Riešenie sústav lineárnych rovníc

17. 9. 2018

Pr

$$\left.\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 5 \\ -3x + 5y + 2z &= -4 \\ x + 2y - z &= 1 \end{aligned}\right\} \text{ sústava lin. rovníc}$$

Sústava lineárnych rovníc obecne:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

Maticový tvar: $Ax = b$

Pz: Riedka matica = v každom riadku je niekoľko nulových prvkov

Metódy riešenia sústav lineárnych rovníc:

-> **Priame** = po konečnom počte matematických operácií dôjde priamo k riešeniu

-> **Iteračné** = zvolí sa počiatočná aproximácia riešenia a postupne ju zlepšujeme
= k presnému riešeniu sa dostaneme až v limite

Priame metódy: Cramerovo pravidlo
Gausova eliminačná metóda

1. Cramerovo pravidlo: vhodné pre veľmi malé sústavy

Zadaná sústava rovníc:

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 &= 7 \\ 8x_1 + x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Sústava rovníc upravíme na maticový tvar: $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -3 & 7 \\ 8 & 1 & 3 \end{array}\right)$

Aby sme mohli využiť Cramerovo pravidlo, tak musí byť determinant matice nenulový: $D = 1\cdot 1 - (-3)\cdot 8 = 1 + 24 = 25$ ✓ = ak $D \neq 0$ tak matica je regulárna

Vypočítame determinant D_1, ktorý vznikne nahradením prvého stĺpca matice vektorom pravých strán: $D_1 = \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 7\cdot 1 - (-3)\cdot 3 = 7 + 9 = 16$ ✓

Môžeme vypočítať koreň x_1 sústavy rovníc: $x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{16}{25}$ ✓

Rovnakým spôsobom vypočítame aj druhý koreň x_2 sústavy rovníc $D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} =$
$= 1\cdot 3 - 7\cdot 8 = 3 - 56 = -53$ ✓ $\quad x_2 = \frac{D_2}{D} = -\frac{53}{25}$