

Introduction to Computer Graphics



Viewing

Ming Zeng
Software School
Xiamen University

Contact Information:
zengming@xmu.edu.cn

第四章 几何对象与变换

Geometry Objects and Transformations

- 第一次课：几何及其表示（更注重数学概念）
 - 与坐标无关的几何：点、标量、向量
 - 向量空间、仿射空间、欧氏空间
 - 几何的坐标表示
 - 几何在OpenGL中是如何表示的（OpenGL中各种不同标架）
- 第二次课：变换及OpenGL实现（更注重实际算法运作）
 - 几何变换的数学表示
 - OpenGL中的几何变换
 - 专题：虚拟轨迹球的实现

第四章 几何对象与变换

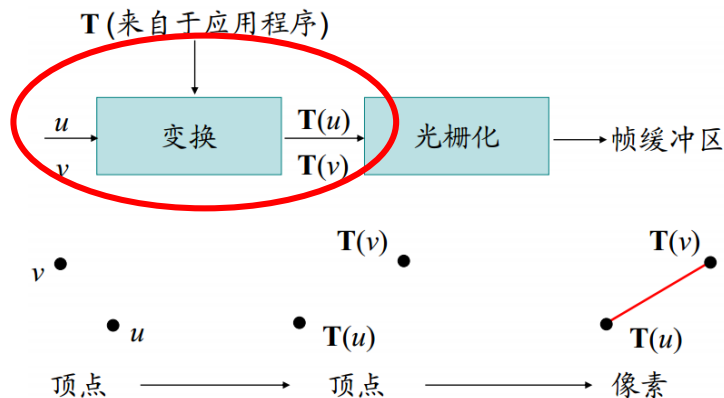
Geometry Objects and Transformations

- 第二次课：变换及OpenGL实现（更注重实际算法运作）
 - 几何变换的数学表示
 - 平移、旋转、缩放的4*4矩阵表示（对应齐次坐标）
 - 变换的复合：复杂的旋转、旋转中心不在原点的旋转
 - OpenGL中的几何变换
 - glTranslatef, glRotatef, glScalef等
 - glLoadIdentity等
 - 获取opengl矩阵的方法：glGetFloatv(GL_MODELVIEW_MATRIX, arr);
 - glPushMatrix, glPopMatrix等
 - 专题：虚拟轨迹球的实现
 - 鼠标在窗口的位置映射到球面上
 - 计算相邻两个轨迹点在球面上的张角，以及转轴
 - 当鼠标在轨迹球之外时，应该如何处理？

第五章 视图(Viewing)

本章节主要解决相机的设置问题

- 视图概念(了解)
- OpenGL中的视图设置（掌握）
 - 描述相机方位的函数、矩阵
 - 描述相机投影的函数、矩阵
- 回顾、总结图形流水线的前半部分（顶点变换）（掌握）



第五章 视图(Viewing)

本章节主要解决相机的设置问题

- 视图概念
- OpenGL中的视图设置
 - 描述相机方位的函数、矩阵
 - 描述相机投影的函数、矩阵
- 回顾、总结图形流水线的前半部分（顶点变换）

视图概念

- 视图（这里特制相机的投影过程）主要包括：
 - 平行投影
 - 透视投影

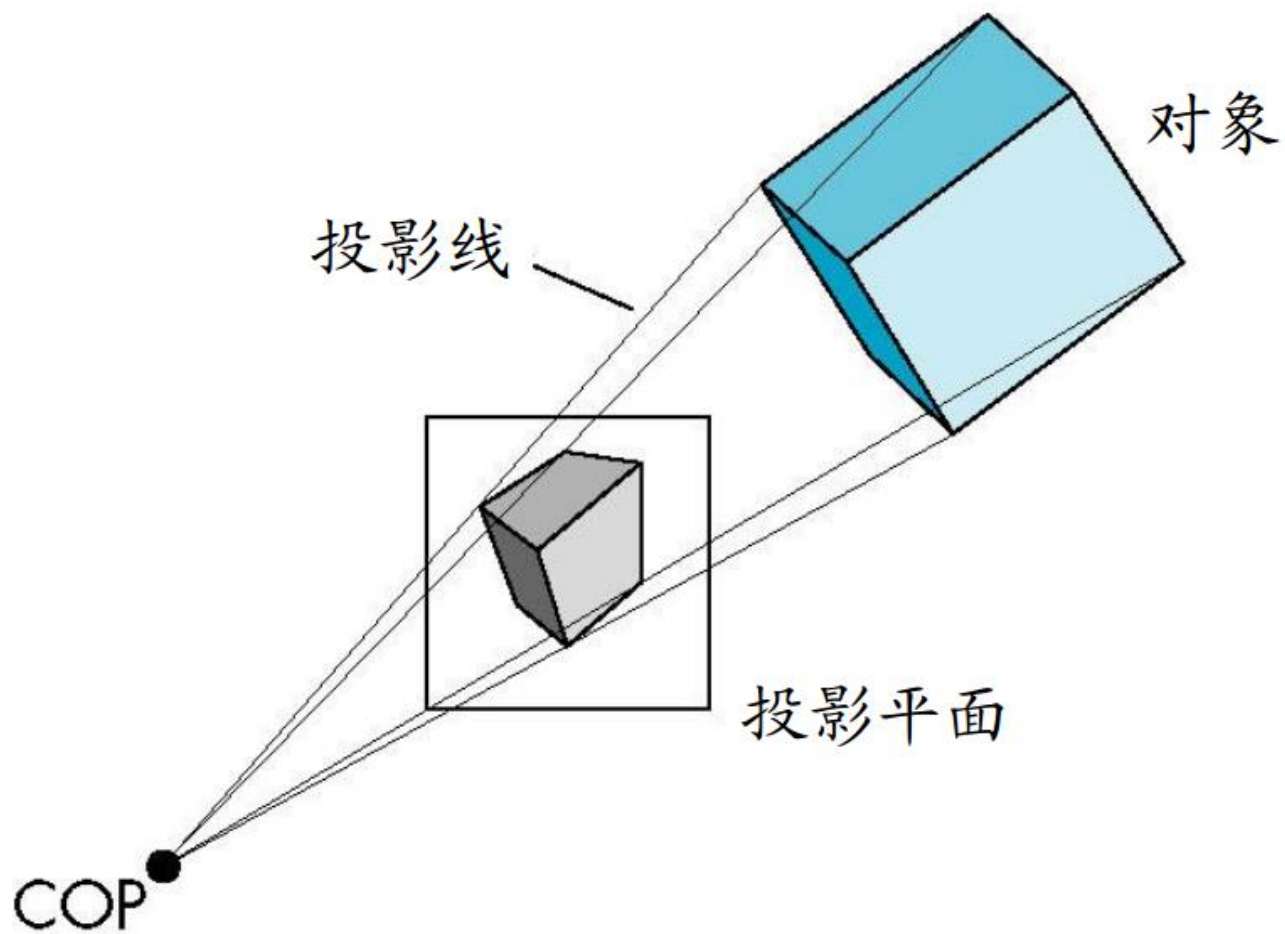
视图三要素

- 视图中需要三个基本要素
 - 一个或多个对象
 - 观察者，带有一个投影面
 - 从对象到投影平面的投影线
- 视图就是基于这些要素之间的关系
 - 观察者选取一个对象，以期望看到的方位进行定向

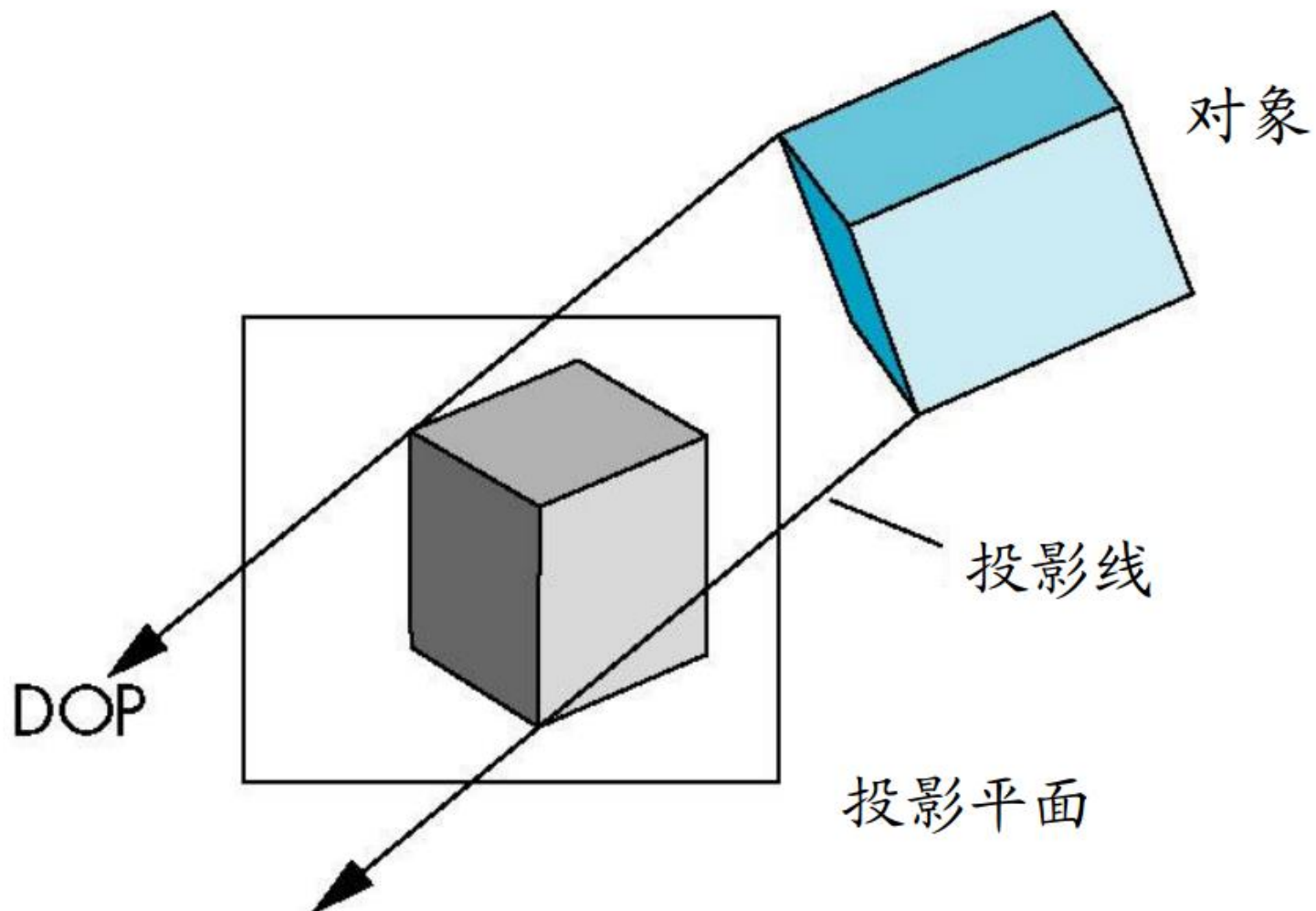
透视投影 vs 平行投影

- 计算机图形学中把所有的投影用同样的方法处理，用一个流水线体系实现它们
- 在经典视图中为了绘制不同类型的投影，发展出来不同的技术
- 平行投影和透视投影有基本区别，虽然从数学上说，平行投影是透视投影的极限状态

透视投影

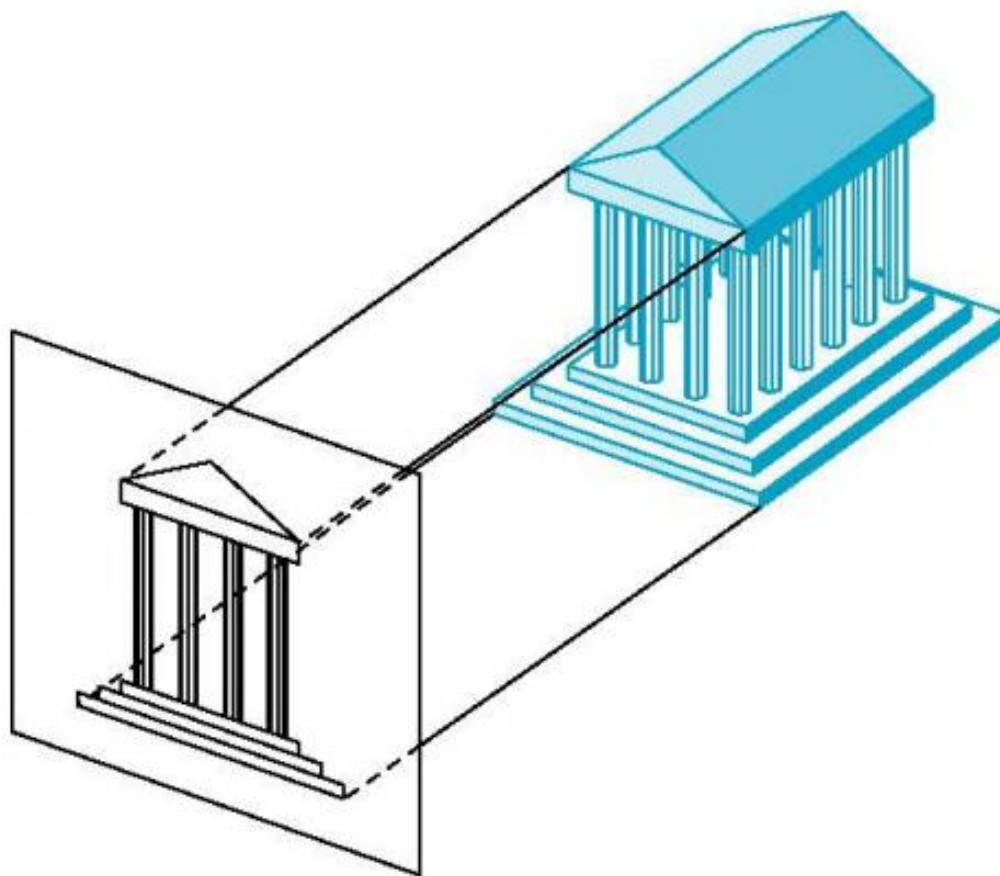


平行投影



正交投影

- 投影线垂直于投影平面



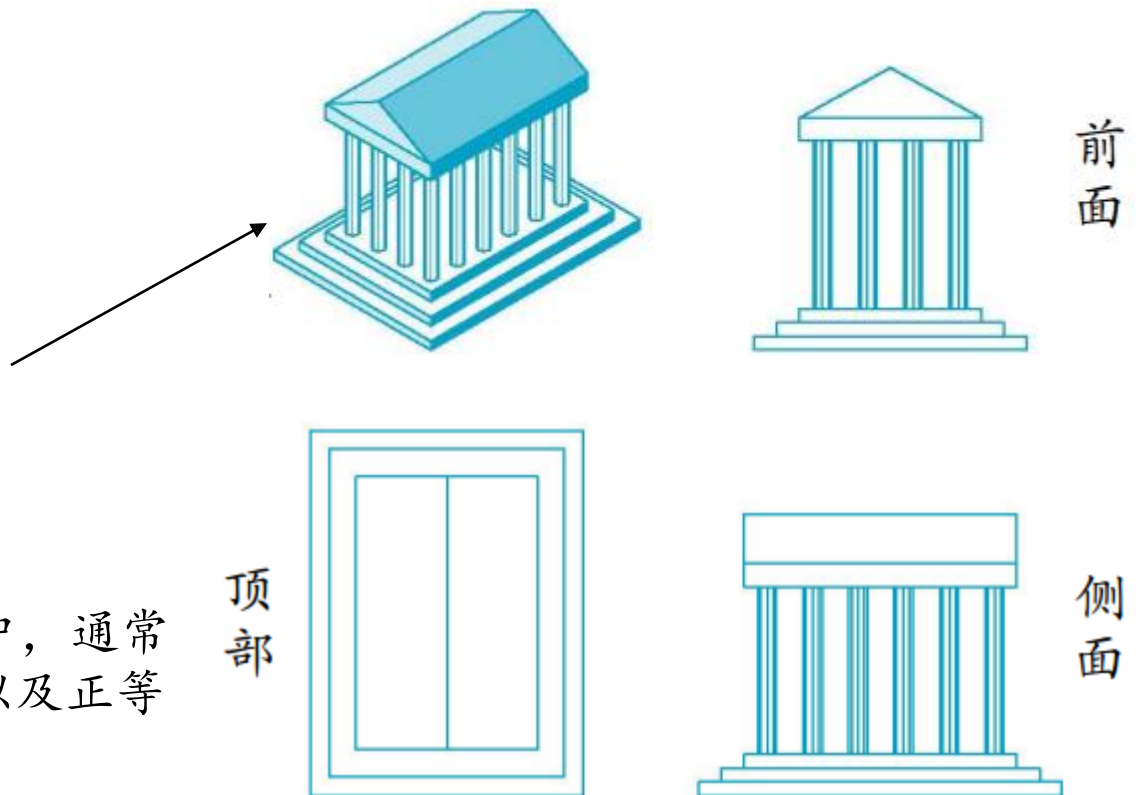
多视点正交投影

- 投影平面平行于某个主视面
- 通常从前面、和侧面进行投影

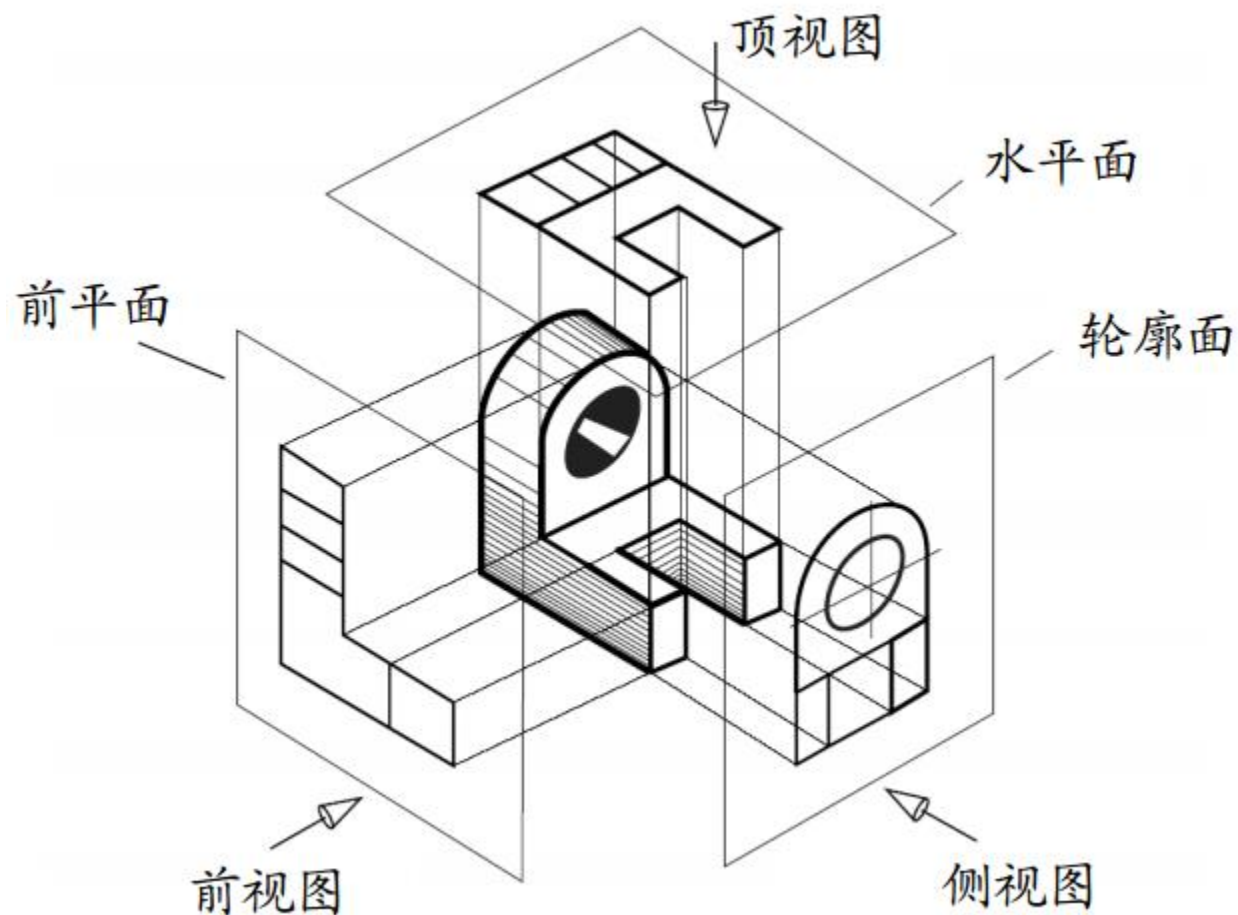
- 三视图
- 正视图（主视图）
- 俯视图
- 侧视图（左视图）

- 正等轴测图（不是多视图正交视图的一部分）

- 在CAD和建筑行业中，通常显示出来三个视图以及正等轴测图



机器零件的三视图

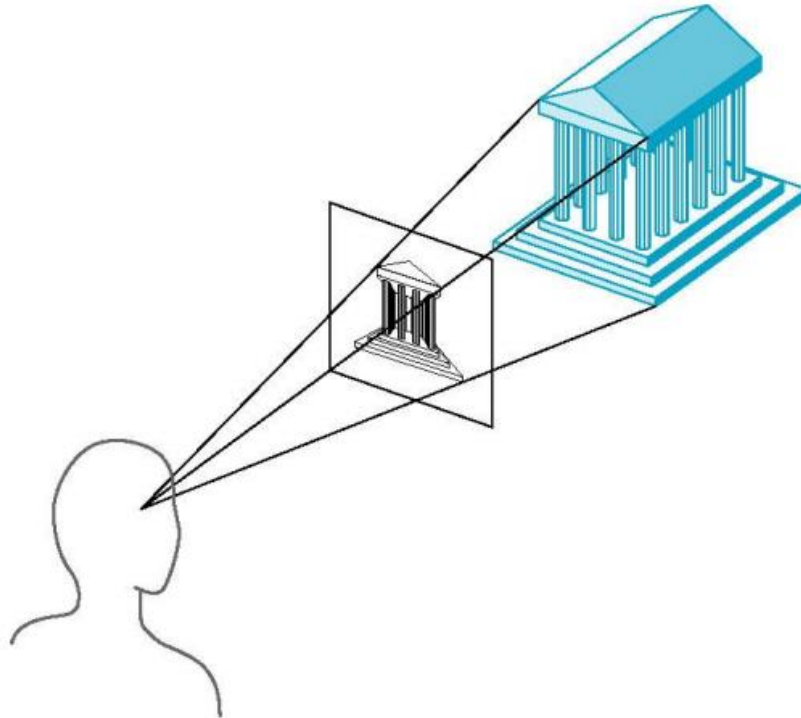


优缺点

- 保持了距离与角度
 - 保持形状
 - 可以用来测量
 - 建筑设计图
 - 手册
- 看不到对象真正的全局形状，因为许多面在视点中不可见

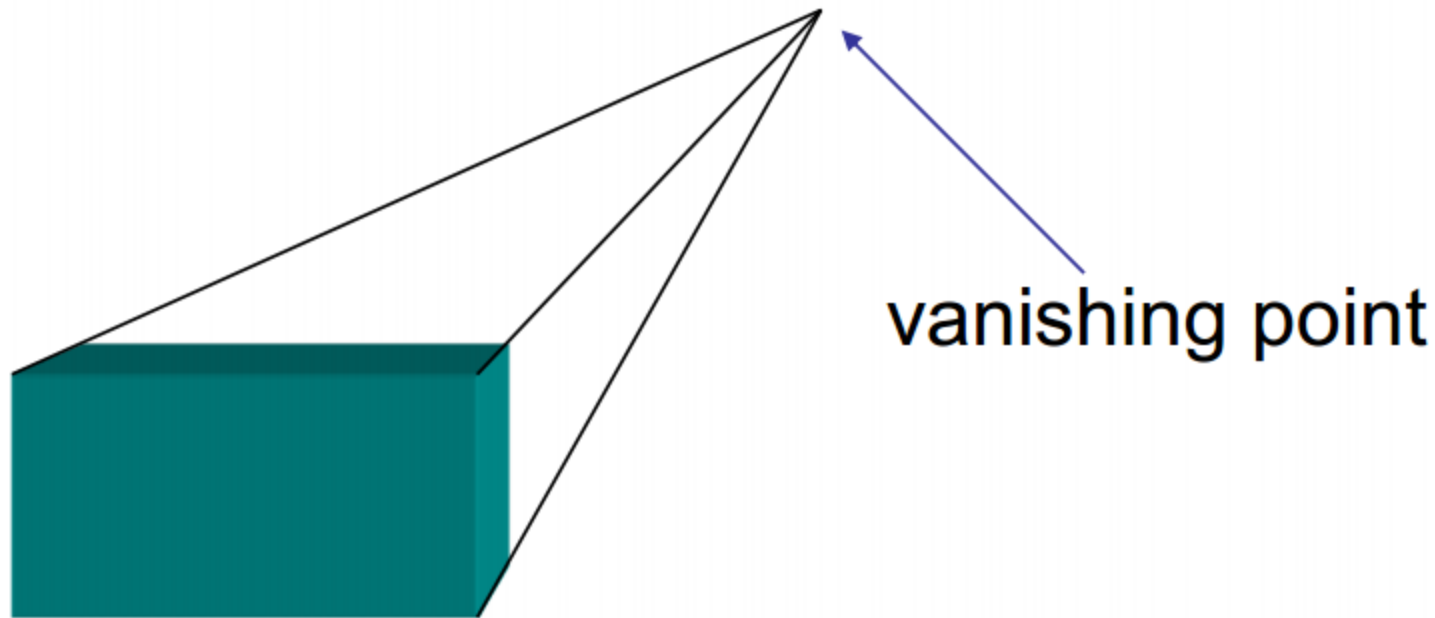
透视投影

- 投影线会聚于投影中心(COP): 尺寸缩小
- 经典视图中, 观察者相对于投影平面对称
 - 投影中心和投影窗口确定一个对称的正棱锥

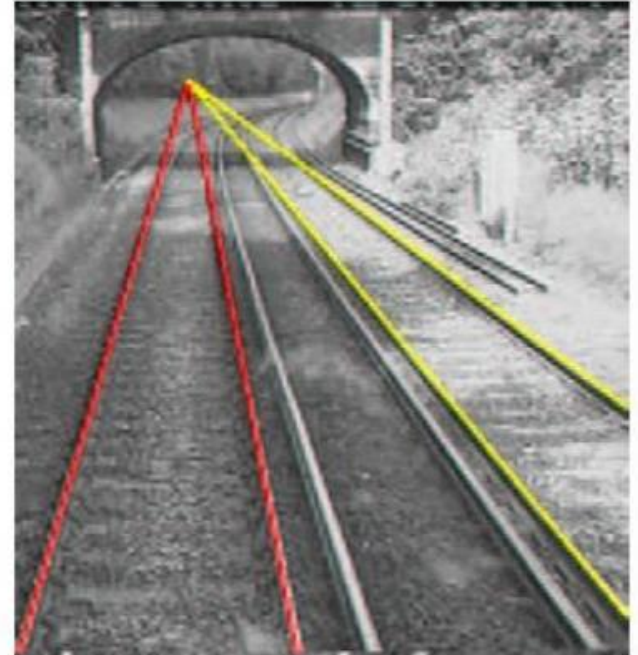
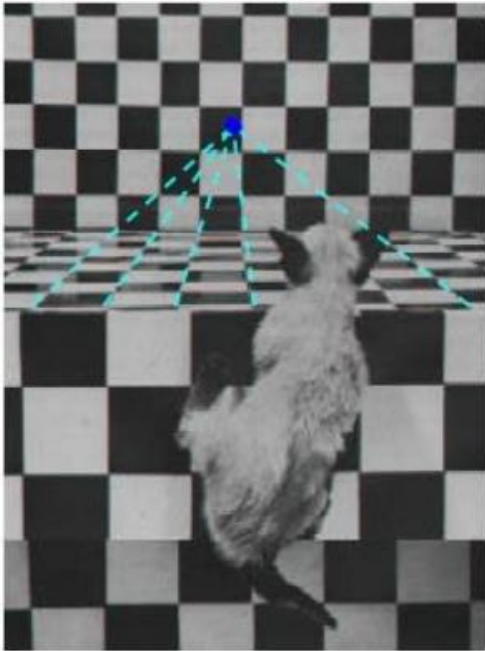


灭点 (vanishing point)

- 对象上（不平行于投影面）的平行线在投影后交于一个灭点(vanishing point)
- 手工绘制简单透视投影时要利用这些灭点

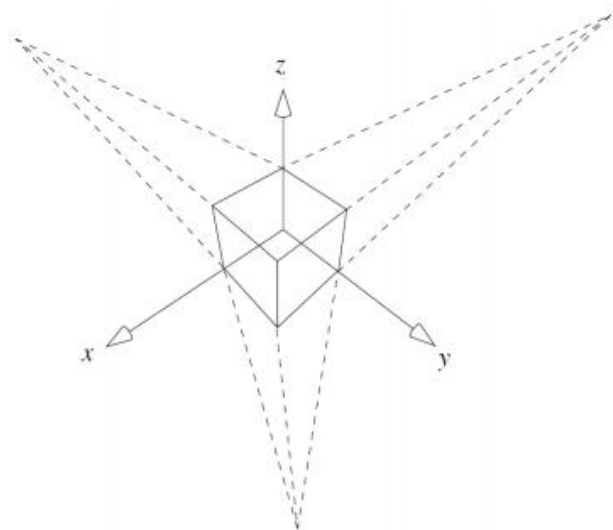


示例



三点透视

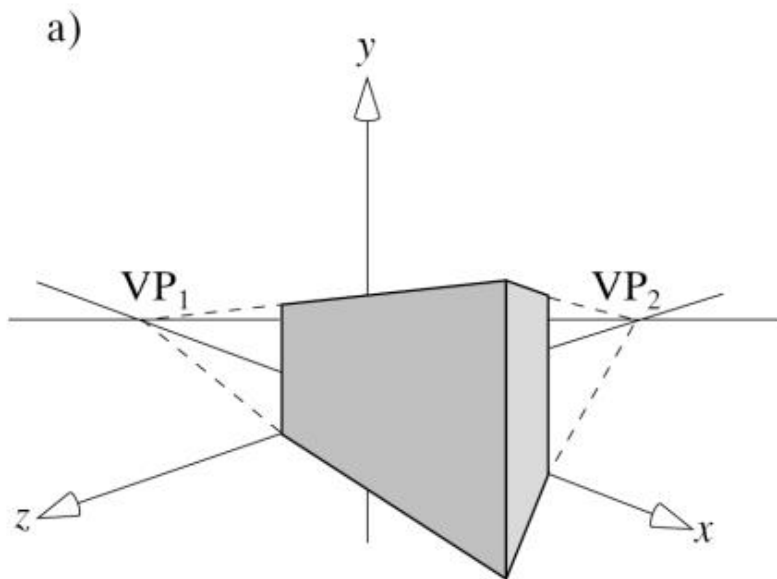
- 立方体的投影中有三个灭点



(a)

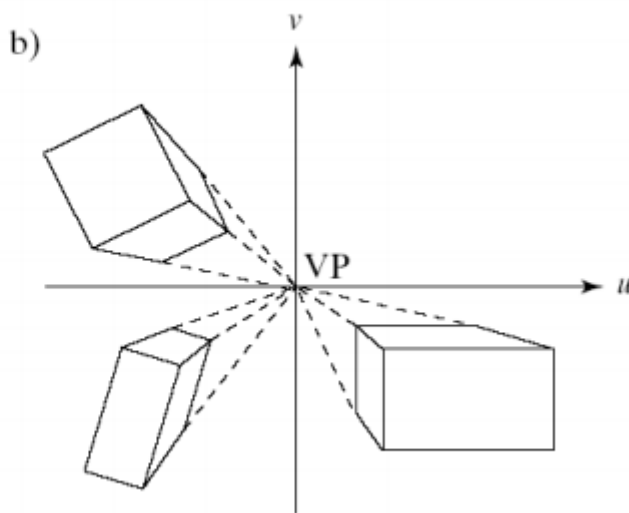
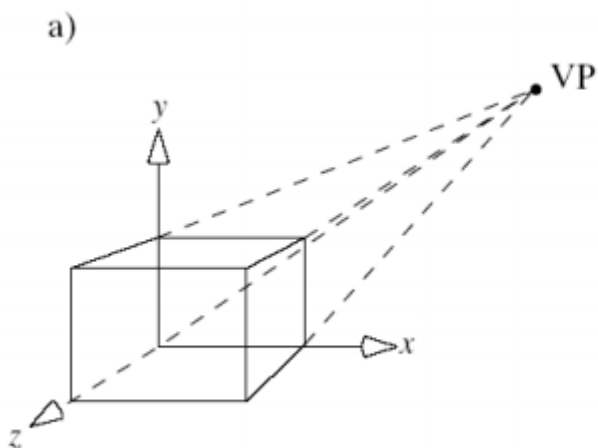
两点透视

- 立方体的投影中有两个灭点



单点透视

- 立方体的投影中有一个灭点



优缺点

- 同样大小的对象，离视点越远，投影结果就越小(diminution)
 - 看起来更自然
- 直线上等距的几点投影后不一定等距——非均匀缩短(nonuniform foreshortening)
 - 借助透视投影图测量尺寸较平行投影困难
- 只有在平行于投影面的平面上角度被保持
- 相对于平行投影而言，更难用手工进行绘制（但对计算机而言，没有增加更多的困难）
- 主要应用在动画等真实感图形领域

第五章 视图(Viewing)

本章节主要解决相机的设置问题

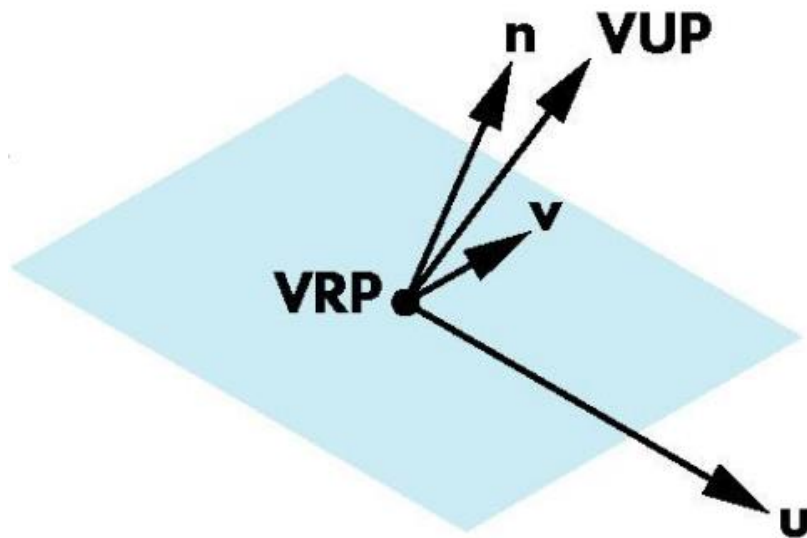
- 视图概念
- OpenGL中的视图设置
 - 描述相机方位的函数、矩阵
 - 描述相机投影的函数、矩阵
- 回顾、总结图形流水线的前半部分（顶点变换）

gluLookAt

- 设置相机位置、方位
- 属于模型视图矩阵
 - gluLookAt设置相机的位置和方位
 - 其实可以等价于反方向设置物体的位置和方位
 - 因此：gluLookAt可以有glRotate和glTranslate等函数联合实现
- 如何求gluLookAt所对应的变换矩阵

先来回顾gluLookAt

- 照相机初始时位于世界标架的原点，方向指向z轴负方向
- gluLookAt在世界标架中描述照相机的方位
- 三组参数：相机中心,相机目标点,相机朝上方位

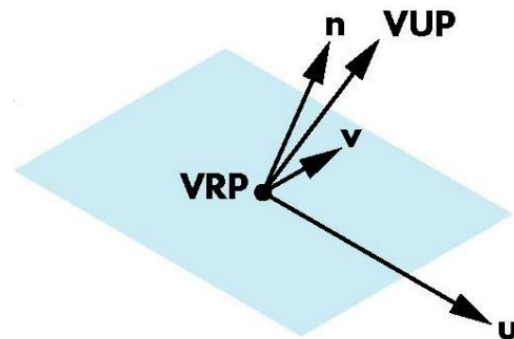


VPN & VUP

- n 给出投影面的方向，即平面的法向（视线方向）
- 只有平面的定向不能完全确定照相机的定向—照相机还可以绕 n 方向旋转
- 只有给出了VUP，才完全确定了照相机的方向

VUP如果不与平面平行呢？

- 不要求VUP向量必定平行于投影面
- 把VUP投影到投影平面上得到向量 \mathbf{v}
 - \mathbf{v} 与 \mathbf{n} 正交
 - 任何不平行与 \mathbf{v} 的向量也可以指定为VUP



计算变换矩阵

设VRP点 $\mathbf{p} = [x, y, z, 1]^T$, 视平面法向 $\mathbf{n} = [n_x, n_y, n_z, 0]^T$, 正向向量为 $\mathbf{v}_{up} = [v_{upx}, v_{upy}, v_{upz}, 0]^T$
 $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{up} - (\mathbf{v}_{up} \cdot \mathbf{n}) / (\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}$, 把 \mathbf{v} , \mathbf{n} 单位化

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} \times \mathbf{n}$$

视图定位矩阵为

$$\begin{pmatrix} Ux & Uy & Uz & 0 \\ Vx & Vy & Vz & 0 \\ Nx & Ny & Nz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -Tx \\ 0 & 1 & 0 & -Ty \\ 0 & 0 & 1 & -Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ux & Uy & Uz & -U \cdot T \\ Vx & Vy & Vz & -V \cdot T \\ Nx & Ny & Nz & -N \cdot T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & -xu_x - yu_y - zu_z \\ v_x & v_y & v_z & -xv_x - yv_y - zv_z \\ n_x & n_y & n_z & -xn_x - yn_y - zn_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

实例计算

```
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
glLoadIdentity();
gluLookAt(0, 0, 0, 0, 0, -1, 0, 1, 0);
float arr[16];
glGetFloatv(GL_MODELVIEW_MATRIX, arr);
for(int i=0; i<4; ++i)
{
    for(int j=0; j<4; ++j)
    {
        printf("%f ", arr[j*4+i]);
    }
    printf("\n");
}
```

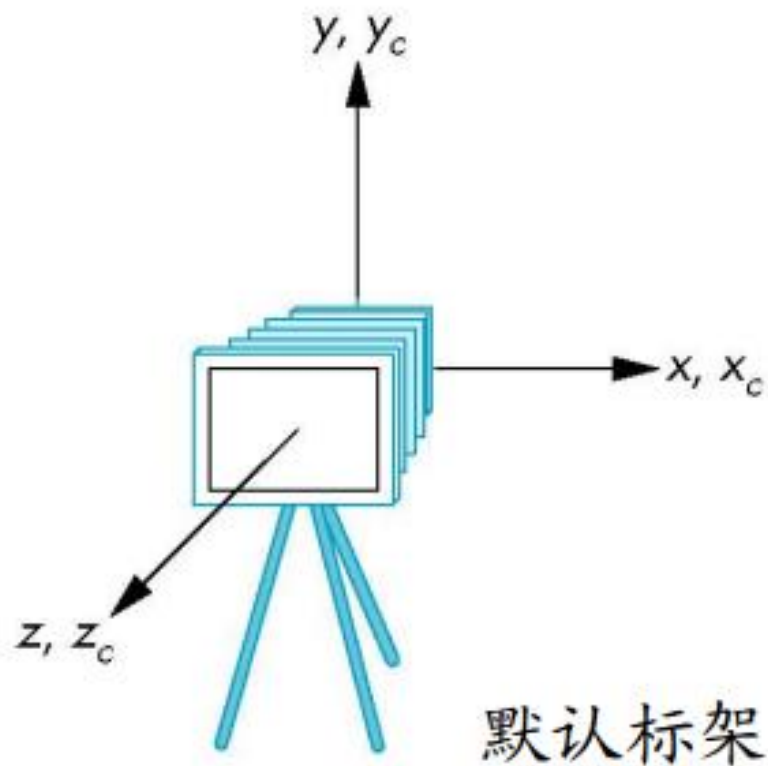
```
1.000000 0.000000 0.000000 0.000000
0.000000 1.000000 0.000000 0.000000
0.000000 0.000000 1.000000 0.000000
0.000000 0.000000 0.000000 1.000000
```

```
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
glLoadIdentity();
gluLookAt(0, 0, 0, 0, 0, -1, 0, -1, 0);
float arr[16];
glGetFloatv(GL_MODELVIEW_MATRIX, arr);
for(int i=0; i<4; ++i)
{
    for(int j=0; j<4; ++j)
    {
        printf("%f ", arr[j*4+i]);
    }
    printf("\n");
}
```

```
-1.000000 0.000000 0.000000 0.000000
0.000000 -1.000000 0.000000 0.000000
0.000000 0.000000 1.000000 0.000000
0.000000 0.000000 0.000000 1.000000
```

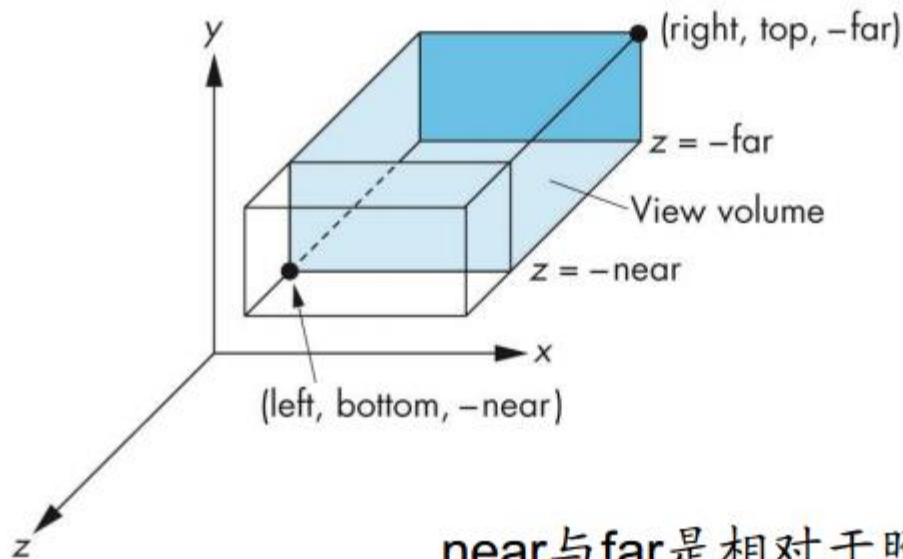
注意相机标架

- 默认相机标架是与世界标架重合
- 但是相机是朝z负方向看的



正交投影

- `glMatrixMode(GL_PROJECTION)`
- `void glOrtho(GLdouble left, GLdouble right, GLdouble bottom, GLdouble top, GLdouble near, GLdouble far);`
 - 视景物是与坐标轴平行的长方体
 - `near`和`far`可取正值、零或负值，但`near`和`far`不应相同



`near`与`far`是相对于照相机而言的

规范视景体

- OpenGL缺省的视景体是中心在原点，边长为2的立方体，相当于调用

glMatrixMode(GL_PROJECTION);

glLoadIdentity();

glOrtho(-1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0);

称这个视景体为规范视景体（canonical view volume）

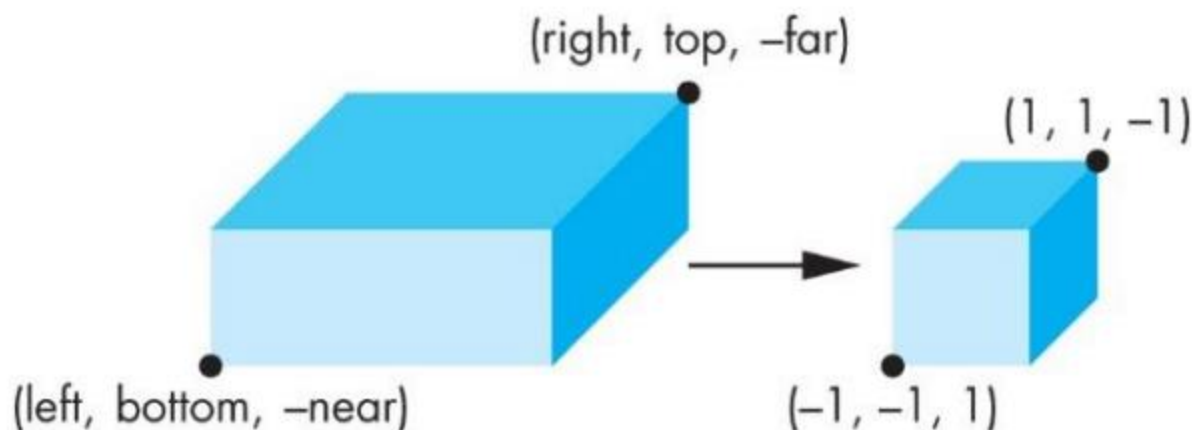
- 采用规范视景体的优点：
 - 同一流水线支持平行投影和透视投影
 - 简化了裁剪过程

正交规范化

- 规范化 -> 求出把指定裁剪体转化为默认裁剪体的变换

`glOrtho(left, right, bottom, top, near, far)`

- 作用：把视景体内的坐标规范化到-1和1之间



近裁剪面 $z = -\text{near}$ 映射到 $z = -1$ 平面，
远裁剪面 $z = -\text{far}$ 映射到 $z = 1$ 平面

正交规范化矩阵

分两步

近裁剪面 $z=-near$ 映射到 $z=-1$ 平面，
远裁剪面 $z=far$ 映射到 $z=1$ 平面

– 平移：把中心移到原点，对应的变换为

$$T(-(left+right)/2, -(bottom+top)/2, (near+far)/2))$$

– 缩放：进行放缩从而使视景体的边长为2

$$S(2/(right-left), 2/(top - bottom), -2/(far-near))$$

$$P = ST = \begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & -\frac{right+left}{right-left} \\ 0 & \frac{2}{top-bottom} & 0 & -\frac{top+bottom}{top-bottom} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{far-near} & -\frac{far+near}{far-near} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

规范化之后，再做投影

令 $z = 0$

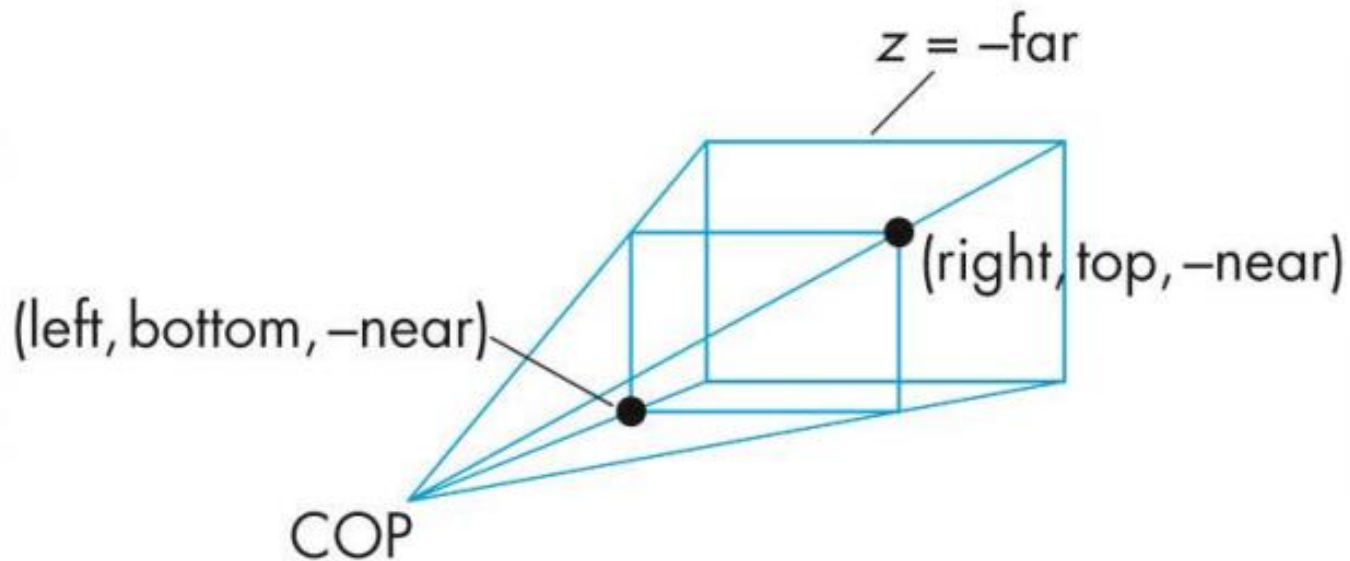
这等价于如下的齐次坐标变换

$$\mathbf{M}_{\text{orth}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

从而在4D中一般的正交投影为 $\mathbf{P} = \mathbf{M}_{\text{orth}} \mathbf{S} \mathbf{T}$

透视投影

- `glFrustum` 可以定义非对称视景体，而 `gluPerspective` 只能定义对称视景体



glFrustum对应的矩阵(推导详见教材)

$$\mathbf{P} = \mathbf{N}\mathbf{S}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{2near}{right - left} & 0 & \frac{right + left}{right - left} & 0 \\ 0 & \frac{2near}{top - bottom} & \frac{top + bottom}{top - bottom} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{far + near}{far - near} & -\frac{2far * near}{far - near} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

glPerspective对应的矩阵(推导详见教材)

- gluPerspective(fovy, aspect, near, far)
 - 对称性: $\text{left} = -\text{right}$, $\text{bottom} = -\text{top}$
 - 三角学: $\text{top} = \text{near} * \tan(\text{fovy})$
 - 宽高比: $\text{right} = \text{top} * \text{aspect}$

$$\mathbf{P} = \mathbf{NSH} = \begin{bmatrix} \frac{\text{near}}{\text{right}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\text{near}}{\text{top}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\text{far} + \text{near}}{\text{far} - \text{near}} & -\frac{2\text{far} * \text{near}}{\text{far} - \text{near}} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

思考？

- 经过透视投影之后？得到什么？
- 直接得到规范化后的投影位置？三个维度上的范围都在 $[-1,1]$ 之间
- 齐次坐标计算完之后，用第四个分量 w 去除前三个分量（透视除法）
- 需要在这个时候做透视除法么？

第五章 视图(Viewing)

本章节主要解决相机的设置问题

- 视图概念
- OpenGL中的视图设置
 - 描述相机方位的函数、矩阵
 - 描述相机投影的函数、矩阵
- 回顾、总结图形流水线的前半部分（顶点变换）

图形管线

- 输入
 - 图元类型 三角形
 - 三个顶点位置 [世界坐标系]
- 分别对三个顶点进行模型视图变换 [由世界坐标系变换到视点坐标系]
- 分别对三个顶点进行投影变换 [由视点坐标系变换到裁剪坐标系]
 - 对每个点：得到的是？
 - 4维的齐次坐标
- 分别对每个顶点计算颜色（光照） [下一节讲]

图形管线

- 对超出视景体的部分进行裁剪
 - 对每个点的裁剪区域是 $[-1,1] \times [-1,1] \times [-1,1]$ 么？
 - 裁剪时需要考虑什么？[增加顶点，为增加出来的顶点计算颜色]
- 透视除法
 - 为何在这里做透视除法，而不是前面？
 - [由裁剪坐标系变换到规范化坐标系]
- glViewport设置透视除法之后的点应该投影到窗口中的什么位置
 - [由规范化坐标系到窗口坐标系]

-
- 至此，我们都是对每个顶点单独计算
 - 光栅化 (确定三角形占据那些像素)
 - 像素填充
 - 片段处理
 - 哪些图元被遮挡，哪些保留？
 - 像素颜色计算

从世界坐标到视口坐标

- 输入
 - 图元类型 三角形
 - 三个顶点位置 [世界坐标系]
- 分别对三个顶点进行模型视图变换 [由世界坐标系变换到视点坐标系]
- 分别对三个顶点进行投影变换 [由视点坐标系变换到裁剪坐标系]
 - 对每个点：得到的是？
 - 4维的齐次坐标
- 分别对每个顶点计算颜色（光照） [下一节讲]

图形管线

- 对超出视景体的部分进行裁剪
 - 对每个点的裁剪区域是 $[-1,1] \times [-1,1] \times [-1,1]$ 么？
 - 裁剪时需要考虑什么？[增加顶点，为增加出来的顶点计算颜色]
- 透视除法
 - 为何在这里做透视除法，而不是前面？
 - [由裁剪坐标系变换到规范化坐标系]
- glViewport设置透视除法之后的点应该投影到窗口中的什么位置
 - [由规范化坐标系到窗口坐标系]

glViewport的作用

- glViewport(Ox, Oy, width, height)
 - 把规范化视景体中的内容“填入”指定的范围内
 - 规范化视景体坐标(x,y,z)
 - $\text{WinX} = \text{Ox} + (x+1)/2 * \text{width}$
 - $\text{WinY} = \text{Oy} + (y+1)/2 * \text{height}$
 - $\text{WinZ} = (z+1)/2$ (规范化到[0,1]之间)
 - 注意：这里的WinY坐标和窗口系统的坐标（例如鼠标获取）朝向是反的

gluProject

- 学会此函数的用法
- 要求自行实现顶点变换的结果应与此函数结果完全一致

本节任务

- 实现myLookAt （选）
- 实现myOrtho
- 实现myFrustum （选）
- 实现myPerspective （选）
- 实现完整的顶点变换管线