

地標等軸距模糊切片逆回歸法及其於 醫學影像切割的應用

李昱儀 吳漢銘 †

國立臺北大學統計學系

摘要

影像切割技術在影像樣態辨識過程中是一個很基礎且重要的步驟，其應用的層面甚廣，例如醫學影像腫瘤診斷或衛星圖像定位等等，因此如何提昇影像切割的正確率，一直以來都是很熱門的研究議題。當在進行影像切割時，通常是面對巨量且高維度的資料處理，藉由維度縮減法來改善效能及提高正確率是其中一種解決方案。等軸距切片逆回歸法 (ISOSIR) 是一個有效的非線性維度縮減法，它可以找出高維度資料中所隱藏的特徵並呈現資料的幾何結構於低維度空間。ISOSIR 主要的特點是使用 K 均值分群法 (KMS) 將資料的等軸距距離矩陣作分群，然後結合切片逆回歸法來應用在分類問題上，相較於傳統方法，例如等距映射圖法 (ISOMAP) 或主成份分析 (PCA)，有最佳的表現。影像切割問題即是應用分群或分類方法於影像特徵資料上的結果。雖然 ISOSIR 演算法中，運用 KMS 的效果良好，然而，KMS 這種分群方法在重要且細微的影像資料特徵分群上易有偏差。因此，本研究將進一步採用模糊 C 均值分群法 (FCM) 來做為切片逆回歸法分群的依據。同時，針對影像產生的大量特徵資料，我們提出地標等軸距模糊切片逆回歸法 (L-ISOFsir) 來改善計算的效能。我們考量了三種不同影像特徵的擷取方法，應用所提的新方法於二組模擬影像及一組實際醫學影像的切割問題，並與 FCM 及模糊切片逆回歸法相比較。實例結果顯示本研究所提出的新方法 L-ISOFsir 可以顯著地增進影像切割的正確率，是一個有效率的電腦自動影像切割方法。

關鍵詞：模糊 C 均值法、等軸距切片逆回歸法、非線性維度縮減法、影像切割。

JEL classification: C14, C63.

†通訊作者：吳漢銘
E-mail: hmwu@gm.ntpu.edu.tw

1. 緒論

影像切割技術在各個領域運用甚廣，例如：在核磁共振造影 (MRI) 醫學影像中將腫瘤組織與正常細胞組織分割，藉以輔助醫生診斷腫瘤組織形狀大小及位置 (Pham, Xu, and Prince, 2000)；在衛星圖像中將道路、建築物、人群等分割有助於標的物的定位 (Sathya and Malathi, 2011)；以及應用於電腦視覺中的字元識別 (Ashraf, 2011)。影像切割技術發展的精進，對我們生活帶來正面且深遠的影響。影像資料是大量且高維度的資料，在處理分析時，如何縮短運算時間與成本是一大議題，而採用維度縮減方法是改善效能的其中一種解決方案。因此，本研究目的是希望針對醫學影像資料，運用非線性維度縮減提出一個有效率且具有高準確率的影像切割演算法。

近年來，非線性維度縮減法研究盛行 (Wu, 2008; Lee, Li, and Chiaromonte, 2013)，其中等軸距切片逆回歸法 (Isometric sliced inverse regression, ISOSIR) (Yao and Wu, 2013) 是一個較新穎的方法之一。ISOSIR 使用 K 均值分群法 (K-means, KMS) 將資料的等軸距距離 (isometric distance) 矩陣作分群，所得到的分群結果，當成是切片逆回歸法 (SIR) 的切片，以進行維度縮減。ISOSIR 在分類問題的應用上，相較於傳統方法，例如等距映射圖法 (Isometric feature mapping, ISOMAP) 或主成份分析 (Principal components analysis, PCA)，有較佳的表現。本研究中，影像切割問題即是應用分群方法於影像特徵資料上的結果。而目前文獻中，ISOSIR 尚未被應用於影像切割的問題上。

雖然 ISOSIR 考量了資料可能的非線性幾何結構並且保有 SIR 的運算優勢，但其演算法中運用了 KMS 分群方法，可能使得重要且細微的影像資料特徵在分群結果上有偏差。因此，本研究將採用模糊 C 均值分群法 (Fuzzy c-means, FCM) 來做為切片逆回歸法分群的依據。文獻中，FCM 是最常被應用在影像切割的分群方法，它可以計算影像特徵物件在各類別之隸屬程度，提供優於 KMS 的分群細節。同時，我們考量了三種不同特徵域的影像資料轉換方法：空間域、頻率域及空間-頻率域，以利針對不同來源的影像做特徵擷取。

若一影像特徵資料維度大小為 $n \times p$ ，傳統切片逆回歸法處理的是 $p \times p$ 共變異數矩陣，而等軸距切片逆回歸法處理的是 $n \times n$ 等軸距距離矩陣的共變異數矩陣，因此從影像擷取出的大量特徵資料，其距離矩陣的計算需要龐大的記憶體與冗長的運算時間，為了解決這一問題，我們參考地標等距映射圖法 (Landmark ISOMAP) (Silva and Tenenbaum, 2002) 的概念，進一步提出地標等軸距模糊切片逆回歸法 (命名為 L-ISOFsir) 來改善大量計算的效能，並以模擬及實際的醫學影像來驗証所提的方法，同時與 FCM 及模糊切片逆回歸法 (FSIR) 相比較。圖

1 即為本研究提出之 L-ISOFSIR 法應用於影像切割之流程圖。一張灰階醫學影像資料 $M^{(I)}$, 經過不同場域 (空間域、頻率域及空間-頻率域) 影像特徵擷取後, 得到影像特徵資料矩陣 X , 矩陣中的每一列代表影像中的每一像素在不同場域之特徵變數向量值。接著運用 FCM, 取得到影像特徵資料的地標點 (Landmark points) (X_{re}), 此步驟為資料縮減, 用以改善大量計算的效能。再次運用 FCM 在這些地標點所計算出來的等軸距距離矩陣 D_G 上, 得到初始模糊切片 $U^{(0)}$, 此時利用 FSIR, 對 D_G 進行維度縮減, 可得到維度縮減後的資料矩陣 Z_L 。進一步再次利用 FCM 於 Z_L 上, 產生隸屬程度矩陣 $U^{(1)}$, 每一像素取其最大隸屬程度所在類別, 可得到影像切割的結果 $M^{(R)}$, 最後將切割影像的邊界與原始輸入影像資料 $M^{(I)}$ 結合, 以進行比較。

本文之結構如下：第 2 節為 FCM、Landmark ISOMAP 和 ISOSIR 等方法之概述及影像特徵擷取的方法。第 3 節是本研究所提出的 L-ISOFSIR 方法，第 4 節則是分析模擬影像與真實影像在 L-ISOFSIR 方法下的切割結果及比較。最後，我們提出結論於第 5 節。

2. 模糊分群法、非線性維度縮減法與影像特徵擷取

本節介紹模糊分群法、充份維度縮減法及影像特徵擷取。影像切割問題即是應用分群方法於影像特徵資料上的結果，而維度縮減方法則是幫助資料特徵擷取，過濾掉雜訊，同時增加運算的效能。

2.1 模糊 C 均值分群法 (FCM)

分群方法中, K 均值分群法 (K-means, 簡記為 KMS) 一直是最被廣泛使用的方法之一, 因此在過去有非常多的研究致力於 KMS 的改進與應用。例如, Dunn (1973) 提出模糊 C 均值分群法 (Fuzzy c-means, FCM), 之後由 Bezdek (1981, 1984) 所改良。相對於 KMS, FCM 以模糊理論的概念來進行觀察值的分群, 亦即一個觀察值可以隸屬於兩個以上之分群, 此種分群方式又被稱為軟分群 (soft clustering)。FCM 在處理影像物件邊緣資料點的分群上比 KMS 來的好, 並且在很多領域的應用上都具有其實用性。但是它也有初始設定分群數的問題, 以及電腦運算時間較長的缺點 (Jitendrasinh, 2014)。本研究主要目的是了解線性及非線性充份維度縮減法對影像切割的效益, 故我們僅使用傳統的 FCM 做為醫學影像切割問題的一個基礎方法。

假設一具有 n 筆觀察值及 p 個變數的資料, 記做 $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^n$, 經由分群演算法, 可被分成 K 群, 我們以 \mathbf{c}_k 標記為此資料第 k 群的中心點。再令 u_{ik}^m 為第 i 個觀察值被分到第 k 群的隸

屬程度 (membership degrees) ($0 \leq u_{ik}^m \leq 1, \sum_{k=1}^K u_{ik}^m = 1$), 其中 m 為模糊指數或權重係數, 可以是介於 $[1, \infty)$, 用來決定分群結果的模糊程度。當 m 趨近於 1 時, 分群結果愈趨明確, 即各樣本點分別隸屬於 K 群中的某一群; 當 m 值愈大 ($m > 1$) 時, 分群結果愈模糊, 樣本點會隸屬於重疊的一群, 即此 K 群有部份重疊的樣本點。一般 m 建議值為 2 (亦即平方)。在影像切割的問題中, u_{ik}^m 代表第 i 個像素被 FCM 方法歸屬到第 k 個組織 (例如正常組織、腫瘤組織) 的程度。

FCM 演算法即是最佳化下列的目標函數 (Objective function) (Bezdek, 1981):

$$J_K = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K u_{ik}^m \| \mathbf{x}_i - \mathbf{c}_k \|^2, \quad (1)$$

其中 $\| \mathbf{x}_i - \mathbf{c}_k \|$ 是觀察點 \mathbf{x}_i 和第 k 群中心點 \mathbf{c}_k 的歐式距離。而群的中心點 \mathbf{c}_k 及隸屬程度矩陣 $U = \{u_{ik}^m\}$ 可由以下迭代演算法獲得:

- i. 初始矩陣: 訂定初始隸屬程度矩陣 $U^{(0)} = \{u_{ik}^m\}$, $U^{(r)}, r = 0$ 。在決定分群的群數 K 及模糊指數 m 後, 初始的隸屬程度 u_{ik}^m 可以以隨機的方式產生。
- ii. 計算模糊分群之中心: 利用 $U^{(r)}$ 來計算模糊分群之中心向量 $C^{(r)} = \{\mathbf{c}_k\}$ 。

$$\mathbf{c}_k = \frac{\sum_{i=1}^n u_{ik}^m \cdot \mathbf{x}_i}{\sum_{i=1}^n u_{ik}^m}. \quad (2)$$

- iii. 更新 $U^{(r)}$: 計算所有觀察值對於所有分群之隸屬程度, 得到下一次的隸屬程度矩陣 $U^{(r+1)}$:

$$u_{ik}^m = \left(\sum_{j=1}^K \left(\frac{\| \mathbf{x}_i - \mathbf{c}_k \|}{\| \mathbf{x}_i - \mathbf{c}_j \|} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right)^{-1}. \quad (3)$$

- iv. 更新停止條件: 如果 $\| U^{(r+1)} - U^{(r)} \| \leq \epsilon$ (例如: $\epsilon = 0.01$) 即完成分群, 得到最終的 $U^{(r)} = \{u_{ik}^m\}$ 及 $C^{(r)} = \{\mathbf{c}_k\}$; 反之則重新計算隸屬程度並回到步驟(ii) 繼續進行。

2.2 模糊切片逆回歸法 (FSIR)

切片逆回歸法 (Sliced inverse regression, SIR) (Li, 1991) 是一個線性維度縮減法, 其迴歸模型為

$$y = f(\beta_1^T \mathbf{x}, \dots, \beta_K^T \mathbf{x}, \epsilon),$$

其中 f 為一隨意函數, 反應變數 y 是一單變量的隨機變數, 解釋變數 \mathbf{x} 是維度為 $p \times 1$ 的隨機向量, 其中 $K \leq p$, ϵ 是一個隨機誤差且和 \mathbf{x} 獨立, β 是有效維度縮減方向, 其維度為 $p \times 1$ 。藉由將資料投影到有效維度縮減方向上, 可使維度縮減且大量保有原本 \mathbf{x} 對於 y 的相關迴歸訊息, 而切片逆迴歸法即是從 \mathbf{x} 和 y 變量中估計有效維度縮減方向, 使得高維度資料的內部結構可以在低維度空間呈現。

應用 SIR 於各類型資料分析已非常廣泛, 包含高光譜影像資料 (Bernard-Michel *et al.*, 2009)、影像切割 (Wu and Lu 2004, 2007)、敏感性分析 (Gather *et al.*, 2002; Ni and Cook, 2007)、基因表現資料分析 (Bura and Pfeiffer, 2003) 和縱向資料分析 (Li and Yin, 2009) 等。SIR 也有多種的推展方法陸續被提出, 例如 K-means inverse regression (Setodji and Cook, 2004)、Shrinkage sliced inverse regression (Cook and Ni, 2005)、Kernel sliced inverse regression (Wu, 2008) 和 Fused sliced inverse regression (Yoo, 2017) 等。其中, K-means inverse regression 是利用 KMS 進行切片, 由前文所提及, FCM 在處理影像分群效果上較 KMS 為佳, 因此本研究中, 我們採用 FCM 的分群結果, 當成 SIR 所使用的切片, 這與 Ferrigno, Gannoun, and, Saracco (2008) 所提出的模糊切片逆回歸方法 (Fuzzy sliced inverse regression, FSIR) 類似, 不同的是我們將模糊分群的概念也應用到低維度的投影向量中。本研究中的 FSIR 演算法如下:

i. 計算模糊樣本平均 $\tilde{\mathbf{x}}$ 與模糊樣本共變異矩陣 $\tilde{\Sigma}_{\mathbf{x}}$:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n u_{ik}^m \cdot \mathbf{x}_i}{\tilde{N}}, \quad \text{以及 } \tilde{\Sigma}_{\mathbf{x}} = \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n u_{ik}^m \cdot (\mathbf{x}_i - \tilde{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \tilde{\mathbf{x}})^T}{\tilde{N} - 1},$$

其中 $\tilde{N} = \sum_{k=1}^K \tilde{n}_k$ 為觀察值總個數, $\tilde{n}_k = \sum_{i=1}^n u_{ik}^m$ 為第 k 切片的觀察值個數。

ii. 計算模糊切片平均 $\tilde{\mathbf{c}}_k$ 與模糊加權共變異矩陣 $\tilde{\Sigma}_W$:

$$\tilde{\mathbf{c}}_k = \frac{\sum_{i=1}^n u_{ik}^m \cdot \mathbf{x}_i}{\tilde{n}_k}, \quad \text{以及 } \tilde{\Sigma}_W = \sum_{k=1}^K \tilde{p}_k (\tilde{\mathbf{c}}_k - \tilde{\mathbf{x}})(\tilde{\mathbf{c}}_k - \tilde{\mathbf{x}})^T,$$

其中 $\tilde{p}_k = \tilde{n}_k / \tilde{N}$ 第 k 切片的觀察值比例。

iii. 廣義特徵向量分解: 將 $\tilde{\Sigma}_W$ 進行相對於 $\tilde{\Sigma}_{\mathbf{x}}$ 的廣義特徵向量分解,

$$\tilde{\Sigma}_{\mathbf{w}} \hat{\beta}_j = \lambda_j \tilde{\Sigma}_{\mathbf{x}} \hat{\beta}_j, \quad j = 1, \dots, p,$$

其 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_p$ 為特徵值。

- iv. 維度縮減後之特徵變數：取前 B 個特徵向量 $\hat{\beta}_j$ 作為投影的向量，得到維度縮減後之特徵變數 $\mathbf{z}_i = (\hat{\beta}_1^T \mathbf{x}_i, \dots, \hat{\beta}_B^T \mathbf{x}_i)$, $i = 1, \dots, n$, 此即降維後的資料。

2.3 地標等軸距特徵映射圖法 (L-ISOMAP)

ISOMAP (Tenenbaum *et al.*, 2000) 是一個非線性維度縮減法中具代表性的方法之一，它已經被廣泛地應用在各種資料類型上並且提供比線性維度縮減方法較佳的結果。由於此方法在計算等軸距距離矩陣時選擇鄰居數是可以調整的，過多鄰居數會造成短路問題 (short circuit problem) 可能使得低維度空間結構有誤，而過少的鄰居數也有可能使整體過於稀疏，導致部分資料點無法連接 (pinch problem) 而難以逼近測地距離 (geodesic distance)，因此這個方法也存在著限制 (Balasubramanian and Schwartz, 2002)。近年來有許多改良的方法被提出，例如核化穩健的等軸距特徵映射圖法 (Choi and Choi, 2007)。即使傳統 ISOMAP 有著先天的一些限制，其優良的性質仍在目前的資料視覺化領域中有許多應用。

傳統 ISOMAP 演算法有兩大計算效能上的瓶頸 (Silva and Tenenbaum, 2002)，分別是計算 $n \times n$ 的最短距離矩陣和計算此矩陣的特徵值分解，兩者的時間複雜度都是 $O(n^3)$ ，因此 Silva 和 Tenenbaum 提出 Landmark ISOMAP (L-ISOMAP) 來解決這兩個問題，透過選定 L 個地標點，其中 $L \ll n$ ，使得計算最短距離矩陣及其特徵值分解，在達到相同 ISOMAP 的效果下，利用資料縮減的方式，能夠大幅減少運算時間。地標等軸距特徵映射圖法 (L-ISOMAP) 的演算法如下：

- i. 計算歐式距離矩陣：計算兩兩觀察點 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 之歐式空間距離 $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ ，得到資料之歐式空間距離矩陣，記做 $D_{\mathbf{x}}$ ，其維度為 $n \times n$ 。
- ii. 建構鄰居圖：若觀察點 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 互為鄰居，則相連， $i, j = 1, \dots, n$ ，用以建構出 n 筆資料的鄰居圖。一般常用來判斷兩觀察點是否為鄰居的方法有兩種： $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 小於設定之值 δ ；或 \mathbf{x}_i 是 \mathbf{x}_j 最接近的 κ 個鄰居之一。
- iii. 計算最短距離矩陣（亦即等軸距距離矩陣）：利用鄰居圖找出所有觀察點彼此之間的最短路徑來估計測地距離 $d_G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 。一開始若 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 是鄰居則設定 $d_G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ ，否則令 $d_G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \infty$ 。接下來，令 $l = 1, \dots, n$ ，若能找到 \mathbf{x}_l 使得 $d_G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_l) + d_G(\mathbf{x}_l, \mathbf{x}_j) < d_G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ ，則更新 $d_G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 的值為 $d_G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_l) + d_G(\mathbf{x}_l, \mathbf{x}_j)$ ，依上述方

式重新計算所有 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 之間的距離，可得到估計的測地距離距陣 $D_G = \{d_G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)\}$ ，此即為等軸距距離矩陣。

- iv. 應用多元尺度法 (Multidimensional scaling, MDS): 應用MDS 於所估計的測地距離距陣，可得到資料於低維度空間的座標值，此即為維度縮減後的資料。

2.4 等軸距切片逆回歸法 (ISOSIR)

等軸距切片逆回歸法 (Yao and Wu, 2013) 是切片逆回歸法針對非線性流形資料維度縮減的非線性擴展方法，可視為 Kernel SIR (Wu, 2008) 的一個特例。它主要的特點是使用KMS 將資料的等軸距距離矩陣作分群，然後結合切片逆回歸法來應用在分類問題，相較於維度縮減傳統方法，例如等距映射圖法 (ISOMAP) 或主成份分析 (PCA)，有最佳的表現。ISOSIR 演算法如下：

- i. 初始步驟同 ISOMAP (i) ~ (iii)，計算資料的最短距離矩陣 D_G 。
- ii. 中心化等軸距距離矩陣：Ham *et al.* (2004) 提出最短距離矩陣 D_G 可以用核方法 (kernelization) 以一內積矩陣實現，令 $e = n^{-1/2}(1, \dots, 1)^T$ 為一個單位長度之均勻向量， D_G^2 為 D_G 中對應之元素平方，經由下列公式可得到中心化之等軸距距離矩陣：
$$K_G = -\frac{1}{2}(I - ee^T)D_G^2(I - ee^T).$$
- iii. 以KMS 得到切片數：應用 KMS 於 K_G 矩陣，得到 H 個分群數(即切片數)，以 $\tilde{y}_i \in \{1, \dots, H\}$ 標記資料點 \mathbf{x}_i 所在的切片。
- iv. 維度縮減後之特徵變數：應用切片逆回歸法於處理過的資料 $\{\tilde{y}, K_G\}$ ，其中 $\tilde{y} = \{\tilde{y}_i\}$ ，得到維度縮減後之特徵變數 $\mathbf{z}_i, i = 1, \dots, n$ ，此即降維後的資料。

2.5 影像切割及影像特徵擷取

以分群方式進行影像切割的技術包含 KMS、FCM 或 density-based clustering (Chen *et al.*, 2015)，然而這些方法無法全面的適用所有影像，而是針對不同性質之影像有其衍生之推廣。由於 FCM 分群的特性可以針對物件對比度及識別度較低的影像，例如醫學影像，在分群時提供更符合期待的結果，因此近年有許多利用 FCM 做影像切割的研究以及應用 (Aneja and Rawat, 2013)，例如將懲罰項加入 FCM 目標函數 (Yang and Huang, 2007)，或是透過加入空間訊息

以及修改權重的方式來改進 FCM (Shamsi and Seyedarabi, 2012)。因此在本研究中，我們以 FCM 取代在 ISOSIR 維度縮減法中的 KMS，並應用於醫學影像切割是可行的方法。

醫學影像在醫療診斷過程中是越來越重要的角色，常見的醫學影像包含 X 光、電腦斷層攝影 (Computed tomography, CT)、正子斷層掃描 (Positron emission tomography, PET)、超音波影像 (Ultrasound images) 和磁共振成像 (Magnetic resonance imaging, MRI)，這些造影技術皆在醫生診療時提供了重要的幫助。其中，超音波影像和 MRI 沒有 X 光和 CT 會產生的輻射線問題，也不用像 PET 一樣需要注入放射性藥劑，其非侵入性的特質被廣泛應用在臨床醫學中，然而超音波影像的缺點是所產生的影像品質較低，且具有其特有的雜訊和紋理於表面，因此造成判讀上的不易；而 MRI 造影成本較高，也導致在影像切割時面臨了許多挑戰。近幾年也有許多研究提出各種超音波影像及 MRI 等醫學影像切割的新方法 (Despotovic *et al.*, 2015; Zhang *et al.*, 2015)。而在本研究中我們也利用醫學影像作為實例來驗證所提的方法，為了改善醫學影像常見的雜訊問題，我們從空間域、頻率域和空間-頻率域等三個不同的場域來擷取醫學影像特徵。

空間域 (Space domain) 在數位灰階影像中，可以用 $\mathcal{S} = \{(x, y) | 1 \leq x \leq N, 1 \leq y \leq M; x, y \in \mathbf{Z}\}$ 來表達一張 $N \times M$ 的二維矩形影像，影像中各像素 i 有一個介於 0 (黑) 到 255 (白) 的灰階值 $f(i), i \in \mathcal{S}$ 。從空間特徵來看，影像中的一個像素特徵可以以它周遭的鄰居像素來描述，因此進行影像資料量化為資料表格時，我們利用局部區塊 (block) 的方式，將區塊中心像素 i 及其 $b \times b$ 的鄰域中各像素點之灰階值作為代表各區塊之陣列 $\mathbf{x}_i, i \in \mathcal{S}, i = 1, \dots, n$ ， $n = (M - b + 1) \times (N - b + 1)$ ，因此影像中的一個像素，其空間特徵向量 (feature vector) \mathbf{x}_i 的維度為 $p = b^2$ 。我們進一步將所有區塊之陣列整合，則可以將一張數位灰階影像集取成一個大型資料矩陣，其維度是 $n \times p$ ，矩陣的每一列 (觀察值) 代表影像中的每一個像素，而矩陣的每一行 (變數) 代表所取區塊的灰階值。此一影像特徵資料矩陣能夠捕捉影像中簡單和規則的空間域 (Space domain) 特徵。本研究中，以 n 當成是樣本 (subject) 個數，亦即影像像素之個數， p 則視為變數 (variables) 個數。一旦資料被表示成 $n \times p$ 的數值表格，就可直接套用分群方法及維度縮減方法進行分析。

頻率域 (Frequency domain) 在影像處理中被廣泛運用的快速傅利葉轉換 (Fast Fourier Transform, FFT) 可以將原始的空間域特徵資料矩陣轉換成頻率域 (Frequency domain) 資料，藉由找出影像表面紋路的週期性特徵，可以達到有效降低影像中雜訊的影響。當局部區塊的

長度為 2 的次方時，對於一個 $b \times b$ 的區塊，其二維傅立葉轉換式可表示成

$$F(u, v) = \frac{1}{b^2} \sum_{x=0}^{b-1} \sum_{y=0}^{b-1} f(x, y) \exp \left[-i2\pi \left(\frac{ux}{b} + \frac{vy}{b} \right) \right],$$

其中 $i = \sqrt{-1}$, $u, v = 0, \dots, b-1$ 。因為傅立葉轉換具有左右對稱的特性，即一半的計算結果都是多餘的，因此一空間特徵向量 \mathbf{x}_i 經由傅立葉轉換成頻率域後，其維度為 $p = b^2/2 + 2$ ，本研究中，以資料轉換後的實部與虛部做平方和後取平方根做為轉換後的頻率域特徵向量。

空間-頻率域 (Space-frequency domain) 賈伯濾波器 (Gabor filter banks) (Jain and Farrokhnia, 1990) 利用賈伯函數 (Gabor function) 將觀察到的影像與特定的頻率和方向進行卷積 (convolution)，是具有方向和頻率選擇性的濾波器，將影像從空間域轉為空間-頻率域來擷取影像表面紋路的特徵值，藉此降低對雜訊的敏感度，在紋理影像切割問題上已被大量應用。賈伯函數的一般式為

$$g(x, y) = \exp \left\{ -[(x - x_0)^2 a_1^2 + (y - y_0)^2 a_2^2] \pi \right\} \times \exp \{ -2\pi i [u_0(x - x_0) + v_0(y - y_0)] \},$$

其傅立葉轉換為

$$F(u, v) = \exp \left\{ -\pi \left[\frac{(u - u_0)^2}{a_1^2} + \frac{(v - v_0)^2}{a_2^2} \right] \right\} \times \exp \{ -2\pi i [x_0(u - u_0) + y_0(v - v_0)] \},$$

其中 (a_1, a_2) 是用於衡量兩軸高斯包絡 (Gaussian envelop) 的參數， (x_0, y_0) 為峰值高斯包絡的位置參數，而 (u_0, v_0) 則是正弦曲線在笛卡爾坐標系中的空間頻率。在本研究中，我們將影像中每一個局部區塊皆與不同頻率與方向的賈伯濾波器進行卷積，並使用文獻上所謂的 G-vector (Chen, Lu and, Huang, 2002) 來當成像素 $i = (x, y)$ 在空間-頻率域的特徵向量：

$$\mathbf{x}_i = \{g_{pk}(x, y), g_{nk}(x, y); k = 1, \dots, r\},$$

其中 $g_{pk}(x, y)$ 和 $g_{nk}(x, y)$ 是影像中第 i 個局部區塊與第 k 個賈伯濾波卷積後的影像數值正數總和及負數總和。因此，在空間-頻率域的特徵向量，其維度為 $p = 2r$ 。例如，當 $b = 8$ 時，我們可考慮一組賈伯濾波器 $r = 3 \times 6 = 18$ ，具有三個中心頻率尺度 $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ ，以及六個方向的角度 $(0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ)$ 。我們把上述三個不同的場域所產生的影像特徵資料矩陣記做 $X = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^n$ 。

3. 地標等軸距模糊切片逆回歸法 (L-ISOFSIR)

在 ISOSIR 演算中，使用 KMS 針對影像特徵分群，可能使得重要且細微的影像資料特徵在分群結果上有偏差。我們提出使用 FCM 來取代 KMS，來做為切片逆回歸法分群的依據，藉由提供優於 KMS 的分群細節，可以提昇 ISOSIR 維度縮減效果，此方法即為等軸距模糊切片逆回歸法 (ISOFSIR)。然而 ISOFSIR 的實作，需要計算 $n \times n$ 的等軸距距離矩陣及特徵向量分解，因此當我們將從影像擷取出的特徵資料進行分析時，其距離矩陣在 R 軟體中會占據大量的記憶體，造成計算上的困難。例如，若一張影像大小為 180 像素 \times 220 像素 (如圖 3(a))，取空間域區塊長度 $b = 8$ ，則共會有 $n = (180 - 8 + 1) \times (220 - 8 + 1) = 36849$ 像素，其距離矩陣大小為 36849×36849 ，在 R 軟體中需要 10.12Gb 的記憶體 (以雙精度儲存)。以上述方式產生的影像空間域特徵資料，就是一個高維度且大量的資料，若直接進行特徵值分解，有實際的困難度。而一般臨床的醫學影像，其解析度更高 (例如高於 512 像素 \times 512 像素)。通常進行影像切割之前，我們會從影像中選取一感興趣區域 (region of interest, ROI)，以避免使用整張影像，而造成影像資料量過大。

為了解決 ISOFSIR 針對影像所產生的巨量特徵資料，計算效率低的問題，我們引入 L-ISOMAP 中的地標點的概念，提出一個地標等軸距模糊切片逆回歸法 (命名為 L-ISOFSIR) 來改善大量計算的效能。在經過實測後，採用 L-ISOFSIR 方法所產生的距離矩陣可降低至 32.2Mb，顯著達到優化空間的目的。以下為本研究所提出的 L-ISOFSIR 方法應用於醫學影像切割的步驟。

- i. 將影像資料轉為特徵資料矩陣：利用前文提及的影像特徵擷取方法，對於影像中的每一像素，以此像素為中心，取其鄰近周圍長度為 $b \times b$ 之空間區塊，即可將數位灰階之影像 ($M^{(I)}$) 轉換成空間域之資料矩陣 (亦即 $X = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^n$)，其維度大小為 $(n \times (b \times b))$ 。可再依照另二種不同的特徵域將此資料矩陣轉換成特徵資料矩陣。
- ii. 進行資料縮減與初始模糊分群：利用 FCM 將上述步驟所得之特徵資料矩陣進行分群 (分群數 L 為使用者設定，例如， $L = 1000$)，計算此 L 個群組之群中心點當作地標點，所組成的矩陣記為 X_{re} 。
- iii. 計算地標點等軸距距離矩陣：計算上述步驟所得矩陣 X_{re} 計算地標點之中心化等軸距距離矩陣 K_G 。
- iv. 進行維度縮減，再進行模糊分群：利用 FCM 對 K_G 進行分群，產生的初始模糊分群 $U^{(0)}$ ，

結合模糊等軸距切片逆回歸法，可得到維度縮減之資料 $Z_L = \text{ISOFSIR} (X_{re}, U^{(0)})$ 。

- v. 影像切割與重建：再次利用 FCM 於此維度縮減資料進行分群（切割），得到分群結果，亦即隸屬程度矩陣 $U^{(1)} = FCM(Z_L)$ ，而最後每一像素所屬類別為取其最大隸屬程度所在類別，由此可得到影像的切割結果 $M^{(R)} = \max(U^{(1)})$ 。
- vi. 評估影像切割效果：最後將切割影像的邊界與原始輸入影像資料 $M^{(I)}$ 結合，配合一些評估指標，進一步衡量影像的切割效果。

4. 影像切割應用實例

在本節中，我們以兩組模擬影像資料與一組真實醫學影像進行三種影像切割方法並比較。這三種方法分別是沒有使用維度縮減方法之下的 FCM、使用線性維度縮減法的 FSIR 及使用非線性維度縮減法的 L-ISOFSIR。各實例中，所取的影像空間區塊長度是 $b = 8$ ，鄰居圖則以取最近的 $\kappa = 10$ 鄰居數為基準，地標點數為 $L = 1000$ ，維度縮減個數為 $B = 2$ 。雖然不同的參數組合會造成不同的切割結果，但以我們有限的經驗裡，參數選取可以由多次模擬影像較好的切割結果中作初步推估。

4.1 影像切割評估指標

在重建影像後，我們可以應用一些評估指標來衡量各影像切割方法的效果。若影像有提供真實切割 (Ground truth)，則可以直接檢視分群的錯誤率 (V_{er})。另外，在文獻上的分群問題，有三個指標常被用來評估影像切割方法之優劣，分別為 Partition coefficient (V_{pc}) (Bezdek, 1981)、Partition entropy (V_{pe}) (Bezdek, 1974a,b) 和 Xie and Beni Index (V_{xb}) (1991)，其公式如下：

$$V_{pc} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K u_{ik}^2, \quad (4)$$

$$V_{pe} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K u_{ik} \log u_{ik}, \quad (5)$$

$$V_{xb} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^K u_{ij}^2 \| \mathbf{x}_i - \mathbf{c}_j \|^2}{n \times (\min_{i \neq j} \| \mathbf{c}_i - \mathbf{c}_j \|^2)}. \quad (6)$$

V_{pc} 利用隸屬程度矩陣平方和的平均來計算資料的密集程度，當資料越密集則其隸屬程度矩陣中的數值就越高，因此 V_{pc} 越大代表分群的效果越好。 V_{pe} 則是融合了 Partition coefficient

的隸屬程度矩陣和 Entropy 的概念所做的變形，因為它將 Partition coefficient 中隸屬程度矩陣的平方改用對數來計算，所以 V_{pe} 越小代表分群的效果越好。 V_{xb} 則同時考量了群內資料的緊密程度和群間的分散程度，當分母越大代表群與群之間可以分的越開，而分子越小代表群內資料點越緊密，因此 V_{xb} 越小代表分群的效果越好。

4.2 模擬影像切割結果

為簡化起見，我們創造了一組 64×128 的模擬合成影像（如圖 2），影像由三群物件組成，分別是重疊在一起的圓形、三角形和背景，其灰階值分別為 80、120 和 100。此外，我們加入不同程度的高斯隨機雜訊，其平均為 0，標準差 (sd) 分別為 10 和 20，使得訊躁比 (signal-to-noiseratio, SNR) 為 1。圖 4 和圖 5 為在不同特徵域下（空間域、頻率域及空間-頻率域），以 FCM、FSIR 及 L-ISOFSIR 進行影像切割的結果。從影像切割結果可以發現，L-ISOFSIR 的切割效果明顯較 FCM 及 FSIR 來的準確。另外一方面，在低雜訊的狀況下，頻率域及空間-頻率域的特徵轉換可以有效的提昇 FCM 及 FSIR 的影像切割效果。從表 1 的四個評估指標數值當中，可發現 L-ISOFSIR 的表現皆較 FCM 及 FSIR 兩個方法優異，並且在不同特徵域之下，L-ISOFSIR 皆保持穩定的低分群錯誤率。尤其是針對具高雜訊的影像，L-ISOFSIR 在空間域特徵和頻率域特徵的切割錯誤率遠低於 FCM 和 FSIR，而 FCM 和 FSIR 這兩種方法需要在空間-頻率域才能達到與 L-ISOFSIR 近似的效果。

第二組資料為模擬的磁振造影（Magnetic resonance imaging, MRI）影像，我們利用 BrainWeb (<http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>) 網站所提供的大腦 MRI 影像模擬器來進行模擬，前置設定採用 T1 加權影像、切片厚度為 1mm 並設定 intensity non-uniformity 為 0%（如圖 3），影像中可區分成四群組織，分別是白質（white matter）、灰質（gray matter）、腦脊液（cerebrospinal fluid）和背景，其灰階值依序為 255、170、85 和 0。進行影像切割的目的即是希望利用電腦可以有效並準確地切割出此大腦 MRI 影像上四群解剖結構（anatomical structures）。我們也額外加入 3% 和 7% 的雜訊，除了模擬更真實的大腦 MRI 影像之外，也提高切割的困難度以利各演算法的比較。圖 6 和圖 7 為 FCM、FSIR 及 L-ISOFSIR 在不同特徵域下影像切割的結果，表 2 為三種方法影像切割後的評估指標。若單從評估指標來量測各方法的優劣，會發現 L-ISOFSIR 和其它兩方法各有擅場。由所切割的影像上觀察，雖然整體看來三個方法的結果差異不大，但從細節著眼可以看出 L-ISOFSIR 相對於其他兩方法，能夠較精準切割出大腦內部的皺褶以及許多比較細節的區塊。

4.3 真實超音波影像切割結果

傳統電腦輔助診斷 (computer-aided diagnosis, CAD) 的方法，通常需要先對腫瘤影像做影像切割，精確的自動化輔助診斷可以提供腫瘤形狀大小及位置的資訊，進而減低人工篩檢的負擔，有助於醫師快速的診斷病情。超音波影像已被廣為使用在人體臨床診斷中，它具有可攜性、低成本及非侵入性的優點。然而超音波影像低信號高雜訊的影像品質及紋理特徵使得影像切割的困難度增加。為了評估本研究所提方法 L-ISOFSIR 於此常見的醫學影像切割的表現，我們採用近期一篇醫學影像切割論文 (Xian *et al.*, 2018) 中所使用的胸部腫瘤超音波影像 (圖 8(a)) 為測試範例，其影像大小為 280×200 。論文中也同時提供了此胸部腫瘤超音波影像的真實參考切割 (圖 8(b))。圖 9 為 FCM、FSIR 及 L-ISOFSIR 在不同特徵域下影像切割的結果，所有的切割影像中皆可看到三個方法都切割出中心腫瘤的位置，但是有部份切割影像中參雜了背景或其它組織的錯誤分群，使得結果不甚理想。然而在所有特徵與方法的組合中，L-ISOFSIR 於空間-頻率域的切割效果是最好的，除了正確地切割出腫瘤區塊的位置，同時也將此腫瘤區塊和週圍的組織區隔開來。

5. 結論與建議

本研究中，我們結合模糊分群法與等軸距切片逆回歸法，針對大量影像特徵資料，引入地標點的概念，提出地標等軸距模糊切片逆回歸法 (L-ISOFSIR)，並應用於醫學影像的切割。L-ISOFSIR 是一個非線性維度縮減方法，它的優點是其考量了資料中的非線性幾何結構，並在計算投影向量的同時，也考量分群 (切片) 的特性。透過模擬影像資料和真實超音波影像的測試，我們所提的非線性維度縮減法 L-ISOFSIR，其影像切割效果比未使用維度縮減的 FCM 及使用線性維度縮減法的 FSIR 來得更好，同時，也顯著地改善了計算等軸距距離矩陣的效能。因此，L-ISOFSIR 提供了一種簡單而有效的方式來做影像切割，有助於電腦輔助診斷系統的完備。

L-ISOFSIR 演算法中，不同的參數選取也會影響到影像切割的表現，例如，於影像特徵擷取時，較小的局部區塊長度 b 會導致較多雜訊的影像切割結果；反之，較大的局部區塊長度容易傾向改變影像的空間結構；資料縮減步驟中，雖然選取較少的地標點個數 L 可有效提高計算效能，但會損失較多原始資料的訊息。其它參數，例如計算等軸距距離矩陣前建構鄰居圖的鄰居個數 κ 選取、具代表性的地標點選取及維度縮減後之特徵變數個數 B 選取等等皆與資料本身之特性和電腦計算效能有直接關係。本研究中，這些參數的設定是根據所使用影像資料之下的經驗法則並嘗試校正得出。如何依據所使用的資料來選取這些參數，目前文獻上尚無理論方法提

出，因此值得未來進一步研究。

本研究中，L-ISOFSIR 演算法僅被使用一次來進行影像切割，我們可以採用 Wu and Lu (2007) 一文所提出來的迭代切片逆歸法，利用多次迭代的方式來精進 (refine) L-ISOFSIR 影像切割結果的準確性。其主要概念是，經由 L-ISOFSIR 得到第一次的影像切割（分群）結果，可當成下次執行 L-ISOFSIR 演算法的切片，如此重覆迭代直到演算法收斂或停止於某個預先設定的次數，以期找出最佳的切割結果。另外，我們使用 R 軟體來實作演算法。R 軟體現在是資料科學領域中重要且熱門的程式語言之一，網路上免費的學習資源非常豐富，不同領域的資料也有豐富的套件可供應用及分析，包括本研究當中會運用到的影像處理套件。因此，在實現影像切割演算法的同時，我們也希望在未來開發出一個使用降維法影像切割的 R 套件，提供大眾研究使用。

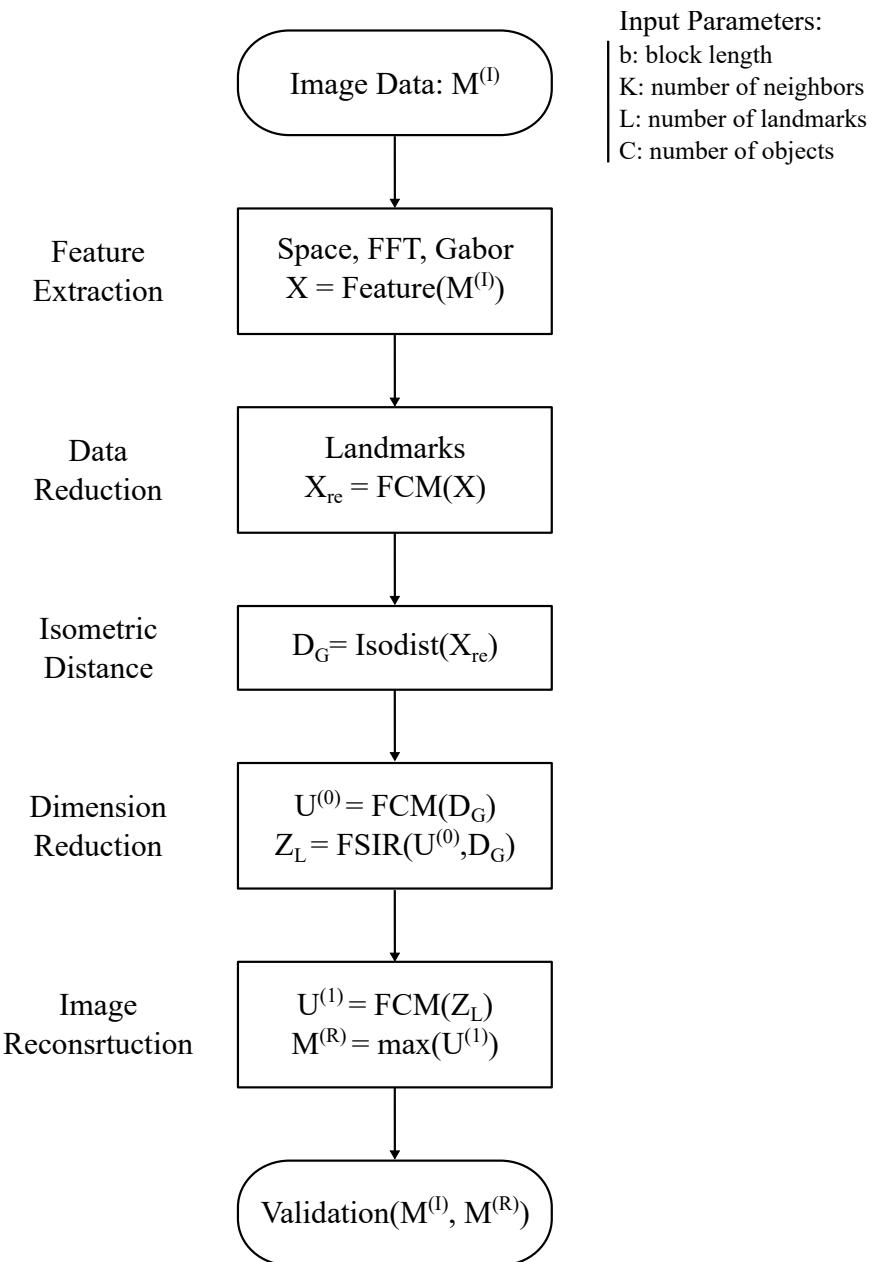


圖 1: 應用 L-ISOFSIR 法於影像切割之流程圖。

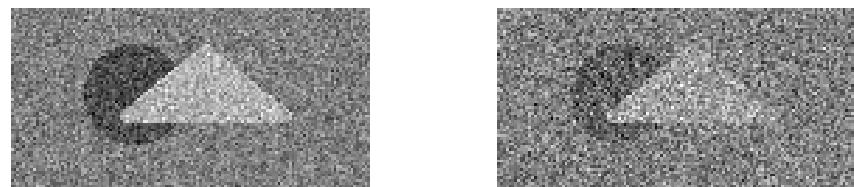


圖 2：合成之兩物件模擬影像。

(a) noise = 3% (b) noise = 7%

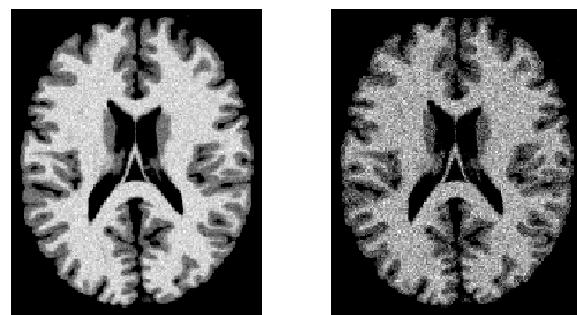


圖 3：大腦之 MRI 模擬影像（來源：BrainWeb）。

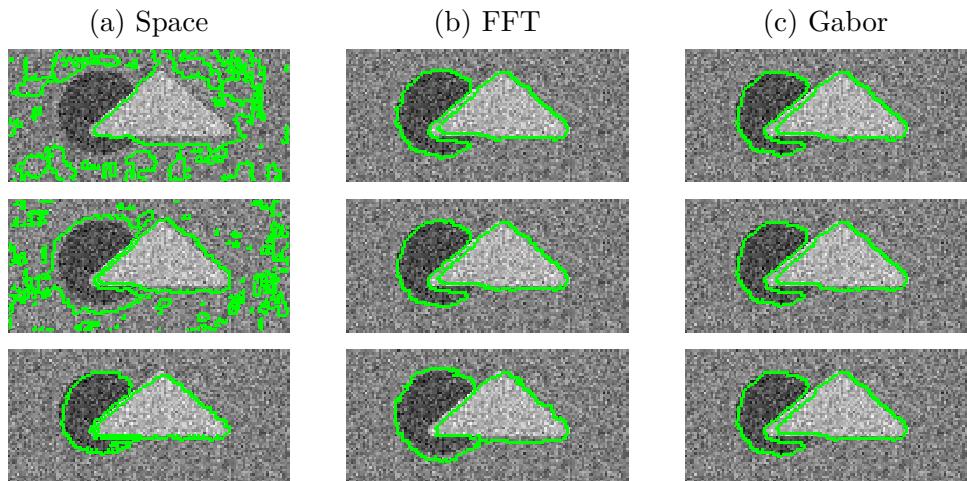


圖 4: 不同切割方法於人造影像 ($sd=10$) 在空間域、頻率域及空間-頻率域的切割結果。由上而下依序是FCM、FSIR 及L-ISOFISIR 方法。

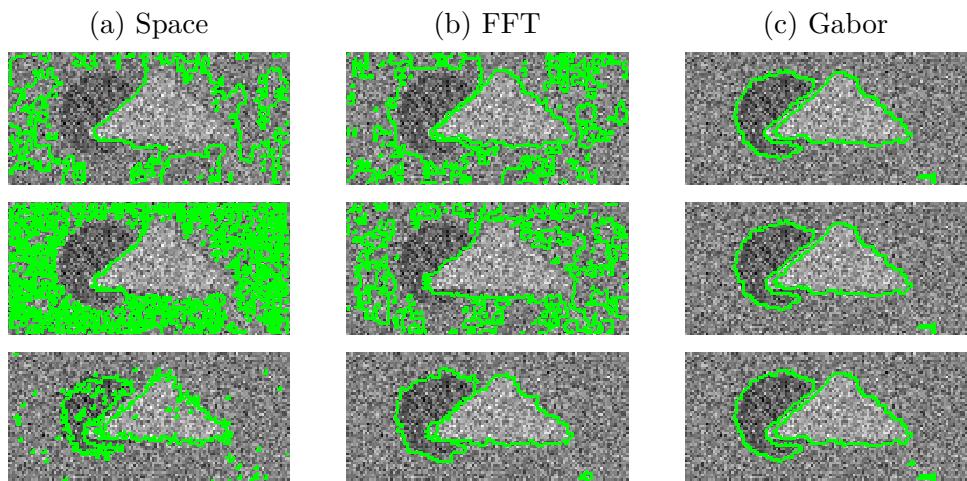


圖 5: 不同切割方法於人造影像 ($sd=20$) 在空間域、頻率域及空間-頻率域的切割結果。由上而下依序是FCM、FSIR 及L-ISOFISIR 方法。

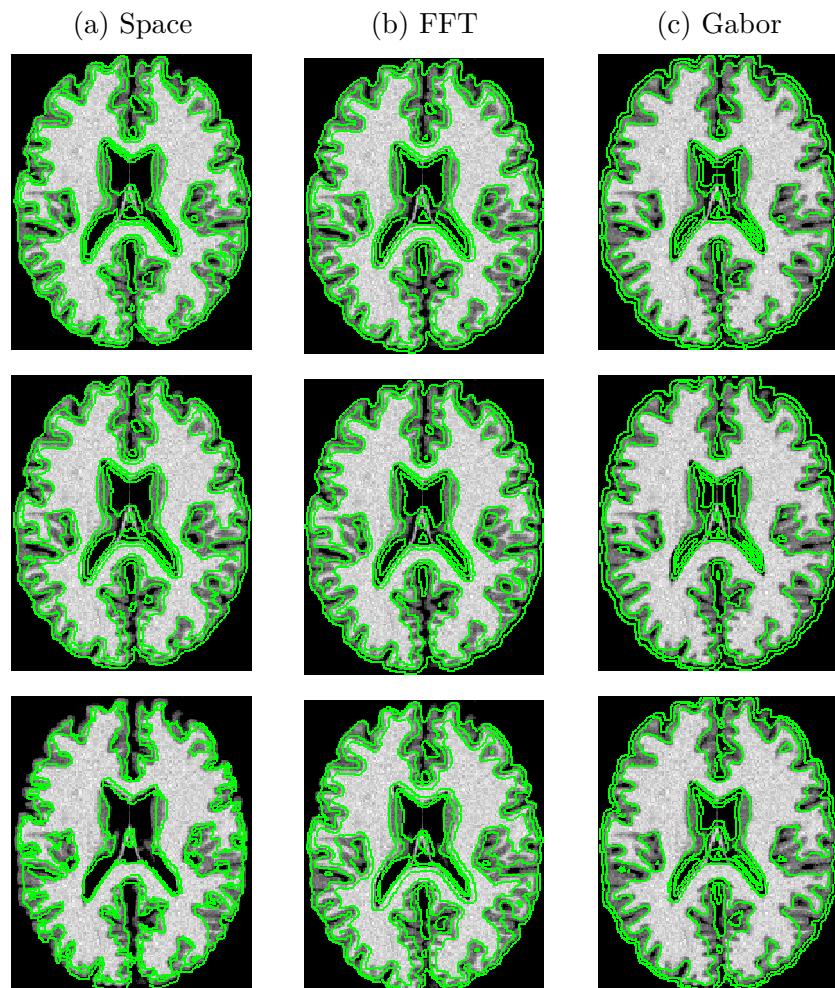


圖 6: 不同切割方法於模擬MRI 影像($\text{noise}=3\%$) 在空間域、頻率域及空間-頻率域的切割結果。由上而下依序是FCM、FSIR 及L-ISOFSIR 方法。

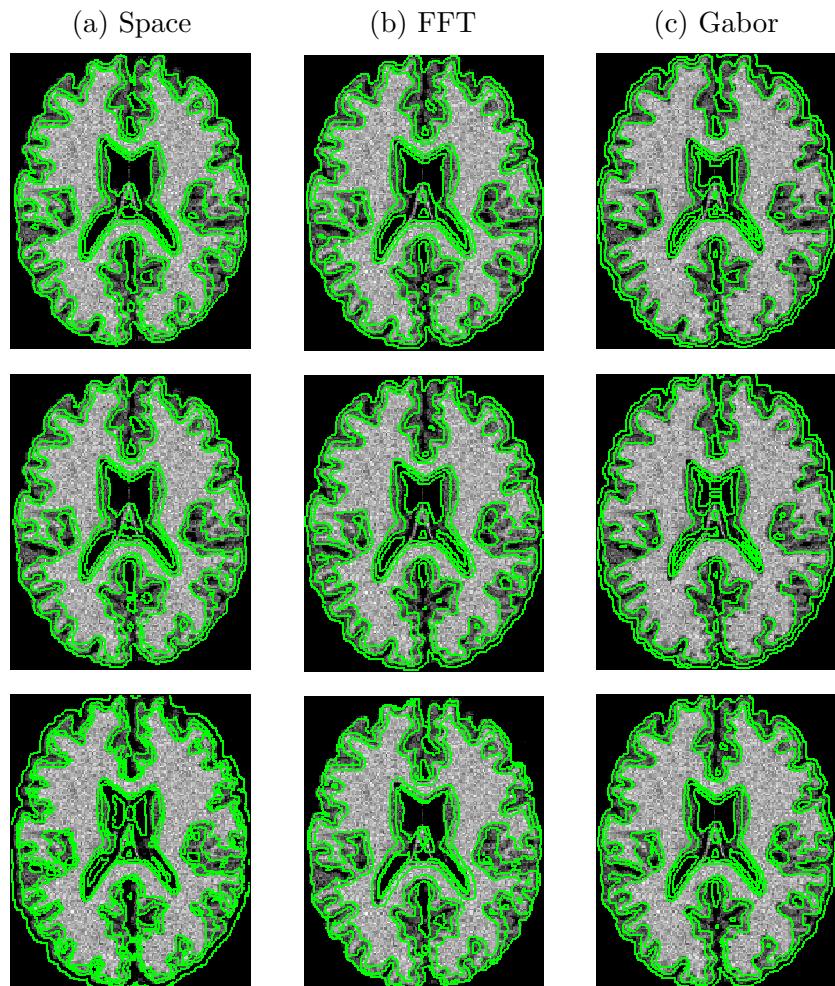


圖 7：不同切割方法於模擬MRI 影像($\text{noise}=7\%$) 在空間域、頻率域及空間-頻率域的切割結果。由上而下依序是FCM、FSIR 及L-ISOFSIR 方法。

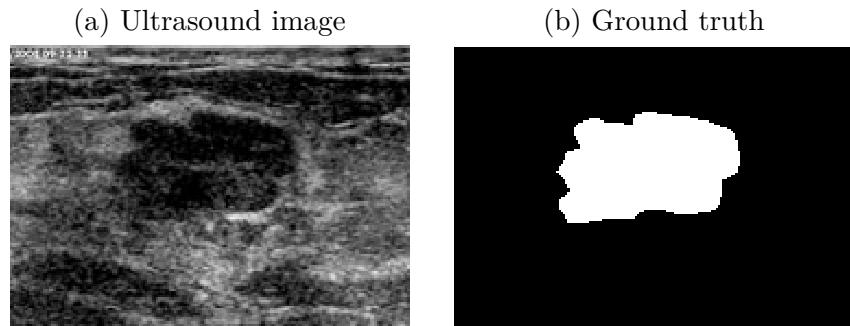


圖 8: 真實胸部超音波影像及其真實切割 (來源: Xian *et al.*, 2018)。

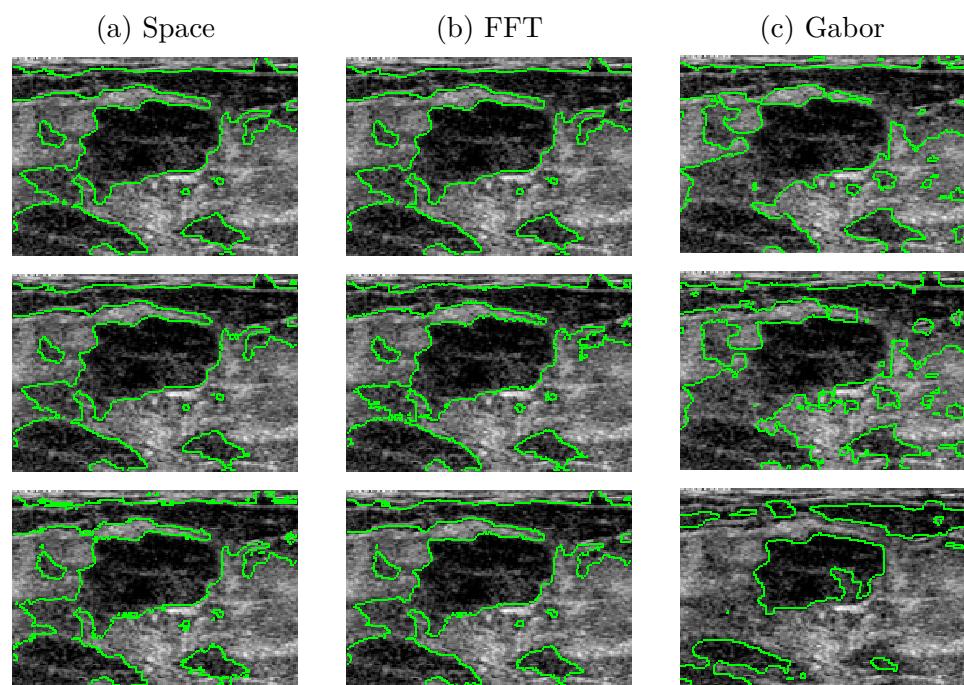


圖 9: 不同切割方法於真實胸部超音波影像在空間域、頻率域及空間-頻率域的切割結果。由上而下依序是FCM、FSIR 及L-ISOFsIR 方法。

表 1: 不同切割方法於人造合成影像在空間域、頻率域及空間-頻率域的切割結果評估指標。

(a) sd=10					
Image	Methods	V_{er}	V_{pc}	V_{pe}	V_{xb}
Space	FCM	0.3560	0.3333	1.0986	1.164504e+07
	FSIR	0.1588	0.4092	0.9712	1.126938e+08
	L-ISOFSIR	0.0325	0.9045	0.1969	2.500000e-02
FFT	FCM	0.0370	0.7999	0.4012	0.0726
	FSIR	0.0390	0.8241	0.3576	0.0585
	L-ISOFSIR	0.0457	0.8801	0.2465	0.0329
Gabor	FCM	0.0420	0.9278	0.1464	0.0216
	FSIR	0.0426	0.9229	0.1571	0.0237
	L-ISOFSIR	0.0415	0.9166	0.1675	0.0536

(b) sd=20					
Image	Methods	V_{er}	V_{pc}	V_{pe}	V_{xb}
Space	FCM	0.4141	0.3333	1.0986	3.730063e+08
	FSIR	0.5540	0.3333	1.0986	5.772836e+07
	L-ISOFSIR	0.0774	0.8149	0.3668	5.640000e-02
FFT	FCM	0.2166	0.4334	0.9277	195.3708
	FSIR	0.3703	0.3333	1.0986	1314733.4187
	L-ISOFSIR	0.0438	0.8691	0.2702	0.0384
Gabor	FCM	0.0439	0.8850	0.2290	0.0361
	FSIR	0.0445	0.8496	0.3004	0.0521
	L-ISOFSIR	0.0461	0.8403	0.3164	0.0746

表 2: 不同切割方法於模擬MRI 影像在空間域、頻率域及空間-頻率域的切割結果評估指標。

(a) noise=3%

Domain	Methods	V_{er}	V_{pc}	V_{pe}	V_{xb}
Space	FCM	0.2912	0.6074	0.7351	0.5692
	FSIR	0.2944	0.6468	0.6623	0.2012
	L-ISOFSIR	0.2993	0.7839	0.4099	0.1603
FFT	FCM	0.2718	0.7531	0.4751	0.0744
	FSIR	0.2426	0.7869	0.4153	0.0622
	L-ISOFSIR	0.3170	0.7140	0.5538	0.3204
Gabor	FCM	0.1902	0.8471	0.2903	0.0651
	FSIR	0.2022	0.7731	0.4212	0.2107
	L-ISOFSIR	0.1773	0.7700	0.4541	0.1543

(b) noise=7%

Image	Methods	V_{er}	V_{pc}	V_{pe}	V_{xb}
Space	FCM	0.2989	0.5457	0.8415	0.4501
	FSIR	0.3188	0.5835	0.7746	0.3022
	L-ISOFSIR	0.2807	0.8281	0.3308	0.7283
FFT	FCM	0.2899	0.7341	0.5121	0.0810
	FSIR	0.2465	0.7595	0.4671	0.0751
	L-ISOFSIR	0.3248	0.7355	0.5089	0.3373
Gabor	FCM	0.1844	0.8468	0.2919	0.0611
	FSIR	0.2001	0.7763	0.4176	0.1725
	L-ISOFSIR	0.2306	0.7716	0.4391	0.2461

參考文獻

- [1] Aneja, D., Rawat, T.K. (2013). Fuzzy clustering algorithms for effective medical image segmentation. *I.J. Intelligent Systems and Applications*, 11: 55-61.
- [2] Ashraf, A.A. (2011). Research review for digital image segmentation techniques. *International Journal of Computer Science and Information Technology*, 3(5): 99-106.
- [3] Balasubramanian, M. , Schwartz, E.L. (2002). The Isomap algorithm and topological stability. *Science*, 295(5552): 7.
- [4] Bezdek, J.C. (1974a.). Cluster validity with fuzzy sets. *J. Cybernet*, 3: 58–73.
- [5] Bezdek, J.C. (1974b.). Numerical taxonomy with fuzzy sets. *J. Math. Biol.*, 1: 57–71.
- [6] Bezdek, J.C. (1981). *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*, Plenum Press, New York.
- [7] Bezdek, J.C. (1984). FCM: the fuzzy c-means clustering algorithm. *Computers & Geosciences*, 10(2-3): 191-203.
- [8] Bernard-Michel, C., Doute, S., Fauvel, M., Gardes, L., Girard, S. (2009). Retrieval of Mars surface physical properties from OMEGA hyperspectral images using regularized sliced inverse regression. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 114: E06005.
- [9] Bura, E., Pfeiffer, R.M. (2003). Graphical methods for class prediction using dimension reduction techniques on DNA microarray data. *Bioinformatics*, 19(10): 1252–1258.
- [10] Chen, C.M., Lu, H.H.-S., Huang, Y.S. (2002). Cell-based dual snake model: a new approach to extracting highly winding boundaries in the ultrasound images. *Ultrasound Med. Biol.* 28: 1061–1073.

- [11] Chen, Z., Qi, Z., Meng, F., Cui, L., Shi, Y. (2015). Image segmentation via improving clustering algorithms with density and distance. *Procedia Computer Science* 55, 1015-1022.
- [12] Choi, H., Choi, S. (2007). Robust kernel Isomap. *Pattern Recognition*, 40(3): 853-862.
- [13] Cook, R.D., Ni, L. (2005). Sufficient dimension reduction via inverse regression: A minimum discrepancy approach. *Journal of the American Statistical Association*, 100(470): 410-428.
- [14] Despotovic, I., Goossens, B., Philips, W.(2015). MRI Segmentation of the human brain: challenges, methods, and applications. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, Vol. 2015, 1-14.
- [15] Dunn, J.C. (1973). A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters. *Journal of Cybernetics* 3: 32-57.
- [16] Ferrigno, S., Gannoun, A., Saracco, J. (2008). Inverse regression methods based on fuzzy partitions. *International Journal of Pure Applied Mathematics*, 43(1): 43-62.
- [17] Gather, U., Hilker, T., Becker, C. (2002). A note on outlier sensitivity of sliced inverse regression. *Statistics* 36(4): 271–281.
- [18] Ham, J., Lee, D.D., Mika, S., Scholkopf, B. (2004). A kernel view of the dimensionality reduction of manifolds. In: Proceedings of the Twenty-First International Conference on Machine Learning, ACM International Conference Proceeding Series, vol. 69.
- [19] Jain, A.K., Farrokhnia, F. (1990). Unsupervised texture segmentation using Gabor filters, 1990 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics Conference Proceedings, Los Angeles, 1990, CA: pp. 14-19.
- [20] Jitendrasinh G, R. (2014). A review on fuzzy c-means clustering algorithm. *International Journal of Modern Trends in Engineering and Research*, 2(2): 751-754.

- [21] Lee, K.Y., Li, B., Chiaromonte, F. (2013). A general theory for nonlinear sufficient dimension reduction: formulation and estimation. *The Annals of Statistics*, 41(1): 221-249.
- [22] Li, K.C. (1991). Sliced inverse regression for dimension reduction. *Journal of the American Statistical Association*, 86: 316-342.
- [23] Li, L., Yin, X. (2009). Longitudinal data analysis using sufficient dimension reduction method. *Computational Statistics & Data Analysis*, 53: 4106-4115.
- [24] Ni, L., Cook, R.D. (2007). A robust inverse regression estimator. *Statistics & Probability Letters* 77(3): 343–349.
- [25] Pham, D.L., Xu, C., Prince, J.L. (2000). Current methods in medical image segmentation. *Annual Review of Biomedical Engineering*, 2: 315-337.
- [26] Sathya, P., Malathi, L. (2011). Classification and segmentation in satellite imagery using back propagation algorithm of ANN and K-means algorithm. *International Journal of Machine Learning and Computing*, 1(4): 422-426.
- [27] Setodji, C.M., Cook, R.D. (2004). K-means inverse regression. *Technometrics*, 46(4): 421-429.
- [28] Shamsi, H., Seyedarabi, H. (2012). A modified fuzzy c-means clustering with spatial information for image segmentation. *International Journal of Computer Theory and Engineering*, 4(5): 762-766.
- [29] Silva, V.D., Tenenbaum, J.B. (2002). Global versus local methods in nonlinear dimensionality reduction. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 15: 705-712.
- [30] Tenenbaum, J.B., Silva, V.D., Langford, J.C. (2000). A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction. *Science*, 290: 2319–2323.
- [31] Wu, H.M. (2008). Kernel sliced inverse regression with applications on classification. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 17(3): 590–610.

- [32] Wu, H.M., Lu, H.H.-S. (2004). Supervised motion segmentation by spatial-frequent analysis and dynamic sliced inverse regression. *Statistica Sinica*, 14: 413–430.
- [33] Wu, H.M., Lu, H.H.-S. (2007). Iterative sliced inverse regression for segmentation of ultrasound and MR images. *Pattern Recognition*, 40(12): 3492–3502.
- [34] Xie, X.L., Beni, G. (1991). A validity measure for fuzzy clustering. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13: 841–847.
- [35] Xian, M., Zhang, Y., Cheng, H.D., Xu, F., Huang, K., Zhang, B., Ding, J., Ning, C., and Wang, Y. (2018). A benchmark for breast ultrasound image segmentation (BUSIS). eprint arXiv:1801.03182.
- [36] Yang, Y., Huang, S. (2007). Image segmentation by fuzzy c-means clustering algorithm with a novel penalty term. *Computing and Informatics*, 26: 17–31.
- [37] Yao, W.T., Wu, H.M. (2013). Isometric sliced inverse regression for nonlinear manifold learning. *Statistics and Computing*, 23: 563–576.
- [38] Yoo, J.K. (2017). Fused sliced inverse regression in survival analysis. *Communications for Statistical Applications and Methods*, 24: 533–541.
- [39] Zhang, W., Li, R., Deng, H., Wang, L., Lin, W., Ji, S., Shem, D. (2015). Deep convolutional neural networks for multi-modality isointense infant brain image segmentation. *NeuroImage*, 108: 214–224.

[Received March 2018; accepted September 2018.]

Landmark Isometric Fuzzy Sliced Inverse Regression with Application to Medical Image Segmentation

Yu-Yi Li and Han-Ming Wu[†]

Department of Statistics, National Taipei University

ABSTRACT

Image segmentation is an essential and crucial step in the pattern recognition processes. It has been applied to many fields such as the medical image segmentation for tumor diagnosis and the satellite image positioning. The approaches to improve the accuracy of image segmentation have become an active research topic. When conducting the image segmentation, the features extracted from images usually consist of a large amount of high-dimensional data. Dimensionality reduction (DR) is one of the solutions to such data and is employed to improve the efficiency and the accuracy of the segmentation. Among many DR methods, the isometric sliced inverse regression (ISOSIR) is an effective non-linear method that can be used to discover the embedded features of the high-dimensional data with their geometric structure is presented in the low-dimensional subspace. ISOSIR uses K-means (KMS) to cluster the isometric distance matrix of the input data and then applies SIR to the classification problems. It has been proved to perform better than some traditional DR methods such as ISOMAP or PCA. Although KMS can achieve good performance, it tends to be biased for clustering the image features. Consequently, we use the fuzzy c-means clustering (FCM) as an alternative for SIR in this study. For the large amount of features generated from the images, we are motivated to propose the landmark isometric fuzzy sliced inverse regression (L-ISOFSIR) to improve the computational efficiency of the image segmentation. Two sets of simulated images and one real medical image are used to evaluate the proposed method based on three feature domains. Comparisons with results obtained

[†]Corresponding to: Han-Ming Wu
E-mail: hmwu@gm.ntpu.edu.tw

via FCM and the fuzzy sliced inverse regression (FSIR) are also reported. The experimental results show that L-ISOFsIR improves the accuracy of image segmentation significantly which is an efficient computer-aided automatic image segmentation tool.

Key words and phrases: Fuzzy c-means clustering, Image segmentation, ISOMAP, Nonlinear dimensionality reduction, Sliced inverse regression.

JEL classification: C14, C63.