

deep-learning 笔记

徐世桐

1 基本定义

label 标签: 输出结果, \hat{y} 为计算得到的结果, y 为实际测量结果

feature 特征: 用于预测标签的输入变量, $x_j^{(i)}$ 为第 i 组 sample 第 j 号特征

sample 样本: 一组特征的取值和对应的标签输出, 样本编号集合称 B

hyperparameter 超参数: 人为设定的参数。如样本个数 (批量大小 batch size) $|B|$, 学习率 η 。少数情况下通过学习得到

全连接层 fully-connected layer/稠密层 dense layer: 此层所有节点都分别和前一层所有节点连接

softmax 函数: $\text{softmax}(Y) = \frac{\exp(y)}{\sum_{y' \in Y} \exp(y')}$, 将数值输出转化为概率值, 1. 值为正 2. 值总和为 1 **cross**

entropy 交叉熵

定义: 分部 p 和分部 q 间的 cross entropy $H(p, q) = -E_p(\log(q))$ 。为 expected value of $\log(q)$ with respect to distribution p

公式: $H(y^{(i)}, \hat{y}^{(i)}) = -\sum_{j \in B} y^{(i)} \log(\hat{y}^{(i)})$

使用: 联系两个值概率分部间的差异, 即可将数值输出 \hat{y} 和分类结果 y 直接做对比, 无需 softmax

2 linear regression 线性回归

平方代价函数: $J(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n J^{(i)}(\theta)$, 为所有样本误差的平均值

迭代: $\theta_i = \theta_i - \frac{\eta}{|B|} \sum_{i \in B} \frac{dJ^{(i)}(\theta)}{d\theta_i}$, 即对所有 sample 训练一次, 得到 label 差值, 对每一参数减斜率 * 学习率的平均值

当使用平方代价函数:

$$\theta_i = \theta_i - \frac{\eta}{|B|} \sum_{i \in B} x_i^{(j)} (x_1^{(j)} \theta_1 + x_2^{(j)} \theta_2 + \dots + \text{const} - y^{(j)}) = \theta_i - \frac{\eta}{|B|} \sum_{i \in B} x_i^{(j)} (\hat{y}^{(j)} - y^{(j)})$$

$$\text{const} = \text{const} - \frac{\eta}{|B|} \sum_{i \in B} (x_1^{(j)} \theta_1 + x_2^{(j)} \theta_2 + \dots + \text{const} - y^{(i)}) = \text{const} - \frac{\eta}{|B|} \sum_{i \in B} (\hat{y}^{(j)} - y^{(j)})$$

$$\text{对样本 } i \text{ 的偏导数向量为 } \nabla_{\theta} J^{(i)}(\theta) = \begin{bmatrix} x_1^{(i)} \\ x_2^{(i)} \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})$$

交叉熵代价函数: $J(\theta) = \frac{1}{|B|} \sum_{i \in B} H(y^{(i)}, \hat{y}^{(i)})$

softmax 线性回归: 单层神经网络, 使用 softmax 代价函数

过拟合问题

1. **权重衰减**: 在代价函数中惩罚高权重的值, 尽可能使所有权重值减小

新代价函数 = $J(\theta) + \frac{\lambda}{2} \sum_{w \in W} w^2$, 即 $J(\theta) + \frac{\lambda}{2} * \text{所有权重的平方和}$ 。 λ 为超参数, 决定权重衰减的程度

2. 丢弃法

每一权重（不包括 const）有 p 的几率 $\theta' = 0$ ，有 $1-p$ 的几率 $\theta' = \frac{\theta}{1-p}$

为了得到确切的值，在测试模型时较少使用

初始化参数

1. **MXNet 默认随机初始化**：所有权重 $\sim N(0,1)$ 的 normal distribution，所有 const 取 0

2. **Xavier 随机初始化**：对一全连接层，输入个数 a ，输出个数 b ，则所有参数 $\sim U(-\sqrt{\frac{6}{a+b}}, \sqrt{\frac{6}{a+b}})$

3 Deep Feedforward Network (Deep Learning 第 6 章笔记)

SVM 支持向量机

仍通过 $w^T x + b$ 得到输出，输出仅表示 identity，正值说明有 identity，负值说明没有

依据：一个平面的公式为 $\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 = 0$ ，则当计算 $w^T x + b$ 得到值后， >0 则为平面上方的数据点， <0 为下方数据点

kernel trick

kernel method 将数据集表示成相近的两个数据点一组的集合 (x_i, x_j) ，kernel method 将一对数据变为单一数据点 $x = k(x_i, x_j) = \langle \phi(x_i), \phi(x_j) \rangle$

kernel method 使用 ϕ 转换数据的纬度，而点乘化简后无需先计算 $\phi(x_i), \phi(x_j)$ 即可得到新数据点 x

manifold hypothesis:

当训练数据集包含大量无规律的数据，则将其中大部分视为无效数据，并只关心落在一个 manifold 上的数据。

例：生成图像文字声音时数据大多很集中，当像素文字随机分布时生成图像大多无意义

deep feedforward network/feedforward neural network/multilayer perceptrons MLP:

找到 θ 使得 $f(x; \theta)$ 最接近数据 y 值。 f^* 为最理想的 f ，即 $f^*(x) = y$ 。 θ 可为多个参数，如 $f(x; w, b) = x^T w + b$

$f^*(x) = f^{(3)}(f^{(2)}(f^{(1)}(x)))$ ， $f^{(1)}$ 为 network 第一层。每一 $f^{(i)}(x) = \phi(x; \theta)^T w$

神经网络

1. 结构:

输入层没有 weight，第一 hidden layer 得到所有输入层的值。

hidden layer 和输出层所有输出都为 0/1，非连续的值

2. 一层 hidden layer 计算方法: $f^{(i)}(x; W, c) = \sigma(W^T x + c)$

x 为前一层的输出向量，输入层 x 即为训练参数向量。

c 为此层常数向量

$z = W^T x$ 为一层 hidden layer 对输入取得的中间值向量，称 logit。 $a = \sigma(z + c)$ 为对 $z + c$ 每一元素取 σ 的结果向量， a 即此层的输出。

W 为此层参数矩阵，行数 = 前层节点数，列数 = 当前层节点数

X 为多个参数点的训练集中前一层的输出矩阵，行数为数据点个数，列数为前一层节点数

XW 当 W 对参数集矩阵操作时，每行向量 z_i^T 此时为一层 hidden layer 各节点对第 i 参数点的中间值向量。对每行 $+c^T$ 并分别取 σ 得到输出矩阵， a_{ij} 为当使用第 i 个参数点时此层第 j 节点的输出

cross entropy

分部 p 和分部 q 间的 cross entropy $H(p, q) = -E_p(\log(q))$ 。为 expected value of $\log(q)$ with respect to distribution p

cost function

当使用 maximum likelihood 估计参数时, cost function $J(\theta)$ 为训练输入参数的分部和训练结果参数的分部间 cross-entropy: $J(\theta) = -E_{x,y \sim \text{training_dataset}}(\log(p_{\text{model}}(y|x)))$

对于每一在训练集内的 (x, y) , 求 $\log(p_{\text{model}}(y|x))$, 并求 expected value。 $p_{\text{model}}(y|x)$ 即训练得到的 y 关于 x 的分部

例: 当 model 为 $y = N(f(x; \theta), 1)$ 正则分部时, $J(\theta) = -E_{x,y \sim \text{data}}(y - f(x; \theta))^2 + \text{const}$

output layer

当输出层的结果和不为 1 时, 代表数据没有被准确分到某一类中, 使用 exponentiation and normalisation

normalisation 后结果 $p = \frac{\tilde{p}}{\sum \tilde{p}'}$, 为 \tilde{p} 在所有结果中占的比例。 \tilde{p} 为未 normalise 值

假设输出层结果 $\tilde{P}(y|x)$ 有 $\log(\tilde{P}(y|x)) = yz$

$$\tilde{P}(y|x) = \exp(yz)$$

$$P(y|x) = \frac{\exp(yz)}{\sum_{y'=0}^1 y' z}, \text{ 称 softmax function}$$

$$P(y|x) = \sigma((2y - 1)z), y, y' \text{ 为训练目标结果, 所以 } \sum_{y'=0}^1 \text{ 包含所有 } y'$$

对 softmax function 使用 log likelihood 原因: $\log \text{softmax}(z)_i = z_i - \log \sum_j \exp(z_j)$ 。

当 z_i 为 dominant, 并对应期望的输出项。 $\log \text{softmax}(z)_i = 0$ 。则此项不产生高 cost, 否则产生 cost。

hidden unit

代表一个 hidden layer 节点的激发函数。

1. rectified linear unit: $g(x) = \max(0, x)$

无法用于 gradient based learning, 由于一阶导为 0

基于 rectified linear unit 的优化: $g(x) = \max(0, x) + a * \min(0, x)$

a = -1: absolute value rectifier

a 为极小值: leaky ReLU

a 为可学习值: Parametric ReLU, PReLU

2. Maxout units

将 x 分为多组, 每组 $h(x)$ 为组内最高值

backward propagation

一种计算 gradient 的方法, 区别于使用 gradient 进行学习的 stochastic gradient descent 算法:

```

After the forward computation, compute the gradient on the output layer:
 $\mathbf{g} \leftarrow \nabla_{\hat{\mathbf{y}}} J = \nabla_{\hat{\mathbf{y}}} L(\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{y})$ 
for  $k = l, l-1, \dots, 1$  do
    Convert the gradient on the layer's output into a gradient into the pre-
    nonlinearity activation (element-wise multiplication if  $f$  is element-wise):
     $\mathbf{g} \leftarrow \nabla_{\mathbf{a}^{(k)}} J = \mathbf{g} \odot f'(\mathbf{a}^{(k)})$ 
    Compute gradients on weights and biases (including the regularization term,
    where needed):
     $\nabla_{\mathbf{b}^{(k)}} J = \mathbf{g} + \lambda \nabla_{\mathbf{b}^{(k)}} \Omega(\theta)$ 
     $\nabla_{\mathbf{W}^{(k)}} J = \mathbf{g} \mathbf{h}^{(k-1)\top} + \lambda \nabla_{\mathbf{W}^{(k)}} \Omega(\theta)$ 
    Propagate the gradients w.r.t. the next lower-level hidden layer's activations:
     $\mathbf{g} \leftarrow \nabla_{\mathbf{h}^{(k-1)}} J = \mathbf{W}^{(k)\top} \mathbf{g}$ 
end for

```
