CÁC ĐỊNH NGHĨA

I.KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. VECTƠ LÀ GÌ ?

Véctơ là một đoạn thẳng có định hướng:

- **Một đầu được xác định là gốc, còn đầu kia là ngọn.**
- **Hướng từ gốc đến ngọn gọi là hướng của véctơ.**
- **Độ dài của đoạn thẳng gọi là độ dài của véctơ.**

2. VECTƠ KHÔNG

Định nghĩa: Vectơ không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.

Như vậy, véctơ không, kí hiệu $\overrightarrow{0}$ là vectơ có:

- Điểm gốc và ngọn trùng nhau.
- Độ dài bằng 0.

3. HAI VECTƠ CÙNG PHƯƠNG

Hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ gọi là cùng phương, ký hiệu: $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} AB//CD \\ A, B, C, D\, thang\, hang \end{array}\right.$.

4. HAI VECTƠ CÙNG HƯỚNG, NGƯỢC HƯỚNG

a. Hai véctơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ gọi là cùng hướng , ký hiệu: $\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l} AB//CD \\ hai\, tia\, AB, CD\ cung\, huong \end{array}\right.$

b. Hai véctơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ gọi là ngược hướng, ký hiệu: $\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l} AB//CD \\ hai\, tia\, AB, CD\ nguoc\, huong \end{array}\right.$

5. HAI VECTƠ BẰNG NHAU

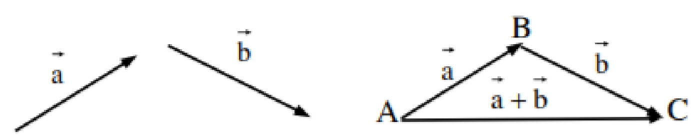
Hai véctơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ gọi là bằng nhau, ký hiệu: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} AB = CD \\ \overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CD} \end{array}\right.$.

II. TỔNG CỦA HAI VECTƠ

Định nghĩa: Tổng của hai vectơ $\overrightarrow{a}$ và $\overrightarrow{b}$ là một véctơ được xác định như sau:

- Từ một điểm tùy ý A trên mặt phẳng dựng vectơ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$.
- Từ điểm B dựng vectơ $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{b}$.
- Khi đó véctơ $\overrightarrow{AC}$ gọi là vectơ tổng của hai vectơ $\overrightarrow{a}$ và $\overrightarrow{b}$, ta viết

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$.



Từ định nghĩa trên ta được quy tắc ba điểm: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$, với ba điểm A, B, C bất kì.

Tính chất của phép cộng véctơ

Với mọi véctơ $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ và $\overrightarrow{c}$, ta có:

- (Tính chất giao hoán): $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$.
- (Tính chất kết hợp): $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) + \overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} + (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c})$.
- (Tính chất của vectơ không): $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$.

Quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, với ABCD là hình bình hành.

Ta có "Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$".

Ta có "Gọi G là trọng tâm ΔABC thì: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$,
$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}, \ \forall M. + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$".

III. HIỆU CỦA HAI VECTƠ

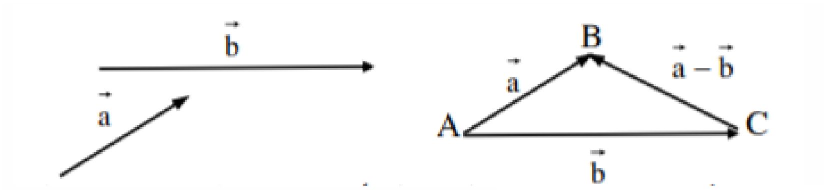
1. HAI VECTƠ ĐỐI NHAU

Hai véctơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ gọi là đối nhau, ký hiệu: $\overrightarrow{AB}$ = -$\overrightarrow{CD}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} AB = CD \\ \overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CD} \end{cases}$.

2. HIỆU CỦA HAI VECTƠ

Định nghĩa: Hiệu của hai véctơ $\overrightarrow{a}$ và $\overrightarrow{b}$, kí hiệu $\overrightarrow{a}$ - $\overrightarrow{b}$, là tổng của vectơ $\overrightarrow{a}$ và vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{b}$, nghĩa là: $\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} + (-\overrightarrow{b})$.

- Phép lấy hiệu của hai vectơ gọi là phép trừ vectơ.
- Để dựng vectơ $\overrightarrow{a}$ - $\overrightarrow{b}$ khi biết các vectơ $\overrightarrow{a}$ và $\overrightarrow{b}$ ta lấy điểm A tuỳ ý, từ đó dựng vectơ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{b}$, khi đó $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$.



Từ cách dựng trên ta được quy tắc hiệu hai vectơ cùng gốc: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$, với ba điểm A, B, C bất kì.

Tính chất của phép trừ véctơ: $\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = \overrightarrow{c} \Leftrightarrow \overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$.

IV. TÍCH CỦA MỘT VECTƠ VỚI MỘT SỐ

Định nghĩa: Tích của vectơ $\overrightarrow{a}$ với một số thực k là một vectơ, kí hiệu k$\overrightarrow{a}$ được xác định như sau:
a. Vectơ k$\overrightarrow{a}$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{a}$ và sẽ :

- Cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{a}$ nếu $k \geq 0$.
- Ngược hướng với vectơ $\overrightarrow{a}$ nếu $k < 0$.

b. Có độ dài bằng $|k|.|\overrightarrow{a}|$.
Phép lấy tích của một vectơ với một số gọi là phép nhân vectơ với số (hoặc phép nhân số với vectơ).
Từ định nghĩa trên ta có ngay các kết quả: $1.\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$, $(-1).\overrightarrow{a} = -\overrightarrow{a}$.

1. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN VECTƠ VỚI SỐ

Với mọi véctơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và các số thực m, n, ta có:

- $m(n.\vec{a}) = (mn).\vec{a}$.
- $(m + n).\vec{a} = m.\vec{a} + n.\vec{a}$.
- $m(\vec{a} + \vec{b}) = m.\vec{a} + n.\vec{b}$.
- $m\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$ hoặc $m = 0$.

2. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI VECTƠ CÙNG PHƯƠNG

Định lí 1 (Quan hệ giữa hai vectơ cùng phương): Vectơ $\vec{b}$ cùng phương với vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ khi và chỉ khi tồn tại số k sao cho $\vec{b} = k\vec{a}$.

Hệ quả: Điều kiện cần và đủ để ba điểm A, B, C thẳng hàng là tồn tại số k sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

3. BIỂU THỊ MỘT VECTƠ QUA HAI VECTƠ KHÔNG CÙNG PHƯƠNG

Định lí 2 (Phân tích một vectơ thành hai vectơ khác $\vec{0}$ không cùng phương): Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$ và không cùng phương. Với mọi vectơ $\vec{c}$ bao giờ cũng tìm được một cặp số thực m, n duy nhất, sao cho:

$\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

V. HỆ TOẠ ĐỘ

1. VECTƠ Cho 2 điểm $M1(x_1; y_1)$, $M1(x_2; y_2)$ thì $\overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

2. CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

Nếu có hai vectơ $\vec{v}_1(x_1; y_1)$ và $\vec{v}_2(x_2; y_2)$ thì:

(i): $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$.

(ii): $\vec{v}_1 // \vec{v}_2 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$.

(iii): $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = (x_1 + x_2; y_1 + y_2)$.

(iv): $\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = (x_1 - x_2; y_1 - y_2)$.

(v): $k\vec{v}_1(x_1; y_1) = (kx_1; ky_1)$, $k \in \mathbb{R}$.

(vi): $\alpha\vec{v}_1 + \beta\vec{v}_2 = (\alpha x_1 + \beta x_2; \alpha y_1 + \beta y_2)$.

3. KHOẢNG CÁCH

Khoảng cách d giữa hai điểm M1(x_1; y_1) và M1(x_2; y_2) là độ dài của vectơ $\overrightarrow{M_1M_2}$, được cho bởi: d = $|\overrightarrow{M_1M_2}|$ = $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$.

4. CHIA MỘT ĐOẠN THẲNG THEO MỘT TỈ SỐ CHO TRƯỚC

Điểm M(x; y) chia đoạn thẳng M_1M_2 theo một tỉ số k (tức là $\overrightarrow{MM_1}$ = k$\overrightarrow{MM_2}$) được xác định bởi các công thức:

$$\begin{cases} x = \frac{x_1-kx_2}{1-k} \\ y = \frac{y_1-ky_2}{1-k} \end{cases}.$$

Đặc biệt nếu k = -1, thì M là trung điểm của đoạn thẳng M_1M_2 , khi đó toạ độ của M được xác định bởi:

$$\begin{cases} x = \frac{x_1+x_2}{2} \\ y = \frac{y_1+y_2}{2} \end{cases}.$$

5. BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

Ba điểm A(x_1; y_1) , B(x_2; y_2) và C(x_3; y_3) thẳng hàng khi và chỉ khi:

$\overrightarrow{AC}//\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{x_3-x_1}{x_2-x_1}$ = $\frac{y_3-y_1}{y_2-y_1}$.