光的特性

几何光学

干涉、衍射和偏振

光的量子性

几何光学

几何光学三定律

费马原理

成像系统的等光程原理

- 20:36:30

几何光学的基本实验定律

Dutch mathematician and physicist
Willebrord Snell, 1580-1646

- 光是电磁波。

- 在波面线度远较波长为大时
  研究光的反射、折射、成象等问题：
  可以不用波长、位相等波动概念，
  而代之以光线和波面等概念，
  并用几何的方法来研究，
  将更为方便。

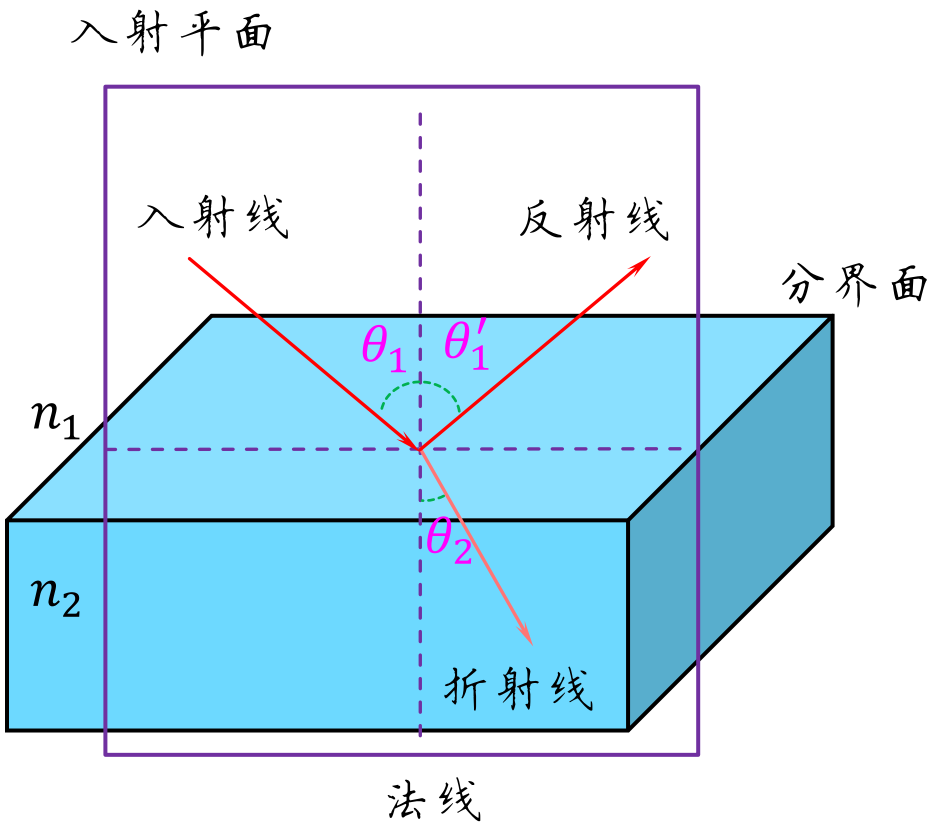
① 光在均匀介质中的直线传播定律。

② 光的独立传播定律和光路可逆定律。

③ 光通过两种介质分界面时的反射和折射定律。

- 20:36:30

反射(reflection)和折射(refraction)



反射定律

$$\theta_1 = \theta_1'$$

折射定律

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

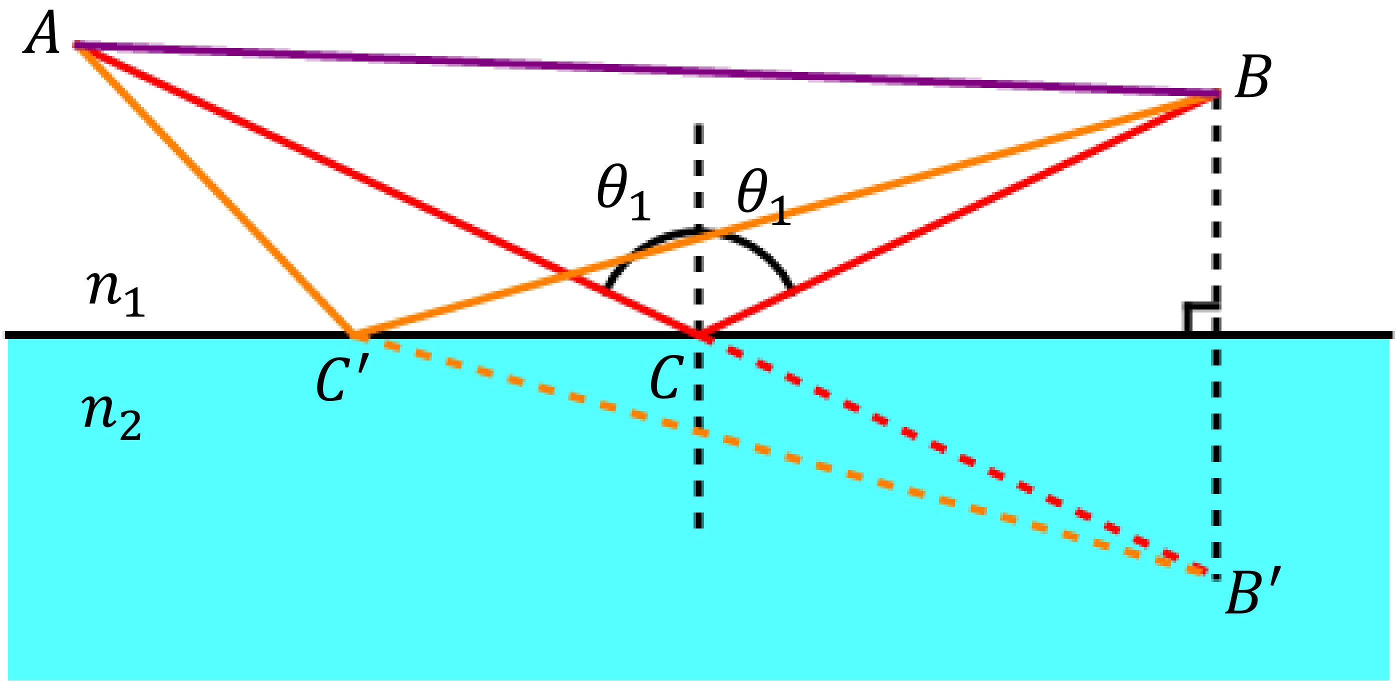
$$n_1 = \frac{c}{v_1}, \qquad n_2 = \frac{c}{v_2}$$

Snell定律

- 20:36:31

费马原理（一）

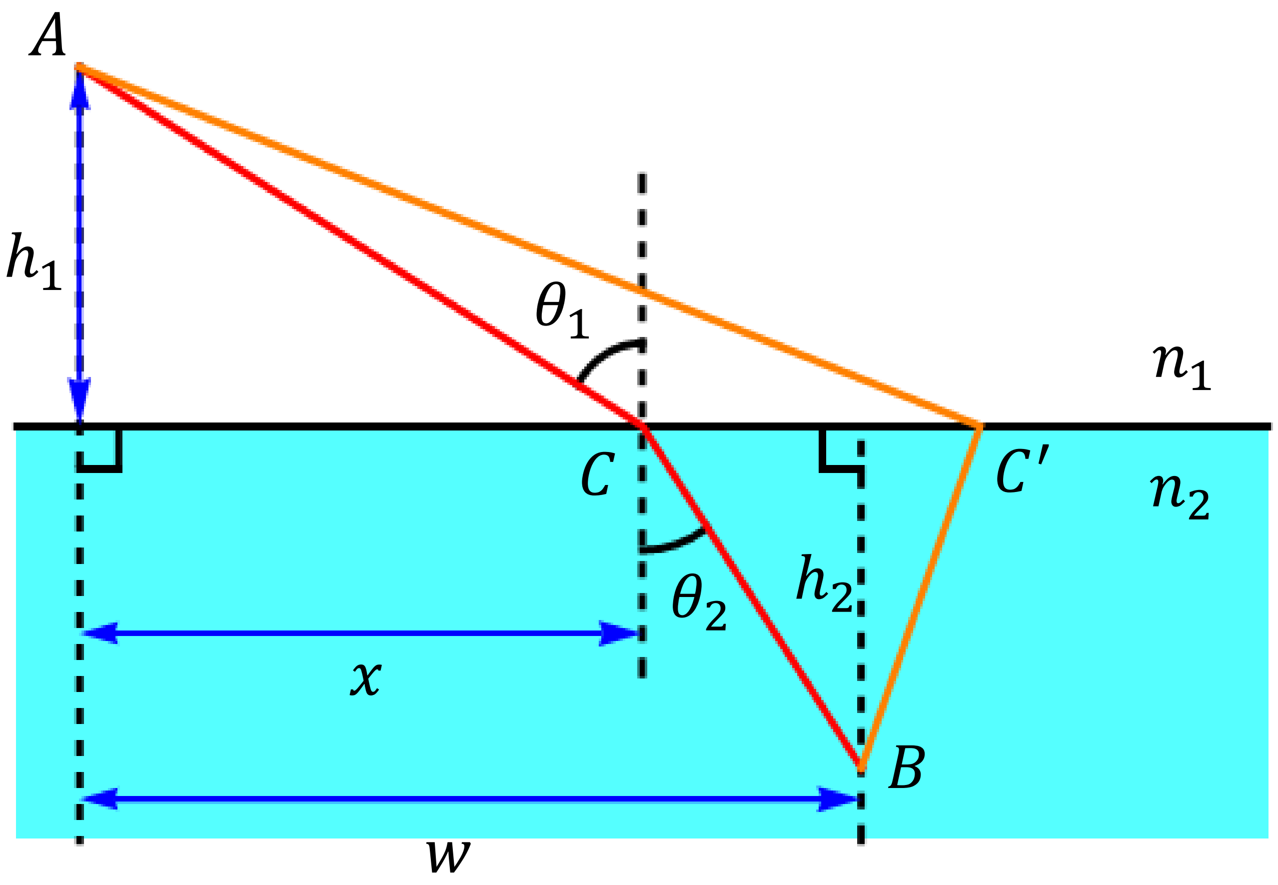
- 直线传播：费时最少
- 反射定律：费时是极小值



• 20:36:31

费马原理（二）

- 折射：费时是极小值



- 从A点到B点所需时间是

$$t = \frac{AC}{v_1} + \frac{CB}{v_2}$$

$$= \frac{1}{v_1}\sqrt{h_1^2 + x^2} + \frac{1}{v_2}\sqrt{h_2^2 + (w-x)^2}$$

- 取微商

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_1\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{w-x}{v_2\sqrt{h_2^2 + (w-x)^2}}$$

$$\frac{dt}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{v_2}$$

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

费马原理（三）

- 光线从空间一点传播到另一点，是沿所需时间为驻值的路径传播的

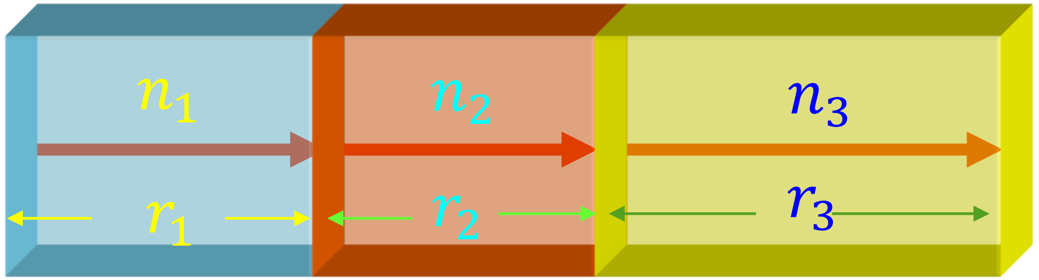
$$\delta t = 0$$

- 光线从空间一点传播到另一点，是沿光程为驻值的路径传播的

$$\delta l = 0$$

$$c\delta t = c\delta \int_A^B \frac{ds}{v} = \delta \int_A^B \frac{c\,ds}{v} = \delta \int_A^B n\,ds$$

定义光程$l \overset{\text{def}}{=} \int_A^B n\,ds$



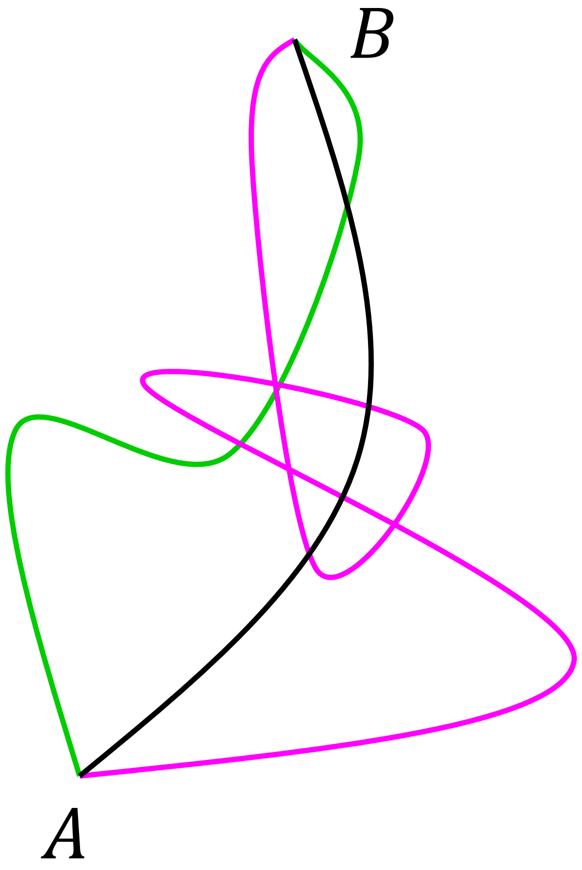
$$l = n_1 r_1 + n_2 r_2 + n_3 r_3$$

法国数学家费马

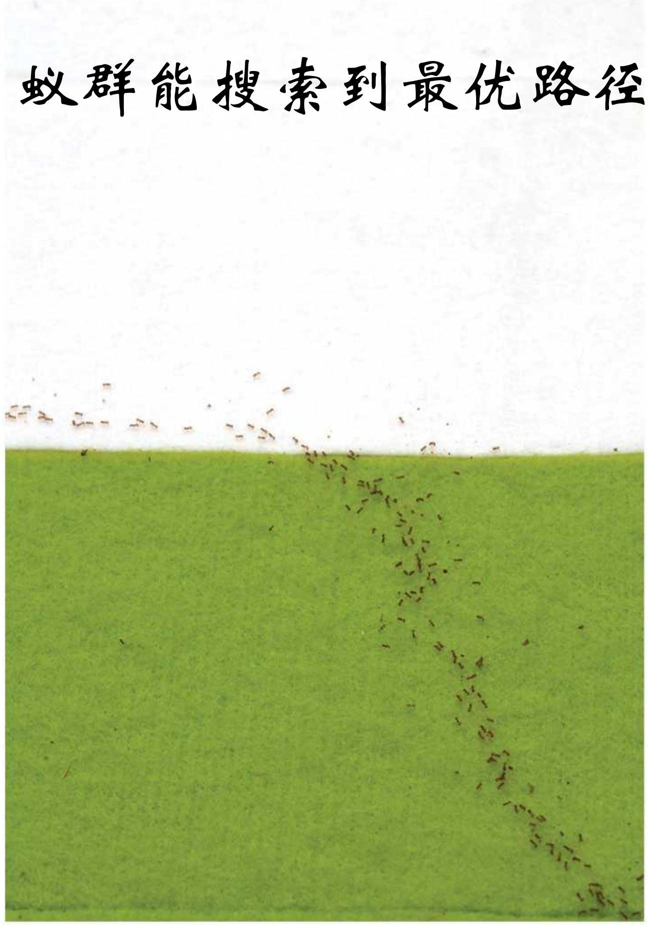
Pierrede Fermat，1601～1665

- 原修法律，后来却在数学领域作出了重大的贡献
- 与笛卡尔(Descartes，Rene1596～1650)分别独立地建立解析几何学，笛卡尔的二维形式解析几何先于费马的三维解析几何取得了优先权。
- 最早提出微积分的概念，并发现微积分的一些重要特性；牛顿从中得到启发，发明微积分。
- 与帕斯卡(Pascal，Blaise 1623～1662)合作研究了大量偶然事件的规律，奠定了概率论的基础。
- 研究了整数的性质，第一个把希腊数学家丢番图（Diophantus 210～290）所得到的结果向前推进，成为数论研究的奠基者。
- 费马原理→ 变分法的先驱

费马原理应用于非均匀介质*



- 折射率 $n = n(x, y, z)$
- 光线经过的路径
  $x = x(\lambda), y = y(\lambda), z = z(\lambda)$
- 光程为
  $$l[x, y, z] = \int_A^B n ds$$
  $$= \int_A^B n(x, y, z)\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} d\lambda$$
- 由变分法可得程函方程
  $$\frac{\partial n}{\partial x} - \frac{d}{ds}(nx') = 0, \qquad \frac{\partial n}{\partial y} - \frac{d}{ds}(ny') = 0$$
  $$\frac{\partial n}{\partial z} - \frac{d}{ds}(nz') = 0$$



泛函的变分和极值

* **变分**的定义：$\delta\Phi \overset{\text{def}}{=} \Phi[f+\delta f]-\Phi[f]$
* 变分的运算规则
* 变分可以与微分、积分交换次序
* 积分型泛函

$$\Phi[f]=\int_a^b F(x,f,f')dx$$

的极值曲线满足Euler-Lagrange方程

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial f}-\frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial f'}=0}$$

* 经典力学的哈密顿原理

$$S=\int_{t_1}^{t_2} Ldt\,, L=T-V, \delta S=0$$

* 光学与力学的相似性

几何光学 ↔ 经典力学
波动光学 ↔ 量子力学

◆ 例：

在黑洞视界的上方，表观光速近似为

$$v(x,y)=\alpha y$$

其中x–轴为视界的切向，y–轴为视界面的法向。利用费马原理求光线的轨迹。

解：记光线轨迹为$y=y(x)$, 光程为

$$nds=\frac{c}{\alpha y}\sqrt{1+y'^2}dx$$

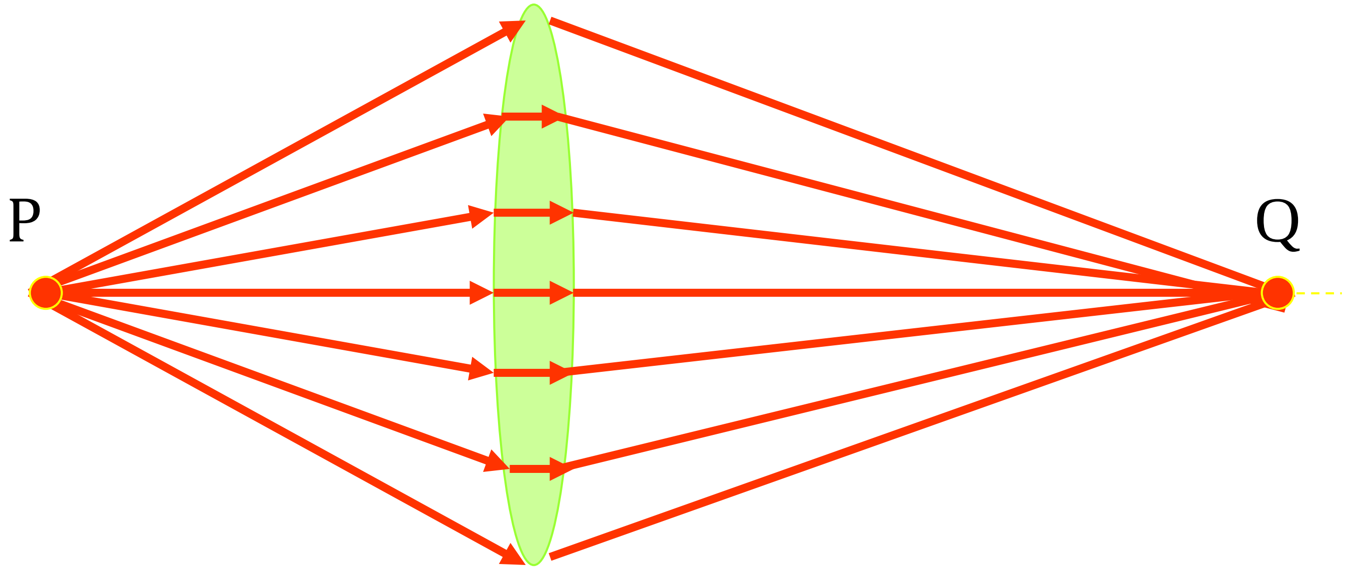
光线方程是

$$-\frac{1}{y^2}\sqrt{1+y'^2}-\frac{d}{dx}\frac{1}{y}\frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}=0$$

解为圆弧。

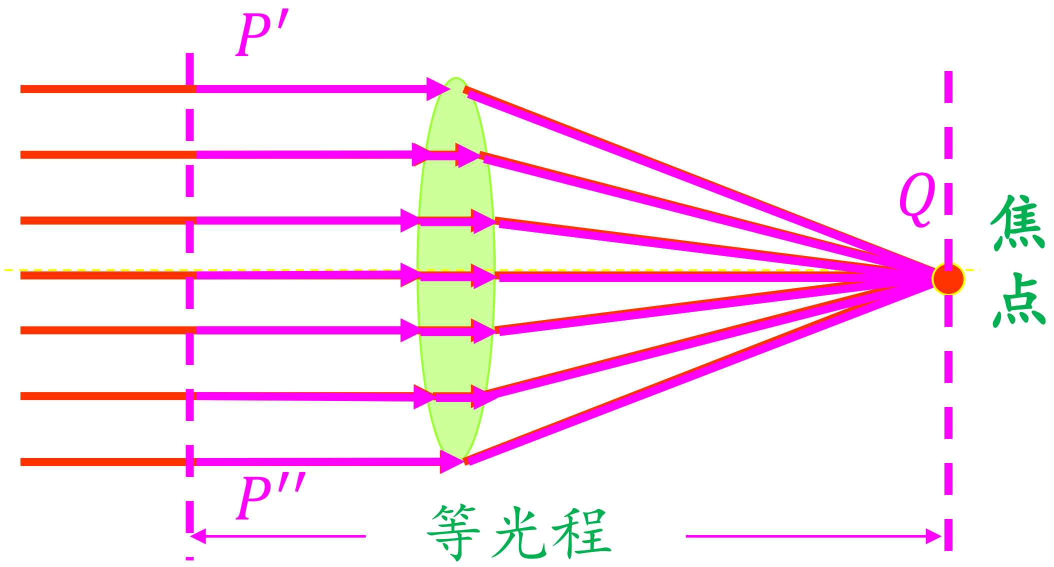
物象之间等光程（一）

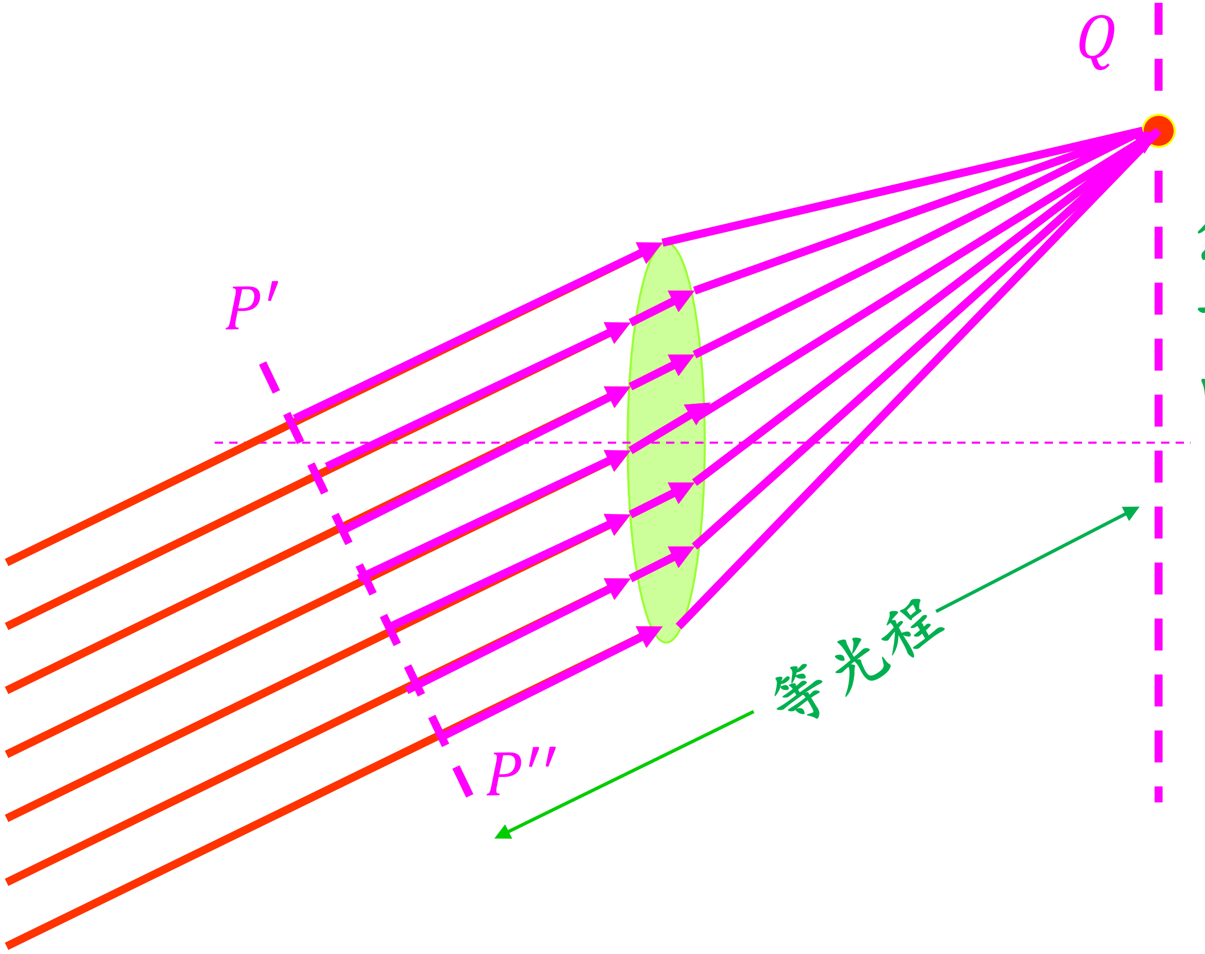
- 一点光源P发出的光经透镜（组）汇聚于Q点
- 每条光线都遵循费马原理，光程取驻值
- 驻值有可能是:极大值、极小值和常数
- 把成像光线1在物点P点处的方向微微变动，那么变动后的光线2仍会到达像点Q。
  假如光线1的光程是极值，那么相邻的光线2的光程就不可能取驻值。
  因此物象之间的光线，其光程必须取常数。
- 物点到像点各条光线的光程一定相等



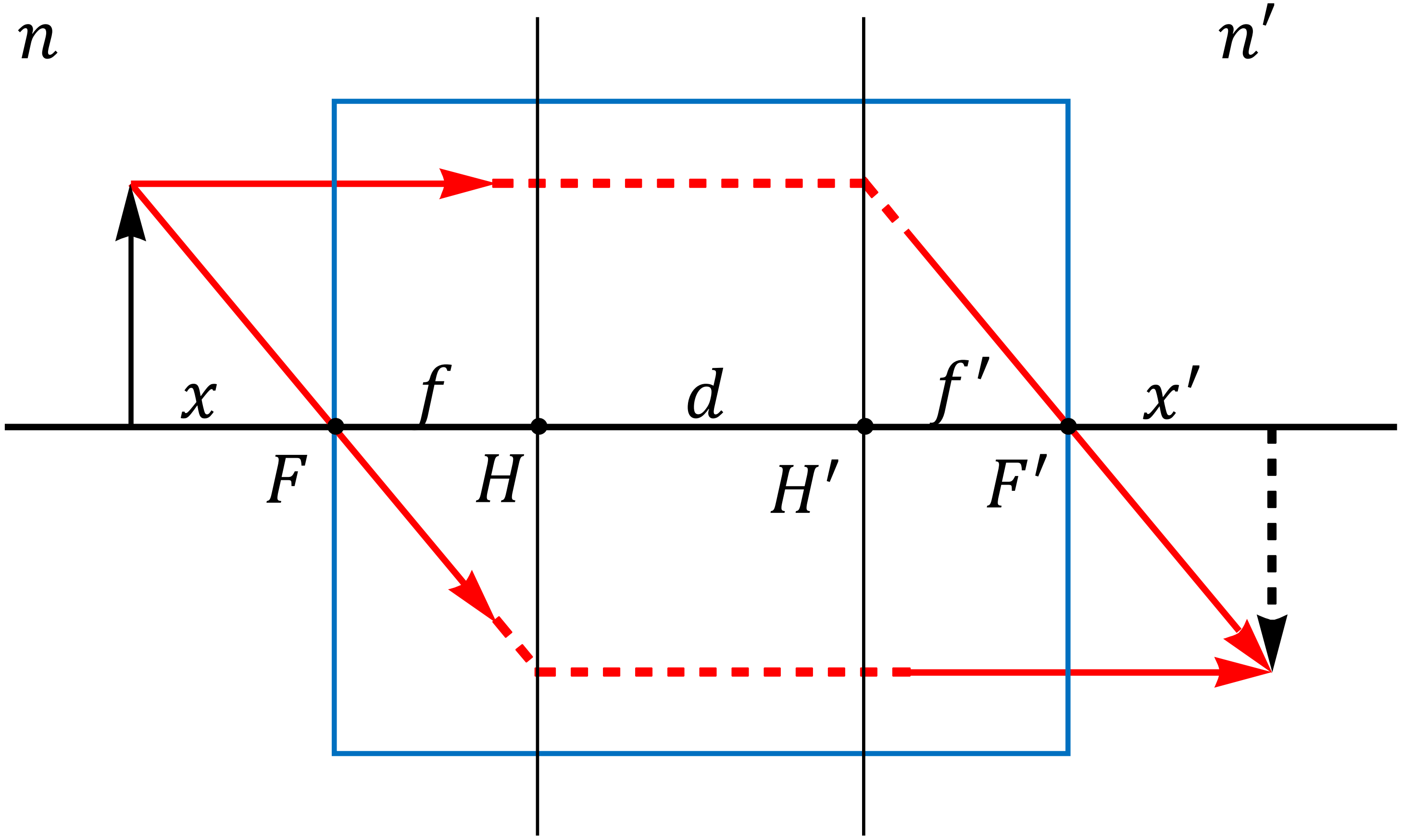
物象之间等光程（二）

当P点移至无限远





物象之间等光程（三）



任何一个复杂的成像装置，物象之间等光程