

光的干涉

相干条件

双缝干涉

薄膜干涉

干涉现象

◆ 多束光波叠加后形成的，稳定、不均匀光强分布（明暗或色彩）



两列单色球面波的叠加

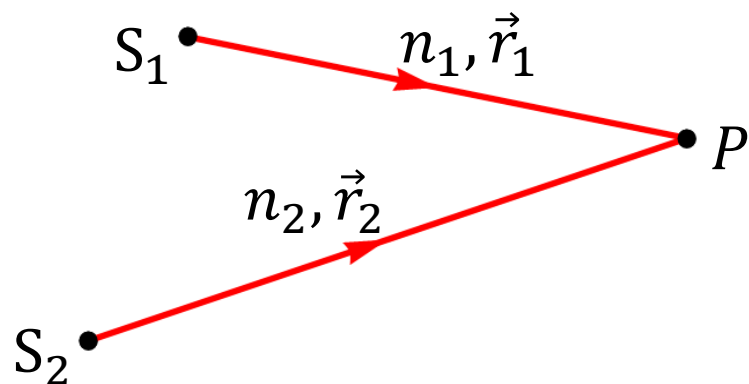
◆ 两列单色球面波

$$E_1 = E_{10}(\vec{r}) \cos(\omega_1 t + \phi_1(\vec{r}))$$

$$E_2 = E_{20}(\vec{r}) \cos(\omega_2 t + \phi_2(\vec{r}))$$

$$\phi_1(\vec{r}) = \varphi_{10} - \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1$$

$$\phi_2(\vec{r}) = \varphi_{20} - \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2$$



◆ 振幅叠加

$$E = E_1 + E_2$$

◆ 强度

$$E^2 = E_{10}^2 \cos^2(\omega_1 t + \phi_1) + E_{20}^2 \cos^2(\omega_2 t + \phi_2) + E_{10} E_{20} \{ \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \phi_1 + \phi_2] + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \phi_1 - \phi_2] \}$$

◆ 光强

$$I = 2\langle E^2 \rangle$$

① $\omega_1 \neq \omega_2$ 时, 交叉项积分一个周期为零,

$$I = E_{10}^2 + E_{20}^2 = I_1 + I_2$$

② $\omega_1 = \omega_2$ 时, 交叉项第二项积分不为零,

$$I = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos \delta$$
$$\delta \stackrel{\text{def}}{=} \phi_1 - \phi_2$$

相干条件

◆ 产生干涉的必要条件是

1. 存在互相平行的电场分量；
2. 频率相同；
3. 相位差稳定。

◆ 激光：有良好的相干性



◆ 普通光源：

不同的原子，或同一原子不同次发光时，波列的振向、初相位随机变化，

$$\langle \cos \delta \rangle = 0$$



用普通光源实现相干叠加的方法：

- (1) 分波前法（双缝干涉）；
- (2) 分振幅法（薄膜干涉）。

干涉条纹 (一)

- ◆ 两列同频、同振向的相干光波叠加后，总光强为

$$I = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos \delta$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

- ◆ 亮条纹

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

- ◆ 暗条纹

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

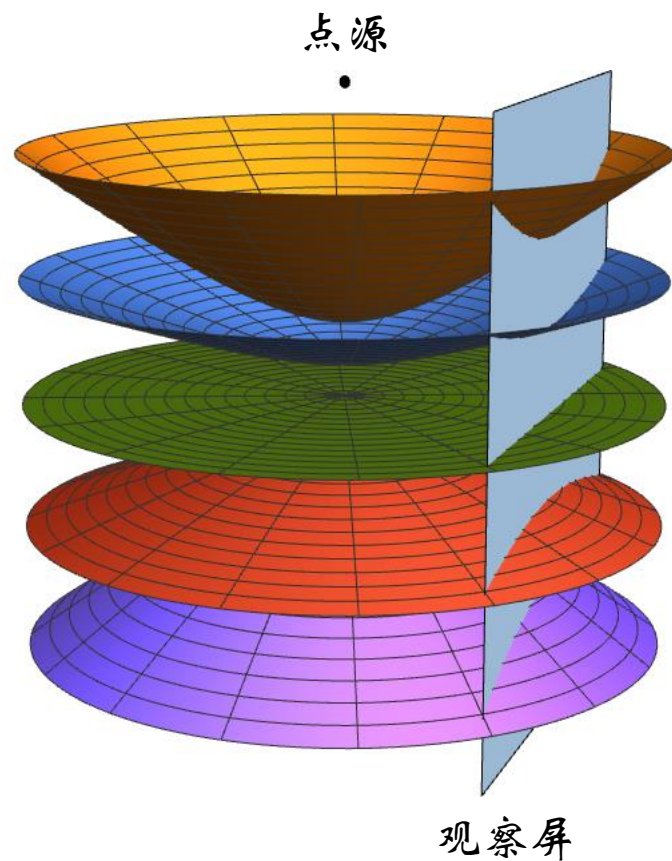
- ◆ 反衬度

$$\gamma \stackrel{\text{def}}{=} \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}, \quad \gamma \in [0,1]$$

- ◆ 双光束干涉条纹

$$I = I_0(1 + \gamma \cos \delta)$$

干涉条纹 (二)



均匀介质中两个单色点光源的干涉极大:
 $r_2 - r_1 = m\lambda$

$$\begin{aligned}\delta &= \phi_1 - \phi_2 \\ &= \left(\phi_{10} - \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 \right) - \left(\phi_{20} - \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 \right)\end{aligned}$$

相位判据

- ◆ 干涉极大 (亮度极大值)
 $\delta(p) = 2m\pi, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$
- ◆ 干涉极小 (亮度极小值)
 $\delta(p) = (2m + 1)\pi, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$

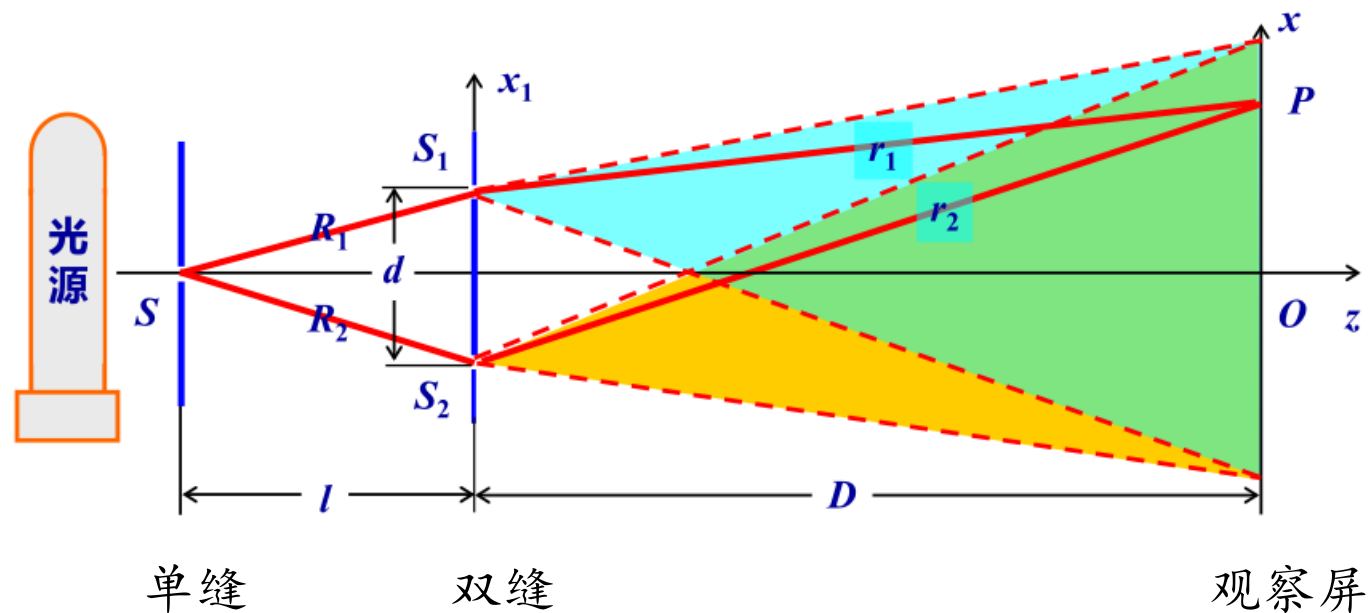


光程差判据

- ◆ 干涉极大 (设初相位相等)
 $\Delta L(p) = m\lambda_0$
- ◆ 干涉极小

$$\Delta L(p) = (m + 1/2)\lambda_0$$

杨氏双缝干涉装置



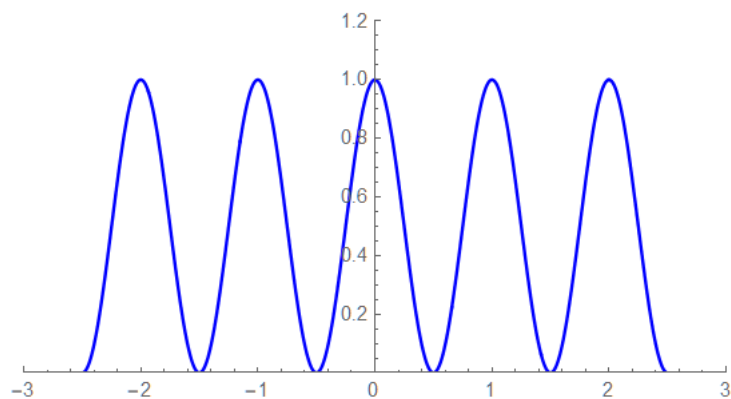
$$\sqrt{D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} \approx D \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2D^2} \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \right\}$$
$$\sqrt{D^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \approx D \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2D^2} \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \right\}$$

$$\text{光程差: } \Delta L = L_2 - L_1 = \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \approx \frac{d}{D}x$$

双缝干涉条纹

◆ 光强分布

$$I(x) = I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi \Delta L}{\lambda} \right)$$
$$= 2I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda D} x \right)$$



◆ 第 m 级干涉极大

$$\Delta L = \frac{d}{D} x = m\lambda \Rightarrow x = m \frac{D\lambda}{d}$$

◆ 第 m 级干涉极小

$$\Delta L = \frac{d}{D} x = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \Rightarrow x = \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{D\lambda}{d}$$



最大相干光程差

◆ 白光入射

每种波长都会形成一套干涉条纹；
不同颜色条纹非相干叠加。



◆ 如果仅仅是光源单色性不太好：考虑波长在 $[\lambda, \lambda + \Delta\lambda]$ 之间的复色光入射

◆ 设最短波长 λ 的 $m + 1$ 级极大，刚好与最长波长 $\lambda + \Delta\lambda$ 的第 m 级极大重合

$$(m + 1) \frac{D}{d} \lambda = \Delta L(p) = m \frac{D}{d} (\lambda + \Delta\lambda)$$
$$\Rightarrow m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

◆ 最大相干光程差

$$\Delta L_M = m(\lambda + \Delta\lambda) \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

①适用于任何双光束干涉装置。

②光源的单色性越好，则最大相干光程差越大

扩展光源的临界宽度

- 移动双缝实验中的单缝光源，使之偏离光轴 Δs

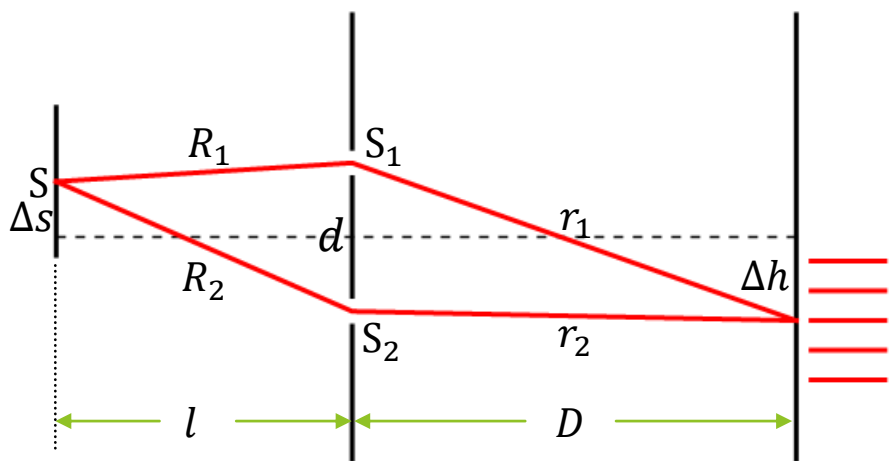
- 零级亮条纹的位置将偏移 Δh

$$r_1 - r_2 = \frac{d}{D} \Delta h$$

$$R_1 - R_2 = \frac{d}{l} \Delta s$$

$$\frac{d}{l} \Delta s + \frac{d}{D} \Delta h = 0$$

$$\frac{\Delta s}{l} = -\frac{\Delta h}{D}$$



- 当光源宽度 b 达到 **临界宽度** b_c 时，光源边缘处发光点形成的条纹，刚好与光源中心点形成的条纹明暗互补，非相干叠加后条纹消失

- 边缘发光点的零级极大位置在

$$\Delta h = -\frac{b_c/2}{l} D$$

- 中心发光点的-1级暗纹在

$$\frac{d}{D} x = -\frac{1}{2} \lambda$$

$$x = -\frac{D\lambda}{2d}$$

- 两者重合

$$x = \Delta h$$

$$-\frac{D\lambda}{2d} = -\frac{b_c/2}{l} D$$

$$b_c = \frac{l}{d} \lambda$$

- 干涉实验中可以使用扩展光源，但不能超过临界宽度

$$b < b_c$$

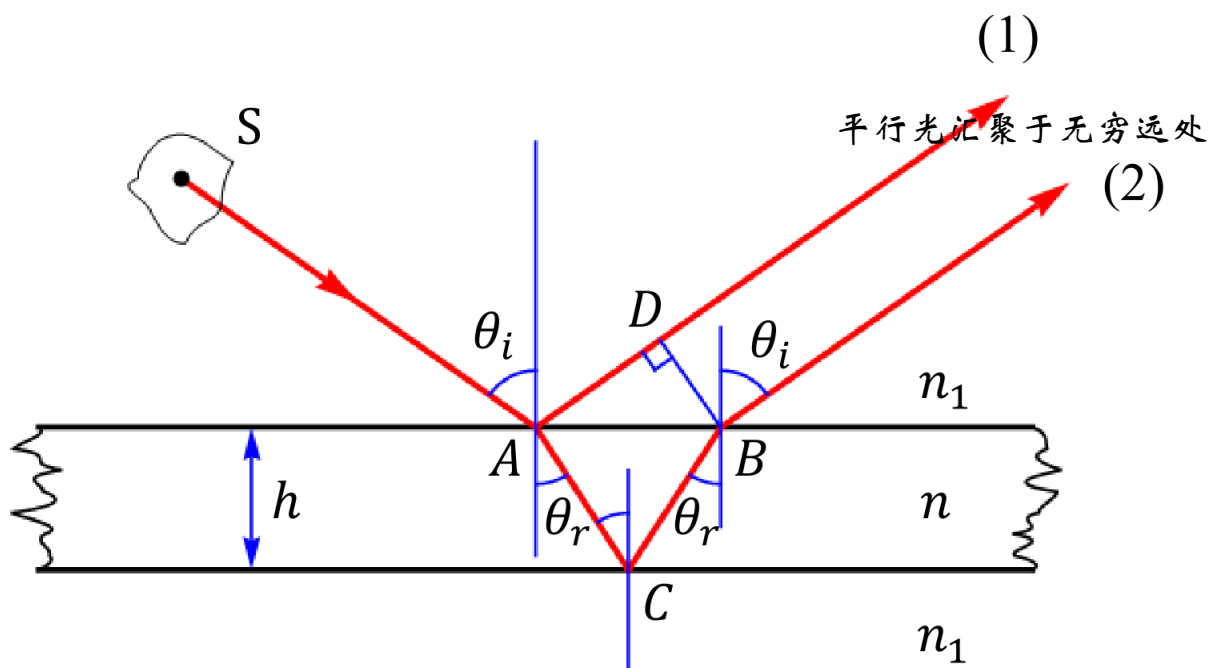
薄膜干涉装置

$$\Delta L = n(|AC| + |CB|) - n_1|AD| + \frac{\lambda}{2}$$

$$|AC| \approx |BC| \approx \frac{h}{\cos \theta_r}$$

$$|AD| \approx |AB| \sin \theta_i \approx 2h \tan \theta_r \sin \theta_i$$

$$n \sin \theta_r = n_1 \sin \theta_i$$



$$\Delta L = 2nh \cos \theta_r + \frac{\lambda}{2}$$

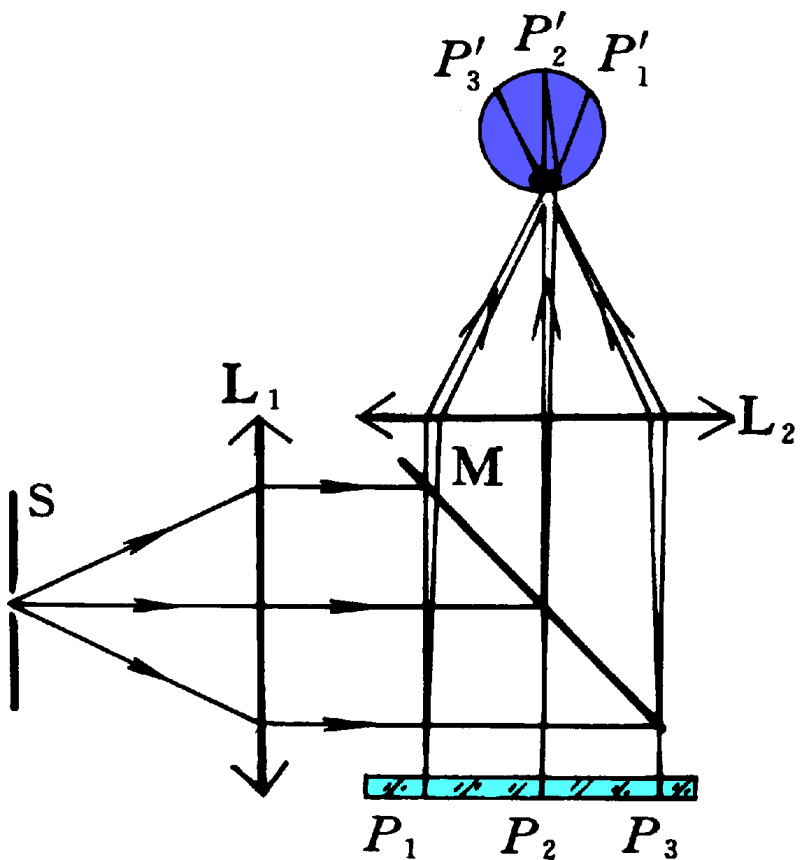
$$\Delta L = 2h \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i} + \frac{\lambda}{2}$$

光程差只取决于入射角 θ_i 和厚度 h

等厚干涉

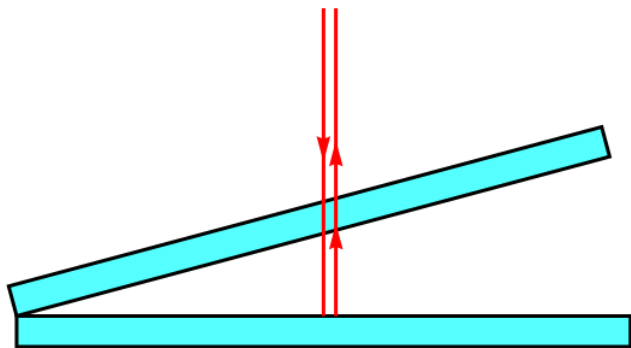
使用平行光垂直入射薄膜

$$\Delta L = 2nd + \lambda/2$$

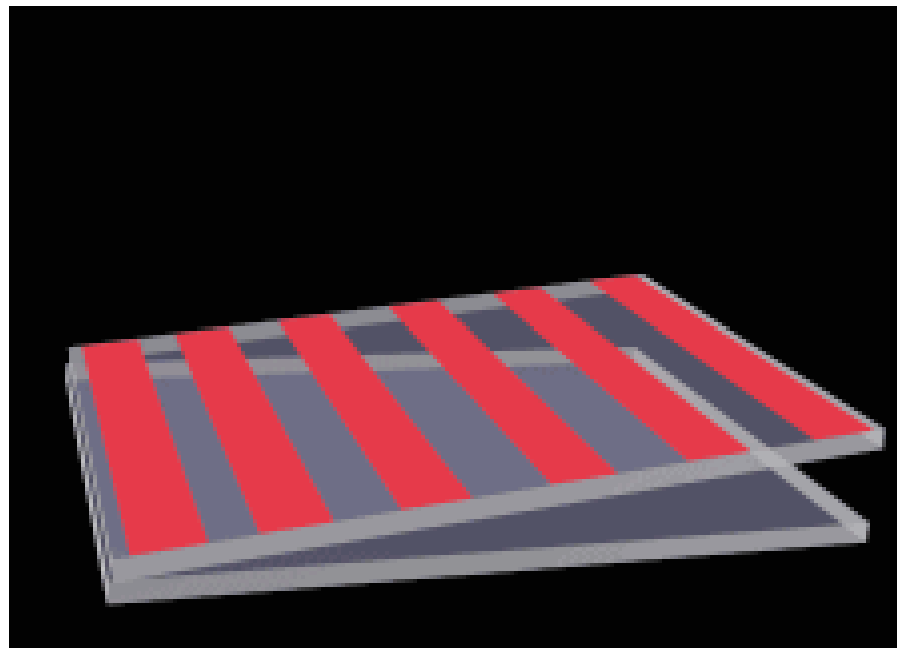


- ◆ 光源S在透镜 L_1 的焦面上， L_1 使入射光处处与薄膜垂直，透镜 L_2 使薄膜表面上各点“成象”在眼睛的视网膜上。
- ◆ 为了定量测量，可用测距显微镜代替透镜 L_2 。
- ◆ 在要求不太高时，观察等厚条纹的装置可以简化

例：劈尖干涉



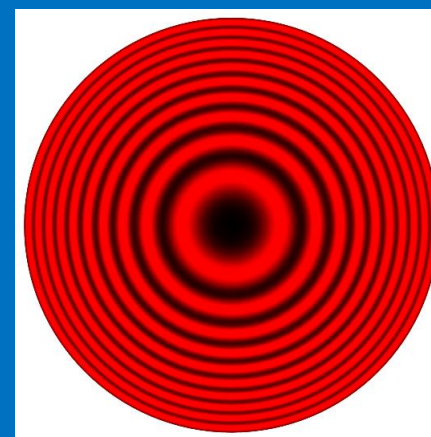
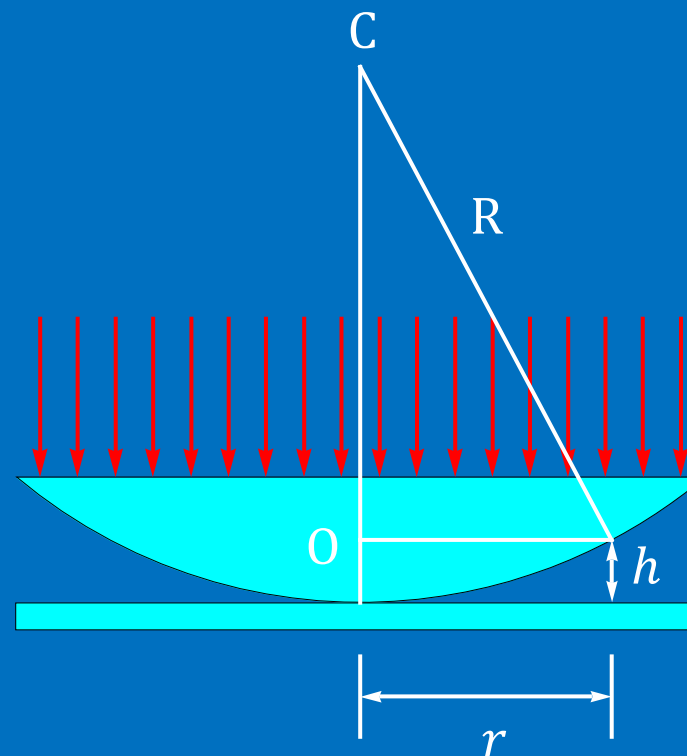
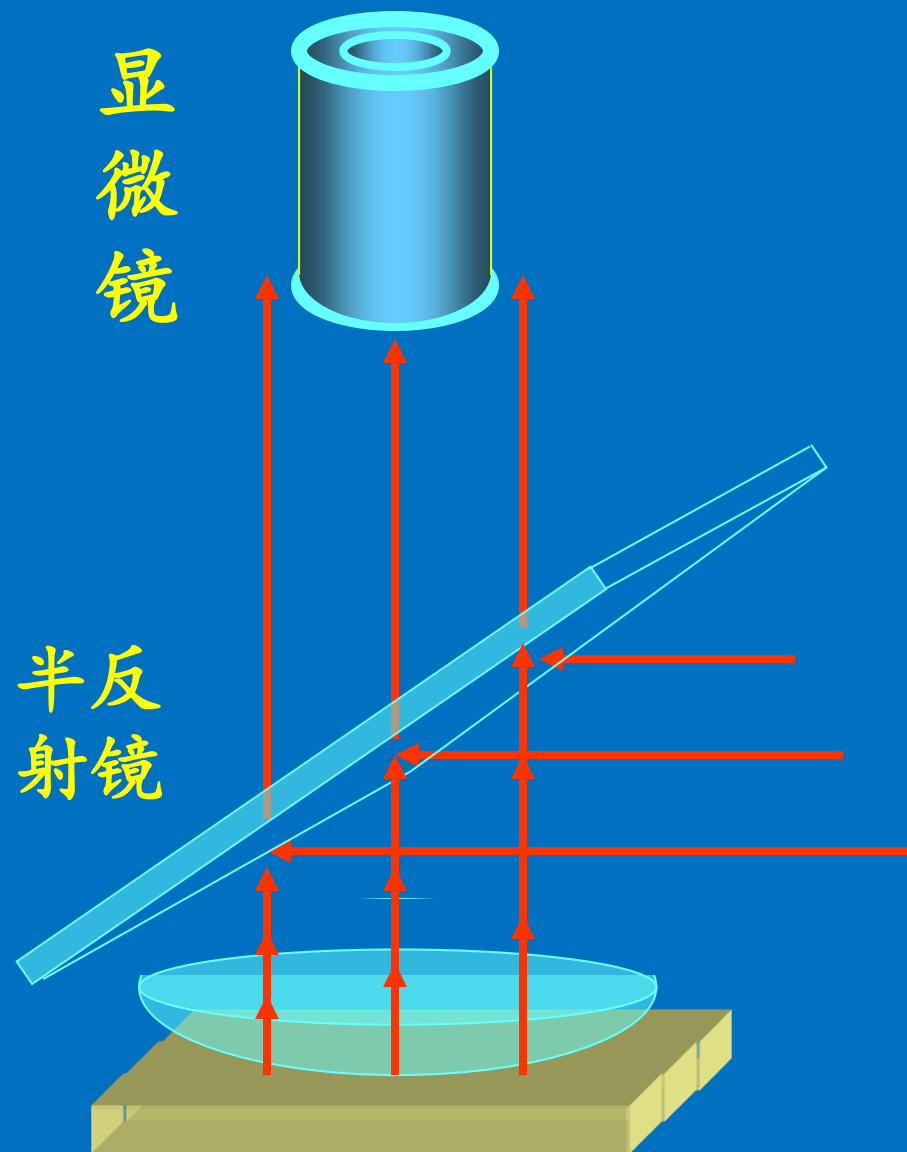
玻璃有一定的厚度，只有空气层上下表面的反射光光程差没有超过最大相干光程差



劈角增大，条纹变密

劈角减小，条纹变疏

例·牛顿环



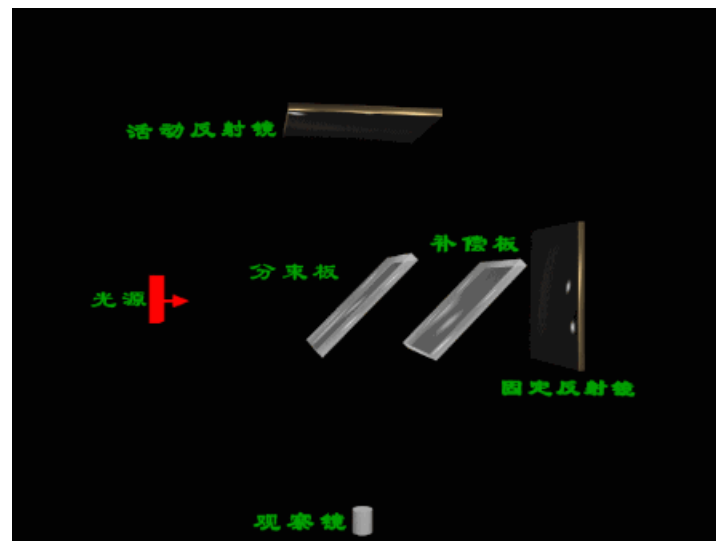
半波损失导致中间
为黑斑

边缘的空气膜斜率
大，条纹密

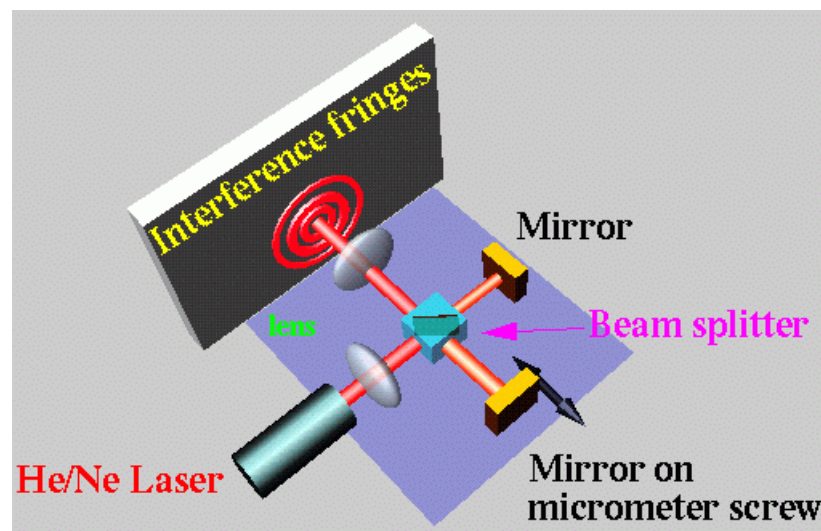
应用：迈克尔逊干涉仪*



Albert Abraham Michelson
1852.12.-1931.5.9



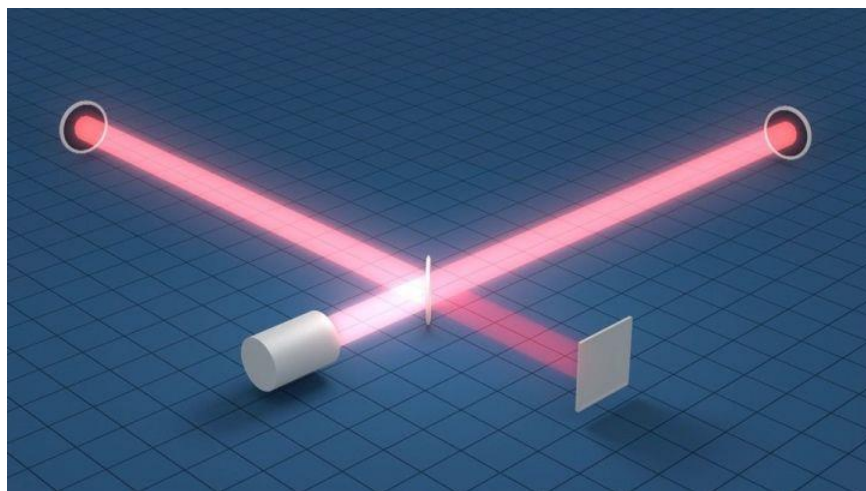
最重要的干涉装置



应用·LIGO

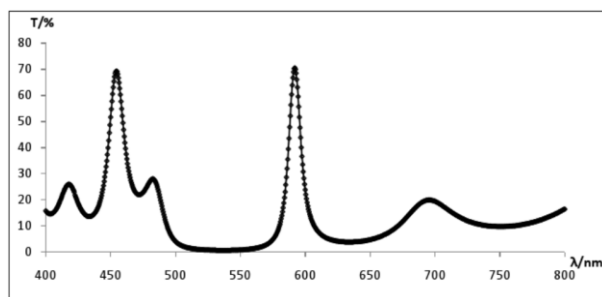


相对误差 10^{-21} , 绝对误差 10^{-19} 米





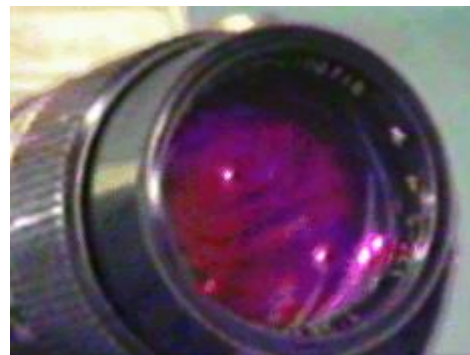
高反膜



窄带干涉滤光片

精心设计和制备的多层膜（可达上百层），能做到只让较窄波长范围的光通过，可以用来从白光中获得特定波长范围的光。

激光雷达，激光通信



增透膜