Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАО УВО “Севастопольский государственный университет”

Анализ стохастической устойчивости

методические указания
к лабораторной работе по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая
статистика»

студентами всех форм обучения для направлений:
09.03.01 – “Информатика и вычислительная техника”,
09.03.02 – “Информационные системы и технологии”,
09.03.04 – “Управление в технических системах”

Севастополь
2018

УДК 519.2

Анализ стохастической: методические указания к выполнению лабораторных и контрольных работ по дисциплине “Теория вероятностей и математическая статистика” студентами всех форм обучения для направлений: 09.03.01 – “Информатика и вычислительная техника”, 09.03.02 – “Информационные системы и технологии”, 09.03.04 – “Управление в технических системах” [Текст] / Разраб. П.П. Киже. – Севастополь: Изд-во СевГУ, 2018. – 44 с.

Методические указания составлены в соответствии с требованиями программы дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры Информационных систем,
протокол № *13* от *26 января* 2*018* г.

Допущено учебно-методическим центром СевГУ в качестве методических указаний.

Рецензент Кожаев Е.А., кандидат техн. наук, доцент кафедры Информатики и вычислительной техники.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Доценко С. В. Теория информации и математическая статистика. – Конспект лекций.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей/ Е.С. Вентцель.- М.:ФМ, 1958.- 464 с.

3. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей/ Б.В.Гнеденко. – М.: ФМ, 1961. – 406 с.

4. MATLAB. Руководство пользователя. – Севастополь, СГТУ, 2000.–77 с.

5. Потемкин В.Г. MATLAB 5 для студентов/ В.Г. Потёмкин. – М.: ДИЛОГ-МИФИ, 1998.– 314 с.

6. Потемкин В.Г. Система MATLAB. Справочное пособие/ В.Г. Потёмкин. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1997. – 350 с.

7. Лазарев Ю. MatLAB 5.x/ Ю. Лазарев. – К.: «Ирина», bhv, 2000. – 383 с.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА

1. Цель работы.
2. Краткое теоретическое введение
3. Аналитический расчёт вероятности случайных событий.
4. Практический расчёт оценки вероятности (частоты) случайных событий.
5. Программа на языке MATLAB для расчёта частоты случайных событий.
6. Выводы по работе.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое случайное событие?
2. Что такое случайный исход эксперимента?
3. Что такое стохастическая устойчивость?
4. Как в системе MATLAB создать матрицу со случайными равномерно распределенными числами?
5. Что такое М-сценарий?
6. Что такое М-функция?
7. Что такое частота случайного события?
8. Какова связь между частотой случайного события и его вероятностью?
9. Какова зависимость частоты случайного события от числа испытаний?
10. Как построить график функции с помощью системы MATLAB?
11. Какой тип распределения даёт функция *rand*, нарисовать график этой функции.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Изучить методы получения последовательностей случайных событий программным путем на основе системы MATLAB. Применить их к конкретному эксперименту.
2. Научиться разрабатывать М-функции для статистических исследований, в частности, для подсчета текущей частоты случайных событий.
3. Рассчитать текущую частоту случайных событий, реализованных в проводимом эксперименте.
4. Убедиться, что случайные события, произошедшие в данном случайном эксперименте, обладают свойством стохастической устойчивости. Оценить вероятность этих событий.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

На практике приходится часто сталкиваться с опытами (испытаниями, наблюдениями, процессами), дающими различные результаты в зависимости от обстоятельств, которых мы не знаем или не умеем учесть. Например, нельзя предсказать заранее, сколько выпускников средней школы подадут заявления в СевНТУ, сколько дождливых дней будет в следующем году и т.д. Применение математики к изучению явлений такого рода опирается на то, что во многих случаях при многократном повторении одного и того же опыта в одних и тех же условиях *частота* появления рассматриваемого *результата остается* все время примерно *одинаковой*, близкой к некоторому постоянному числу Р.

Рассмотрим эксперимент с пространством событий $Z = \{z_1, z_2, ... z_m\}$, который можно повторять многократно в одних и тех же условиях. Допустим, что проведено N испытаний, при которых интересующее нас событие $z_i \in Z$ произошло N_i раз. Относительное число случаев, при которых данное событие имело место, т.е. величина

$$q_i = q(z_i) = \frac{N_i}{N} , \quad (1)$$

называется *частотой* события z_i.

При небольшом числе экспериментов частота оказывается в значительной мере случайной. Однако, практика показывает, что при увеличении числа экспериментов частота отдельных событий теряет свой случайный характер и имеет тенденцию приближаться с незначительными колебаниями к некоторому среднему *неслучайному* значению, которое и может рассматриваться как *вероятность* $P(z_i)$ данного события z_i. Именно эта **тенденция** и является признаком *стохастической устойчивости* данного случайного явления, и только стохастически устойчивые явления могут изучаться с помощью теории вероятностей. Вообще при увеличении числа опытов частота приближается к вероятности в том смысле, что вероятность сколько-нибудь значительных отклонений частоты от вероятности становится пренебрежимо малой. Такая сходимость называется *сходимостью по вероятности.*

3. ХОД РАБОТЫ

1. Создать матрицу $A(a_{ij})$, элементами a_{ij} которой являются случайные равномерно распределенные числа, лежащие в диапазоне от 0 до 1. Число строк матрицы m=5, число столбцов n=1000. (рекомендуется функция *rand*)
2. Проверить наличие элементов в матрице А, выведя на экран ее первые 10 столбцов.
3. Будем считать **событием** z_{kj} попадание числа a_{kj} в промежуток $a_{k\min} \le a_{kj} < a_{k\max}$. Границы этих промежутков для разных вариантов приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Варианты заданий

вари-ант	$a_{1\min}$	$a_{1\max}$	$a_{2\min}$	$a_{2\max}$	$a_{3\min}$	$a_{3\max}$	$a_{4\min}$	$a_{4\max}$	$a_{5\min}$	$a_{5\max}$
1	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.05	0.10	0.00	0.90
2	0.1	0.6	0.1	0.6	0.1	0.6	0.10	0.15	0.02	0.92
3	0.2	0.7	0.2	0.7	0.2	0.7	0.15	0.20	0.04	0.94
4	0.3	0.8	0.3	0.8	0.3	0.8	0.20	0.25	0.06	0.96
5	0.4	0.9	0.4	0.9	0.4	0.9	0.25	0.30	0.08	0.98
6	0.5	1.0	0.5	1.0	0.5	1.0	0.30	0.35	0.10	1.00
7	0.05	0.55	0.05	0.55	0.05	0.55	0.35	0.40	0.01	0.91
8	0.15	0.65	0.15	0.65	0.15	0.65	0.45	0.50	0.03	0.93
9	0.25	0.75	0.25	0.75	0.25	0.75	0.55	0.60	0.05	0.95
10	0.35	0.85	0.35	0.85	0.35	0.85	0.65	0.70	0.07	0.97
11	0.45	0.95	0.45	0.95	0.45	0.95	0.75	0.80	0.09	0.99
12	0.47	0.97	0.47	0.97	0.47	0.97	0.95	1.00	0.02	0.93

Создать М-функцию $y = \mathrm{logzn}(am, aM, x)$, которая возвращает единицу, если выполняется условие $am \le x < aM$, и возвращает 0, если это условие не выполнено. Сохранить эту функцию в М-файле.

4. С помощью функции *logzn* из матрицы $A(a_{ij})$ получить матрицу $B(b_{ij})$, элементы которой равны 1, если событие z_{kj} произошло, и равны 0, если не произошло. Для этого написать и сохранить соответствующую М-функцию.
5. Написать М-функцию $y = fregp(v, m)$, определяемую формулой (1), где v – вектор размера m, состоящий из нулей и единиц. Сохранить ее в М-файле.
6. Рассчитать зависимости $q_k(N)$ частот событий от числа испытаний для $1 \le N \le 1000$ и всех пяти k и изобразить их графически в линейном и полулогарифмическом (по оси x) масштабах. Найти ***аналитически*** вероятности событий P_k, учтя тип распределения получаемого с помощью функции *rand*.
7. Сделать выводы. Оформить отчет.