VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

Kvantová a laserová elektronika
2020/2021

4. Náhradné laboratórne cvičenie

25. novembra 2020

Alex Sporni (xsporn01)

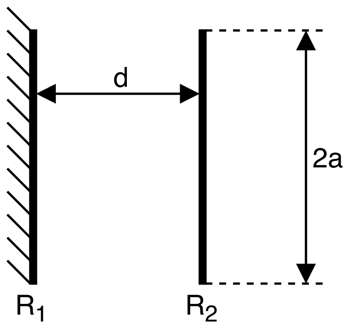
1 Zadanie

Navrhněte optický rezonátor tak, aby výstupní záření (mód TEM00) bylo co nejvíce monochromatické. Pro návrh rezonátoru máte zadáno:

1. Šířka spektrální čáry aktivní látky je 2,15 GHz. Centrální vlnová délka aktivní látky je 697 nm.
2. Ostatní vnitřní ztráty v rezonátoru jsou 1,3%.
3. Pro určení difrakčních ztrát můžeme použít obrázek z teoretického úvodu. Pokud použijete jiný přístup pro určení difrakčních ztrát, tak to prosím definujte a popište v protokolu.
4. Ostatní parametry optického rezonátoru si volte sami.
5. Výsledný protokol bude hodnocen podle míry propracovanosti a korektnosti (např. úvahy, specifikace parametrů dílčích částí rezonátor, výpočty, grafy, spektrální charakteristiky, komentáře, závěr, atd.).

2 Riešenie

V tejto sekcii bude vyriešené náhradné laboratórne cvičenie č. 4. Zmyslom tejto laboratórnej práce je navrhnúť optický rezonátor, tak aby výstupné žiarenie bolo čo najviac monochromatické. Tento rezonátor má popísané niektoré vlastnosti v samotnom zadaní práce viď 1. Od týchto parametrov sa návrh a následný výpočet bude odvíjať.



Obr. 1: Návrh planparalelného optického rezonátora

2.1 Návrh rezonátora

Na svoj návrh som sa rozhodol použiť rezonátor, ktorý sa skladá z dvoch planárných a rovnobežných zrkadiel. Bude sa jednať teda o **planparalelný optický rezonátor**, ako je možné vidieť na obrázku 1. Tento rezonátor má tú vlastnosť, že jeho zakrivenie je $R_1 = R_2 = \infty$ (nekonečné). Z podmienky jednofrekvečnosti, ktorú je možné vidieť vo vzťahu 1. Je možné si odvodiť vzdialenosť d medzi jednotlivými zrkadlami.

$$\Delta\nu_{akt} \leq 2 \cdot \Delta\nu_F \tag{1}$$

Ďalej zo vzťah 1, upravíme nasledovne:

$$\Delta\nu_{akt} \leq 2 \cdot \Delta\nu_F \implies \nu_F = \frac{\Delta\nu_{akt}}{2}$$

$$\nu_F = \frac{c}{2d}$$

$$d = \frac{c}{2 \cdot \frac{\Delta\nu_{akt}}{2}} = \frac{c}{\Delta\nu_{akt} = \frac{3 \cdot 10^8}{2{,}15 \cdot 10^9}} = \frac{6}{43} = \mathbf{0,1395\ m}$$

Vieme si vypočítať frekvenčnú vzdialenosť podľa vzťahu

$$\nu_F = \frac{c}{2 \cdot d} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0,1395} = \mathbf{1075268817\ Hz} = 1,075268817\ GHz \tag{2}$$

Následne ak poznáme vzdialenosť $d = 0,1395\ m$, je možné si získať vzťah na dĺžku hrany $2a$ optického rezonátora, zo vzťahu 3.

$$N = \frac{a^2}{\lambda \cdot d} \tag{3}$$

Kde N predstavuje **Fresnelovo číslo**. Hodnota tohto čísla sa volí ideálne veľká, z dôvodu zmenšenia difrakčných strát na minimum. V tomto prípade som si zvolil hodnotu $N = 100$. Daný vzťah 3 je možné si upraviť tak, aby z neho bolo možné vypočítať dĺžku hrany $2a$ nasledovne:

$$a = \sqrt{N \cdot \lambda \cdot d} = \sqrt{100 \cdot 697 \cdot 10^{-9} \cdot 0,1395} = 3,1181 \cdot 10^{-3} \implies 2a = \mathbf{6,2363 \cdot 10^{-3}\ m}$$

Následne ak hodnoty vzdialenosť d a dĺžka hrany $2a$ sú vypočítané, tak je potrebné si overiť ich platnosť/správnosť pomocou vzťahu 4.

$$d \gg 2a \gg \lambda \quad [m] \tag{4}$$

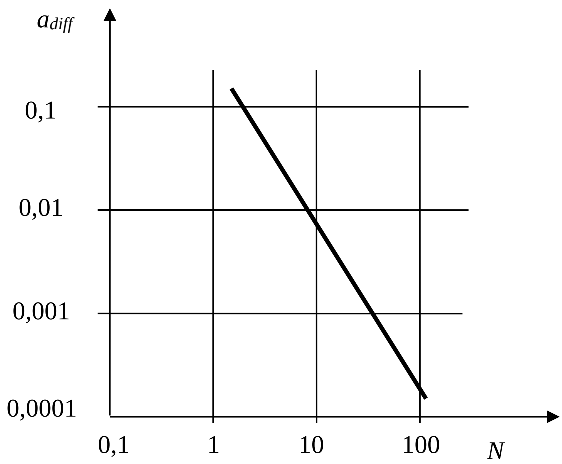
Po dosadení číselných hodnôt do vzťahu 4, je možné skonštatovať, že vzťah je **pravdivý**, ergo vypočítané hodnoty môžu byť považované za správne.

$$0,1395\ m \gg 6,2363 \cdot 10^{-3}\ m \gg 697 \cdot 10^{-9}\ m$$

Ďalší faktor, ktorý je potrebné brať do úvahy sú celkové straty. Celkové straty sa označujú ako: γ_ν a sú tvorené vnútornými stratami γ_i, difrakčnými stratami γ_{diff}, stratami na zrkadle $\gamma\Re_1$ a stratami na zrkadle[1] $\gamma\Re_2$. Z čoho vyplíva nasledujúci vzťah:

$$\gamma_\nu = \gamma_i + \gamma_{diff} + \gamma\Re_1 + \gamma\Re_2 \tag{5}$$

Vnútorné straty predstavujú $\gamma = 1,3\ \%$, difrakčné straty je možné si odčítať z grafu 2. Vidíme, že hodnota pre $N = 100$ predstavuje približne $N_{diff} = 0,0001$, čo môžme považovať za zanedbateľnú hodnotu.



Obr. 2: Závilosť difrakčných strát na Fresnelovom čísle

[1]Značka $\Re$ nepredstavuje v tomto prípade reálnu os ako symbol $\Re$ značí, daný symbol v tomto kontexte značí "písane R", ktorým budeme značiť odrazivosť zrkadle

Následne je potrebné si vypočítať straty na jednotlivých zrkadlách. Pomocou vzťahu 6.

$$\gamma\Re_n = \frac{1 - R_n}{2 \cdot d} \tag{6}$$

Kde n predstavuje číslo daného zrkadla. V tomto prípade disponujeme dvoma zrkadlami tak za n budú postupne dosadené hodnoty $1, 2$. Tieto hodnoty $\Re_1$ a $\Re_2$ si môžeme ľubovoľne určiť. Nech $\Re_1$ má odrazivosť 100% a $\Re_2$ má odrazivosť 98%, (Experimentoval som aj s miero odrazivosti 95% avšak straty na zrkadle mi prišli byť až moc veľké (takmer 18% straty len na zrkadle $\Re_2$ pri danej vzdialenosti $d = 0,1395\ m$)) potom:

$$\gamma\Re_1 = \frac{1 - \Re_1}{2 \cdot d} = \frac{1 - 1}{2 \cdot 0,1395} = \mathbf{0} \tag{7}$$

$$\gamma\Re_2 = \frac{1 - \Re_2}{2 \cdot d} = \frac{1 - 0,98}{2 \cdot 0,1395} = \frac{0,02}{0,279} = \frac{20}{279} = \mathbf{0,071684} \tag{8}$$

Celkové straty vypočítame potom dosadením do vzorca 5.

$$\gamma_\nu = 0,013 + 0,0001 + 0 + 0,071684 = \mathbf{0{,}0850} \approx 8,5\%$$

Následne je možné si vypočítač dobu života fotónu v rezonátory pomocou vzťahu 9.

$$\frac{1}{\tau_P} = c \cdot \gamma_\nu \implies \tau_P = \frac{1}{c \cdot \gamma_\nu} = \frac{1}{3 \cdot 10^8 \cdot 0,0850} = \mathbf{3,9215 \cdot 10^{-8}\ s} \tag{9}$$

Vypočítanú hodnotu je následne možné dosadiť do vzťahu 10, ktorý je odvodený z Heisenbergovej relácie neurčitosti. Tento vzťah slúži na výpočet šírky rezonančnej čiary.

$$\delta_\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau_P} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 3,9215 \cdot 10^{-8}} = \mathbf{4058522,073\ Hz} = 4,058522073\ MHz \tag{10}$$

Na záver je potrebné si overiť, či výstupné žiarenie spĺňa podmienku monochromatickosti a či je koherentné.

$$\begin{aligned} \Delta\nu_{akt} &\leq 2 \cdot \Delta\nu_F \\ 2,15\ GHz &\leq 2 \cdot 1,075268817\ GHz \\ 2,15\ GHz &\leq 2,150537634\ GHz \end{aligned}$$

Mieru koherencie je možné vypočítať podľa vzťahu 11.

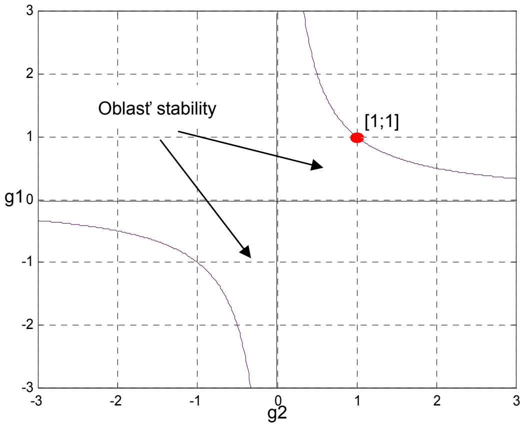
$$Miera\ koherencie = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{4,058522073 \cdot 10^6}{2,15 \cdot 10^9} = \mathbf{1,8876 \cdot 10^{-3}} \tag{11}$$

V poslednom kroku ešte treba overiť či je daný rezonátor stabilný. Na overenie stability slúži podmienka 12.

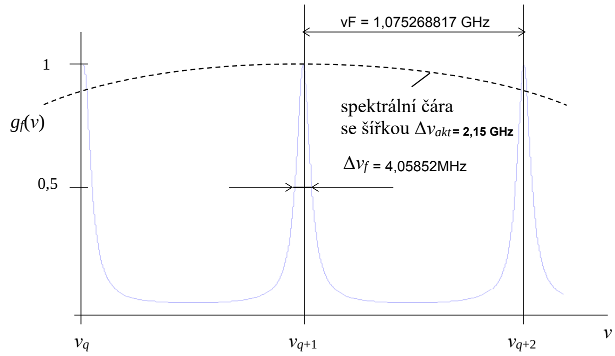
$$0 \leq g_1 \cdot g_2 \leq 1 \tag{12}$$

$$\begin{aligned} R_1 = R_2 &= \infty \\ g_1 = g_2 &= \frac{1 + d}{\infty} = \mathbf{1} \end{aligned}$$

Ako môžeme vidieť, výsledná číselná hodnota 1 patrí do intervalu 12. Túto skutočnosť je možné si overiť aj graficky a vyšetriť či sa daný bod nachádza v oblasti stability 3a.



(a) Oblasť stability pre $g_1 = g_2 = 1$



(b) Funkcia tvaru rezonančných čiar optického rezonátora

Obr. 3: Oblasť stability a funkcia tvaru rezonančných čiar optického rezonátora

3 Záver

Zmyslom tejto laboratórnej úlohy bolo navrhnúť optický rezonátor, ktorý by mal spĺnať podmienky monochromatickosti a stability. Určil som si, že sa bude jednať o planparalelný optický rezonátor, ktorý má nekonečné zakryvenie $R_1 = R_2 = \infty$. Najprv bolo potrebné si vypočítať vzdialenosť zrkadiel, ako je možné vidieť 1. Následne sme si vypočítali dĺžku hrany $2a$ podla vzťahu 3. Pomocou vzťahu 4 bola následne overená platnosť hodnôt. V ďalšom kroku bolo potrebné vypočítať celkové straty γ_ν, ktoré sa skladajú zo súčtu vnútorných strát, difrakčných strát a strát na zrkadlách. Straty na zrkadlách sme si mohli určiť ľubovoľné, v mojom prípade som sa rozhodol pre 0% straty na zrkadle R_1 a 2% straty na zrkadle R_2. Šírku rezonančnej čiary som sa rozhodol počítať pomocou vzťahu 10, ktorý je odvodený z Heisenbergovej relácie neurčitosti. Avšak na výpočet najprv bolo potrebné vypočítať dobu života fotónu v rezonátore. Na tento výpočet bol využitý vzťah 9. Na záver bola overená podmienka monochromatickosti, miera koherencie 11 a stabilita rezonátoru 12. Táto podmienka stability bola overená ako matematicky 12, tak aj graficky 3a.