引言

马学俊 (主讲) 沈琳 (助教)

苏州大学

数学科学学院

https://xuejunma.github.io/

关于 RA 的发展情况

- Galton(1822-1911) 在 1886 年发表了关于回归的开山论文《遗传结构中向中心的回归 (Regression towards mediocrity in heredity structure)》到现在是 130 多年
- 研究父代身高与子代身高之间的关系，发现：

$$\hat{y} = 33.73 + 0.156x$$

  - 子代平均身高介于其父代的身高和种群平均身高之间
  - 高个子父亲的儿子的身高低于其父亲身高的趋势
  - 矮个子父亲的儿子的身高则高于其父亲身高的趋势
  - 子代身高有向种群身高“回归”的趋势
- 现代的回归：
  - 探索和检验自变量 (X) 和因变量 (Y) 之间的关系：因果关系，数量关系
  - 基于自变量的取值变化预测因变量的取值
  - 描述自变量与因变量之间的关系

New York Rivers

- 数据名称：NewYorkRivers.txt
- 变量说明：纽约州 20 条河流
  - Y:Nitrogen 平均氮浓度（毫升/升）
  - X_1:Agr 农业用地面积百分比
  - X_2:Forest 森林占地面积百分比
  - X_3:Rsdntial 住宅用地面积百分比
  - X_4:ComIndl 工业用地面积百分比
- 分析目的：河流流域土地利用状况对水质污染的影响

NewYorkRivers.txt

```
> rm(list=ls())
> dat_ryr <- read.table("NewYorkRivers.txt", head=TRUE)
> head(dat_ryr)
        River Agr Forest Rsdntial ComIndl Nitrogen
1       Olean  26     63      1.2    0.29     1.10
2  Cassadaga  29     57      0.7    0.09     1.01
3       Oatka  54     26      1.8    0.58     1.90
4   Neversink   2     84      1.9    1.98     1.00
5 Hackensack   3     27     29.4    3.11     1.99
6   Wappinger  19     61      3.4    0.56     1.42
```

EgyptianSkulls.txt

- 数据名称：EgyptianSkulls.txt
- 变量说明：
  - Y: 大概的年份（负值 = 公元前；正值 = 公元后）
  - X_1:MB 头盖骨的最大宽度
  - X_2:BH 头盖骨的颅最高点的高度
  - X_3:BL 头盖骨颅底牙槽的长度
  - X_4:NH 头盖骨的鼻高度
- 分析目的：推断埃及头骨的年代

EgyptianSkulls.txt

```
> rm(list=ls())
> dat_es <- read.table("EgyptianSkulls.txt", head=TRUE)
> head(dat_es)
    Year MB  BH  BL NH
1 -4000 131 138  89 49
2 -4000 125 131  92 48
3 -4000 131 132  99 50
4 -4000 119 132  96 44
5 -4000 136 143 100 54
6 -4000 138 137  89 56
```

Financial Ratios.txt

- 数据名称：Financial Ratios.txt
- 66 家企业的营运财务比，其中 33 家破产、33 家企业经营稳定
  - Y: 是否破产
  - X_1: 未支付利润/总资产
  - X_2: 支付利息和税金前利润/总资产
  - X_3: 销售额/总资产
- 分析目的：破产因素

Financial Ratios.txt

```
> rm(list=ls())
> dat_fr <- read.table("FinancialRatios.txt", head=TRUE)
> head(dat_fr)
  Y      X1      X2  X3
1 0  -62.8   -89.5 1.7
2 0    3.3    -3.5 1.1
3 0 -120.8 -103.2 2.5
4 0  -18.1   -28.8 1.1
5 0   -3.8   -50.6 0.9
6 0  -61.2   -56.2 1.7
```

NewDrugs.txt

- 数据名称：NewDrugs.txt
- 1992-1995 年 16 年中疾病引入的新药
  - D: 新药个个数
  - P: 每十万人的病人数
  - M:1994 年研究经费（百万美元）
- 分析目的：新药功效

NewDrugs.txt

```
> rm(list=ls())
> dat_nd <- read.table("NewDrugs.txt", head=TRUE)
> head(dat_nd)
                    Disease  D     P      M
1   IschemicHeartDisease  6  8976  198.4
2             LungCancer  3   874   80.2
3               HIV/AIDS 21  1303 1049.6
4             AlcoholUse  2 18092  222.6
5 CerebrovascularDisease  2  9467  108.5
6                   COPD  1  4271   48.9

```

变量间的关系

函数关系

- 商品的销售额与销售量之间的关系

$$y = px$$

- 圆的面积与半径之间的关系

$$S = \pi R^2$$

- 原材料消耗额与产量 $(x1)$ 、单位产量消耗 $(x2)$ 、原材料价格 $(x3)$ 之间的关系

$$y = x_1 x_2 x_3$$

函数关系

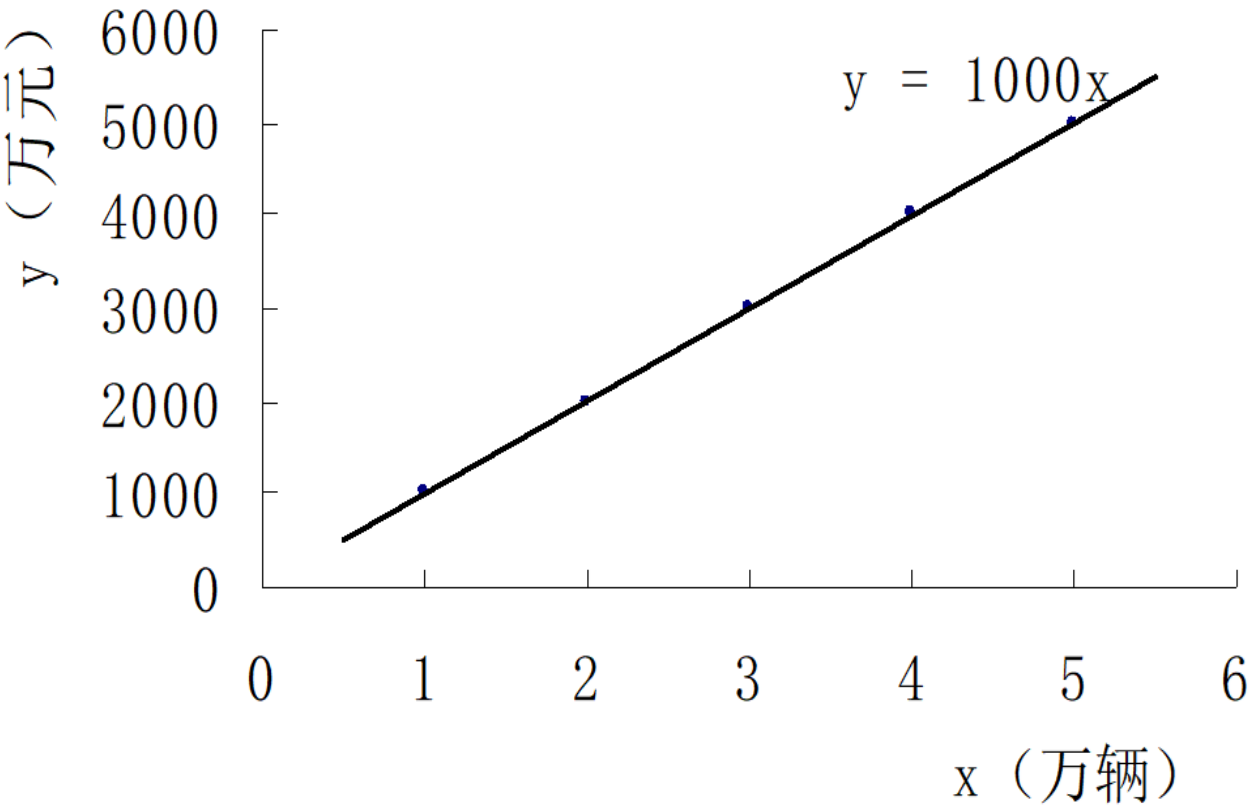
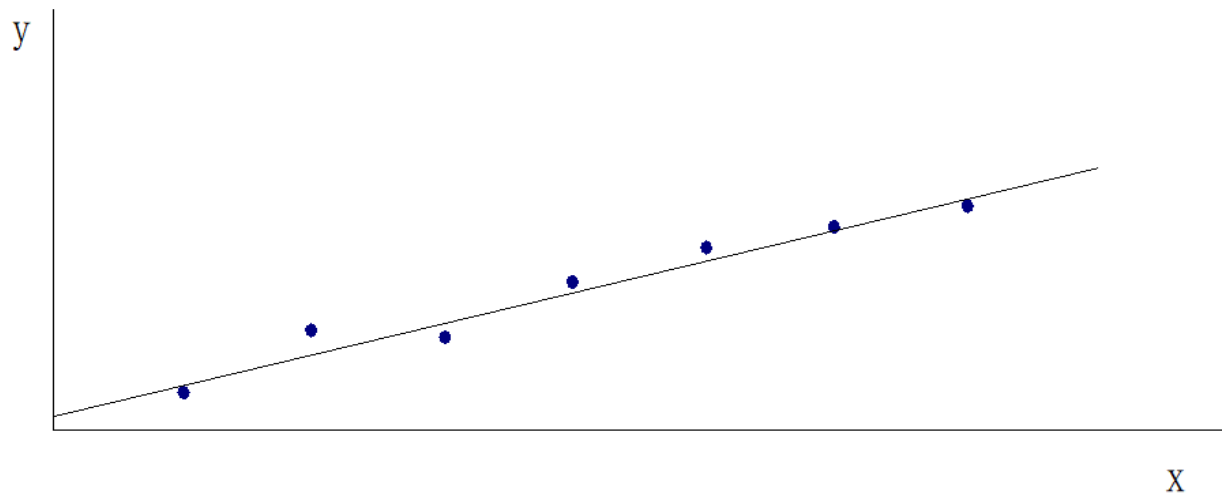


图1.1 函数关系图

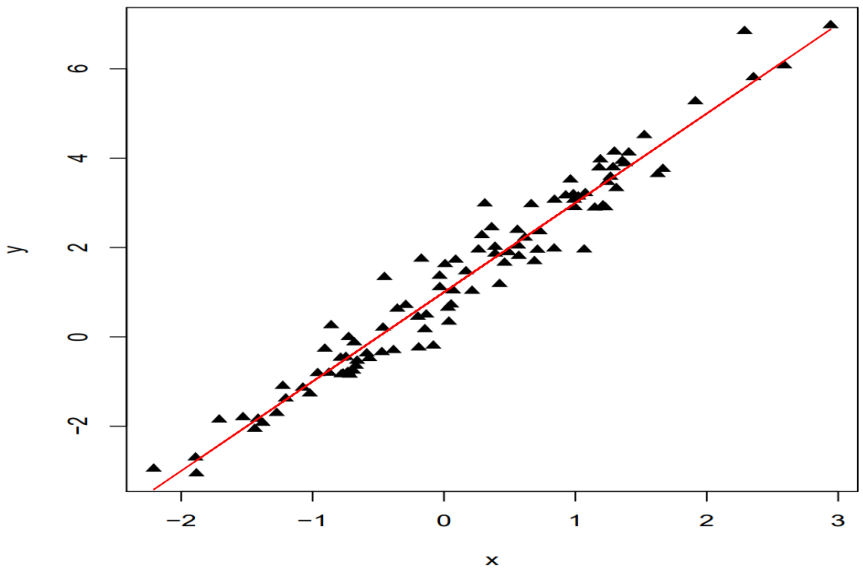
相关关系

相关关系

- 子女身高 (y) 与父亲身高 (x) 之间的关系
- 收入水平 (y) 与受教育程度 (x) 之间的关系
- 粮食亩产量 (y) 与施肥量 $(x1)$ 、降雨量 $(x2)$ 、温度 $(x3)$ 之间的关系
- 商品的消费量 (y) 与居民收入 (x) 之间的关系
- 商品销售额 (y) 与广告费支出 (x) 之间的关系



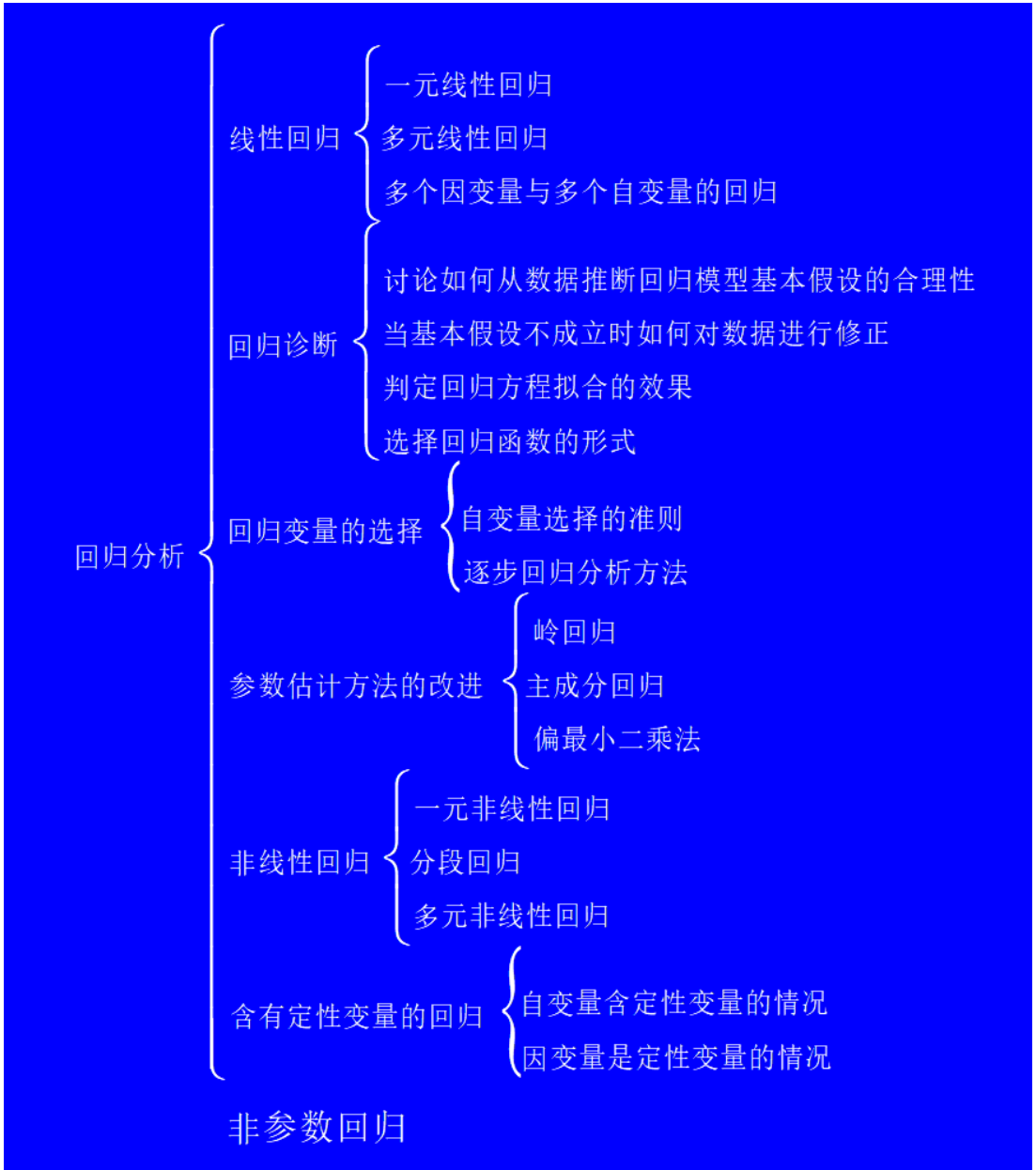
模拟例子



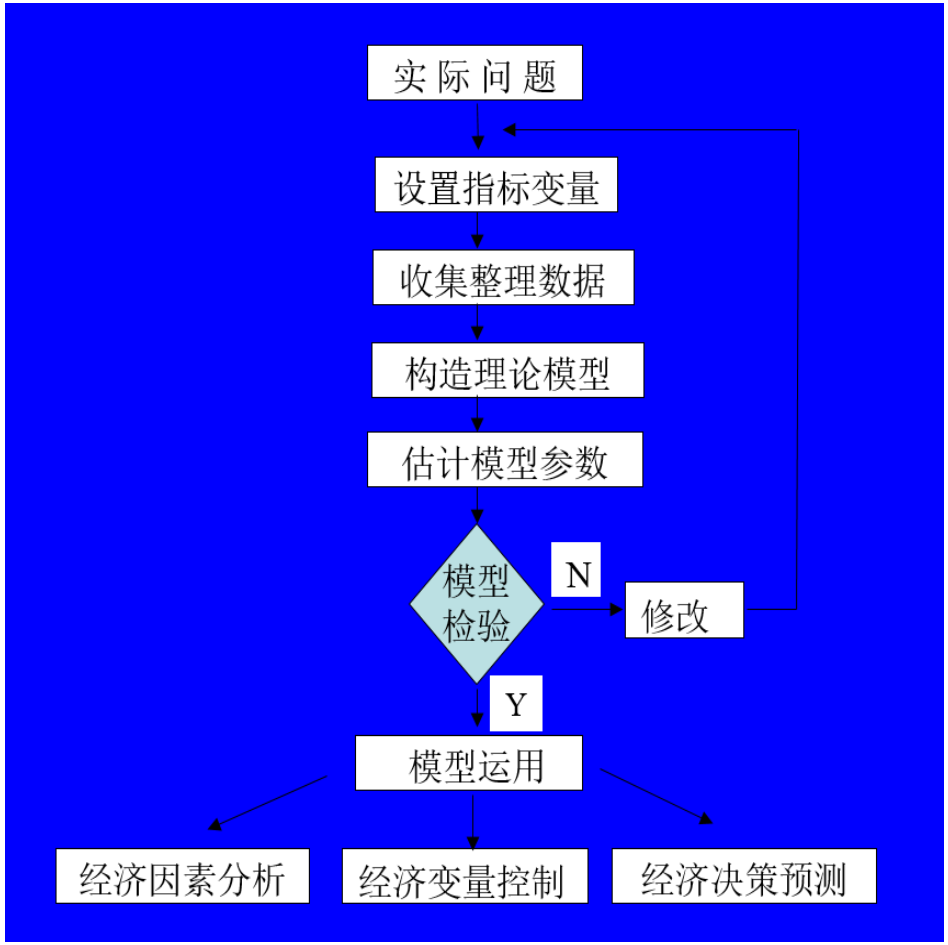
R 代码

```
1 rm(list=ls())
2 n <- 100
3 x <- rnorm(n)
4 y <- 1+ 2 * x + 0.5 * rnorm(n)
5 plot(x, y, pch=17)
6 lines(x, 1+ 2*x, col="red")
```

主要内容


回归分析
线性回归
一元线性回归
多元线性回归
多个因变量与多个自变量的回归
回归诊断
讨论如何从数据推断回归模型基本假设的合理性
当基本假设不成立时如何对数据进行修正
判定回归方程拟合的效果
选择回归函数的形式
回归变量的选择
自变量选择的准则
逐步回归分析方法
参数估计方法的改进
岭回归
主成分回归
偏最小二乘法
非线性回归
一元非线性回归
分段回归
多元非线性回归
含有定性变量的回归
自变量含定性变量的情况
因变量是定性变量的情况
非参数回归

建立实际问题回归模型的过程



变量及样本较多，参数估计的计算量很大，只有依靠计算机。

现在这方面的现成计算机软件很多，如SPSS、R、SAS、Minitab。

回归分析应用与发展述评

- 线性回归
- 分位数回归 (Quantile regression)
- 众数回归 (Mode regression)
- ……
- LASSO

作业

设 $y_1, \ldots, y_n$ 是一组样本，其中 μ 和 σ 都是未知的。构建下面模型

$$y_i = \mu + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

我们可以采用

- 最小二乘法估计：最小化 $\sum_{i=1}^{2}(y_i - \mu)^2$
- 最小绝对值估计：最小化 $\sum_{i=1}^{2}|y_i - \mu|$

回答下面问题：

1. 证明 μ 的最小二乘估计是样本均值
2. 证明 μ 的最小绝对值估计是样本中位数
3. 列出样本均值的一个优点和一个缺点
4. 列出样本中位数的一个优点和一个缺点
5. 你会选择 μ 的两个估计量的哪一个？说出理由。