\delta = (n-1) \cdot (2Z_{\max} - n) \cdot \frac{1}{Z_{\max}(n-2)}, \quad (2.5)$$

где  $Z_{\max}$  – максимальное значение величины

$$Z_i = \frac{Q}{2} \left( \sum_{j=1}^n d_{ij} \right)^{-1}, (i \neq j) \quad i=1, \dots, n \quad (2.6)$$

Для структуры типа ориентированный граф:

$$\delta = \frac{1}{(n-1) \cdot (V(k)-1)} \sum_{j=1}^n (V(k) - V(i)), \quad (2.7)$$

где  $V(i)$  – суммарное число входящих и исходящих ребер  $i$ -й вершины  $V(k) = \max V(i)$ .

### Пример

На рис.1 приведена структура с  $n=5$ . Определить  $R$ ,  $\alpha$ ,  $Q$  и  $\delta$ .

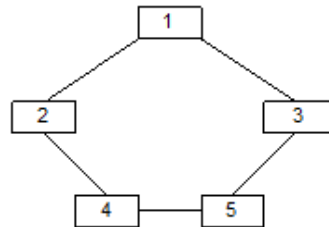


Рис.1 – Структура системы

По формуле (2.1) определяем связность структуры. Для этого строим матрицу смежности  $A$ .

$$A_{5 \times 5} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; R \Rightarrow \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 a_{ij} \geq 5 - 1$$

$$R = \frac{1}{2} ((1+1) + (1+1) + (1+1) + (1+1) + (1+1)) > 4; 5 > 4; R = \frac{1}{2} \times 10 > 4; 5 > 4.$$

Система связная.

Структурная избыточность (2.3): 
$$\alpha = \frac{R}{n-1} - 1 = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} > 0$$

Это значит, что связей в системе больше, чем это минимально необходимо.

Для определения структурной компактности вводится матрица расстояний между вершинами:

$$D_{5 \times 5} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Q \Rightarrow \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 d_{ij}, \quad (i \neq j);$$

$$Q = (1+1+2+2) + (1+2+1+2) + (1+2+2+1) + (2+1+2+1) + (2+2+1+1) = 30.$$

Для определения индекса централизации, определяется

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z_5 = 30/2(1/6) = 5/2 = 2,5;$$

$$\delta = (5 - 1) \times (2 \times 2,5 - 5) \times \frac{1}{2,5} \times (5 - 2) = 0.$$

Структура абсолютно децентрализованная.

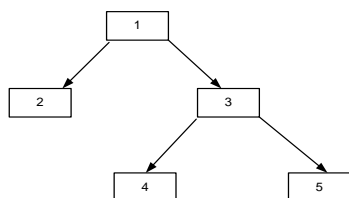
## 2.1 Контрольные вопросы

1. Назовите основные структурно-топологические характеристики системы.
2. Какие структурно-топологические характеристики вычисляются тогда, когда структура системы представлена в виде неориентированного графа?
3. Дайте определение гиперграфа.

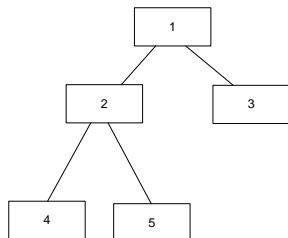
## 2.2 Контрольные задания

Определить вид и структурно-топологические характеристики структуры системы:  $R$ ,  $\alpha$ ,  $Q$  и  $\delta$  по варианту.

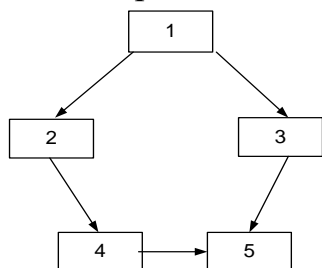
Вариант 1



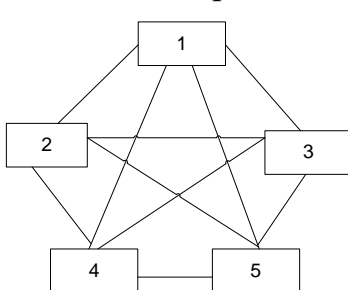
Вариант 2



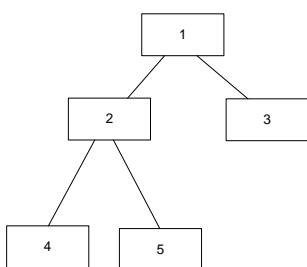
Вариант 3



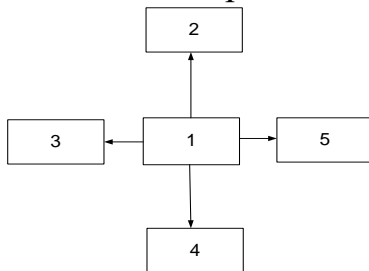
Вариант 4



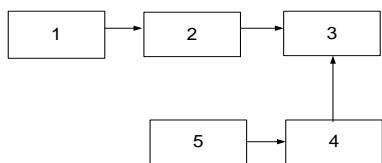
Вариант 5



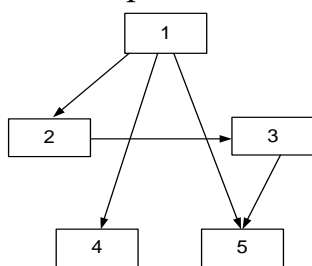
Вариант 6



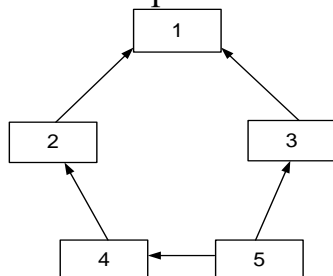
Вариант 7



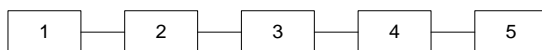
Вариант 8



Вариант 9



Вариант 10



### 3 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 И №4

#### АНАЛИЗ ЗАМКНУТЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

В случае, если уравнение замкнутой системы задано в нелинейном виде (есть произведения и степени переменных и их производных), то его в большинстве случаев можно линеаризовать с помощью разложения в ряд Тейлора. Приближение получается за счет отбрасывания свободного члена разложения и членов высшего порядка малости.

#### 3.1 ЛРН№3. Анализ линейных систем. Устойчивость

##### Пример 1

Дано уравнение системы:  $2x\dot{f} + 4x^2\ddot{f} + 2\ddot{x} + 0,1f\dot{x} = F(x, f, \dot{x}, \ddot{x}, \ddot{f})$

Известно, что  $x$  – выходная,  $f$  – входная координаты.

Начальные условия:  $\overset{0}{\dot{x}} = \overset{0}{\dot{f}} = \overset{0}{\ddot{x}} = \overset{0}{\ddot{f}} = 0$  ;  $x_0 = 1$ ;  $f_0 = 2$ ;

Определяются коэффициенты разложения в ряд Тейлора:

$$\left( \frac{\partial F}{\partial \ddot{x}} \right)^0 = 2; \quad \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right)^0 = 0,1f = 0,1 \cdot 2 = 0,2;$$

$$\left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^0 = 0,1\overset{0}{f} + 8xf = 0 \cdot 2 + 8 \cdot 1 \cdot 2 = 16;$$

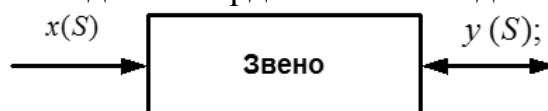
$$\left( \frac{\partial F}{\partial \dot{f}} \right)^0 = 2\overset{0}{x} = 2 \cdot 1 = 2; \quad \left( \frac{\partial F}{\partial f} \right)^0 = 4x^2\overset{0}{\ddot{f}} + 0,1\dot{x} = 4 \cdot 1 + 0 = 4;$$

В нормальной форме уравнения записываются так: в левой части выходные координаты по убыванию производных слева направо, в правой - входные в таком же порядке:

$$2 + 0,2x + 16x = -2f - 4f$$

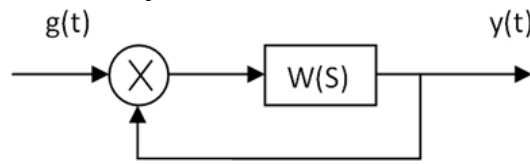
Это линеаризованная форма исходного нелинейного уравнения.

Передаточной функцией звена (системы)  $W(S)$  называется отношение изображений по Лапласу выходной координаты ко входной.



$$W(S) = \frac{y(S)}{x(S)}; \quad (3.1)$$

Передаточная функция замкнутой системы обозначается  $\Phi(S)$ .



$$\text{В этом случае } x(t) = g(t) - y(t), \quad (3.2)$$

где  $x(t)$  – ошибка (рассогласование), т.е. параметр, характеризующий точность работы систем.

$$\Phi(S) = \frac{W(S)}{1 + W(S)}; \quad (3.3)$$

$\Phi(S)$  – передаточная функция замкнутой системы по задающему воздействию (главная).

$$\Phi_x(S) = 1 - \Phi(S) = \frac{1}{1 + W(S)} = \frac{X(S)}{G(S)}; \quad (3.4)$$

$\Phi_x(S)$  – передаточная функция замкнутой системы по ошибке.

Для анализа систем дифференциальные уравнения и передаточные функции записываются в символьном виде.

Вводится алгебраический оператор

$$p = \frac{d}{dt}, \text{ тогда } \frac{dx}{dt} = px; \quad \frac{d^2x}{dt^2} = p^2x \text{ и т.д.}$$

Получается алгебраическое уравнение вида:

$$(a_0p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_n) \cdot y(t) = (b_0p^m + b_1p^{m-1} + \dots + b_m) \cdot g(t), \quad (3.5)$$

где  $a_i$  и  $b_j$  – коэффициенты.

Передаточные функции в этом случае:  $W(p)$ ,  $\Phi(p)$ ,  $\Phi_x(p)$ .

Для уравнения (3.5):

$$\Phi(p) = \frac{a_0p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_n}{b_0p^m + b_1p^{m-1} + \dots + b_m} = \frac{y(t)}{x(t)}. \quad (3.6)$$

Для анализа используют левую часть уравнения системы (характеристический полином), которая определяет её динамику (общее решение дифференциального уравнения).

$$D(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_n. \quad (3.7)$$

При переходе из временной области в частотную, производят замену  $p=j$  и получают характеристический комплекс:

$$D(i\omega) = a_0(i\omega)^n + a_1(i\omega)^{n-1} + \dots + a_n. \quad (3.8)$$

При этом сам характеристический комплекс и все передаточные функции становятся комплексными числами:

$$D(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega); \quad (3.9)$$

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A \cdot e^{i\varphi \omega}; \quad (3.10)$$

Для анализа устойчивости линейных систем существует множество критериев, один из которых - критерий Гурвица.

По характеристическому полиному (3.7) строится матрица Гурвица ( $n \times n$ ) следующим образом: по главной диагонали ставят коэффициенты полинома  $D(p)$  от  $a_i$  до  $a_n$ .

Затем заполняются строки, нечетные и четные коэффициенты чередуются так, чтобы их индексы слева направо возрастали, а на места отсутствующих коэффициентов записываются нули:

$$\Gamma = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix} \quad (3.11)$$

Система считается устойчивой, если все определители матрицы Гурвица больше нуля ( $\Delta_i > 0$ ).

$$\Delta_1 = a_1 > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}; \text{ и т. д.}$$

$\Delta_{n-1} > 0$ ;  $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1}$ , (последний определитель можно не вычислять, определив его знак через  $a_n$  и  $\Delta_{n-1}$ ).

### Пример 2

Определить устойчивость по критерию Гурвица для уравнения системы, полученной в примере 1.

Характеристический полином:  $D(p) = 2p^3 + 0,2p + 16$ ;  $a_0=2$ ;  $a_1=0$ ;  $a_2=0,2$ ;  $a_3=16$ .

$n=3$ , поэтому получим матрицу  $3 \times 3$ :

$$\Gamma = \begin{vmatrix} 0 & 16 & 0 \\ 2 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 0 & 16 \\ 2 & 0,2 \end{vmatrix} = -32 < 0; \quad \Delta_3 < 0, \text{ т.к. } \Delta_1 > 0, \text{ а } \Delta_2 < 0, \text{ то система неустойчива.}$$

### 3.2 ЛРН№4. Анализ линейных систем. Точность

Точность такого класса систем оценивают по закону изменения ошибки (рассогласования) во времени  $x(t)$  при заданном законе изменения задающего воздействия  $g(t)$ .

Передаточная функция по ошибке

$$x(t) = \Phi_x(p)g(t) \quad (3.12)$$

Разложив  $\Phi_x(p)$  в степенной ряд, получим коэффициенты ошибок:

$$x(t) = C_0 g(t) + C_1 \dot{g}(t) + \frac{C_2}{2!} \ddot{g}(t) + \dots + \frac{C_n}{n!} g^{(n)}(t) + \dots \quad (3.13)$$

$$C_0 = [\Phi_x(p)]_{p=0};$$

где:  $C_0, \dots, C_n$  – коэффициенты ошибок, указывающие долю ошибки статической, по скорости, ускорению и т.д.

#### Пример 3

Дана передаточная функция разомкнутой системы:  $W(p) = \frac{100}{0,7p^2 + 0,1p + 0,4}$

и закон изменения входного воздействия:  $g(t) = 10t + 1$ .

Найти закон изменения во времени ошибки  $x(t)$ .

Найдем передаточную функцию замкнутой системы по ошибке:

$$\Phi_x(p) = \frac{1}{1 + W(p)} = \frac{1}{1 + \frac{100}{0,7p^2 + 0,1p + 0,4}} = \frac{0,7p^2 + 0,1p + 0,4}{0,7p^2 + 0,1p + 100,4}$$

Определяются производные от  $g(t)$  и по их числу – количество коэффициентов ошибок:  $\dot{g}(t) = 10$ ;  $\ddot{g}(t) = 0$ .

Следовательно, необходимо найти коэффициенты ошибок:  $C_0$  и  $C_1$ .

$$C_0 = \left[ \frac{0,7p^2 + 0,1p + 0,4}{0,7p^2 + 0,1p + 100,4} \right]_{p=0} = \frac{0,4}{100,4} = 39,84 \cdot 10^{-4};$$

$$C_1 = \left[ \frac{(1,4p + 0,1)(0,7p^2 + 0,1p + 100,4) - (0,7p^2 + 0,1p + 0,4)(1,4p + 0,1)}{(0,7p^2 + 0,1p + 0,4)^2} \right]_{p=0} =$$

$$= \frac{10,04 - 0,04}{(100,4)^2} = \frac{10}{1008016} = 99,2 \cdot 10^{-5};$$



Подставляем найденные значения в (13), получим:

$$X(t) = 39,84 \cdot 10^{-4} (10t + 1) + 99,2 \cdot 10^{-5} \cdot 10 = 39,84 \cdot 10^{-3} t + 139,04 \cdot 10^{-4};$$

Подставляя нужные значения  $t$ , найдем точность в любой момент времени.

### 3.3 Контрольные вопросы

1. Как называется операция перехода из области изображений в область оригиналов?
2. Что такое изображение по Лапласу?
3. Как анализируют устойчивость линейных систем?
4. Какие процедуры предполагает гармонический анализ нелинейных систем?
5. Какие системы называются непрерывными?
6. Приведите пример модели системы «вход-выход».
7. Что такое передаточная функция?
8. Какие системы называются линейными?
9. Что такое ошибка рассогласования?
10. Сформулируйте критерий устойчивости Гурвица.

### 3.4 Контрольные задания

#### 3.4.1 Задания к лабораторной работе №3

Дано уравнение разомкнутой системы. Необходимо его линеаризовать, записать передаточную функцию  $W(p)$ , замкнуть систему, получив  $\Phi(p)$  и  $D(p)$ . Определить устойчивость по Гурвицу. В начальный момент времени все производные равны нулю.  $X$  – выходная координата,  $Y$  – входная координата.

Варианты:

1.  $2xy^2 + 4x\ddot{y} + 0,1\ddot{x}\dot{y} + 2y^2 + \ddot{y} = 0; x^0 = y^0 = 1;$
2.  $0,3xy + 0,5\ddot{y} + 4xy^2 + x^2\dot{y} = 0; x^0 = 0,2; y^0 = 0,1;$
3.  $0,1x\ddot{y} + 0,2x\ddot{y} + 0,4\ddot{x}y + xy = 0; x^0 = 0,4; y^0 = 0,1;$
4.  $0,4x\ddot{y} + 0,3x\ddot{y} + 0,4x\dot{y} + 0,2xy = 0; x^0 = 0,4; y^0 = 0,5;$
5.  $0,9x\ddot{y} + 0,8\ddot{x}y + 0,7\ddot{x}y + 0,1x\dot{y} = 0; x^0 = 4; y^0 = 1;$
6.  $2x\ddot{y} + 3\ddot{x}y + 2\ddot{x}y + x(\dot{y})^2 = 0; x^0 = 2; y^0 = 3;$
7.  $0,1y^2\ddot{x} + 0,2x\ddot{y} + 0,4x\ddot{y} + 2y^2 = 0; x^0 = 0,3; y^0 = 0,5;$
8.  $0,5\ddot{y} + 0,7y^2\ddot{x} + 0,8x\ddot{y} + 0,4\ddot{x}y = 0; x^0 = 0,5; y^0 = 0,2;$
9.  $0,1x\ddot{y} + 0,2xy + 0,1x\ddot{y} + 0,8\ddot{x}y = 0; x^0 = y^0 = 2;$
10.  $0,3x\ddot{y} + 0,7xy + 0,5x\ddot{y} + 0,2\ddot{x}y = 0; x^0 = y^0 = 4;$

11.  $0,5\ddot{x}y + 0,7x\ddot{y} + 0,6x\ddot{y} + 0,4xy + y^2 = 0; x^0 = y^0 = 1;$
12.  $4x\ddot{y} + 2x^2\ddot{y} + 4x\ddot{y} + x^2\ddot{y} + xy^2 + \dot{x}y = 0; x^0 = 2; y^0 = 4;$
13.  $x\ddot{y} + 3x^2\ddot{y} + 8x^2\ddot{y} + 4\dot{x}y^2 + 6xy = 0; x^0 = 3; y^0 = 2;$
14.  $4x\ddot{y} + 0,1x^2\ddot{y} + 4x\ddot{y} + \ddot{y}x + 2\dot{x}y = 0; x^0 = 1; y^0 = 2;$
15.  $0,4x\ddot{y} + 0,2\ddot{y}x + 0,5\ddot{y}x + 0,7\dot{x}y + 0,7y^3x = 0; x^0 = 2; y^0 = 4;$
16.  $2xy + 0,3x^2\ddot{y} + 0,5x\ddot{y} + 0,1\ddot{y}x + 0,2\dot{x}y = 0; x^0 = y^0 = 2;$
17.  $x\ddot{y} + 0,1x\ddot{y} + 2x^2y^2 + 0,2x^3\ddot{y} + 4\dot{y}x = 0; x^0 = 0,2; y^0 = 0,1;$
18.  $0,5x\ddot{y} + 3\dot{x}y + 0,7xy^2 + 0,3x^2\ddot{y} + 0,2x(\dot{y})^2 = 0; x^0 = 3; y^0 = 2;$
19.  $3\ddot{y}x + 0,6xy^2 + 2x^2\ddot{y} + 0,1\dot{x}y + 6x\ddot{y} = 0; x^0 = 0,2; y^0 = 0,1;$
20.  $3x\ddot{y} + y^2 + 4x\ddot{y} + 0,9\dot{x}y + 2x\ddot{y} = 0; x^0 = y^0 = 3;$
21.  $0,6x\ddot{y} + 0,3\ddot{y} + \dot{x}y^2 + 5x^3\ddot{y} + 4y + x^3 = 0; x^0 = 2; y^0 = 1;$
22.  $x\ddot{y} + 0,4x\ddot{y} + 0,5\ddot{x}y^2 + 0,2y^3x + y^3 = 0; x^0 = 4; y^0 = 1;$
24.  $0,9x\ddot{y} + 3\dot{x}y + 0,4xy^2 + 0,8x\ddot{y} + 0,5x\ddot{y} + 0,8x^3y = 0; x^0 = 0, y^0 = 0,3;$
25.  $0,1xy + 2x\ddot{y} + 0,7\ddot{x}y + 5x\ddot{y} + 6x^2y + y^3 = 0; x^0 = 1; y^0 = 5$

### 3.4.2 Задание к лабораторной работе №4

Дана передаточная функция разомкнутой системы:  $W(p) = \frac{b_0p + b}{p(d_0p^2 + d_1p + d_2)}$ ;

и закон изменения входного воздействия:  $g(t) = m_0t^2 + m_1t + m_2$ .

Найти закон изменения во времени ошибки  $x(t)$ .

Таблица 6 – Варианты заданий

№	$b_0$	$b_1$	$d_0$	$d_1$	$d_2$	$m_0$	$m_1$	$m_2$
1	0	10	1	0,9	1	60	4	0,01
2	0	25	1,1	0,8	1	55	3	0,02
3	0	45	1,2	0,7	1	50	2	0,03
4	0	80	1,3	0,6	1	45	1	0,04
5	0	100	1,4	0,5	1	40	1	0,05
6	0	120	1,5	0,4	1	35	2	0,06
7	0	140	1,6	0,3	1	30	3	0,07
8	0	160	1,7	0,2	1	25	4	0,08
9	0	180	1,8	0,1	1	20	5	0,09
10	0	200	1,9	0,15	1	15	6	0,1
11	0	300	2	0,25	1	10	7	0,2

<b>12</b>	0	400	2,1	0,35	1	18	8	0,3
<b>13</b>	10	0	2,2	0,4	1	17	1	0,4
<b>14</b>	20	0	2,3	0,55	1	23	2	0,5
<b>15</b>	30	0	2,4	0,6	1	48	6	0,6
<b>16</b>	35	0	2,5	0,7	1	61	7	0,7
<b>17</b>	40	0	2,6	0,8	1	72	9	0,8
<b>18</b>	45	0	2,7	0,9	1	47	1	0,9
<b>19</b>	50	0	2,8	0,7	1	63	3	1
<b>20</b>	60	0	2,9	0,8	1	52	5	1,1
<b>21</b>	65	0	3	0,6	1	41	7	1,2
<b>22</b>	70	0	3,1	0,5	1	80	4	1,3

## Библиографический СПИСОК

### Основная литература

1. Згуровский М. З., Панкратова Н.Д. Системный анализ: проблемы, методология, приложения [Текст] монография / М. З. Згуровский, Н. Д. Панкратова; М-во образования и науки, молодежи и спорта Украины, Нац. акад. наук Украины, Ин-т прикладного систем. анализа. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Наукова думка, 2011. – 727 с.
2. Волкова В. Н. Теория систем и системный анализ [Текст]: учеб. для студ. вузов, обуч. по напр. "Прикладная информатика" / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. – М.: ЮРАЙТ, 2010. – 680 с.
3. Губанов В. А. Введение в системный анализ. – Л.: Изд-во Ленингр. гос. ун-та, 1988.
4. Казиев В. М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем. – М.: ИНТУИТ, 2007.
5. Советов, Б. Я. Информационные технологии. 2-е изд., стер. / Б.Я. Советов, В.В. Цехановский – М.: 2006. – 223 с.
6. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления [Текст] / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Профессия, 2003. – 752 с.
7. Анфилатов В.С. Системный анализ в управлении: Учебное пособие для ВУЗов / В. С. Анфилатов, А. А. Емельянов, А. А. Кукушкин. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 368с. – Гриф МО "Рекомендовано".
8. Гатаулин А.М. Введение в системный анализ. – М.: Изд-во ФГОУ ВПО МСХА им. К.А. Тимирязева, 2005.

### Дополнительная литература

9. Цвиркун, А.Д. Структура многоуровневых и крупномасштабных систем (синтез и планирование развития) / А.Д. Цвиркун, В.И.Акинфиев. – М.: Наука, 1993. – 157 с.
10. Герасимов Б.И. Основы теории системного анализа: качество и выбор: учебное пособие / Б.И. Герасимов, Г.Л. Попова, Н.В. Злобина. - Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2011. – 80 с. URL: <http://window.edu.ru/resource/451/76451/files/gerasimov.pdf>
11. Антонов А.В. Системный анализ. Математические модели и методы. – Обнинск: ИАТЭ, 2002. – 114 с.
12. Аполов О. Г. Теория систем и системный анализ//Курс лекций. – Уфа, 2012, 274 с. (интернет-ресурс в свободном доступе).
13. Данелян Т.Я. Теория систем и системный анализ (ТСиСА): учебно-методический комплекс / Т.Я. Данелян. – М.: Изд. центр ЕАОИ, 2010. – 303 с. (интернет-ресурс в свободном доступе).

Заказ № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г. Тираж 100 экз.  
Изд-во СевГУ