并行计算 Lab2：MPI

1. 实验简介

MPI（Message Passing Interface）是目前最重要的一个基于消息传递的并行编程工具，它具有移植性好、功能强大、效率高等许多优点，而且有多种不同的免费、高效、实用的实现版本，几乎所有的并行计算机厂商都提供对它的支持，成为了事实上的并行编程标准。

Ubuntu 下配置：Ubuntu上MPI运行环境的配置

Windows 下配置相对简单，但仍需命令行运行，命令为：`mpiexec.exe -n 3 .\PSRS.exe`

2. PSRS 排序

2.1 思想

(1) 均匀划分：将 n 个元素 A[1..n] 均匀划分成 p 段，每个 pi 处理 A[(i-1)n/p+1..in/p]

(2) 局部排序：pi 调用串行排序算法对 A[(i-1)n/p+1..in/p] 排序

(3) 选取样本：pi 从其有序子序列 A[(i-1)n/p+1..in/p] 中选取 p 个样本元素

(4) 样本排序：用一台处理器对 p^2 个样本元素进行串行排序

(5) 选择主元：用一台处理器从排好序的样本序列中选取 p-1 个主元，并播送给其他 pi

(6) 主元划分：pi 按主元将有序段 A[(i-1)n/p+1..in/p] 划分成 p 段

(7) 全局交换：各处理器将其有序段按段号交换到对应的处理器中

(8) 归并排序：各处理器对接收到的元素进行归并排序

2.2 核心代码

step 4. 采样排序 & step 5. 选择主元

与 OpenMP 不同的是，每个线程选取了样本后，需要通过消息传递发送给线程 0，由线程 0 统一排序并选择主元，再将主元广播给各个线程。

```
int* global_samples = (int*)malloc(NUM_THREADS * NUM_THREADS * sizeof(int));
int* pivots = (int*)malloc(NUM_THREADS * sizeof(int));
MPI_Gather(samples, NUM_THREADS, MPI_INT, global_samples, NUM_THREADS, MPI_INT,
0, MPI_COMM_WORLD);
if (id == 0) {
    // step 4. 采样排序
    std::sort(global_samples, global_samples + NUM_THREADS * NUM_THREADS);
    // step 5. 选择主元
    for (int i = 0; i < NUM_THREADS - 1; i++) {
        pivots[i] = global_samples[(i + 1) * NUM_THREADS];
    }
}
MPI_Bcast(pivots, NUM_THREADS - 1, MPI_INT, 0, MPI_COMM_WORLD);
```

step 6. 主元划分

每个线程划分自己的元素，根据与主元的大小关系。

有两个关键的数组：

```
int local_parts[NUM_THREADS][N] = { 0 };
int local_count[NUM_THREADS] = { 0 };
```

第一个数组记录了当前线程负责的数据中，要传给线程 id 的数据有 `local_count[id]` 个，分别是 `local_parts[id][]`

step 7. 全局交换

由 step 6 可知，每个线程需要负责的就是所有 `local_parts[id]` 的数据，这是一个多对多的通信，且通信的个数不固定。所以采用 `MPI_Alltoallv`.

但是在调用上面的函数之前，需要做一些准备工作：

- 开辟发送 buffer 和接收 buffer；
- 准备四个数组，记录了每对传输要传多少的 `send_counts`，`send_displs`，`recv_counts`，`recv_displs`

所以核心代码如下：

```
for (int i = 0; i < NUM_THREADS; i++) {
    send_counts[i] = local_count[i];
}
MPI_Alltoall(send_counts, 1, MPI_INT, recv_counts, 1, MPI_INT, MPI_COMM_WORLD);
send_displs[0] = recv_displs[0] = 0;
for (int i = 1; i < NUM_THREADS; i++) {
    send_displs[i] = send_displs[i - 1] + send_counts[i - 1];
    recv_displs[i] = recv_displs[i - 1] + recv_counts[i - 1];
}
for (int i = 0; i < NUM_THREADS; i++) {
     for (int j = 0; j < send_counts[i]; j++) {
        send_buf[send_displs[i] + j] = local_parts[i][j];
    }
}
MPI_Alltoallv(send_buf, send_counts, send_displs, MPI_INT, recv_buf,
recv_counts, recv_displs, MPI_INT, MPI_COMM_WORLD);
```

step 8. 归并排序

之前的七个步骤完成后，每个线程有一个一维数组 recv_buf，按 recv_couts 分段有序。

所以最后的工作就是将 recv_buf 分段 merge，最终写入到 A 数组。

归并排序与 Lab1 的 PSRS 基本相同。不同的是在排序结束后，需要将排序结果发送到线程 0，由线程 0 写回到 A 数组。由于每个线程负责的归并排序的数据数量不尽相同，所以需要使用 `MPI_Gatherv`，方式与上面的 `MPI_Alltoallv` 比较类似。

核心代码：

```
MPI_Gather(&result_count, 1, MPI_INT, A_counts, 1, MPI_INT, 0, MPI_COMM_WORLD);
if (id == 0) {
    A_displs[0] = 0;
    for (int i = 1; i < NUM_THREADS; i++) {
        A_displs[i] = A_displs[i - 1] + A_counts[i - 1];
    }
}
MPI_Gatherv(result, result_count, MPI_INT, A, A_counts, A_displs, MPI_INT, 0,
MPI_COMM_WORLD);
```

step 8 这一部分的难度并不大，但确是我花时间最长的，因为出了一个比较低级的错误，在把实验 1 的归并排序代码复制过来后，源代码里面的 i 与这里的 index 混淆了，导致无法运行，调试起来比较困难。

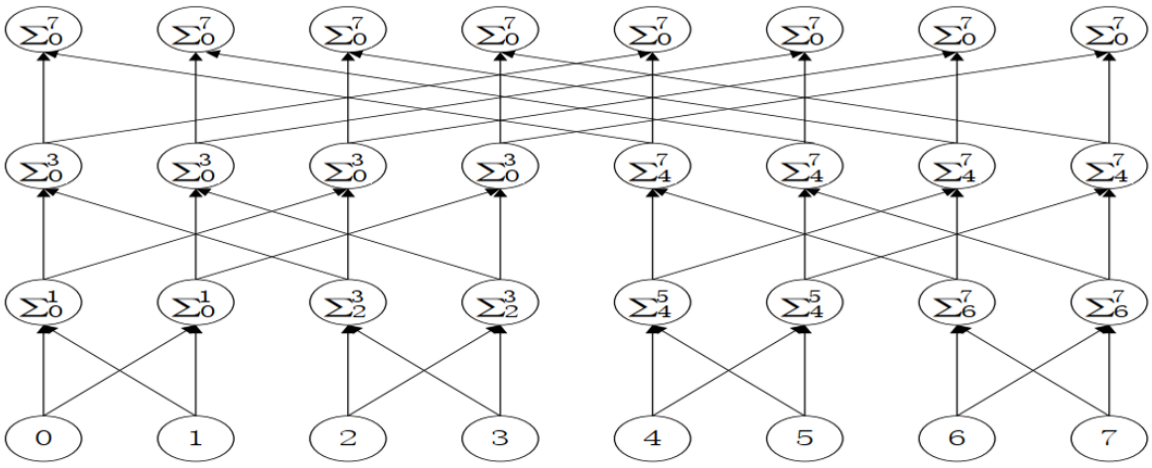
2.3 运行结果

```
xxa@ubuntu:~/Desktop/Parallel-Computing-Labs/Lab2$ mpicc PSRS.cpp -o PSRS
xxa@ubuntu:~/Desktop/Parallel-Computing-Labs/Lab2$ mpirun -np 3 ./PSRS
6 12 14 15 20 21 27 32 33 36 39 40 46 48 53 54 58 61 69 72 72 84 89 91 93 97 97
```

3. 求全和：碟式全和

3.1 概念

（1）蝶式全和的示意图如下：由于使用了重复计算，共需 logN 步。



3.2 核心代码

假设 N 为 2 的幂次。

核心思想类似线段树，首先是跨步为 2^0 的两个结点通信，求和；然后是跨步为 2^1 的两个结点通信，求和……直到跨步为 $\frac{N}{2}$ 的两个节点通信，求和。至此，所有节点均保存了全和。

所以核心代码为：

```
int sum = A[id], nextsum = 0;
int cnt = 1; // 跨步
int chatwith;
while (cnt <= N / 2) {
    if (id % (cnt * 2) < cnt) chatwith = id + cnt;
    else chatwith = id - cnt;
    MPI_Sendrecv(&sum, 1, MPI_INT, chatwith, 0, &nextsum, 1, MPI_INT, chatwith,
0, MPI_COMM_WORLD, MPI_STATUS_IGNORE);
    sum = sum + nextsum;
    cnt = cnt << 1;
}
```

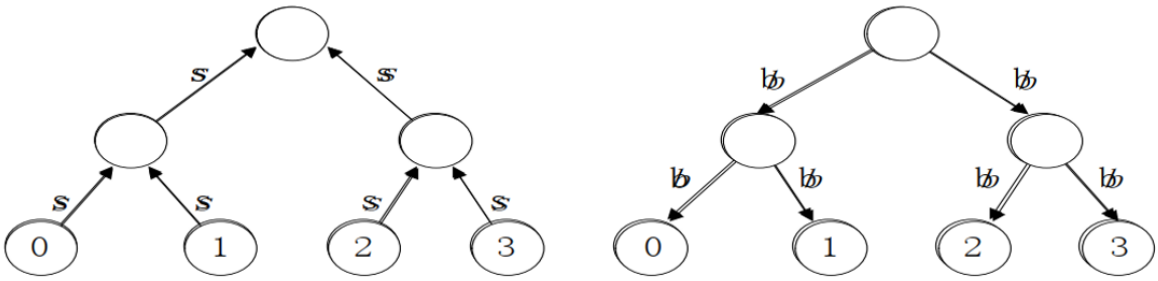
3.3 运行结果

```
xxa@ubuntu:~/Desktop/Parallel-Computing-Labs/Lab2$ mpicc SUM1.cpp -o SUM1
xxa@ubuntu:~/Desktop/Parallel-Computing-Labs/Lab2$ mpirun -np 8 ./SUM1
thread id: 1: sum: 28
thread id: 3: sum: 28
thread id: 5: sum: 28
thread id: 7: sum: 28
thread id: 2: sum: 28
thread id: 4: sum: 28
thread id: 6: sum: 28
thread id: 0: sum: 28
```

4. 求全和：二叉树方式

4.1 概念

（2）二叉树方式求全和示意图如下：需要 2logN 步。



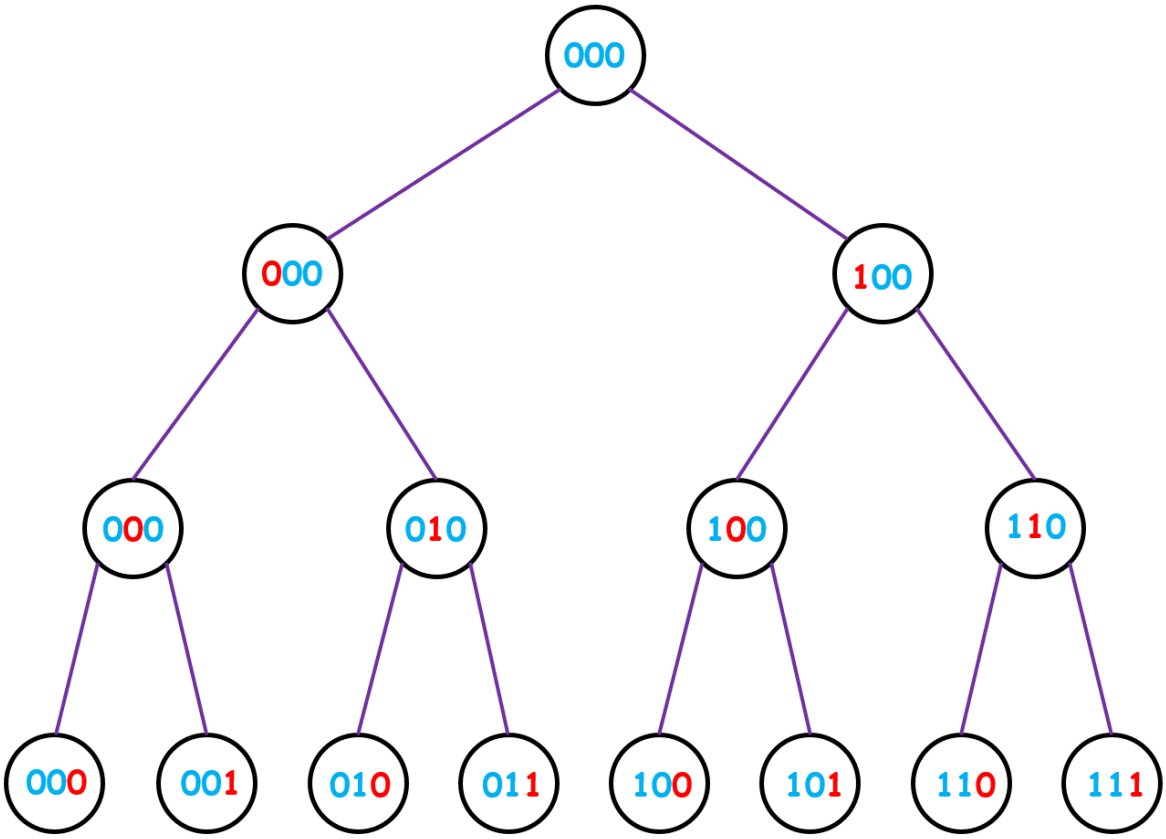
4.2 核心代码

核心思想：

首先自底向上，每一层相邻结点求和，和发给父节点（此处用 id 较小的线程提升为父节点）。

然后自顶向下，将全和逐层下传，直到传给各个叶结点（即各个线程）。

以八个线程为例，各线程的编号为：



可以看到，若从下向上计数，则第 k 层相互通信的两个线程的编号的第 k 为不同，且求和后结果传给第 k 位为 0 的线程，该线程提升为父节点。

自底向上的核心代码：

```
while (cnt < N) {
    flag = id & cnt;
    if (flag == 0) {
        MPI_Recv(&nextsum, 1, MPI_INT, id + cnt, 0, MPI_COMM_WORLD,
MPI_STATUS_IGNORE);
        sum = sum + nextsum;
    }
    else {
        MPI_Send(&sum, 1, MPI_INT, id - cnt, 0, MPI_COMM_WORLD);
    }
    cnt = cnt << 1;
}
```

自顶向下的核心代码：

```
cnt = cnt >> 1;
while (cnt >= 1) {
    flag = id & cnt;
    if (flag == 0) {
        MPI_Send(&sum, 1, MPI_INT, id + cnt, 0, MPI_COMM_WORLD);
    }
    else {
        MPI_Recv(&sum, 1, MPI_INT, id - cnt, 0, MPI_COMM_WORLD,
MPI_STATUS_IGNORE);
    }
    cnt = cnt >> 1;
}
```

4.3 结果

```
xxa@ubuntu:~/Desktop/Parallel-Computing-Labs/Lab2$ mpicc SUM2.cpp -o SUM2
xxa@ubuntu:~/Desktop/Parallel-Computing-Labs/Lab2$ mpirun -np 8 ./SUM2
thread id: 0, sum: 28
thread id: 1, sum: 28
thread id: 2, sum: 28
thread id: 3, sum: 28
thread id: 4, sum: 28
thread id: 6, sum: 28
thread id: 7, sum: 28
thread id: 5, sum: 28
```

5. 附录

- `PB20061343_徐奥_实验二.pdf`：实验报告
- `PSRS.cpp`：PSRS 排序
- `SUM1.cpp`：求全和：碟式全和
- `SUM2.cpp`：求全和：二叉树方式