

## 作业八 颗粒燃烧问题

### 一、问题描述

在最近学习的燃烧学基础中，选取了关于碳粒燃烧模型的问题求解。在碳粒燃烧模型中，有需要使用迭代法确定煤粉颗粒的表面燃烧温度。利用公式

$$\frac{\frac{C_{O_2\infty}}{ATexp\left(-\frac{E}{RT}\right)} + \frac{d_p}{ShD_{IM}}}{Q_f \frac{1}{\beta} = \frac{Nu\lambda}{d_p} (T - T_\infty) + \varepsilon_m \sigma (T^4 - T_\infty^4) + \frac{\frac{C_{O_2\infty}}{ATexp\left(-\frac{E}{RT}\right)} + \frac{d_p}{ShD_{IM}}}{c_p (T - T_\infty)}}$$

迭代出 T

其中：

在简化模型中已知量有：

$C_{O_2\infty}$  为大气环境下的空气  $O_2$  质量浓度 数值为  $0.2719\text{kg/m}^3$ ；

燃烧反应动力学参数  $A=223.6$ ； $E/R=18000$ ；

$Q_f$  为碳粒燃烧热值 数值为  $3.28 \times 10^7 \text{J/Kg}$ ；

$\varepsilon_m$  为火焰黑度 数值为 1；

$\sigma$  为黑体辐射常数 数值为  $5.67 \times 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ；

$\beta$  为反应当量比 数值为 32/12；

而需要输入的自变量有：

环境空气的温度  $T_\infty$  单位 K；

颗粒直径  $d_p$  单位 m；

假设表面燃烧温度 T 单位 K；

空气气流速度  $v_0$  单位 m/s；

因变量有：

碳粉颗粒表面层的空气平均温度为  $\bar{T}=(T+T_\infty)/2$  单位 K；

由平均温度为特征温度查表得：

密度  $\rho$ , 单位  $\text{Kg/m}^3$ ；

$c_p$  单位  $\text{KJ}/(\text{Kg} \cdot \text{K})$ ；

$\mu$  单位  $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ ；

$\lambda$  单位  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ；

普朗克常数 Pr；

雷诺数 Re 用公式求得  $Re = \frac{\rho v_0 d_p}{\mu}$ ；

氧气-空气扩散系数折算到平均温度的值  $D=0.18 \times 10^{-4} \times \bar{T}/T_{\infty}$ ;

斯密特数  $Sc$  用公式求得  $Sc = \frac{\mu}{\rho D} = \frac{\mu T_{\infty}}{\rho \times 0.18 \times 10^{-4} \times \bar{T}}$ ;

对流传质系数为  $Sh=2.0+0.552Re^{1/2}Sc^{1/3}$ ;

努塞尔数为  $Nu=2.0+0.6Re^{1/2}Pr^{1/3}$ ;

例题：静止煤颗粒在空气气流速度 0.9m/s 中燃烧，环境空气的温度为 298K，压力 0.1MPa，煤颗粒直径 2mm，确定煤粉颗粒的表面燃烧温度

## 二、问题解决

本问题的解决方法主要包含三个重要的点，其一是迭代更新寻找稳定点，其二是查表，其三是解高次方程组。

迭代更新的方式是通过 while 循环，在目标值  $T$  的变化小于 2% 的时候才终止迭代。就是通过把假设值  $T$  查得的参数和其他因变量求出，代入公式计算出一个新的温度  $T_1$ ，若  $(T-T_1)/T < 2\%$ ，则可忽略误差，认为  $T_1$  即为所求值；若误差  $> 2\%$ ，则需把  $T_1$  当做新的假设值，重新计算，得出  $T_2$ ，以此类推，直至得到最终结果。

查表的方式是，将表以二维数组形式存储（嵌套列表），然后根据第一列温度的大小比较确定与当前温度最相近的一组（如 1340K，即取 1300K 对应的数组参数），并取出数据，将其中数据带入等式中，求解最终的  $T$ 。

Python 格式的空气热物性系数的参数表如下，分别对应温度，密度  $\rho$ ， $C_p$ ， $\mu$ ， $\lambda$ ， $Pr$ 。

```
[
[100,3.5562,1.032,0.711*10**(-5),9.34*10**(-3),0.786],
[150,2.3364,1.012,1.034*10**(-5),13.8*10**(-3),0.758],
[200,1.7458,1.007,1.325*10**(-5),18.1*10**(-3),0.737],
[250,1.3947,1.006,1.596*10**(-5),22.3*10**(-3),0.720],
[300,1.1614,1.007,1.846*10**(-5),26.3*10**(-3),0.707],
[350,0.9900,1.009,2.082*10**(-5),30.0*10**(-3),0.700],
[400,0.8711,1.014,2.301*10**(-5),33.8*10**(-3),0.690],
[450,0.7740,1.021,2.507*10**(-5),37.3*10**(-3),0.686],
[500,0.6964,1.030,2.701*10**(-5),40.7*10**(-3),0.684],
[550,0.6329,1.040,2.884*10**(-5),43.9*10**(-3),0.683],
[600,0.5804,1.051,3.058*10**(-5),46.9*10**(-3),0.685],
[650,0.5356,1.063,3.225*10**(-5),49.7*10**(-3),0.690],
[700,0.4975,1.075,3.388*10**(-5),52.4*10**(-3),0.695],
[750,0.4663,1.087,3.546*10**(-5),54.9*10**(-3),0.702],
[800,0.4354,1.099,3.698*10**(-5),57.3*10**(-3),0.709],
[850,0.4097,1.110,3.843*10**(-5),59.6*10**(-3),0.716],
[900,0.3868,1.121,3.981*10**(-5),62.0*10**(-3),0.720],
[950,0.3666,1.131,4.113*10**(-5),64.3*10**(-3),0.723],
[1000,0.3482,1.141,4.244*10**(-5),66.7*10**(-3),0.726],
[1100,0.3166,1.159,4.490*10**(-5),71.5*10**(-3),0.728],
```

```
[1200,0.2902,1.175,4.730*10**(-5),76.3*10**(-3),0.728],
[1300,0.2679,1.189,4.960*10**(-5),82.0*10**(-3),0.719],
[1400,0.2488,1.207,5.30*10**(-5),91*10**(-3),0.703],
[1500,0.2322,1.230,5.57*10**(-5),100*10**(-3),0.685],
[1600,0.2177,1.248,5.84*10**(-5),106*10**(-3),0.688],
[1700,0.2049,1.267,6.11*10**(-5),113*10**(-3),0.685],
[1800,0.1935,1.286,6.37*10**(-5),120*10**(-3),0.683],
[1900,0.1833,1.307,6.63*10**(-5),128*10**(-3),0.677],
[2000,0.1741,1.337,6.89*10**(-5),137*10**(-3),0.672],
[2100,0.1658,1.372,7.15*10**(-5),147*10**(-3),0.667],
[2200,0.1582,1.417,7.40*10**(-5),160*10**(-3),0.655],
]
```

求解高次方程用的方法主要是采用 `scipy.optimize.fsolve` 函数，但一开始刚使用函数时出现了问题，因为其解出只是一个可行解，并不一定是我们要的解，经老师提醒查看说明后，发现可以给一个启发值，`fsolve` 会找到解当中离这个数最近的解。由于模型本身是燃烧问题，最终要求解的是燃烧温度，根据教材给出的燃烧实际经验，这个燃烧温度应该是接近 2000K 的解，因此我们给入 2000 的启发值便得到了正确的答案。这是其中一点曲折的过程。程序结果如图：这次并没有做 `unittest` 的测试，因为这个值本身不是特别精确（由于书上给出的表格精确度有限）。

最后得出的结果（在室温 298K，颗粒直径 2mm，空气流动速度 0.9m/s 的情况下）如下：

与我作业得到的结果（1480K）较为接近，考虑到手算和计算器的误差再加上我写作业取参数时选择了相邻两个参数中的线性值，误差在可接受范围内。因此程序结果应该是正确的。