集包问题作品介绍

满员车队

2023 年 7 月 28 日

0.1 问题理解

1. 关于快件的分类：快件分为两类快件，快产品与普通产品，这两类快件不能打包在一起，他们的流向是分开计算的。

2. 关于整包与混包的概念：一个包中，包含的快件的目的地全都相同，则该包为整包，否则为混包。混包分为大混包和普通混包，大混包含有目的地为不同省份的快件，必须在起始端省会城市拆包，普通混包则只含有目的地在相同省份的快件。

3、关于快件的运输：快件的运输路线为：（地级市）——起始端省会城市——目的端省会城市——（地级市），不能跨两省运输，即先到别的省会城市，再由该省会城市运送到目的端省会城市。

4. 我们将问题描述抽象为一个图，图的每个节点代表在该分拨中心的建包/拆包操作；弧 (i,j) 连接节点 i 与节点 j，若一个快件流流经弧 (i,j)，代表该快件在节点 i 建包，到达节点 j 拆包。

5. 一个快件的配送可以看作图上的一个流，该流能够完整地刻画一个快件的打包配送方案，我们利用流模型对该问题进行建模。例如，一个快件的路线为 i1-i0-j0-ji,i1、j1 为地级市，i0、j0 为省会城市，若该快件在 i1 处直接打包为整包，则该快件的流就是从 i1-j1 的一条流，不经过中间节点；若该快件在 i1 处先打进了一个混包，在 i0 处拆包后打包进整包，则该快件的流就是 i1-i0-j1，其中 i1-i0 为混包流，i0–j1 为整包流; 也就是说，在流模型中，每经过一个节点意味着该快件在这个节点进行了一次拆包和建包操作。（注意，无论怎么打包快件都会经过路线上所有节点，只是流模型做出了一个这样的假设，不影响实际运输。）

6. 关于流向（以快产品为例）：在流模型中，我们可以假设，一个快件，

只有与它的目的端相连的弧可以有该快件的整包流。又根据 5 中的流模型与 2 中整包的定义，知一条弧上最多只有一个整包流向，也最多只有一个混包流向。例如：若有两个目的地均为 j1 的快件在 i0 处打成整包运送到 j1，则算作打了一个整包。

0.2 问题假设

1. 某个节点的打包流向数等于在该节点处打包产生的包的数量。
2. 混包流只能流向省会城市，整包流只能流向快件目的端城市。
3. 在我们的模型中，快件进入/离开某个节点代表在该节点处进行拆包/建包操作。
4. 同一个目的地多个快件订单打包在一起算一个整包而不是混包。

0.3 问题建模

参数解释:

nodecap[n]: 节点 n 处最大可打包流向数；超出流向后，需额外增加成本扩大流向数；

UPC：单个快件建包 1 次的费用；

EUPC：超出可打包流向最大容量后，单票需增加的成本；

FU：快产品作为混包的拆包成本；

NU：常规产品作为混包的拆包成本；

F[r]: 快件 r 的快产品数量.

N[r]: 快件 r 的常规产品数量.

Indset：所有快件 r 的集合,$r \in Indset$.

r[path]: 快件 r 的所有可能经过的节点.

r[path][O]: 快件 r 的出发点.

r[path][D]: 快件 r 的目的点。

Xind: 包含快产品的快件的集合

Yind: 包含常规产品的快件的集合。

nodett: 所有节点的集合。

arctt: 所有弧的集合。

arcset[r] for all $r \in Indset$: 快件 r 可以经过的所有弧的集合

变量：

$x_{wo}^{r}[arc]$: 快产品 r 以混包的形式经过弧 arc，该混包在 arc 的起始点处建包，在 arc 的终点处拆包，且非额外打包流向。

$x_{we}^{r}[arc]$ 快产品 r 以混包的形式经过弧 arc，该混包在 arc 的起始点处建包，在 arc 的终点处拆包，且为额外打包流向。

$x_{vo}^{r}[arc]$: 快产品 r 以整包的形式经过弧 arc，该混包在 arc 的起始点处建包，在 arc 的终点处拆包，且非额外打包流向。

$x_{ve}^{r}[arc]$: 快产品 r 以整包的形式经过弧 arc，该混包在 arc 的起始点处建包，在 arc 的终点处拆包，且为额外打包流向。

$y_{wo}^{r}[arc]$: 常规产品 r 以混包的形式经过弧 arc，该混包在 arc 的起始点处建包，在 arc 的终点处拆包，且非额外打包流向。

$y_{we}^{r}[arc]$ 常规产品 r 以混包的形式经过弧 arc，该混包在 arc 的起始点处建包，在 arc 的终点处拆包，且为额外打包流向。

$y_{vo}^{r}[arc]$: 常规产品 r 以整包的形式经过弧 arc，该混包在 arc 的起始点处建包，在 arc 的终点处拆包，且非额外打包流向。

$y_{ve}^{r}[arc]$: 常规产品 r 以整包的形式经过弧 arc，该混包在 arc 的起始点处建包，在 arc 的终点处拆包，且为额外打包流向。

$f_{wo}[arc]$: 弧 arc 上有混包形式且非额外打包流向的快产品流向。

$f_{we}[arc]$: 弧 arc 上有混包形式且为额外打包流向的快产品流向。

$f_{vo}[arc]$: 弧 arc 上有整包形式且非额外打包流向的快产品流向。

$f_{ve}[arc]$: 弧 arc 上有整包形式且为额外打包流向的快产品流向。

$g_{wo}[arc]$: 弧 arc 上有混包形式且非额外打包流向的常规产品流向。

$g_{we}[arc]$: 弧 arc 上有混包形式且为额外打包流向的常规产品流向。

$g_{vo}[arc]$: 弧 arc 上有整包形式且非额外打包流向的常规产品流向。

$g_{ve}[arc]$: 弧 arc 上有整包形式且为额外打包流向的常规产品流向。

约束构成：

1. 每个快件的流约束（快产品与普通产品分开）
2. 每条弧的流向约束
3. 每条弧上整包流向只能有一个，即要么用额外流向，要么用打包能力范围内的流向。（快产品与普通产品分开）
4. 打包能力约束
5. 一个快件，只有与它的目的端相连的弧可以有该快件整包流。

$$
\begin{aligned}
min \sum_{r \in Xind, arc \in arcset[r]} & UPC * F[r] * (x^r_{wo}[arc] + x^r_{we}[arc] + x^r_{ve}[arc] + x^r_{vo}[arc]) + \\
& F[r] * FU * (x^r_{wo}[arc] + x^r_{we}[arc]) + \\
& EUPC * F[r] * (x^r_{we} + x^r_{oe}) + \\
\sum_{r \in Yind, arc \in arcset[r]} & UPC * N[r] * (y^r_{wo}[arc] + y^r_{we}[arc] + y^r_{ve}[arc] + y^r_{vo}[arc]) + \\
& N[r] * NU * (y^r_{wo}[arc] + y^r_{we}[arc]) + \\
& EUPC * N[r] * (y^r_{we} + y^r_{oe})
\end{aligned}
$$

subject to:

$$\sum_{arc\in\delta^+(p)} x^r_{wo}[arc] + x^r_{we}[arc] + x^r_{vo}[arc] + x^r_{ve}[arc] = 1 \quad , p = r[path][O], r \in Xind$$

$$\sum_{arc\in\delta^-(p)} x^r_{wo}[arc] + x^r_{we}[arc] + x^r_{vo}[arc] + x^r_{ve}[arc] = 1 \quad , p = r[path][D], r \in Xind$$

$$\sum_{arc\in\delta^-(p)} x^r_{wo}[arc] + x^r_{we}[arc] + x^r_{vo}[arc] + x^r_{ve}[arc] = \sum_{arc\in\delta^+(p)} x^r_{wo}[arc] + x^r_{we}[arc] + x^r_{vo}[arc] + x^r_{ve}[arc$$

$$f_{wo}[arc] \geq x^r_{wo}[arc], \quad arc \in arcset, r \in Xind$$

$$f_{we}[arc] \geq x^r_{we}[arc], \quad arc \in arcset, r \in Xind$$

$$f_{vo}[arc] \geq x^r_{vo}[arc], \quad arc \in arcset, r \in Xind$$

$$f_{ve}[arc] \geq x^r_{ve}[arc], \quad arc \in arcset, r \in Xind$$

$$f_{wo}[arc] + f_{we}[arc] \leq 1, arc \in arctt$$

$$f_{vo}[arc] + f_{ve}[arc] \leq 1, arc \in arctt$$

$$x^r_{ve}[arc] = x^r_{vo}[arc] = 0, r \in Xind, arc \notin \delta^-(r[path][D])$$

$$\sum_{arc\in\delta^+(p)} y^r_{wo}[arc] + y^r_{we}[arc] + y^r_{vo}[arc] + y^r_{ve}[arc] = 1 \quad , p = r[path][O], r \in Yind$$

$$\sum_{arc\in\delta^-(p)} y^r_{wo}[arc] + y^r_{we}[arc] + y^r_{vo}[arc] + y^r_{ve}[arc] = 1 \quad , p = r[path][D], r \in Yind$$

$$\sum_{arc\in\delta^-(p)} y^r_{wo}[arc] + y^r_{we}[arc] + y^r_{vo}[arc] + y^r_{ve}[arc] = \sum_{arc\in\delta^+(p)} y^r_{wo}[arc] + y^r_{we}[arc] + y^r_{vo}[arc] + y^r_{ve}[arc]$$

$$g_{wo}[arc] \geq y^r_{wo}[arc], \quad arc \in arcset, r \in Yind$$

$$g_{we}[arc] \geq y^r_{we}[arc], \quad arc \in arcset, r \in Yind$$

$$g_{vo}[arc] \geq y^r_{vo}[arc], \quad arc \in arcset, r \in Yind$$

$$g_{ve}[arc] \geq y^r_{ve}[arc], \quad arc \in arcset, r \in Yind$$

$$g_{wo}[arc] + g_{we}[arc] \leq 1, arc \in arctt$$

$$g_{vo}[arc] + g_{ve}[arc] \leq 1, arc \in arctt$$

$$y^r_{ve}[arc] = y^r_{vo}[arc] = 0, r \in Yind, arc \notin \delta^-(r[path][D])$$

$$\sum_{arc\in\delta^+(p)} f_{wo}[arc] + f_{vo}[arc] + g_{wo}[arc] + g_{vo}[arc] \leq nodecap[p], p \in nodett$$

0.4 模型求解结果

利用商业求解器 gurobi 求解我们的模型，得到的最优可行解的目标函数为 2.13186×10^7，详细信息请见 output.csv 文件。其中 output-sort.csv 文件为官方说明文档中要求的输出格式，但我们认为该输出并不能完整地显示快件的打包安排，故整理了另一份输出文档 full-output-sort.csv, 其中 plan 一列每个快件用它的起始点与终点表示，替代原 plan 中的仅由终点表示的方式。若某个节点的流向有超出的情况，则超出的打包计划在表格内该点打包能力值对应的行数之后。

0.5 附录

附录包含了对上述六个假设的可视化展示及举例说明。

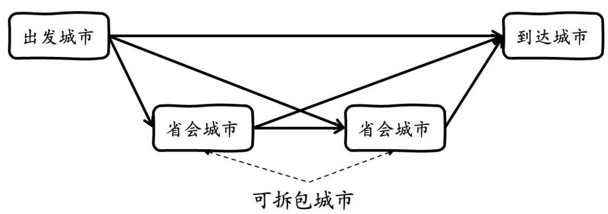

图 1: assumption 1 and assumption 2

如图，图中出发城市 A1 的流向数为 3，出发省会城市 A 的流向数为 2，到达省会城市 B 的流向数为 1.

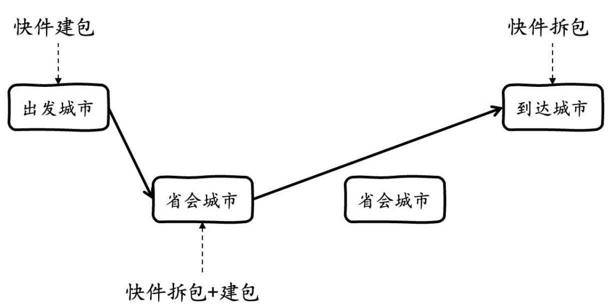

图 2: assumption 3

如图，现在有一快件是从地级市 A1 到地级市 B1，其流向为 A1-A-B1，它一定以混包形式到达 A 然后在 A 进行拆包后以整包的形式建包再发往对应的终点城市 B1.

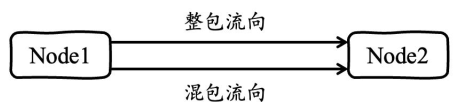

图 3: assumption 4

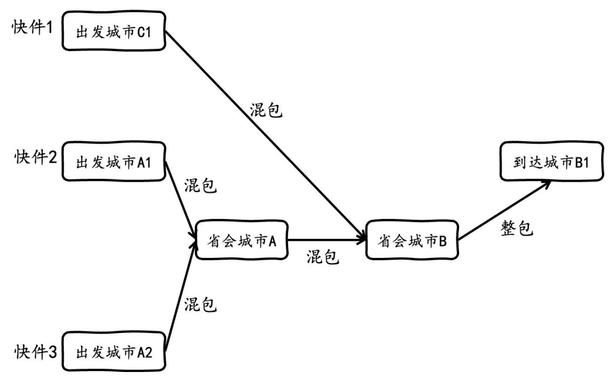

图 4: assumption 5

如图，现有三个快件，快件 1 为 C1-B1，快件 2 为 A1-B1，快件 3 为 A2-B1，假设三个快件的流向如图所示，快件 1 将以混包的形式到达省会城市 B，再和快件 2、3 一起打包成一个整包发往目的城市 B1，快件 2 和快件 3 各自从 A1 和 A2 出发，以混包的形式运往省会城市 A，在 A 进行拆包，再一起被打包进一个混包发往省会城市 B，随后和快件 1 一起打包成一个整包发往目的城市 B1。

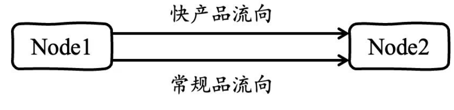

图 5: assumption 6