

基于信用差异度最大的信用等级划分优化方法

赵志冲¹, 迟国泰¹, 潘明道^{1,2}

(1. 大连理工大学 管理与经济学部, 大连 116024; 2. 大连银行 风险管理部, 大连 116001)

摘 要 信用评级对当代社会有极其重要的影响, 若信用等级划分不合理, 必将误导债权人和社会公众. 信用评级结果的变动直接反映经济状态的变化, 2011 年标准普尔把美国的主权信用评级从 AAA 级降为 AA+, 引起全球金融市场的动荡. 信用评级的本质是合理区分客户的信用状况, 揭示不同等级客户的信用风险水平. 国际上比较流行的标普、穆迪的信用评级针对中国客户的评级结果往往存在信用等级很高、违约损失率反而不低的不合理现象. 本研究以信用差异度和违约金字塔为标准, 构建非线性规划模型划分信用等级, 并以中国小企业贷款数据为样本进行实证研究. 本研究的创新与特色一是根据第 k 个信用等级中最后一个样本的信用评分 P_{mk}^k 与第 $k+1$ 个信用等级中第一个样本的信用评分 P_1^{k+1} 确定相邻两个等级的信用评分差值, 以所有信用等级的评分差值之和 $\sum(P_{mk}^k - P_1^{k+1})$ 最大为目标函数, 确保最大程度的保证信用评分差异大的客户划分为不同信用等级. 避免了把信用状况差异较大的客户划分成同一个信用等级的不合理现象. 二是以信用等级由高到低的违约损失率严格递增为约束条件建立信用等级划分模型, 保证信用等级划分结果满足信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准, 避免出现信用等级很高、违约损失率反而不低的不合理现象. 三是 1814 笔工业小企业贷款数据的实证研究表明, 本研究的信用等级划分方法不仅满足信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准, 还能保证信用状况差异大的客户划分为不同信用等级.

关键词 信用评级; 信用等级划分; 最优划分; 违约金字塔; 信用差异度

Optimal method of credit rating division based on maximum credit difference degree

ZHAO Zhichong¹, CHI Guotai¹, PAN Mingdao^{1,2}

(1. Faculty of Management and Economics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. Department of Risk Management, Bank of Dalian, Dalian 116001, China)

Abstract Credit rating has an extremely important impact on modern society. It will mislead the creditors and social public if the credit rating division is unreasonable. In 2011, Standard & Poor's lowered the sovereign credit rating of United States to AA+ from AAA which caused the turmoil in the global financial markets. The essence of credit rating is to classify the customers according to their credit level which means customers with different credit risk level should be included in different credit rating. The internationally popular credit rating agencies like Moody, often has the unreasonable phenomenon that customers with

收稿日期: 2016-03-17

作者简介: 迟国泰 (1955-) 男, 汉, 黑龙江人, 金融学教授, 博士生导师, 管理科学与工程博士, 研究方向: 信用评级, 金融风险, E-mail: chigt@dlut.edu.cn; 赵志冲 (1985-) 女, 汉, 山东人, 博士研究生, 研究方向: 信用评级, E-mail: zhaozhichong-0829@163.com; 潘明道 (1969-) 男, 汉, 辽宁人, 博士研究生, 研究方向: 信用评级, E-mail: panmingdao@lchina.com.

基金项目: 国家社科基金项目 (16BTJ017); 辽宁省社科规划基金项目 (L16BJY016); 大连银行小企业信用风险评级系统与贷款定价项目 (2012-01); 中国邮政储蓄银行总行小额贷款信用风险评价与贷款定价资助项目 (2009-07)

Foundation item: National Social Science Foundation of China (16BTJ017); Social Science Foundation of Liaoning Province of China (L16BJY016); Small Business Credit Risk Rating System and Loan Pricing Project of the Bank of Dalian (2012-01); Small Loan Credit Risk Evaluation and Loan Pricing Projects of China Postal Savings Bank (2009-07)

中文引用格式: 赵志冲, 迟国泰, 潘明道. 基于信用差异度最大的信用等级划分优化方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(10): 2539-2554.

英文引用格式: Zhao Z C, Chi G T, Pan M D. Optimal method of credit rating division based on maximum credit difference degree[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2017, 37(10): 2539-2554.

higher loss given default (LGD) while the credit level not low for China's loan customers. Our research constructs nonlinear programming model to divide the credit rating according to the LGD pyramid and maximum credit difference degree as the standard, and then we make an empirical research with the loan data of a bank in China. The special and contributions of this paper lie in three aspects: Firstly, we build up a nonlinear programming model to divide the credit rating with the objective function that the sum of credit score difference $\sum (P_{mk}^k - P_l^{k+1})$ is maximum, which ensure customers with different credit status are more likely to be divided into different credit level, we can avoid the unreasonable phenomenon that customers with big credit status difference are divided into the same level. Secondly, we construct a nonlinear programming model to divide the credit rating with the constraint that the LGD is strictly increasing with credit rating from high to low, which can meet the pyramid standard that customers with lower LGD should be divided in higher level, we can avoid the unreasonable phenomenon that customers with higher LGD while the credit level not low. Thirdly, we make an empirical study with 1814 small business loan data of a Chinese commercial bank in recent 20 years and its research result indicates that the method of credit rating division in this paper not only meet the pyramid standard that customers with lower LGD should be divided in higher level, but also own the advantage that it can ensure the customers with different credit status are divided into the different level.

Keywords credit rating; credit rating division; optimal division; default pyramid principle; credit difference degree

1 引言

信用评级对当代社会有极其重要的影响. 若信用等级划分不合理, 必将误导债权人和社会公众. 信用评级结果的变动直接反映经济状态的变化. 2012 年穆迪宣布将 17 家德国银行的评级展望由稳定下调至负面, 加剧了欧洲的债务危机^[1]. 2011 年标准普尔把美国的主权信用评级从 AAA 级降为 AA+, 引起全球金融市场的动荡^[2]. 信用评级的本质是合理区分不同信用状况的客户, 揭示不同等级客户的信用风险水平.

信用评级包括指标的遴选、指标的赋权、客户信用得分的确定以及信用等级的划分等步骤, 其中, 信用等级的划分最为重要, 如果信用等级划分不合理, 会导致投资者做出错误的投资决策. 例如, 若银行的信用评级结果存在信用等级较高、违约损失率反而不低的现象, 就会引起以违约风险溢价为基础的贷款定价的不合理.

现有研究在进行信用等级划分时, 通常采用四种方式:

1) 基于信用得分的信用等级划分研究

Min 等在 DEA 求解企业信用得分的基础上, 将企业信用水平从高到低划分为 A、B、C、D 和 E 五个等级, 即以 20 为间隔将 100 分划分为 5 个区间^[3]. 中国建设银行根据贷款小企业的信用得分进行等级划分, 其中 [90, 100] 分为 aaa 级, [80, 90) 为 aa 级, [70, 80) 为 a 级, [60, 70) 为 b 级, [0, 60) 为 b 级以下^[4].

2) 基于样本数目的信用等级划分研究

Zhi 等根据各信用等级人数近似服从正态分布的特征, 将 200 个贷款企业划分为 9 个信用等级^[5]. 迟国泰等根据各信用等级人数近似服从中间高、两端低的钟形分的特征, 对样本数据进行扩充并划分为 9 个信用等级^[6].

3) 基于违约概率的信用等级划分研究

穆迪建立的 KMV 模型根据公司资产价值小于负债价值的概率估算企业是否违约, 根据企业的违约概率进行等级的划分^[7]. J.P.Morgan 建立了 Credit Metrics 信用计量模型, 根据不同债务人的违约概率不同, 将贷款客户划分为 AAA、AA、A、BBB、BB、B、CCC、D 共 8 个信用等级^[8]. 波士顿银行建立了 Credit Risk+ 的违约概率测量模型, 将企业划分为 Aaa、Aa、Baa、Ba、B 共 6 个等级, 其中, 违约概率为 0.00% 的企业划分为 Aaa 级、0.03% 为 Aa 级、0.10% 为 A 级、0.12% 为 Baa 级、1.36% 为 Ba 级、7.27% 为 B 级^[9]. Florez-Lopez 利用 logit 等计量方法预测贷款客户的违约概率, 并将贷款客户划分为 AA、A、BBB、BB、B 共 5 个信用等级^[10]. Thiemo 通过所有信用等级内每个客户的违约概率与均值违约概率的距离最小为目标函数, 通过差分演化方法 (differential evolution, DE) 进行求解, 将 100000 个欧洲公司划分为 7 个和 15 个信用等级^[11]. Lyra 等研究了门槛值接受法 (TA) 在基于违约概率的最优等级划分方法中的运用, 提出了基

于每个级别的实际违约数量的新型计算方法, 来验证评级体系的准确性^[12].

现有研究 1)~3) 的根据客户人数分布及客户违约概率等进行信用等级划分的方法, 划分结果往往存在信用等级越低、违约损失率反而越高的不合理现象. 事实上, 根据违约概率和违约损失率进行等级划分实质上是不同的. 违约概率反映的客户在未来一段时间内不能如期或如额偿还债务的可能性, 不能测算一笔债务的实际损失; 而违约损失率是根据已经发放的贷款的实际偿还情况反映客户违约给银行造成的实际损失. 因此, 通过违约概率进行等级划分, 不能保证划分结果满足信用等级越高、违约损失率越低的信用评级的本质特征.

4) 基于违约损失率的信用等级划分研究

迟国泰等根据信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准建立非线性规划模型, 对贷款客户划分为 9 个信用等级^[13]. 迟国泰等根据各信用等级人数近似服从钟形分布的特征, 对 2044 个贷款农户初步划分为 9 个信用等级, 并根据信用等级越高、违约损失率越低的标准对初步划分结果进行调整^[14]. 这两项研究均获得中华人民共和国知识产权局的发明专利.

现有两项发明专利根据信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准进行等级划分, 满足信用评级的本质特征, 但由于研究的角度不同, 这两项发明专利并没有考虑客户信用差异程度越大、越应划为不同等级的信用差异度准则. 事实上, 信用评级的本质是在满足金字塔标准的前提下合理区分客户信用状况, 将信用状况差异大的客户划分为不同等级, 避免将信用状况差异较大的客户划分成同一个信用等级的不合理现象.

2 基于信用差异度最大的信用等级划分原理

2.1 科学问题的性质

信用评级的本质是合理区分不同信用状况的客户, 揭示不同等级客户的信用风险水平.

合理的信用评级体系, 不仅要满足信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准, 还要满足信用差异程度大的客户、划分为不同信用等级的信用差异度最大标准.

一是根据经济学一般规则, 风险和收益是相对应的, 即“高风险、高收益; 低风险、低收益”. 违约损失率是衡量违约风险的重要参数, 违约损失率的挖掘是为银行贷款、衍生品等金融产品进行定价的基础, 因此, 在进行信用等级划分、挖掘违约风险参数时, 必须要满足信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准, 否则将会导致在贷款定价中把信用状况差、违约风险大的客户反而给予较低的利率的不合理现象.

二是在信用等级划分过程中, 信用差异程度大的客户需划分为不同信用等级. 如果将信用差异大的客户划分为同一等级, 会引起该信用等级的信用评分区间长度过大, 导致客户信用状况发生较大变化、信用等级也不发生变化的不合理现象, 对投资者的投资决策造成误导.

2.2 研究意义

1) 理论意义

通过挖掘信用等级与违约损失率的对应关系, 以“信用等级越高、违约损失率越低”的信用评级本质特征作为等级划分标准, 改变现有研究随着等级的升高、违约损失率不降反增的荒谬现象, 开拓信用等级划分的新思路.

2) 现实意义

一是满足违约金字塔标准的信用等级划分能够使金融资产定价时清楚地知道每一个信用等级的违约损失率, 为贷款、债券等金融资产定价中信用风险溢价提供测算依据, 并根据违约损失率越大、贷款或金融资产定价越高的金融学常理进行定价.

二是满足信用差异度最大准则的信用等级划分能够保证将信用差异程度大的客户要划分为不同信用等级, 避免将信用状况差异度大的客户错误划分为相同信用等级, 这种错误划分势必对投资者和社会公众发出错误的投资决策信号.

2.3 问题的难点及解决思路

1) 问题的难点

难点 1: 信用等级划分中, 如何避免无穷多次、顾此失彼的随机划分.

信用等级划分中需要的样本数量是巨大的, 而每一个样本对应的客户都可能违约、可能不违约. 对数量巨大的样本划分为 9 个信用等级会有无穷多次的划分方法. 对任意相邻两个等级临界点的调整, 必然引起这两个等级客户数的变化, 这两个等级违约损失率相应发生变化, 从而引起相邻等级违约损失率顾此失彼的现象. 因此, 需要设置一定的信用等级划分算法及规则, 否则仅仅通过人工试凑甚至是计算机随机调整也是不可能完成的.

难点 2: 信用等级划分中, 在满足“信用等级越高、违约损失率越低”的标准下, 如何保证信用状况差异越大的客户越易划分为不同信用等级.

对于成千上万个客户, 根据信用等级从高到低违约损失率严格递增的金字塔标准划分为 9 个信用等级, 也将会有若干种划分方法.

如何保证信用状况差异越大的客户越易划分为不同信用等级, 避免将信用状况相同或相似的客户划分为不同等级的不合理现象.

2) 解决难点的思路

思路 1: 设置“信用等级越高、违约损失率越低”的违约金字塔准则

违约金字塔准则是指信用风险小的客户划分为较高的信用等级, 对应于较低的违约损失率. 反之, 信用风险大的客户划分为较低的信用等级, 对应于较高的违约损失率.

在信用等级划分过程中, 如果不能满足信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准, 必然会导致信用状况差的客户对应于较低的违约损失率、也就是具有较低的风险, 信用差的客户反而能以较低的价格获得银行贷款, 违背了风险与收益成正比的经济学一般规律.

以信用等级由高到低的违约损失率严格递增为约束条件构建信用等级划分的非线性规划模型, 保证信用等级划分满足信用等级越高、违约损失率越低的金字塔准则. 解决难点 1.

结合下文 4.3 中的实证结果, 符合信用等级越高、违约损失率越低的金字塔分布如图 1 所示. 由于实证数据样本的限制, 金字塔图形并不完全是完美金字塔. 其中 AAA、AA、...、C 代表 9 个信用等级, 金字塔三角形内部的横线的长度代表相应等级的违约损失率.

作为对比, 图 2 是信用等级与违约损失率不匹配的分布图. 从图 2 可以看出, CCC 等级的违约损失率小于 B 等级的违约损失率, 不满足信用等级越高、违约损失率越低的信用等级的本质特征.

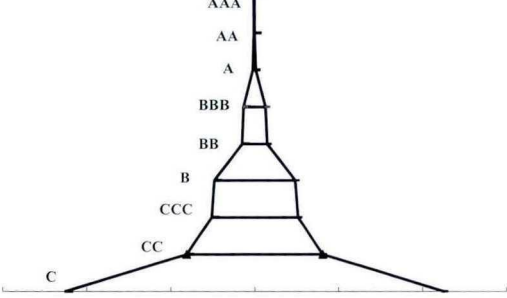


图 1 违约损失率与信用等级匹配的金字塔分布图

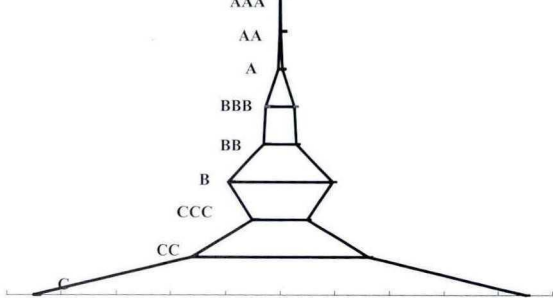


图 2 违约损失率与信用等级不匹配的分布图

思路 2: 设置“信用差异度最大”准则

信用差异度最大准则是指: 信用评分的一阶差分值越大, 表示相邻两个客户的信用评分差异越大, 信用状况的差异越大. 以信用差异度最大标准构建非线性目标规划, 能够确保信用差异程度大的客户划分为不同信用等级.

在信用等级划分过程中, 如果不能满足信用差异度最大准则, 势必将信用状况差异大的客户划分为同一信用等级, 进而可能引起该等级的信用评分区间长度过大, 导致客户信用状况发生较大变化、信用等级也不发生变化的不合理现象, 对投资者的投资决策造成误导.

根据第 k 个信用等级中最后一个样本的信用评分 P_{mk}^k 与第 $k+1$ 个信用等级中第一个样本的信用评分 P_1^{k+1} 确定相邻两个等级的信用评分差值, 以所有信用等级的评分差值之和 $\sum(P_{mk}^k - P_1^{k+1})$ 最大为目标函

数, 建立非线性规划模型划分信用等级, 保证信用评分差异大的客户划分为不同信用等级. 解决了难点 1 和 2.

基于信用差异度最大的信用等级划分原理如图 3 所示.

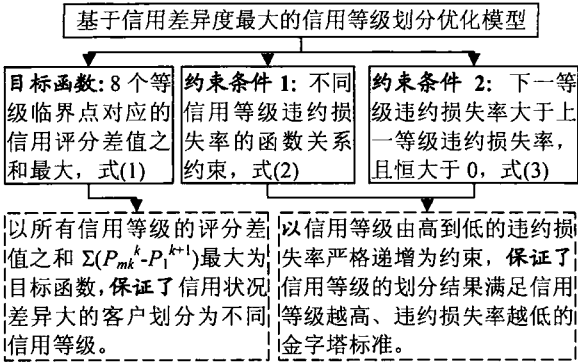


图 3 基于信用差异度最大的信用等级划分原理

3 基于信用差异度最大的信用等级划分方法

3.1 目标函数的建立

设: P_i - 第 i 个客户的信用评分 ($i = 1, 2, \cdots, n$), n - 所有客户数, 下文实证中 $n=1814$; m_k - 第 k 个信用等级的客户数, $k = 1, 2, \cdots, 9$, 表示共有 9 个信用等级, 从高到低分别用字母 AAA、AA、A、BBB、BB、B、CCC、CC、C 表示. P_{mk}^k - 第 k 个等级的第 m_k 个样本, 即第 k 个等级的最后一个样本; P_1^k - 第 k 个等级的第 1 个样本.

对信用评分 P_i 从高到低进行排序, 要想划分为 9 个信用等级, 需要确定 8 个划分临界点, 每一个临界点对应相邻两个等级的两个样本, 例如第 1 个临界点对应 AAA 等级的最后一个样本 P_{n1}^{AAA} 、和 AA 等级的第一个样本 P_1^{AA} , 目标函数值 f 的公式如式 (1) 所示:

$$Obj: \quad \max f = \sum_{k=1}^8 (P_{mk}^k - P_1^{k+1})$$

(1)

式 (1) 的含义: 式 (1) 等号右边的小括号内代表一个信用等级划分临界点, 例如 $k = 1$ 时, 小括号内 $(P_{m1}^{AAA} - P_1^{AA})$ 代表第一个临界点, 表示 AAA 等级的最后一个样本 P_{m1}^{AAA} 的信用评分与 AA 等级的第一个样本的信用评分 P_1^{AA} 之差, 该差值越大, 表示相邻两个客户的信用状况差异越大, 越应划分为不同信用等级. 信用等级划分不是求相邻两个等级的相邻两个客户的信用评分差最大, 而是 9 个等级中, 8 个信用等级划分临界点对应的信用评分差值之和整体最大, 这样才能保证某一种信用等级划分方法能够最大程度的保证信用评分差异大的客户划分为不同信用等级.

式 (1) 的特色在于: 根据第 k 个信用等级中最后一个样本的信用评分 P_{mk}^k 与第 $k+1$ 个信用等级中第一个样本的信用评分 P_1^{k+1} 确定相邻两个等级的信用评分差值, 以所有信用等级的评分差值之和 $\sum (P_{mk}^k - P_1^{k+1})$ 最大为目标函数, 确保最大程度的保证信用评分差异大的客户划分为不同信用等级. 避免了把信用状况差异较大的客户划分成同一个信用等级的不合理现象.

3.2 约束条件的建立

3.2.1 违约损失率函数关系约束的建立

1) 违约损失率的定义

《巴塞尔协议 III》认定^[16] 若借款人无法全额偿还银行的债务或者债务人对银行的债务逾期 90 天以上未还都视为违约.

违约损失, 又称应收未收本息, 是指贷款客户没有按期还本付息, 并在逾期 90 天后依然没有结清账款, 将给银行的损失数额.

应收本息是指贷款客户应该向银行缴纳的账款 (包括本金和利息), 即: 贷款逾期第 90 天时客户应该向银行缴纳的所有本金与利息之和.

违约损失率 = 应收未收本息/应收本息, 是指“贷款客户拖欠银行的账款”占“贷款客户应该向银行缴纳的账款”的比值, 真实地反映了贷款损失情况, 辅助贷款定价, 促使贷款收益可以准确地覆盖违约风险.

2) 一个信用等级对应违约损失率的确定

根据违约损失率的定义, 一个信用等级的违约损失率等于该等级内所有贷款客户的应收未收本息之和与应收本息之和的比值.

设: LGD_j - 第 j 个信用等级的违约损失率; B_j - 第 j 信用等级的所有样本 ($j = 1, 2, \cdots, 9$), L_{ji} - 第 j 个信用等级中第 i 个贷款客户的应收未收本息; R_{ji} - 第 j 个信用等级中第 i 个贷款客户的应收本息, 第 j 个信用等级违约损失率 LGD_j 为:

$$LGD_j = \frac{\sum_{i \in B_j} L_{ji}}{\sum_{i \in B_j} R_{ji}}$$

(2)

式 (2) 的特色在于: 通过一个等级全部贷款客户应收未收本息 L_{ji} 和应收本息 R_{ji} 的对比关系, 计算该信用等级对应的违约损失率, 保证了违约损失率的测算能真实地反映银行的损失. 改变了现有研究违约率的测算仅仅考虑违约人数多少、忽略贷款额度大小, 不能还原银行真实违约损失额度的弊端. 事实上, 违约人数的多少不能作为信用评级的标准, 信用评级是对风险大小进行排序, 与人数的多少无关.

3.2.2 违约损失率严格递增约束的建立

为保证信用等级划分结果满足信用等级越低、违约损失率越高这一评级的本质特征, 建立下一个等级的违约损失率严格大于上一个等级的违约损失率的约束条件, 如式 (3) 所示:

$$0 < LGD_1 < LGD_2 < \cdots < LGD_9 \leq 1$$

(3)

如前所述, LGD_j 指第 j 个信用等级的违约损失率.

式 (3) 的含义: 通过式 (3) 中随信用等级从高到低变化, 违约损失率严格递增变化约束条件的设置, 能够保证信用等级划分满足信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔准则. 如果不能保证违约金字塔准则, 会导致信用等级的划分结果出现信用等级很高、违约损失率反而不低的不合理现象.

式 (3) 中大于 0 约束的必要性: 在实际中, 只有国债是无风险的、因此违约损失率是 0. 对于银行的贷款不可能与国债一样无风险, 因此设置大于 0 的约束.

式 (3) 的特色在于: 通过建立下一个等级的违约损失率严格大于上一个等级的违约损失率的约束条件, 保证了信用等级的划分结果满足信用等级越低、违约损失率越高这一评级的本质特征, 弥补现有研究的信用等级划分结果存在信用等级很高、违约损失率反而不低的不合理现象.

3.3 模型的求解

3.3.1 第 1 个等级样本数的确定

为了便于读者理解, 以下文 1814 个小企业样本信用等级划分的实证为例说明模型的求解步骤. 不失一般性, 本研究将 1814 个小企业样本划分为 AAA、AA、 \cdots 、C 共 9 个信用等级.

1) AAA 等级样本数 m_1 最小值的确定

如上文 3.2.2 所述, 每一个信用等级的违约损失率都要满足大于 0 的约束. 因此, 第 1 个信用等级 AAA 中至少需要包括 1 笔违约样本, 故 AAA 等级样本数的最小值是“第一个违约样本的序号”. 这是第一个信用等级划分的基本原则.

在下文实证研究 4.1.4 的表 4 中, 将 1814 个小企业样本按照信用评分从高到低排序, 第 1 笔违约样本的序号是 950, 所以 AAA 等级样本数的最小值是 950, 即 AAA 等级最小样本数是 950 个.

2) AAA 等级样本数 m_1 最大值的确定

为保证每一等级至少都包括一笔违约样本, 即除 AAA 等级外其他 8 个信用等级至少包括 1 笔违约样本, 从信用评分从低到高, 倒数第 8 个违约样本不可以属于 AAA 等级, 倒数第 8 个违约样本的上一个样本可以属于 AAA 等级. 所以, AAA 等级样本数的最大值是“倒数第 8 个违约样本序号 - 1”.

在下文实证研究 4.1.4 中, 倒数第 8 个违约样本的序号是 1754, 所以 AAA 等级样本数的最大值是 $1754 - 1 = 1753$, 即 AAA 等级最大的样本数是 1753 个.

3) AAA 等级样本数 m_1 的区间的确定

综上 1)~2) 可知, AAA 等级样本数 m_1 的取值区间为 $[950, 1753]$.

3.3.2 局部最优解的确定

以 AAA 等级样本数 $m_1=950$ 为例, 说明局部最优解的确定.

应该指出, 本研究采用的信用等级划分数据是按照客户信用评分从高到低排序后的结果.

1) AA 等级样本数 m_2 的确定

在 AAA 等级样本数 $m_1 = 950$ 时, 将表 4 第 1 到 $m_1 = 950$ 行数据代入式 (2), 计算 AAA 等级的违约损失率 LGD_{AAA} , 下文实证中 $LGD_{AAA} = 0.130\%$.

在 AAA 等级样本数 $m_1 = 950$ 的基础上, 通过每次增加 1 个样本的思路确定 AA 等级的样本数, 使 AA 等级的违约损失率满足 $LGD_{AAA} < LGD_{AA}$.

以表 1 为例说明 AA 等级样本数 m_2 的确定. 表 1 的数据来源于实证中表 4 第 1~1511 行.

表 1 AA 等级样本数 m_2 的确定					
(1) 客户号	(2) 应收未收本息	(2) 应收本息	(4) 信用评	(5) 信用评分差	(6) 违约损失率
i	L_{ji}	R_{ji}	P_i	ΔP_i	LGD_k
1	0	3026125	84.69	—	0.130%
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
950	4013511.8	3784389.8	73.4132	0.0075	
951	0	1628806	73.3957	0.0175	0.263%
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
1422	221294	393649	68.00	0.0062	
1423	0	2007504	68.00	0.0001	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
1511	5147392	5654032	66.03	0.0082	
1512	2725090	2993311	66.03	0	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	

为满足式 (3) 中违约损失率不等于 0 的约束, 需要保证 AA 等级中至少包括 1 个违约样本; 该等级中出现的第 1 个违约样本序号是 1422. 将表 1 第 951~1422 行第 2~3 列的数代入式 (2), 计算得到此时 AA 等级的违约损失率 $LGD_{AA} = 0.013\%$, 小于 $LGD_{AAA} = 0.130\%$, 不满足式 (3) 的约束条件, 需要增加样本数.

在样本序号 1422 的基础上, 增加 1 个样本, 即增加表 1 第 1423 行这个样本, 此时将表 1 第 951~1423 行第 2~3 列数代入式 (2), 计算 AA 等级的违约损失率 $LGD_{AA} = 0.013\%$, 仍不满足 $LGD_{AAA} < LGD_{AA}$.

重复上述过程, 继续每次增加 AA 等级 1 个样本, 直至增加至表 1 第 1511 行这个样本时, AA 等级的违约损失率 $LGD_{AA} = 0.263\%$, 满足式 (3), 也就是 $LGD_{AAA} < LGD_{AA}$.

此时 AA 等级的样本数 $m_2 = 1511 - 950 = 561$, 违约损失率 $LGD_{AA} = 0.263\%$.

应该指出, m_2 的数目是不确定的, 可以有多个, 只要 m_2 对应的样本满足 $LGD_{AAA} < LGD_{AA}$ 即可.

2) 其他等级样本数 m_i 的确定

仿照 1) 中 AA 等级样本数 m_2 的确定过程, 确定 A 等级的样本数 m_3 , 使其满足 AA 等级的违约损失率 LGD_{AA} 小于 A 等级的违约损失率 LGD_A , 即 $LGD_{AA} < LGD_A$.

同理, m_3 的取值也是不唯一的.

以此类推, 可以确定 BBB、...、C 等其他信用等级的样本数 m_i 及违约损失率 LGD_i , 只要 9 个信用等级的违约损失率满足式 (3) 的违约损失率不等式关系就是可行解.

3) 局部最优解的确定

如前所述, ΔP_i 是信用评分的一阶差分, 在对信用评分从高到低排序后, ΔP_i 满足式 (4):

$$\Delta P_i = P_{i-1} - P_i$$

(4)

结合下文实证可知, 共有 1814 个样本, 即有 1814 个信用评分 P_i , 即有 1813 个信用评分的一阶差分 ΔP_i .

在 AAA 等级样本数 $m_1=950$ 的情况下, 结合式 (4) 计算第一个临界点 (即 AAA 和 AA 等级划分临界点) 对应的信用评分差 ($P_{m_1}^{AAA} - P_1^{AA}$), 即用表 1 第 4 列第 950 行的评分 73.4132 与第 951 行的评分 70.3957 作差, 得到的结果 0.0175 列入表 1 第 5 列第 951 行.

仿照第一个临界点信用评分差 ($P_{m_1}^{AAA} - P_1^{AA}$) 的确定, 可以根据 1)~2) 中确定其他信用等级的样本数 m_i , 确定其他信用等级临界点的信用评分差 ($P_{m_k}^k - P_1^{k-1}$).

将确定的信用评分差 ($P_{m_k}^k - P_1^{k-1}$) 代入式 (1), 即可确定一个目标函数值.

如前所述, m_k 的取值是不唯一的, 每一组 m_k 的取值, 对应一个可行解. 根据下文 4.2.2 的实证可知, 在 AAA 等级样本数 $m_1 = 950$ 情况下, 可得 24 组可行解: $(950, m_2^{(i)}, \cdots, m_9^{(i)})^T$, 这里 $i=1, 2, \cdots, 24$.

根据 24 组可行解可以确定 24 个目标函数值 f_i , 目标函数最大值 f_i 对应的那组可行解就是在 AAA 等级样本数为 $m_1 = 950$ 时的局部最优解.

局部最优解求解中 (1)~(3) 的过程可方便地使用 Matlab 软件编程实现: 只要给定 m_1 、应收未收本息 L_{ik} 、应收本息 R_{ik} , 就可一次性地得到满足式 (1)~(4) 的一组最优解.

3.3.3 全局最优解的确定

由 3.3.2 可知, 给定一个 m_1 , 重复 3.3.2 的过程就可以得到一个局部最优解.

由 3.3.1 可知, AAA 等级的样本数 m_1 的取值区间是 [第一个违约样本序号, 倒数第 8 个违约样本序号 - 1], 结合本文 4.2 的实证, 该区间是 [950, 1753].

在区间 [950, 1753] 内任意取定一个 m_1 , 重复 3.3.2 的过程, 就可以得到一个局部最优解.

通过比较不同局部最优解下的目标函数值, 目标函数值最大的那个局部最优解, 即为全局最优解.

以下文实证中的表 5 为例. 564 组局部最优解中, 由表 5 最后一行知, 目标函数最大值为 10.512. 与 10.512 对应的 $m_1 = 955$, 即 $m_1 = 955$ 时的局部最优解就是全局最优解. 如表 5 第 5 列所示.

应该指出: 1) 局部最优解是在 AAA 等级样本数 m_1 确定的前提下, 从众多满足违约金字塔原则的可行解中确定一组最优解. m_1 取值不同, 则局部最优解不相同. 全局最优解则是在所有 m_1 取值条件下, 从众多局部最优解中确定的唯一最优解.

2) 本文的信用等级划分方法具有普遍适用性, 对于任意一个银行或者金融机构, 都可以采用本模型进行信用等级的划分. 在第 4 部分的实证中, 以中国某地区性商业银行的贷款数据为实证样本, 以具体实例说明了本文的模型更为合理.

4 基于工业小企业贷款样本的实证研究

4.1 实证数据的获取

4.1.1 直接获取的数据

选取中国某地区性商业银行京、津、沪、渝等 28 个城市的近 20 年来的 1814 个工业小企业的贷款数据为实证样本, 其中违约样本 15 笔, 非违约样本 1799 笔.

每一笔贷款数据按照客户实际偿还的状况, 都有应收未收本息 L_{ji} 及应收本息 R_{ji} 的具体数值, 如表 4 第 2~3 列所示. 这两列数直接来源于该银行的信贷管理系统.

下文 4.1.2~4.1.4 说明了信用等级划分所需的信用评分 P 的数据来源, 该数据是通过间接计算获取的.

计算信用评分 P 所需要的原始数据可以通过该商业银行的信贷管理系统获取, 具体的包括: 1814 个贷款小企业的资产负债率、企业纳税记录等 81 个指标的原始数据.

这 81 个指标对应 1814 列原始数据如表 2 第 1~1814 列所示.

根据表 2 第 d 列中指标的类型, 将这 1814 个中小企业样本的 81 个指标数据分别代入指标标准化得分公式^[15], 转化为 [0, 1] 区间内的标准化数据. 标准化后数据如表 2 第 1815~3628 列所示.

4.1.2 信用评价指标体系的构建

应该指出, 指标的遴选、指标权重的确定及客户信用评分的计算不属于本文的研究内容. 为了便于读者理解信用评级的整个过程, 本文清楚简洁地介绍了指标遴选、权重确定及信用评分的计算的来龙去脉. 详细

过程见参考文献 [15]: “大连银行小企业债信评级和信用评级系统研究” 的研究报告 [15].

- 1) 基于违约鉴别能力的第一次指标筛选
- 思路: 通过对准则层内全部指标进行 Fisher 判别, 得到一个违约状态的鉴别精度; 去掉特定指标后, 再进行 Fisher 判别, 得到另一个违约状态的鉴别精度. 根据这两个 Fisher 判别鉴别精度的差值 C_i , 判定该指标对违约样本和非违约样本鉴别能力的大小.
- 删除指标的标准: 若去掉指标 i 后的鉴别精度与全指标的鉴别精度的差值 C_i 大于等于 0, 说明第 i 个指标对状态的鉴别精度没有影响或者是负影响, 应该删除该指标. 若 C_i 小于 0, 说明删除该指标后、违约状态判别精度降低了, 该指标应该保留.

以表 2 第 b 列对应的 C_2 盈利能力这个准则的 13 个指标为例进行说明, 将表 2 第 21~33 行第 1815~3628 列的 13 个指标标准化数据分别代入 Fisher 判别模型公式 [15] 计算第 j 个客户的 Fisher 得分 Z_j , 通过客户的实际违约状态, 将计算的 1814 个 Fisher 得分 Z_j 分为违约和非违约两组. 如表 2 第 83 行第 1815~1829 列是 15 个违约客户的 Fisher 得分, 第 1830~3628 列是 1799 个非违约客户的 Fisher 得分.

表 2 小型工业企业 81 个指标的原始数据及标准化数据												
(a) 序号	(b) 准则层	(c) 指标	(d) 指标 类型	1814 个客户的指标			1814 个客户的指标标准化打分结果 x_{ij}					
				原始数据 v_{ij}			15 个违约客户			1799 个非违约客户		
				(1) 客户 1	...	(1814) 客户 1814	(1815) 客户 1	...	(1829) 客户 15	(1830) 客户 16	...	(3628) 客户 1814
1	C ₁ 偿债能力	X ₁ 资产负债率	负向	0.330	...	0.600	0.454	...	0.654	0.000	...	0.369
...	
20		X ₂₀ EBITDA 与 总负债比率	正向	0.380	...	0.059	0.008	...	0.000	0.000	...	0.010
21	C ₂ 盈利能力	X ₂₁ 净资产收益率	正向	0.190	...	0.067	0.232	...	0.000	0.000	...	0.065
...	
33		X ₃₃ 经营活动产生 现金流入小计	正向	351 790 189	...	592 213 568	0.005	...	0.004	0.002	...	0.026
...
77	C ₉ 企业的 商业信誉	X ₇₇ 企业纳税记录	定性	无纳税记录	...	纳税三年以上、 无拖欠税款记录	0.250	...	0.000	0.000	...	1.000
...
81	C ₁₀ 抵质押 担保因素	X ₈₁ 抵质押 担保得分	定性	工业用地 土地使用权	...	其他企业保证	0.669	...	0.649	0.100	...	0.570
82	——	是否违约	——	1.000	...	0.000	1.000	...	1.000	0.000	...	0.000
83	——	Fisher 得分 Z_j		——			0.178	...	0.077	0.372	...	0.513

分别将第 1 组的 15 个违约客户与第 2 组 1799 个非违约客户的 Fisher 得分求均值, 得到 15 个违约客户的 Fisher 得分均值为 $Z^{(1)}=0.168$, 1799 个非违约客户的 Fisher 得分均值为 $Z^{(2)}=453$. 将这两个平均值代入 Fisher 判别临界值的公式 [15], 得到 Fisher 判别临界值 $Z_0=0.450$.

在 15 个违约客户中, 有 11 个客户的 Fisher 得分小于 $Z_0=0.450$, 判定为违约客户; 有 4 个客户 Fisher 得分大于 $Z_0=0.450$, 判定为非违约客户. 根据违约客户判别精度公式 [15], 得到违约客户的判别精度 $AD_0=73.3\%$. 同理, 测算非违约客户的判别精度 $AN_0=87.5\%$.

将 $AD_0=73.3\%$ 和 $AN_0=87.5\%$ 代入全部客户的判别精度公式 [15], 得到全部客户的判别精度 A_0 为: $A_0=(AD_0+AN_0)/2=(73.3\%+87.5\%)/2=80.4\%$.

任意删除该准则层内一个指标, 同理得到其他 12 个指标的 Fisher 判别的全部客户的判别精度 A_i . 例如, 去掉该准则第一个指标 X_{21} 净资产收益率后, 全部客户判别精度 $A_1=80.25\%$, 与全部 13 个指标的鉴别精度差值 $C_1 = A_0 - A_1 = 80.4\% - 80.25\% = 0.15\% > 0$, 根据删除指标标准, $C_1 > 0$, 删除指标 X_{21} 净资产收益率.

同理, 可以对其他指标进行筛选. 在第一次筛选中, 共删除了 54 个指标, 保留了 27 个对违约状态具有

显著鉴别能力的指标.

2) 基于信息冗余的第二次指标筛选

思路: 在同一准则层内相关系数大的一对指标中, 删除对违约状态判别精度影响程度较小的指标, 避免指标体系信息冗余.

删除指标的标准: 若相关系数大于 0.7, 说明指标反映信息重复, 则删除这两个指标中对违约状态判别精度影响程度较小的一个. 若相关系数小于 0.7, 说明指标反映信息不重复, 同时保留两个评价指标.

计算 1) 中保留的 27 个指标间的相关系数, 在相关系数大于 0.7 的指标中删除违约状态鉴别能力 A_i 小的指标.

经过该步骤的筛选共剔除了毛利率等 2 个指标, 剩余 25 个指标. 如表 3 第 3 列所示.

4.1.3 指标权重的确定

1) 基于 G1 法的主观赋权

选取某区域性商业银行总行 43 名专家对指标重要性程度进行排序.

根据与专家群体意见的偏离程度越低、权重越大的思路对专家进行赋权, 由专家确定序关系相邻的指标间重要性之比 r_k 的值, 例如, 指标 “ X_6 营业利润率” 与 “ X_{15} 相关行业从业年限” 同等重要, 重要性之比为 1. 同理, 确定任意相邻两个指标间的重要性之比 r_k . 将计算的 r_k 代入 G1 法主观权重公式^[15], 计算每个指标主观权重 $w_j^{(1)}$, 列入表 3 第 4 列.

2) 基于违约判别能力的客观赋权

通过单因素方差分析中 F 统计量的计算, 反映指标的违约判别能力, 对指标进行赋权.

以表 2 第 1 行资产负债率为例, 将表 2 第 1 行第 1815~1829 列的违约样本、及 1830~3628 列的非违约样本分别代入 F 统计量计算的公式^[15] 中, 计算指标的 F 值. 同理计算其他指标的 F 值.

对全部 25 个指标的 F 值进行归一化处理, 即得到每一个指标的权重 $w_j^{(2)}$, 列入表 3 第 5 列.

3) 基于信息含量的客观赋权

通过计算反映指标的信息含量的每个指标的均方差, 根据均方差对指标赋权.

以表 2 第 1 行资产负债率为例, 将表 2 第 1 行第 1815~3628 列的全部数据代入均方差计算公式^[15], 计算指标均方差. 同理计算其他指标的均方差.

对全部 25 个指标的均方差值进行归一化处理, 即得到每一个指标的权重 $w_j^{(3)}$, 列入表 3 第 6 列.

4) 基于最大违约鉴别能力的组合赋权

在 1)~3) 的单一赋权基础上, 以非违约企业的指标加权数据与正理想点距离最小、违约企业的指标加权数据与负理想点距离最小为目标函数, 构建多目标规划模型求解最优的组合权重, 使得赋权结果能够满足 “非违约企业的信用得分越高、违约企业的信用得分越低”, 最大地拉开非违约企业与违约企业间的距离.

设: D_k^+ - 第 k 个非违约企业的指标加权数据与正理想点的距离, D_l^- - 第 l 个违约企业的指标加权数据与负理想点的距离, $x_{kj}^{(0)}$ - 第 k 个非违约企业第 j 个指标标准化数据, w_j - 第 j 个指标的组合权重, θ_p - 第 p 种单一赋权方法的权重系数, $w_j^{(p)}$ - 第 p 种单一赋权方法计算的权重. 求解组合权重系数 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 的非线性规划模型如式 (5)~(8) 所示. 模型的构建过程详见文献 [15], 此处仅列结果.

obj1:

$$\min \sum_{k=1}^{n_0} (D_k^+)^2 = \sum_{k=1}^{n_0} \sum_{j=1}^m (w_j x_{kj}^{(0)} - w_j)^2$$

(5)

obj2:

$$\min \sum_{l=1}^{n_1} (D_l^-)^2 = \sum_{l=1}^{n_1} \sum_{j=1}^m (w_j x_{lj}^{(1)} - 0)^2$$

(6)

s.t.

$$\begin{cases} \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1 \\ \theta_1 \geq 0, \theta_2 \geq 0, \theta_3 \geq 0 \end{cases}$$

(7)

其中,

$$\omega_j = \theta_1 \times \omega_j^{(1)} + \theta_2 \times \omega_j^{(2)} + \theta_3 \times \omega_j^{(3)}$$

(8)

将表 3 第 4~6 列的权重分别代入组合赋权的非线性规划模型 (5)~(8) 中, 求解组合赋权的权重系数 θ_p , 结果列入表 3 第 26 行, 并将求得的权重系数 θ_p 代入式 (8) 中, 即对单一权重进行线性加权, 确定组合权重 w_j , 结果列入表 3 第 7 列.

表 3 主客观单一赋权及组合赋权的权重

(1) 序号	(2) 准则层	(3) 指标层	(4) 主观 权重 $w_j^{(1)}$	(5) 基于违约判别能力 计算的权重 $w_j^{(2)}$	(6) 信息含量计算 的权重 $w_j^{(3)}$	(7) 组合 权重 w_j
1	C ₁ 偿债能力	X ₁ 流动负债经营 活动净现金流比率	0.064	0.040	0.018	0.035
...	
6	C ₂ 盈利能力	X ₆ 营业利润率	0.092	0.000	0.041	0.019
...	
...
22	C ₈ 企业基本信用情况	X ₂₂ 企业到位注册资金类别	0.022	0.011	0.060	0.027
23		X ₂₃ 近三年企业授信情况	0.053	0.138	0.060	0.108
...
25	C ₁₀ 抵质押担保因素	X ₂₅ 抵质押担保得分	0.064	0.019	0.071	0.038
26	组合赋权的权重系数 θ_i		0.065	0.622	0.313	—

4.1.4 信用评分的确定

通过对建立的指标体系与计算的组合权重 w_j , 进行线性加权, 得到评价方程, 进而计算每个客户的信用评分. 评价方程的指标及系数如表 3 第 3、7 列所示. 评价方程用公式表述为:

$$P_i = 100 \times (0.035X_1 + 0.027X_2 + 0.031X_3 + \cdots + 0.175X_{24} + 0.038X_{25})$$

(9)

将表 2 第 1815~3628 列指标数据代入式 (9), 计算 1814 个贷款客户的信用评分 P_i , 如表 4 第 4 列所示.

表 4 第 5 列的信用评分的一阶差分根据式 (4) 由第 4 列任意相邻两个客户的信用评分之间作差得到, 即 $\Delta P_i = P_i - P_{i-1}$, 设置初始值 $\Delta P_1 = 0$.

如前所述, 指标的遴选、指标权重的确定及客户信用评分的计算不属于本文的研究内容. 下文 4.2 的内容是本研究的主要学术工作.

4.2 模型的建立及求解

4.2.1 非线性规划模型的建立

将表 4 第 2~5 列的应收未收本息、应收本息、信用评分及信用评分的一阶差分的数据代入式 (1)~(4), 建立非线性规划模型.

由于每一个信用等级的客户数都是动态变化的, 所以每一个信用等级的违约损失率、每一个等级的样本信用评分、信用评分的均值也相应的动态变化, 这就导致无法采用一个具体的公式来表达式 (1). 但是将表 4 第 2~5 列数据代入式 (1)~(4) 后所形成的优化模型, 通过计算机程序仍是可以求解的.

4.2.2 局部最优解的确定

1) AAA 等级样本数的确定

由上文 3.3.1 可知, AAA 等级样本数的最小值是“第 1 个违约样本的序号”, 由表 4 第 1~2 列可知, 第一个违约样本的序号是 950, 以 AAA 等级样本数 $m_1=950$ 为例, 说明局部最优解的求解过程.

2) $m_1=950$ 下可行解的求解

根据上文 3.3.2 中 (1)~(2) 求解优化模型的过程, 在 AAA 等级样本数 $m_1=950$ 情况下, 可得 24 组可行解: $(950, m_2^{(i)}, \cdots, m_9^{(i)})^T$, 及各等级样本数对应的违约损失率 $(0.130\%, LGD_2^{(i)}, \cdots, LGD_9^{(i)})^T$, 这里 $i=1, 2, \cdots, 24$.

表 4 工业小企业贷款的历史信息及违约损失率

(1) 客户 编号 i	(2) 应收未 收本息 L_{ji}	(3) 应收 本息 R_{ji}	(4) 信用 评分 P_i	(5) 信用 评分差 ΔP_i	(6) 区间内 样本数 B_j	(7) 信用 等级 j	(8) 评分区间	(9) 评分区 间长度	(10) 违约损 失率 LGD_k
1	0	3026125	84.69	—					
...					
950	4013511.8	3784389.8	73.41	0.0075	955	1 AAA	$73.36 \leq S \leq 100$	26.64	0.129%
951	0	1628806	73.40	0.0175					
...					
955	0	10915021	73.36	0.0121					
956	0	9580401	73.33	0.0320					
...	556	2 AA	$66.03 \leq S < 73.36$	7.33	0.267%
1511	5147392	5654032	66.03	0.0082					
1512	2725090	2993311	66.03	0					
...	110	3 A	$61.58 \leq S < 66.03$	4.45	0.714%
1621	0	304301	61.58	0					
1622	0	10593236	60.64	0.9394					
...	117	4 BBB	$32.55 \leq S < 61.58$	29.03	5.327%
1738	0	31823412	32.55	0.4556					
1739	5040662	32432666	32.08	0.4746					
...	5	5 BB	$31.72 \leq S < 32.55$	0.83	6.007%
1743	0	6871790	31.72	0					
1744	0	40640750	31.44	0.2758					
...	12	6 B	$29.20 \leq S < 31.72$	2.52	19.203%
1755	5033596	5636353	29.20	0					
1756	0	1014100	27.28	1.4910					
...	22	7 CCC	$27.13 \leq S < 29.20$	2.07	20.389%
1777	4045110	4890783	27.13	0.1461					
1778	0	2070030	26.23	0.5454					
...	35	8 CC	$17.67 \leq S < 27.13$	9.46	32.595%
1812	0	13510055	17.67	0.0552					
1813	0	305075.3	10.91	6.7540	2	9 C	$0 \leq S < 17.67$	17.67	90.044%
1814	8411541	9036506	9.62	1.2951					

3) $m_1=950$ 下局部最优解的确定

根据 2) 求得的 24 组可行的样本数 $(950, m_2^{(i)}, \dots, m_9^{(i)})^T$, 可以确定在每一组可行样本数下各个等级包括的样本的信用评分 P , 进而确定第 k 个信用等级中最后一个样本 (即第 m_k 个样本) 的信用评分 $P_{m_k}^k$ 与第 $k+1$ 个信用等级中第一个样本的信用评分 P_1^{k+1} 之差, 即确定式 (1) 中小括号内信用评分之差, 因此, 可以确定式 (1) 所述的目标函数值 f .

根据 24 组可行解可以确定 24 个目标函数值 f_i , 目标函数最大值 $f_i=10.498$ 对应的那组可行解就是在 AAA 等级样本数为 $m_1=950$ 时的局部最优解. 如表 5 的第 3 列所示.

4.2.3 全局最优解的确定

给定不同的 m_1 , 可得不同的局部最优解. 比较不同局部最优解下的目标函数值, 目标函数值最小者对应的一组局部最优解即为全局最优解.

由上文 3.3.1 可知, AAA 等级样本数的最小值是 “第 1 个违约样本的序号”, 最大值是 “倒数第 8 个违约样本序号 -1”.

由表 4 第 1~2 列可知, 第一个违约样本的序号是 950, 倒数第 8 个违约样本的序号是 1754, 所以 AAA 等级样本数区间为 $[950, 1753]$. 所以 m_1 的取值区间是 $[950, 1753]$.

对于区间 $[950, 1753]$ 内任意一个正整数都可以作为 m_1 的取值, 在确定不同的 m_1 取值的条件下, 重复上文 3.3.2 中 1)~2) 的求解过程, 可得在 AAA 等级样本数是 m_1 的情况下的最优解和目标函数值, 如表 5

不同列所示.

将不同初值 m_1 的情况下, 局部最优解对应的 9 个等级样本数及违约损失率分别列入表 5 前 9 行, 目标函数值列入第 10 行相应列.

应该指出, 如 3.3.1 所述, 第一个等级的样本数 m_1 的取值区间是 $[950, 1753]$, 该取值区间是根据每一个信用等级至少含有一个违约样本确定的, 是一个具有较大变动范围的区间, 其目的是为了编写程序方便. 而实际中, 不仅要保证每一个等级至少含有一个违约样本, 还要保证后一个等级的违约损失率大于前一个等级的违约损失率, 因此 m_1 的取值区间的右端点值是 ≤ 1753 . 在本文的实证样本下, 在 $m_1 \geq 1512$ 时, 不论如何进行等级划分, 都不满足违约金字塔原理, 即不存在可行解. 因此, m_1 的取值区间的右端点值是 1511.

由表 5 第 10 行知, 在 564 个局部最优解中、目标函数最大值为 10.512. 与 10.512 对应的 $m_1=955$, 即 $m_1=955$ 时的局部最优解就是全局最优解. 也就是表 5 第 8 列对应的信用等级划分结果就是最优的信用等级划分.

将表 5 第 2、8 列的信用等级及每个等级对应的违约损失率 LGD 以图的形式给出, 如图 4 所示. 其中, 图内每一横线的长度代表了相应信用等级违约损失率的大小.

表 5 局部最优信用等级划分结果

(1) 序号	(2) 信用 等级	(3) 初值 $m_1 = 950$		(4) 初值 $m_1 = 951$...	(8) 初值 $m_1=955$...	(564) 初值 $m_1 = 1511$	
		样本数	LGD	样本数	LGD		样本数	LGD		样本数	LGD
1	AAA	950	0.130%	951	0.130%	...	955	0.129%	...	1511	0.185%
2	AA	561	0.263%	560	0.263%	...	556	0.267%	...	34	2.406%
3	A	110	0.714%	110	0.714%	...	110	0.714%	...	193	3.603%
4	BBB	117	5.327%	117	5.327%	...	117	5.327%	...	6	4.047%
5	BB	5	6.007%	5	6.007%	...	5	6.007%	...	10	24.046%
6	B	12	19.203%	12	19.203%	...	12	19.203%	...	22	24.452%
7	CCC	22	20.389%	22	20.389%	...	22	20.389%	...	10	25.975%
8	CC	35	32.595%	35	32.595%	...	35	32.595%	...	26	37.119%
9	C	2	90.044%	2	90.044%	...	2	90.044%	...	2	90.044%
10	目标函数值	10.498		10.490		...	10.512		...	8.313	

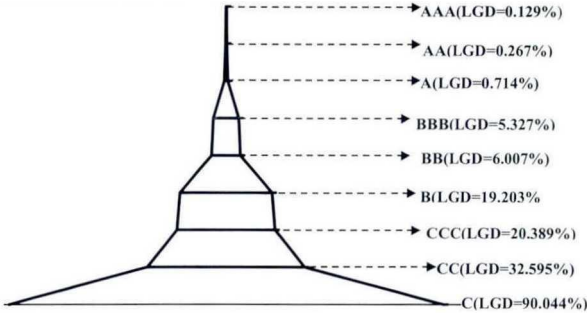


图 4 信用等级的划分结果

4.3 信用等级划分结果及分析

将表 5 第 8 列的样本数和违约损失率分别列入表 4 第 6、10 列. 根据表 4 中每一个信用等级最后一个样本的信用评分确定该等级的信用评分区间.

例如 AAA 等级最后一个样本是第 950 个样本, 其信用评分是 73.41, 所以 AAA 等级的信用评分区间是 $[73.41, 100]$. 再如, AA 等级最后一个样本是 1511, 该样本的信用评分是 66.03, 因此 AA 等级信用评分区间是 $[66.03, 73.41]$. 同理确定其他信用等级的评分区间, 结果列入表 4 第 8 列.

应该指出, 信用评分区间确定时, 采用每一个信用等级最后一个样本的评分作为临界值, 避免最终确定的信用评分区间不连续.

表 4 第 9 列的评分区间长度等于第 8 列评分区间右端点值与左端点值的差.

1) 本研究的信用等级划分结果满足信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准. 从表 4 第 10 列

的 9 个违约损失率数值可以看出,随着信用等级从 AAA、AA、⋯、C 逐渐越低、每个等级违约损失率从 0.129%、0.267%、⋯、90.044% 逐渐升高,满足信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准。

2) 本研究的信用等级划分结果满足“信用差异度最大”的标准。从表 5 第 8 列第 10 行可知,目标函数的最大值为 10.512,在该信用等级划分方法下,能够保证信用差异大的客户划分为不同信用等级,也就是满足信用差异度最大准则。

3) 在信用等级划分过程中,由于考虑了每一种划分方法,因此最终得到的划分结果是全局最优,避免了划分结果局部收敛的弊端。

4.4 对比分析

4.4.1 对比模型及信用等级划分结果

模型 1: 基于信用差异度最大的信用等级划分结果 (本研究的模型),将表 4 第 9、10 列的信用等级划分结果列入表 6 第 3、4 列。

模型 2: 按照客户信用评分越相近越易划分为同一个信用等级的 K- 均值聚类方法^[10],对信用评分聚为 9 类,也就是划分为 9 个信用等级,划分结果如表 6 第 5、6 列所示。

模型 3: 满足信用等级越高、违约损失率越低这一信用评级本质特征的信用等级划分,划分结果如表 6 第 7、8 列所示。

需要指出: 3 个模型都选取相同的实证样本,即都选取中国某地区性商业银行的 1814 个工业小企业的贷款数据为实证样本,避免了由于数据不同导致的结果不具有可比性的不足。

表 6 信用等级划分结果对比

(1) 序号	(2) 债信等级	模型 1		模型 2		模型 3	
		(3) 评分区 间长度	(4) 违约 损失率	(5) 评分区 间长度	(6) 违约 损失率	(7) 评分区 间长度	(8) 年违约 损失率
1	AAA	26.64	0.129%	24.20	0.000%	33.97	0.185%
2	AA	7.33	0.267%	5.41	0.159%	0.19	3.500%
3	A	4.45	0.714%	5.98	0.619%	31.42	3.706%
4	BBB	29.03	5.327%	6.86	9.146%	2.70	3.717%
5	BB	0.83	6.007%	8.6	0.000%	2.51	15.056%
6	B	2.52	19.203%	15.94	0.000%	1.87	32.690%
7	CCC	2.07	20.389%	8.95	19.207%	0.75	33.361%
8	CC	9.46	32.595%	6.4	0.000%	8.93	33.374%
9	C	17.67	90.044%	17.66	90.044%	17.66	90.044%
评分区间长度的方差		115.99	—	43.45	—	179.92	—

4.4.2 信用等级划分结果的对比分析

从以下两个标准对比三个模型中,只有同时满足以下两个标准的模型更好。

1) 信用等级越高、违约损失率越低的金字塔标准

从表 6 第 4、6、8 三列可知,随着信用等级从 AAA 到 C 的逐渐下降,第 4、8 两列所对应的违约损失率都满足逐渐增加,即模型 1、3 都满足信用等级越高、违约损失率越低的金字塔标准。而模型 2 中 BB 等级违约损失率 0.000% 小于 BBB 等级违约损失率 9.146%,不满足信用等级越高、违约损失率越低的信用评级的本质特征。所以模型 2 不满足金字塔标准,不是合理的模型。

2) 客户信用评分区间分布具有稳定性的标准

通过模型的信用评分区间分布稳定性对比模型 1、3 的优劣。表 6 第 3、7 列分别代表了模型 1、3 的信用评分区间长度。如前所述,信用评分区间长度不能过大也不能过小,需要尽可能分布均匀。若信用评分区间长度过小,则该等级客户的信用状况稍微变化就导致其信用等级也发生变化。若信用评分区间长度大,则即使该等级客户的信用状况发生很大的变化,其信用等级也不会变化。这两种情况会造成银行贷款或社会公众购买公司债券等投资决策的失误。

从表 6 第 3 列可知,模型 1 的评分区间长度最大值为 29.03,最小值为 0.83。从表 6 第 7 列可知,模型 3

的评分区间长度最大值为 33.97, 最小值为 0.19.

为了对比出哪一个模型的信用评分区间稳定性更好, 分别计算 3 个模型对应的 9 个等级的评分区间长度的方差, 方差越小, 说明 9 个等级的评分区间长度分布越均衡, 相应的信用评分区间的稳定性越好.

将计算的 3 个模型的评分区间长度的方差列入表 6 最后一行, 模型 1~3 这 3 个模型的评分区间长度的方差大小分别是: 115.99、46.45、179.92, 大小关系是: 模型 2< 模型 1< 模型 3.

就评分区间分布具有稳定性能这个标准, 模型 2 最优, 模型 1 次之. 但是模型 2 不满足信用等级越高、违约损失率越低的信用评级的本质特征, 所以, 在 3 个模型中, 本研究所建立的模型 1 更为合理.

综上, 3 个模型中, 模型 1 的信用等级划分结果最优.

5 结论

5.1 主要结论

- 1) 信用等级划分必须要满足信用等级越高、违约损失率越低这一信用评价的本质特征.
- 2) 信用等级划分要满足信用差异度最大准则, 保证信用评分差异大的相邻两个客户划分为不同信用等级.
- 3) 以中国某商业银行近 20 年来的 1814 笔工业小企业贷款数据为实证样本的研究结果表明, 本研究的信用等级划分方法在满足信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准下, 还能保证信用状况差异越大的客户划分为不同等级.

5.2 主要创新

- 1) 根据第 k 个信用等级中最后一个样本的信用评分 P_{mk}^k 与第 $k+1$ 个信用等级中第一个样本的信用评分 P_1^{k+1} 确定相邻两个等级的信用评分差值, 以所有信用等级的评分差值之和 $\sum(P_{mk}^k - P_1^{k+1})$ 最大为目标函数, 确保最大程度的保证信用评分差异大的客户划分为不同信用等级. 避免了把信用状况差异较大的客户划分成同一个信用等级的不合理现象.
- 2) 以信用等级由高到低的违约损失率严格递增为约束条件建立信用等级划分模型, 保证信用等级划分结果满足信用等级越高、违约损失率越低的违约金字塔标准, 避免出现信用等级很高、违约损失率反而不低的不合理现象.

参考文献

[1] 凤凰网财经 [EB/OL]. [2012-11-06.]. <http://finance.ifeng.com/stock /special/meixypj/20110808/4362727.shtml>.

[2] 刘克崱. 美国次级房贷危机的原因及启示 [J]. 管理世界, 2007(12): 1-7.
Liu K G. The reasons and revelations of the U.S. subprime crisis[J]. Management World, 2007(12): 1-7.

[3] Min J H, Lee Y C. A practical approach to credit scoring[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 35(4): 1762-1770.

[4] 中国建设银行. 关于印发《中国建设银行小企业客户债信评级办法》[R]. 中国建设银行, 建总发 [2009]101 号.
China Construction Bank. China Construction Bank customer credit rating method for small businesses[R]. China Construction Bank, number[2009]101.

[5] Zhi H Y, Yang Z Y. Research on credit rating of SMEs based on combination evaluation[C]// 2011 International Conference on Business Management and Electronic Information, 2011: 661-664.

[6] 迟国泰, 潘明道, 齐菲. 一个基于小样本的银行信用风险评级模型的设计及应用 [J]. 数量经济技术经济研究, 2014(6): 102-116.
Chi G T, Pan M D, Qi F. A credit rating model for analyzing bank customers based on small sample[J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2014(6): 102-116.

[7] Crosbie P, Bohn J. Modeling default risk[R]. Moody's KMV Corporation, 2003: 5-30.

[8] Gupton G, Finger C, Bhatia M. Credit metrics TM-technical document[M]. New York: J. P. Morgan & Co. Incorporated, 1997.

[9] Credit Suisse First Boston. Credit risk+: A credit risk management framework[R]. Credit Suisse First Boston International, 1997: 3-29.

[10] Florez-Lopez R. Modeling of insurers' rating determinants: An application of machine learning techniques and statistical models[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 183(3): 1488-1512.

- [11] Thiemo K, Sandra P, Andrea R. The optimal structure of PD buckets[J]. Journal of Banking & Finance, 2008, 32: 2275–2286.
- [12] Lyra M, Paha J, Paterlini S, et al. Optimization heuristics for determining internal rating grading scales[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2010, 54(11): 2693–2706.
- [13] 迟国泰, 石宝峰. 基于信用等级与违约损失率匹配的信用评级系统与方法 [P]. 中国: ZL201210201461.6. 2015-08-19.
Chi G T, Shi B F. Credit rating system and method based on matching of credit rating and LDG[P]. China: ZL201210201461.6. 2015-08-19.
- [14] 迟国泰, 程砚秋. 基于信用等级与违约损失率匹配的信用评级调整方法 [P]. 中国: ZL201210201114.3. 2015-09-16.
Chi G T, Cheng Y Q. A credit rating adjustment method based on credit rating and loss given default matching[P]. China: ZL201210201114.3. 2015-09-16.
- [15] 迟国泰, 周颖, 石宝峰, 等. 大连银行小企业债信评级和信用评级系统研究 [R]. 大连: 大连理工大学, 2015.
Chi G T, Zhou Y, Shi B F, et al. The research on facility rating and credit rating system of small enterprises for Bank of Dalian[R]. Dalian: Dalian University of Technology, 2015.
- [16] Basel Committee on Banking Supervision. BASEL III. Monitoring report[R]. Basel, 2013-09.