Introdução à mecanica dos fluidos
Fenômenos de transporte

Henrique Bernardes

29 de outubro de 2025

1 Início

Começamos com a ideia de um pequeno elemento estacionário de fluido em uma certa posição arbitrária de massa do fluido como visto em 1. Também, sabemos que existem dois tipos de forças que atuam sobre esse elemento:

- forças de superfície → devidas à pressão
- força de campo → igual ao peso do elemento(no caso estudado, igual a força gravitacional)

O peso δW (ou $d\vec{F_g}$) atua no sentido negativo da direção z e pode ser descrito como:

$$\delta W = \vec{g} * dM \tag{1}$$

mas como sabemos da fórmula de massa específica, $dM = \rho dV$, onde $dV = dxdydz$, a equação se torna:

$$\delta W = \vec{g}\rho\delta x\delta y\delta z \tag{2}$$

Por fim, $\gamma = \rho\vec{g}$, assim,

$$\delta W = \gamma\delta x\delta y\delta z \tag{3}$$

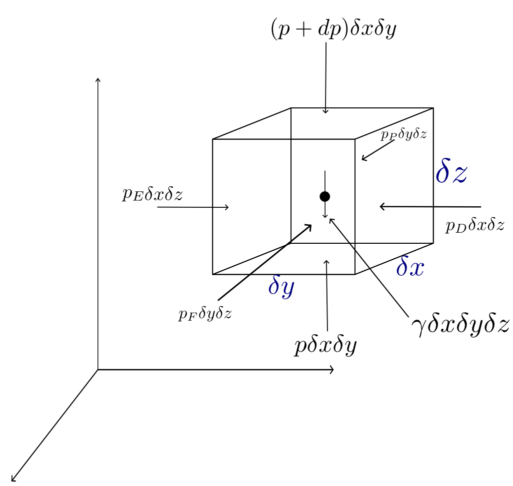

Figura 1: Forças de superfície e campo atuando em um pequeno elemento de fluido.

Sabemos que a soma das forças sobre esse elemento de volume $d\rlap{-}V$ deve ser 0 para atender à condição de equilíbrio, ou seja

$$d\vec{F} = d\vec{F}_g + d\vec{F}_p \tag{4}$$

Já deduzimos que as forças de campo se resumem à:

$$d\vec{F}_g = dM * \vec{g} = \rho\vec{g}dxdydz \tag{5}$$

Agora, para as forças de superfície, temos o seguinte:

$$d\vec{F}_p = P(x,y,z)A \tag{6}$$

Considerando a componente x e expandindo em Taylor:

$$\begin{aligned} d\vec{F_{px}} &= [P(x,y,z) - P(x+dx,y,z)]dydz \rightarrow P(x+dx,y,z) = P(x,y,z) + \frac{\partial P}{\partial x}dx + ... \\ &= \left[P(x,y,z) - P(x,y,z) - \frac{\partial P}{\partial x}dx\right]dydz \\ &= -\frac{\partial P}{\partial x}dxdydz \ . \end{aligned}$$

Então:

$$d\vec{F_{px}} = -\frac{\partial P}{\partial x}dxdydz \ . \tag{7}$$

Para os outros componentes:

$$d\vec{F_{py}} = -\frac{\partial P}{\partial y}dxdydz \tag{8}$$

$$d\vec{F_{pz}} = -\frac{\partial P}{\partial z}dxdydz \tag{9}$$

Assim sendo, temos o o seguinte:

$$\sum d\vec{F}_p = \underbrace{-\left(\frac{\partial P\hat{i}}{\partial x} + \frac{\partial P\hat{j}}{\partial y} + \frac{\partial P\hat{k}}{\partial z}\right)}_{\vec{\nabla}P}dxdydz \tag{10}$$

Onde $d\vec{F}_p$ é um campo vetorial de força associado ao campo escalar de pressão.

Ou seja:

$$\sum d\vec{F}_p = -\vec{\nabla}Pdxdydz \tag{11}$$

Substituindo os valores de $d\vec{F}_p$ e $d\vec{F}_g$ na equação 4, obtemos:

$$\begin{aligned} &d\vec{F}_g + d\vec{F}_p = 0 \\ &\rho\vec{g}dxdydz - \vec{\nabla}Pdxdydz = 0 \\ &(-\vec{\nabla}P + \rho\vec{g})dxdydz = 0 \\ &(\underbrace{-\vec{\nabla}P}_{a} + \underbrace{\rho\vec{g}}_{b}) = 0 \end{aligned}$$

O termo a indica a força de pressão resultante por unidade de volume em um ponto. Já o termo b indica a força de campo por unidade de volume em um ponto.

Decompondo nas direções x, y, e z:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} + \rho\vec{g} = 0 \tag{12}$$
$$-\frac{\partial P}{\partial y} + \rho\vec{g} = 0 \tag{13}$$
$$-\frac{\partial P}{\partial z} + \rho\vec{g} = 0 \tag{14}$$

Escolhendo o eixo z para cima:

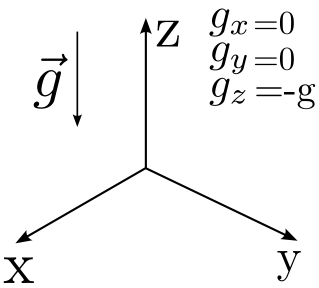

Figura 2: Eixo de coordenadas com vetor $\vec{g}$ indicado.

vemos então que:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0; \ \frac{\partial P}{\partial y} = 0; \ \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho\vec{g}$$

Assim sendo, como P é uma função de uma só variável, a derivada parcial pode ser substituida pela derivada total:

$$\frac{dP}{dz} = -\rho\vec{g} \tag{15}$$

Isto é, assumindo as seguintes premissas:

1. O fluido é estatico;
2. A gravidade é a única força de campo;
3. O eixo z é vertical para cima.

Para um líquido incompressível, $\gamma = cte$, ou seja, $\rho = cte$ e $g = cte$. Assim sendo, manipulando e integrando a equação 15, aplicando as condições de contorno, onde consideramos a pressão no nível de referência (z0) como sendo P_0, então a pressão P no nível z é dada por:

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$
$$dP = -\rho g dz$$
$$\int_{P_0}^{P} dP = -\rho g \int_{z_0}^{z} dz$$
$$P - P_0 = -\rho g(z - z_0)$$

$$\boxed{P - P_0 = +\rho g(z_0 - z)} \tag{16}$$

Como visto na equação 16, a pressão em um líquido incompressível em repouso depende da altura h($h = z_0 - z$) do fluido em relação a um plano de referência e **não** é influenciada pelo tamanho ou forma do tanque no qual o fluido se encontre. Também, a equação 16 só é válida para fluidos na qual o peso específico γ é constante. Para aqueles na qual γ não é constante, a forma como varia deve ser especificada antes que a equação 15 possa ser integrada.

1.1 Exercicio 11.1

Vamos calcular a pressão **manométrica**(ou seja, em relação à pressão atmosférica) na interface gasolina-água e na parte inferior do tanque em $\frac{lbf}{in^2}$ e a altura de carga da coluna de água em ft: Primeiro, calculamos

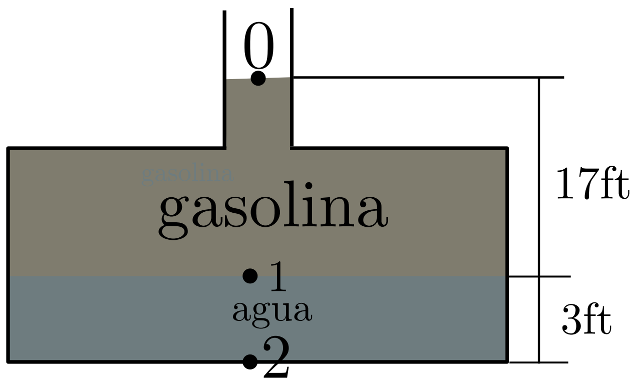

Figura 3: Exercicio 11.1

a pressão no ponto 1, indo do ponto 0 ao ponto 1, tendo $\gamma_{gasolina} = 42.5\frac{lbf}{ft^3}$ e $\gamma_{agua} = 62.4\frac{lbf}{ft^3}$:

$$
\begin{aligned}
p_1 - p_0 &= \gamma_{gasolina} h_{1\to 0} \\
p_1 - p_0 &= \gamma_{gasolina} h_{1\to 0} \\
p_1 - p_0 &= 42.5\frac{lbf}{ft^3} * 17ft \\
p_1 - p_0 &= 722.5\frac{lbf}{ft^2}\left|\frac{1ft^2}{144in^2}\right| \\
p_1 - p_0 &= 5.02\frac{lbf}{in^2}
\end{aligned}
$$

Tendo o valor da pressão no ponto intermediario em relação ao ponto 0, podemos calcular a pressão no ponto 2 com relação ao ponto 1(indo do ponto 1 ao ponto 2):

$$
\begin{aligned}
p_2 - p_1 &= \gamma_{agua} h_{2\to1} \\
p_2 &= \gamma_{agua} h_{2\to1} + p_1 \\
p_2 &= 62.4 \frac{lbf}{ft^3} * 3ft + 722.5 \frac{lbf}{ft^2} + p_0 \\
p_2 - p_0 &= 909.7 \frac{lbf}{ft^2} \left| \frac{1ft^2}{144in^2} \right| \\
p_2 - p_0 &= 6.32 \frac{lbf}{in^2}
\end{aligned}
$$

Assim sendo, calculamos a altura de carga da coluna de água:

$$
\begin{aligned}
h_{0\to2} &= \frac{p_2 - p_0}{\gamma_{agua}} \\
h_{0\to2} &= \frac{6.32 lbf/in^2}{62.4 lbf/ft^3} \\
h_{0\to2} &= \frac{0.10 ft^3}{in^2} \left| \frac{144in^2}{ft^2} \right| \\
h_{0\to2} &= 14.58 ft
\end{aligned}
$$

1.2 Medições de pressão

A pressão em um ponto interior de uma massa de fluido pode ser designada ou por **pressão absoluta** ou por **pressão manométrica**. A pressão absoluta é a medida em relação à pressão zero absoluta, enquanto a pressão manométrica é medida em relação à pressão atmosférica local.

Pressões absolutas são sempre positivas, mas a pressão manométrica pode ser ou positiva ou negativa, a depender se a pressão está abaixo ou acima da pressão atmosférica. Uma pressão manométrica negativa é também chamada de pressão de vácuo. Por exemplo, uma pressão absoluta de 10psi poderia ser representada como uma pressão manométrica de -4.7psi se a pressão atmosférica local fosse 14.7psi, ou então como 4.7 psi de sucção/vácuo.

Para a maioria das análises de mecânica dos fluidos é prática usual utilizar a pressão manométrica.

1.3 Manômetros

São dispositivos de medição de pressão que envolvem o uso de colunas de líquidos em tubos verticais ou inclinados.

1.3.1 Tubo Piezométrico

Consiste em um tubo vertical, aberto na parte superior e fixado a um recipiente cuja pressão se deseja determinar.

Uma vez que os manômetros envolvem colunas de fluidos em repouso, a equação fundamental que descreve seu uso é $p = \gamma h + p_0$, fornecendo a pressão em qualquer elevação no interior de um fluido homogêneo em termos da pressão de referência p_0 e da distância h entre p e p_0. É importante mencionar que, uma vez que o tubo é aberto na parte superior, a pressão manométrica $p_0 = 0$, dado que:

$$
\begin{aligned}
&p_{manometrica} = p_{absoluta} - p_{atmosferica} \\
&p_{manometrica} = p_{atmosferica} - p_{atmosferica} \\
&p_{manometrica} = 0
\end{aligned}
$$

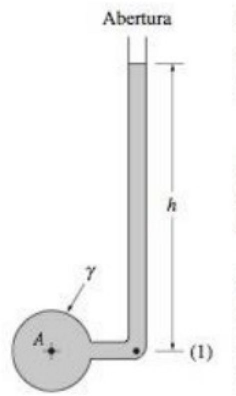

Figura 4: Tubo Piezometrico

Logo, a equação fundamental se reduz à:

$$p = p_A = \gamma h$$

Embora o tubo piezométrico seja simples e preciso, apresenta algumas desvantagens:

1. Só é apropriado se a pressão no recipiente for maior do que a pressão atmosférica(caso contrário, o ar seria sugado pelo sistema.);
2. Só é apropriado se a pressão a ser medida for relativamente baixo, de modo que a altura necessária da coluna não seja muito elevada;
3. O fluido no interior do recipiente cuja pressão deverá ser medida deverá ser um líquido e não um gás.

1.3.2 Manômetro de tubo em U

Visando superar as dificuldades observadas no tubo piezométrico, utiliza-se o manômetro de tubo em U. O fluido no manômetro é chamado de **fluido manométrico**. Para determinar a pressão p_A em termos das variações das alturas das colunas, começamos em uma extremidade do sistema e seguimos até a outra extremidade, utilizando apenas a equação fundamental.

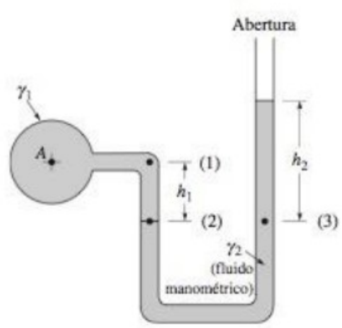

Figura 5: Manômetro em U simples

No caso da figura 5, começamos na extremidade aberta seguindo para o ponto A($p - p_0 \to p_A - 0$)[1] A pressão no ponto A e (1) são as mesmas e à medida que vamos do ponto (1) para o (2) a pressão aumentará em $\gamma_1 h_1$. A pressão no ponto (2) é igual à pressão no ponto 3, uma vez que as pressões em elevações iguais em uma massa contínua de fluido em repouso devem ser as mesmas(observe que não é possível "pular"do ponto (1) para um ponto de mesma elevação ao outro lado do tupo pois podem ser pontos de massa contínua de fluido diferentes). Com a pressão em (3) especificada, movemos para a extremidade aberta onde a pressão manométrica é 0. Como nos movemos para cima, a pressão decresce em magnitude $\gamma_2 h_2$. Em forma de equação:

$$\boxed{p_1 - p_0 = p_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1}$$

Uma das vantagens do manômetro de tubo em U está no fato que o fluido manométrico pode ser diferente do fluido no recipiente cuja pressão deve ser determinada. Por exemplo, o fluido em (A), (ainda na figura 5) pode ser um líquido ou um gás. Se A contiver um gás, a contribuição da coluna de gás $\gamma_1 h_1$ é quase sempre desprezível de modo que $p_A = p_2$, ou seja,

$$p_A = \gamma_2 h_2$$

O peso específico γ, de um líquido, como fluido manométrico, é frequentemente representado em termos da densidade D, pela razão:

$$\gamma = D\gamma_{agua} = Dg\rho_{agua} \tag{17}$$

Um manômetro em U pode também ser utilizado para determinar a diferença na pressão entre dois recipientes, como na figura 6

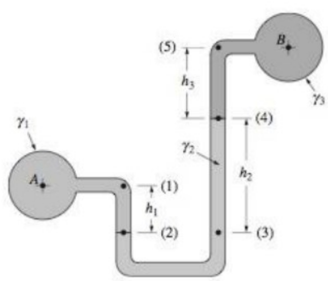

Figura 6: Manômetro em U diferencial

Para determinar diferença na pressão entre A e B começamos novamente em uma extremidade do sistema e seguimos até a outra.

A pressão em A(p_A) é igual à pressão em (1), ou seja, $p_A = p_1$ e, a medida que nos deslocamos para o ponto (2), a pressão aumenta em $\gamma_1 h_1$. A pressão em (2) é igual à pressão em (3), ou seja $p_2 = p_3$ e, a medida que nos deslocamos para (4), a pressão diminui em $\gamma_2 h_2$. De forma similar, a medida que nos deslocamos de (4) para (5), a pressão diminui em $\gamma_3 h_3$. Por fim, temos que a pressão em (B) é igual à pressão em (5), ou seja, $p_B = p_3$. Em forma de equação:

$$\boxed{p_A - p_B = \gamma_3 h_3 + \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1}$$

[1] Vale a explicação mais detalhada: inicialmente, temos $p - p_0 = \gamma h$, onde p é a pressão final e p_0 é a pressão inicial. Assim sendo, para determinar a diferença de pressão entre o ponto A e o ponto B, começamos no ponto A and terminamos no ponto B, ou seja, $p_B - p_A$. Poderiamos, alternativamente, determinar a diferença de pressão entre o ponto B e o ponto A, começando no ponto B e terminando no ponto A, ou seja, $p_A - p_B$. Segue a recomendação de **SEMPRE** seguir o caminho **ATÉ** o ponto onde se deseja conhecer a pressão. Logo, na figura 5, começamos no ponto aberto e vamos para o ponto A, a equação se torna, então, $p_A - p_0$. Já na figura 6, independe a ordem, mas, como indicado pela forma como foi fornecida a equação final no livro, devemos ir do ponto B até o ponto A, ou seja, $p_A - p_B$.

1.4 Exercício 11.8

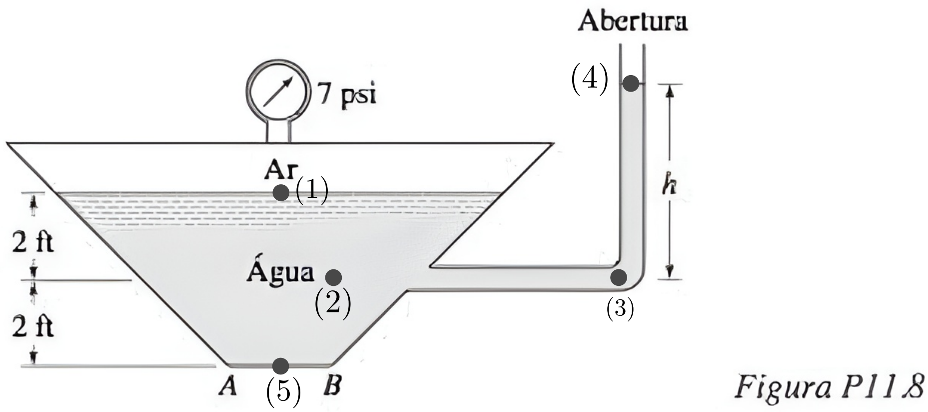

Figura 7: Exercicio 11.8

Neste exercício, devemos determinar algumas coisas:

1. A altura h
2. A pressão manométrica na superfício AB
3. A pressão absoluta do ar no topo do tanque se a pressão atmosférica local é de 14.7 psi absoluta.

Para determinarmos a altura h, naturalmente vamos precisar saber a pressão em (3), uma vez que:

$$
\begin{aligned}
p_4 - p_3 &= -\gamma_{agua} h \\
p_3 &= \gamma_{agua} h \\
\frac{p_3}{\gamma_{agua}} &= h
\end{aligned}
$$

uma vez que $p_4 = 0$(a pressão absoluta se iguala a pressão atmosférica, logo a pressão monométrica é zero). Assim sendo, para determinarmos a pressão em (3), basta determinarmos a pressão em (2), pois estão no mesmo nível. Determinando a pressão em (2):

$$
\begin{aligned}
p_2 - p_1 &= \gamma_{agua} h_{2\to 1} \\
p_2 &= \gamma_{agua} h_{2\to 1} + p_1 \\
p_2 &= 62.4 \frac{lbf}{ft^3} \left| \frac{1ft^2}{144in^2} \right| 2ft + 7\frac{lbf}{in^2} \\
p_2 &= 7.86 \frac{lbf}{in^2}
\end{aligned}
$$

Feito isso, podemos 1) dizer que $p_3 = p_2$ e substituir na fórmula de p3, ou 2) igualar ambas as fórmulas de p2 e p3, ou seja, respectivamente:

1)

$$\begin{aligned} p_3 &= \gamma_{agua} * h \\ \frac{7.86lbf}{in^2} &= 62.4\frac{lbf}{in^2} * h \\ \frac{7.86lbf/in^2}{62.4lbf/in^2} &= h \\ 18.13ft &= h \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} p_2 &= p_3 \\ \frac{7.86lbf}{in^2} &= 62.4\frac{lbf}{in^2} * h \\ \frac{7.86lbf/in^2}{62.4lbf/in^2} &= h \\ 18.13ft &= h \end{aligned}$$

Naturalmente, ambas levam ao exato mesmo lugar, somente foi destacado como forma de desenvolvimento de intuição no contexto destes problemas.

Para determinar a pressão manométrica na superfície AB, também temos duas opções. Podemos 1) utilizar o valor já calculado de p_2 e "caminhar"de (2) até (5), ou 2) ir de (1) até (5) considerando novamente a pressão manométrica medida de 7psi, respectivamente:

1)

$$\begin{aligned} p_5 - p_2 &= \gamma_{agua} h_{5\rightarrow 2} \\ p_5 &= \gamma_{agua} h_{5\rightarrow 2} + p_2 \\ p_5 &= 62.4\frac{lbf}{ft^3}\left|\frac{1ft^2}{144in^2}\right| 2ft + 7.86\frac{lbf}{in^2} \\ p_5 &= 8.73\frac{lbf}{in^2} \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} p_5 - p_1 &= \gamma_{agua} h_{5\rightarrow 1} \\ p_5 &= \gamma_{agua} h_{5\rightarrow 1} + p_1 \\ p_5 &= 62.4\frac{lbf}{ft^3}\left|\frac{1ft^2}{144in^2}\right| 4ft + 7\frac{lbf}{in^2} \\ p_5 &= 8.73\frac{lbf}{in^2} \end{aligned}$$

Finalmente, devemos determinar a pressão absoluta do ar no topo do tanque tendo o valor da pressão atmosférica local de 14.7 psi. Sabemos que $p_{monometrica} = p_{absoluta} - p_{atmosferica}$, logo, basta substituir os valores na fórmula:

$$\begin{aligned} p_{monometrica} &= p_{absoluta} - p_{atmosferica} \\ p_{monometrica} + p_{atmosferica} &= p_{absoluta} \\ 7psi + 14.7psi &= p_{absoluta} \\ 21.7psi &= p_{absoluta} \end{aligned}$$

1.5 Exercício de sala

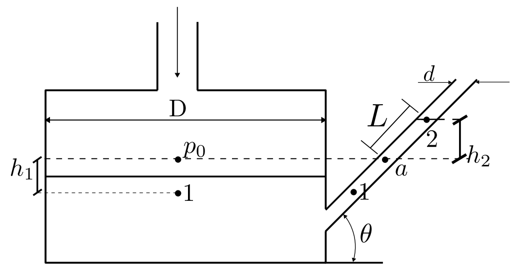

Figura 8: Exercicio de sala.

Primeiramente, queremos descobrir uma fórmula geral para L. Começamos com a fórmula da pressão em (1):

$$p_1 - p_0 = \gamma h_1$$

Para o ponto (a), sabemos que $p_a = p_0$, logo temos:

$$\begin{aligned} p_a - p_1 &= -\gamma h_1 \\ p_0 - p_1 &= -\gamma h_1 \\ p_0 &= -\gamma h_1 + p_1 \end{aligned}$$

Para o ponto (2), temos que:

$$\begin{aligned} p_2 - p_a &= -\gamma h_2 \\ p_2 - p_0 &= -\gamma h_2 \\ p_2 &= -\gamma h_2 + p_0 \end{aligned}$$

Substituindo p_0 na fórmula de p_2:

$$\begin{aligned} p_2 &= -\gamma h_2 + p_0 \\ p_2 &= -\gamma h_2 + (-\gamma h_1 + p_1) \\ p_2 &= -\gamma h_2 - \gamma h_1 + p_1 \\ p_2 - p_1 &= -\gamma h_2 - \gamma h_1 \\ p_1 - p_2 &= \gamma(h_2 + h_1) \end{aligned}$$

Podemos então encontrar o valor de h_2:

$$\begin{aligned} sin\theta &= \frac{h_2}{L} \\ h_2 &= sin\theta L \end{aligned}$$

Substituindo na fórmula encontrada anteriormente:

$$p_1 - p_2 = \gamma(sin\theta L + h_1)$$

Para acharmos h_1, devemos introduzir o fato de que o volume de líquido do manômetro permanece constante, logo, o volume deslocado do resertavório deve ser igual ao volume que sobe na coluna, ou seja:

$$\pi\frac{D^2}{4}h_1 = \pi\frac{d^2}{4}L$$
$$h_1 = \frac{d^2}{D^2}L$$

Substituindo de volta na fórmula:

$$p_1 - p_2 = \gamma\left(sin\theta L + \frac{d^2}{D^2}L\right)$$
$$p_1 - p_2 = \gamma L\left(sin\theta + \frac{d^2}{D^2}\right)$$
$$L = \frac{p_1 - p_2}{\gamma\left(sin\theta + \frac{d^2}{D^2}\right)}$$

1.6 Força Hidrostática Sobre uma Superfície Plana

Quando uma superfície está submersa em um fluido, são desenvolvidas forças na superfície devidas ao fluido. Note que, nos fluidos em repouso, a força deve ser **perpendicular** à superfície.

1.7 Superfície Plana Horizontal

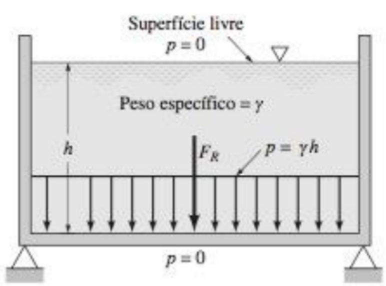

Figura 9: Pressão no fundo de um tanque aberto horizontal

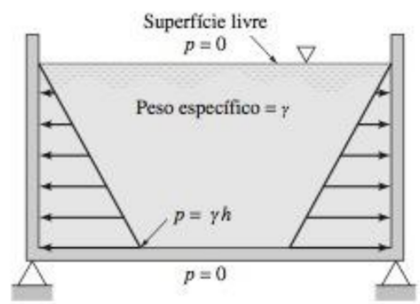

Figura 10: Pressão no fundo de um tanque aberto horizontal

Para o caso mais simples de uma superfície plana horizontal, como a superfície inferior do tanque aberto da figura 9, fica claro que a magnitude da força resultante é simplesmente $F_R = pA$, uma vez que pressão p é uniforme ao longo de toda a superfície, sendo $p = \gamma h$. Uma vez que a pressão é constante e uniformemente distribuida ao longo da superfície inferior, a força resultante atua através do centróide da figura.[2]

[2]Vale mencionar que a pressão **NÃO** é uniforme ao longo das paredes verticais do tanque, como na figura 10

1.8 Superfície Plana Inclinada

Para o caso mais geral no qual se tem uma superfície plana inclinada submersa, como na figura 11 a determinação da força resultante que atua sobre a superfície é mais complexa, dado que a pressão **não** será uniforme ao longo da superfície.

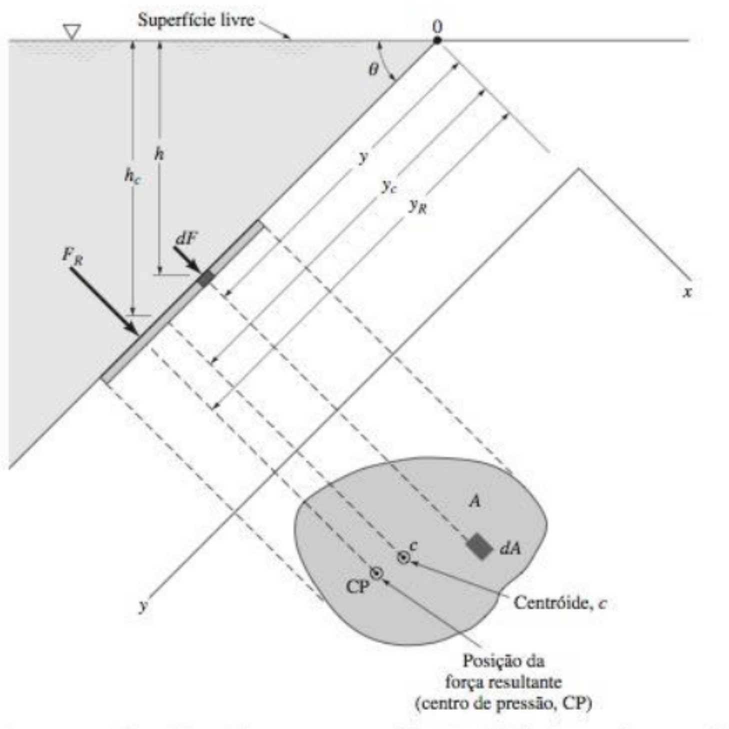

Figura 11: Força resultante em uma superfície plana inclinada submersa

Admitimos, inicialmente, que a superfície é aberta à atmosfera. Consideramos o plano no qual a superfície em repouso intercepta a superfície livre em 0, formando um ângulo θ. O sistema de coordenadas x-y é definido de modo que 0 seja a origem e y seja orientado ao longo da superfície. A área pode ter um formado arbitrário. Desejamos determinar a direção, o sentido, a localização e a magnitude da força resultante atuando em um lado dessa área devida ao líquido em contato com a área.

Em uma profundidade fornecida h, a força que atua em dA é $dF = \gamma h dA$ e, como esperado, é perpendicular à superfície. Assim sendo, a intensidade da força resultante pode ser encontrada somando-se essas forças diferenciais em toda a superfície, ou seja:

$$F_R = \int_A \gamma h \, dA = \int_A \gamma y sin\theta \, dA \tag{18}$$

tendo em vista que:

$$sin\theta = \frac{h}{y} \tag{19}$$

$$h = y sin\theta \tag{20}$$

$$\tag{21}$$

Para y e θ constantes, temos:

$$F_R = \gamma sin\theta \int_A y \, dA \tag{22}$$

A integral da equação 22 é o momento estático(ou primeiro momento) da área em relação ao eixo x e pode ser representado como:

$$\int_A y\,dA = y_c A \tag{23}$$

onde y_c é a coordenada y do centróide medida a partir do eixo x, que passa por 0. Podemos, então, reescrever a equação 22 como:

$$F_R = \gamma sin\theta y_c A$$

Sabendo, também, que h_c(altura do eixo x até o centróide da superfície) é dado por:

$$sin\theta = \frac{h_c}{y_c}$$
$$h_c = y_c sin\theta$$

logo, a equação se torna:

$$F_R = \gamma A h_c \tag{24}$$

Devemos observar que a magnitude da força é independente do ângulo θ e depende apenas do peso específico do fluido, da área total da superfície plana e da profundidade do centróide da área abaixo da superfície. A equação 24 indica que a magnitude da força resultante é igual à pressão no centróide da área multiplicada área total.

Embora a nossa intuição possa sugerir que a força resultante deveria passar pelo centróide da área, não é o que de fato ocorre. O ponto através da qual a força resultante atua é chamado de **centro de pressão** e sua posição em relação ao centróide da área está indicado na figura 12.

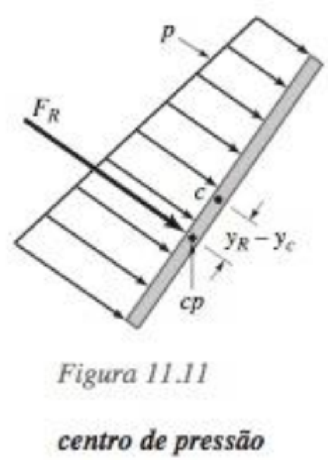

Figura 12: Localização da força resultante e representação da não uniformidade da pressão para uma superfície inclinada em um fluido

A coordenada y_R da força resultante pode ser determinada pela soma dos momentos em torno do eixo x. Ou seja, o momento da força resultante deve ser igual ao momento da força de pressão distribuida:

$$F_R y_R = \int_A y\,dF = \int_A y\gamma h\,dA = \int_A \gamma sen\theta y^2\,dA \tag{25}$$

onde $dF = pdA = \gamma h dA$ junto com a fórmula 21,

É possível demonstrar(?!!?!???!!!!) que essa relação de momentos leva à seguinte equação que fornece a distância $y_r - y_c$ entre o centro de pressão e o centróide:

$$y_r - y_c = \frac{I_{xc}}{y_c A} \tag{26}$$

onde a grandeza I_{xc} denominada momento de inércia(ou segundo momento) da área plana A em relação a um eixo que passa através do centróide A é uma propriedade geométrica da área A, como por exemplo:

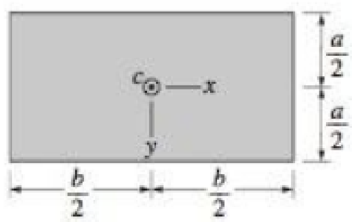

Figura 13: Propriedades geométricas de um retângulo

$$A = b * a$$
$$I_{xc} = \frac{1}{12} b a^3$$

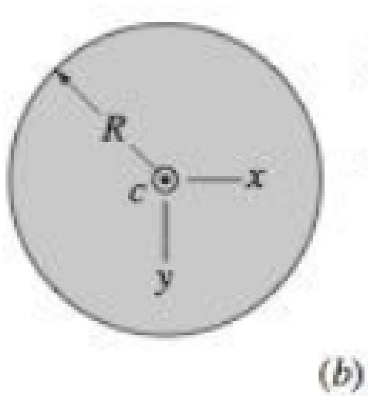

Figura 14: Propriedades geométricas de um circulo

$$A = \pi R^2$$
$$I_{xc} = \frac{\pi R^4}{4}$$

Finalmente, uma vez que $\frac{I_{xc}}{y_c A} > 0$, a equação 26 mostra que o centro de pressão está **SEMPRE** abaixo do centróide.