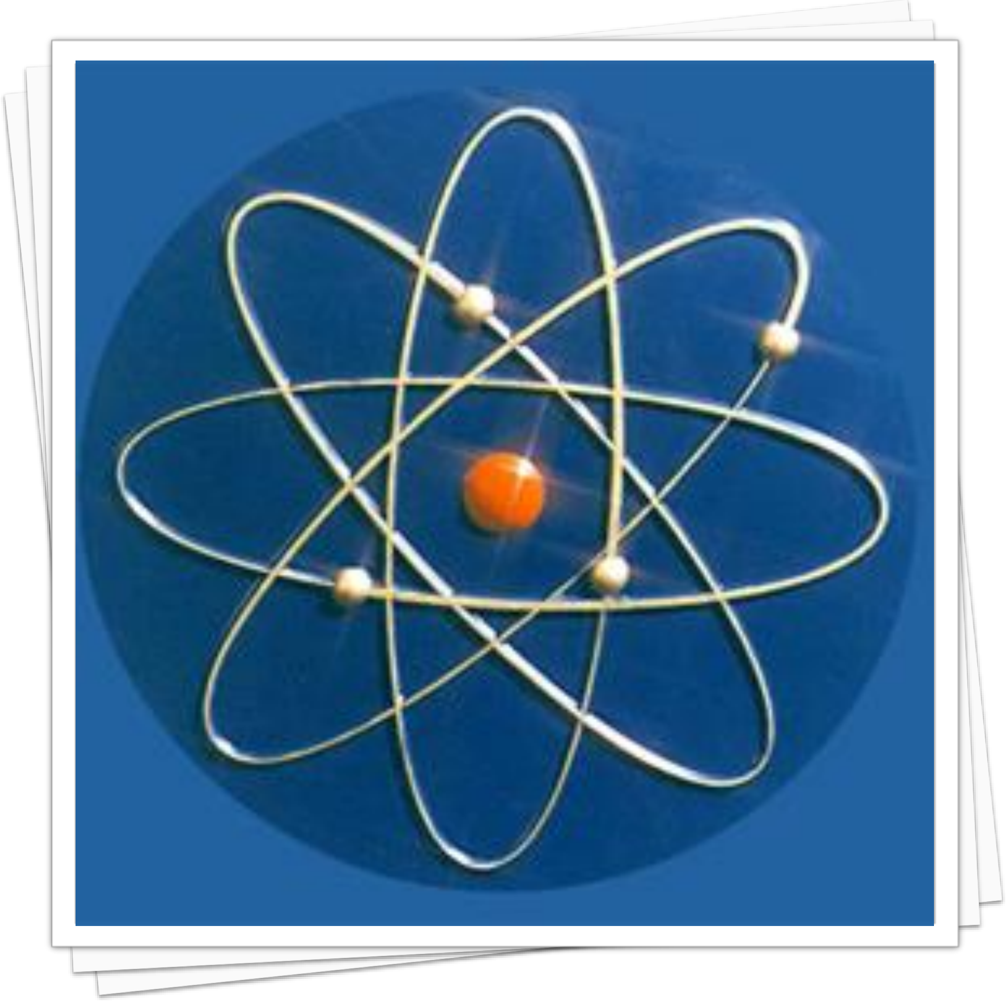


玻尔原子模型

卢瑟福模型

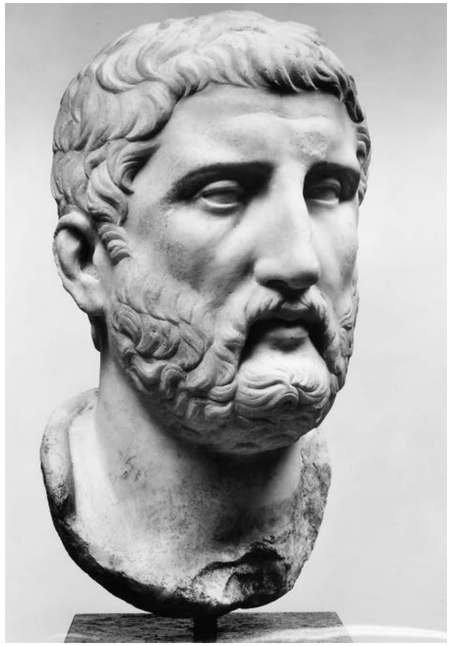
原子光谱

氢原子的玻尔模型

弗兰克-赫兹实验

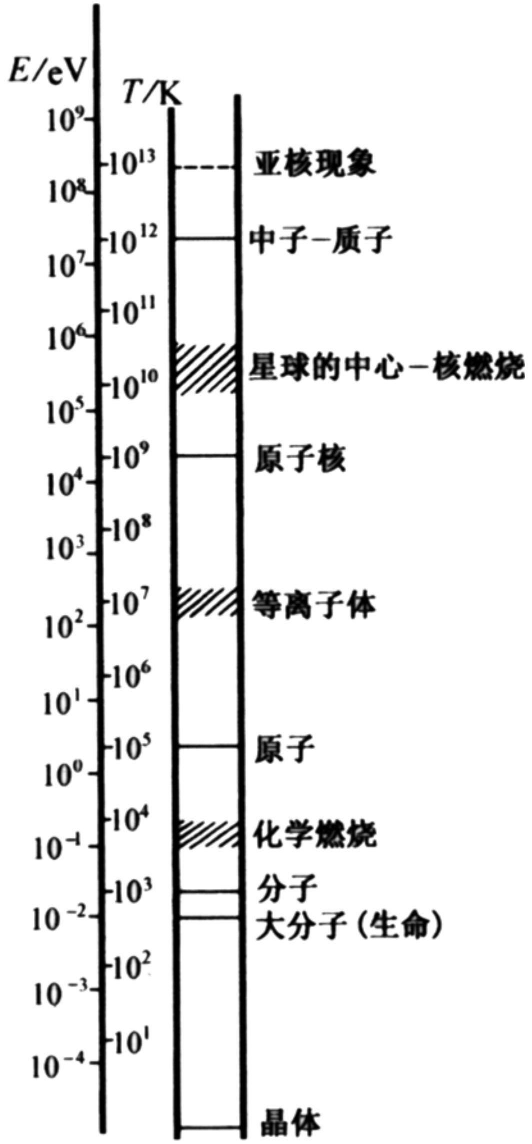
• 16:34:20

原子论的确立

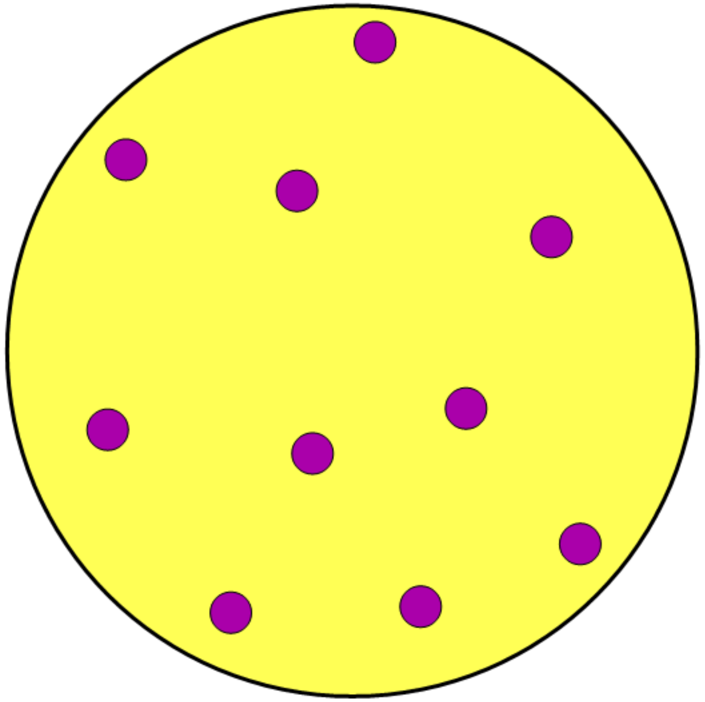


“atom”来自公元前4世纪古希腊物理学家Democritus

- 1806年，法国J. L. Proust，化合物分子的定组成定律
- 1807年，英国J. Dalton发现倍比定律，并提出原子论
- 1808年，法国J. L. Gay-Lussac，元素气体在相等体积下的重量应该正比于原子量
- 1811年，意大利A. Avogadro，阿伏加德罗定律
- 1826年，英国R. Brown布朗运动
- 1833年，英国M. Faraday电解定律
- 1869年，俄国门捷列夫元素周期表



原子结构的汤姆逊模型



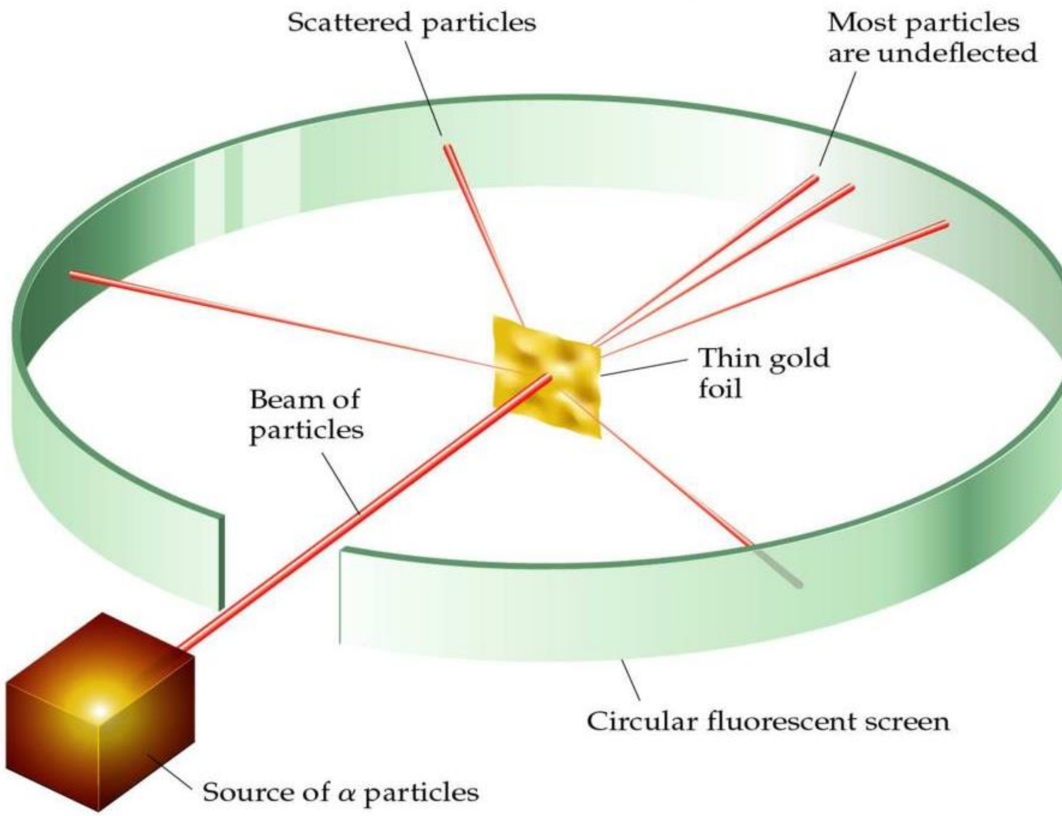
- 1894年，J. Stoney命名阴极射线的粒子为电子electron
- 1897年，英国J. Thomson测量电子荷质比
- 1899年，J. Thomson利用T. Wilson发明的云室测量电子电荷
- 电中性的原子中有电子，必有正电荷物质
- 汤姆逊提出原子模型：

正电荷均匀分布在一个半径~10^{-10}米的球内，电子镶嵌其中

Sir Joseph John Thomson

卢瑟福散射

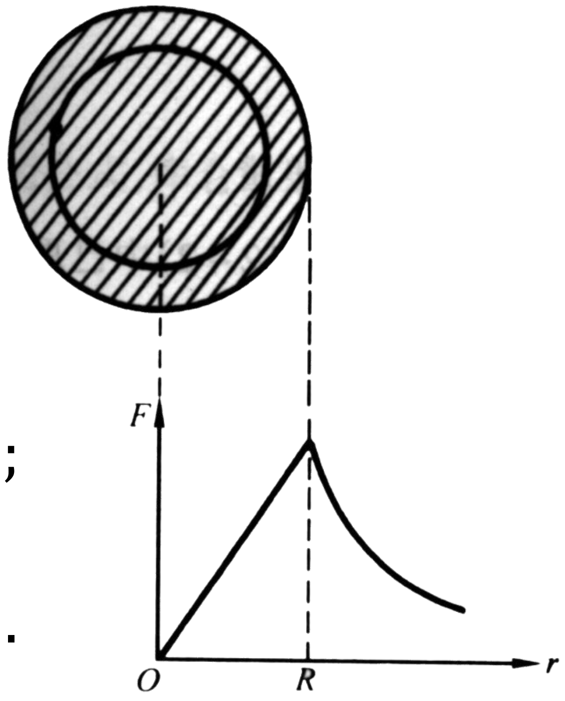
- 1896年H. Becqueral发现α射线
- E. Rutheford确认α粒子是He^{2+}
- E. Rutherford发明用荧光屏的发光次数来计数α粒子
- 用α粒子打靶，绝大多数α粒子经散射后，只有很小的偏角，偏转角<2度
- 有1/8000的α粒子散射角>90度



Thomson原子模型与实验不符

电子的质量很小，可忽略对 α 粒子散射的影响

$$F=\begin{cases}\dfrac{2e\cdot Ze\cdot r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}, & \text{if } r\le R;\\[2ex] \dfrac{2e\cdot Ze}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, & \text{if } r>R.\end{cases}$$



卢瑟福估算：
用5MeV的α粒子入射到厚1μm的铝箔，
$\theta>6°$的几率$<2\times10^{-8}$,
$\theta>90°$的几率$<10^{-2000}$

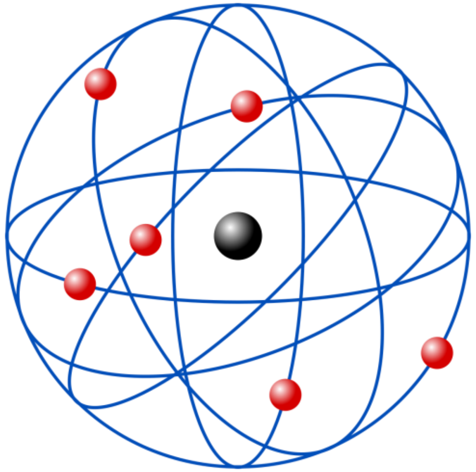
300亿年=10^{18}秒，
即使每秒1mol次轰击，也不可能观察到大角度散射

计算步骤略，可参考杨福家的《原子物理学》

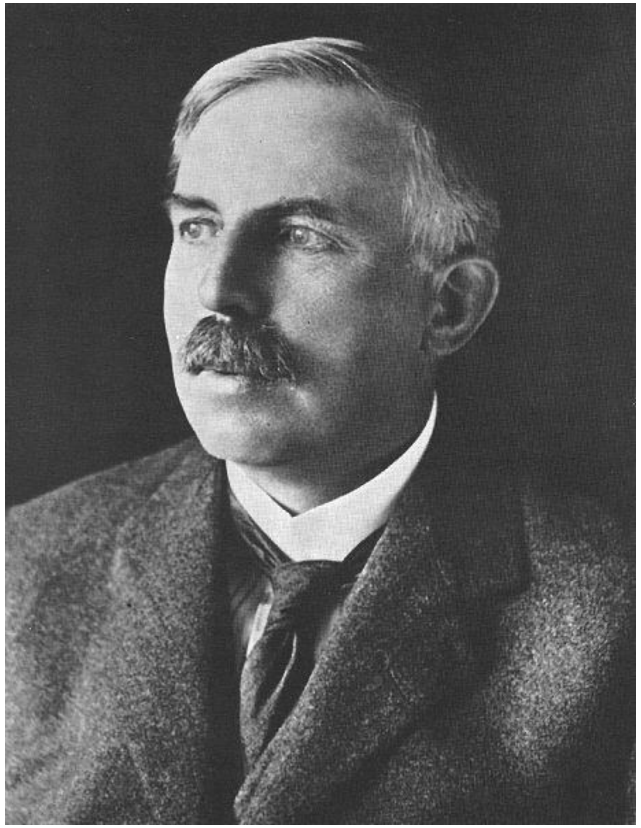
Rutherford核式模型

1911年卢瑟福模型（原子行星模型）：

原子中的正电荷集中在原子中心很小的区域（原子核），电子分布在区域之外



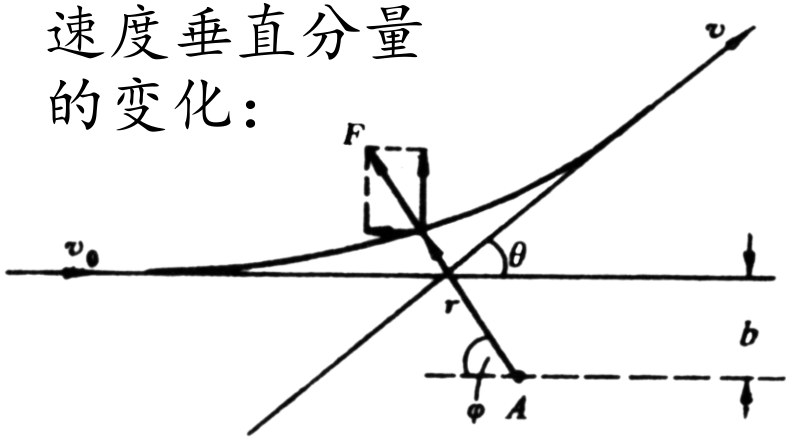
当距离很小时，核式模型中的库仑排斥力很大，使得粒子有可能发生大角度散射。



Sir Ernest Rutherford
1908年 诺贝尔化学奖

行星模型的散射公式*

速度垂直分量的变化：



$$F_\perp = F\sin\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{r^2}\sin\varphi$$

$$\Rightarrow dv_\perp = \frac{F_\perp}{m}dt = \frac{2Ze^2\sin\varphi}{4\pi\varepsilon_0 m r^2}dt$$

角动量守恒

$$mv_0 b = mr^2\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\Rightarrow dt = \frac{r^2}{v_0 b}d\varphi$$

$$dv_\perp = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 m v_0 b}\sin\varphi\, d\varphi$$

$$v_0\sin\theta - 0$$

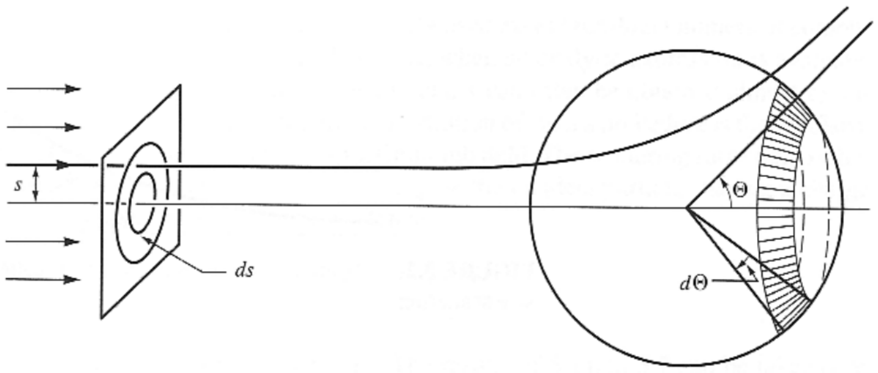
$$= \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 m v_0 b}\int_0^{\pi-\theta}\sin\varphi\, d\varphi$$

$$= \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 m v_0 b}(1+\cos\theta)$$

$$\cot\frac{\theta}{2} = \frac{2b}{D}$$

$$D \overset{\text{def}}{=} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Ze^2}{mv_0^2}$$

碰撞截面*



- 微观粒子的运动轨迹不可见
- 实验中能做到的是使用大量速度（几乎）相同的粒子构成的束流去碰撞靶标
- 能够测量被散射粒子的方向

- 在距离靶标无穷远处取一平面，该平面以入射束流方向为法向
- 粒子的初始状态，可用入射粒子轨道与平面的交点表示
- 对此平面取极坐标系(b, ϕ)，测度（面积）为

$$d\sigma = b \cdot db \cdot d\phi$$

- 取一半径无穷大的球面
- 粒子被散射后的末态，用出射粒子轨道与此球面的交点表示
- 对此球面取球坐标(Θ, Φ)，立体角是

$$d\Omega = \sin\Theta \cdot d\Theta \cdot d\Phi$$

- 微分截面定义为：初态测度与末态测度之比$d\sigma/d\Omega$
- 中心力场散射满足$\Phi = \phi$
- 中心力场散射的微分截面是

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\Theta}\frac{db}{d\Theta}}$$

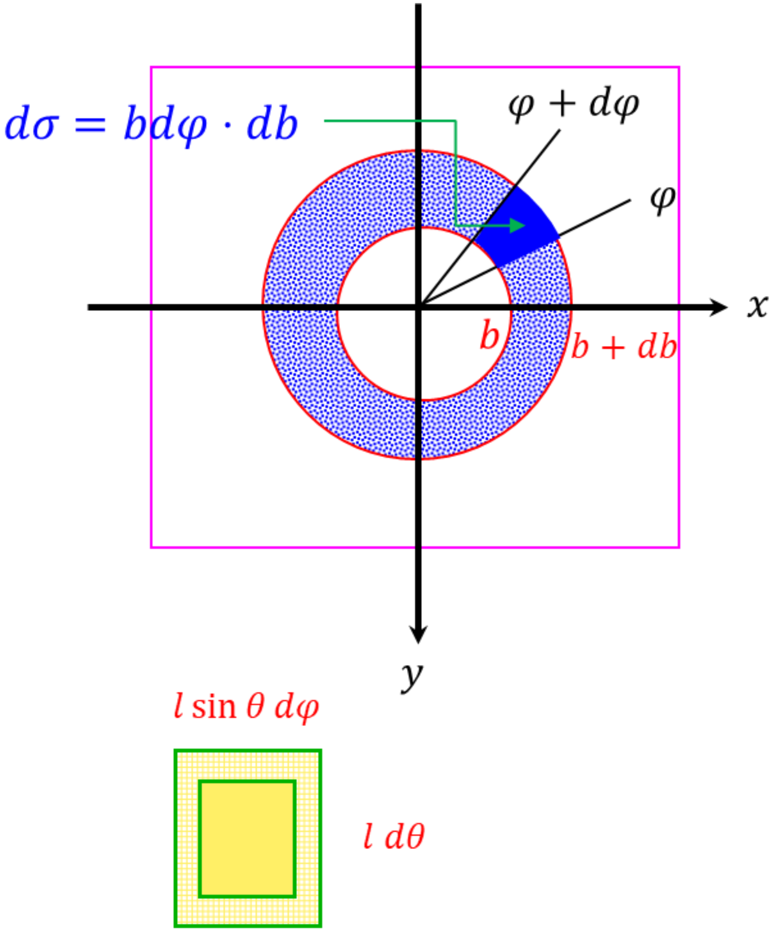
微分截面的实验值*

- 实验中**束流强度**（单位时间内在单位面积通过粒子数）为j
- 单位时间内通过$d\sigma$的粒子数为$jd\sigma$
- 这些粒子被散射后，被布置在(Θ,Φ)方向、立体角范围$\Delta\Omega$的探测器捕获
- 单位时间内捕获的粒子数目n为

$$n = j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\exp}\Delta\Omega$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\exp} = \frac{n}{j\Delta\Omega}$$

- 微分截面实验值与理论值对比，可检验理论模型是否正确



探测器张开的立体角

$$dS = l^2 d\cos\theta\, d\varphi \propto d\Omega$$

卢瑟福散射公式的特点*

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{D^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}}$$

$$D \overset{\text{def}}{=} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Ze^2}{mv_0^2}$$

① 微分截面与$\sin^4\frac{\theta}{2}$成反比

② 散射粒子数与靶厚成正比

③ 散射粒子数与入射粒子的能量平方成反比

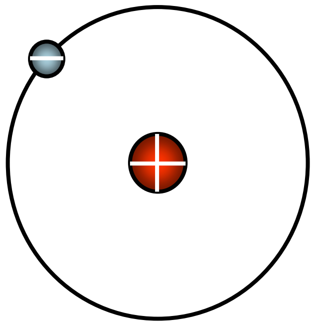
④ 与原子序数平方成正比

1913年盖格和马斯顿和1920年查德威克实验，

验证了卢瑟福散射截面公式

- 16:34:22

原子行星模型的困难



① 原子的中心是原子核，几乎占有原子的全部质量，集中了原子中全部的正电荷。

② 电子绕原子核旋转。

③ 原子核的体积比原子的体积小得多。

- 无法解释原子具有特定的大小

电子绕原子核圆周运动的半径可取任何值。

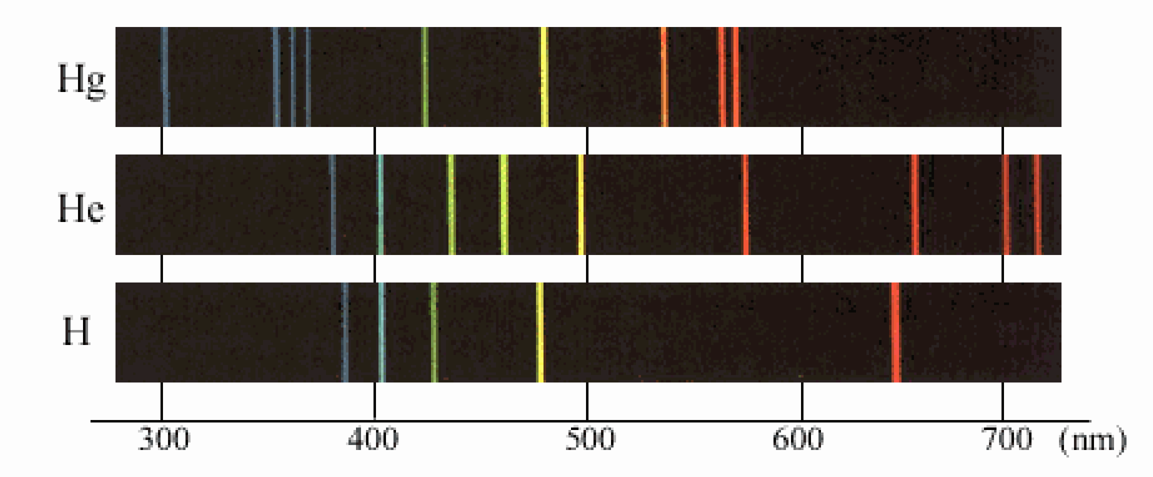
- 无法解释原子的稳定性

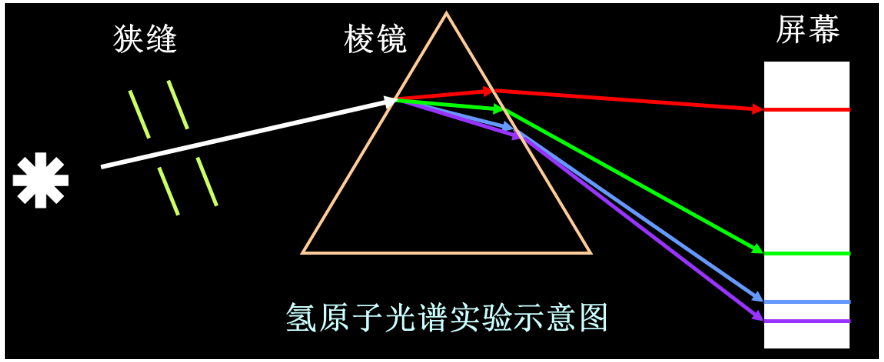
作圆周运动的电子具有加速度，会发出电磁辐射而损失能量，半径越来越小，最终落入原子核中。

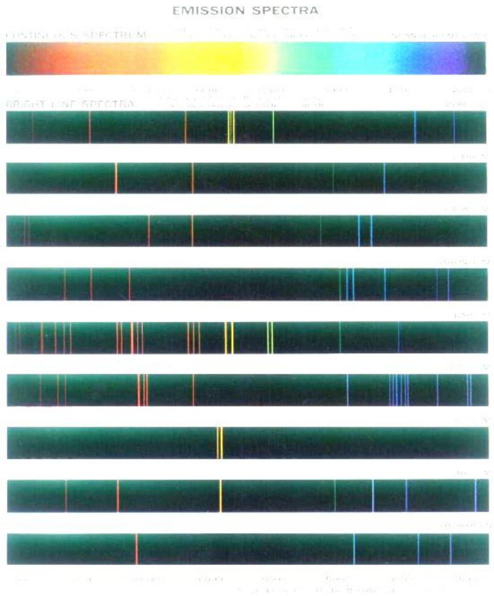
- 无法解释实验所得的线光谱

按电磁学理论，电子绕电荷为的原子核作圆周运动时，电子的轨道半径、速度和辐射频率连续变化，因此原子发射的应该是连续光谱。

原子光谱







原子发光是原子的重要现象，光谱学的数据对研究物质结构具有重要的意义。

1853年，瑞典物理学家埃格斯特朗（A. J. Angstrom）测出了氢原子在可见光和近紫外波段的光谱

Balmer公式

J. J. Balmer

1885年，瑞士人巴尔末总结已看到的14条光谱为一个经验公式：

$$\lambda = 3645.6\frac{n^2}{n^2-2^2}, \qquad n = 3,4,5\cdots$$

$n \to \infty$:线系限

J. R. Rydberg改写为:波数

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2}\right), \qquad R_H = 1.0967758\times10^7\mathrm{m}^{-1}$$

与实验符合得极好，不可能是巧合

- 16:34:23

谱项

J. R. Rydberg

1889年，里得堡提出：

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

n_f取定值, n_i取$n_f+1, n_f+2, \cdots$

$$\boxed{\tilde{\nu} = T_m - T_n}$$

其中$T_n = \frac{R}{n^2}$

Bohr假设

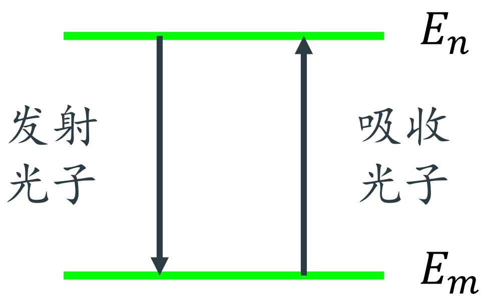
受Planck量子论、Einstein光子概念以及Balmer公式的启发，提出微观过程中经典物理学不再适用，应该引入量子化(1913年)：

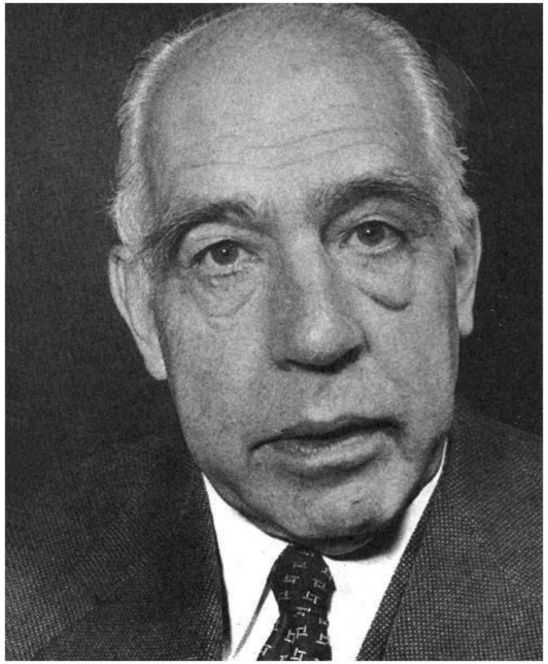
- 定态：原子存在一系列具有确定能量的稳定状态
- 频率规则：原子从一个定态跃迁到另一个定态时，原子吸收或发射光子，

$$h\nu = |E_f - E_i|$$

- 角动量量子化：原子中电子的轨道角动量只能是Planck常数的整数倍

$$mvr = n\hbar, \qquad n = 1,2,3,\cdots$$





Niels Bohr

Bohr的氢原子模型

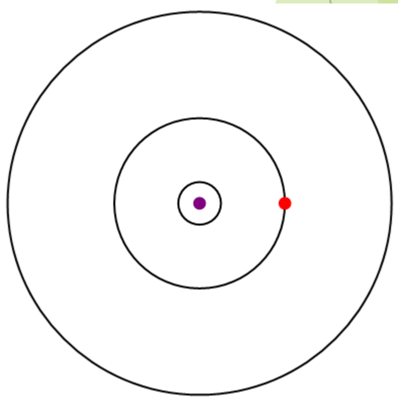
◆ Bohr假设+原子行星模型

$$mvr = n\hbar$$
$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2}$$

$$r = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}\frac{n^2}{Z}$$
$$v = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar}\frac{Z}{n}$$

氢原子$Z=1$,

$$a_0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}, \qquad r_n = n^2 a_0$$
$$\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}, \qquad v_n = \frac{\alpha c}{n}$$



- 16:34:23

氢原子能级

$$E = \frac{1}{2}m_e \mathrm{v}^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}$$

$\Downarrow$ 代入r_n、v_n

$$\boxed{\begin{aligned} E_n &= -\frac{m_e Z^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} \\ &= -\frac{1}{2n^2} m_e Z^2 \alpha^2 c^2, \\ n &= 1,2,3,\cdots \end{aligned}}$$

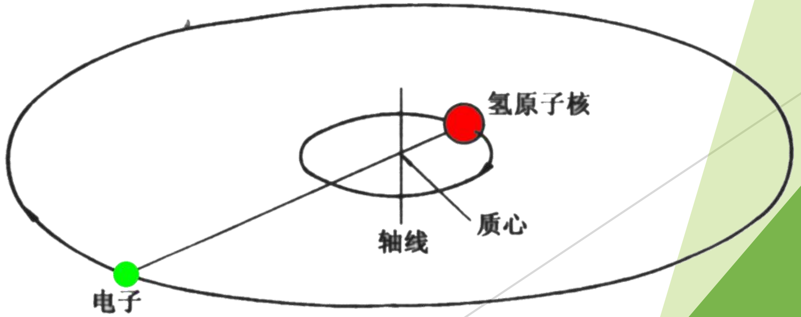
$n = 1$, 基态ground state

$$E_1 = -\frac{1}{2}m_e c^2 \alpha^2 \approx -13.6\mathrm{eV}$$

$n \geq 2$, 激发态excited state

原子核质量的影响

- 前面的推导中都假设原子核不动，而实际上原子核的质量并不是无穷大，固定不动的是原子的质心。
- 两体运动可以分解为整体运动（质心运动）和相对运动，计算能级和原子半径时需要考虑的是相对运动。
- 为此前面的公式需作修正。



质心系中的运动

- 两个质点的质量m_1, m_2
- 位移$\vec{r}_1, \vec{r}_2$
- 速度$\vec{v}_1, \vec{v}_2$
- 总质量$M \stackrel{\text{def}}{=} m_1 + m_2$
- 质心位移

$$\vec{R} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

- 质心速度

$$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2}{M}$$

- 相对运动：

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2,$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

- 折合质量：

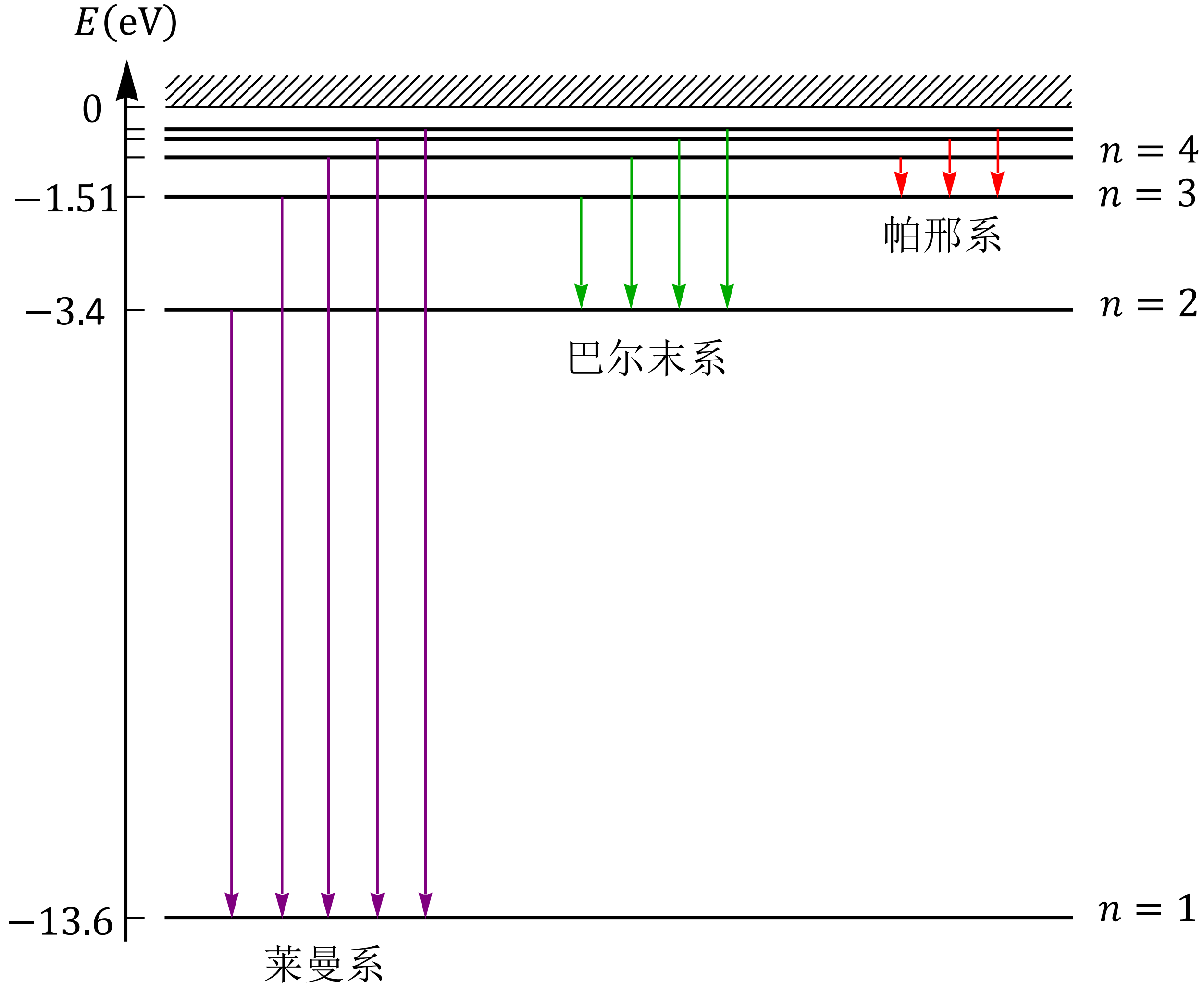
$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

- Koenig定理：

$$\frac{1}{2} m_1 \vec{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{v}_2^2 = \frac{1}{2} M \vec{V}^2 + \frac{1}{2} \mu \vec{v}^2$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{质心静止：} E = V(\vec{r}) + \frac{1}{2}\mu \vec{v}^2 \\ \text{原子核静止：} E = V(\vec{r}) + \frac{1}{2} m_e \vec{v}^2 \end{array}\right\} \Longrightarrow \text{以}\mu\text{替换}m_e$$

氢原子光谱



$$h\nu = E_n - E_m$$

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{h\nu}{hc} = R_\infty\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$R_\infty = \frac{m_e\alpha^2 c}{2h} = 1.0973731534(13) \times 10^7\mathrm{m}^{-1}$$

$$E_n = -\frac{1}{2n^2}\mu Z^2\alpha^2 c^2$$

$$\mu = \frac{m_e m_p}{m_e + m_p}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad R_H = \frac{\mu\alpha^2 c}{2h}$$

与实验值完全符合

$R_H = 1.0967758 \times 10^7\mathrm{m}^{-1}$

类氢离子

- 玻尔理论可以用来说明类氢离子的光谱

He^{+},Li^{++}等核外同样是一个电子，
可套用前面的公式，
只不过Rydberg常数需代入相应的原子核质量来计算。

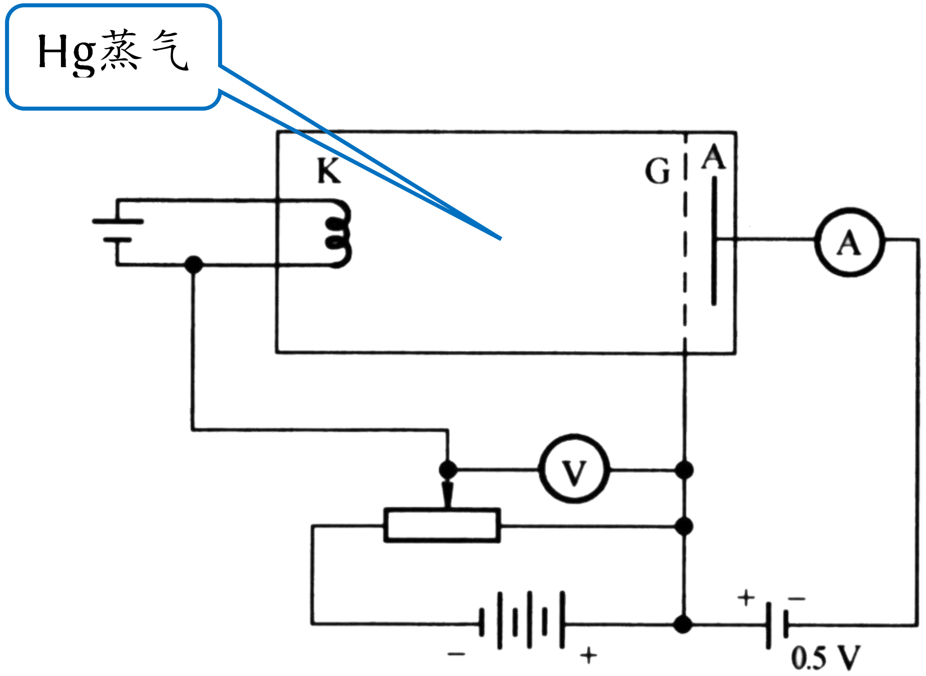
Pickering系是E. C. Pickering于1897年在星体光谱中发现的；后来证实是He^{+}的谱线。

$$\text{Rydberg:}\tilde{\nu} = R_{\text{He}}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

玻尔原子理论解释了Pickering系并预言了其它谱系；
计算的R_{He}和实验几乎完全符合。

原子能级量子化的直接验证

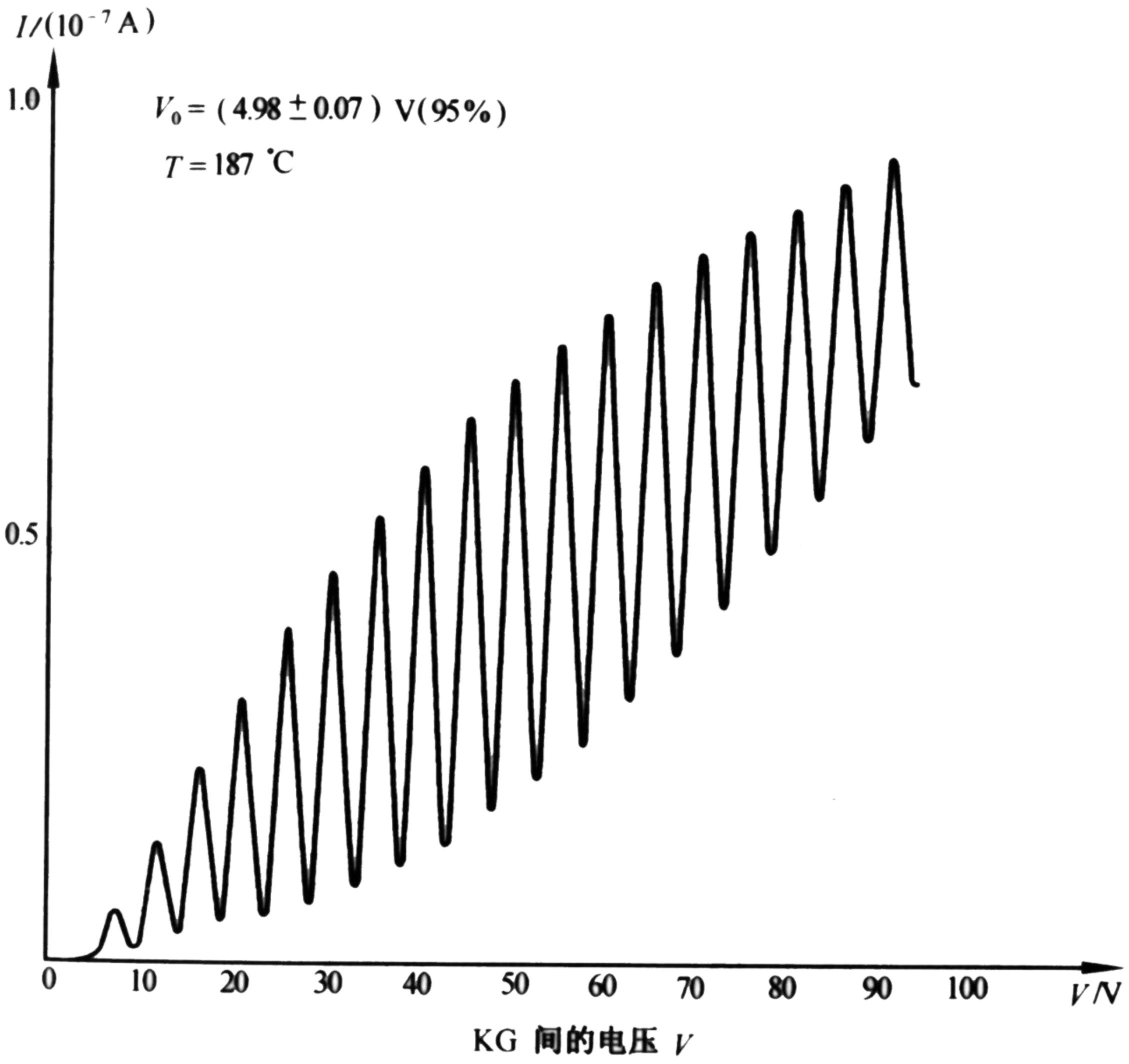
- 1914年，J. Franck & G. Hertz



James Franck

Gustav Hertz

1925年诺贝尔奖



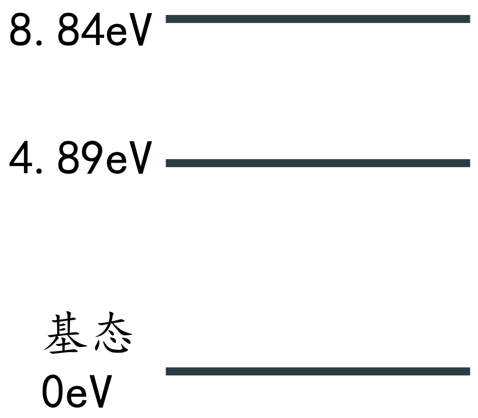
汞的第一激发电势的测量

电子的能量少于4.9eV时，
Hg原子不会吸收其能量，
发生的是弹性碰撞

例：气体放电管的辐射

- 在气体放电管中，一束能量为10eV的电子和单原子气体发生碰撞，发出的辐射波长有：140.2nm, 253.6nm和313.2nm。其中253.6nm的光谱较其它两个成分强。给出能级图，以及到达阳极的电子的能量。

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1242}{\lambda}\mathrm{nm\cdot eV}$$
$$= 8.84\mathrm{eV}, 4.89\mathrm{eV}, 3.95\mathrm{eV}$$



到达阳极的电子能量：

1）未碰撞，10eV；

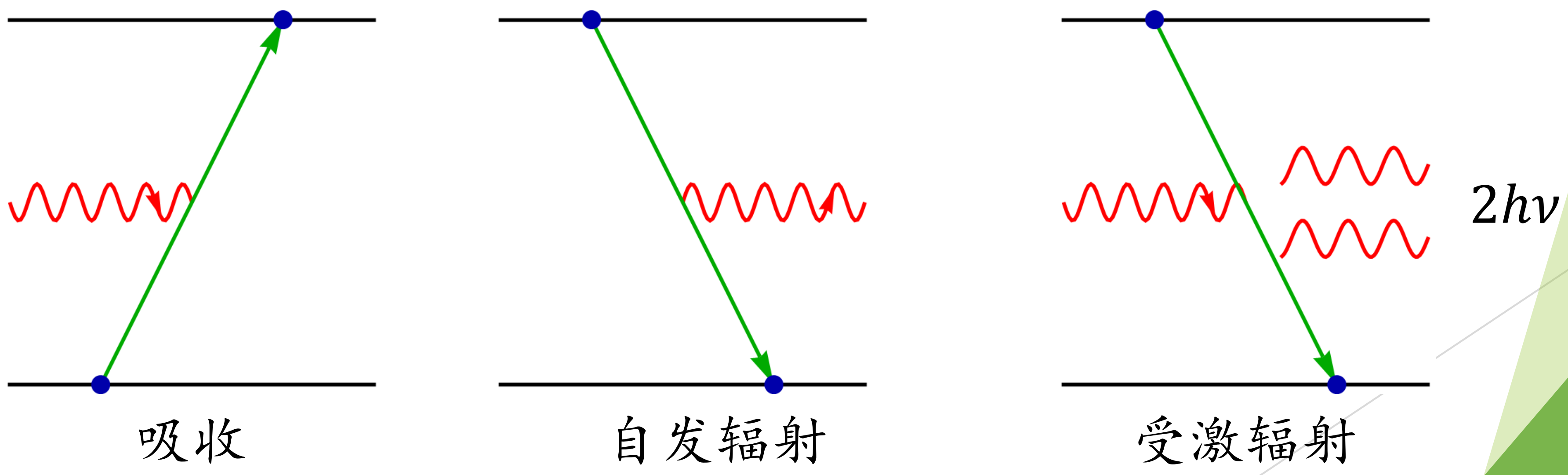
2）碰撞后原子处于第一激发态，$10-4.89=5.11eV$；

3）碰撞后原子处于第二激发态，$10-8.84=1.16eV$；

4）两次碰撞，$10-2\times4.89=0.22eV$.

原子的三种辐射过程

- 吸收
- 自发辐射
- 受激辐射:具有很好的方向和单色性



玻尔理论的重要意义和无法克服的困难

- 揭示了微观体系的量子化特征(规律)，是原子物理发展史上一个重要的里程碑，对量子力学的建立起了巨大推进作用。
- 提出“定态”，“能级”，“量子跃迁”等概念，在量子力学中仍很重要,具有极其深远的影响。
- 不能解释多电子原子光谱、强度、宽度和偏振性等。
- 不能说明原子是如何结合成分子、构成液、固体的。
- 以经典理论为基础，又生硬地加上与经典理论不相容的量子化假设，逻辑不一致——是个半经典半量子理论。