

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

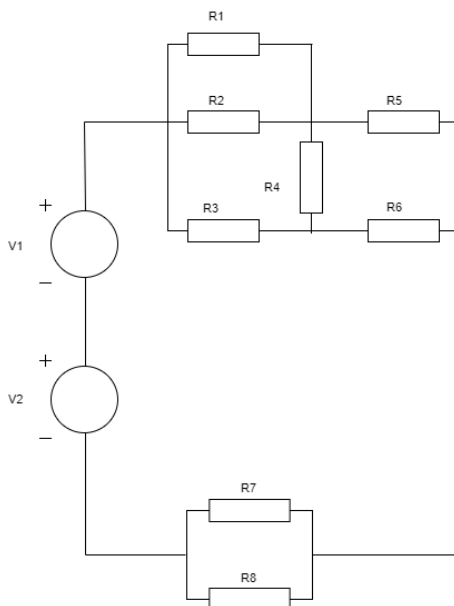
Fakulta informačních technologií

Elektronika pro informační technologie
2017/2018

Semestrální projekt

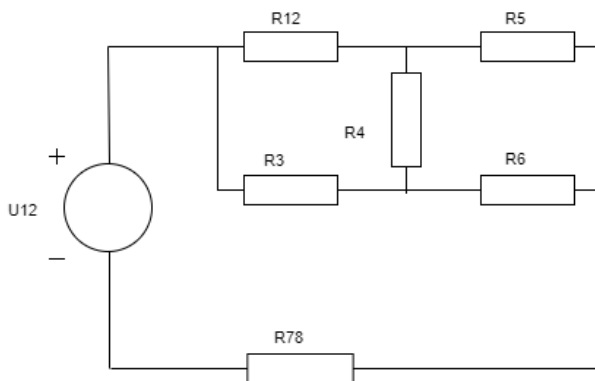
Příklad 1

Stanovte napětí U_{R1} a proud I_{R1} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.



Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
F	125	65	510	500	550	250	300	800	330	250

Složíme U_1 a U_2 , R_1 a R_2 , R_7 a R_8 (zdroje sériově, rezistory paralelně)

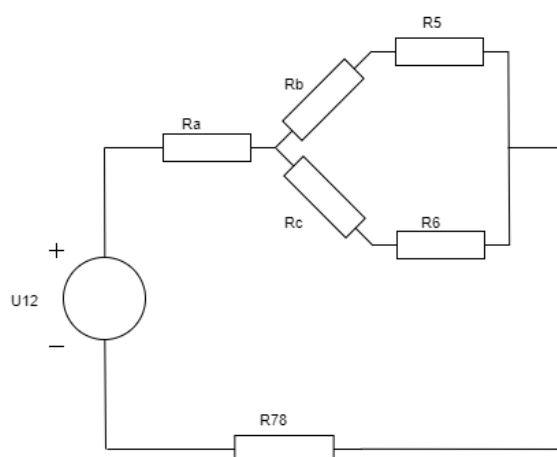


$$U_{12} = U_1 + U_2 = 125 + 65 = 190 \text{ V}$$

$$R_{12} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = \frac{510 * 500}{510 + 500} = 252,4752 \text{ } \Omega$$

$$R_{78} = \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8} = \frac{330 * 250}{330 + 250} = 142,2413 \text{ } \Omega$$

Transformace trojúhelník -> hvězda [R_{12} , R_3 , R_4]

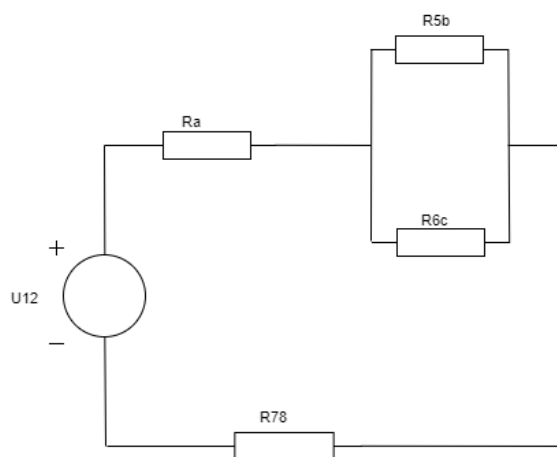


$$R_a = \frac{R_{12} * R_3}{R_{12} + R_3 + R_4} = \frac{252,4752 * 550}{252,4752 + 550 + 250} = 131,9378 \, \Omega$$

$$R_b = \frac{R_{12} * R_4}{R_{12} + R_3 + R_4} = \frac{252,4752 * 250}{252,4752 + 550 + 250} = 59,9717 \, \Omega$$

$$R_c = \frac{R_3 * R_4}{R_{12} + R_3 + R_4} = \frac{550 * 250}{252,4752 + 550 + 250} = 130,6444 \, \Omega$$

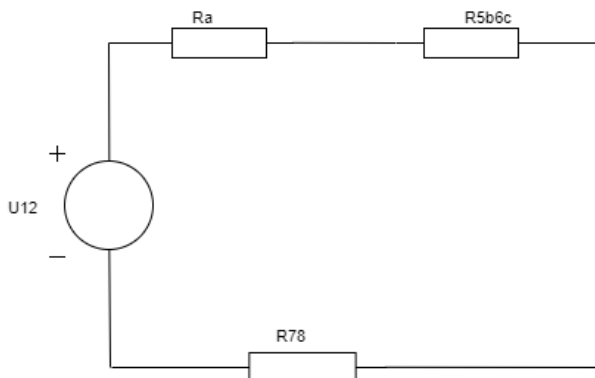
Nyní sečteme R_b a R_5 , R_c a R_6 (sériově)



$$R_{5b} = R_5 + R_b = 300 + 59,9717 = 359,9717 \, \Omega$$

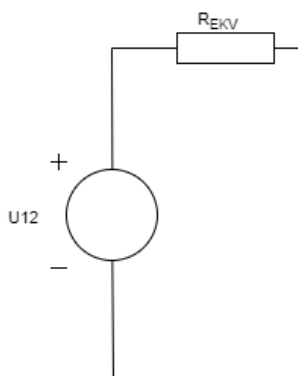
$$R_{6c} = R_6 + R_c = 800 + 130,6444 = 930,6444 \, \Omega$$

Složíme R_{5b} a R_{6c}



$$R_{5b6c} = \frac{R_{5b} * R_{6c}}{R_{5b} + R_{6c}} = \frac{359,9717 * 930,6444}{359,9717 + 930,6444} = 259,5703 \, \Omega$$

Sečteme zbývající rezistory (sériově) a vypočteme výsledný proud I



$$R_{EKV} = R_a + R_{5b6c} + R_{78} = 131,9378 + 259,5703 + 142,2413 = 533,7494 \, \Omega$$

$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}} = \frac{190}{533,7494} = 0,3559 \, A$$

Nyní poskládáme obvod zpět a vypočteme hledaný proud I_{R1} a napětí U_{R1}

$$U_{R_{78}} = I * R_{78} = 0,3559 * 142,2413 = 50,6236 \, V$$

$$U_{R_{a5b6c}} = U_{12} - U_{R_{78}} = 190 - 50,6236 = 139,3764 \, V$$

$$U_{R_a} = I * R_a = 0,3559 * 131,9378 = 50,6236 \, V$$

$$U_{R_{5b6c}} = I * R_{5b6c} = 0,3559 * 259,5703 = 92,3810 \, V$$

$$U_{R_{5b6c}} = U_{R_{5b}} = U_{R_{6c}} = 92,3810 \, V$$

$$I_{R_{5b}} = \frac{U_{R_{5b}}}{R_{5b}} = \frac{92,3810}{359,9717} = 0,2566 \text{ A}$$

$$I_{R_{6c}} = \frac{U_{R_{6c}}}{R_{6c}} = \frac{92,3810}{930,6444} = 0,0992 \text{ A}$$

$$U_{R_b} = I_{R_{5b}} * R_b = 0,2566 * 59,9717 = 15,3887 \text{ V}$$

$$U_{R_5} = I_{R_{5b}} * R_5 = 0,2566 * 300 = 76,98 \text{ V}$$

$$U_{R_c} = I_{R_{6c}} * R_c = 0,0992 * 130,6444 = 12,9599 \text{ V}$$

$$U_{R_6} = I_{R_{6c}} * R_6 = 0,0992 * 800 = 79,36 \text{ V}$$

$$U_{12} - U_{R_{78}} - U_{R_6} - U_{R_3} = 0$$

$$U_{R_3} = U_{12} - U_{R_{78}} - U_{R_6} = 190 - 50,6236 - 79,36 = 60,0164 \text{ V}$$

$$U_{12} - U_{R_{78}} - U_{R_5} - U_{R_{12}} = 0$$

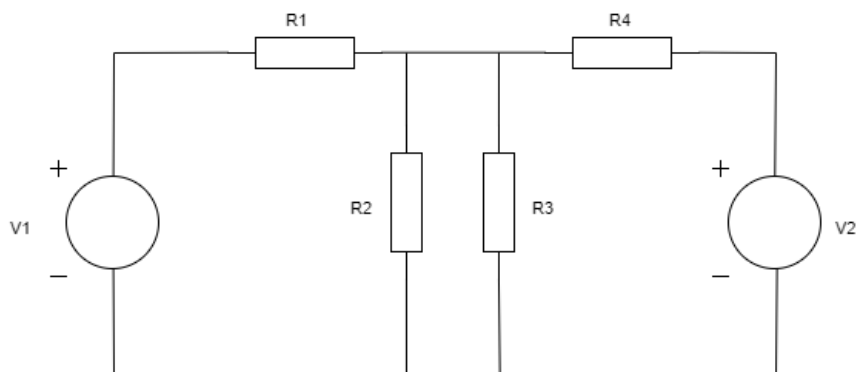
$$U_{R_{12}} = U_{12} - U_{R_{78}} - U_{R_5} = 190 - 50,6236 - 76,98 = 62,3964 \text{ V}$$

$$U_{R_{12}} = U_{R_1} = U_{R_2} = 62,3964 \text{ V}$$

$$I_{R_1} = \frac{U_{R_1}}{R_1} = \frac{62,3964}{510} = 0,1223 \text{ A}$$

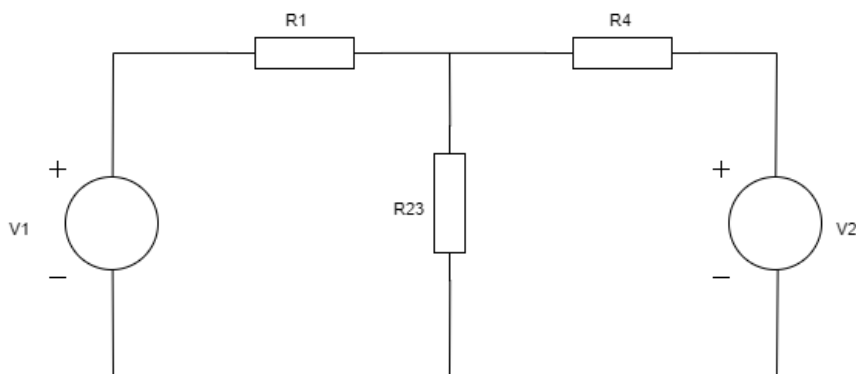
Příklad 2

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu Théveninovy věty.



Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]
G	180	250	315	615	180	460

Spojíme R_2 a R_3

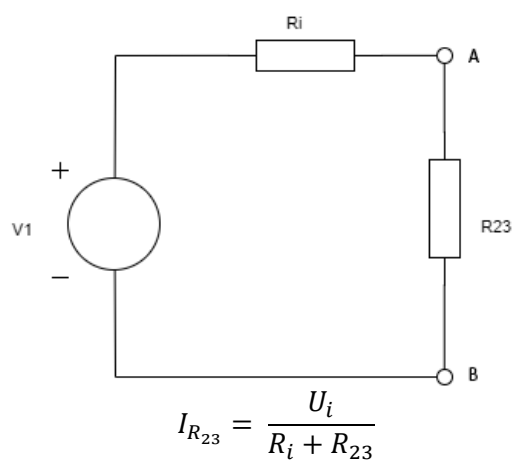


$$R_{23} = \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3}$$

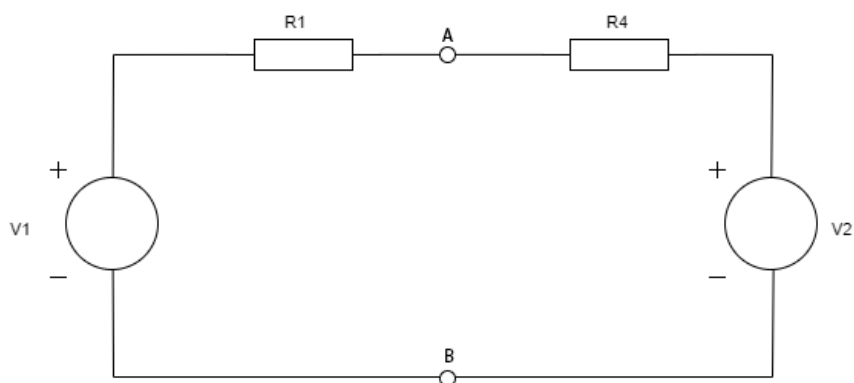
$$R_{23} = \frac{615 * 180}{615 + 180}$$

$$R_{23} = 139,2452 \, \Omega$$

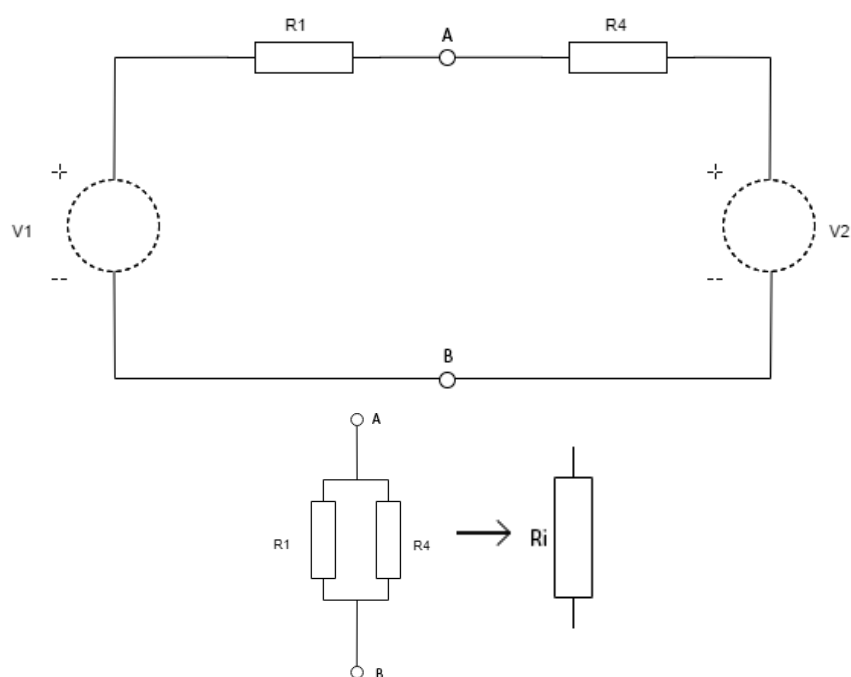
Sestrojíme ekvivalentní obvod



Obvod bez R_{23}



Zkratujeme zdroje a spočítáme odpor R_{EKV} (R_i) mezi body A a B

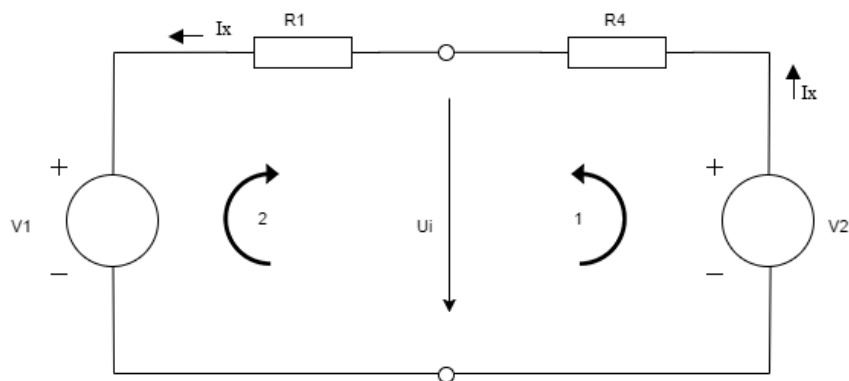


$$R_i = \frac{R_1 * R_4}{R_1 + R_4}$$

$$R_i = \frac{315 * 460}{315 + 460}$$

$$R_i = 186,9677\Omega$$

Překreslíme obvod bez R_{23} a určíme napětí U_i mezi body A a B naprázdno



Dle II. Kirchhoffova zákona určíme I_x (1. smyčka).

$$R_1 * I_x + R_4 * I_x + U_1 - U_2 = 0$$

$$I_x = \frac{U_2 - U_1}{R_1 + R_4}$$

$$I_x = \frac{250 - 180}{315 + 460}$$

$$I_x = 0,0903 \text{ A}$$

Pomocí druhé smyčky dopočítáme samotné U_i .

$$-R_1 * I_x + U_i - U_1$$

$$U_i = U_1 + R_1 * I_x$$

$$U_i = 180 + 315 * 0,0903$$

$$U_i = 208,451 \text{ V}$$

Nyní vypočítáme I_{R23} .

$$I_{R23} = \frac{U_i}{R_i + R_{23}}$$

$$I_{R23} = \frac{208,451}{186,9677 + 139,2452}$$

$$I_{R23} = 0,6390 \text{ A}$$

Nyní vypočítáme U_{R23}

$$U_{23} = R_{23} * I_{R_{23}}$$

$$U_{R_{23}} = 139,2452 * 0,6390$$

$$U_{R_{23}} = 88,9783 \text{ V}$$

Napětí $U_{R_{23}}$ je stejné jako U_{R_2} a U_{R_3}

$$U_{R_{23}} = U_{R_2} = U_{R_3} = 88,9783 \text{ V}$$

$$U_{R_3} = 88,9783 \text{ V}$$

Nakonec spočítáme I_{R_3} (Ohmův zákon)

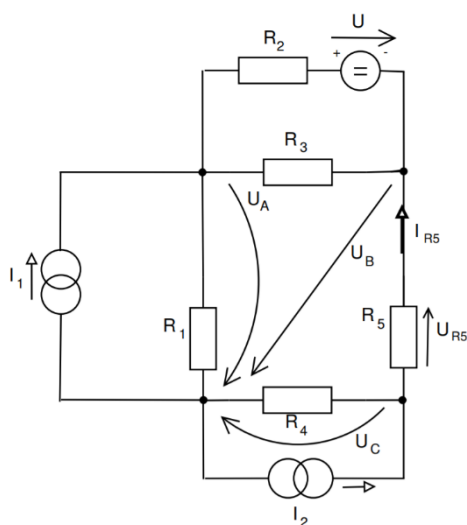
$$I_{R_3} = \frac{U_3}{R_3}$$

$$I_{R_3} = \frac{88,9783}{180}$$

$$I_{R_3} = 0,4942 \text{ A}$$

Příklad 3

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).



Sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
H	130	0,95	0,5	47	39	58	28	25

Nejprve sestavíme rovnice pro jednotlivé uzly

$$A: 0 = I_1 + I_{R2} - I_{R3} - I_{R1}$$

$$B: 0 = I_{R5} + I_{R3} - I_{R2}$$

$$C: 0 = I_2 - I_{R4} - I_{R5}$$

Následně vyjádříme proudy na jednotlivých rezistorech a provedeme substituci

$$I_{R1} = \frac{U_A}{R_1} = G_1 U_A$$

$$I_{R2} = \frac{U + U_B - U_A}{R_2} = G_2 (U + U_B - U_A)$$

$$I_{R3} = \frac{U_A - U_B}{R_3} = G_3 (U_A - U_B)$$

$$I_{R4} = \frac{U_C}{R_4} = G_4 U_C$$

$$I_{R5} = \frac{-U_B + U_C}{R_5} = G_5 (-U_B + U_C)$$

Dosadíme vyjádřené proudy do sestavených rovnic

$$\begin{aligned}0 &= I_1 + G_2 U + G_2 U_B - G_2 U_A - G_3 U_A + G_3 U_B - G_1 U_A \\0 &= -G_5 U_B + G_5 U_C + G_3 U_A - G_3 U_B - G_2 U - G_2 U_B + G_2 U_A \\0 &= I_2 - G_4 U_C + G_5 U_B - G_5 U_C\end{aligned}$$

Upravíme

$$\begin{aligned}-I_1 - G_2 U &= U_A(-G_2 - G_3 - G_1) + U_B(G_2 + G_3) + 0U_C \\G_2 U &= U_A(G_2 + G_3) + U_B(-G_2 - G_3 - G_5) + U_C G_5 \\-I_2 &= 0U_A + U_B G_5 + U_C(-G_4 - G_5)\end{aligned}$$

Dosadíme číselné hodnoty

$$\begin{aligned}-0,95 - \frac{130}{39} &= U_A \left(-\frac{1}{39} - \frac{1}{58} - \frac{1}{47} \right) + U_B \left(\frac{1}{39} + \frac{1}{58} \right) + 0U_C \\ \frac{130}{39} &= U_A \left(\frac{1}{39} + \frac{1}{58} \right) + U_B \left(-\frac{1}{39} - \frac{1}{58} - \frac{1}{25} \right) + \frac{1}{25} U_C \\ -0,5 &= 0U_A + \frac{1}{25} U_B + U_C \left(-\frac{1}{28} - \frac{1}{25} \right)\end{aligned}$$

Vytvoříme matici a použijeme Cramerovo pravidlo pro výpočet U_B a U_C

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} -0,0641 & 0,0428 & 0 & -4,2833 \\ 0,0428 & -0,0828 & 0,04 & 3,3333 \\ 0 & 0,04 & -0,0757 & -0,5 \end{array} \right)$$

Vypočteme determinant A

$$\det A = \begin{vmatrix} -0,0641 & 0,0428 & 0 \\ 0,0428 & -0,0828 & 0,04 \\ 0 & 0,04 & -0,0757 \end{vmatrix} = -0,000160545948$$

$$U_B = \frac{\begin{vmatrix} -0,0641 & -4,2833 & 0 \\ 0,0428 & 3,3333 & 0,04 \\ 0 & -0,5 & -0,0757 \end{vmatrix}}{\det A} = -6,3202 \text{ V}$$

$$U_C = \frac{\begin{vmatrix} -0,0641 & 0,0428 & -4,2833 \\ 0,0428 & -0,0828 & 3,3333 \\ 0 & 0,04 & -0,5 \end{vmatrix}}{\det A} = 3,2354 \text{ V}$$

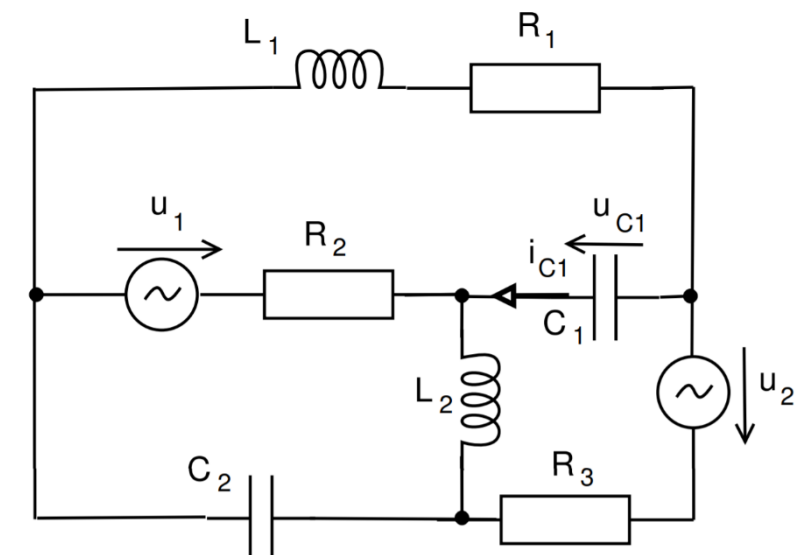
Nakonec vypočteme U_{R5} a I_{R5}

$$U_{R5} = |U_B - U_C| = |-6,3202 - 3,2354| = 9,5556 \text{ V}$$

$$I_{R5} = \frac{U_{R5}}{R_5} = \frac{9,5556}{25} = 0,3822 \text{ A}$$

Příklad 4

Pro napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot (\sin 2\pi f t)$, $u_2 = U_2 \cdot (\sin 2\pi f t)$. Ve vztahu pro napětí $u_{C1} = U_{C1} \cdot (\sin 2\pi f t + \varphi_{C1})$ určete $|U_{C1}|$ a φ_{C1} . Použijte metodu smyčkových proudů.



Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
F	20	35	12	10	15	170	80	150	90	65

Vypočteme úhlovou rychlost

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 65 = 408,4070 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Vypočteme indukanci a kapacitanci

$$Z_{L1} = j\omega L_1 = 408,4070 \cdot 0,17 = 69,4291j \Omega$$

$$Z_{L2} = j\omega L_2 = 408,4070 \cdot 0,08 = 32,6725j \Omega$$

$$Z_{C1} = -\frac{1}{\omega C_1}j = -\frac{1}{408,4070 \cdot 0,00015}j = -16,3235j \Omega$$

$$Z_{C2} = -\frac{1}{\omega C_2}j = -\frac{1}{408,4070 \cdot 0,00009}j = -27,2059j \Omega$$

Sestavíme rovnice proudů I_A , I_B , I_C sestavíme podle II. Kirchhoffova zákona, zároveň je upravíme, dosadíme číselné hodnoty a opět upravíme

$$Z_{L1}I_A + R_1I_A + Z_{C1}(I_A + I_C) + R_2(I_A - I_B) - u_1 = 0$$

$$R_2(I_B - I_A) + Z_{L2}(I_B + I_C) + Z_{C2}I_B + u_1 = 0$$

$$Z_{C1}(I_C + I_A) + R_3I_C + Z_{L2}(I_C + I_B) - u_2 = 0$$

$$I_A(Z_{L_1} + R_1 + Z_{C_1} + R_2) + I_B(-R_2) + I_C Z_{C_1} = u_1$$

$$I_A(-R_2) + I_B(Z_{L_2} + Z_{C_2} + R_2) + I_C Z_{L_2} = -u_1$$

$$I_A Z_{C_1} + I_B Z_{L_2} + I_C(R_3 + Z_{C_1} + Z_{L_2}) = -u_2$$

$$I_A(69,4291j + 12 - 16,3235j + 10) + I_B(-10) + I_C 16,3235j = 20$$

$$I_A(-10) + I_B(32,6725j - 27,2059j + 10) + I_C 32,6725j = -20$$

$$I_A(-16,3235j) + I_B 32,6725j + I_C(15 - 16,3235j + 32,6725j) = -35$$

$$I_A(53,1056j + 22) + I_B(-10) + I_C 16,3235j = 20$$

$$I_A(-10) + I_B(5,4666j + 10) + I_C 32,6725j = -20$$

$$I_A(-16,3235j) + I_B 32,6725j + I_C(15 + 16,349j) = -35$$

Vytvoříme matici, vypočítáme I_A , I_B a I_C

$$\begin{pmatrix} 53,1056j + 22 & -10 & 16,3235j \\ -10 & 5,4666j + 10 & -32,6725j \\ 16,3235j & -32,6725j & 15 + 16,349j \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 20 \\ -20 \\ 22 \end{vmatrix}$$

$$I_A = -0,05950070949992567 - 0,0907130110310372j \text{ A}$$

$$I_B = -0,5598050679902851 - 1,2452643728708241j \text{ A}$$

$$I_C = -0,44703478469886176 - 0,6673599704899245j \text{ A}$$

Vypočteme $|U_{C1}|$ a φ_{C1}

$$U_{C_1} = Z_{C_1}(I_A - I_C) = -16,3235j * (-0,0595 - 0,0907j - (-0,4470 - 0,6673j))$$

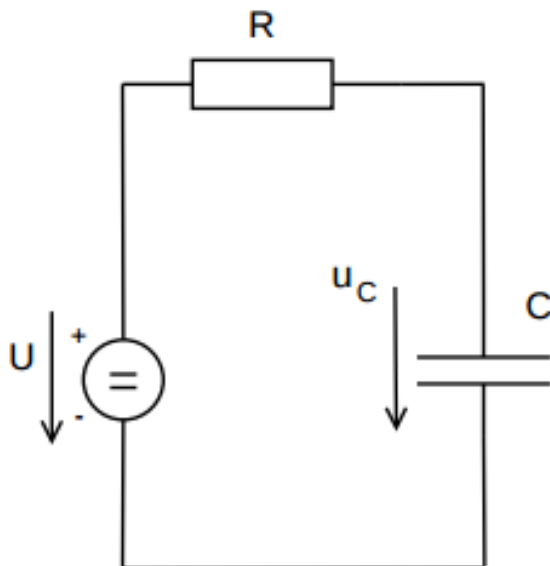
$$U_{C_1} = -16,3235j * (0,104 + 0,3838j) = 9,4121 - 6,3253j \text{ V}$$

$$|U_{C_1}| = \sqrt{9,4121^2 + (-6,3253)^2} = 11,3400 \text{ V}$$

$$\varphi_{C1} = \arctg \frac{B}{A} = -33,9011^\circ (326,0989^\circ)$$

Příklad 5

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_c = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.



Sk.	U [V]	C [F]	R [Ω]	$u_c(0)$ [V]
G	75	50	25	3

Sestavíme rovnici pro napětí ve smyčce (II. Kirchhoffův zákon).

$$u_R + u_C - u = 0$$

$$RI + u_C - u = 0$$

Z druhé rovnice vyjádříme vzorec pro proud.

$$I = \frac{u - u_C}{R}$$

Známe hodnoty dosadíme do axiomu.

$$u'_C = \frac{1}{C} I$$

$$u'_C = \frac{u - u_C}{RC}$$

$$u'_C = \frac{75 - u_C}{25 \cdot 50}$$

Upravíme.

$$u'_C + u_C \frac{1}{1250} = \frac{75}{1250}$$

Podoba obecného tvaru řešení:

$$u_c(t) = k(t)e^{\lambda t}$$

Vypočteme λ pomocí charakteristické rovnice.

$$\lambda + \frac{1}{1250} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{1250}$$

Dosadíme λ do obecného tvaru řešení.

$$u_c(t) = k(t)e^{-\frac{1}{1250}t}$$

Rovnici zderivujeme.

$$u'_c(t) = k'(t)e^{-\frac{1}{1250}t} - \frac{1}{1250}k(t)e^{-\frac{1}{1250}t}$$

Získané hodnoty dosadíme do rovnice obvodu.

$$u'_c + u_c \frac{1}{1250} = \frac{75}{1250}$$

$$k'(t)e^{-\frac{1}{1250}t} - \frac{1}{1250}k(t)e^{-\frac{1}{1250}t} = \frac{75}{1250}$$

$$k'(t)e^{-\frac{1}{1250}t} = \frac{3}{50}$$

Vyjádříme $k'(t)$.

$$k'(t) = \frac{3e^{\frac{1}{1250}t}}{50}$$

Zintegrujeme.

$$\int k'(t)dt = \frac{3e^{\frac{1}{1250}t}}{50}$$

$$k(t) = 75e^{\frac{1}{1250}t} + C$$

Získané hodnoty dosadíme do obecného tvaru řešení.

$$u_c(t) = k(t)e^{\lambda t}$$

$$u_c(t) = (75e^{\frac{1}{1250}t} + C)e^{-\frac{1}{1250}t}$$

$$u_c(t) = 75 + Ce^{-\frac{1}{1250}t}$$

Dosaďme počáteční podmínku.

$$u_c(0) = 75 + C e^{-\frac{1}{1250}0}$$

$$3 = 75 + C$$

$$C = -72$$

Výsledné řešení:

$$u_c(t) = 75 - 72e^{-\frac{1}{1250}t}$$

Zkouška (dosaďme do rovnice obvodu).

$$u'_c + u_c \frac{1}{1250} = \frac{75}{1250}$$

$$u_c(t) = 75 - 72e^{-\frac{1}{1250}t}$$

$$u'_c(t) = \frac{72e^{-\frac{1}{1250}t}}{1250}$$

$$\frac{72e^{-\frac{1}{1250}t}}{1250} + \frac{1}{1250} \left(75 - 72e^{-\frac{1}{1250}t} \right) = \frac{75}{1250}$$

$$\frac{75}{1250} = \frac{75}{1250}$$

Příklad	Zadání	Výsledek
1	F	$U_{R1}=62,3964 \text{ V}$ $I_{R1}=0,1223 \text{ A}$
2	G	$U_{R3}=88,9783 \text{ V}$ $I_{R3}=0,4942 \text{ A}$
3	H	$U_{R5}=9,556 \text{ V}$ $I_{R5}=0,3822 \text{ A}$
4	F	$ U_{C1} = 11,34 \text{ V}$ $\varphi_{C1} = 326,0989^\circ$
5	G	$u_c(t) = 75 - 72e^{-\frac{1}{1250}t}$